



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	空間回路網法の適用範囲を拡張する2、3の考察
Author(s)	久々津, 直哉
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第2911号
Issue Date	1991-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3052795
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/49650
Type	doctoral thesis
File Information	000000237927.pdf



空間回路網法の適用範囲を
拡張する2、3の考察

久々津 直哉

①

学位論文

空間回路網法の適用範囲を
拡張する 2、3 の考察

久々津 直哉

目次

第 1 章 序論	1
1. 1 緒言	2
第 2 章 空間回路網法による磁化フェライト の非可逆特性の解析	9
2. 1 はじめに	10
2. 2 空間回路網法における 磁化フェライトの定式化	11
2. 3 方形導波管形移相器の解析	21
2. 3. 1 方形導波管の境界及び入力面の等価回路	21
2. 3. 2 1 枚のフェライト板を用いた形式	23
2. 3. 3 2 枚のフェライト板を用いた形式	30
2. 3. 4 トロイド形状を用いた形式	38
2. 4 静磁波に関する解析	44
2. 4. 1 解析モデル	44
2. 4. 2 解析結果	44
2. 5 むすび	54
第 3 章 マルチグリッド技法の空間回路網法への適用	55
3. 1 はじめに	56
3. 2 マルチグリッド技法の取扱い	57
3. 3 解析例	61
3. 4 むすび	73

第4章	任意空間離散間隔の2次元における	74
	空間回路網法への適用	
4.1	はじめに	75
4.2	各座標方向の空間離散間隔の任意性の実現	76
4.2.1	定式化	76
4.2.1.1	直交曲線座標系における	76
	マクスウェル方程式の等価回路表示	
4.2.1.2	空間離散間隔に任意性を与えたことに	79
	伴う線路定数の算定方法	
4.2.2	解析例	84
4.3	空間離散間隔を部分的に変更する場合	90
4.3.1	空間離散間隔が変わる境界の取扱い	90
4.3.2	解析例	93
4.4	むすび	100
第5章	任意空間離散間隔の3次元における	101
	空間回路網法への適用	
5.1	はじめに	102
5.2	定式化	103
5.2.1	マクスウェル方程式と各座標方向の空間離散	103
	間隔に任意性を与えた等価回路との対応	
5.2.2	時間ステップの同期を考慮に入れた	109
	Bergeron表示を用いた等価回路	
5.2.3	部分的に空間離散間隔の任意性	117
	を与える場合の取扱い	

5. 3	解析例	121
5. 4	むすび	127
第 6 章 結 論		128
謝 辞		132
参 考 文 献		133
付 録		141
本論文に関する著者の発表論文および報告		164

第 1 章

序 論

1 . 1 緒 言

今日、電子機器は、人工衛星、航空機などから医療機器や家電機器に至るまで幅広い分野で用いられており、現代生活を行ううえで欠くことができないものとなっている。このような電子機器においては、その高信頼化はもとより、例えば、携帯用電話のように容易に持ち運びができるような小型化、軽量化が大きなテーマである。現在、このような課題に対して、MMIC (Monolithic Microwave Integrated Circuit) に代表されるような素子の高密度化、多層化、さらには高周波化が盛んに研究されている[1], [2]。

ところで、このような技術を開発するにあたっては、その構造の複雑さから様々な仮定を置いた解析的な手法では設計に必要なデータを漏れなく得ることは難しくなっており、CAD、計算機シミュレーションといった数値計算的手法に依存する度合いが急速に増加してきている。ここで、このような数値計算が実用的になってきた背景には、ギガFLOPSオーダーの高速演算が可能なスーパーコンピュータの普及、また一方でパーソナルコンピュータやワークステーションの高性能化により、個人レベルで比較的容易に計算機を使える環境が整ってきていることなどによるハード、ソフト両面からの計算機環境の進展が挙げられる。

電磁界における数値解析手法は数多くあるが、その代表的なものとして差分法 (Finite Difference Method)、有限要素法 (Finite

Element Method)、境界要素法 (Boundary Element Method) が挙げられる。差分法は数学的なテクニックを比較的必要としない簡便さから古くから用いられている手法である。しかし、複雑な形状のものを扱う場合はその境界条件の与え方が問題となる。それに比べ、有限要素法、境界要素法は境界の形状に合わせた分割ができるという特徴があるため、複雑な形状のものを解析するうえでは優れた特徴を備えた手法である。しかし、有限要素法は大規模なマトリックス計算を行わなければならないため計算容量、計算時間などの計算コスト、また境界要素法では手法の本質的な制約から不均質領域の取扱いに課題がある[3],[4]。さらに、これらの手法においては、数学的な問題である非物理的な解の抑制なども課題となっている[3],[5]。以上のことから、ある対象の電磁界の様子を知るためにはその問題に最も適した手法を選ぶことが大切である。

ところで、現在、マイクロ波帯のデバイスを解析するうえで時間領域解析が注目されており、数多くの発表がなされている[6]-[9]。従来は周波数領域における定常解析がほとんどであったがデバイスの高速化、高密度化、デジタル化などにより、反射、クロストークなどを含めた系全体の伝搬特性の時間軸上での解析が必要となってきた。また、時間軸上での解析はフーリエ変換を用いることにより、一度の計算で広範囲な周波数応答を求めることができるという利点がある。

さらに、現在盛んに研究されているユニプレーナ型の線路や多層

構造の線路[1],[2]は、その立体構造から幾つかの仮定に基づく二次元的な解析では不十分となり、すべての電磁界成分を用いた三次元での Full-Wave 解析が必要となる。

従って、今後、マイクロ波帯さらには光領域に至るまでの周波数帯におけるデバイスを設計するうえで、時間領域において三次元電磁界を解析することの必要性が増していくものと考えられる。

現在、時間を含めた三次元電磁界解析を行うことができる手法としては、大きく分けると差分法の範疇に入る有限差分領域法 (Finite Difference Time Domain method)、伝送線路行列法 (Transmission Line Matrix method)、空間回路網法 (Spatial Network method) の三つの手法が挙げられる。これらの手法は単に正弦波入力に対する定常的界変動を想定した定式化でなく、各時刻、空間の各点における電磁界の変動の関係そのものが定式化されたマクスウェル方程式の時間軸上での直接解法である。

有限差分領域法は、1966年に K.S.Yee が提案し[10]、その後、A.Taflove, R.Holland, K.S.Kunzらにより、電磁パルスの散乱、電磁波吸収問題などに適用され[11]-[14]、現在、電磁界の時間軸上での解析の有効な方法の一つとなっている。この手法は、各電磁界変数を各空間離散点と一対一に対応づけたマクスウェル方程式の各成分式の差分表示と、その第1式と第2式を時間的に交互に計算することによって時間軸上での電磁界を逐次的に求めていく数値解析手

法である。

伝送線路行列法は、1971年に P. B. Johnsにより、はじめ、二次元で提案され[15]、その後、三次元に[16]、さらに、S. Akhtarad, W. J. R. Hoefler, P. Saguetらによって応用されてきた手法である[17]-[19]。この手法は、マクスウェル方程式の各成分式を空間の各離散点に対応づけるところまでは有限差分領域法と同じであるが、さらにこの離散化された電磁界の各成分式を電圧電流で表される等価回路に置き換え、各離散点間を一次元線路として、各点で散乱行列を定義し、二次波の発生による波動の伝搬をシミュレートしていく解法であり、ホイヘンスの原理の離散的モデル化と考えられる。有限差分領域法の場合は一離散点には一つの電磁界成分が対応していたが、この方法の場合は、一離散点に対して三つの電磁界成分が等価回路における電圧、電流として与えられるものとなる。最近、この方法をさらに拡張したものとして、一つの節点に、すべての電磁界成分を集中させたCondensed Nodeという概念が発表され、応用がなされている[20]-[23]。

空間回路網法は、1979年に吉田らにより、提案された方法である[24], [25]。この方法は伝送線路行列法の伝送線路モデルの各一次元線路の定式化にBergeron法を適用し、節点方程式による解法を実現したものである。Bergeron法は1949年に L. J. B. Bergeronによって、はじめ水槌の解析に提案された手法で[26]、一次元線路の進行波、後進波上では、d'Alembertの解の性質より電圧電流で構成される保

存量が存在することを利用したものである。空間回路網法はBergeron法を電磁界の等価回路に適用したことにより、有限差分領域法や伝送線路行列法では扱いづらかった分極の運動方程式や異方性の特性微分方程式を台形近似を用いて直接各節点での電圧電流関係式として時間軸上で定式化することができ、媒質の分極特性を含めた時間応答解析が可能となった[27]-[34]。

現在、上述の三つの手法は、3次元空間における電磁界の時間応答解析手法として様々な電磁界問題に対しての検討がなされているが、差分法として共通する分割の任意性、媒質条件、境界条件、終端条件などに関する幾つかの問題があり、それぞれの手法で研究がなされている[35]-[49]。

本研究では、複雑な媒質条件を考慮に入れることのできる空間回路網法（以下、本手法）に着目し、その適用範囲を拡張するため、ジャイロ異方性を持つ磁化フェライトの本手法における取扱いとそれを用いた非可逆回路素子の解析に関する研究[28]-[32]、さらに、離散間隔の任意性の実現方法についての研究を行った[48]-[50]。

磁化フェライトの取扱いにおいては、その特性の元である磁化の歳差運動に関する運動方程式とマックスウェル方程式とを直接結び付けることにより、時間軸上での定式化を行っている[28]。この定式化は、磁化プラズマのような他の複雑な媒質への適用もできるため[27]、本手法により解析可能な対象の範囲が広まるものと考えられる。

続いて、本手法における分割の任意性の実現方法についての研究を行った背景について、以下に述べるものとする。

従来は、離散間隔に任意性が与えられていなかったため、等間隔の分割を行っていた[3]。このことは、規格化が容易なため、計算の効率は良いが、その反面、各方向の寸法は整数倍になるような分割を行わなければならない、実際の解析対象とは寸法に若干のずれを含む場合が多かった。さらに、二つの寸法に大きな違いがあるもの含んだ解析対象を扱う場合には、小さなものを十分満足するような分割を行わなければならないため、全体として膨大な分割数が必要となっていた。このような問題を解決するためには任意な離散間隔の設定が可能になることが必要不可欠であり、実際のデバイスの設計に役立つ汎用的な解析手法とするためには、克服しなければならない重要な課題である。

それでは、本手法における分割の任意性を実現する方法の概略を以下に述べるものとする。本手法において分割に任意性を与える方法としては、大きく分けて2つの方法が考えられる。ひとつはメッシュ形状は2次元では正方メッシュ、3次元では立方メッシュであるが部分的にメッシュ間隔を変える方法[48]、もうひとつはメッシュ形状そのものを変更し、方形メッシュ、あるいは直方メッシュとする方法である[49],[50]。前者の方法は、マルチグリッド技法[44],[45]、サブグリッディング法[46]、あるいはローカルリファインメント技法[47]として、他の手法で用いられている。この場合、メッ

シュの不連続が生じ、その部分での補間が必要となる。一方、後者の方法は、各節点間の1次元線路を伝わる波の速度を変えることにより等価的にメッシュの形状の任意性を実現する方法である[39]-[43]。この場合はメッシュの不連続は生じないため、境界における補間は不必要である。

以下、本論文の構成として、第2章でジャイロ異方性媒質である磁化フェライトの本手法における時間軸上での取扱い、続いて、その定式化を用いて方形導波管移相器の非可逆特性の解析、さらに、静磁波領域への適用の可能性について述べる。

第3章では、分割の任意性を実現する方法の一つとしてマルチグリッド技法の本手法への適用について、その妥当性を検討するため、方形導波管に誘電体板を挿入したモデルを用いて二次元における解析を行い、その結果を述べるものとする。

第4章においては、もう一つの方法である等価的に離散間隔の任意性を与える方法の二次元における本手法への適用を述べ、方形導波管の終端を短絡し、その一部に誘電体を満たしたモデルを用いてその妥当性を調べ、さらに、マルチグリッドを用いた場合との比較を加えている。

第5章では、さらに第4章で示した方法の、三次元へ拡張を行い、従来の空間回路網法では扱うことが困難であったフィンラインを解析例として、その有効性を示している。

最後に第6章を結論とする。

第 2 章 空間回路網法による磁化

第 2 章 空間回路網法による磁化

空間回路網法による磁化

フェライトの非可逆特性の解析

2 . 1 はじめに

フェライトを用いたマイクロ波部品は、マイクロ波通信、移動通信、放送、各種計測などの機器に、欠くことのできない部品として広く使用されている[51]。これは、多くの場合、外部から静磁界を印加することにより生ずる磁化の歳差運動を利用した非可逆特性を用いた部品である。ところで、通常の磁化フェライトの取扱いは、時間項を取り除いた定常的なものとして、テンソル透磁率を用いていた。しかし、本手法のような時間応答解析手法は、時間項を考慮に入れなければならないため、磁化の歳差運動を直接、マックスウェル方程式に組み込むこととなる。このことによって、任意の波形に対する磁化フェライトの特性を求めることも可能となる。本研究においては、解析例として、フェーズドアレー形アンテナなどに使用されている方形導波管形移相器を用い、その非可逆特性を示し、定式化の妥当性を示している。さらに、高周波において、弾性波に比べ伝送損失が少なく、また、印加磁界を変化させることにより周波数帯域を広く制御できるなどの理由から、近年、遅延素子、共振器、フィルタなどのMMICデバイスへの適用が行われている静磁波[52]の解析への可能性を方形導波管にYIG (Yttrium Iron Garnet) 板を挿入したモデルを用いて検討している。

2. 2 空間回路網法における 磁化フェライトの定式化

本手法は時間応答解析手法なので異方性を生ずる磁気ダイポールモーメントの基本運動方程式を用いた時間軸上での定式化を行わなければならない。本定式化ではフェライト中の磁気ダイポールモーメントの運動方程式としてギルバートの公式[53]を用い、その台形近似による時間軸上での差分方程式と本手法の節点方程式を合わせることによりフェライトの定式化を行った。各々の電磁界成分は図 2.1 に示すように定めた。ここで、直流磁界 H_1 を y 方向に加えそれに伴う飽和磁化を M_s とする。またジャイロ異方性に関連する高周波磁界 h_x 、 h_z 及び高周波磁化 m_x 、 m_z が x 及び z 方向にそれぞれあるものとした。このとき $H_1 \gg h_x$ 、 h_z 、 $M_s \gg m_x$ 、 m_z とすると以下のような式がギルバートの公式より導かれる。

$$\frac{dm_x}{dt} = -\gamma(M_s h_z - m_z H_1) + \alpha \frac{dm_z}{dt} \quad (2.1. a)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = -\gamma(m_x H_1 - M_s h_x) - \alpha \frac{dm_x}{dt} \quad (2.1. b)$$

ここで、 γ (> 0) は磁気回転比、 α は減衰定数である。式(2.1. a)、式(2.1. b)をそれぞれ、 m_x 、 m_z についてまとめ、時間に関して 2 階

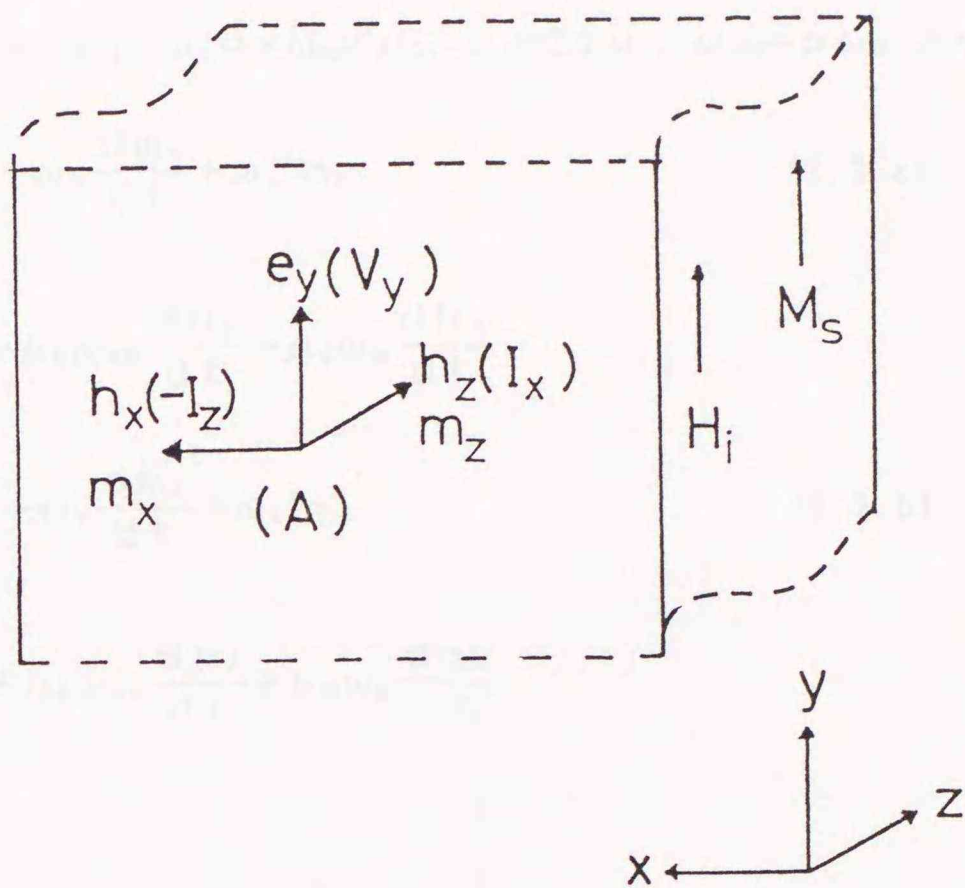


图2.1 印加直流磁界方向

の運動方程式を得ると次の式となる。

このとき、 $\omega_i = \gamma H_i$, $\omega_m = \gamma M_s / \mu_0$, $\omega_z = 2\alpha \omega_i$, $\omega_{am} = \alpha \omega_m$ とする。

$$(1 + \alpha^2) \frac{d^2 m_x}{dt^2} + \omega_z \frac{dm_x}{dt} + \omega_i^2 m_x \quad (2.2. a)$$

$$= \mu_0 \omega_i \omega_m h_x + \mu_0 \omega_{am} \frac{dh_x}{dt} - \mu_0 \omega_m \frac{dh_z}{dt}$$

$$(1 + \alpha^2) \frac{d^2 m_z}{dt^2} + \omega_z \frac{dm_z}{dt} + \omega_i^2 m_z \quad (2.2. b)$$

$$= \mu_0 \omega_i \omega_m h_z + \mu_0 \omega_{am} \frac{dh_z}{dt} + \mu_0 \omega_m \frac{dh_x}{dt}$$

ここでは、仮定した y 方向直流磁界に垂直な x 及び z 方向の磁界変数を電流成分として持つ格子網中の電界 E_y を電圧関数とする A 点を用いてジャイロ異方性を表す等価回路及び表示式について説明する。この場合の等価回路図を図 2.2 に示す。図 2.2 において A 点に直列に接続されているインダクタンスは、それぞれ自己インダクタンス ΔL_x 、 ΔL_z がテンソル透磁率の対角項、相互インダクタンス ΔM_{xz} が非対角項にそれぞれ対応するものである。さらに、 A 点に並列に接続されているコンデンサ ΔC は比誘電率に対応するものである。以後の定式化においては式 (2.1) に基づいた磁気異方性に関する定式化を説明するために比誘電率を除いて定式化を述べている。本手法の特徴である等価電圧電流を用いての回路理論的扱いを可能にするため、フェライト中の電磁界変数の等価回路変数への変換を行う。

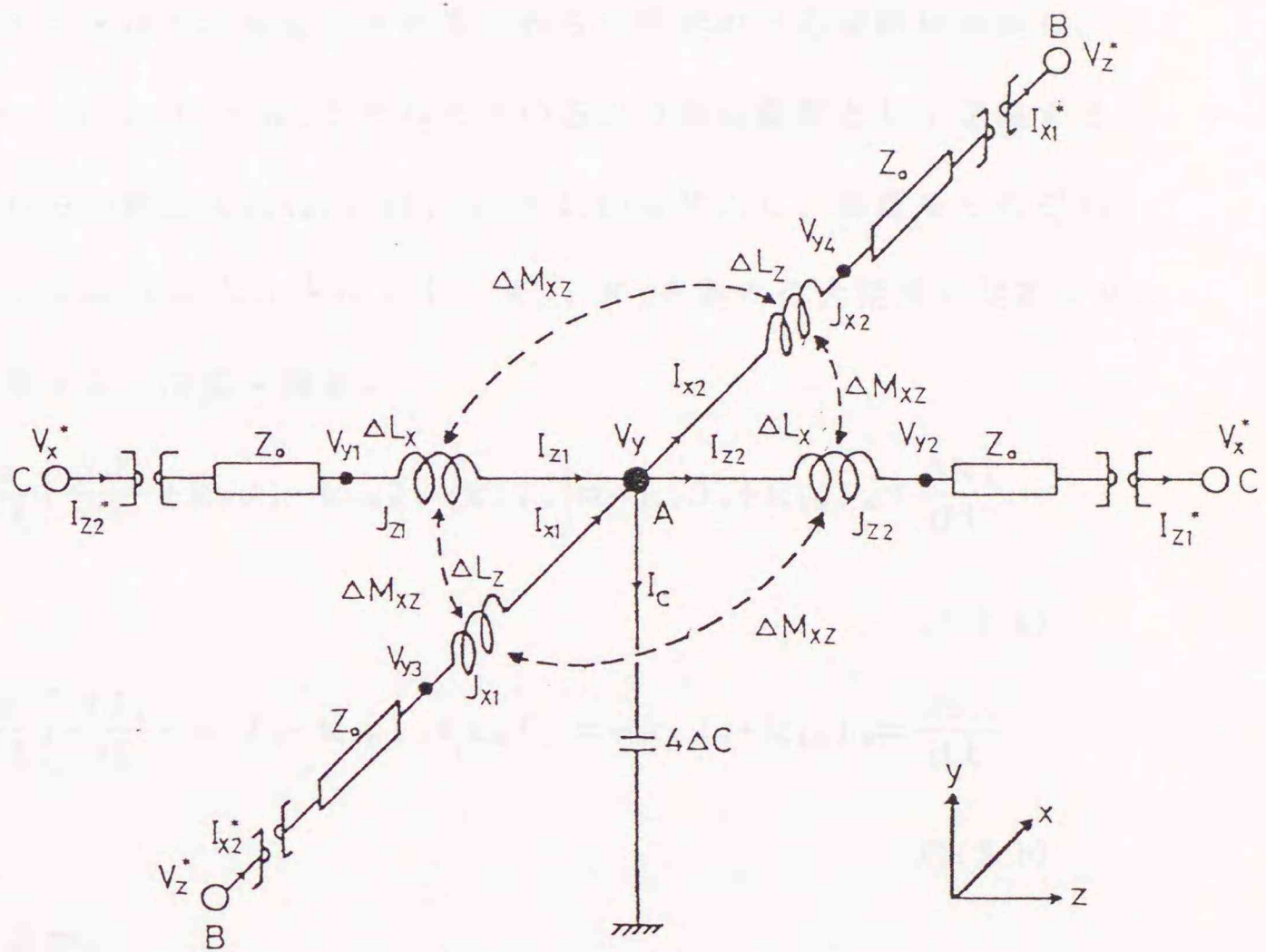


図2.2 A点での磁化フェライトを含んだ等価回路

巻末の付録の表A.1のA点の対応より、電圧は $V_y = E_y$ 、 z 方向電流および x 方向電流はそれぞれ $I_z = -h_x$ 、 $I_x = h_z$ 、であり磁気モーメントはそれを生じさせるこれらの磁界の対応関係に準拠し、 $J_z = -m_x$ 、 $J_x = m_z$ とそれぞれの方向の磁化変数として定義する。これらの変数を式(2.2.a)、式(2.2.b)に代入し、係数をそれぞれ k_z 、 k_{am} 、 k_m 、 k_i 、 k_{im} とし、 K_z 、 K_x を各々の大括弧に対応させ、整理すると次式を得る。

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{dJ_z}{dt} + k_z J_z - k_{am} I_z - k_m I_x \right] = -k_i J_z + k_{im} I_z = \frac{dK_z}{dt} \quad (2.3.a)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{dJ_x}{dt} + k_z J_x - k_{am} I_x + k_m I_z \right] = -k_i J_x + k_{im} I_x = \frac{dK_x}{dt} \quad (2.3.b)$$

ここで、

$$k_z = \frac{\omega_z}{(1+\alpha^2)}; \quad k_i = \frac{\omega_i^2}{(1+\alpha^2)}; \quad k_{im} = \frac{\mu_0 \omega_i \omega_m}{(1+\alpha^2)}$$

$$k_{am} = \frac{\mu_0 \omega_{am}}{(1+\alpha^2)}; \quad k_m = \frac{\mu_0 \omega_m}{(1+\alpha^2)}$$

さらに磁気モーメントの時間変化は電界に影響を与え、本取り扱いでは各方向の磁化変数の時間変化がその方向の逆電圧すなわち電圧降下を生じることに対応する。

したがって、

$$V_z(t) = \frac{dJ_z(t)}{dt} \quad (2.4.a)$$

$$V_x(t) = \frac{dJ_x(t)}{dt} \quad (2.4.b)$$

式(2.4.a)を考慮に入れて式(2.3.a)を2回台形近似を繰り返し、係数をそれぞれ、 D_1 、 D_2 、 D_3 、 D_4 、 D_5 として整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} D_1 V_z(t) - D_2 I_z(t) - D_3 I_x(t) \\ = -D_1 V_z(t-\Delta t) + D_2 I_z(t-\Delta t) + D_3 I_x(t-\Delta t) - D_4 J_z(t-\Delta t) + D_5 K_z(t-\Delta t) \end{aligned} \quad (2.5.a)$$

同様に式(2.4.b)を考慮に入れて式(2.3.b)より次式を得る。

$$\begin{aligned} D_1 V_x(t) - D_2 I_x(t) + D_3 I_z(t) \\ = -D_1 V_x(t-\Delta t) + D_2 I_x(t-\Delta t) - D_3 I_z(t-\Delta t) - D_4 J_x(t-\Delta t) + D_5 K_x(t-\Delta t) \end{aligned} \quad (2.5.b)$$

ここで、

$$D_1 = \left(1 + k_r \frac{\Delta t}{2} + k_i \frac{\Delta t^2}{4}\right) \frac{\Delta t}{2}; \quad D_2 = \left(k_{am} + k_{im} \frac{\Delta t}{2}\right) \frac{\Delta t}{2}$$

$$D_3 = k_m \frac{\Delta t}{2}; \quad D_4 = k_r \Delta t + k_i \frac{\Delta t^2}{2}; \quad D_5 = \Delta t$$

