



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	回転によるタイリングについて
Author(s)	堀山, 貴史
Description	ERATO 세미나2010 : No.18, 2010年9月16日
Relation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.127-132.
Issue Date	2011-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48467
Type	conference presentation
File Information	18_all.pdf



ERATO セミナ 2010 - No. 18

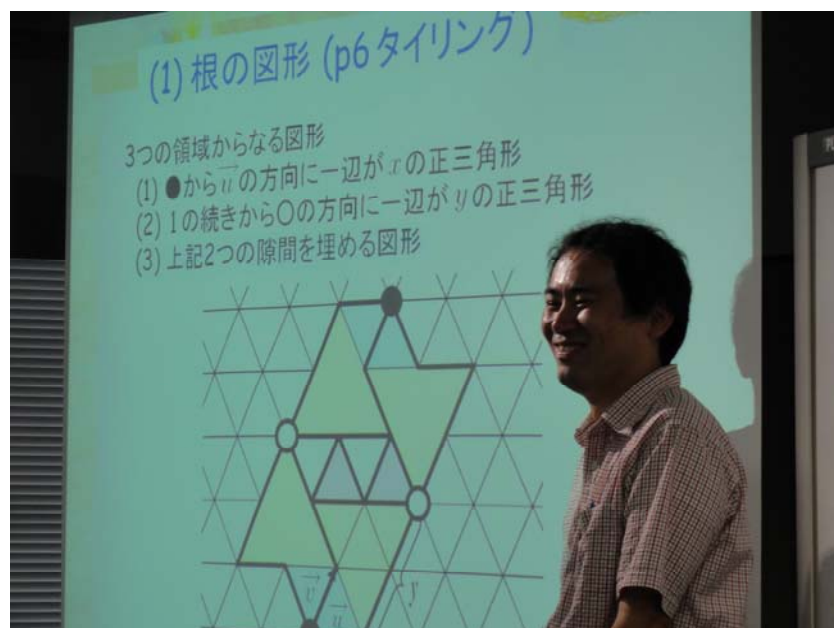
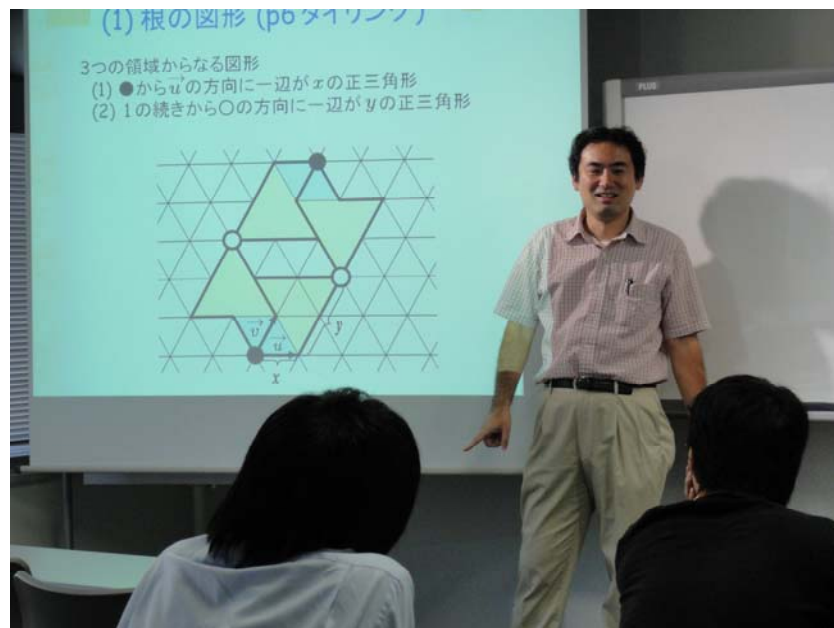
回転によるタイリングについて

堀山 貴史
埼玉大学

2010/9/16

概要

タイリングは、基本図形に平行移動、回転、すべり鏡映などの単純な操作を繰り返し適用することにより、隙間なく重なりなく平面を埋め尽くすことを指す。本発表では、回転操作によるタイリングに注目し、タイリング可能な基本図形を生成する手法を示す。具体的には、90 度回転による $p4$ タイリングと 60 度回転による $p6$ タイリングを対象とし、それぞれ **polyomino** (単位正方形の辺接続による図形) および **polyiamond** (単位正三角形の辺接続による図形) を基本図形とする。



