



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ペンマン式およびプレストリ・テラー式のボーエン比に関する考察
Author(s)	浦野, 慎一
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 75, 91-107
Issue Date	2012-03-19
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.75.91
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/49063
Type	departmental bulletin paper
File Information	75-P91-107.pdf



ペンマン式およびプレストリ・テラ式のボーエン比に関する考察

浦野 慎一

北海道大学大学院農学研究院環境資源学部門

(2012 年 1 月 16 日受理)

Study on Bowen Ratios shown in the Penman and Priestley-Taylor Equations

Shin-ichi URANO

Division of Environmental Resources, Graduate School of Agriculture, Hokkaido University

(Received January 16, 2012)

The bowen ratios shown in the Penman(1948)(PE) and Priestley-Taylor(1972)(PT) equations, widely used to estimate evaporation rate from saturated surface, were studied theoretically, and a new method was proposed based on the structures of equations.

The PE equation has two terms. The first term X uses the decline of saturation vapor pressure curve Δ , and uses the parameter of γ/Δ (γ is psychrometric constant) as a substitute for the actual Bowen ratio β . And the second term Y uses the vapor pressure deficit Δe and wind function $f(u)$, and uses the parameter of $E_a (=f(u)\Delta e)$ as a substitute for the actual flux caused by the actual vapor pressure difference. Because these of γ/Δ and E_a are the provisional parameters which differ according to reference height, both value of X and Y is also provisional in the estimation of evaporation rates. That is to say, the Penman equation has a structure that divides the evaporation rate into two parts, X and Y, and estimates each value using the provisional parameters γ/Δ and E_a , which are variables that change with changes in height. The Penman equation can be applied at any reference height if the wind function is known at that height. Under natural average conditions with a positive Bowen ratio, the constant Bowen ratio line in psychrometric chart is the shape of going to upper right. Therefore, the ratio of X to the whole rate increases as the reference height nears the surface.

On the other hand, the PT equation consists of one term which has the structure of multiplying the first term X of PE equation by coefficient α . The α is a coefficient to correct the error due to ignore the second term Y of PE equation, and also to correct the difference of γ/Δ from actual Bowen ratio β . Hence, coefficient α is also provisional parameter which differ according to reference height. As it is clear from the characteristic of the X and Y of PE equation, and as Priestley and Taylor(1972) have already mentioned, if the reference height nears surface this α becomes to be nearly equal 1. This suggests that under natural average conditions of evaporation occurring, the Bowen ratio can be approximated γ/Δ_s (Δ_s is the decline of saturation vapor pressure curve at saturated surface).

If we assume that the thin layer on the saturated surface has the Bowen ratio β as the form of the $\gamma/\Delta s$, the temperature and vapor pressure at any height should fall along the constant Bowen ratio line shown as Δs in the psychrometric chart. If so, the equations of PE and PT are resulted end in the equation of Bowen ratio method, and we can decide β from the observation data of only one height because we can easily estimate Δs using computer calculation. The advantage of this method are; only one point data at the height of z is needed, the wind speed data and wind function of PE equation are not needed, and coefficient α of PT equation become useless. In this study, this method was proposed as the name of Surface Bowen Ratio (SBR) method, and it was verified using data from two lakes, Hokkaido, Japan. The resulting values calculated from the SBR method were close to those from the original Penman method and it was thus proven that this method has potential as an effective method for estimating evaporation rates more easily. The SBR method is on the basis of above assumption. Hence, it is necessary to confirm the effectiveness of assumption hereafter.

I. は じ め に

地表面からの蒸発散量については、今まで様々な測定方法が提案され、その精度や適用範囲などが議論されてきた。しかし、それら測定法に含まれている物理的意味については解釈がまちまちで、まだ十分に議論されていないように思える。特に、地表面の熱収支を基礎としたボーエン比法 (Bowen, 1926), ペンマン (PE) 法 (Penman, 1948, 1954, 1956), ペンマン・モンテュース (PM) 法 (Monteith, 1965, Monteith et al., 1990), プレストリ・テーラ (PT) 法 (Priestley and Taylor, 1972) に関しては、それぞれの方法に含まれている共通の前提や仮定およびその関連性について、ほとんど議論されていない。これらの方法は理論的には議論する余地がないほど明快であり、より精度を高める観測法と結果の解釈だけが問題であるかのような使われ方をしている。

地表面からの蒸発・蒸散は、地表面への熱の供給をベースに、大気との水蒸気圧の差、風速、植物の気孔の開閉などが誘因となって生じる現象である。またそれは地表面の状態、大気の安定度等で変化する。このように蒸発現象は複雑であるが、その結果生じる地表面の熱収支は比較的簡単な式で表わされる。したがって蒸発散量の測定法は、誘因を基礎とした方法と結果を基礎とした方法に大別される。前者が空気力学的方法で後者が熱収支法である。なお現在広範囲に行われている渦相関法は、風速成分と水蒸気の乱流変動に着目してフラックスを求める方法で、広い意味では空気力学的方法に含められるが、第三の方法として位置づけられている。空気力学的方法は瞬時値の把握など比較的短期の測定に使用されるが、熱収支法は主として長期間の平均値を求める方法として使われている。その理由は、短時間における熱収支の変化を観測で精度よく求めることが困難であること、しかしそれを長期的な平均値として求めると結果的に誤差が小さくなるためである。

蒸発散量を考える場合、蒸発散の誘引と結果は区別して考えなければならない。この区別を明確にしておかないと、測定した結果の解釈に誤謬が生じる。例えば、ペンマン (PE) 式および

ペンマン・モンティース (PM) 式はともに二つの項からなっており、第一項には有効エネルギーが、第二項には風速関数と飽差が使われている。このため第一項を熱収支項、第二項を空気力学項とする呼称が一般化している。しかし、項を呼称で区別するだけでなく、その内容として、第一項が熱収支に起因する量、第二項が空気力学に起因する量であるかのような解釈が行われているのは疑問である。熱収支は蒸発散の結果として現れる現象であるから、誘因とは別の現象である。このような解釈が生じるのは、PE 式の物理的構造が十分に理解されていないためである。

PE 法、PT 法は、いずれもボーエン比法を基礎にした方法である。しかし、これらの方法におけるボーエン比 β の考え方について、理論的に考察した例は少ない。 β がそれぞれの式の中にどのように組み込まれているかを精査すれば、各方法に共通する物理的な意味や問題点等が明らかになり、新しい測定法の開発にも道が開かれる。そこで著者は、PE 法、PM 法、および PT 法に含まれているボーエン比 β の考え方を式とグラフを使って理論的に整理することを試みた。実際の蒸発現象は複雑であるが、ここでは上記熱収支法的前提となっている基本的な考え方と仮定に焦点を当てて考察した。また各式の前提と構造から示唆される新しい方法を考察したので、その結果を報告する。

II. コンスタントフラックスとボーエン比

一般に、地表面の熱収支は次式で表される。

$$Q_T = R_N - G = H + LE \quad (1)$$

但し、 Q_T ：有効エネルギー、 R_N ：正味放射量、 G ：地中（水中）への熱輸送量、 H ：顕熱伝達量、 LE ：潜熱伝達量、（以上、単位は $\text{Jm}^{-2}\text{h}^{-1}$ または $\text{Jm}^{-2}\text{day}^{-1}$ ）
 l ：蒸発の潜熱 (Jkg^{-1})、 E ：蒸発散量 ($\text{kgm}^{-2}\text{h}^{-1}$ または $\text{kgm}^{-2}\text{day}^{-1}$)