これらの式を図2.2のA点の等価回路の各1次元線路に適用するとそれぞれ次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & D_1\{V_{y1}(t) - V_y(t)\} - D_2 I_{z1}(t) - D_3\{I_{x1}(t) + I_{x2}(t)\} \\
 & = -D_1\{V_{y1}(t-\Delta t) - V_y(t-\Delta t)\} + D_2 I_{z1}(t-\Delta t) \\
 & \quad + D_3\{I_{x1}(t-\Delta t) + I_{x2}(t-\Delta t)\} - D_4 J_{z1}(t-\Delta t) + D_5 K_{z1}(t-\Delta t)
 \end{aligned}
 \tag{2.6. a}$$

$$\begin{aligned}
 & D_1\{V_y(t) - V_{y2}(t)\} - D_2 I_{z2}(t) - D_3\{I_{x1}(t) + I_{x2}(t)\} \\
 & = -D_1\{V_y(t-\Delta t) - V_{y2}(t-\Delta t)\} + D_2 I_{z2}(t-\Delta t) \\
 & \quad + D_3\{I_{x1}(t-\Delta t) + I_{x2}(t-\Delta t)\} - D_4 J_{z2}(t-\Delta t) + D_5 K_{z2}(t-\Delta t)
 \end{aligned}
 \tag{2.6. b}$$

$$\begin{aligned}
 & D_1\{V_{y3}(t) - V_y(t)\} - D_2 I_{x1}(t) + D_3\{I_{z1}(t) + I_{z2}(t)\} \\
 & = -D_1\{V_{y3}(t-\Delta t) - V_y(t-\Delta t)\} + D_2 I_{x1}(t-\Delta t) \\
 & \quad - D_3\{I_{z1}(t-\Delta t) + I_{z2}(t-\Delta t)\} - D_4 J_{x1}(t-\Delta t) + D_5 K_{x1}(t-\Delta t)
 \end{aligned}
 \tag{2.6. c}$$

$$\begin{aligned}
 & D_1\{V_y(t) - V_{y4}(t)\} - D_2 I_{x2}(t) + D_3\{I_{z1}(t) + I_{z2}(t)\} \\
 & = -D_1\{V_y(t-\Delta t) - V_{y4}(t-\Delta t)\} + D_2 I_{x2}(t-\Delta t) \\
 & \quad - D_3\{I_{z1}(t-\Delta t) + I_{z2}(t-\Delta t)\} - D_4 J_{x2}(t-\Delta t) + D_5 K_{x2}(t-\Delta t)
 \end{aligned}
 \tag{2.6. d}$$

ここで式(2.6. a) - 式(2.6. d)の右辺は一離散時間前の値から求まるものでありそれぞれ E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 とする。一方、各伝送線路間での Bergeron 表示式は

$$\begin{aligned}
 & V_{y1}(l, m, n, t) + z_0 I_{z1}(l, m, n, t) \\
 & = I_{z2}^*(l, m, n-1, t-\Delta t) + z_0 V_x^*(l, m, n-1, t-\Delta t)
 \end{aligned}
 \tag{2.7. a}$$

$$V_{y2}(l, m, n, t) - Z_0 I_{z2}(l, m, n, t) \quad (2.7. b)$$

$$= I_{z1}^*(l, m, n+1, t-\Delta t) - Z_0 V_x^*(l, m, n+1, t-\Delta t)$$

$$V_{y3}(l, m, n, t) + Z_0 I_{x1}(l, m, n, t) \quad (2.7. c)$$

$$= I_{x2}^*(l+1, m, n, t-\Delta t) + Z_0 V_z^*(l+1, m, n, t-\Delta t)$$

$$V_{y4}(l, m, n, t) - Z_0 I_{x2}(l, m, n, t) \quad (2.7. d)$$

$$= I_{x1}^*(l+1, m, n, t-\Delta t) - Z_0 V_z^*(l+1, m, n, t-\Delta t)$$

ここで、 l 、 m 、 n はそれぞれ x 、 y 、 z 方向の位置を示すパラメータである。以後簡単のため省略する。式(2.7. a)－式(2.7. d)の右辺も一離散時間前の値から求まるものであり、それぞれ A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 とする。式(2.6. a)－式(2.6. d)を、式(2.7. a)－式(2.7. d)にそれぞれ代入し整理すると次式を得る。

$$D_1 V_y(t) + (Z_0 D_1 + D_2) I_{z1}(t) = D_1 A_1 - E_1 - D_3 I_x(t) \quad (2.8. a)$$

$$D_1 V_y(t) - (Z_0 D_1 + D_2) I_{z2}(t) = D_1 A_2 + E_2 + D_3 I_x(t) \quad (2.8. b)$$

$$D_1 V_y(t) + (Z_0 D_1 + D_2) I_{x1}(t) = D_1 A_3 - E_3 + D_3 I_z(t) \quad (2.8. c)$$

$$D_1 V_y(t) - (Z_0 D_1 + D_2) I_{x2}(t) = D_1 A_4 + E_4 - D_3 I_z(t) \quad (2.8. d)$$

ここで、

$$I_x(t) = I_{x1}(t) + I_{x2}(t)$$

$$I_z(t) = I_{z1}(t) + I_{z2}(t)$$

式(2.8. a)－式(2.8. d)より $I_x(t)$ 及び $I_z(t)$ が求まる。さらに式(2.8. a)－式(2.8. d)の右辺をそれぞれ ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 、 ϕ_4 とし、式(2.8. a)－式(2.8. d)を左辺の電流の A 点における連続の法則を考慮に入

れて加えると A 点の時間 t における電圧すなわち電界が次式のように求まる。

$$V_y(l, m, n, t) = \frac{\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \psi_4}{4D_1} \quad (2.9)$$

この $V_y(t)$ の値を式 (2.8.a) – 式 (2.8.d) に代入することにより各方向の電流すなわち磁界がそれぞれ求まり、同様にして逐次磁化変数なども求まる。したがって、時刻 t におけるすべての電磁界及び媒質変数成分が一離散時間前の値を用いることにより求まり、Bergeron 法の特徴である逐次的時間応答解析が行われる。なお D 点及び E 点ではジャイロ異方成分の一方しか電流成分として持たないため、式 (2.8) における相互結合項を除いた基本式に対応した自己インダクタンスのみを用いた等価回路表示となるが同様の定式化のため説明は省略する。これらの結果フェライト中の 3 次元電磁界等価回路の全体図は図 2.3 に示すようになる。

2.3 方形導波管形移相器 の解析

ここでは、3つの形式の方形導波管形移相器の空間回路網法による解析について述べている。はじめに、方形導波管の等価回路について簡単に説明し、続いて、1枚のフェライト板を用いた形式と2枚のフェライト板を用いた形式、さらに、トロイド形状にした形式の3形式について順次述べている。

2.3.1 方形導波管の境界及び入力面の等価回路

本解析において用いた方形導波管の各部の寸法を図2.4に示す。導波管の管軸方向を x 方向とする。 x 方向の長さを導波管の長さ l_x 、 y 方向を高さ l_y 、 z 方向を幅 l_z とする。導波管の管壁は、完全導体であり、上下の管壁の xz 面は付録の表A.1に示された節点であるD点、E点、F点により構成される面、一方、側面である xy 面はA点、B点、D点により構成される面としている。完全導体の境界条件は xz 面を例にとると、D点およびE点では表A.1の対応関係より電圧がそれぞれ接線成分である E_x および E_z に対応しているので短絡点となる。さらに、F点では、電圧が法線方向の磁界 H_y に対応し、 x 方向と z 方向の電流がそれぞれ接線方向の電界 E_z と E_x に対応しているためすべての成分が零となり孤立点表示される。 xy 面も同様に扱うことができる。

続いて、入力面の yz 面はA点、C点、E点より構成される面と

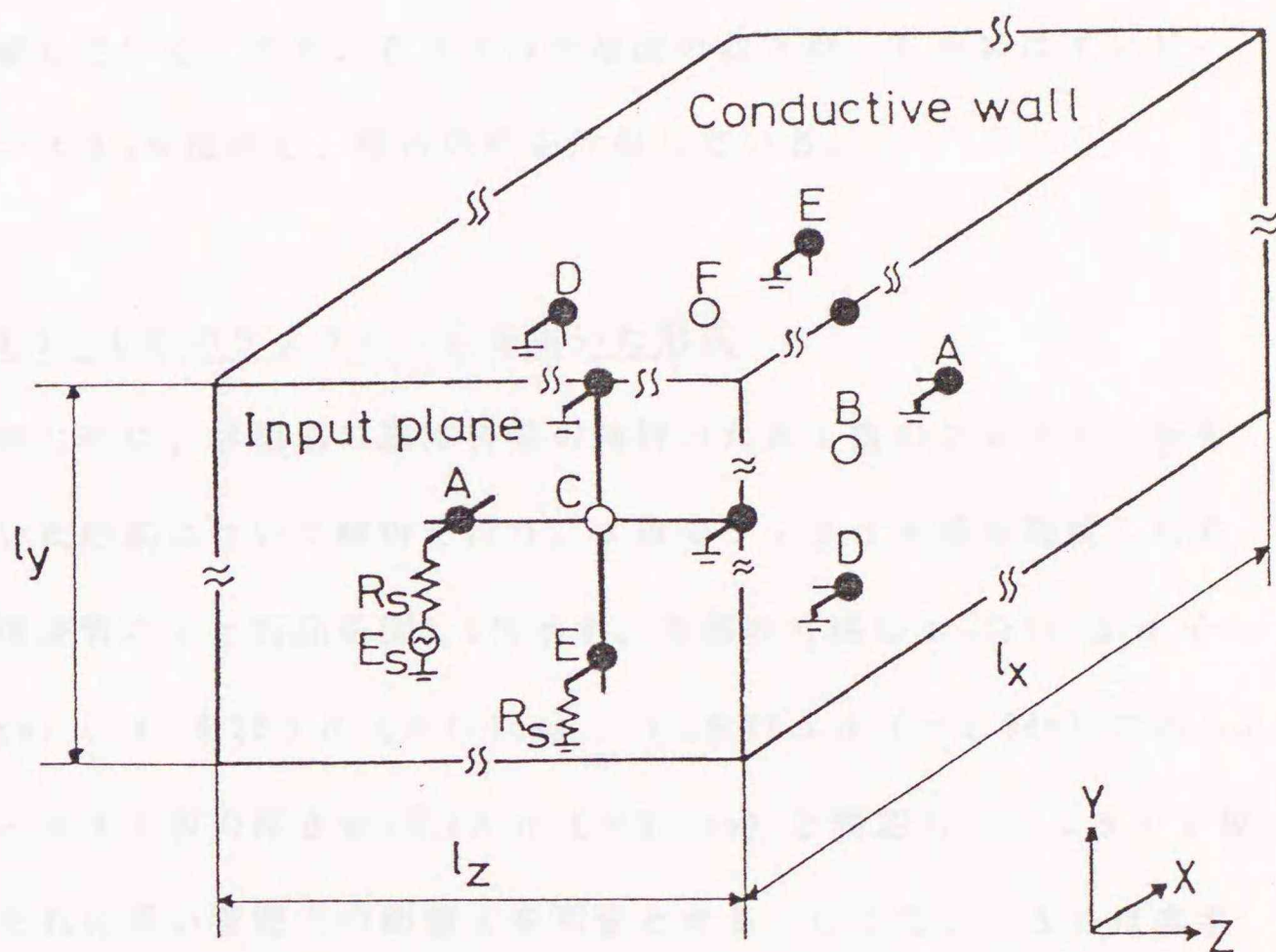


図2.4 方形導波管解析モデルの境界面および入力面での等価回路
(R_s : 整合インピーダンス、 E_s : 電圧源)

し、入力は TE_{10} モードの E_y 励振を実現するため各 A 点に導波管の特性インピーダンス R_s を通してモード電圧分布をもつ電圧源 E_s を接続している。また、E 点及び終端面の各 A 点、E 点にはインピーダンス R_s を接続し、整合条件を近似している。

2.3.2 1 枚のフェライト板を用いた形式

はじめに、移相器の基本特性の検討のため 1 枚のフェライト板を用いた形式について解析を行う。1 枚のフェライト板を装荷した方形導波管の yz 断面を図 2.5 に示す。各部の寸法は l_x を $150\Delta d$ ($=75\text{cm}$)、 l_y を $22\Delta d$ ($=1.1\text{cm}$)、 l_z を $46\Delta d$ ($=2.3\text{cm}$) である。フェライト板の厚さ w_f を $2\Delta d$ ($=0.1\text{cm}$) と固定し、フェライト板とそれに近い管壁との距離 a を可変とする。ここで、 $1\Delta d$ は本手法の空間差分間隔であり、本解析モデルでは 0.05cm としている。使用したフェライトの特性はフェライトの比誘電率 ϵ_f が 10.0 、 y 方向に加わる直流磁界の大きさ H_0 が 1000Oe 、飽和磁化の大きさ $4\pi M_s$ が 3000G 、 g 係数が 2.0 である。使用周波数は 9.0GHz でありこれに対応する自由空間波長 λ_0 は $67\Delta d$ となるが、この値はフェライト中での波長短縮に対しても十分な分割精度を与えている。なお、このときの周期 T は時間差分間隔を Δt として、 $134\Delta t$ となる。観測面は導波管中央の xz 平面とする。ここで、直流磁界の加える方向は y 軸の正の方向に加える場合を $+$ とし、負の方向に加える場合を $-$ とし、それぞれに対応する現象やパラメータをこの正負で指示

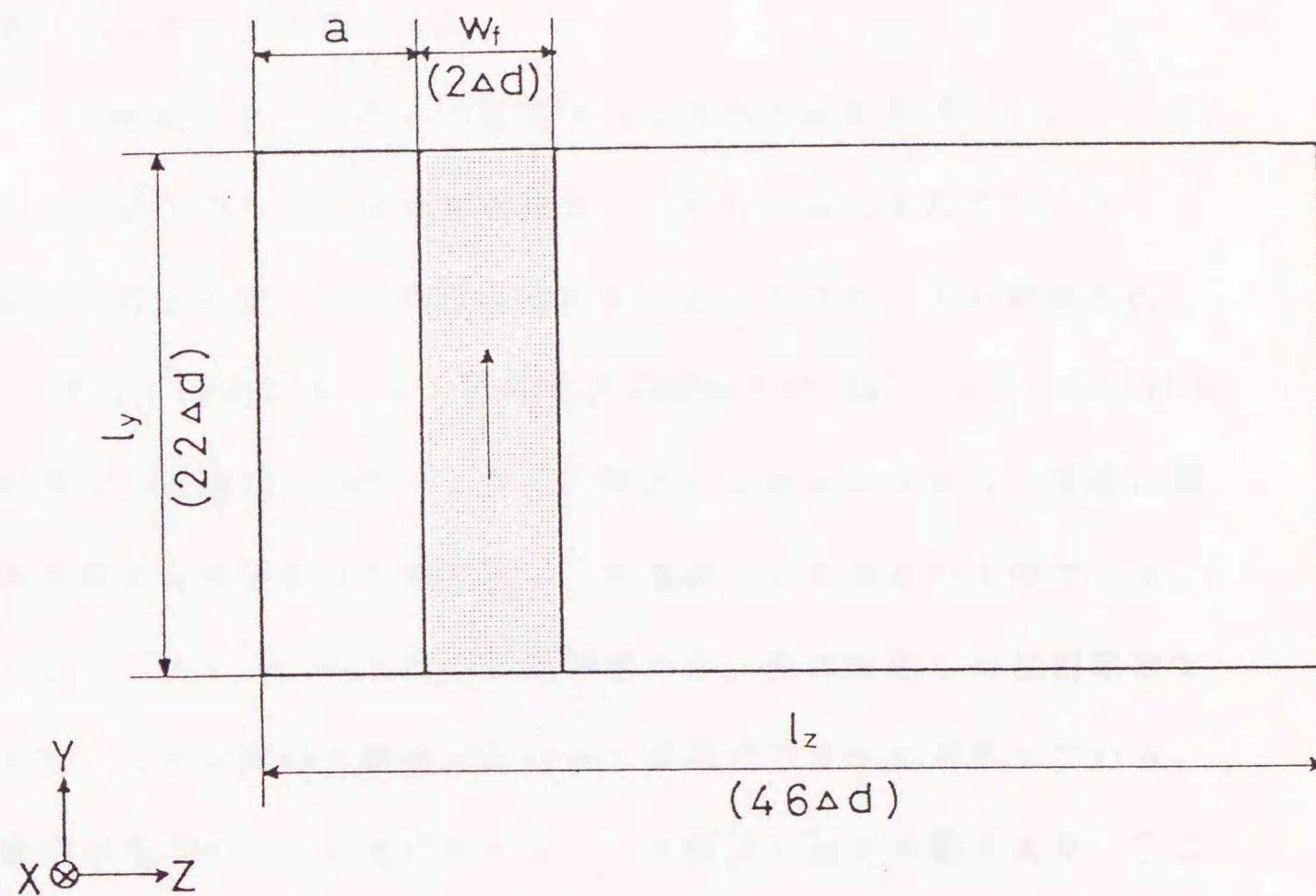


図2.5 1枚のフェライト板を装荷した方形導波管の $y-z$ 断面図

している。上述の導波管寸法やフェライト特性は比較検討のため文献[54]に対応させている。

この解析モデルを用いて導波管内の電磁界解析を行った。ここで、正負の波に対して文献の解析結果との比較を加えるためフェライト板の位置 a を変えたときの位相定数の変化を求め、その結果を図2.6に示す。図中において、実線及び破線は文献[54]で与えられた計算結果で、実線は上述のフェライト特性によるものであり、破線は磁性に関する媒質条件を取り除いて誘電体とした場合のものである。ここで、 β_+ 、 β_- は上述の直流磁界の正、負に対応した位相定数であり、これは同時に波動の進行波、後進波のそれに対応している。

●印は本手法による上述のフェライト特性に対する値であり、○印は誘電体とした場合の本手法による結果である。続いて、導波管内の電磁界分布を検討しその特徴を明らかにするため、図2.6において正負の位相定数の差が大きなところである $a = 7\Delta d$ ($= 0.35\text{cm}$) の場合の電界 E_y の導波管幅方向分布を調べ、図2.7にその結果を示す。図中で実線は文献[54]の解析によるものであり、破線は本手法によるものである。これら図2.6及び図2.7より本手法による解析結果が従来のもとのそれぞれの特性に対してよく一致していることが確かめられ、本手法によるフェライトを用いた方形導波管型移相器に対する解析の基本的妥当性が示された。さらに、本手法の全電磁界分布の時間応答解析が可能である特徴を示すため、図2.8と図2.9にそれぞれ正及び負の場合の上述の観測面での電界 E_y の空間分布の時間

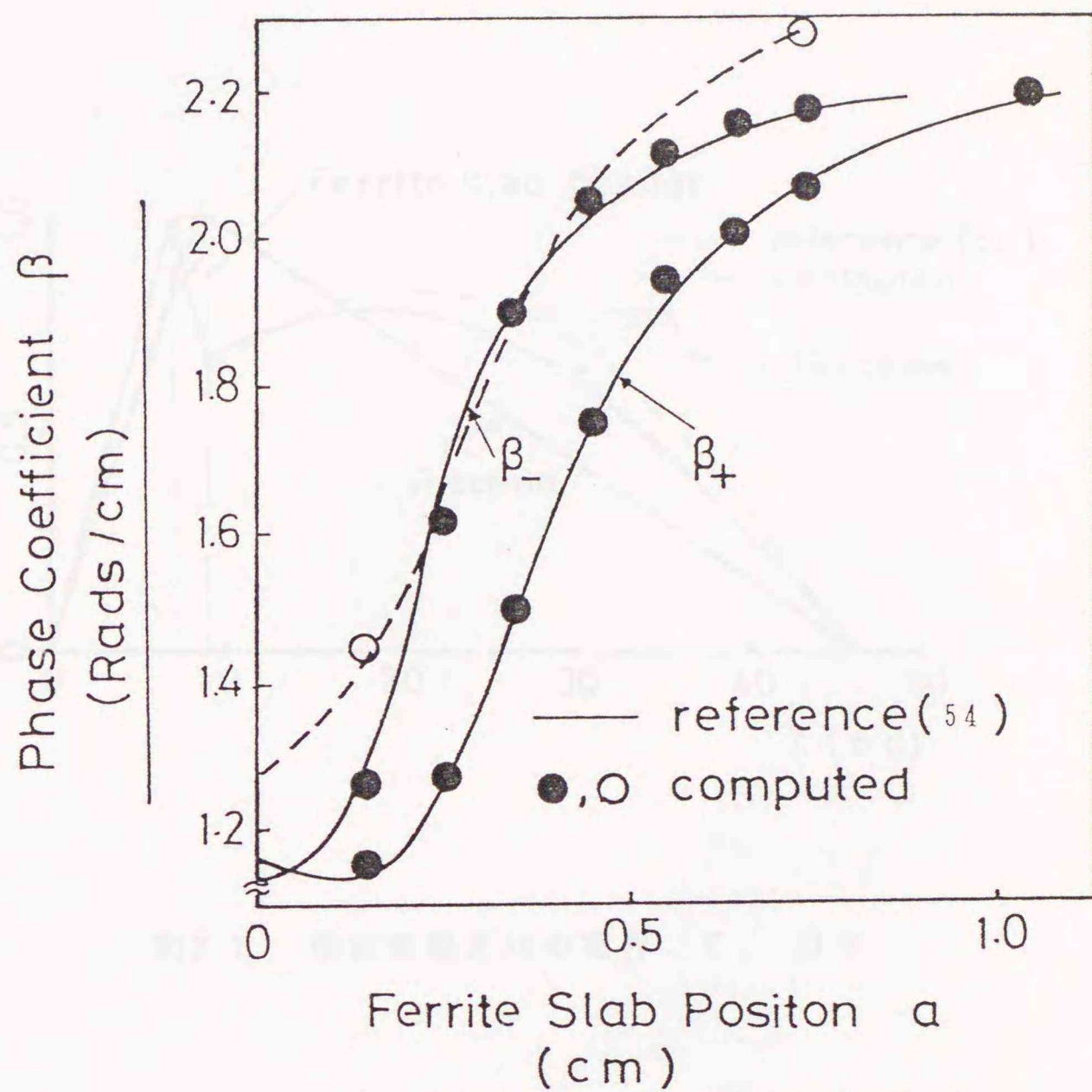


図2.6 フェライト板の位置 ' a ' に対する位相定数の変化

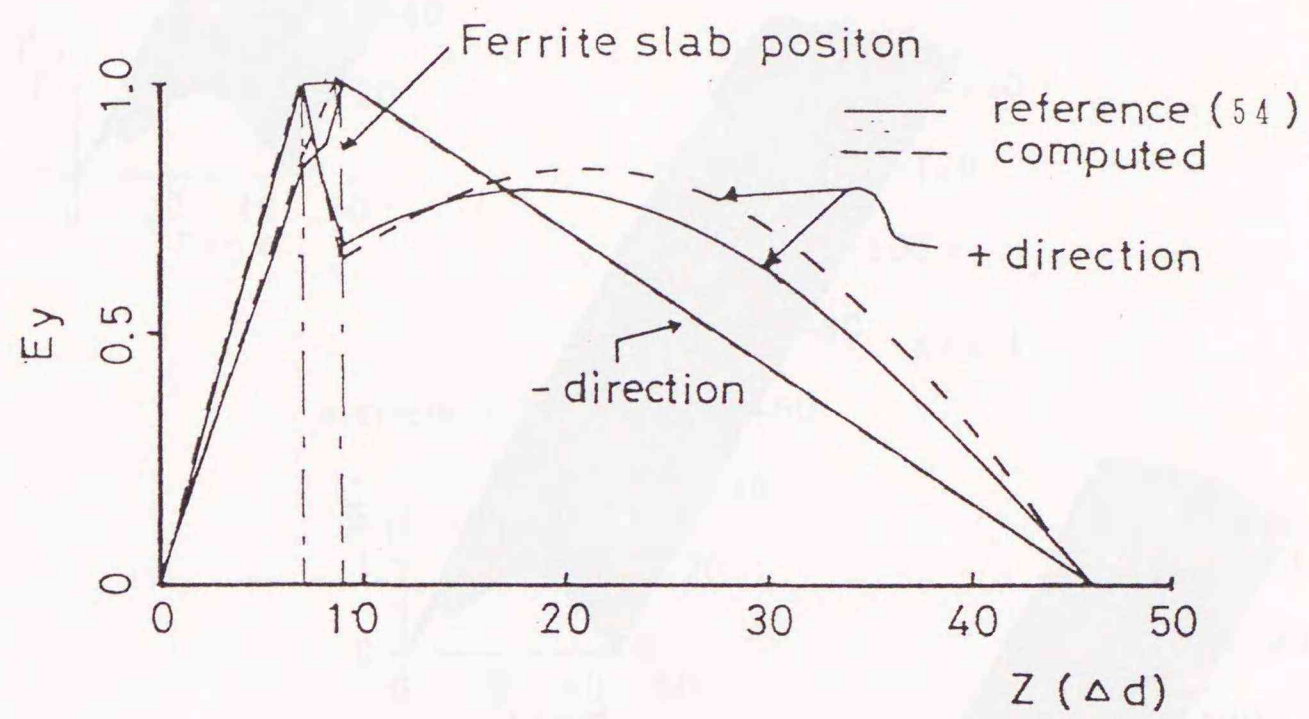


図2.7 導波管幅方向の電界 ' E_y ' 分布

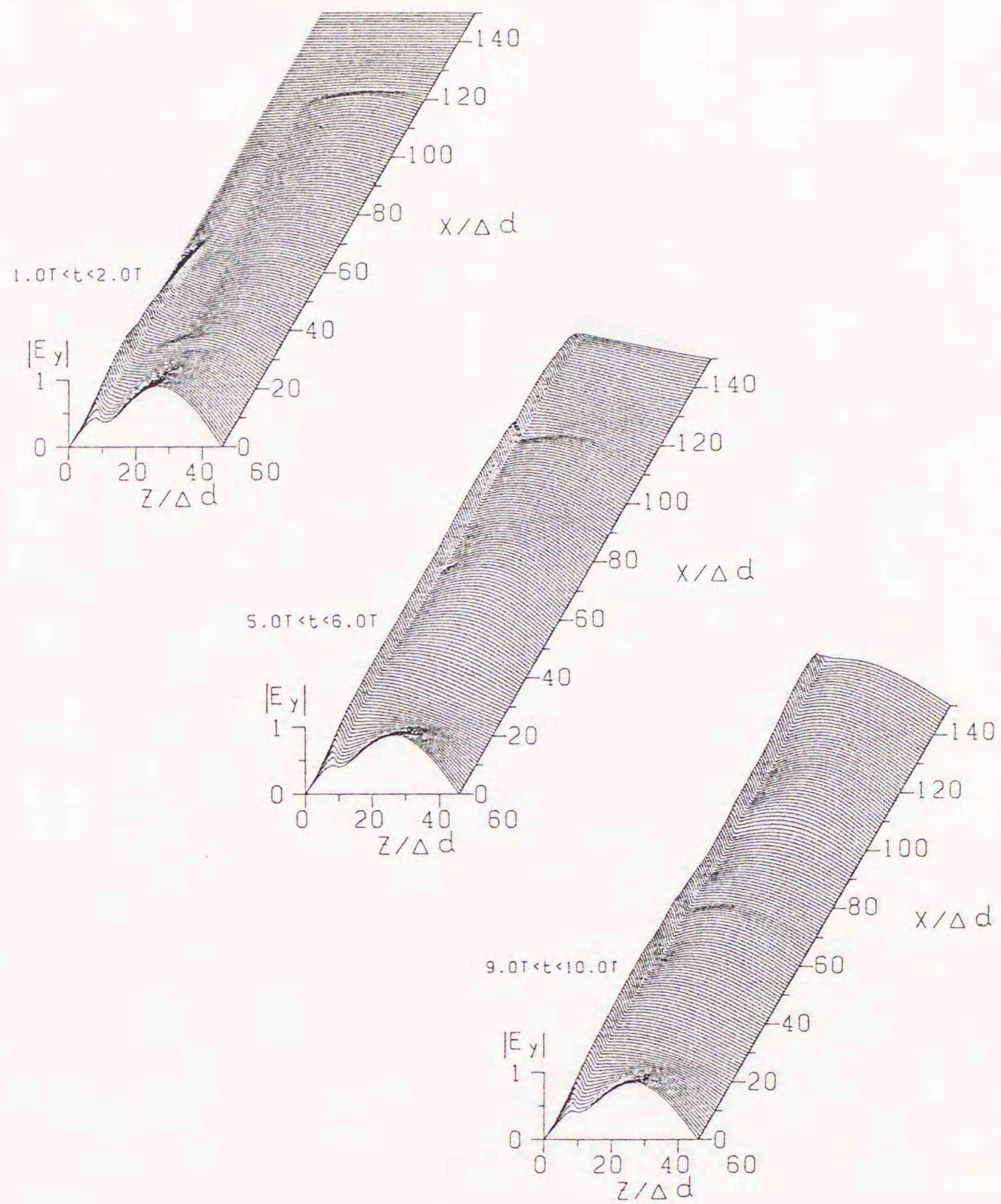


図2.8 電界 ' E_y ' の空間分布の時間変化
(直流磁界方向が正の場合)

