Title	量子回路設計とは?
Author(s)	山下, 茂
Description	ERATOセミナ2010 : No.13. 2010年8月20日
Relation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.91-95.
Issue Date	2011-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48472
Type	conference presentation
File Information	13_all.pdf

ERATO セミナ 2010 - No. 13
量子回路設計とは？

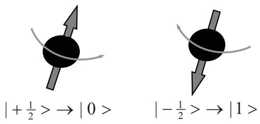
山下茂
立命館大学 情報理工学部 情報システム学科

2010/8/20

概要

量子回路で計算を行うとは，どのようなことであるのかを基本的な内容を含め説明する．また，「量子回路設計」の意味について概説する．

量子状態



- スピン1/2粒子系など 2状態系で実現する

・光の偏光 （０°と ９０°）
・電子のスピンの向き （↑ と↓）
・量子ドットのエネルギー準位（基底と励起）
・etc.

量子状態 $1/\sqrt{2}\,|0\rangle + 1/\sqrt{2}\,|1\rangle$ 公理１

↓

重ね合わせ状態 公理2

もし、観測すると、0と1が1/2の確率で得られる。

0 0

量子計算のモデル

量子ビット $\alpha|\mathbf{0}\rangle + \beta|\mathbf{1}\rangle$ （α, β: 確率振幅）

“区別”可能な2つの状態の任意の量ね合わせ

確率$|\alpha|^2$で$|\mathbf{0}\rangle$， 確率$|\beta|^2$で $|\mathbf{1}\rangle$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha|\mathbf{0}\rangle + \beta|\mathbf{1}\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

量子ゲート ***ユニタリ変換***

量子ビットへの“ある種の”操作

1

量子ビット

古典的な1ビットの内容は… ０ もしくは １

量子計算機における1ビットの内容は…

$$\alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (\alpha, \beta \in \mathbf{C})$$

“0である状態と1である状態の重ね合わせ”

α : 状態 $|0\rangle$ の振幅 β : 状態 $|1\rangle$ の振幅

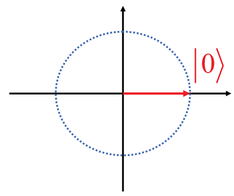
0が観測される確率＝$|\alpha|^2$ ＆ 1が観測される確率＝$|\beta|^2$

2 2

量子ビットの表現

1量子ビット＝2次元複素ベクトル（長さ1）

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

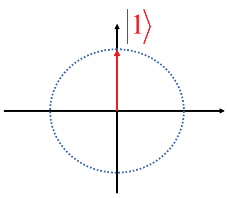


3 3

量子ビットの表現

1量子ビット＝2次元複素ベクトル（長さ1）

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

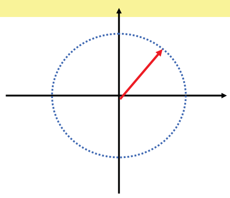


4 4

量子ビットの表現

1量子ビット＝2次元複素ベクトル（長さ1）

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



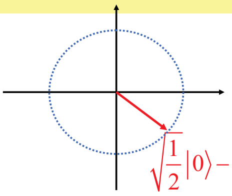
$$\sqrt{\frac{1}{2}}|0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{1/2} \\ \sqrt{1/2} \end{pmatrix}$$

5 5

量子ビットの表現

1量子ビット＝2次元複素ベクトル（長さ1）

$$|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\quad |1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$



$$\sqrt{\frac{1}{2}}|0\rangle - \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle = \begin{pmatrix}\sqrt{1/2}\\-\sqrt{1/2}\end{pmatrix}$$

6

6

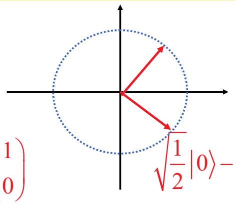
量子ビットの表現

ベクトルの内積が0　→　直交

ベクトルの内積の2乗が観測確率になる

（以下の3つのベクトルで確認だけ）

$$\sqrt{\frac{1}{2}}|0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle = \begin{pmatrix}\sqrt{1/2}\\\sqrt{1/2}\end{pmatrix}$$



$$|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}}|0\rangle - \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle = \begin{pmatrix}\sqrt{1/2}\\-\sqrt{1/2}\end{pmatrix}$$

7

7

量子演算

- もう少しだけ数学的なお話．．．

量子演算

24

24

量子ゲート

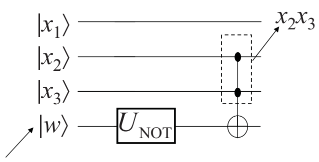
NOT演算

$$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \Longleftrightarrow |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} \quad \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$U_{NOT} = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$$