（注： R_N と G は下向きが正、 LE と H は上向きが正

ここで、(1)式の H 、 LE はそれぞれ次式で表される。

$$H = -C_p \rho K_H \frac{dT}{dz} \quad (2)$$

$$LE = -l \rho K_E \frac{dq}{dz} = -\frac{0.622l\rho}{P_T} K_E \frac{de}{dz} \quad (3)$$

但し、 ρ ：空気密度 (kgm^{-3})、 C_p ：空気の定圧比熱 ($\text{Jkg}^{-1}\text{°C}^{-1}$)、 z ：高さ (m)

K_H 、 K_E ：顕熱と水蒸気の乱流拡散係数 (m^2h^{-1})、 P_T ：大気圧 (hPa)

T 、 q 、 e ：高さ z での気温 (°C)、比湿 (kgkg^{-1}) および水蒸気圧 (hPa)

0.622：水蒸気と乾燥空気の分子量の比

ボーエン比法は、顕熱伝達量 H と潜熱伝達量 LE の比をボーエン比 (Bowen, 1926) と定義し、正味放射量 R_N と地中への熱輸送量 G を観測して有効エネルギー Q_T を求め、上記ボーエン比 β

と Q_T を使って H と lE を求める方法である．この方法は熱収支法における最も基本的な方法で、地表面の状態（飽和，不飽和）に関係なく実蒸発散量を求める方法として広く使われている（浦野ほか，1994）．ここで， β は地表面に近い 2 高度の気温・湿度の観測値から求められる．すなわち β は，2 高度における厚さ Δz の空気層を考え， Δz における顕熱と潜熱の乱流拡散係数は等しい ($K_H = K_E$) と仮定すれば，(2)，(3)式をもとに次式から求められる．

$$\beta = \frac{H}{lE} = \frac{C_p(T_1 - T_2)}{l(q_1 - q_2)} = \gamma \frac{(T_1 - T_2)}{(e_1 - e_2)} \quad (4)$$

但し， γ ：乾湿計定数 ($= C_p P_T / 0.622 l \doteq 0.66$ ， 単位：hPa $^{\circ}\text{C}^{-1}$)

(4)式から β が求められれば， lE と H は β を使ってそれぞれ次式から求められる．

$$lE = \frac{Q_T}{1 + \beta}, \quad H = \frac{\beta Q_T}{1 + \beta} \quad (5), (6)$$

ボーエン比法は、移流の影響がないことを前程としているため、観測にあたっては十分なフェッチ（吹送距離）が必要である．また定常状態を前程としているが、地表面のフラックスは乱流の中で生じる現象であるから、安定した値を得るためには観測値はある程度の時間幅を持った平均値が必要になる．

また、ボーエン比法には次のような仮定がある．すなわち、接地境界層内では顕熱、潜熱伝達量が鉛直方向で一定であるというコンスタントフラックスの仮定である．この仮定は、観測する 2 高度を接地境界層内のどの高さでとつてもフラックスは一定であり、したがってボーエン比 β も一定であるということを意味している．これはボーエン比法が微分で表記された輸送式を差分で考えた測定法であるから、この測定法自体がもっている当然の仮定である．さらにこの仮定は、上記観測で求めたフラックスは地表面付近まで一定 (β も一定) であり、したがってそのフラックスが蒸発散量に等しい、ということの意味している．これは、ボーエン比法が定常状態を前程としていることから導かれる当然の仮定である．このようにボーエン比法は、接地境界層内ではコンスタントフラックスが成立しており、したがって β も一定であるという仮定を基礎に、2 高度間のフラックス観測から地表面のフラックスを推定する方法である．ボーエン比法が単なるフラックスの観測法ではなく、蒸発散量測定法として使われている理由は、このようなコンスタントフラックスの仮定があるためである．この仮定は気象学的方法で蒸発散量を測定する場合に共通な基本的前提であり、測定法の物理的な意味を考えるうえで極めて重要である．

ここで、ボーエン比法の意味をグラフで考えてみる．図 1 は、標準大気圧における気温と水蒸気圧の関係を示したグラフで、熱工学の分野では空気線図と呼ばれているグラフである．図中の曲線は飽和水蒸気圧を示す曲線である．空気の温湿度状態はこのグラフ上の 1 点にプロットされる．この図に地表面付近の空気の状態を高さごとにプロットすると、もしコンスタントフラックスが成立していればそれら各点は直線上に並ぶことになる．この直線がボーエン比一定の直線で

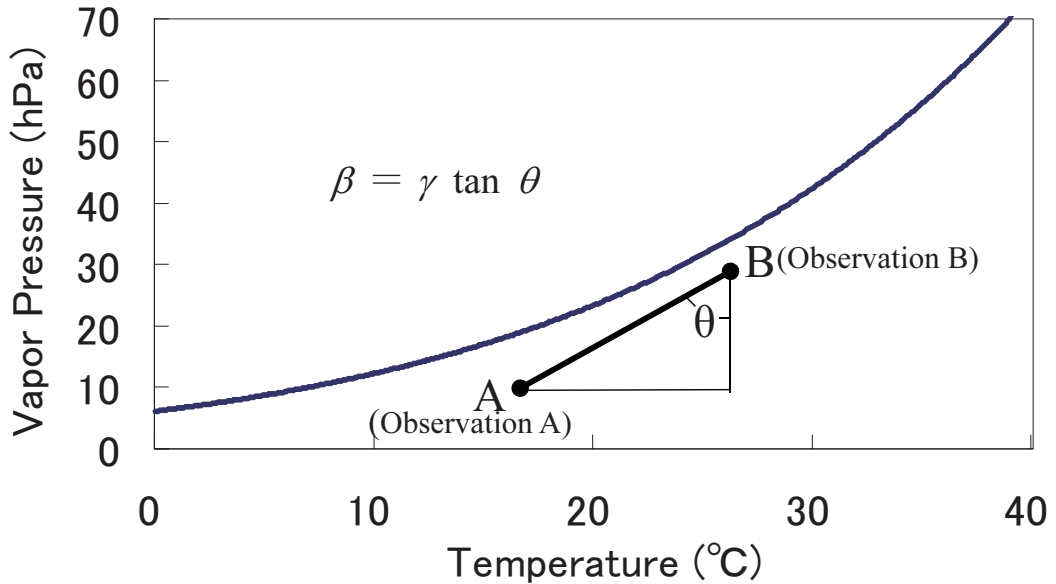


Fig. 1. Constant bowen ratio line, AB, in Bowen Ratio Method.

Point A and B are the air conditions at the different observation heights of $z(A)$ and $z(B)$, respectively.

