HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	オンラインユニットクラスタリング問題の競合比の自動解析
Author(s)	川原, 純; 小林, 浩二
Description	ERATO 湊離散構造処理系プロジェクトシンポジウム（第1回） : 第9回情報科学技術フォーラム(FIT2010) イベント企画セッション. 2010年9月8日（水）. 九州大学伊都キャンパス.
Relation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.380.
Issue Date	2011-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48363
Type	conference presentation
File Information	08.FIT_kawahara.pdf

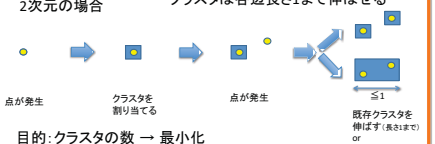
Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

オンラインユニットクラスタリング問題の競合比の自動解析

JST ERATO研究員 川原 純　　joint work with 小林浩二

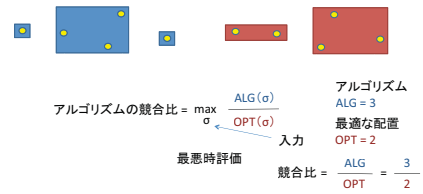
オンラインユニットクラスタリング問題

2次元の場合　　クラスタは各辺長さ1まで伸ばせる

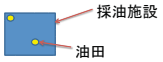


目的：クラスタの数 → 最小化
点がどこに与えられるか不明 → オンライン問題

アルゴリズムの評価法



応用例　施設配置計画問題



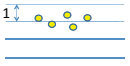
既存結果と本研究の結果

1次元オンラインクラスタ問題

競合比			
決定性	上限	7/4 = 1.75	[Epstein 08]
	下限	8/5 = 1.6	
乱択	上限	7/4 = 1.75	[Epstein 08]
	下限	3/2 = 1.5	

今回は1次元のみを扱う

2次元以上はほぼ自明な結果のみ [Chan 04], [Epstein 08]

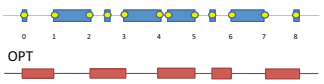


線を引いてそれぞれの領域で
独立に1次元のアルゴリズムを実行

競合比は1次元の2倍（d次元で 2^{d-1}倍）

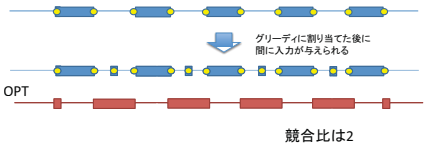
下限を与える入力 [Epstein 08]

3, 4, 5, 6, 2, 1, 0, 2.5, 7, 4.1, 5.5, 8



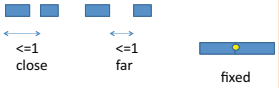
競合比 = 8/5

グリーディアルゴリズム



競合比は2

既存研究（決定性競合比= 7/4）[Epstein 08]



アルゴリズムは上記2種類の状態を
回避するように動く

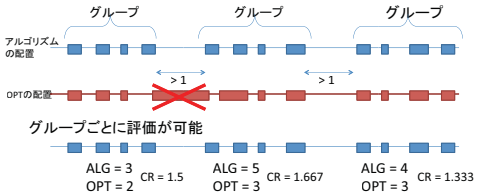
本研究のアルゴリズム → 回避しない。
競合比を悪くしない
ように配置

本研究の結果

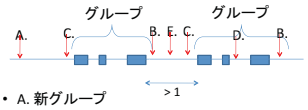
グルーピングアルゴリズムの開発
競合比の上限 5/3 = 1.667 を証明
（1.75 → 1.667　に改良）

提案アルゴリズム

グルーピングアルゴリズム（GA）

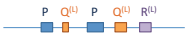


- GAの動作は、点の与えられる場所に応じて次の5つの場合に分けられる



- A. 新グループ
- B. グループの右端(1以内)
- C. グループの左端（B.と対称）
- D. グループの中
- E. グループの結合

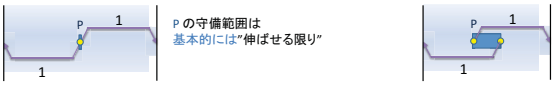
- GA はアルゴリズムの進行中、各クラスタに6種類のラベルを振る（スタイルと呼ぶ）
- {P, $Q^{(L)}$, $Q^{(R)}$, $R^{(L)}$, $R^{(R)}$, S}



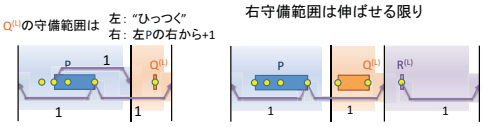
- スタイルはアルゴリズムの進行と共に変化する
- 下記の性質をもつことが期待される

(1) 新しいクラスタを割り当て、ラベル 'P' を振る

(2) ラベルや位置関係に応じて、守備範囲が決まる　(3) 基本的に守備範囲内にあるクラスタが担当



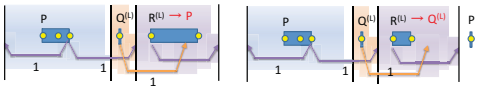
(4) 守備範囲外なら、新しく $Q^{(L)}$ を作成　(5) $R^{(L)}$ の左守備範囲は「左Pの右＋1」
右守備範囲は伸ばせる限り



アルゴリズムの記述（一部）

(6-1) R は P の性質が保てると確定した時点で P になる

(6-2) それ以外で守備範囲外に与えられたときはQ(L)になる

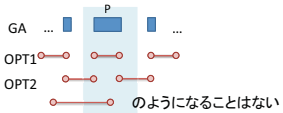


計算機を援用したアルゴリズムの解析

- OPT の評価はOPTのクラスタ配置の端の点を数える

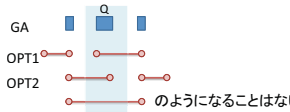
OPT = ○ の数 / 2
○ を（OPTの）得点と呼ぶ

- P は少なくとも2点の得点が期待されるクラスタ



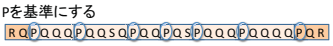
のようになることはない

- Q は少なくとも1点の得点が期待されるクラスタ



のようになることはない

- Pを基準にする



- 証明すること
  - P は必ず2点になっている
  - P 以外は必ず1点になっている
  - PとPの間にはクラスタが高々4個しか存在しない

ALG = 5
OPT = 得点/2 = 3
競合比 = ALG/OPT
<= 5/3

・計算機を用いて起こり得る"状態"をすべて列挙する

最初は点1つから始める

点が発生する場合が
各クラスタの守備範囲の
内か外かで場合分けを行う
（計算機で自動的に可能）

場合分けを行ったときに成り立つべき
点間の条件を不等式として記憶

・状態遷移図を作成

アルゴリズムの設計から
状態は有限個になる

・競合比が目標値を下回ることを全状態でチェック

$Q_1^{(L)}$.left − P_1.left > 1
$R_1^{(L)}$.left − P_1.right > 1 ...

- 各スタイルの個数が所定の関係を満たすかチェック
- 各点の間隔について、各スタイルが所定の条件を満たすかチェック

・条件式は点のペア数だけ存在し、それぞれの条件式が成立するかしないか2通りの場合が生じる。
→ ZDD を用いて組合せ集合を保持