HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	グラフ上のランダムウォークとその高速化
Author(s)	野中, 良哲
Description	ERATO湊離散構造処理系プロジェクトシンポジウム(第2回) : 第73回情報処理学会全国大会イベント企画. 2011年3月2日(水). 東京工業大学 大岡山キャンパス.
Relation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.503.
Issue Date	2011-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48328
Type	conference presentation
File Information	02.nonaka.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

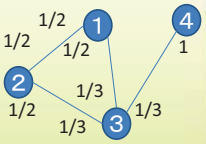
グラフ上のランダムウォークとその高速化

九州大学大学院　システム情報科学府　野中良哲

グラフ上のランダムウォーク

1. トークンがグラフ$G=(V,E)$上の頂点を出発
2. 隣接頂点を遷移確率行列Pに従って選び そちらへ遷移

例：単純ランダムウォーク
すべての隣接頂点へ等確率で遷移



ランダムウォークの速さ

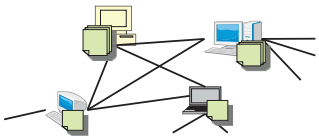
- Hitting Time(HT)
  ある頂点から別の頂点へ到達するまでに要する遷移数の期待値
- Cover Time(CT)
  ある頂点 を出発して全頂点を訪れるまでに要する移数の期待値

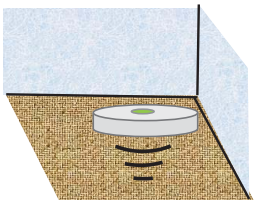
単純ランダムウォークのHT,CT : $O(n^3)$ [Aleliunas, 1979]

n:グラフの頂点数

応用

- Webクローラー
- 自動掃除ロボット





グラフが大規模や動的である場合に有効

問題

- 局所情報を用いた高速なランダムウォークの実現
  - グラフ全体の構造が把握できない

β-ランダムウォーク[Ikeda et al., 2009]

遷移確率 : $p_{uv}=\frac{\deg^{-\beta}(v)}{\sum_{w\in N(u)}\deg^{-\beta}(w)},\ v\in N(u)$

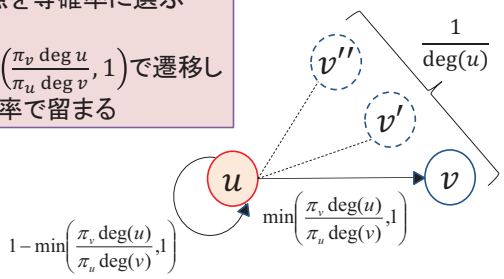
$\beta=\frac{1}{2}$ のとき, HT : $O(n^2)$
CT : $O(n^2\log n)$

- 近似解としての単純ランダムウォークの良さ
  - 最速のランダムウォーク実現は困難

メトロポリスウォーク

- 任意の定常分布$\pi=(\pi_u)_{u\in V}$を実現
  - マルコフ連鎖モンテカルロの手法

Step1
隣接頂点を等確率に選ぶ
Step2
確率$\min\left(\frac{\pi_v \deg u}{\pi_u \deg v},1\right)$で遷移し
残りの確率で留まる

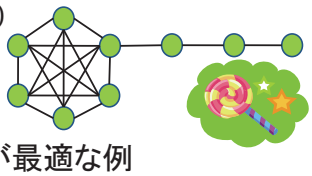


定理
定常分布が一様のとき
HT : $O(n^2)$
CT : $O(n^2\log n)$

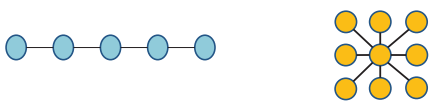
Yoshiaki Nonaka, Hirotaka Ono, Kunihiko Sadakane, Masafumi Yamshita, "The hitting and cover times of Metropolis walks", Theoretical Computer Science Volume 411, Issues 16-18, 28 March 2010, Pages 1889-1894.

単純ランダムウォークの最適性

- 大幅に高速化可能な例 : Lollipopグラフ
  単純RWのHT,CT: $O(n^3)$
  β-RWのHT,CT: $O(n^2)$
  ➡ n倍の高速化



- 単純ランダムウォークが最適な例



定理
任意の木Tについて
- 単純ランダムウォークのHT & CT : H_T^0, C_T^0
- 最適なHT & CT : H_T^* , C_T^*

は次を満たす

$$\frac{H_T^0}{H_T^*}=O(\sqrt{n}),\qquad \frac{C_T^0}{C_T^*}=O(\sqrt{n\log n})$$

Yoshiaki Nonaka, Hirotaka Ono, Syuji Kijima, Masafumi Yamshita, " How Slow, or Fast, Are Standard Random Walks? – Analyses of Hitting and Cover Times on Tree", The 17th CATS symposium , 2011.