



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	命題論理に基づく確率モデルのためのBDDと順序符号化を用いた効率的なEMアルゴリズム
Author(s)	石畠, 正和; 亀谷, 由隆; 佐藤, 泰介 他
Description	ERATO 湊離散構造処理系プロジェクト春のワークショップ（キックオフシンポジウム）. 2010年5月28日（金）～29日（土）. ERATO湊プロジェクト研究室.
Relation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.304.
Issue Date	2011-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48404
Type	conference presentation
File Information	07.ishiwata.pdf



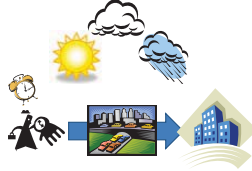
命題論理に基づく確率モデルのための BDDと順序符号化を用いた効率的なEMアルゴリズム

石畠正和⁽¹⁾, 亀谷由隆⁽¹⁾, 佐藤泰介⁽¹⁾, 湊真一⁽²⁾
(1) 東京工業大学 (2) 北海道大学

1. 命題論理に基づく確率モデル

遅刻の例題

- 寝坊する($O=true$)と遅刻する($L=true$)
- 渋滞する($J=true$)と遅刻する
- 渋滞の発生は天気依存する
- 寝坊は他の事象と独立である
- 遅刻の有無を観測して原因を推測する



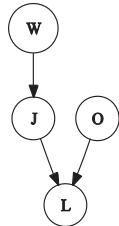
確率的事象を命題論理式で記述

$L \Leftrightarrow "O = true"$

$\vee ("W = sunny" \wedge "J(sunny) = true")$

$\vee ("W = cloudy" \wedge "J(cloudy) = true")$

$\vee ("W = rainy" \wedge "J(rainy) = true")$



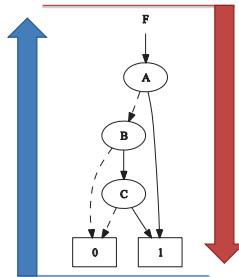
研究目的

命題論理に基づく確率モデルの
確率学習を効率的に実行する

EMアルゴリズム

Binary Decision Diagram (BDD)

順序符号化



2. EMアルゴリズム

不完全データに対して最尤法を実行する

E-step:

現在の確率より条件付き期待値を計算

M-step:

条件付き期待値を用いて確率を更新

BDD上で効率的
に計算する

尤度が十分に
収束するまで
繰り返す

3. BDDと順序符号化

BDD: 論理関数を圧縮表現 順序符号化: N値変数 X を効率よく扱う

直接符号化: X を N 個の命題変数で表現 順序符号化: X を N-1 個の命題変数で表現

$X = x^{(i)} \Rightarrow "X = x^{(i)}"$

ただし " $X = x^{(i)}$ " と " $X = x^{(i')}$ " は排反

$$X = x^{(i)} \Rightarrow \left(\bigwedge_{j=1}^{i-1} \neg X = x^{(j)} \right) \wedge X = x^{(i)} \quad 1 \leq i < N$$

$$X = x^{(N)} \Rightarrow \left(\bigwedge_{j=1}^{N-1} \neg X = x^{(j)} \right) \quad i = N$$

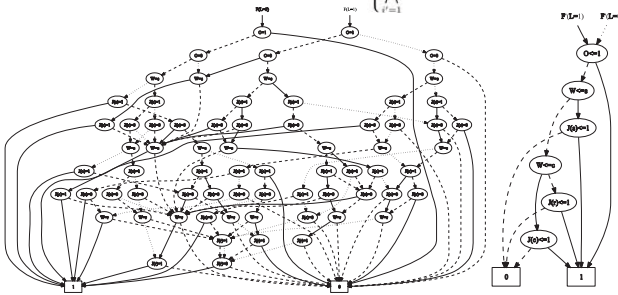
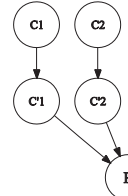