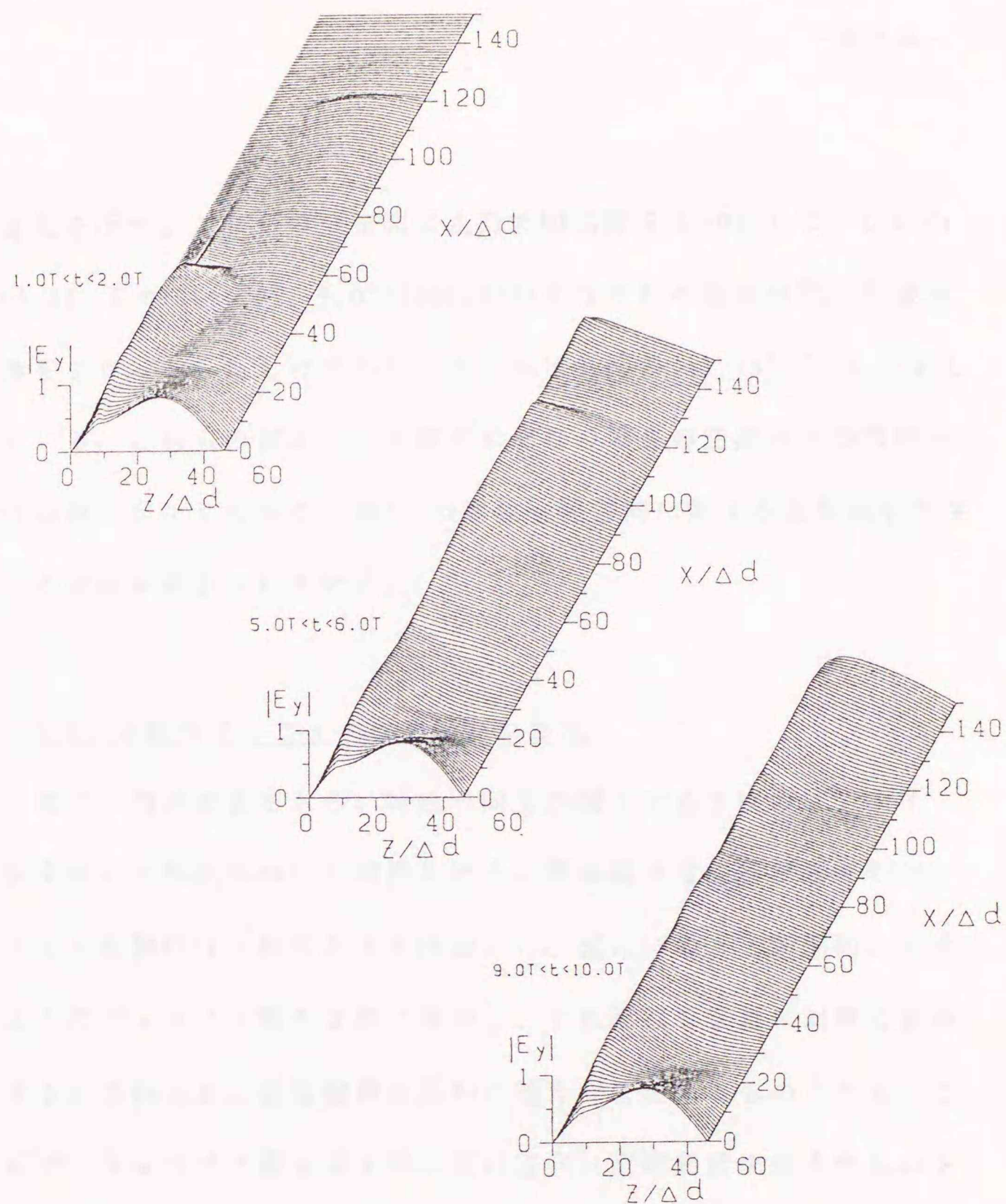


図2.9 電界 ' E_y ' の空間分布の時間変化
(直流磁界方向が負の場合)

変化を示す。これらの分布図は入力波印加時を $t=0$ として、 $1.0T < t < 2.0T$ 、 $5.0T < t < 6.0T$ 、 $9.0T < t < 10.0T$ のそれぞれの観測時間内の最大値をプロットしたものであり、それらは各図の (a)、(b)、(c) に対応している。これらの図より、正負それぞれの場合の空間分布の時間変化の違いがよくわかり、図 2.7 の導波管幅方向に対する定常分布が生じる過程が明示されている。

2.3.3 2 枚のフェライト板を用いた形式

次に、対称構造をもち、特性の向上が図られる 2 枚のフェライト板を用いた形式について解析を行う。導波管の寸法及び個々のフェライト板特性は 1 枚のときと同様とし、図 2.10 の $y-z$ 断面図に示すようにフェライト板を 2 枚に増やし、それぞれを管軸に対称に装荷する。このとき、直流磁界は互いに逆方向に加えるものとする。ここで、フェライト板 A に y 軸の正の方向に直流磁界を加えたものを $+$ とし、負の方向に直流磁界を加えたものを $-$ とする。以下、現象及びパラメータの指示にこの符号を用いる。フェライト板 A 及び B とそれぞれの板と近い管壁との距離を各々 a とし、1 枚のときと同様にこの a を可変とする。入力周波数及び観測面は 1 枚のフェライト板の場合と同様のものとしている。はじめに、フェライト板の位置 a を変えたときの位相定数の変化を図 2.11 に示す。この図も図 2.6 と同様に実線が従来の解析結果 [54] であり、●印が本手法によるものである。この図より、2 枚のフェライト板の場合も解析解とよく

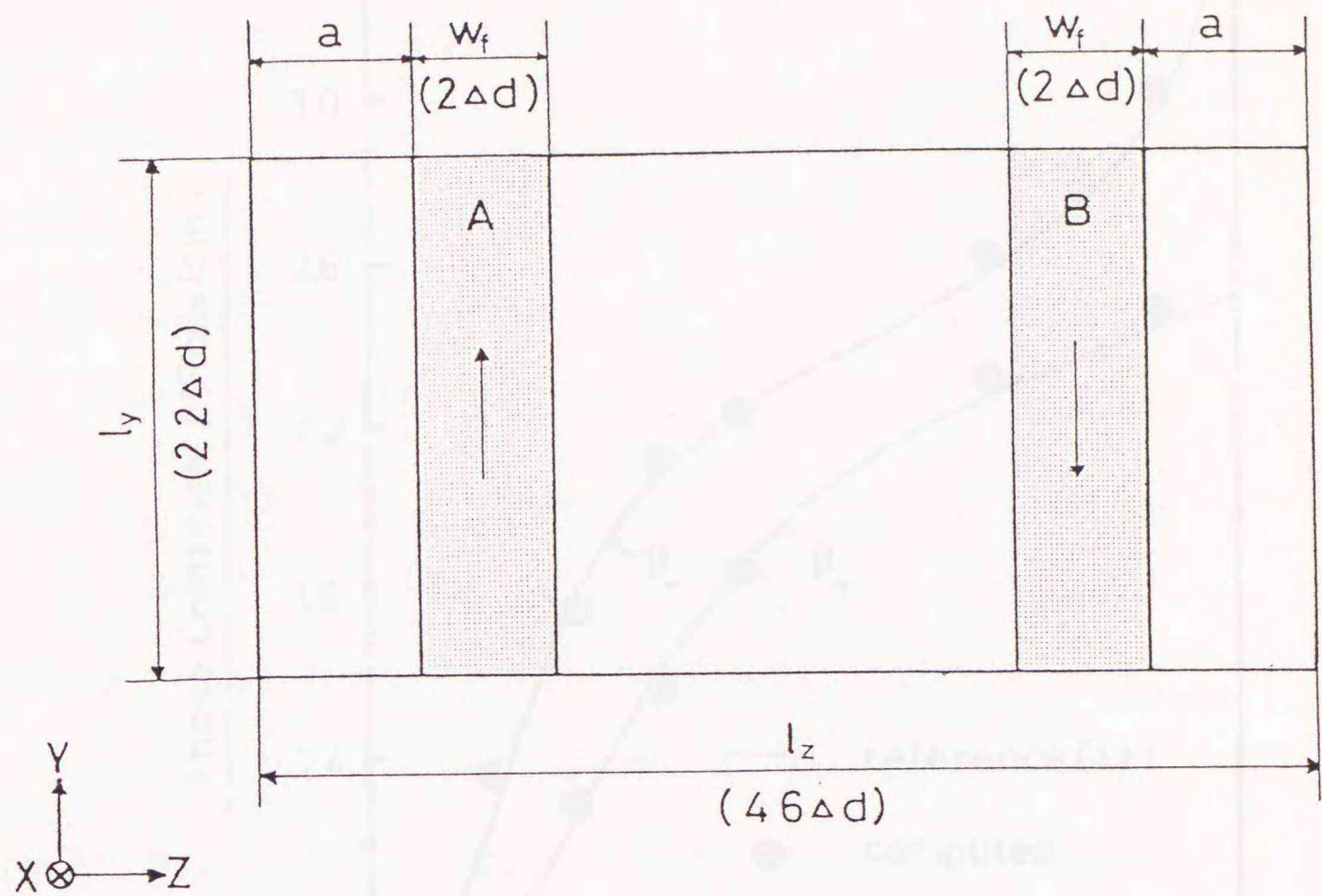


図2.10 2枚のフェライト板を装荷した方形導波管の yz 断面図

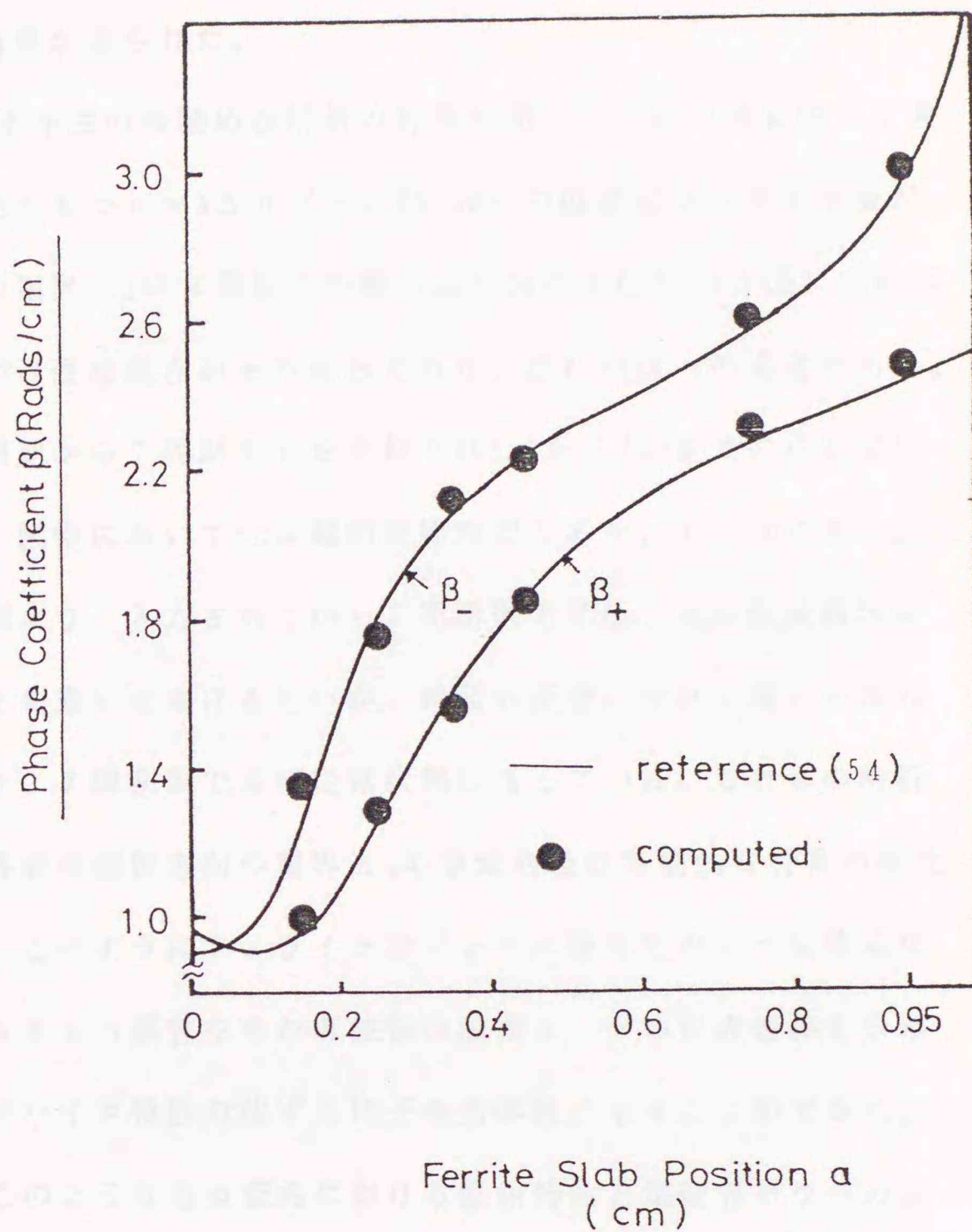


図2.11 フェライト板の位置 ' a ' に対する位相定数の変化

一致した結果が得られた。

続いて、本手法の時間応答解析の特徴を用いて正負の波に対して大きな位相差をもつ $a = 5 \Delta d$ ($= 0.25 \text{ cm}$) の位置にフェライト板があるときの電界 E_y の 2 周期毎の瞬時波形分布を図 2.12 と図 2.13 に示す。図 2.12 は直流磁界が + の場合であり、図 2.13 は - の場合である。各図で 1 周期から 7 周期までをそれぞれ (a) から (d) までに示している。なお、図中において t_0 は観測開始時刻であり、 $t_0 = 0$ である。これらの図より、入力されてから 1 周期後では正、負の直流磁界に対する波形の違いはさほどないが、時間の経過につれて違いが現れてきており、7 周期後ではほぼ定常状態になっている。これらの解析結果より各直流磁界方向の電界 E_y の空間的及び時間的な分布の変化がわかる。このようにフェライトのジャイロ異方性のような複雑なメカニズムをもつ媒質を含む導波管の伝搬モードの形成過程を含めた所期のデバイス特性の生ずる様子を全体的に示すことができた。さらに、このような導波管内における位相特性と電磁界パワーの伝搬特性の対応を明らかにするためにエネルギーの流れを示すポインティングベクトル分布の様子を求めた。図 2.14 は、直流磁界が + の場合であり、図 2.15 は、- の場合である。観測時刻は図 2.12、図 2.13 と同様とした。それぞれの図のベクトルを表す矢印は、共通に規格化されており、直ちに大きさの比較が可能である。これらの図から直流磁界方向によるエネルギーの分布の違いがよくわかる。正の方向に直流磁界が加えられている場合は、ポインティングベクトル

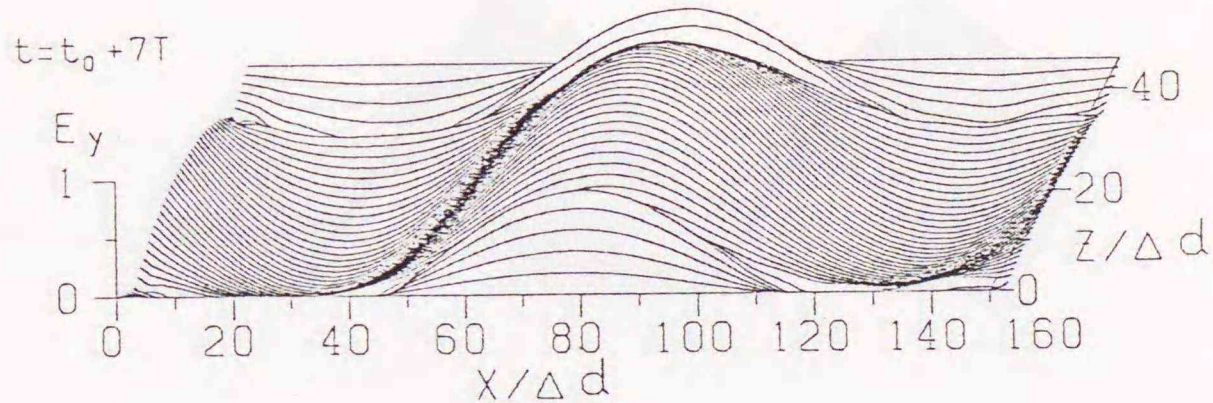
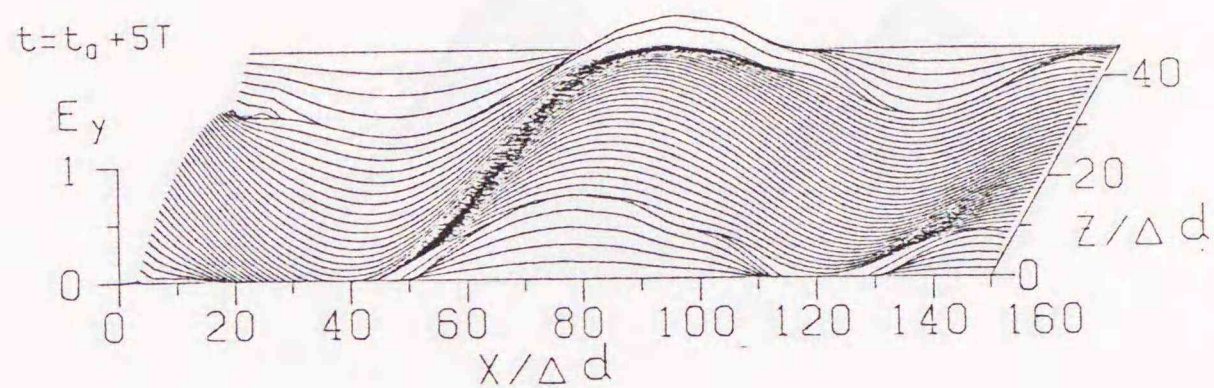
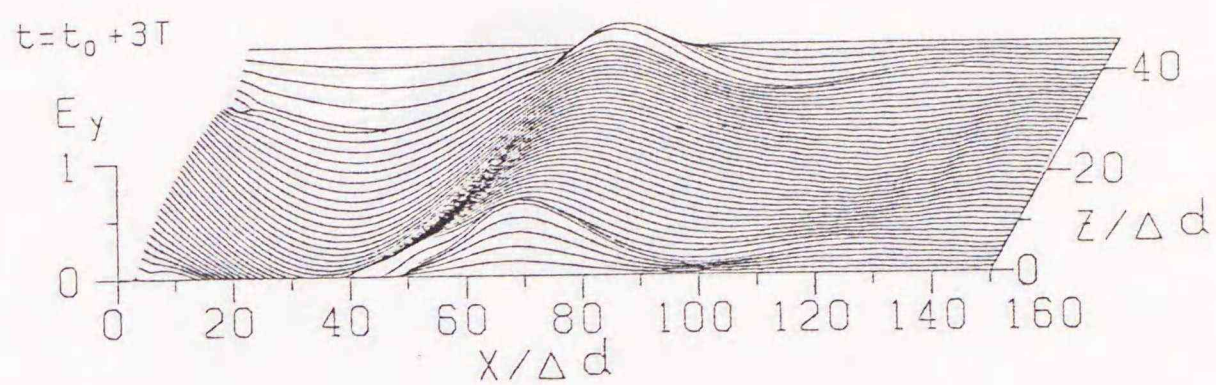
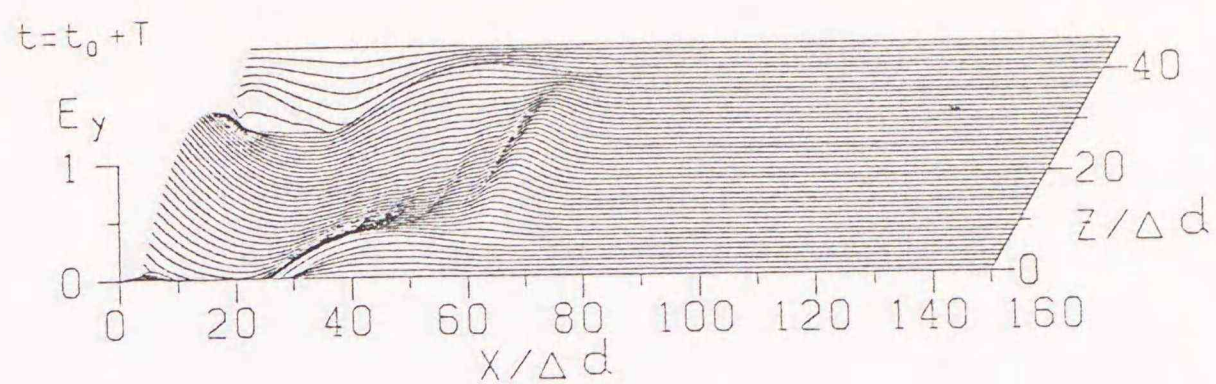


図2.12 電界 ' E_y ' の瞬時波形の時間変化
(直流磁界方向が正の場合)

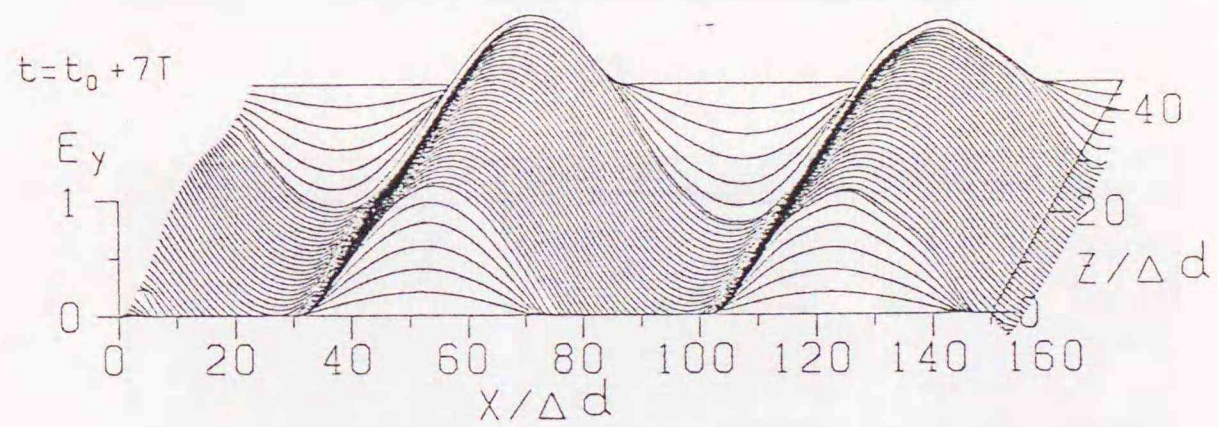
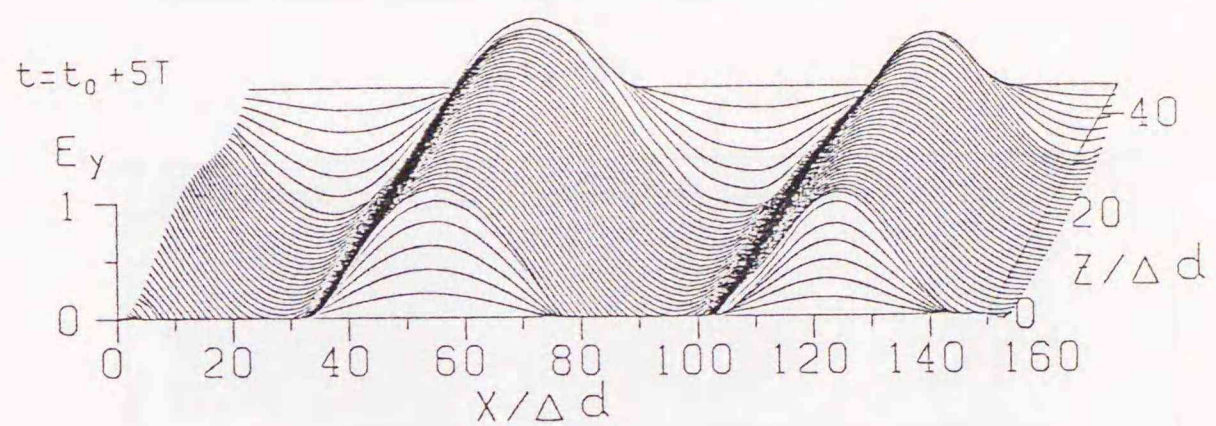
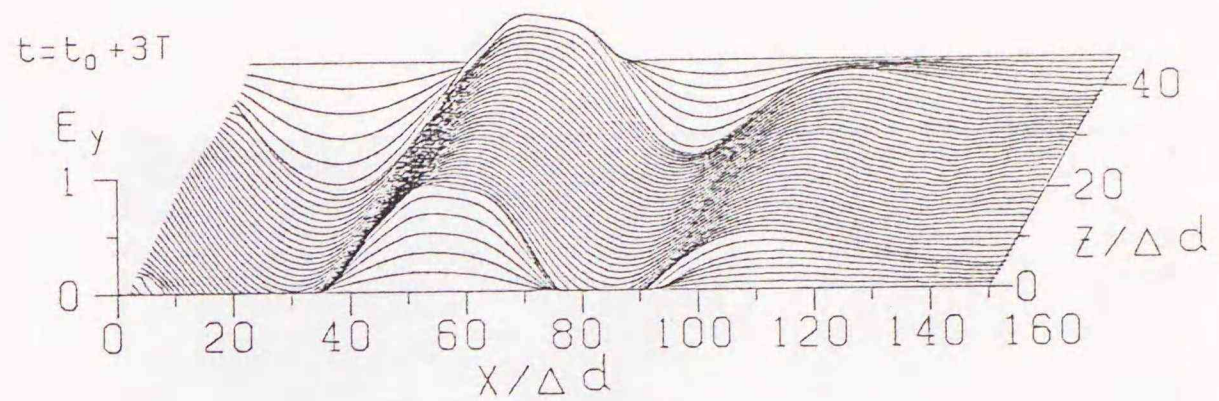
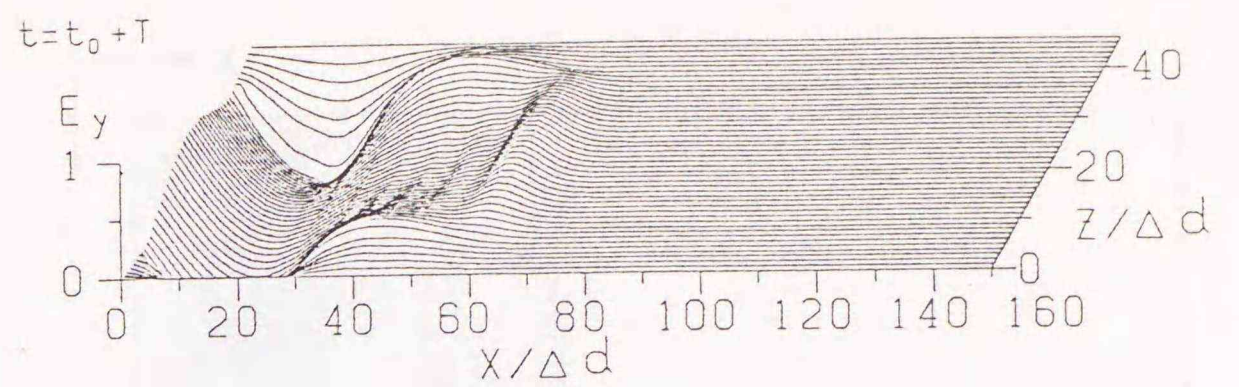


