



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ZDDを用いたパスの列挙：打倒Knuthを目指して
Author(s)	齋藤, 寿樹; 鈴木, 拓; 湊, 真一
Description	ERATO湊離散構造処理系プロジェクト：2010年度初冬のワークショップ（ERATO合宿）．2010年11月29日（月）～12月1日（水）．札幌北広島クラッセホテル．
Relation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録． p.428-429.
Issue Date	2011-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48346
Type	conference presentation
File Information	10.saito.pdf



1 ZDDを用いたパスの列挙

～打倒Knuthを目指して～

齋藤 寿樹
ERATO 湊離散構造処理系プロジェクト研究員

共同研究
鈴木 拓 (北海道大学)
湊 真一 (北海道大学・ERATO総括)

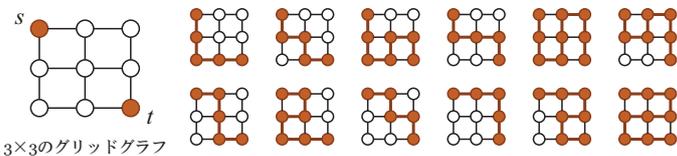
2010年11月30日(火)

2 自己紹介：齋藤 寿樹

- ERATO 研究員
 - 2010年4月～
- 博士号取得
 - 北陸先端科学技術大学院大学
 - 2010年3月
 - 指導教員：折り紙博士U先生
- 研究分野
 - グラフアルゴリズム
 - グラフ同型性判定, ランダム生成・列挙, グラフ再構築, 部分グラフ同型性判定
- 最近の研究
 - VSOP(ZDDパッケージ)を使って遊ぶ!

3 パスの列挙

- 入力：グラフ $G=(V, E)$, 2頂点 s, t
- 出力： s から t までのパスを列挙 (保持したZDD)



•ZDDの演算だけの単純なアルゴリズムを作れないか？

4 ZDDの演算のみを使ったパスの列挙

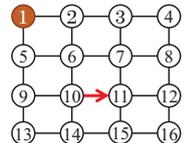
- 各頂点に対し, 次の集合を定義
 - F_v : 頂点 s から v へのパスの集合

Procedure Update $I(v)$: 頂点 v の接続辺集合

- 各辺 $e_{u,v}$ に対し, 以下を繰り返す
- $F_v = F_v \cup ((F_u \bmod I(v)) \text{ join } \{e_{u,v}\})$

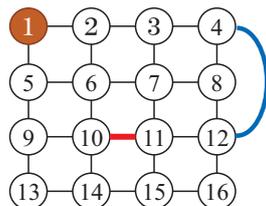
- 頂点 u に接続している辺を使わない v を終点とするパス
- 上のパスに $e_{u,v}$ を追加した u を終点とするパス

Procedure Update をすべての F_v が収束するまで繰り返す



5 応用例

- 辺が断裂してもすぐ対応できる
- 新たな頂点や辺を追加しても, 簡単に更新できる
- 次の経路の列挙が簡単にできる
 - 頂点 s を端点とするハミルトンパス
 - 頂点 s を含んだサイクル
 - ハミルトンサイクル



6 計算機実験

Integer Sequences:
<http://www.research.att.com/~njas/sequences/> cypath

Displaying 1-1 of 1 results found. page 1

Format: long | short | internal | text Sort: relevance | references | number Highlight: on | off

A007764 Number of nonintersecting (or self-avoiding) rook paths joining opposite corners of an $n \times n$ grid. 40

1, 2, 12, 184, 8512, 1262816, 575780564, 789360053252, 3266598486981642, 41044208702632496804, 1568758030464750013214100, 182413291514248049241470885236, 64528039343270018963357185158482118 (list; graph; listen)

OFFSET 0,2

COMMENT The length of the path varies.

REFERENCES S. R. Finch, *Mathematical Constants*, Cambridge, 2003, pp. 331-339.
D. E. Knuth, personal communication.
Netnews group rec.puzzles, Frequently Asked Questions (FAQ) file. (Science Section).
D. E. Knuth, 'Things A Computer Scientist Rarely Talks About,' CSLI Publications, Stanford, CA, 2001, pages 27-28.