あり，ボーエン比 β はこの直線の勾配の逆数に乾湿計定数 γ を掛けた値（図中の $\gamma \tan \theta$ ）で示される．つまり，この直線がわかればその傾きから β が求められる．ボーエン比法が異なる 2 高度の観測値を必要とするのはこのためである．図 1 には，観測した 2 高度 A (T_1, e_1), B (T_2, e_2) と直線 AB が示されているが，この直線 AB における B の延長上に地表面の空気があることになる．実際の温湿度分布は乱流により変動しているから瞬時値では直線上にプロットされないかもしれないが，ボーエン比法はある時間内の平均的状态として，このような β 一定の直線を想定した測定法である．

Ⅲ. ペンマン（PE）法におけるボーエン比

1. ペンマン（PE）式の導出

ペンマン（PE）法は熱収支法に空気力学的方法を組み合わせた方法である．しかし基本的にはボーエン比法をベースにした熱収支法であるため，方法に含まれる前提と仮定はボーエン比法と全く同じである．この方法の特徴は，開水面など飽和した地表面からの蒸発を前提とし，地表面から観測高度 z までの空気層を考え， z の温湿度からボーエン比 β を推定していることである．つまり 1 点の高さの観測値から β を推定するのであるが，地表面が飽和しているという条件とコンスタントフラックスの仮定がそれを可能にしている．

図 2 は，空気線図上に地表面の空気 S (T_s, e_{ss}) と観測高度 z の空気 A (T_a, e_a) をプロットしたグラフである．地表面は飽和しているという条件により，S は必ず飽和水蒸気圧の曲線上

にプロットされる．両者を結んだ直線 AS がボーエン比 β 一定の直線になるから， β は直線 AS がわかれば求められる．ここで，線分 AS を斜辺とする直角三角形の第三の頂点を B (T_s, e_a)，A の飽和状態を C (T_a, e_{as})，C から直線 BS に降ろした垂線の交点を D (T_s, e_{as}) とすると，ペンマン法のボーエン比 β_p は次のようになる．

$$\beta_p = \gamma \frac{\overline{AB}}{\overline{BS}} = \gamma \frac{\overline{AB}}{\overline{DS}} \cdot \frac{\overline{DS}}{\overline{BS}} = \gamma \frac{\overline{CD}}{\overline{DS}} \cdot \frac{\overline{DS}}{\overline{BS}} \quad (7)$$

(7) の $\overline{CD}/\overline{DS}$ は直線 CS の勾配の逆数である．これを C (T_a, e_{as}) における飽和水蒸気圧の勾配 Δ の逆数で近似し，線分をそれぞれ温度と水蒸気圧で置き換えると，次のようになる．

$$\beta_p = \gamma \frac{\overline{CD}}{\overline{DS}} \cdot \frac{\overline{DS}}{\overline{BS}} = \frac{\gamma}{\Delta} \cdot \frac{e_{ss} - e_{as}}{e_{ss} - e_a} = \frac{\gamma}{\Delta} \cdot \left(1 - \frac{e_{as} - e_a}{e_{ss} - e_a}\right) \quad (8)$$

但し， T_s, e_{ss} ：地表面の空気 S の温度 (°C) と飽和水蒸気圧 (hPa)， T_a, e_a ：高さ z の空気 A の温度 (°C) と飽和水蒸気圧 (hPa)， e_{as} ：温度 T_a における飽和水蒸気圧 (hPa)

Δ ：観測高度の気温 T_a における飽和水蒸気圧の勾配 ($= de/dT$)

(8) 式がペンマン法におけるボーエン比 β の推定式である．(8) 式は，まず観測高度 A の気温 (T_a) における飽和水蒸気圧の勾配 Δ を使って直線 CS のボーエン比 (γ/Δ) を近似し，それから直線 AS のボーエン比 β_p を推定するという構造になっている．

(8) 式の β_p を (5) 式の β に代入して整理すると，次のようになる．

$$Q_T = \left(1 + \frac{\gamma}{\Delta}\right) lE - \frac{\gamma}{\Delta} \cdot \left(\frac{e_{ss} - e_a}{e_{ss} - e_a}\right) lE \quad (9)$$

一方，空気力学的方法では，一般にフラックス (蒸発量) E は 2 点間の水蒸気圧差 ($e_{ss} - e_a$) に輸送係数を乗じて計算される．輸送係数にはダルトンの風速関数，ソーンスウェイトの係数 (Thornthwaite and Holzman, 1939)，バルク交換係数 (Bulk, 1945, 近藤, 1994)，空気力学抵抗 (Monteith, 1965) など様々な表現があるが，ペンマンは風速関数 $f(U)$ を使った． $f(U)$ を使えば潜熱伝達量 lE は次のように表される．

$$lE = lf(U) \cdot (e_{ss} - e_a) \quad (10)$$

これを (9) 式の右辺第二項の lE に代入して整理すると，($e_{ss} - e_a$) が消去されて最終的に観測高度 z における飽差 ($e_{as} - e_a$) を使った次式が導かれる．

$$lE = \frac{\Delta Q_T}{\Delta + \gamma} + \frac{\gamma lf(U)(e_{as} - e_a)}{\Delta + \gamma} = \frac{\Delta Q_T}{\Delta + \gamma} + \frac{\gamma lE_a}{\Delta + \gamma} \quad (11)$$

但し， $E_a = f(U) \cdot (e_{as} - e_a)$

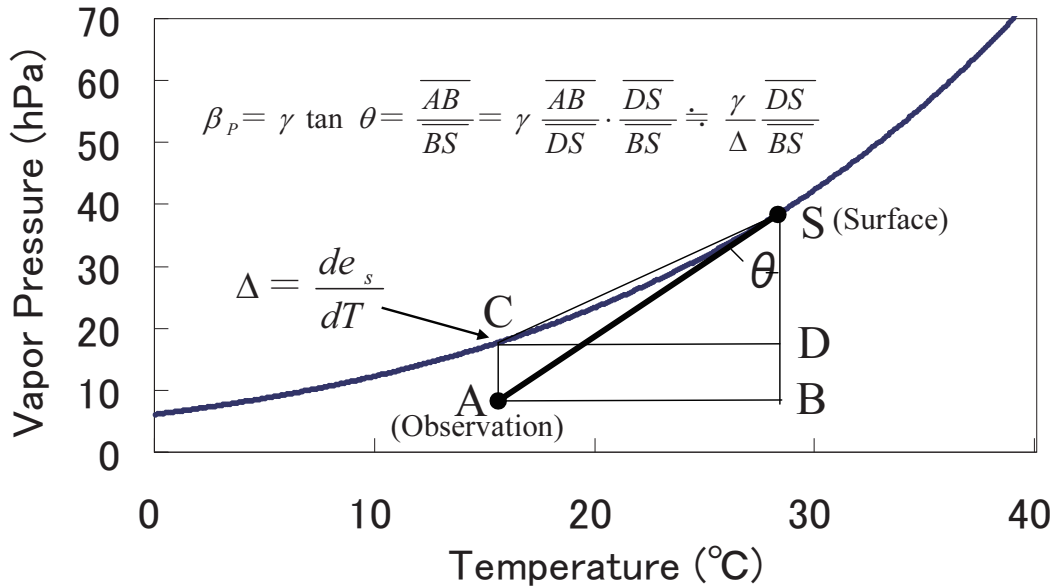


Fig. 2. Constant bowen ratio line, AS, in Penman Method.

Point A is the air condition at the observation height of $z(A)$, and S is the air condition at the saturated surface of $z=0$, which is not observed.