図 遅刻の例題を表すBDD(左)直接符号化(右)順序符号化

4. noisy-OR model

提案手法は原因数Nに比例する計算量で学習可能

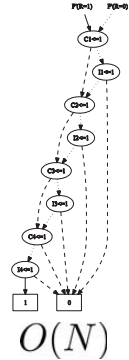


C_i	$P(C'_i = 0 C_i)$
0	1
1	p_i

$$P(I_i = true) = p_i$$

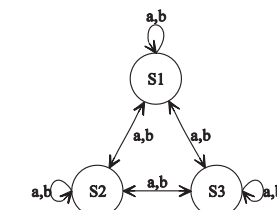
$$R \Leftrightarrow C'_1 \vee C'_2 \vee \dots \vee C'_N$$

$$\Leftrightarrow \bigvee_{i=1}^N (C_i \wedge \neg I_i)$$



5. 隠れマルコフモデル(HMM)

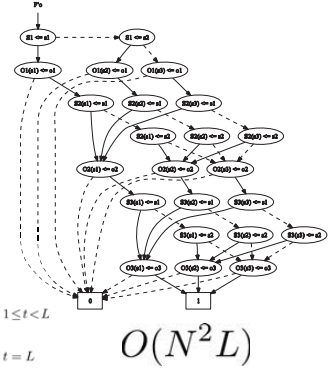
提案手法は $O(N^2L)$ の計算量で学習可能 (N: 状態数, L: 系列長)



$$F_0 = \bigvee_{i=1}^N ("S^{(1)} = s_i" \wedge F_0^{(1,i)})$$

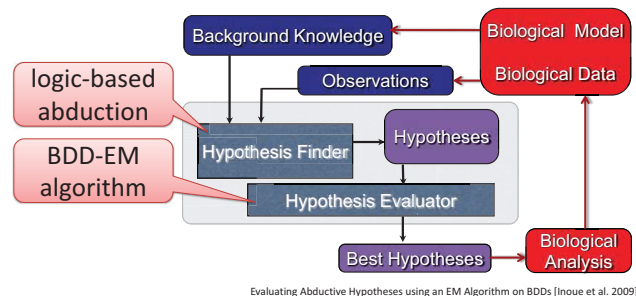
$$F_0^{(t,i)} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bigvee_{j=1}^N ("O^{(t)}(s_i) = o_t" \wedge "S^{(t)}(s_i) = s_j" \wedge F_0^{(t+1,j)}) \quad 1 \leq t < L \\ \bigvee_{j=1}^N "O^{(t)}(s_i) = o_t" \quad t = L \end{array} \right.$$



6. Statistical abduction in systems biology

提案手法はアブダクションで得られる任意の仮説を統計的に評価可能



Evaluating Abductive Hypotheses using an EM Algorithm on BDDs [Inoue et al. 2009]

Background Knowledge

$\text{conc}(X, Y, Z) \wedge \text{conc}(X, 0, T) \wedge \text{conc}(Y, L, T) \wedge \text{conc}(Z, 2, T) \Rightarrow \text{conc}(Y, L, T+1)$
 $\text{conc}(X, Y, Z) \wedge \text{conc}(X, L_1, T) \wedge \text{conc}(Y, L_2, T) \wedge \text{conc}(Z, L_3, T) \Rightarrow \text{conc}(Y, L_2, T+1)$
 $\text{conc}(X, Y, Z) \wedge \text{conc}(X, 2, T) \wedge \text{conc}(Y, L, T) \wedge \text{conc}(Z, 0, T) \Rightarrow \text{conc}(Y, 2, T+1)$

Observations

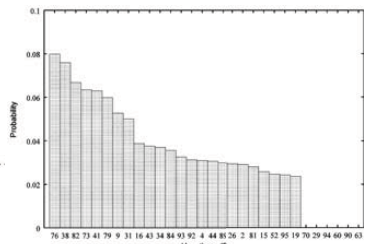
$\text{conc}(\text{glucose}, 0, 1), \text{conc}(\text{gfp}, 2, 1), \text{conc}(\text{fip}, 0, 1), \dots$

Hypotheses

$H_1 = \text{conc}(\text{glucose}, 0, 0), \text{conc}(\text{gfp}, 2, 0), \dots$

$H_2 = \text{conc}(\text{gfp}, 2, 0), \text{conc}(\text{fip}, 0, 0), \dots$

$H_{108} = \text{conc}(\text{glucose}, 0, 0), \text{conc}(\text{fip}, 0, 0), \dots$



Reconciling kinetic models and qualitative abstraction for relational learning on metabolic pathways [Synnaeve et al. 2010]