図2.13 電界 ' E_y ' の瞬時波形の時間変化
(直流磁界方向が負の場合)

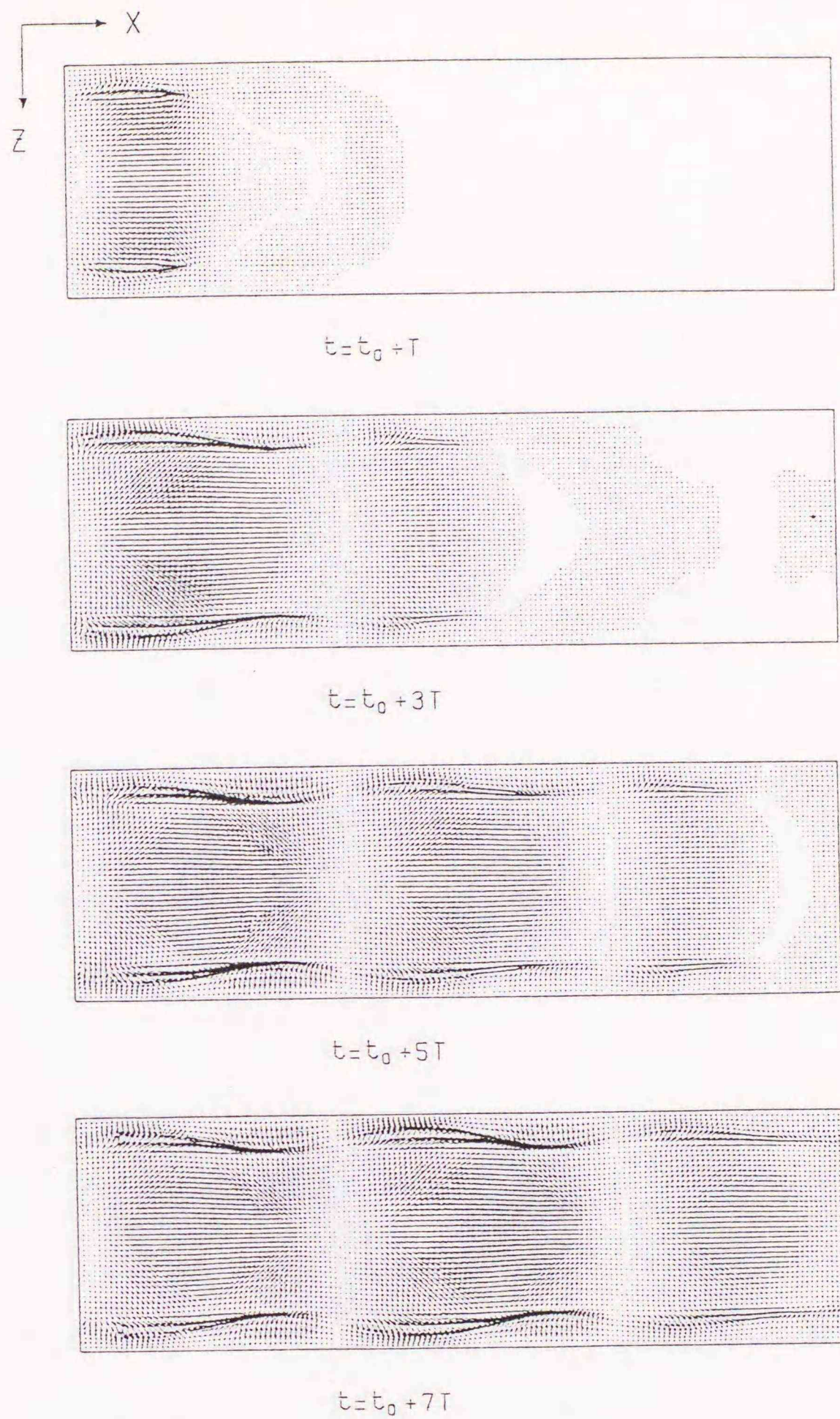
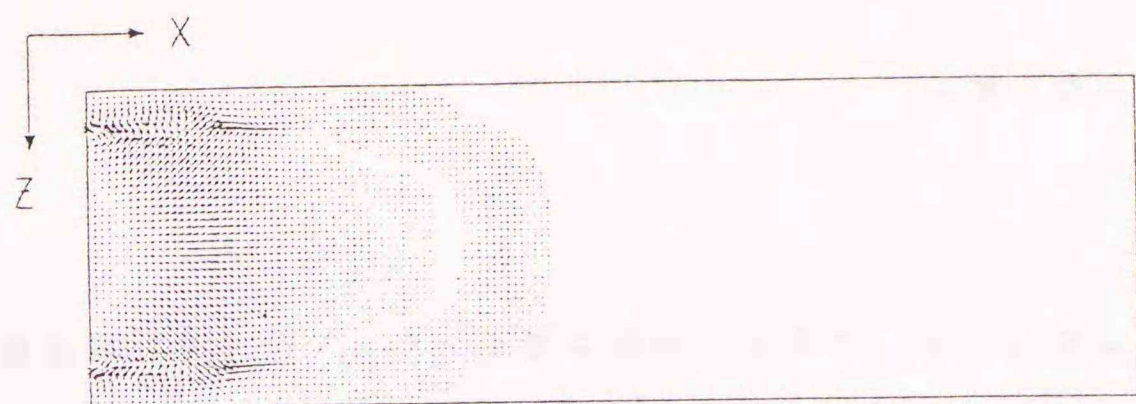
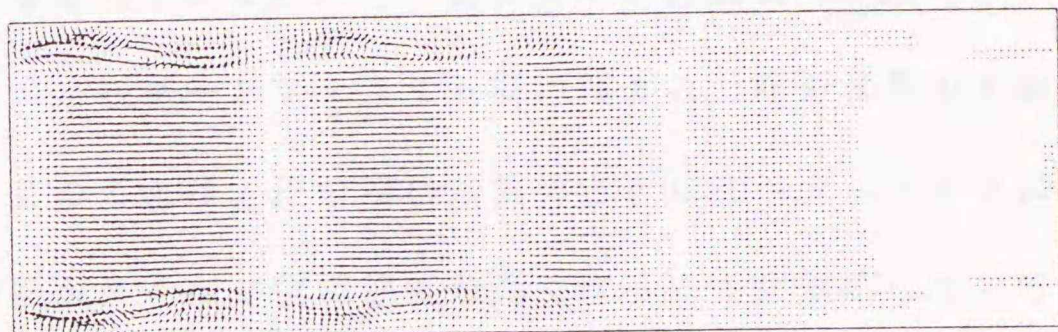


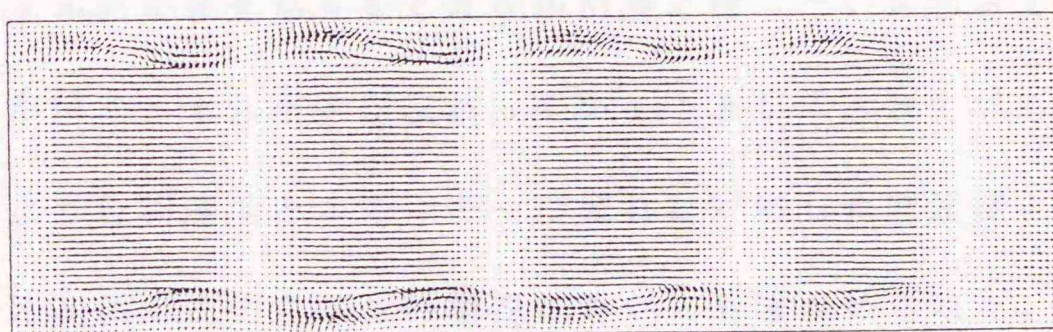
図2.14 ポインティングベクトルの時間変化
(直流磁界方向が正の場合)



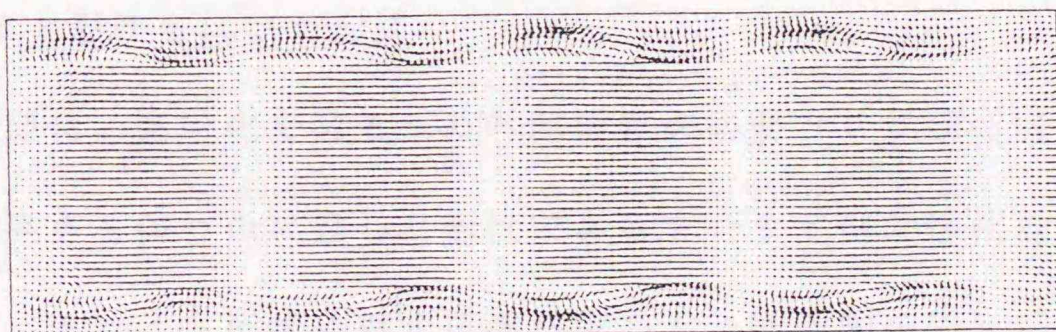
$$t = t_0 + T$$



$$t = t_0 + 3T$$



$$t = t_0 + 5T$$



$$t = t_0 + 7T$$

図2.15 ポインティングベクトルの時間変化
(直流磁界方向が負の場合)

すなわち電磁界パワーがフェライト板に集中しており、また、フェライト板に挟まれた部分のエネルギーは直進せず両フェライト板間で反射しながら進んでいる。一方、負の方向に直流磁界が加えられている場合はエネルギーがフェライト板に挟まれた部分に集中し直進している。このことは、正の場合は負のときに比べカットオフに近く、管内波長が長くなり位相速度が速くなることに対応している。さらに、図2.15の負の場合のほうが図2.14の正の場合に比べて早く終端側でベクトルの大きさが大きくなり色が濃くなっていることより、負のほうが早くエネルギーが伝わっていることが示されている。これらのことより位相速度とエネルギーの流れに対応した群速度とのかの相反する関係がこのような移相器においても確かめられた。

2.3.4 トロイド形状を用いた形式

最後に、小型化、簡単化を図るため外部磁界を必要とせず残留磁化を用いその強さを保つのに適した形状であるトロイド型の移相器の解析を行う。トロイド形状に対する導波管の $y-z$ 断面図を図2.16に示す。本解析では構造寸法に合わせるため空間差分間隔 Δd を0.033cmにした。その結果、各部の寸法は導波管の長さ l_x を $150\Delta d$ ($=4.95\text{cm}$)、高さ l_y を $30\Delta d$ ($=1.0\text{cm}$)、フェライト板の厚さ w_f および中央の空洞の幅 w_d を $4\Delta d$ ($=0.132\text{cm}$) と固定している。また、フェライトの比誘電率 ϵ を16.0とし、本モデルは残留磁化状態で用いるため外部直流磁界は零である。飽和磁化 $4\pi M_s$ は1220G、

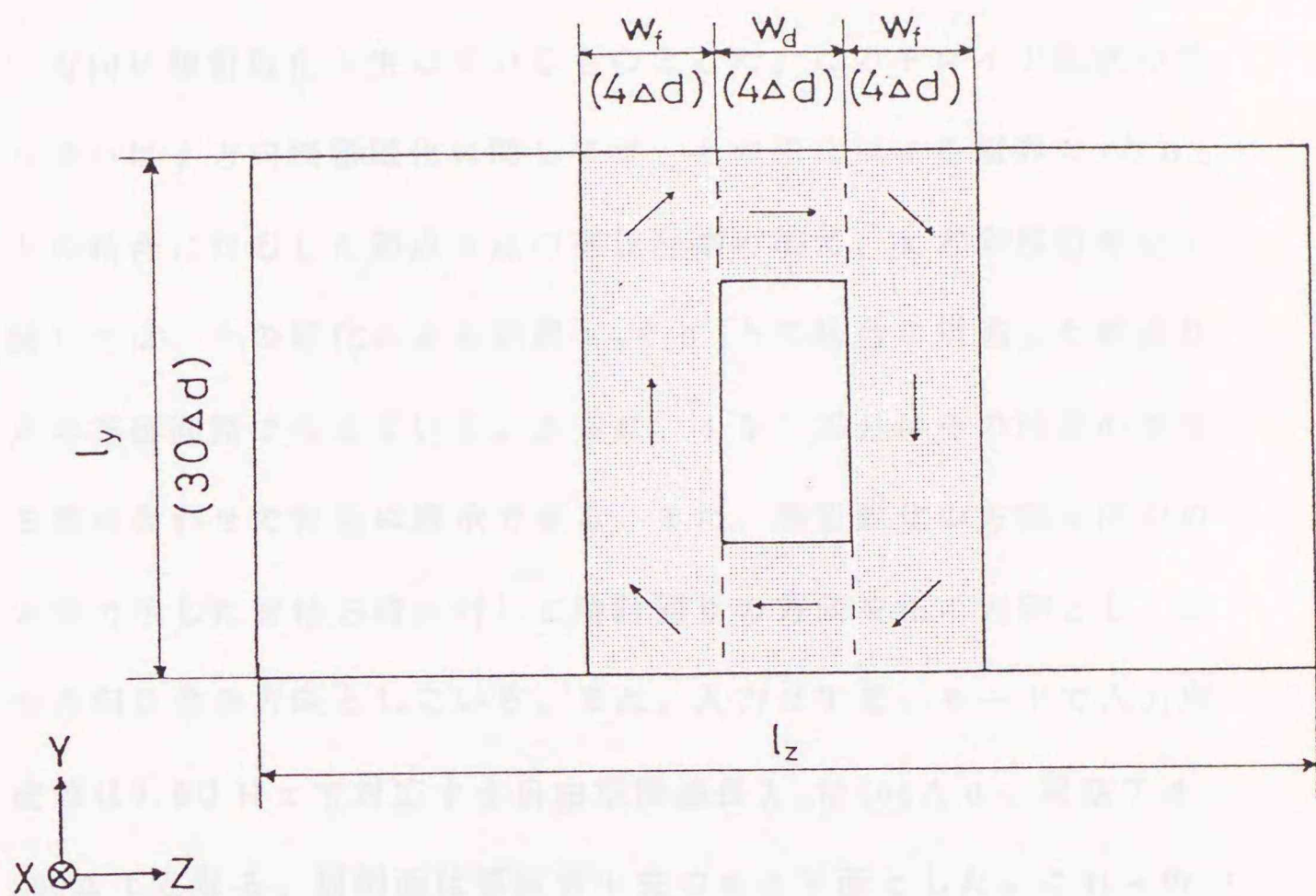


図2.16 トロイド形状のフェライトを装荷した方形導波管の $y-z$ 断面図

残留比 R は 0.5 より、残留磁化 $4\pi M_r$ は 610 G となる。また半値幅 ΔH を 40 Oe、 g 係数を 2.0 としている。ここで、トロイドの四隅は 45° 方向に残留磁化が生じているものとした。このトロイド形状の取り扱い y 方向残留磁化に関しては、その磁化による磁界 h_x と h_z との結合に対応した節点 A 点の等価回路に加え、 x 方向残留磁化に関しては、その磁化による磁界 h_x と h_y との結合に対応した節点 D 点の等価回路で与えている。さらに、 45° 部分はその両者の単なる重ね合わせで容易に表示できる。また、残留磁化の方向は図中の矢印で示した管軸方向に対して時計回りの方向を正の方向とし、逆の方向を負の方向としている。また、入力 TE_{10} モードで入力周波数は 9.0 GHz で対応する自由空間波長 λ_0 は $100\Delta d$ 、周期 T は $200\Delta t$ となる。観測面は導波管中央の xz 平面とした。これらのパラメータは比較検討のため文献に従っている。このモデルを用いて、導波管幅 1_z を変えた場合の残留磁化の正負に対する位相差の変化を計算し、その結果を図 2.17 に示す。この図において、実線及び破線は文献[55]において、トロイド形状及び 2 枚の対称スラブ形状として求めた値であり、●印はその実験結果である。これに対して、▲印及び■印は本手法でトロイド形状及び図 2.10 の形状のスラブ形状として解析を行った結果である。この図より本手法でのそれぞれの解析結果はともに従来の解析値や実験値をよく説明している。

最後に、残留磁化の方向をステップ状に反転させたときの移相器の後方での通過波形特性を図 2.18 に電界 E_y の時間変化として示す。

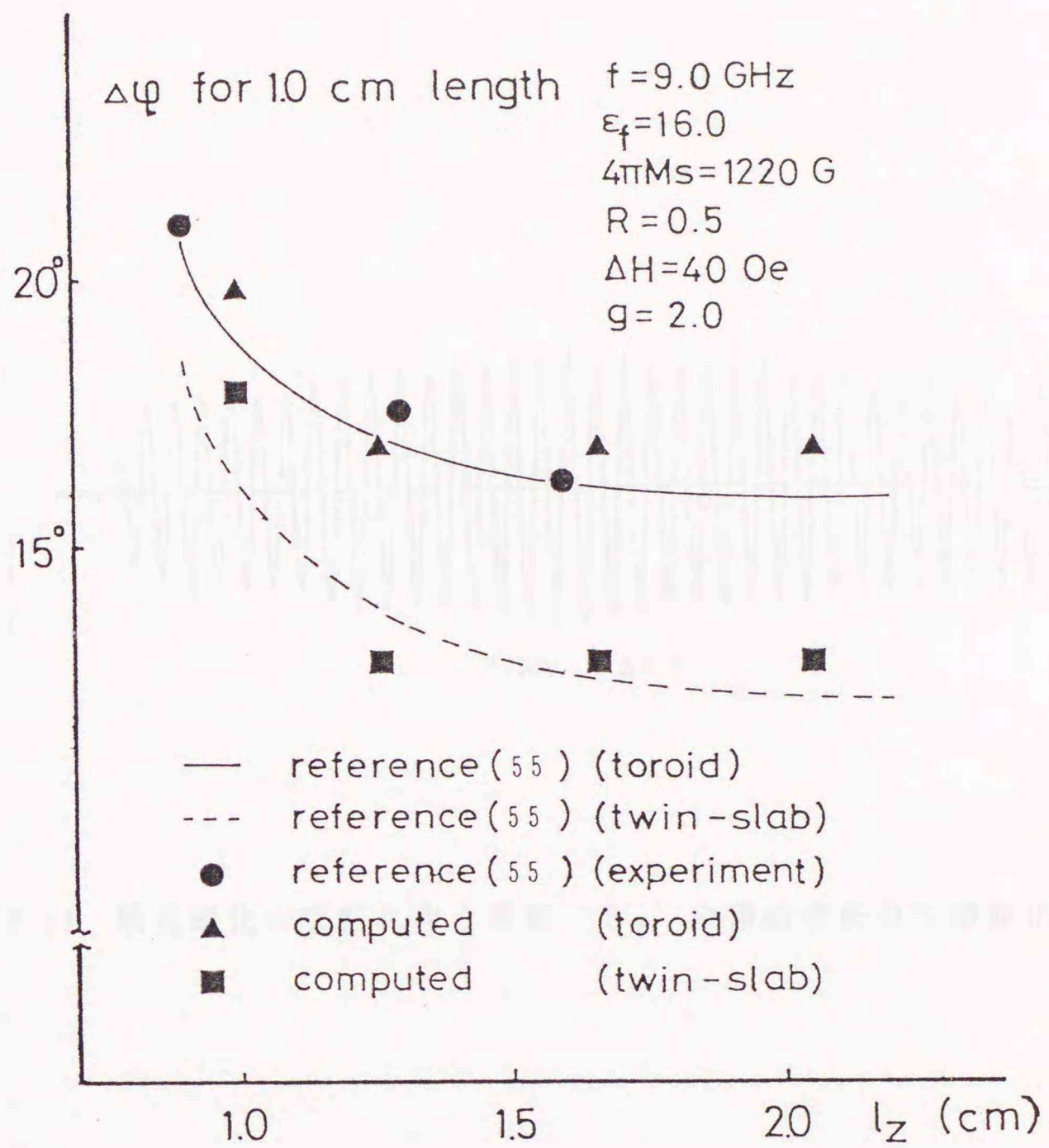


図2.17 導波管幅 ' l_z ' に対する位相差の変化

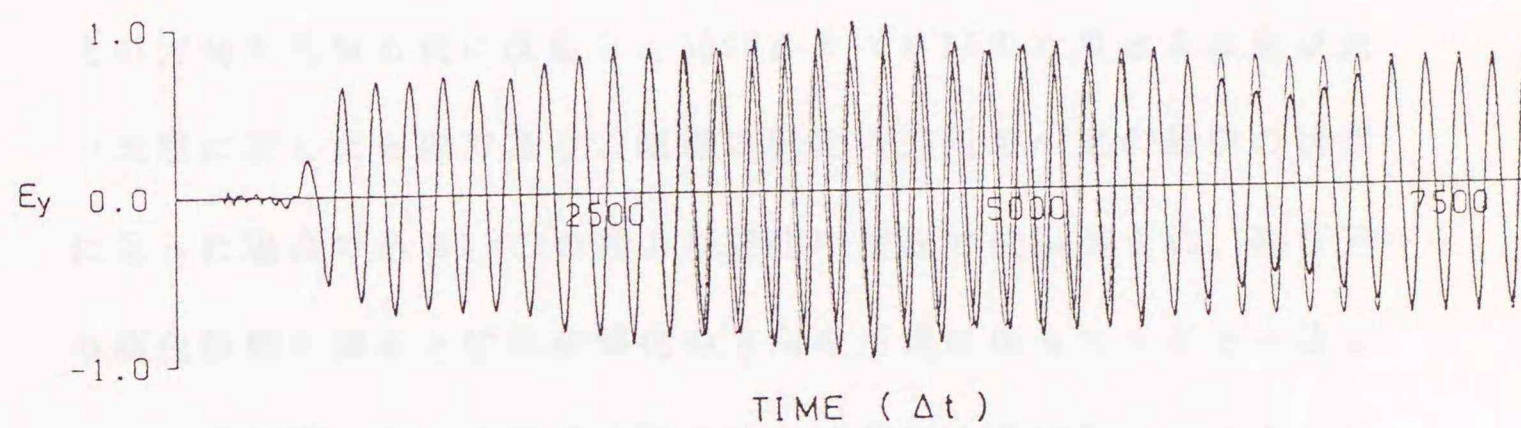


図2.18 残留磁化の反転に伴う電界 ' E_y ' の通過波形の時間変化

トロイド形状のフェライトの長さを $100 \Delta d$ ($= 3.3 \text{ cm}$) とし、導波管および他のフェライトの寸法、媒質条件は、上述のものと同様とする。観測点は入力面より x 方向に $130 \Delta d$ ($= 4.29 \text{ cm}$) 進んだ管軸上の点とした。太線は時間軸上で $2500 \Delta t$ ($= 12.5 \text{ T}$) のときに磁化の方向を正から負に反転し、 $5000 \Delta t$ ($= 25 \text{ T}$) のときに再び元の状態に戻したものであり、細線は磁化の方向を一定の最初の状態に保った場合である。この図より磁化の反転で位相がずれ、再び元の磁化状態に戻ると位相が磁化の方向を一定に保ったものと一致していく移相器における通過波形の時間的な変化の様子がよく示され、移相器特性がシミュレートできた。

2. 4 静磁波に関する解析

ここでは、本定式化の静磁波領域における妥当性を調べるため、方形導波管のH面に平行にYIG板を装荷し、印加磁界をH面と平行に、かつ管軸方向と垂直に加えた場合の静磁波の伝搬の様子を求めた。この方向に磁界を加えると表面静磁波(Magnetostatic Surface Wave)が伝搬する。その結果は、従来の手法による結果と傾向が一致し、本手法の静磁波への適用の基本的妥当性を示している。

2.4.1 解析モデル

ここで用いたYIG板を装荷した方形導波管の解析モデルを図2.19に示す。各部の寸法は導波管の幅 $a = 40 \Delta d$ ($= 2.0 \text{ cm}$)、高さ $b = 20 \Delta d$ ($= 1.0 \text{ cm}$)、長さ $c = 100 \Delta d$ ($= 5.0 \text{ cm}$)、YIG板の厚さ $t = 2 \Delta d$ ($= 0.1 \text{ cm}$) とし、YIG板の下面から導波管の下面までの距離 y_0 を可変とした。ここで、 $1 \Delta d = 0.05 \text{ cm}$ とした。観測面はYIG板の上面とし、導波管の管壁は完全導体とし仮定した。導波管管壁、入力および終端での等価回路は、2.3.1の図2.4の場合と同様である。