上記(11)式がいわゆるペンマン (PE) 式である。ペンマンは観測高度 z を 2 m とした場合の風速関数 $f(U)$ (日単位) として、以下の式を提示しているが、PE 式は高さ z に見合った $f(U)$ を使えばどの高さでも成立することを理解しておく必要がある。

$$f(U) = 0.262 + 0.141U, \text{ (Penman (1948) の式を単位換算して表示)}$$

$$f(U) = 0.131 + 0.141U, \text{ (Penman (1954, 1956) の式を単位換算して表示)}$$

但し、 U : 観測高度 (地上 2 m) の風速 (ms^{-1})

なお上記 $f(U)$ については、ペンマンが提示した式のほかにも現在様々な式が提案されている (Doorenbos and Pruitt, 1975, Brutsaert, 1982, Allen et al., 1998)。

PE 式は、 LE が有効エネルギー Q_T と観測高度の温湿度だけから求められるのが特徴である。(11) 式の Q_T には地中 (水中) への熱輸送量 G が含まれているが、ペンマンは当初、1 日以上以上の期間を想定して G を無視した式を提示した。しかしその後の多くの研究で、湖等の測定では G を無視できないこと、また G を含めれば時間単位の推定も可能なことが確認され、現在では G を含んだ上記(11)式が広く使われている。また PE 式の信頼性、使用方法等についても様々な角度から検討されている (Sene., et al., 1991, Linacre, 1993, 三浦ほか, 1993, 浦野, 1996)。

2. ペンマン (PE) 式の物理的意味と留意点

PE 法では、一般に PE 式の右辺第一項が熱収支項、第二項が空気力学項と呼称されている。これは、第一項がボーエン比 β を γ/Δ とおいた場合のボーエン比法の式 ((5) 式) と同じであり、

第二項が風速関数を使った空気力学的方法の式になっているためである。しかし、これら第一項と第二項は観測高度 z によって値が変化することに留意すべきである。例えば図 2 で、 z が地表面 S に近づくと Δ が大きくなって第 1 項の値が大きくなる。しかし潜熱伝達量 IE はどの高さでも一定（コンスタントフラックス）であるから、両者の合計値 IE は変わらない。したがって第二項の値は、第一項の値が大きくなった分だけ逆に小さくなる（地表面に近くなると $f(U)$ は大きくなるが、飽差は小さくなり Δ も変わるため、結果的に値が小さくなる）。つまり、第一項の γ/Δ は計算のために導入された仮のパラメータであり実際のボーエン比ではない。同様に第二項の風速関数と飽差の積 (E_a) も計算のために出てくる仮のパラメータであり、実際のフラックスではない。これらは実際のフラックスに関係なく高さ z で変化するパラメータである。このように、PE 式は z によってパラメータが変り、第一項と第二項の値が変わる構造になっており、各項の値は計算のための仮の値である。つまり PE 式は z によって計算の配分を変えているだけである。

Javis and McNorton (1990) は、PE 式の第一項と第二項の配分をデカップリング係数 Ω で表現し、 Ω を地表面と大気の結びつきの強さを示すパラメータとしている。また、(11) 式の E_a を大気の駆動力を示す関数 (atmosphere driving power) とする解釈もある (Rimmer, et al., 2009)。しかし、 Ω も E_a も観測高度 z によって変化するから、同一の蒸発現象には使えない。 Ω や E_a を使って議論する場合は、異なる二つ以上の蒸発現象を共通の高さ z で観測して比較するなど、使用方法に留意する必要がある。

PE 式は地表面が飽和しているという前提で成り立っている。しかし (11) 式は、地表面が飽和していない場合でも「可能蒸発量」を求める式として使われている (Penmann, 1954, 中尾, 1972, 岩本ほか, 1997, Romano et al., 2009)。これは、「地表面が飽和している」という仮想状態の蒸発量を、現在の温湿度分布から推定しようとするものである。しかし、実際の観測値は地表面が飽和していない状況で形成された温湿度であり、もし地表面が飽和していたらフラックスが変わるから別な値になるはずである。また、(11) 式から計算される可能蒸発量は観測高度が違えば異なる値になると推測される。例えば、図 2 で観測点 (高さ z) を A 、実際の不飽和地表面を D 、仮想の飽和地表面を S として考えてみる。この場合、実際の温度分布はボーエン比一定の直線 AD で表されるから、観測点 A を地表面 D に近づけていくと可能蒸発量を推定する直線 AS の勾配が変化する。これにより仮想ボーエン比が変わり推定値が変わる。したがって可能蒸発量は観測高度 z によって異なる値になるはずである。また、 z を変えれば想定する飽和地表面 S は必ずしも図の位置にはならない可能性もある。これについてはさらに詳しく吟味する必要があるが、(11) 式から可能蒸発量を求める場合、上記のような問題点が含まれていることに留意しておく必要がある。

第一項と第二項に関連してもうひとつ重要なことがある。図 2 において、地表面 S の温湿度が高さ z の観測値 A の温湿度より高い場合、直線 AS は右上がりになる。ペンマン法はそもそも、このような右上がりの直線をボーエン比一定の直線として想定している。つまり、有効エネルギー

Q_T がある程度大きくて、蒸発が確実に行われている状態である。この場合、A から S へ観測高度 z を下げていくと、(8)式からわかるように $(e_{as}-e_a)/(e_{ss}-e_a)$ は小さくなり、ペンマンのボーエン比 β_p は γ/Δ に近づく。この時、もし地表面における飽和水蒸気圧の勾配 Δ_s が直線 AS の勾配に等しいとすると、 β_p は γ/Δ_s で表わされることになる。この時(9)式と(11)式はともに第二項がゼロになり、結局 PE 式は第一項だけになる。この場合 β_p は次のようになる

$$\beta_p = \gamma/\Delta_s \quad (12)$$

但し、 Δ_s ：地表面の飽和空気温度 T_s における飽和水蒸気圧の勾配
これは一見特殊なケースのように見えるが、(12)式が成立する可能性は高い。もし(12)式が成立するなら飽和地表面の温度 T_s は推定可能になり、 β_p も推定可能ということになる。観測が困難な T_s を推定で求められるとなれば、これをヒントに新しい手法を考えることができる。

3. ペンマン・モンティース (PE) 法におけるボーエン比

ペンマン (PE) 法の考え方を発展させ、(11)式に植物の気孔抵抗 (または群落抵抗) の概念を組み込んだのがペンマン・モンティースの式 (PM 式) である。PE 式と同様に、PM 式もまた基本的な前提と仮定はボーエン比法と同じである。ただし PM 式を使う場合、気孔抵抗の概念を十分に理解しておかなければならない。

植物の蒸散は葉の気孔の開閉によって行われている。ここで、気孔を含む葉全体の温度を一定と仮定し、気孔内部に飽和した空気存在を想定すると、蒸散はその飽和空気と葉の表面の水蒸気圧の差 (飽差) によって生じる。その場合の輸送係数を抵抗で表現したのが気孔抵抗 (その逆数が気孔コンダクタンス) である。蒸散量は気孔抵抗と飽差から計算できるから、気候抵抗を使えば蒸散量を気孔の開閉状態と関連させて考えることができる。この考え方を植生で覆われた地表面に適用したのが PM 式である。

