



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	グラフ上のランダムウォークとその高速化
Author(s)	野中, 良哲
Description	ERATO湊離散構造処理系プロジェクトシンポジウム(第2回) : 第73回情報処理学会全国大会イベント企画. 2011年3月2日(水). 東京工業大学 大岡山キャンパス.
Relation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.503.
Issue Date	2011-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48328
Type	conference presentation
File Information	02.nonaka.pdf



グラフ上のランダムウォークとその高速化

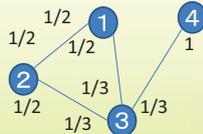
九州大学大学院 システム情報科学府 野中良哲

グラフ上のランダムウォーク

1. トークンがグラフ $G = (V, E)$ 上の頂点を出発
2. 隣接頂点を遷移確率行列 P に従って選びそちらへ遷移

例: 単純ランダムウォーク

すべての隣接頂点へ等確率で遷移



ランダムウォークの速さ

● Hitting Time (HT)

ある頂点から別の頂点へ到達するまでに要する遷移数の期待値

● Cover Time (CT)

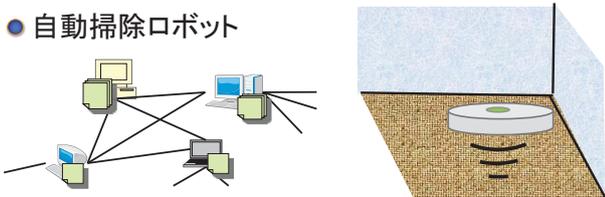
ある頂点を出発して全頂点を訪れるまでに要する遷移数の期待値

単純ランダムウォークの HT, CT : $O(n^3)$ [Aleliunas, 1979]

n : グラフの頂点数

応用

- Web クローラー
- 自動掃除ロボット



グラフが大規模や動的である場合に有効

問題

- 局所情報を用いた高速なランダムウォークの実現
 - ▶ グラフ全体の構造が把握できない

β -ランダムウォーク [Ikeda et al., 2009]

$$\text{遷移確率} : p_{uv} = \frac{\deg^{-\beta}(v)}{\sum_{w \in N(u)} \deg^{-\beta}(w)}, \quad v \in N(u)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \text{ のとき, HT : } O(n^2) \\ \text{CT : } O(n^2 \log n)$$

- 近似解としての単純ランダムウォークの良さ
 - ▶ 最速のランダムウォーク実現は困難

メトロポリスウォーク

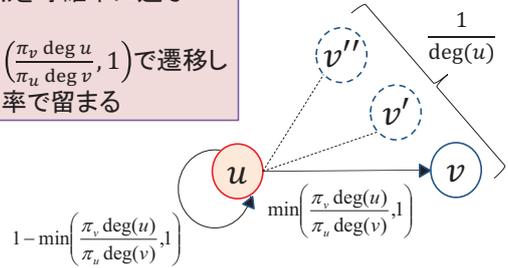
- 任意の定常分布 $\pi = (\pi_u)_{u \in V}$ を実現
 - ▶ マルコフ連鎖モンテカルロの手法

Step1

隣接頂点を等確率に選ぶ

Step2

確率 $\min\left(\frac{\pi_v \deg u}{\pi_u \deg v}, 1\right)$ で遷移し
残りの確率で留まる



定理

定常分布が一様るとき

$$\text{HT} : O(n^2)$$

$$\text{CT} : O(n^2 \log n)$$

Yoshiaki Nonaka, Hiroataka Ono, Kunihiko Sadakane, Masafumi Yamshita, "The hitting and cover times of Metropolis walks", Theoretical Computer Science Volume 411, Issues 16-18, 28 March 2010, Pages 1889-1894.

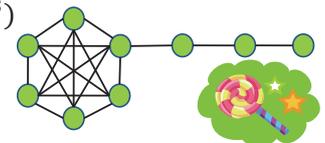
単純ランダムウォークの最適性

- 大幅に高速化可能な例: Lollipopグラフ

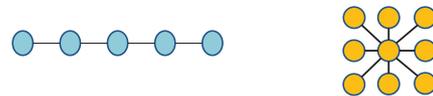
単純RWの HT, CT : $O(n^3)$

β -RWの HT, CT : $O(n^2)$

→ n 倍の高速化



- 単純ランダムウォークが最適な例



定理

任意の木 T について

● 単純ランダムウォークの HT & CT : H_T^0, C_T^0

● 最適な HT & CT : H_T^*, C_T^*

は次を満たす

$$\frac{H_T^0}{H_T^*} = O(\sqrt{n}), \quad \frac{C_T^0}{C_T^*} = O(\sqrt{n \log n})$$

Yoshiaki Nonaka, Hiroataka Ono, Syuji Kijima, Masafumi Yamshita, "How Slow, or Fast, Are Standard Random Walks? - Analyses of Hitting and Cover Times on Tree", The 17th CATS symposium, 2011.