2.4.2 解析結果

上述の解析モデルを用いて、YIG板を装荷した方形導波管の3次元時間応答解析を行った。媒質定数は、直流印加磁界 $H_0 = 1800 \text{ O}$

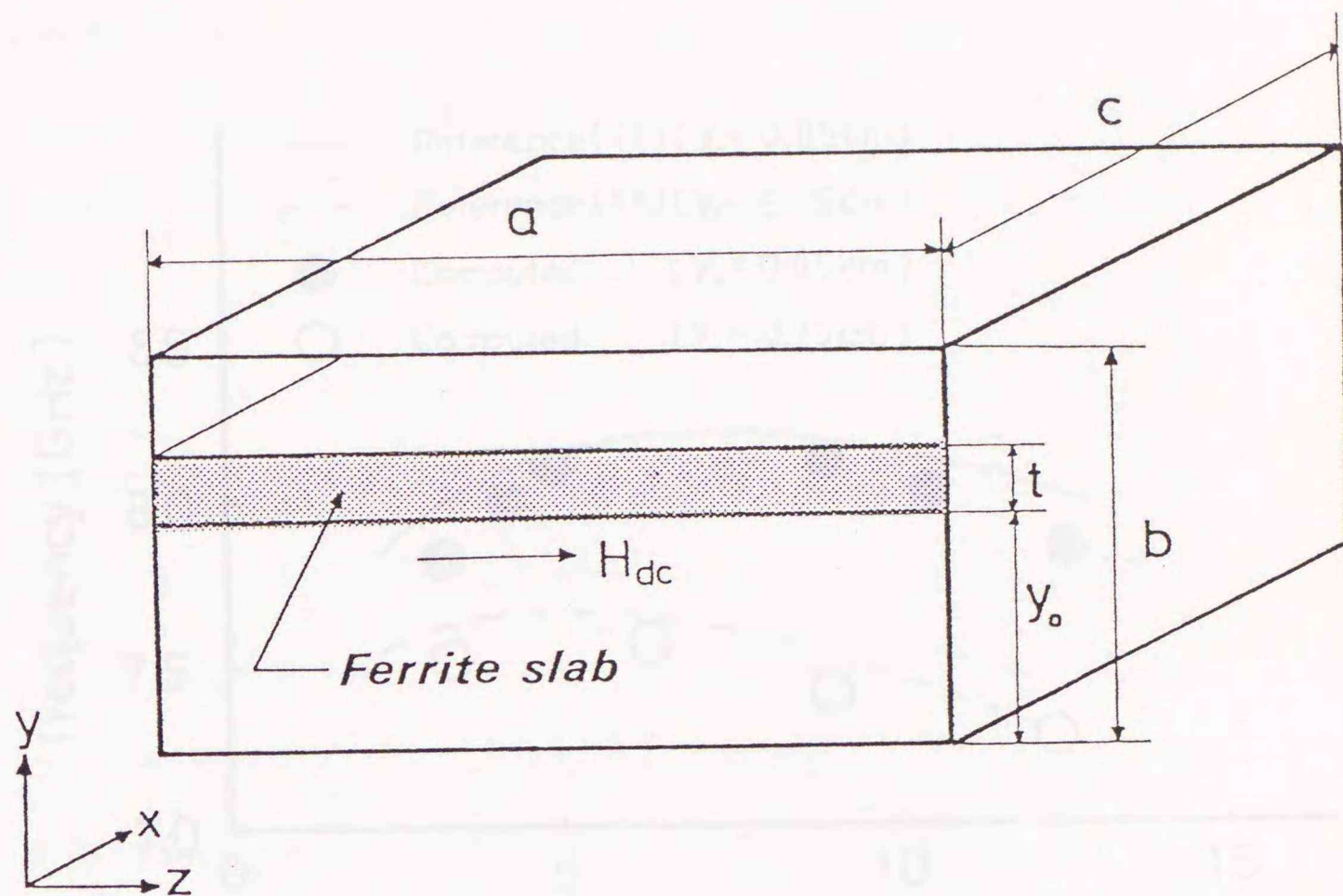


図2.19 YIG板を装荷した方形導波管

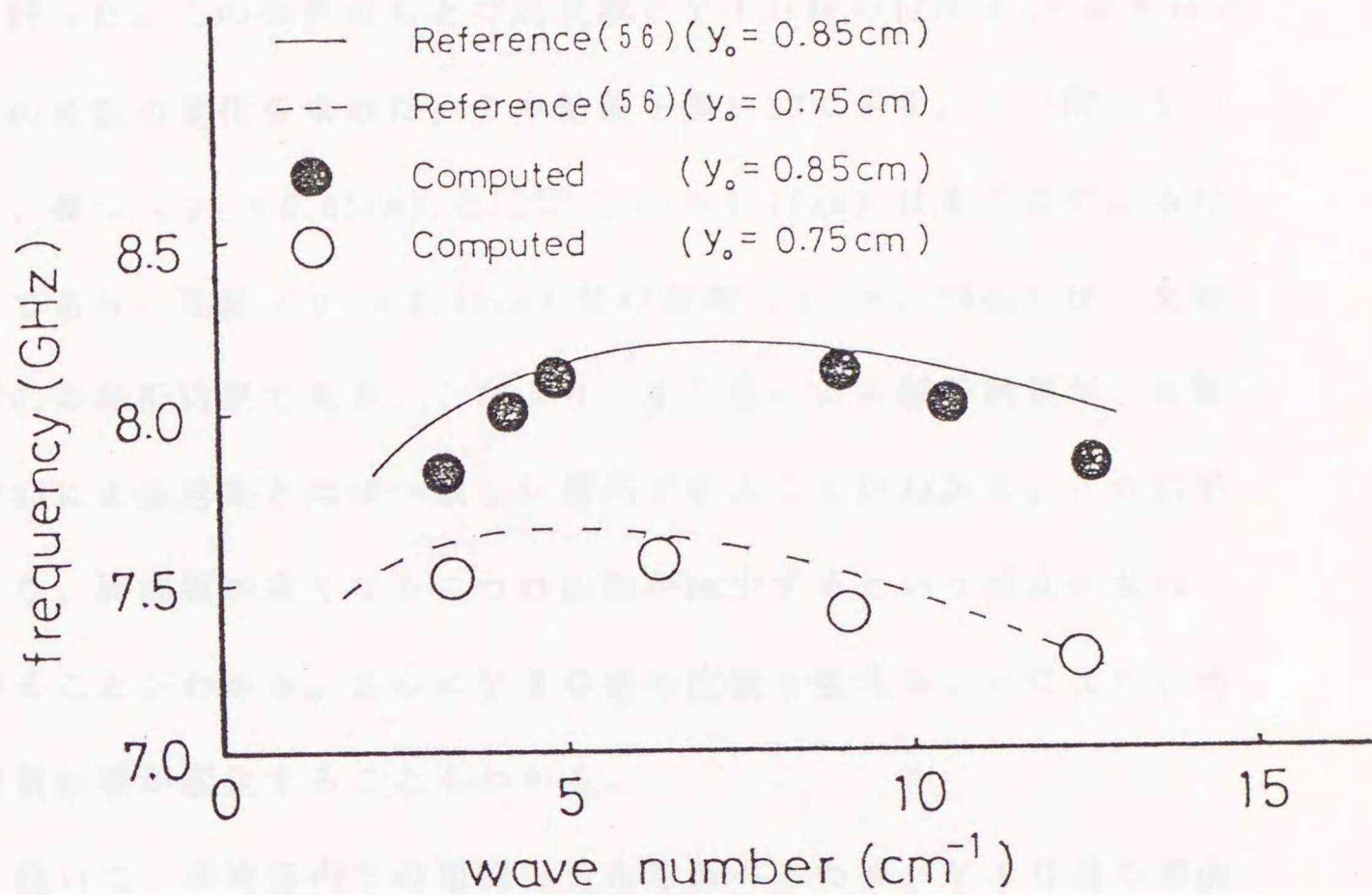
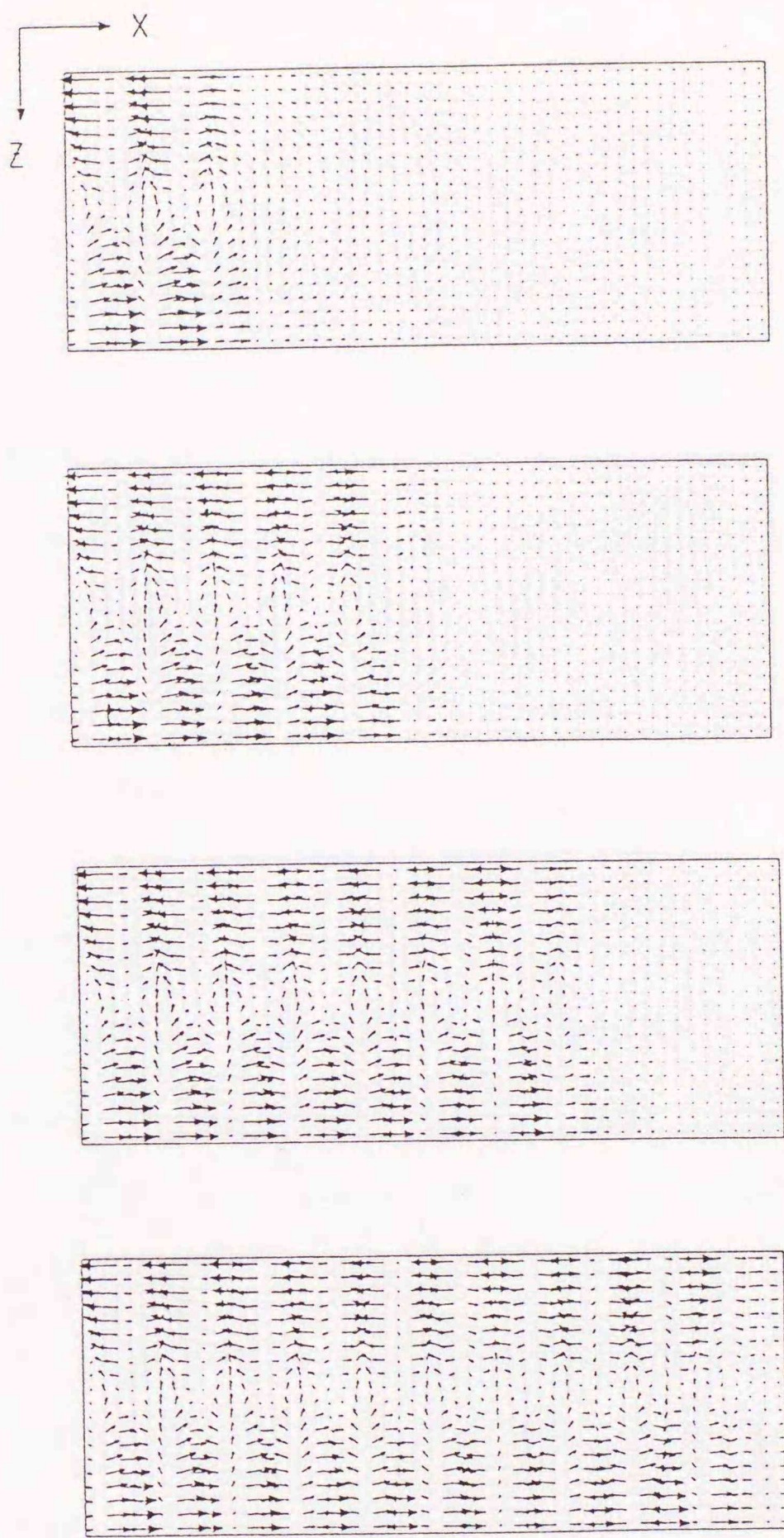


図2.20 YIG板の位置の変化に伴う波数の周波数変化

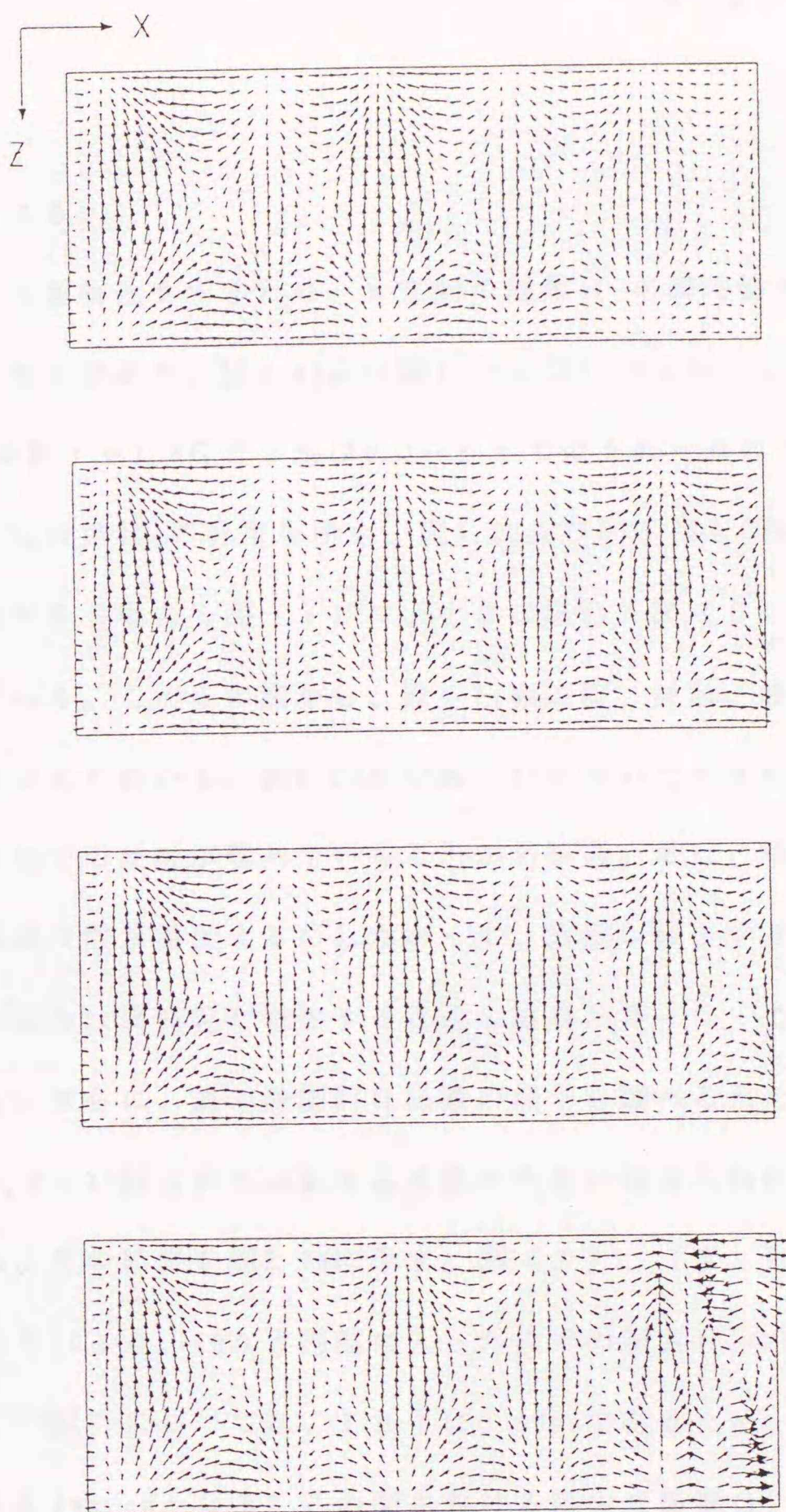
ϵ_r 、飽和磁化 $4\pi M_s = 1750 \text{ G}$ とし、比誘電率を $\epsilon_r = 15.0$ として解析を行った。この条件のもとで周波数と Y I G 板の位置 y_0 を変えたときの波数の変化を求めた。その結果を図 2.20 に示す。この図において、●印 ($y_0 = 0.85 \text{ cm}$) と ○印 ($y_0 = 0.75 \text{ cm}$) は本手法による結果であり、実線 ($y_0 = 0.85 \text{ cm}$) 及び破線 ($y_0 = 0.75 \text{ cm}$) は、文献 [56] の解析結果である。これより、本手法による解析結果が、文献 [56] による結果とほぼ一致した傾向であることがわかる。この結果より、周波数が高くなるにつれ波数が減少するという傾向が現れていることがわかる。さらに Y I G 板の位置を変えることにより、周波数帯域が変化することもわかる。

続いて、導波管内での電磁界分布を調べるため、Y I G 板の表面での磁界ベクトルの様子を求めた。図 2.21 に図 2.20 において、 y_0 が 0.85 cm 、周波数 $f = 7.8 \text{ GHz}$ の場合の 2 つの波数に対応する磁界ベクトルの分布を示す。波数の大きな場合を図 (I)、小さな場合を図 (II) とする。以後の図において、 t_0 は入力開始時刻であり、 T は入力波の周期を表すものとする。これらの図より、大きな波数のほうは伝搬方向の磁界が主成分であるという特徴が示されている。また、大きな波数の方が小さな波数のものに比べ波の伝搬速度が遅いという結果もこの図からわかる。ここで波数の小さな図 (II) において、終端で波形が乱れているのは反射により波数の大きな波が反射波として現れているためである。これは、導波管の終端を Y I G 板を考慮に入れず導波管の特性インピーダンスで整合したため現



(I) 波数の大きな場合

図2.21 Y I G 板表面での磁界ベクトルの分布
($z_0 = 0.85\text{cm}$ 、 $f = 7.8\text{GHz}$)



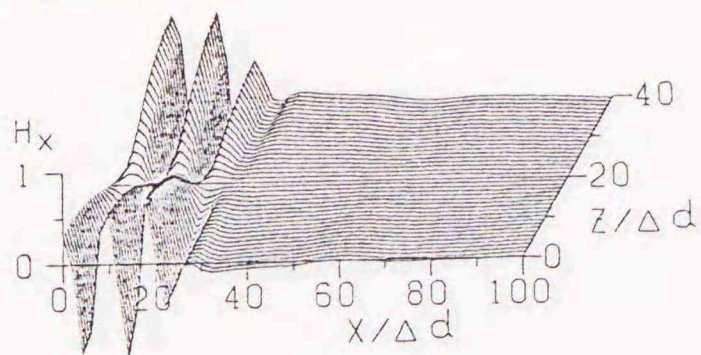
(II) 波数の小さな場合

図2.21 YIG板表面での磁界ベクトルの分布
($z_0 = 0.85\text{cm}$ 、 $f = 7.8\text{GHz}$)

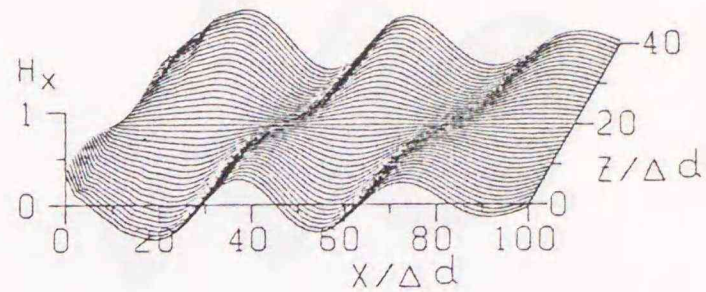
れたものと考えられる。

続いて、詳しい伝搬特性を示すため、 x 方向の磁界 H_x の瞬時値を入力開始後 20 周期毎に求めた。図 2.22 及び図 2.23 に図 2.20 において $y_0 = 0.85\text{cm}$ 、周波数 $f = 7.8\text{GHz}$ 及び 8.0GHz でのそれぞれの 2 つの波数に対応する磁界 H_x の分布を示す。図 2.22 及び図 2.23 も図 2.21 と同様に波数の大きな場合を図 (I) に、小さな場合を図 (II) にそれぞれ示している。これらの図から、波の伝搬速度、波形、波長などの伝搬特性がよくわかる。図 2.22 及び図 2.23 においても波数が小さな場合、終端での反射が現れていることがわかる。また、波数が小さな場合は周波数が増加するにしたがって、波長が減少するが、波数が大きい場合は周波数が増加すると逆に波長が長くなっていることがわかる。さらに、波の時間的な伝搬の様子を調べるために、 $y_0 = 0.75\text{cm}$ 、 $f = 7.27\text{GHz}$ における波数が大きい場合の時間応答波形を求めた。その結果を図 2.24 に示す。図 (I)、(II) は、それぞれ入力面より $10\Delta d$ 、 $40\Delta d$ 内部に入った点での磁界 H_x の時間応答である。この解析においては、 $1\Delta t$ は 0.83ps であるため、波の遅延時間は約 4.2ns/cm となる。この図における微少な振動は、電磁波的な成分であると考えられる。この解析により、はじめに微少な電磁波的な成分が伝わり、その後、静磁波特性を持った波が伝搬していることがわかる。

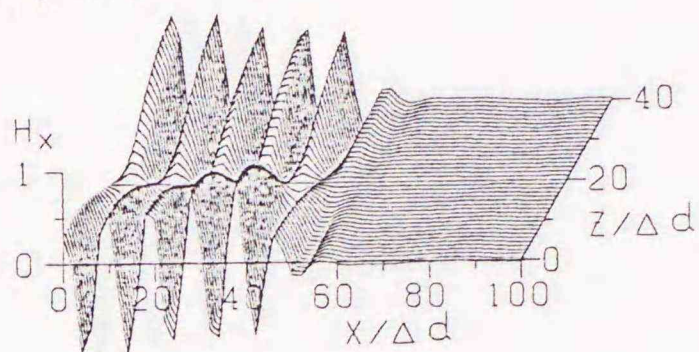
$t=t_0+20.0T$



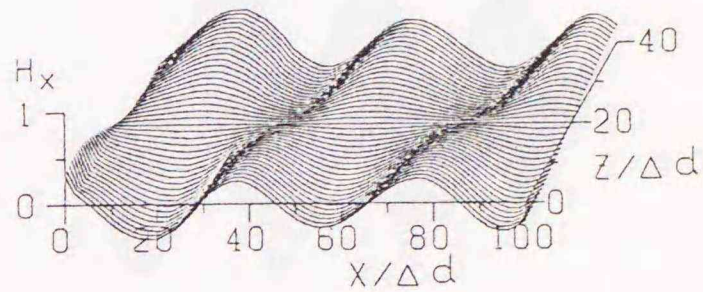
$t=t_0+20.0T$



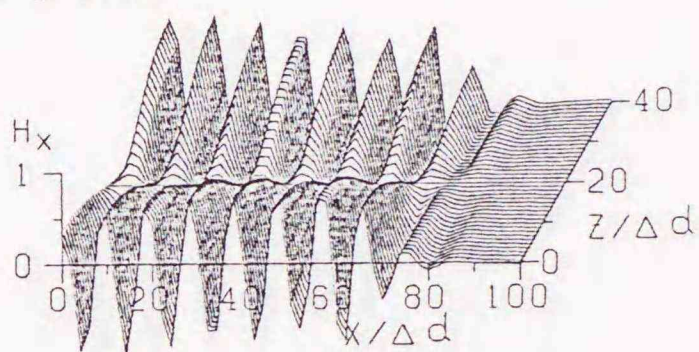
$t=t_0+40.0T$



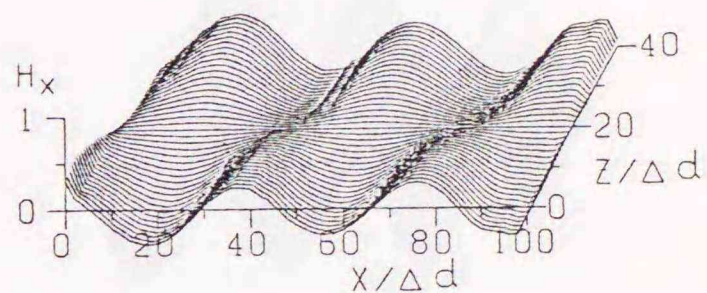
$t=t_0+40.0T$



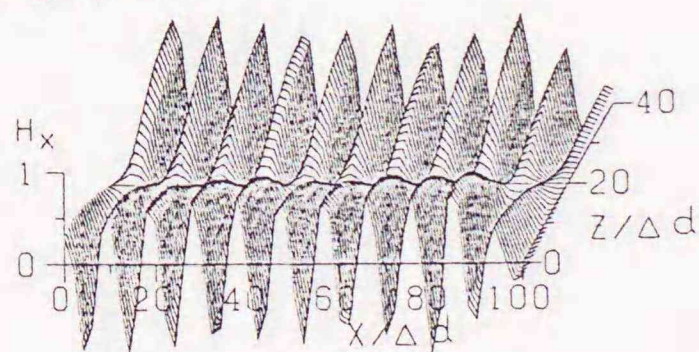
$t=t_0+60.0T$



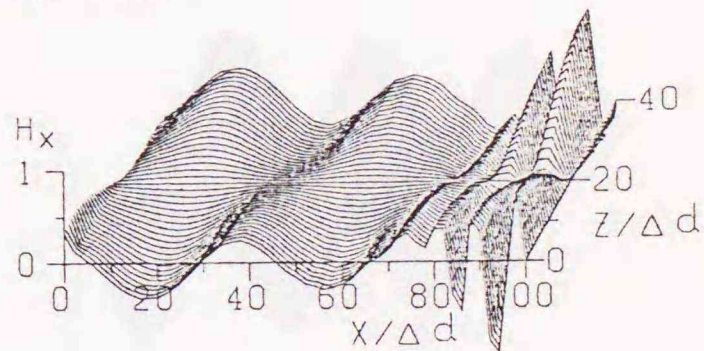
$t=t_0+60.0T$



$t=t_0+80.0T$



$t=t_0+80.0T$

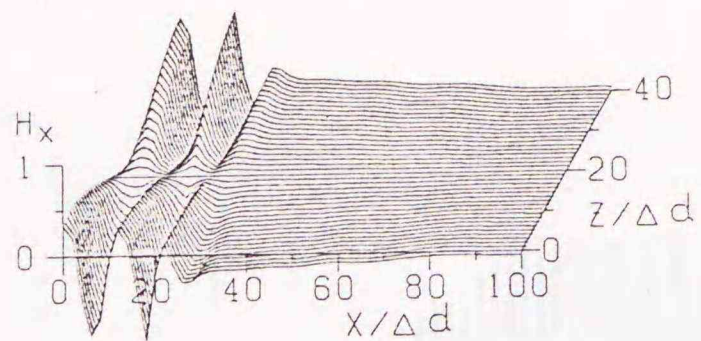


(I) 波数の大きな場合

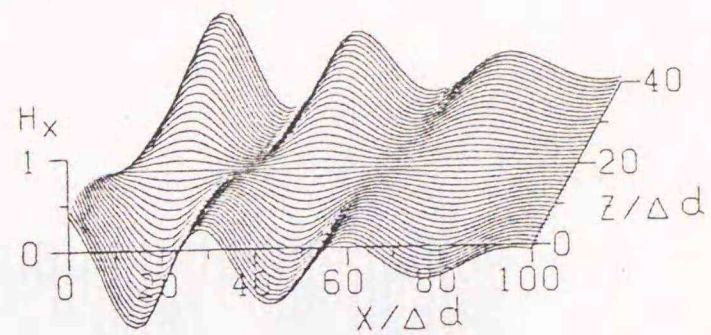
(II) 波数の小さな場合

図2.22 YIG板表面での磁界 ' H_x ' の分布
($z_0=0.85\text{cm}$ 、 $f=7.8\text{GHz}$)