気孔抵抗と空気力学抵抗を使って顕熱伝達量 H と潜熱伝達量 LE を表すと、次のようになる。

$$H = \frac{C_p \rho}{R_a} (T_{ss} - T_a) \quad (13)$$

$$LE = \frac{0.622 l \rho}{P_T (R_a + R_c)} (e_{ss} - e_a) = \frac{0.622 l \rho}{P_T R_c} (e_{ss} - e_s) = \frac{0.622 l \rho}{P_T R_a} (e_s - e_a) \quad (14)$$

但し、 R_a ：地表面 (葉面) から観測高度までの空気力学抵抗 (hm^{-1})、 R_c ：気孔抵抗 (hm^{-1})、
 T_{ss} 、 e_{ss} ：葉面および気孔内部の温度 ($^{\circ}\text{C}$) と気孔内部の飽和水蒸気圧 (hPa)、
 T_a 、 e_a ：観測高度の温度 ($^{\circ}\text{C}$) と水蒸気圧 (hPa)、
 e_s ：葉面 (葉に接する空気) の水蒸気圧 (hPa)

(13)、(14)式から、PM 式におけるボーエン比 β_{PM} は次のようになる。

$$\beta_{PM} = \frac{R_a + R_c}{R_a} \left(\gamma \frac{T_s - T_a}{e_{ss} - e_a} \right) \quad (15)$$

上式のカッコの中はペンマンのボーエン比 β_p と同じである．したがって， β_{PM} は，

$$\beta_{PM} = \frac{R_a + R_c}{R_c} \beta_p = \frac{R_a + R_c}{R_a} \cdot \frac{\gamma}{\Delta} \cdot \left(1 - \frac{e_{as} - e_a}{e_{ss} - e_a} \right) \quad (16)$$

但し， e_{as} ：観測高度の気温 T_a における飽和水蒸気圧 (hPa)

Δ ：観測高度の気温 T_a における飽和水蒸気圧の勾配 ($= de/dT$)

となる．この β_{PM} を (5) 式の β に代入して整理すると

$$Q_T = \left(1 + \frac{\gamma}{\Delta} \left(1 + \frac{R_c}{R_a} \right) \right) IE - \frac{\gamma}{\Delta} \left(1 + \frac{R_c}{R_a} \right) \cdot \left(\frac{e_{as} - e_a}{e_{ss} - e_a} \right) IE \quad (17)$$

となり，この式の右辺第 2 項の IE に (14) 式の IE を代入して整理すると，次のようになる．

$$IE = \frac{Q_T}{1 + (1 + R_c/R_a)\gamma/\Delta} + \frac{0.622l\rho(e_{as} - e_a)\gamma/\Delta P_\gamma R_a}{1 + (1 + R_c/R_a)\gamma/\Delta} \quad (18)$$

$$= \frac{\Delta Q_T + C_P \rho (e_{as} - e_a) / R_a}{\Delta + \gamma (1 + R_c/R_a)} \quad (19)$$

これが PM 式である．PM 式は第二項の分子の空気力学抵抗 R_a に関する部分を風速関数でおきかえ， R_c を 0 とおけば，(11) のペンマン式と同じになる．PM 式は，生物活動である植物の気孔開閉を物理的に表現した式として評価されている．したがってこの式は，蒸発散量を求める手段としてではなく，ボーエン比法など他の方法で求めた蒸発散量をこの式に代入して，逆算によって気孔抵抗を評価するという使われ方をしている．

図 3 は，PM 式におけるボーエン比一定の直線と気孔内外の温湿度の関係を示したグラフである．飽和水蒸気圧の曲線上にある S が気孔内部で，D が葉面（葉に接する空気）である．葉の内外の温度は等しいという条件により S と D の温度は同じである．A が観測高度の空気とすると，ボーエン比一定の直線は AD で示される．また直線 DS は気孔内外の水蒸気圧差である．ここで (15)，(16) 式をみると，直線 AD で示される PM 式のボーエン比 β_{PM} は，まず直線 AS で表されるペンマン法のボーエン比 β_p を推定し，その β_p に $(R_a + R_c)/R_a$ を掛けて β_{PM} を推定するという構造になっている．

ここで，前項で述べた地表面が不飽和の場合の可能蒸発量について少し考察を加えておく．(18) 式と図 3 から分かるように，PM 式は，飽和地表面として気孔内部の S を想定し，それに不飽和地表面の葉面 D を組み込んだ構造になっている．このため，PM 式では観測高度 z を変えても想定している飽和地表面（気孔内部）S は変わらない．したがって可能蒸発量を考える場合は，例

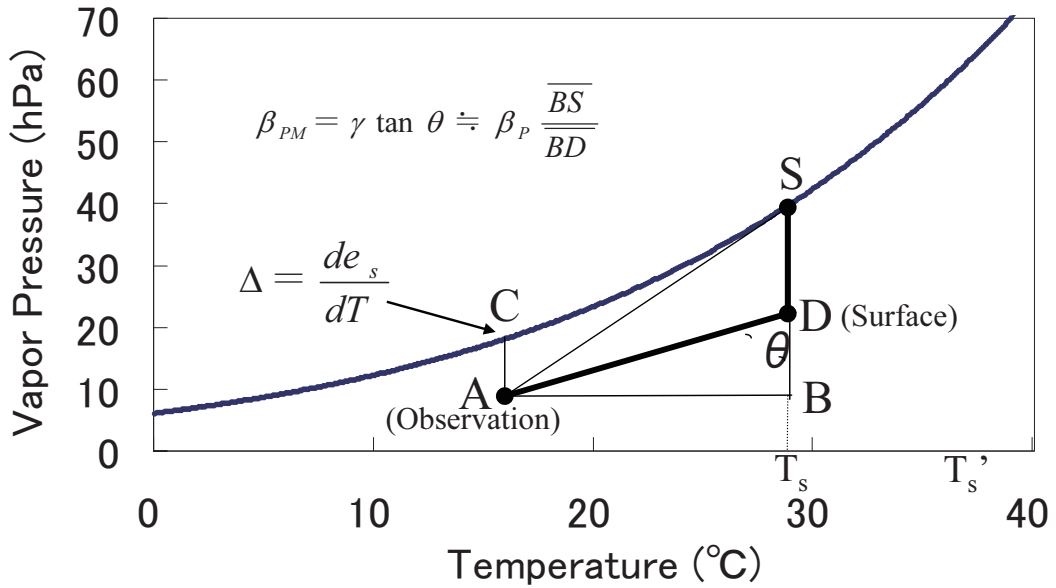


Fig. 3. Constant bowen ratio line, AD, in Penman-Monteith Method.

Point S and D are the assumed surface air conditions at the inside and outside of plant stomata. These points are not observed but decided by observation data of A at the height of $z(A)$.