ERATO 湊離散構造処理系プロジェクト セミナー

回転によるタイルングについて

埼玉大学 理工学研究科
堀山 貴史

2010年9月16日

<http://www.al.ics.saitama-u.ac.jp/>

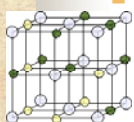


なぜ タイリング？

- デザイン
 - 絵画 … エッシャー
 - 織物 … 正倉院裂
 - 壁面装飾 … アルハンブラ宮殿 (スペイン)
 - 工業製品 … 浴衣/着物、カーテン、壁紙

■ 数学 / 結晶物理学

- 対称性の群 / 結晶の対称性
 - 17 種類の2次元空間群
 - 230 種類の3次元空間群



6

この講演で扱うタイリング

- 基本図形の回転、鏡映、平行移動など → 17種類のタイリング
 - 回転によるタイリング
 - p2 : 180° 回転
 - p3 : 120° 回転
 - p4 : 90° 回転
 - p6 : 60° 回転 (+ 120° 回転)

■ 基本図形の種類

polyomino



5-omino

polyiamond



4-iamond

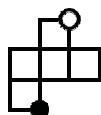
polyhex



4-hex

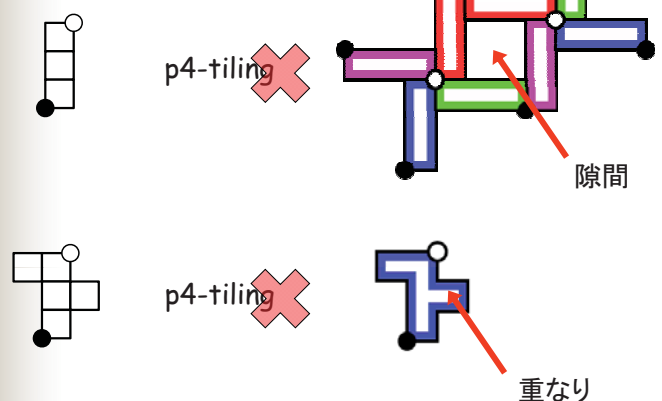
7

p4タイリング (90度回転でのタイリング)



8

p4タイリング (90度回転でのタイリング)



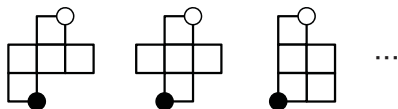
9

p4タイリング (90度回転でのタイリング)

- 隙間, 重なり なしで、平面を埋めつくす
- セルが連結

■ p4 タイリング の 生成

- 入力: ●と○の相対位置 (セル数 $n = \frac{x^2 + y^2}{2}$)
- 出力: p4 タイリング となる n-omino



10

p4タイリング の 生成

■ シンプルな手法 [H. Fukuda ら 2007]

- 図形を生成 → 過去の図形と同じなら、出力せず
- 試行錯誤で生成 → チェックを繰り返す … 計算時間 **大**
- 過去の図形を、すべて記憶 … 記憶量 **大**

■ 今日のオススメ 逆探索 を利用する手法

- ルールにしたがって、次の生成図形を計算
- 同じ図形を生成しない … 計算時間の**効率化**
- 過去の図形が不要 … 記憶量の**削減**

[T. Horiyama, M. Samejima 2009] [T. Horiyama, S. Yamane 2010]

11

逆探索 [D. Avis, K. Fukuda 1996]

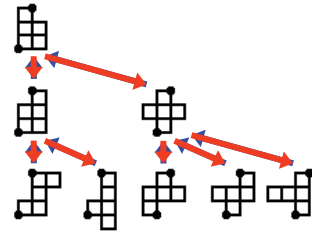
■ 列挙 (もれなく、重複なく) の手法

Step 1) 家系木 (列挙対象上の木構造) を定義

- 子 → 親 が一意に決まるルールを作る
- 繰り返すと、**根に到達** するように

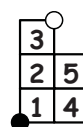
Step 2)