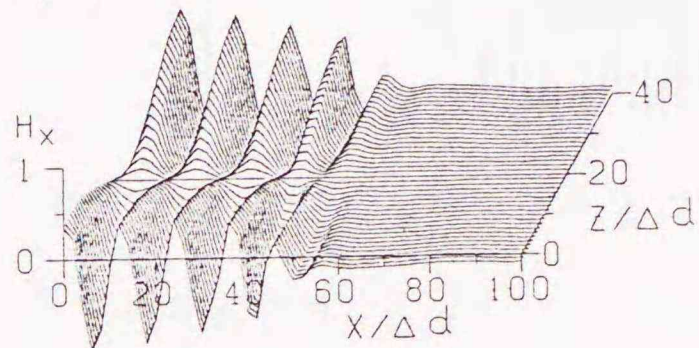
$t=t_0+20.0T$



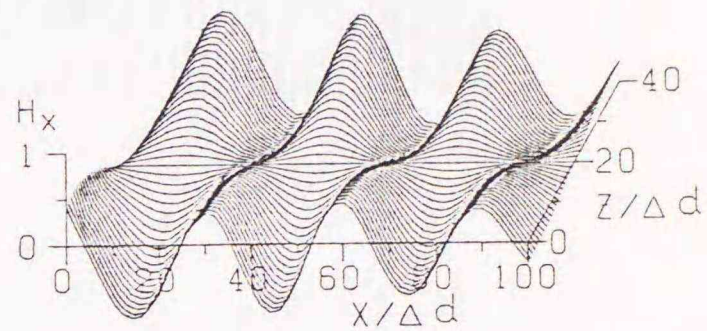
$t=t_0+20.0T$



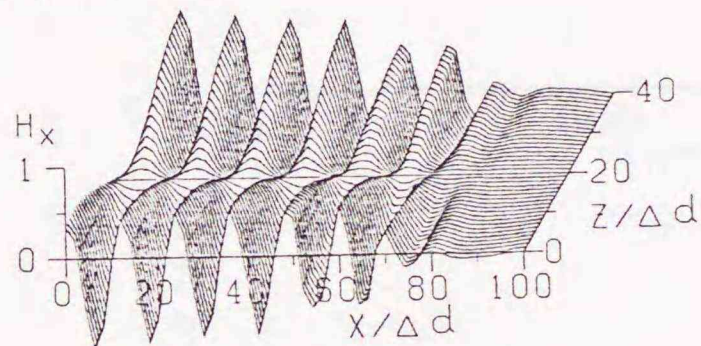
$t=t_0+40.0T$



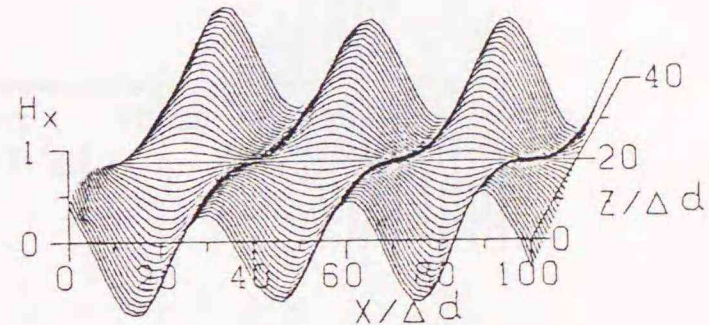
$t=t_0+40.0T$



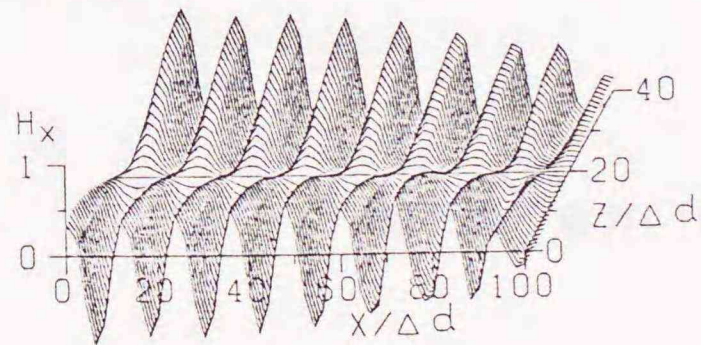
$t=t_0+60.0T$



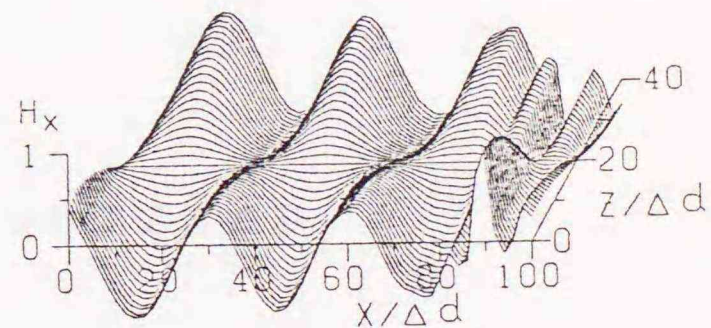
$t=t_0+60.0T$



$t=t_0+80.0T$



$t=t_0+80.0T$



(I) 波数の大きな場合

(II) 波数の小さな場合

図2.23 YIG板表面での磁界 ' H_x ' の分布
($z_0=0.85\text{cm}$ 、 $f=8.0\text{GHz}$)

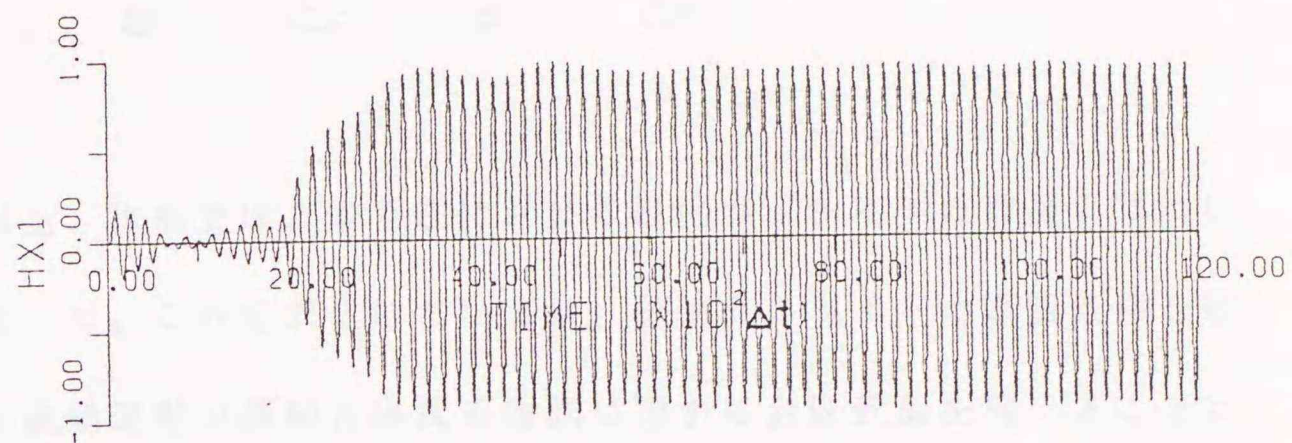


図 2.24 磁界 ' H_x ' の時間応答波形

2 . 5 む す び

以上、本章では、本手法における磁化フェライトの取扱いについて述べた。この定式化においては、磁化フェライトの媒質条件を磁化の歳差運動の運動方程式を時間に関する台形近似を用いることによって直接電磁界のマックスウェル方程式と結び付けることでその取扱いを実現した。つぎに、この取扱いを用いて方形導波管形移相器の3つのモデルの解析を行い、それぞれ、従来の解析結果との比較検討を加え、空間回路網法による統一的解析の特徴を明らかにした。その結果、本手法による磁化フェライトの取り扱いの妥当性が示された。さらに、本定式化の静磁波領域への適用の可能性を検討するため、YIG板を装荷した方形導波管内での表面静磁波の解析を行った。その結果、本解析による結果が、従来のものとほぼ一致していることが確かめられ、さらに、空間的及び時間的な電磁界の様子を明らかにした。

第 3 章 マルチグリッド技法

ここでは、本手法を用いて分割に任意の形状をもつ領域の一部分として、マルチグリッド技法の適用について述べる。また、マルチグリッド技法の適用範囲、適用条件、適用方法について述べる。また、マルチグリッド技法の適用範囲、適用条件、適用方法について述べる。

第 3 章

マルチグリッド技法の

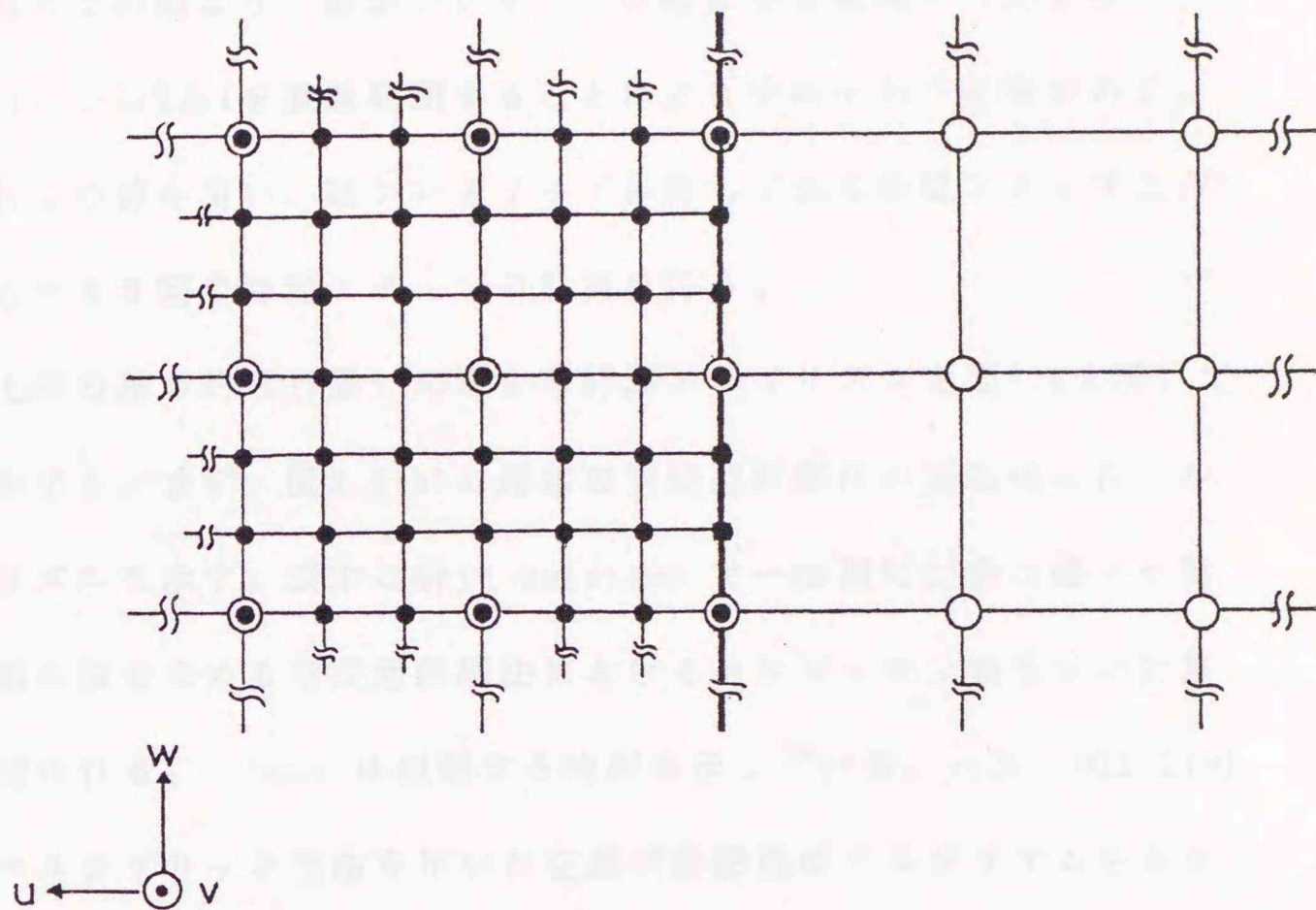
空間回路網法への適用

3. 1 はじめに

ここでは、本手法において分割に任意性を与える方法の一つめとして、マルチグリッド技法の本手法への適用について述べるものとする[48]。マルチグリッド技法は、通常の差分法では拡散問題などに用いられている方法であり[44]、幾何学的にある部分だけの分割を細かくすることによって計算効率を上げようとするものである。この技法は、有限差分領域法においては、サブグリidding法 (Subgridding method) [46]、あるいは、ローカルリファインメント (Local refinement method) [47]として電磁波問題に適用されており、伝送線路行列法においてはマルチグリッド技法 (Multigrid technique) として拡散問題への適用[45]が、それぞれ発表されている。

3. 2 マルチグリッド技法の 取扱い

マルチグリッド技法は、解が急峻に変化する部分のみを細かいグリッドで計算し、他の部分は比較的粗いグリッドで計算することにより、全体の計算時間、記憶容量を節約しようとするものである。この技法は異なる大きさのグリッドを用いるため、その境界でのグリッドの不連続部分を適当な補間を用いて計算しなければならない。以下、簡単のため2次元の場合についてメッシュの比を3:1として、マルチグリッド技法の空間回路網法への適用を説明する。図3.1において、○印が粗いグリッドにおける節点で、●印が細かいグリッドにおける節点、◎印が両方のグリッドの共通節点である。太線は、二つの大きさの異なったグリッドの境界である。この線上の●印の節点は、空間的にそれが存在する線上の両端の◎印の節点の値より補間して求めるものとする。このとき、本手法は各節点で電圧、電流が定義されるため、それらすべてについて補間を行う必要がある。本解析においてはこの補間に直線補間を用いることとした。さらに、本手法は時間応答解析手法であるため、時間に関しても補間をおこなう必要がある。ここで、伝送線路での伝搬特性を保つため、線路長と線路の伝搬時間の比は一定にしなければならない。したがって、現在の時刻を t 、粗いグリッドにおける離散時間間隔を Δt とすると、細かいグリッドでの線路の伝搬時間は $\Delta t/3$ となる。このことから、

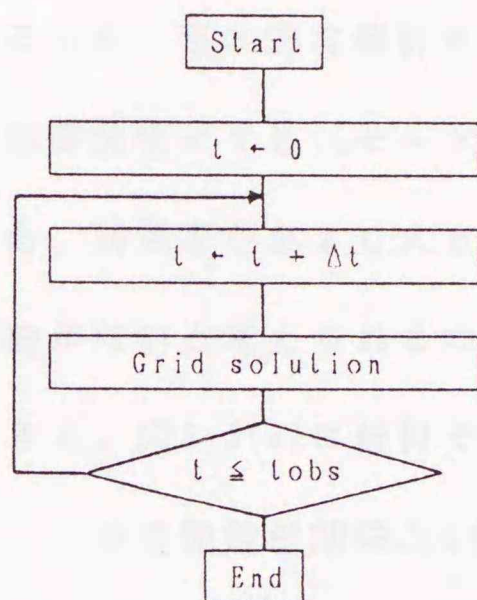


- : 粗いグリッドの節点
- : 細かいグリッドの節点
- ◎ : 粗いグリッドと細かいグリッドの接合節点

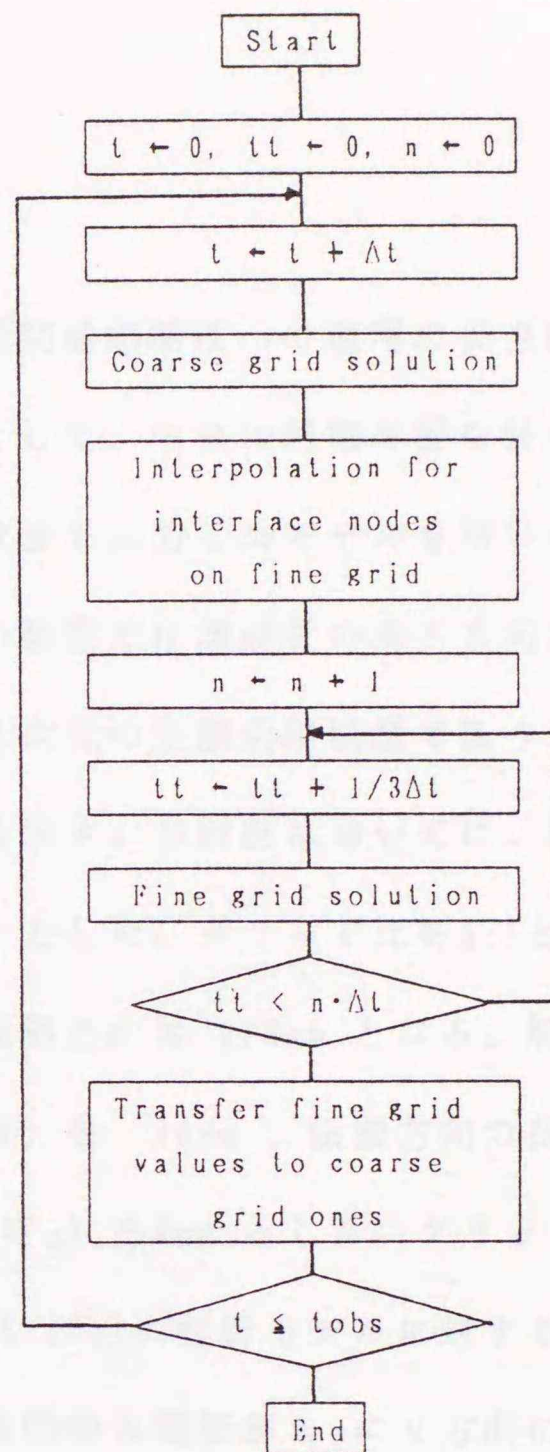
図 3.1 マルチグリッドの概念図

太線上のそれぞれの●印の節点で粗いグリッドの時刻 $t-\Delta t$ での値と時刻 t での値より、細かいグリッドの離散時間間隔に対応する $t-1/3\Delta t$ 、 $t-2/3\Delta t$ を直線補間することにより求めておく必要がある。これらの値を用い、細かいグリッドに対して元の時間ステップ Δt に対応する3回の時間ステップの計算を行う。

上述の基本的取り扱いに対する計算アルゴリズムを図3.2を用いて説明する。まず、図3.2(a)に通常的空間回路網法の簡略化したアルゴリズムを示す。表中のGrid solutionで一離散時間前の値より現時刻の値を求める空間回路網法におけるベルジェロン表示式の計算が行われる。 t_{obs} は観測する時刻を示している。一方、図3.2(b)にマルチグリッド技法を用いた空間回路網法のアルゴリズムを示す。まず、元の粗いグリッドを用いて全体の空間回路網法による計算を行う。次に上述の空間と時間に関する補間をおこない、境界での細かいグリッドの値を求める。続いて、その値を境界の値として細かいグリッドでの空間回路網法による計算を行う。ここで、上述の説明より、時間ステップにおいて3回逐次計算が行われることとなる。最後に、細かいグリッドの計算により求めた値で既に求まっている粗いグリッドの値を更新する。以上の過程を繰り返すことにより、解析対象全体の電磁界分布の時間応答を求めることができる。



(a) 従来の方法



(b) マルチグリッド

図3.2 空間回路網法のアルゴリズム

3 . 3 解析例

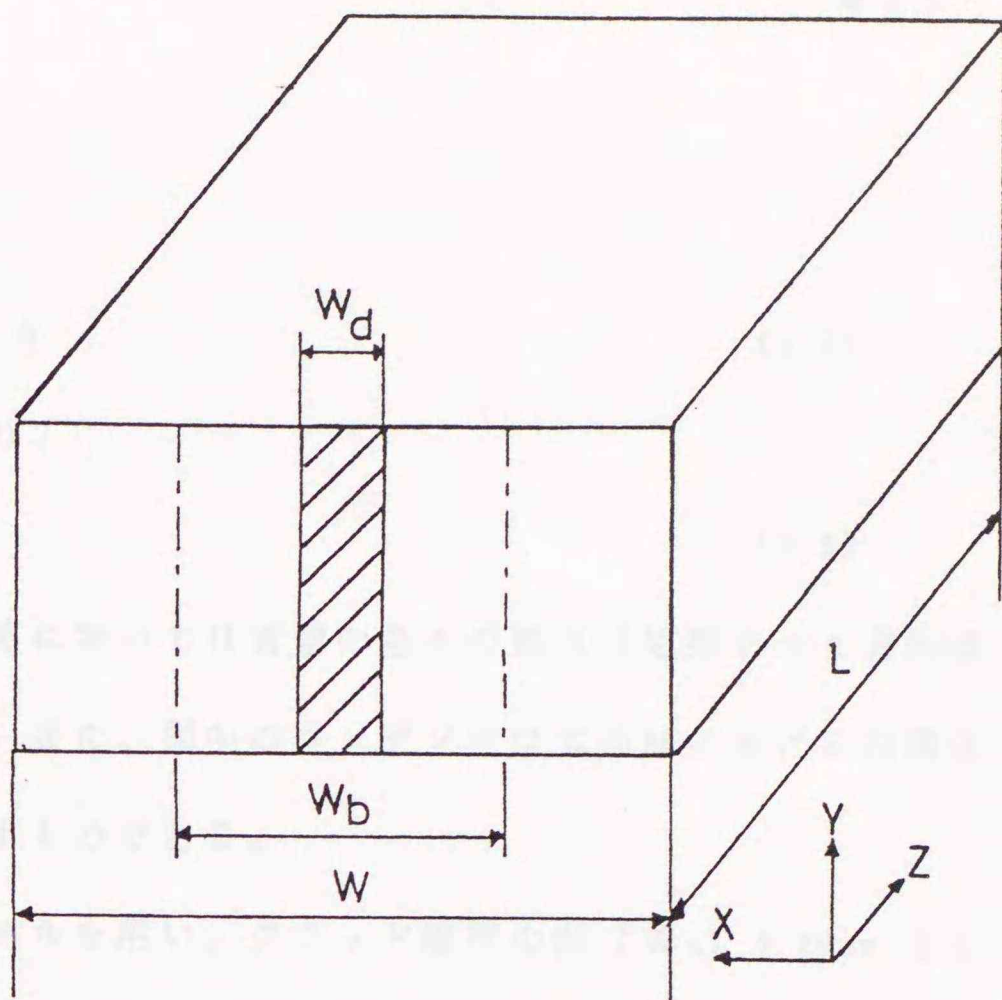
ここでは、マルチグリッド技法の空間回路網法への適用の妥当性を調べるため、基本的な解析モデルとして、中央に誘電体板を装荷した方形導波管に TE_{10} モードの正弦波を入力したモデルを用いた。この場合、誘電率があまり大きくない範囲では導波管の高さ方向の解に変動がないと考えられるので、2次元の空間回路網法で扱うことができる。図3.3(a)に解析モデルを示す。本解析においては、粗いグリッドの空間離散間隔 Δd を 2mm とした。グリッド比を 3:1 としたため、細かいグリッドの空間離散間隔 $\Delta d'$ は $2/3$ mm となる。解析対象の寸法はそれぞれ導波管の幅 (W) を 40mm、伝搬方向の長さ (L) を 200mm、誘電体板の厚さ (W_d) を 4mm とした。グリッドの境界の幅 (W_b) は可変とした。図3.3(b)に解析モデルに対する本手法の2次元等価回路を示す。入力は図中の電圧源 E_s に x 方向に TE_{10} モードの振幅分布をもつ正弦波状の電圧を加えることにより行う。また、 R は終端での無反射条件を近似する整合抵抗である。図中のそれぞれの線路は特性インピーダンスと伝搬時間をもつ1次元伝送線路である。ここで、電磁界変数と等価回路変数との対応は、

$$E_y = V_y \quad (3.1.a)$$

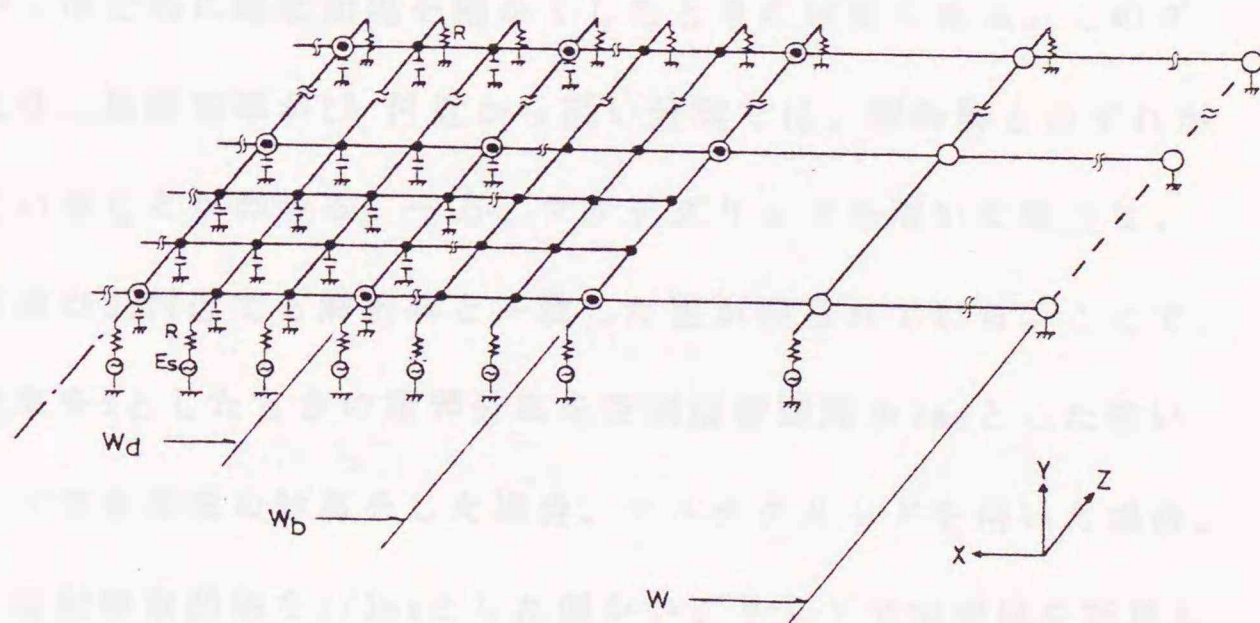
$$H_x = I_z \quad (3.1.b)$$

$$H_z = -I_x \quad (3.1.c)$$

である。境界条件は導波管の左右の管壁は完全導体と仮定している



(a) 誘電体を挿入した方形導波管



(b) 等価回路図

図 3.3 解析モデル

ため、

$$E_y = E_z = H_x = 0 \quad (3.2)$$

となる。これより、

$$I_z = V_y = 0 \quad (3.3)$$

となり、等価回路においては管壁の各々の節点は短絡かつ z 方向線路が開放となる。また、図中のコンデンサは本手法における誘電体の比誘電率を表すものである。

以上の解析モデルを用い、グリッド境界の幅 (W_b) を 20mm とし
て解析を行った。ここで、誘電体の比誘電率に対する管内波長の変
化を図 3.4 に示す。周波数は 8.485GHz とした。図中において実線は解
析解、* 印が粗い離散間隔による結果、◇ 印がマルチグリッド技法
を用いて部分的に離散間隔を細かくしたときの結果である。このグ
ラフより、比誘電率が 15 付近から粗い分割では、解析解とのずれが
生じていることがわかる。一方、マルチグリッドを用いた場合は、
比誘電率が 30 付近でも解析解と一致した値が得られている。ここで、
比誘電率を 5 としたときの電界分布を空間離散間隔を 2mm とした粗い
グリッドで全領域の計算をした場合、マルチグリッドを用いた場合、
さらに空間離散間隔を 2/3mm とした細かいグリッドで全領域を計算し
た場合、それぞれに対して、図 3.5(a)、(b)、(c) に示す。このときの
観測時刻は入力開始より 20 周期後とした。これらの図を比べると、
差異がないことがわかる。このことより、比誘電率が 5 の場合は粗い
グリッドでも正確な界分布を示す範囲であることがわかる。