えばPM式のSのような安定した点を求め、そのSを基準にしたボーエン比を考えた方が良いように思える。これについては、Sの求め方やSを基準としたボーエン比をどのように設定するか、またその妥当性など様々な角度から検討が必要であり、今後の課題である。

IV. プレストリ・テーラ (PT) 法におけるボーエン比

Priestley・Taylor (1972) は、より簡単に潜熱伝達量 IE を求めるため次のような係数 α を考えた。

$$IE = \alpha \frac{\Delta Q_T}{\Delta + \gamma} = \alpha \frac{Q_T}{1 + \gamma/\Delta} = \alpha IE_{eq} \quad (20)$$

但し、 E_{eq} : 平衡蒸発量 ($\text{kgm}^{-2}\text{h}^{-1}$)、 Δ : 観測温度 (高さ z) における飽和水蒸気圧の勾配
 これがいわゆるプレストリ・テーラ法の式 (PT 式) である。PT 式もまた、基本的にはコンスタントフラックスを前提とした式である。彼らは海洋のデータを使って係数 α の平均値を求め、 $\alpha = 1.26$ という値を得ている。また彼らは、地表面が不飽和の場合、 α は 1.26 より小さくなると予想し、この α が地表面における乾燥度の指標になることを示唆している。また観測高度を地表面に近づければ $\alpha = 1$ になると予測し、(20) 式は最終的に表面温度だけの関数になると予測している。

PT 式は現在広く利用されており (Okada et al., 2000, Yazaki, 2006)、またその係数 α について

は様々な値が報告されている (MacNaughton and Springs, 1989, Gulf, 1994). しかし, Priestley・Taylor (1972) も示唆しているように, この α は観測高度 z によって変わるパラメータであることに留意する必要がある, (5)式と(20)式からわかるように, α は次式で示されるパラメータである.

$$\alpha = (1 + \gamma/\Delta)/(1 + \beta) \quad (21)$$

つまり α は, ボーエン比 β を γ/Δ で近似したための誤差を修正するパラメータになっている. コンスタントフラックスが成り立っている接地境界層では, 温湿度がボーエン比一定の直線上に分布しているため Δ は観測高度 z によって値が変わる. つまり, α は z によって変わるパラメータである. したがって, 地表面の乾燥度を示すパラメータとして α を使う場合は, z と関連付けて議論する必要がある. なお, 大気が飽和している場合の蒸発量を一般に平衡蒸発量と称している. Raupach (2001) はこの平衡蒸発量について考察しており, 大気が飽和している状態ではボーエン比が γ/Δ になると述べているが, この場合 α は 1 になる. これは(20), (21)式からも明らかである.

ここで, ペンマン (PE) 式との関係から PT 式の係数 α の意味を考えてみる. PT 式は PE 式の第一項に α を掛けたもので, これにより PE 式の第二項を省略した形になっている. すでに考察したように, PE 式は z を地表面に近づければ第二項がゼロに近づき, 第一項だけで近似される. したがって Priestley・Taylor (1972) が予測したように, z を地表面に近づければ係数 α は 1 に近づくことになる. 実際に, 地上観測とリモートセンシングデータから得た地表面の α が 1.03 および 1.06 になったという報告例もある (谷ほか, 1990).

以上のことを総合して考えると, 地表面が飽和している場合, z を地表面に近づければ α が 1 に近づき, β は $\beta = \gamma/\Delta_s$ (Δ_s は地表面における飽和水蒸気圧の勾配) で近似されることになる. もしそれが可能なら, 飽和地表面の温度がわかれば, $\beta (= \gamma/\Delta_s)$ がわかり, PE 式も PT 式も最終的にボーエン比法の式, (5)式に帰着されることになる.

V. 表面温度推定による新しい方法の提案

ここまでの考察から明らかなように, 熱収支をベースとした測定法では, ボーエン比一定の直線の推定が重要になる. またその直線は, 地表面が飽和しているという条件下では地表面温度 T_s における飽和水蒸気圧の勾配 Δ_s で表現できる可能性が高い.

ここで, 「有効エネルギー Q_T が供給され, 飽和した地表面から蒸発現象が生じている場合, そのボーエン比 β は地表面の飽和空気における Δ_s を使って, $\beta \doteq \gamma/\Delta_s$ で表わされる」と仮定してみる. この仮定は, 観測高度 z を地表面に近づければ, Priestley・Taylor (1972) が予測したように α が 1 に近づくこと, またペンマン (PE) 式の第二項がゼロに近づくことからわかるように, 成立する可能性が高い. 著者は, 地表面が飽和している場合の蒸発量は, Q_T や風速あ

りは大気の安定度等によって複雑に変化するが、その変化は $\beta \doteq \gamma/\Delta s$ になる方向に変化する、つまりその方向に向けて表面温度および上部の空気層の気温プロファイルが変る、したがってある期間の平均値をとれば地表面に近い大気の温湿度プロファイルは Δs で表わされる直線上に分布する、と考えている。しかしこれはまだ仮説であるため、ここでは仮定として話を進める。

ボーエン比 β が $\beta \doteq \gamma/\Delta s$ で表わされると仮定すると、PE式およびプレストリ・テラ (PT) 式をボーエン比法に帰着させて蒸発量を推定するという、新しい推定法を考えることができる。すなわち、高さ z における観測値（参照高度の値）から飽和地表面の温度 T_s を推定して、次式から潜熱伝達量 IE を求める方法である。

$$IE = \frac{Q_r}{1+\gamma/\Delta s} = \frac{Q_r}{1+\beta} \quad (22)$$

(22)式は、観測高度 z を地表面まで下げて参照高度を地表面付近にした時のPE式を第一項だけで近似した式であり、また同様にしてPT式の α を1とおいた式でもある。異なるのは z における Δ を飽和地表面 ($z \doteq 0$) の Δs で置き換えた点である。PE式は表面温度 T_s が不明であることを前程として、その不明な部分を空気力学式で補完して構築された式である。一方(22)式は、 $\beta \doteq \gamma/\Delta s$ と仮定することにより、PE式とPT式を同じ形、つまり(5)式で示されるボーエン比法の式に帰着させて記述したものである。この式は上記仮定を使って、PE式やPT式に含まれている曖昧な補完部分 (PE式の第二項、PT式の α) を取り除いた式であることに留意すべきである。

要点を整理すると、この方法は地表面 S が飽和しているという条件を最大限利用して、1点の観測値 A (高さ z) から S を推定し、 S における Δs を使って β ($\doteq \gamma/\Delta s$) を推定する、という方法である。これにより、ボーエン比法で必要な2高度の観測は不要になり、ペンマン法で必要な風速と風速関数も不要になる。さらにプレストリ・テラ法における係数 α も不要になる。なお、飽和地表面 S の T_s は机上の計算で容易に推定が可能である。つまり A (T_a と e_a) から飽和水蒸気圧の曲線へ向けて直線を引き、その交点を S として、直線 AS が S における Δs に等しくなるような S を求めればよい。そのような直線は一つしかないから、 S は A が決まれば一義的に決まる。本稿ではこの方法を「表面ボーエン比法 (Surface Bowen Ratio method, SBR法)」と表記しておく。なおこの方法は T_s を直接観測してもよい。ただし、 T_s を観測するのは難しいため、その場合は T_s の精度に注意すべきである。

著者は現在、このSBR法の信頼性を検証中であるが、ここでは一例として、過去に観測した北海道駒止湖のデータ (浦野他, 1995) と、現在観測中である洞爺湖のデータを使って検証した結果を示しておく。図4が駒止湖、図5が洞爺湖の例である。使用したデータは、いずれも湖面にブイを浮かべて観測した高さ2mの気温、湿度、風速および水温分布と、湖岸の水面で観測した正味放射量である。観測期間は駒止湖が1992年6月から11月、洞爺湖が2010年8月から10月で、両者とも1時間間隔でデータを取得した。計算はデータを日平均値に直して行なったが、洞爺湖については内部静振の影響 (浦野他, 1983) で水体の貯熱変化量 (水中への熱移動量 G) が