- 親 → 子 ルールを作る
- 根を出発してすべての子を生成可能



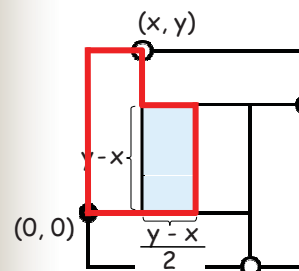
12

(1) 根の図形



(領域 1) ● と ○ の長方形

(領域 2) おまけの長方形



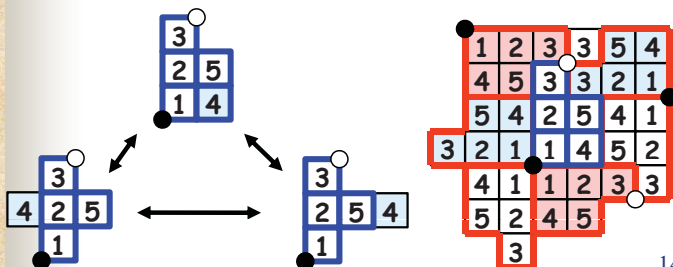
13

(1) 同値類

- 90° 回転では、セルの移動できる位置は、固定的

⇒ 移動の同値関係を定義

⇒ セルを1つ選んで、同値類の間で移動

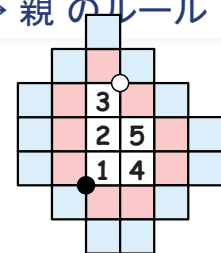


14

(1) 子 → 親 のルール

近さ (level)

■ 根の図形



- 0
- 1
- 2

(基本ルール)

- 根の図形に**近づく**るように、セルを1つ移動

(追加ルール)

- 複数個のセルが移動可能なら、**番号の小さいセル**を近づく

15

(2) 親 → 子のルール

(子 → 親 の 基本ルール)

- 根の図形に近づけるように、セルを1つ移動

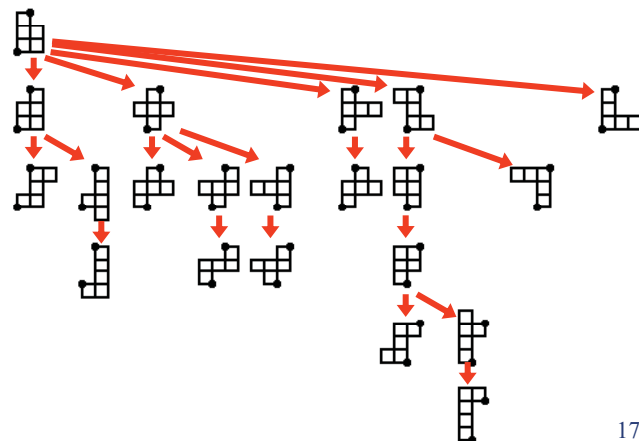
(親 → 子 の 基本ルール)

- 根の図形から遠ざけるように、セルを1つ移動

追加ルールについても同様に、親 → 子のルールを作る

16

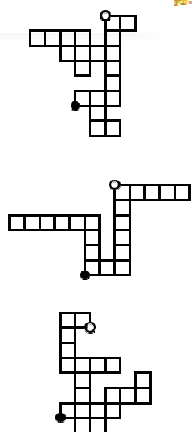
5-omino の 列挙



17

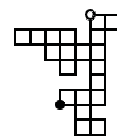
実験結果 (p4タイリング)

n	個数	計算時間 (秒)
4	9	0.01
5	21	0.01
8	166	0.01
9	317	0.02
10	596	0.03
13	4,167	0.30
16	26,448	2.56
17	48,970	5.71
18	90,652	10.74
20	302,042	46.26

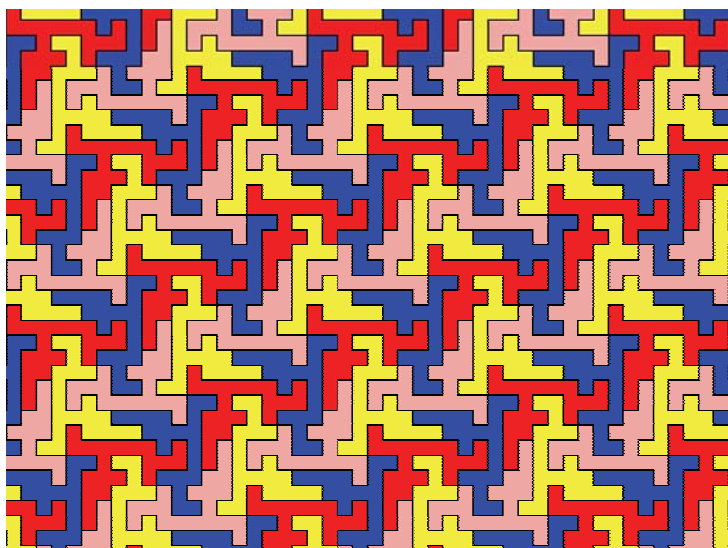


Intel Xeon 3.0 GHz / Debian GNU/Linux 18

実験結果



19



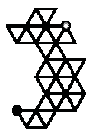
実験結果 (p6タイリング / 60° 回転)