8	64	789,360,053,252	1603,251
---	----	-----------------	----------

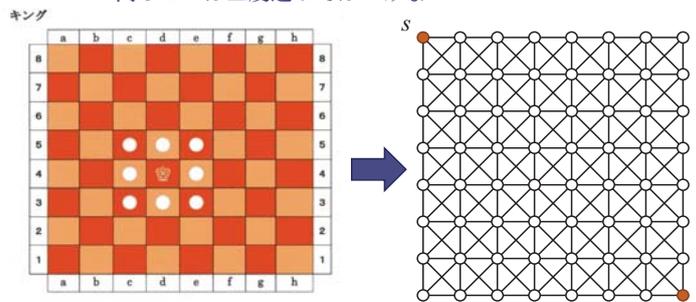
(27分弱) (19分弱)

今後の課題

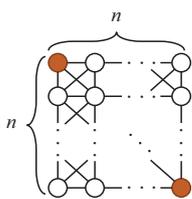
- アルゴリズムの改良・理論的な解析
- その他の手法との比較
 - Knuth法(The Art of Computer Programming 7.1.4)
 - Counting the Number of Paths in a Graph via BDDs [Sekine and Imai, 97]
 - The Theory of Zero-Suppressed BDDs and the Number of Knight's Tours [Schroer and Wegener 98]
- その他のグラフ構造の列挙
 - コードレスパス・サイクル
 - 全域木
 - 独立点集合, マッチング などなど
- 実応用への適用
- “しりとり”をすべて列挙せよ!
 - 既存研究: 最も長いしりとり
 - ・ トリビアの種 (2004年3月3日)
 - ・ 75,575語 (単語数: 15万4150語)
 - ・ 最後の単語: るすばん

The Art of Computer Programming 7.1.4

- Exercise 231 (King travel)
 - キングの旅行経路をすべて列挙せよ
 - ・ ある角から反対側の角までの経路
 - ・ 同じセルは二度通ってはいけない



Exercise 231 実験結果



n	パスの数	計算時間(sec)	
1	1		自明
2	5	0.017	
3	235	0.035	
4	96,371	0.999	
5	447,544,629	37.114	
6	22,132,498,074,021	3185.362	
7			
8			

Exercise 231 Integer Sequences

Greetings from The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences!

1.5.225.96371.447544629.22132498074021 Search Help

Search: 1, 5, 235, 96371, 447544629, 22132498074021

Displaying 1-1 of 1 results found

Format: line | short | internal | text | Sort: relevance | references | number | Highlight on | get

A149518 Number of simple paths from corner to corner of an $n \times n$ grid with king-moves allowed.

1, 5, 235, 96371, 447544629, 22132498074021, 10621308947362277575, 50819542770311581608908549 (list-terms list-refs)

OFFSET 1,2

COMMENT This graph is the "strong product" of P_n with P_n , where P_n is a path of length n . Sequence A007724 is what we get when we restrict ourselves to rook moves of unit length. Computed using ZDDs (ZDD = "reduced, order, zero-suppressed binary decision diagram").

REFERENCES D. E. Knuth, The Art of Computer Programming, Section 7.1.4, in preparation.

EXAMPLE For example, when $n=8$ this is the number of ways to move a king from a1 to h8 without occupying any cell twice.

CROSSREFS Adjacent sequences: A149519 A149516 A149517 this sequence A149519 A149520 A149521

Sequence in context: A152710 A132085 A153025 this sequence A174287 A142732 A085115

KEYWORD nonn

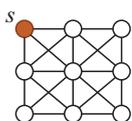
AUTHOR D. E. Knuth, Jul 26 2008

Search completed in 0.003 seconds

Exercise 232 (King's tours)

- キングの周遊(サイクル)経路をすべて列挙せよ
 - すべてのセルを通らなければならない
 - 同じセルは二度通ってはいけない
 - ・ ハミルトンサイクル

先ほどのアルゴリズムはそのまま使えない!



頂点 s から始まり, 頂点 s で終わる経路

ハミルトンサイクルである条件

- 連結成分が一つ
- すべての頂点の次数が 2

Exercise 232 (King's tours)

- アルゴリズム
 - F_v : 頂点 s から v への「すべての」パスの集合
 - $C_2 = (F_2 \bmod \{\{e_{s,2}\}\}) \text{ join } \{\{e_{s,2}\}\}$
 - $C_3 = (F_3 \bmod \{\{e_{s,3}\}\}) \text{ join } \{\{e_{s,3}\}\}$
 - $C_4 = (F_4 \bmod \{\{e_{s,4}\}\}) \text{ join } \{\{e_{s,4}\}\}$
 - $F = C_2 \cup C_3 \cup C_4$ (F は頂点 s と連結なすべてのサイクル)
 - F の中からすべての頂点の次数が2のものを取り出す
 - ・ 除算とJoinを使って, がんばればできる!