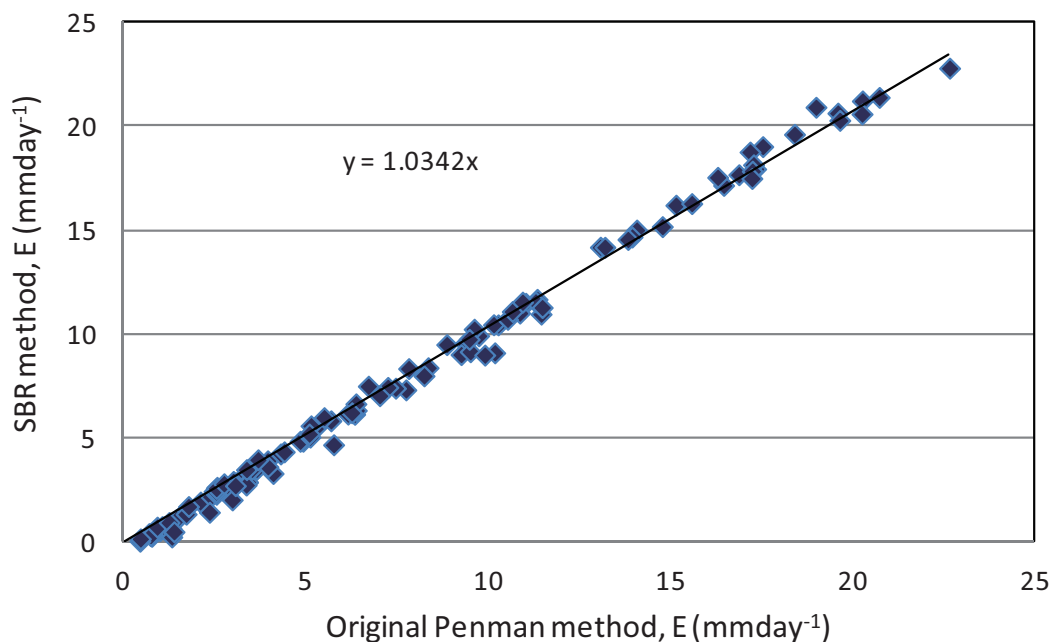


Fig. 4. Comparison between the lake evaporation rates calculated from Penman method and new SBR method. Data is from June to November in Lake Komadome, Hokkaido, Japan. The E values of SBR method are calculated using the equation of Bowen Ratio method, that is, estimating the decline of saturated vapor pressure at the surface, Δs , and putting $\gamma/\Delta s$ to bowen ratio. The large E values are due to the observation error of available energy, Q_T .

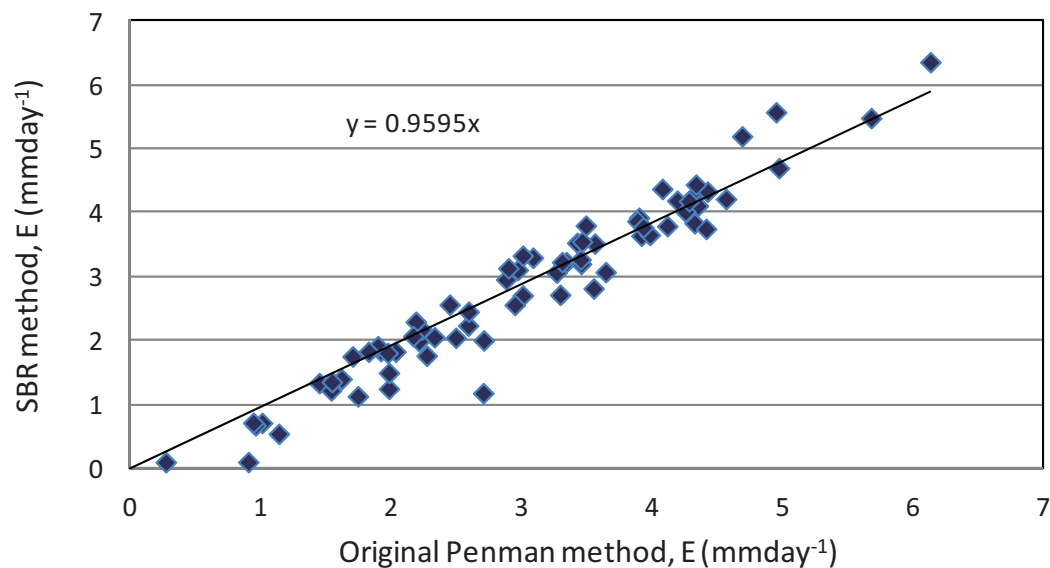


Fig. 5. Comparison between the lake evaporation rates calculated from Penman method and new SBR method, in Lake Toya, Hokkaido, Japan. Data is from August to October in Lake Toya, Hokkaido, Japan. The methods of calculation are the same as Fig.4. But the 15 days moving values were used as daily mean values of heat exchange of water body, G .

安定しなかったため、 G は 15 日間の平均値を使った。図の縦軸が(22)式から求めた SBR 法による蒸発量 E (mmday^{-1}) で、横軸が PE 法による値である。図 4 で 20 mmday^{-1} 以上の大きな値が示されているのは、有効エネルギー Q_T の観測誤差によるものと思われる。 Q_T の誤差については本稿の議論とは直接関係がないので、これは無視してよい。図をみると両者の値はよく一致しており、SBR 法が従来のペンマン法と同程度の精度で適用可能なことを示している。

SBR 法の最大の利点は、ペンマン法において第 2 項が不要になる点である。つまり風速関数 $f(U)$ の把握と風速 U の観測が不要になる。Penman (1948) が導入した $f(U)$ は高さ z で変わる関数であり、また地表面の状態で変わるパラメータであるから、 $f(U)$ を正確に把握するのは難しい。これは $f(U)$ をバルク交換係数、空気力学抵抗で置き換えても同様である。SBR 法ではこの $f(U)$ が不要になる。また、プレストリ・テラ (PT) 法は係数 α の導入によって $f(U)$ を不用にする方法であるが、SBR 法ではこの α も不要になる。

一方 SBR 法の最大の課題は、この方法の前提となっている「 $\beta \doteq \gamma/\Delta_s$ 」の仮定である。著者はこの仮定の信頼性は高いと考えているが、蒸発現象は様々な条件で変るため、この仮定が成立する条件等について、今後詳細な検討と確認が必要である。例えば、有効エネルギー Q_T が小さくて $\beta < 0$ の場合は上記仮定が成立せず、誤差が大きくなる可能性がある。したがって、この方法は PE 法、PT 法と同じく、有効エネルギーがある程度大きくて蒸発が生じている期間が対象になるが、その場合、適切な平均期間 (時間) などの検討も必要になる。さらに、上記仮定と関連して、地表面に接した薄い空気層、つまり表面境界層や粗度長の領域でどのような現象が生じているかも明らかにされなければならない。これもまた今後の課題である。

VI. ま と め

地表面が飽和している場合の新しい蒸発量推定法を開発するため、ペンマン (PE) 式とプレストリ・テラ (PT) 式のボーエン比について考察し、新しい推定法を検討した。その結果を要約すると次のようになる。