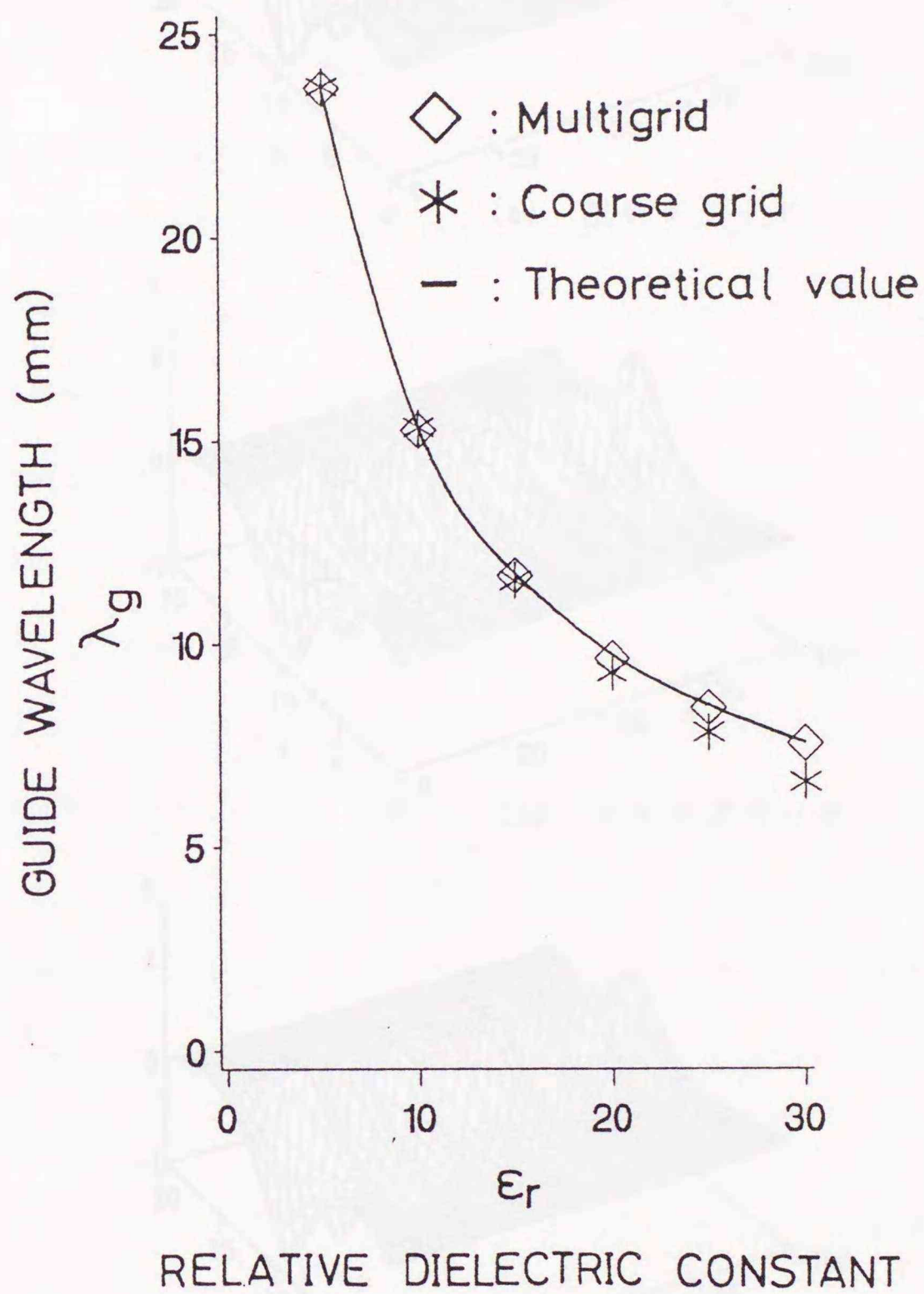


図 3.4 誘電体の比誘電率に対する管内波長の変化

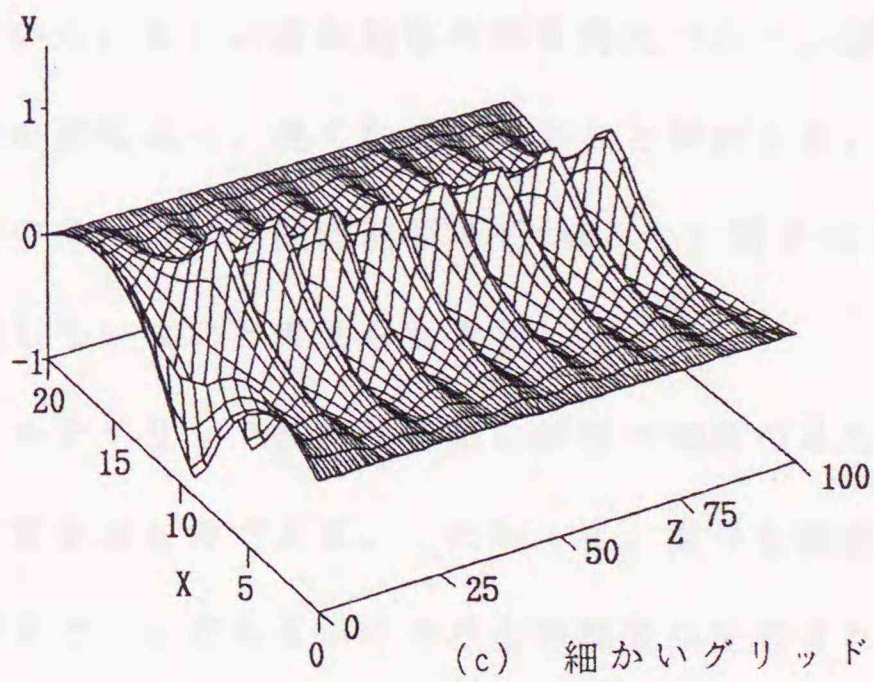
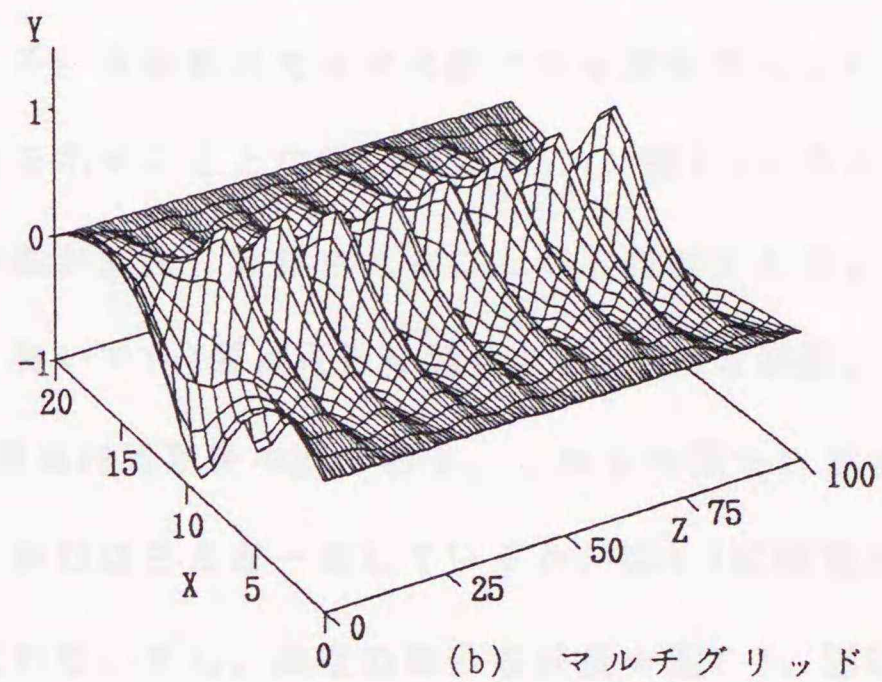
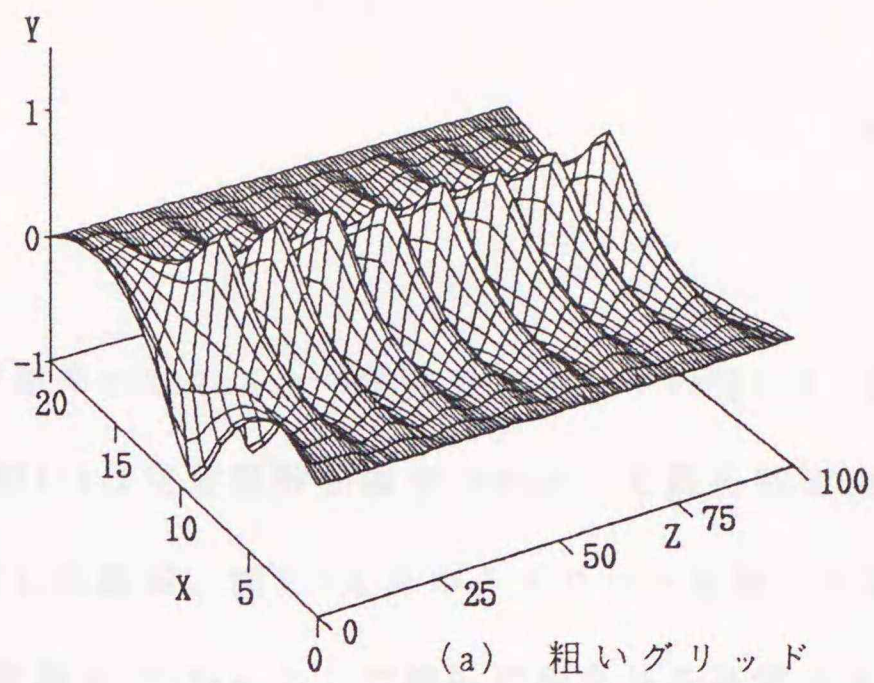


図3.5 電界の瞬時波形 ($\epsilon_r = 5.0$, $t = 20T$)

つぎに、比誘電率が30の場合の電界分布を以下の図3.6、図3.7、図3.8に示す。図3.6は空間離散間隔を2mmとして解析領域全体を通常の方法で計算した結果、図3.7はマルチグリッドを用いた場合、図3.8は空間離散間隔を2/3mmとして解析領域全体を通常の方法で計算した結果である。本解析例では中央部にある誘電体により複雑な管内電磁界分布を示すこととなり、特に図3.7、図3.8に示されるような波動伝搬特性が厳密に計算されることが不可欠である。ここで、それぞれの図において(a)図は入力を開始してから4周期後、(b)図は12周期後、(c)図は20周期後の図である。これらの図を比較すると図3.7と図3.8の分布はほとんど一致しているが、図3.6は誘電体の部分の波形が乱れており、また、真空の部分の波長も図3.7、図3.8と比べて短くなっている。また、各時刻毎の図を見比べると、図3.6の波の伝搬速度が他の図に比べ、遅くなっていることがわかる。これらのことより、この条件では空間離散間隔を2mmとした場合はすでに正確な界分布を示していないと考えられる。

ところで、マルチグリッド技法は必要な領域の境界のみを補間することにより計算するものである。したがって、異なる離散間隔のグリッドの境界をどこに定めるかによりその精度が左右される。すなわち、異なるグリッドの境界は、基本的にその付近の解の変動が比較的少ない部分に定めなければならない。そこで、グリッドの境界の幅 (W_b) を8mm、12mm、16mmとして計算を行い、境界の幅の大きさによる電界分布の変化を検討した。その結果をそれぞれ図

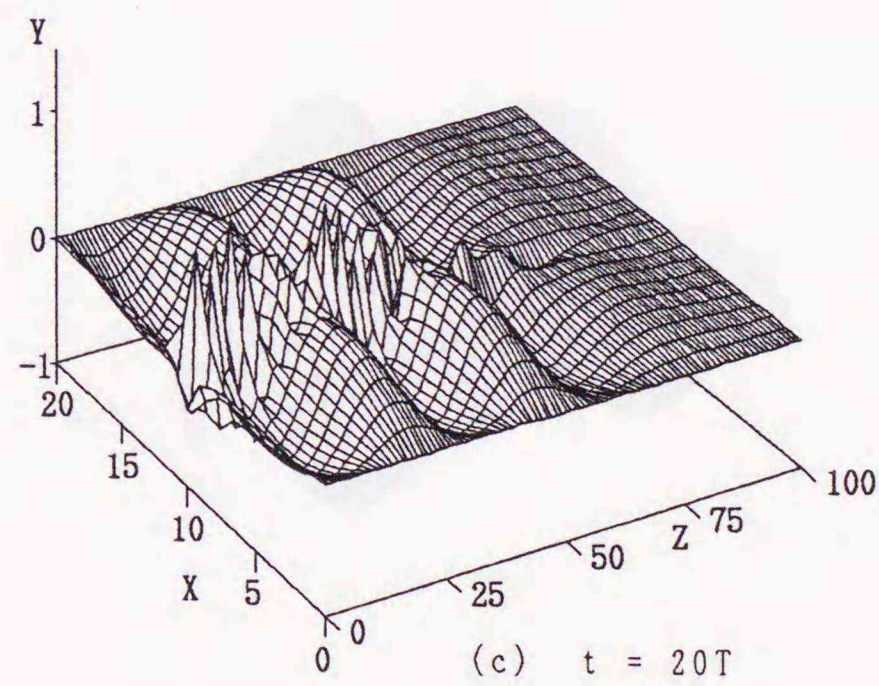
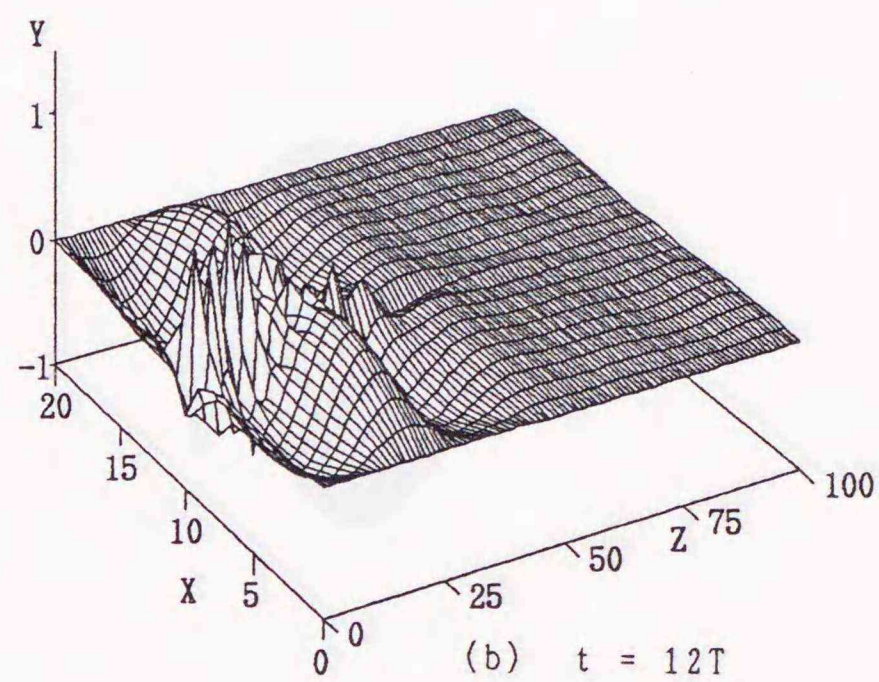
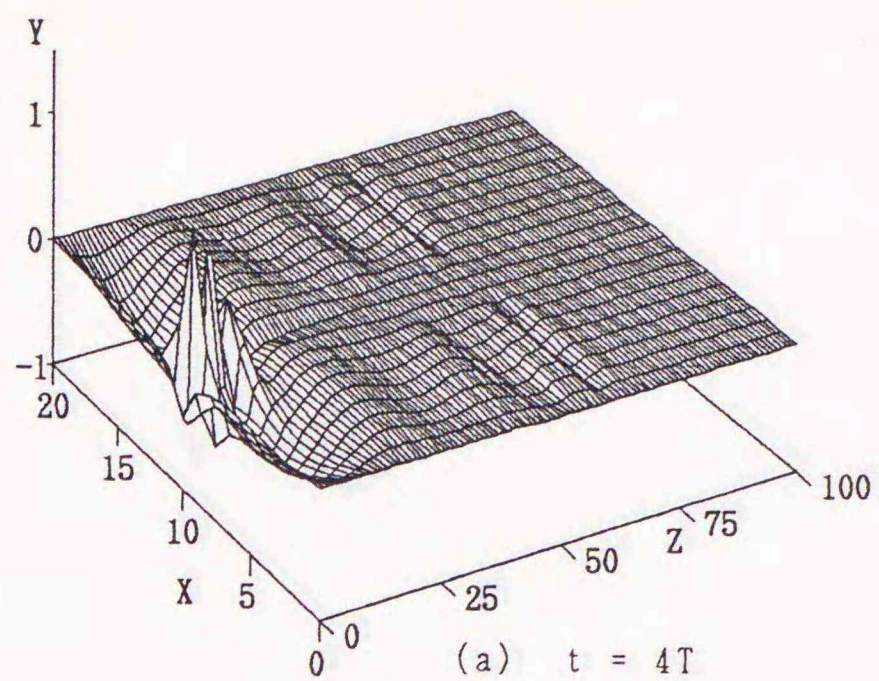


図 3.6 粗いグリッドで求めた瞬時電界波形の時間変化 ($\epsilon_r = 30$)

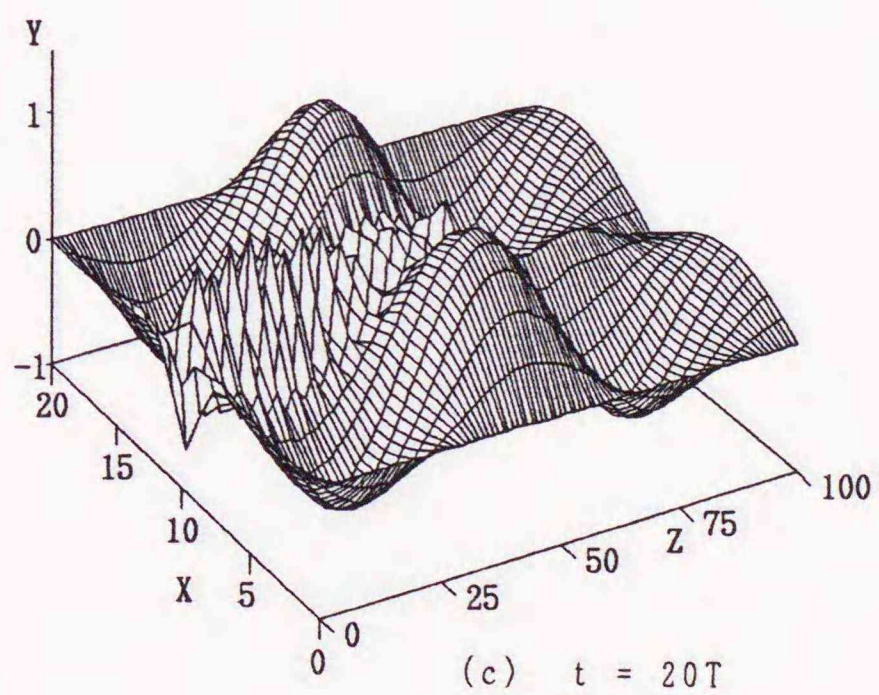
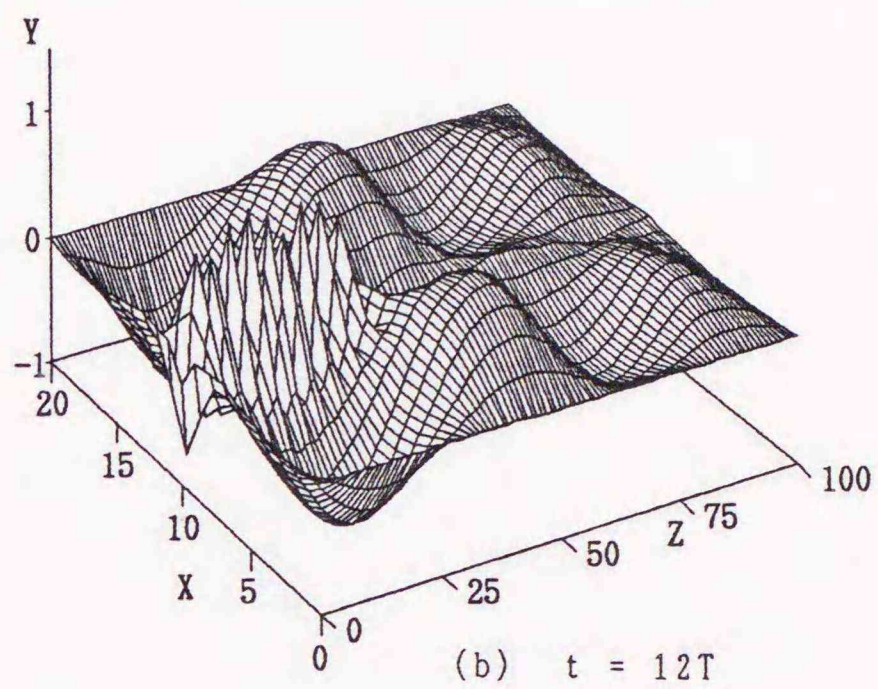
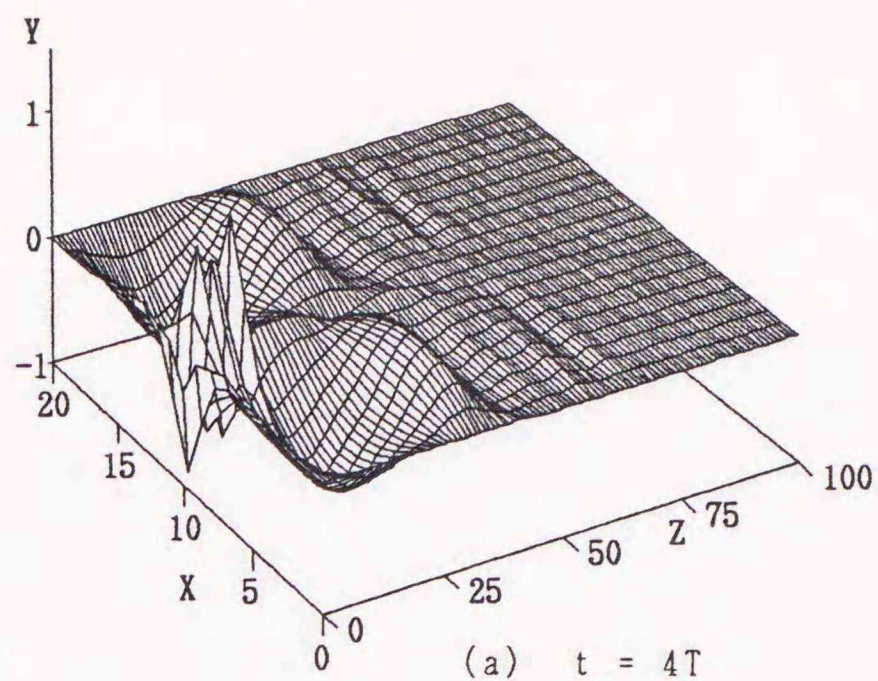


図 3.7 マルチグリッドで求めた瞬時電界波形の時間変化 ($\epsilon_r = 30$)

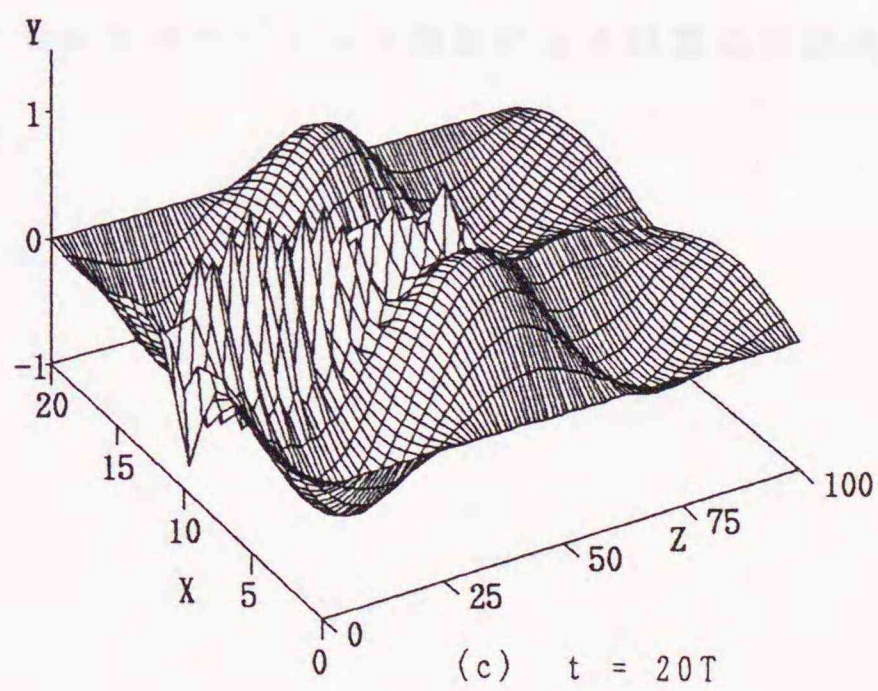
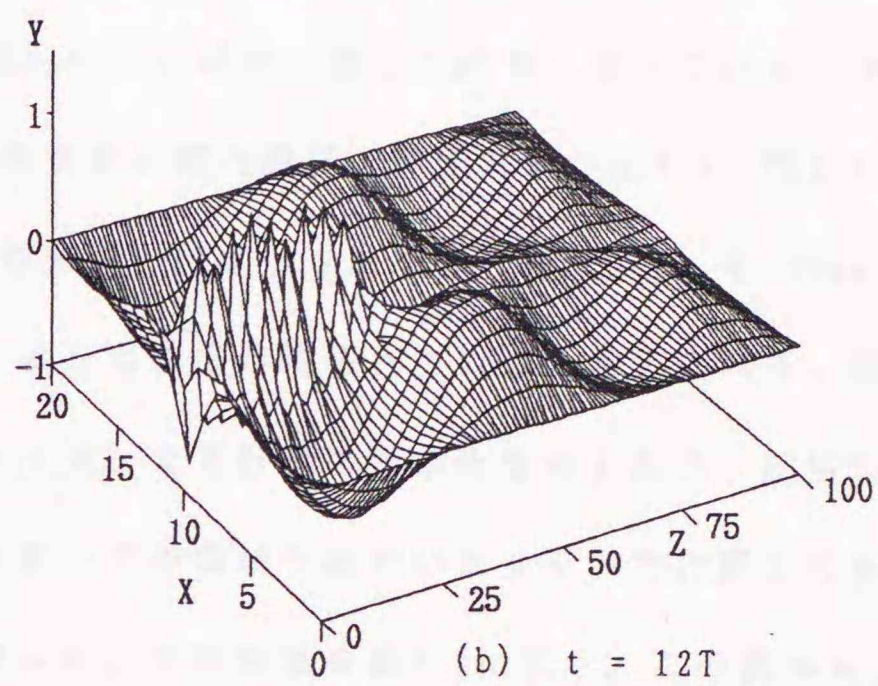
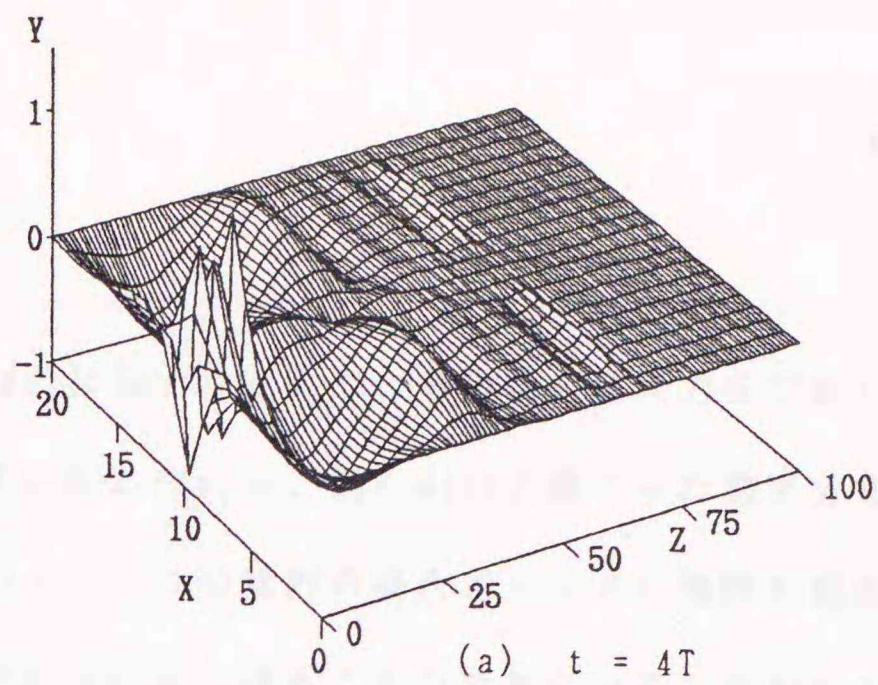