n	個数	計算時間 (秒)
3	2	0.01
4	6	0.01
7	22	0.01
9	62	0.01
12	412	0.04
13	530	0.06
16	3,063	0.54
19	10,722	2.01
21	28,276	6.72
25	194,557	72.17

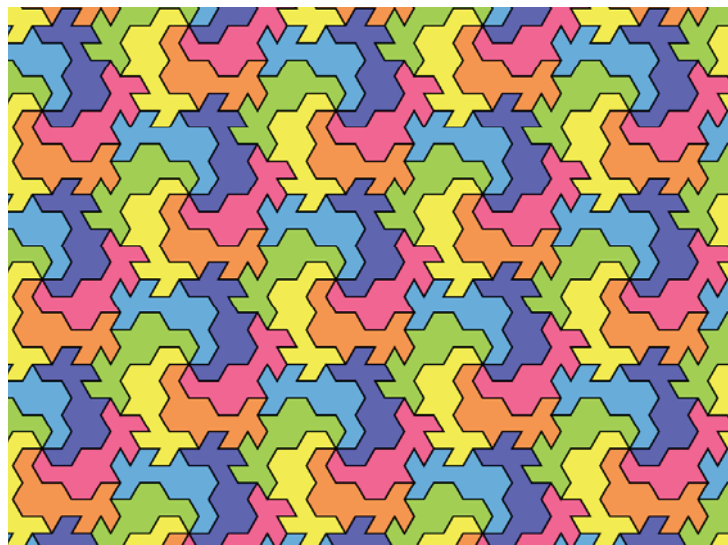
メモリ使用量 :
368k バイト

Intel Xeon 3.0 GHz / Debian GNU/Linux 21

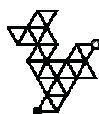
Experimental Results (25-diamond)



22

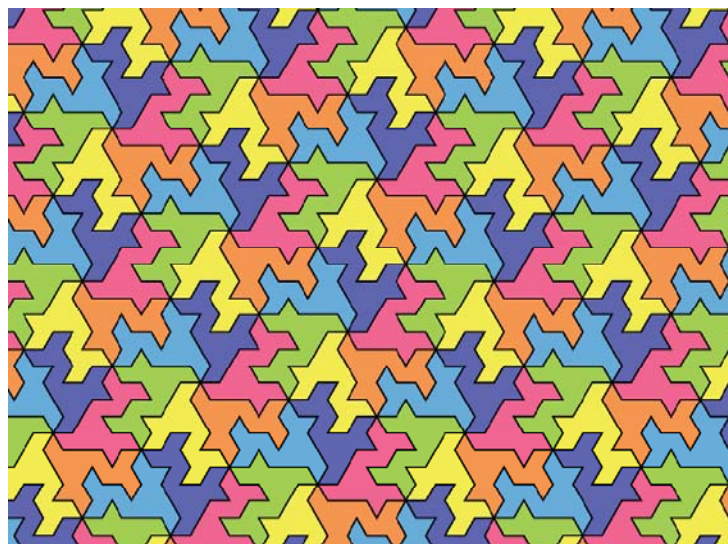


Experimental Results (21-diamond)



鳥?

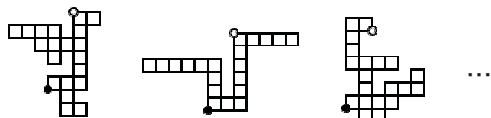
24



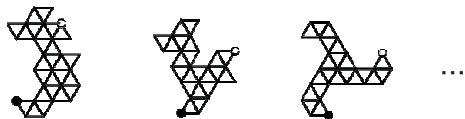
まとめ

■ 列挙の技法を使って、楽しいタイリング

■ p4 タイリング (90° 回転)



■ p6 タイリング (60° 回転)



<http://www.al.ics.saitama-u.ac.jp/horiyama/research/>
「タイリングを生成してみる」で、新しいタイリングが次々と出てきます

26