1. 飽和地表面を想定した PE 法は、まずボーエン比 (β_p) 一定の直線を推定し、その式に風速関数を組み込むことで地表面のパラメータを消去した形になっている。またこの式は、観測高度 (参照高度) z を下げていけば第一項の比率が大きくなり、仮のパラメータである γ/Δ (Δ は z における飽和水蒸気圧の勾配) が β_p に近づく構造になっている。PE 式を使って不飽和地表面からの可能蒸発量を求める場合、 z によって想定する地表面 S が変り、値が異なる可能性がある。
2. PE 式を、気孔抵抗 (群落抵抗) を使って不飽和地表面からの蒸発散量推定の式に書き換えたペンマン・モンティース (PM) 式は、PE 式における β_p を気孔抵抗と空気力学抵抗を使って補正してボーエン比 β_{PM} を推定するという構造になっている。この方法では、 z を変えても想定している地表面 S は変わらない。

3. PT 式は PE 式の第一項に係数 α を掛けた式である。 α はボーエン比を γ/Δ で近似したために生じる誤差を修正するパラメータで、その値は z によって変わる。 z を地表面に近づければ α が 1 に近づくこと、また α の平均値が 1.26 であることから推測すると、PT 式が想定しているボーエン比一定の直線は地表面における γ/Δ_s (Δ_s は飽和地表面における飽和水蒸気圧の勾配) である可能性が高い。
4. 以上の考察から、 $\beta \doteq \gamma/\Delta_s$ が成立すれば、1 点の高さ z の観測値 A から β を推定する新しい蒸発量推定法を考えることができる。すなわち、 A から飽和水蒸気圧の曲線上の地表面 S に向けて直線 AS を引き、その直線が S における Δ_s に等しくなるような S を机上の計算で求め、最終的に $\beta \doteq \gamma/\Delta_s$ においてボーエン比法の式から蒸発量を求める方法である。この方法は PE 式、PT 式をボーエン比法の式に帰着させた新しい方法であり、PE 式の風速と風速関数、PT 式の係数 α が不要になるため、その利点は大きい。しかし $\beta \doteq \gamma/\Delta_s$ の成立の可否については、成立の条件など今後確認が必要である。

文 献

- Allen, R. G., L. S. Pereira, D. Raes and M. Smith, 1998. Crop evapotranspiration: guidelines for computing crop water requirements, *FAO Irrigation and Drainage Paper* **56**, Rome, 300pp.
- Bowen, I. S., 1926. The ratio of heat losses by conduction and by evaporation from any water surface. *Physical Review*, **27**, 77-787.
- Brutsaert, W., 1982. Evaporation into the Atmosphere: Theory, History and Applications. D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, Holland, 299pp.
- Bulke, C. L., 1945. Transformation of Polar Continental Air to Polar Maritime Air. *Journal of Meteorology*, **2**(2), 94-112.
- Doorenbos, J. and W. O. Pruitt, 1975. Crop water requirements, *FAO Irrigation and Drainage Paper* **24**, FAO Rome, 179pp.
- Gulf, A. D., 1994. Equilibrium evaporation beneath a growing convective boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, **70**, 37-49.
- 岩本彰・浦野慎一・新垣雅宏, 1997. ザンベジ川氾濫原における冷涼乾期の蒸発散量特性. 農業土木学会論文集, **188**, 17-25.
- Jarvis, P. G. and K. G. McNaughton, 1986. Stomatal control of transpiration: Scaling up from leaf to region. *Advances in Ecological Res.*, **15**, 1-49.
- 近藤純正, 1994. 水環境の気象学—地表面の熱収支—. 朝倉書店, 東京, pp348.
- McNaughton, K. G. and T. W. Springs, 1989. An evaluation of the Priestley and Taylor equation and the complementary relationship using result from a mixed layer model of the convective boundary layer. Estimation of Areal Evapotranspiration (edited by Black, T. A., et al., Int. Assoc. of Hydrol. Sci., Gentbrugge, Belgium), 89-104,
- 三浦健志・奥野倫太郎, 1993. ペンマン式の計算を容易にするための工夫と提案. 農業土木学会誌, **164**, 165-170.
- Monteith, J. L., 1965. Evaporation and Environment. paper presented at Symposium of the Society for Experimental Biology, 205-234.
- Monteith, J. L. and M. H. Unsworth, 1990. Principles of Environmental Physics. Second Edition. Chapman and Hall. Inc., New York, 291pp.

- 中尾欣四郎, 1971. 湖沼水位の安定性についての研究. 北海道大学地球物理学研究報告, **25**, 24-87.
- Linacre, E. T., 1993. Data-sparse estimation of lake evaporation, using a simplified Penman equation. *Agricultural and Forest Meteorology*, **64**, 237-256.
- Okada, K., S. Urano, T. Machimura and I. Horiguchi, 2000. Estimation of regional evapotranspiration by using satellite derived data. *Journal of Agricultural Meteorology*, **56**(4), 261-273.
- Penman, H. L., 1948. Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proceedings of Royal Society of London*, Ser. A, **193**, 120-145.
- Penman, H. L., 1954. Evaporation over parts of Europe. *Assemblée Generale de Rome*, I.A.S.H., **III**, 168-176.
- Penman, H. L., 1956. Estimation Evaporation. *Transaction, American Geophysical Union*, **37**(1), 193, 43-50.
- Priestley, C. H. B. and R. J. Taylor, 1972. On the Assesment of Surface Heat Flux and Evaporation Using Large-Scale Parameters. *Monthly Weather Review*, **100**(2), 81-92.
- Rimmera, A., R. Samuelsb and Y. Lechinskya, 2009. A comprehensive study across methods and time scale to estimate surface fluxes from Lake Kinneret, Israel. *J. Hydr.*, **379**, 181-192.
- Romanoa, E. and M. Giudicib, 2009. On the use of meteorological data to assess the evaporation from a bare soil. *J. Hydr.*, **372**, 30-40.
- Sene, K. J., J. H. C. Gash and D. D. McNeil, 1991. Evaporation from a tropical lake: comparison of theory with direct measurement. *J. Hydr.*, **127**, 193-217.
- 谷宏・堀口郁夫, 1990. リモートセンシングによる蒸発散量の推定. 日本リモートセンシング学会誌, **10**(2), 79-84.
- Thornthwait, C. W. and B. Goltzman, 1939. The determination of evaporation from land and water surface. *Monthly Weather Review*, **67**, 4-11.
- 浦野慎一・小泊重能・板垣昭彦, 1983. 洞爺湖の内部静振. 環境科学 (北海道大学大学院環境科学研究科紀要), **6**(1), 213-228.
- 浦野慎一・定野光成・向井清, 1994. 三重県中里貯水池における寒候期の湖面蒸発量. 三重大学生物資源学部紀要, **12**, 217-228.
- 浦野慎一, 1996. データからみた湖面蒸発量測定法の検討. 北海道大学地球物理学研究報告, **59**, 51-63.
- Yazaki, T., S. Urano and K. Yabe, 2006. Water balance and water movement in unsaturated zones of Sphagnum hummocks in Furengawa Mire, Hokkaido, Japan. *J. Hydr.*, **319**, 312-327.