制御演算

コントロールビット $x_2 x_3$ が全て1の時に、ターゲットビット w に演算



量子ビット

25

25

NOT演算　＝X

$$U_{\mathrm{NOT}}|0\rangle = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = |1\rangle \qquad (0\to1)$$

$$U_{\mathrm{NOT}}|1\rangle = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = |0\rangle \qquad (1\to0)$$

$$|0\rangle \;—\boxed{U_{\mathrm{NOT}}}—\; |1\rangle$$

26

26

Hadmard変換

$$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} \quad H = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1&1\\1&-1\end{bmatrix}$$

とすると　　　次のスライドで計算

$$H\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} + 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

つまり、

$$|0\rangle —\boxed{H}— \boxed{1/\sqrt{2}\,|0\rangle + 1/\sqrt{2}\,|1\rangle)}$$

$|0\rangle$ と $|1\rangle$ が，1/2の確率で重ね合わされた状態

27

27

Hadmard変換

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

$$|0\rangle \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

28 28

2ビット演算　CNOT

左の量子ビットが1のときに右の量子ビットXを適用

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \xrightarrow{CNOT} ?$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \to \left(\frac{1}{2}|00\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle\right)$$

29 29

関連知識

パウリ行列

エラー訂正などによくでてきます。

37 37

パウリ行列

$$X = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix} \quad Y = i\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

$$X|0\rangle = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = |1\rangle$$

$$X|1\rangle = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = |0\rangle$$

$$Z|1\rangle = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix} = -|1\rangle$$

38 38

パウリ行列の固有ベクトルと観測

$$X = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

$$X\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}$$

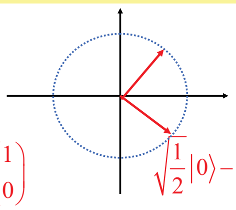
$$X\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix} = (-1)\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$$

39 39

Mxとは？

ベクトルの内積が0　→　直交

ベクトルの内積の2乗が観測確率になる



$$\sqrt{\frac{1}{2}}|0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle = \begin{pmatrix}\sqrt{1/2}\\ \sqrt{1/2}\end{pmatrix}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}}|0\rangle - \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle = \begin{pmatrix}\sqrt{1/2}\\ -\sqrt{1/2}\end{pmatrix}$$

40 40

パウリ行列の固有ベクトルと観測

$$Z=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

$$Z\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

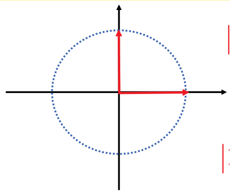
$$Z\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=(-1)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

41 41

Mzとは？

ベクトルの内積が0 → 直交

ベクトルの内積の2乗が観測確率になる



$|0\rangle=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

$|1\rangle=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

42 42

量子回路

• 量子操作の物理的イメージとしては、

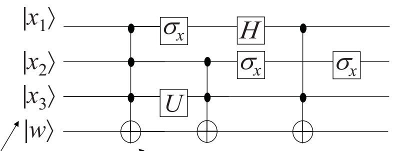
量子回路

こっちのほうがわかりやすい（はず？）

43 43

量子回路 （実はプログラム）

量子状態への操作の流れ



量子ビット

$\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle$

ある物理系

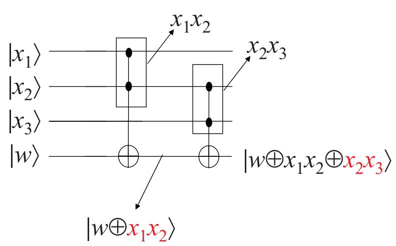
量子ゲート ある操作

(ユニタリ変換)

公理2

44 44

ANDやORは量子の世界にはない!

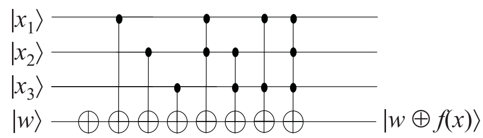


CNOT(制御NOT)
EXOR (排他的論理和)を計算

*入力が$|0\rangle|0\rangle|0\rangle$ から$|1\rangle|1\rangle|1\rangle$までの量ね合わせでも可

45 45

でも、どんな関数でも実現できる



$$f(x)=x'_1x'_2x'_3=1\oplus x_1\oplus x_2\oplus x_3\oplus x_1x_2\oplus x_2x_3\oplus x_1x_3\oplus x_1x_2x_3$$

46 46