図3.8 細かいグリッドで求めた瞬時電界波形の時間変化 ($\epsilon_r = 30$)

3.9(a)、(b)、(c)に示す。ここで、観測時刻は入力を開始してから20周期後である。図3.9(a)は、図3.8(c)と異なった電界分布を示している。したがって、この解析の場合グリッドの境界の幅を8mmとした場合では十分な精度を得ることができないことがわかる。図3.9(b)、(c)は、図3.8(c)とほぼ一致した結果となっている。上述の図3.4に示した比誘電率と管内波長の関係および図3.5、図3.6、図3.7、図3.8に示した電界分布はグリッド境界の幅 (W_b) を 20mm として計算したため、十分な精度が得られていると考えられる。最後に、マルチグリッド技法による計算の効率化を示すため、記憶容量と計算時間の比較をすべての領域を細かいグリッドで計算したものを基準としておこなった。その結果を表3.1に示す。この表から、記憶容量、計算時間ともにマルチグリッド技法による計算の有効性が明確に示されている。

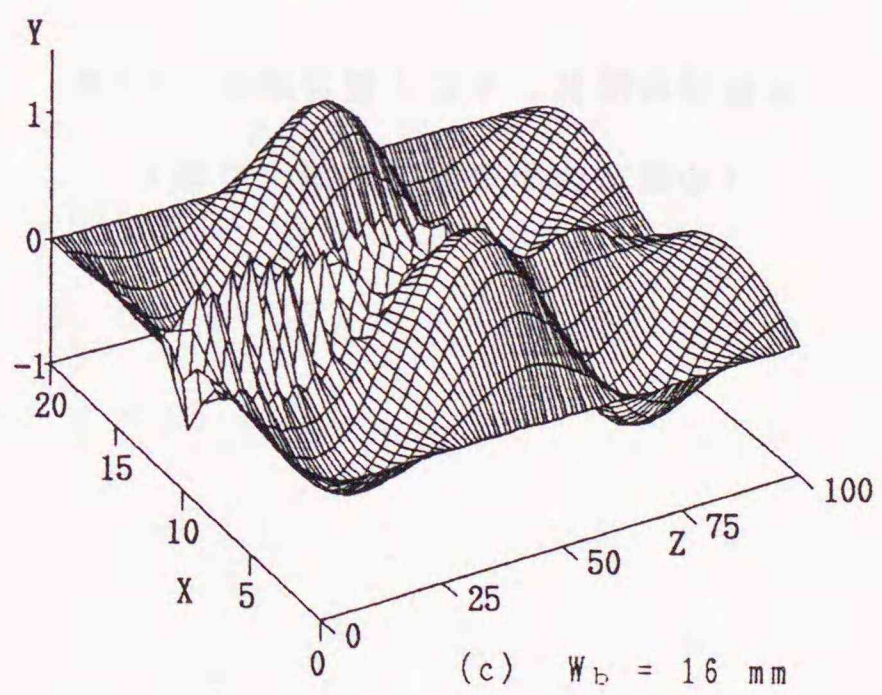
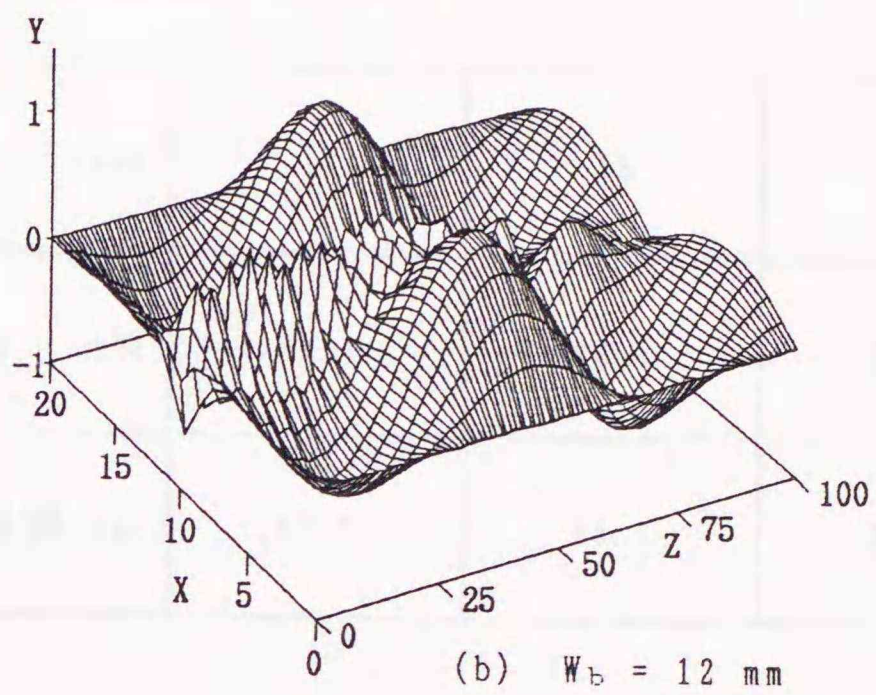
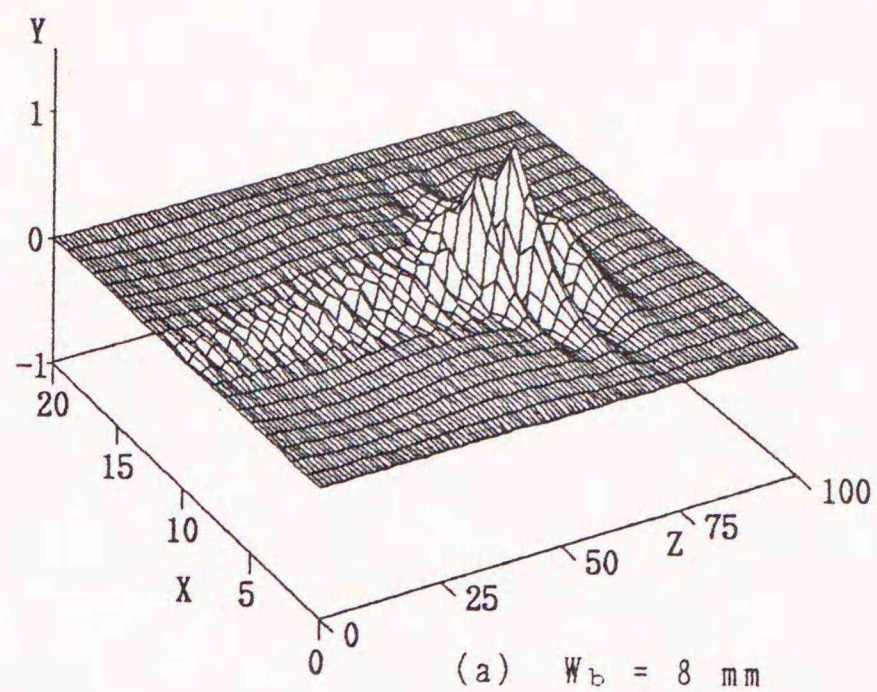


図 3.9 グリッド境界の幅による瞬時電界波形の変化 ($\epsilon_r = 30$ 、 $t = 20 \text{ T}$)

W _b (mm)	12	16	20
メモリ (%)	38.1	35.2	25.0
CPU時間 (%)	53.7	45.1	37.9

表3.1 記憶容量とCPU時間の軽減率

(細かい離散間隔の場合が基準)

3 . 4 む す び

以上、部分的に離散間隔を変えるマルチグリッド技法の空間回路網法への適用方法を示した。その結果、すべての領域を細かいグリッドを用いて通常の空間回路網法による計算をする場合に対する有効性が確かめられた。このとき、構造や媒質条件の部分的変化をもつ問題に対しても境界を適当なところに定めれば、十分な精度をもつ界分布を得られることが確かめられた。本論文においてはグリッドの比を3:1としたが、この比を問題に応じて変えることにより、効率良く、精度良い解析結果を得ることができると考えられる。また、本研究では境界の補間において直線補間を用いたが、これを高次項を含むテーラー級数補間を用いておこなえば、さらに精度が上がるものと考えられる。また、急激な界分布の変化に対しても精度よく計算するためには、段階的に分割数を細かくする方法が考えられる。本研究ではマルチグリッド技法の空間回路網法への適用の基本的取り扱いの説明のため2次元問題を示したが、3次元での空間回路網法への適用も2次元では境界線であった補間領域を3次元では境界面として補間を行うことにより同様に扱うことができる。

第 4 章

任意空間離散間隔の 2 次元に

おける空間回路網法への適用

4. 1 はじめに

前章では、本手法へのマルチグリッド技法の適用方法について述べたが、マルチグリッド技法においては、粗いグリッドと細かいグリッドの比は整数倍でなければならないため、微妙な寸法の変化を正確に表現することは困難である。したがって、本章では、もう一つの分割に任意性を与える方法である線路を伝わる波動の速度を変化させ、結果的に線路の特性インピーダンスを変えることにより、キャパシタンスのみを集中定数素子として節点に接続することで任意の空間離散間隔を実現する方法の空間回路網法への適用を述べる[49]。以下、このことを可変長メッシュと呼ぶこととする。この方法は、メッシュ形状を方形、あるいは直方とするため、粗い部分と細かい部分の比を実数倍に取ることができる。したがって、微妙な寸法を表現するには適した技法である。ここでは、2次元における空間回路網法で基本的な妥当性の検討を行うものとする。

4 . 2 各座標方向の空間離散 間隔の任意性の実現

4.2.1 定式化

4.2.1.1 直交曲線座標系におけるマクスウェル方程式の

等価回路表示

この節では、伝搬速度の変化を利用した円柱座標系などをも含んだ直交曲線座標系での任意空間離散間隔の実現についての定式化を説明する。2次元における直交曲線座標系のマクスウェル方程式は任意座標方向を1、2、3として以下のように示される[57]。

$$\frac{1}{h_2 h_3} \frac{\partial}{\partial u^2} (h_3 E_{(3)}) = -\mu \frac{\partial H_{(1)}}{\partial t} \quad (4.1.a)$$

$$\frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial}{\partial u^1} (h_3 E_{(3)}) = \mu \frac{\partial H_{(2)}}{\partial t} \quad (4.1.b)$$

$$\frac{1}{h_1 h_2} \left\{ \frac{\partial (h_2 H_{(2)})}{\partial u^1} - \frac{\partial (h_1 H_{(1)})}{\partial u^2} \right\} = \varepsilon \frac{\partial E_{(3)}}{\partial t} \quad (4.1.c)$$

ここで、 $E_{(1)}$ 、 $H_{(1)}$ はそれぞれの座標方向の電界と磁界を表すものであり、 h_1 は任意の直交曲線座標系に対する計量係数であり、直交座標では $h_1 = h_2 = h_3 = 1$ ，円柱座標では $h_1 = 1$ 、 $h_2 = r$ ， $h_3 = 1$ である。上式は以下のように書き換えられる。

$$\frac{\partial E_3}{\partial u^2} = -\frac{h_2 h_3}{h_1} \mu \frac{\partial H_1}{\partial t} \quad (4.2.a)$$

$$\frac{\partial E_3}{\partial u^1} = \frac{h_1 h_3}{h_2} \mu \frac{\partial H_2}{\partial t} \quad (4.2.b)$$

$$\frac{\partial H_2}{\partial u^1} - \frac{\partial H_1}{\partial u^2} = \frac{h_1 h_2}{h_3} \varepsilon \frac{\partial E_3}{\partial t} \quad (4.2.c)$$

ここで、 $E_i = h_i E^{(i)}$ 、 $H_i = h_i H^{(i)}$ である。ところで、本手法は電磁界を電気回路と対応させて計算をおこなうものであるため、式(4.2)に対応する電圧電流の式が必要となる。この対応を考えた回路として、図4.1のような回路を考える。この等価回路における各方向の1次元線路よりなる2次元伝送方程式に対する電圧と電流を与える基本微分方程式は次式で示される。

$$\frac{\partial V}{h_1 \partial u^1} (h_1 \Delta u^1) = -L_1 \frac{\partial I_1}{\partial t} \quad (4.3.a)$$

$$\frac{\partial V}{h_2 \partial u^2} (h_2 \Delta u^2) = -L_2 \frac{\partial I_2}{\partial t} \quad (4.3.b)$$

$$\frac{\partial I_1}{h_1 \partial u^1} (h_1 \Delta u^1) + \frac{I_2}{h_2 \partial u^2} (h_2 \Delta u^2) = -C \frac{\partial V}{\partial t} \quad (4.3.c)$$

ここで、 $h_i \Delta u^i$ はその方向の伝送線路の基本長さとなる値である。

いま、1つの基本ブロック体積内 ($\nu = h_1 h_2 h_3 \Delta u^1 \Delta u^2 \Delta u^3$)

において、電磁界が一定であるとし、基本ブロックの寸法を

$$a = h_1 \Delta u^1 \quad (4.4.a)$$

$$b = h_2 \Delta u^2 \quad (4.4.b)$$

$$w = h_3 \Delta u^3 \quad (4.4.c)$$

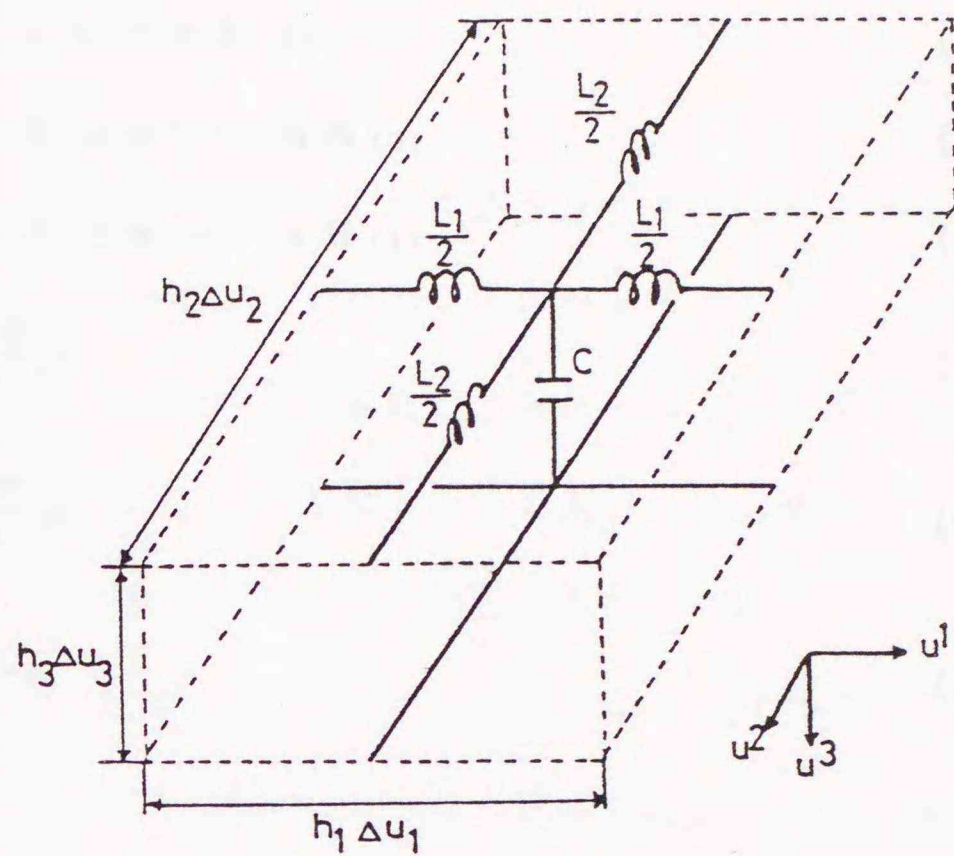


図4.1 可変長メッシュの等価回路図

とすると、回路変数と電磁界変数の対応は

$$V = E_3 \Delta u^3 = w E \quad (3) \quad (4.5.a)$$

$$I_1 = -H_2 \Delta u^2 = -b H \quad (2) \quad (4.5.b)$$

$$I_2 = H_1 \Delta u^1 = a H \quad (1) \quad (4.5.c)$$

$$L_1 = \frac{aw}{b} \mu \quad (4.6.a)$$

$$L_2 = \frac{bw}{a} \mu \quad (4.6.b)$$

$$C = \frac{ab}{w} \epsilon \quad (4.6.c)$$

となる。

4.2.1.2 空間離散間隔に任意性を与えたことに伴う

線路定数の算定方法[40]

空間回路網法は、伝送線路行列法と同様、各節点間に伝送線路を仮定していることより各節点での計算の時間的な同期を取るため、波動は計算上の単位時間ステップ(Δt)で空間的にそれぞれの方向の 1 離散間隔離れた節点に到達しなければならない。したがって、各方向に任意の長さをもつ場合は、それぞれの方向において波の伝搬速度は異なったものとしなければならない。すなわち、ある長さ d の伝送線路を伝わる波の伝搬速度 v_d は

$$v_d = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{d}{\Delta t} \quad (4.7)$$

L_0 と C_0 はこの伝送線路の単位長さあたりのインダクタンスとキャパシタンスの量をそれぞれ表すものである。ここで、任意メッシュ間隔における一番短い伝送線路の長さを Δu (以後、基本長さと呼ぶものとする) とし、 S なる係数を用いて単位時間ステップ Δt を以下のように定義する。 S は媒質条件を TE 波においては ϵ_0/S 、 μ_0 、 TM 波においては ϵ_0 、 μ_0/S とする係数である。言い換えると各方向の伝送線路を伝わる波の速度を変化させる係数ということができる。以下、この意味から S のことを伝搬速度係数と呼ぶこととする。

$$\Delta t = \Delta u \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_0}{S}} = \frac{\Delta u}{c_0 \sqrt{S}} \quad (4.8)$$

μ_0 、 ϵ_0 はそれぞれ真空中の透磁率と誘電率であり、 c_0 は光速である。 u^1 方向において、この方向の単位長さあたりのインダクタンス L_{10} は式 (4.6. a) より

$$L_{10} = \frac{L_1}{a} = \frac{w}{b} \mu_0 \mu_r \quad (4.9. a)$$

ここで、 μ_r は比透磁率である。単位長さあたりのキャパシタンス

$$C_{10} = \frac{b(\Delta u)^2}{a^2 w \mu_r S} \quad (4.9. b)$$

式(4.9. a)と式(4.9. b)よりこの伝送線路の特性インピーダンス Z_1 は

$$Z_1 = \frac{a w}{b \Delta u} \mu_r Z_0 \sqrt{S} \quad (4.9. c)$$

となる。ここで

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

である。同様に、 u^2 方向の単位長さあたりのインダクタンス L_{20} 、キャパシタンス C_{20} 、特性インピーダンス Z_2 はそれぞれ

$$L_{20} = \frac{L_2}{b} = \frac{w}{a} \mu_0 \mu_r \quad (4.10. a)$$

$$C_{20} = \frac{a(\Delta u)^2}{b^2 w \mu_r S} \epsilon_0 \quad (4.10. b)$$

$$Z_2 = \frac{b w}{a \Delta u} \mu_r Z_0 \sqrt{S} \quad (4.10. c)$$

となる。

ところが、それぞれの方向の線路の伝搬速度を異なったものとしてそれぞれ独立にキャパシタンスを求めたため、式(4.6. c)で与えられる基本ブロック体積内でのキャパシタンスの全体量 C_T と、 u^1 と

u^2 それぞれの方向の単位長さあたりのキャパシタンス式(4.9.b)と式(4.10.b)から求めた全体量との間に差異量 C_s が生じる。

$$C_s = C_T - (aC_{10} + bC_{20}) \quad (4.11)$$

$$= \frac{\epsilon_0}{w} \left\{ ab\epsilon_r - \frac{(\Delta u)^2(a^2 + b^2)}{ab\mu_r S} \right\}$$

この C_s を通常の空間回路網法におけるキャパシタンスの扱いと同様に各節点に集中定数素子として接続することにより差異を補正することができる。この C_s を考慮に入れて、図4.1の等価回路をBergeron表示を用いて表すと図4.2のような等価回路となる。ここで、 S の値を大きな値とすると計算繰返し回数が増えることとなる。したがって、この伝搬速度係数 S の選び方は式(4.11)の C_s が負とならないことが必要であり、かつ、できるだけ小さな値に定めることが望ましい。また、ここで注目する点として、 S を固定しても式(4.11)が負とならない範囲で任意の可変率を得ることができるということがある。ところで、 $a = b = w = \Delta u$ 、 $\epsilon_r = \mu_r = 1$ とし式(4.11)に代入すると、式(4.11)の括弧内は $\Delta u(1 - 2/S)$ となる。いま、 $S = 2$ とすると、キャパシタンスの差異量 C_s は零となり、通常の等離散間隔での真空中の空間回路網法と同じものとなる。したがって2次元の通常の空間回路網法で平面波の伝搬時間 Δt_0 が線路の伝搬時間 Δt の $\sqrt{2}$ 倍になるという意味がこの式から証明できる。

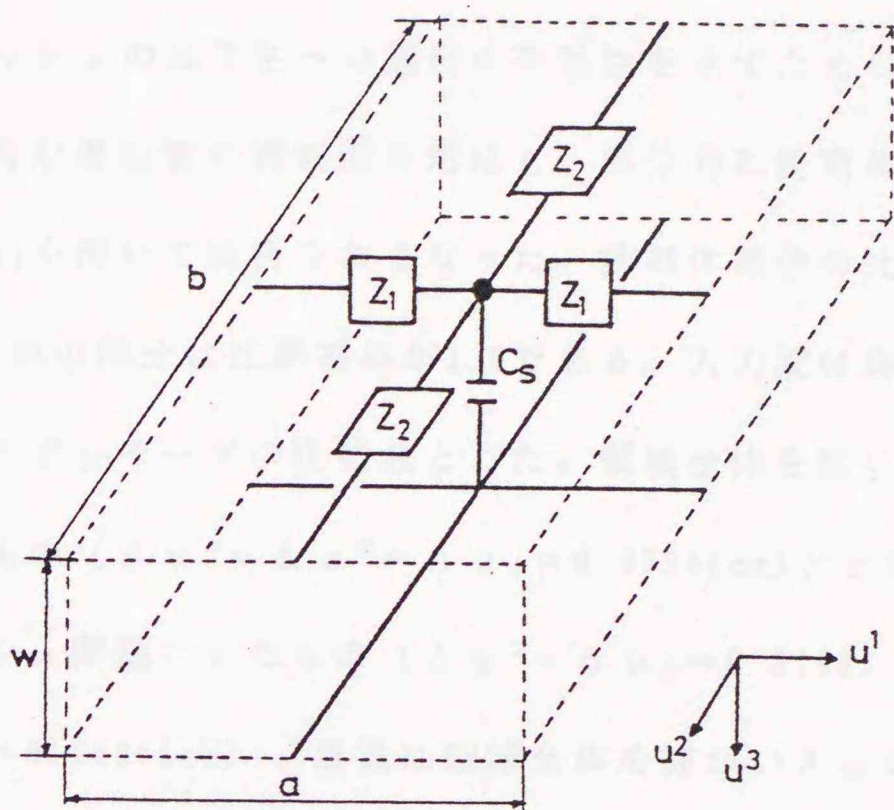


図4.2 Bergeron表示を用いた可変長メッシュ
の等価回路図

4.2.2 解析例

可変長メッシュの本手法への適用の有効性を示すために、図4.3に示すような方形導波管の終端面を短絡し、部分的に誘電体を装荷したモデル[58]を用いて解析をおこなった。誘電体部分の比誘電率は3.0であり、他の部分は比誘電率が1.0である。入力波は周波数が2.45GHzのTE₁₀モードの正弦波とした。領域全体を粗いメッシュ間隔にしたもの ($\Delta u^x = \Delta u^z = \Delta u_1 = 0.95956\text{cm}$)、z方向のみを細かいメッシュ間隔にしたもの ($\Delta u^z = \Delta u_2 = 0.31985\text{cm}$ 、 $\Delta u^x = 3\Delta u_2 = 0.95956\text{cm}$)、最後に領域全体を細かいメッシュ間隔にしたもの ($\Delta u^x = \Delta u^z = \Delta u_2 = 0.31985\text{cm}$)、以上の3つの場合の計算を伝搬速度係数 $S = 2$ として行った。ここで、それぞれの分割数 ($X \times Z$) は、粗いメッシュ間隔の場合は 9×7 、z方向のみを細かいメッシュ間隔にしたものは 9×21 、細かいメッシュ間隔を用いた場合は 27×21 となる。図4.4に電界 E_y の強度分布として結果を示す。ここで、縦軸は規格化された電界の強度、横軸は導波管のx方向中央でのz方向の距離を示す。また、観測時刻は入力開始から15周期後である。この計算において、細かいメッシュ間隔の場合は解析値と比較して誤差が1%以内、可変長メッシュを用いた場合は3%以内、それに比べて粗いメッシュ間隔を用いた場合は約12%という結果が得られた。続いて、それぞれの場合のxz面での電界 E_y の強度分布を図4.5に示す。(a)図は粗いメッシュ間隔の場合、(b)図はz方向のみを細かいメッシュ間隔にした場合、(c)図は細かいメ

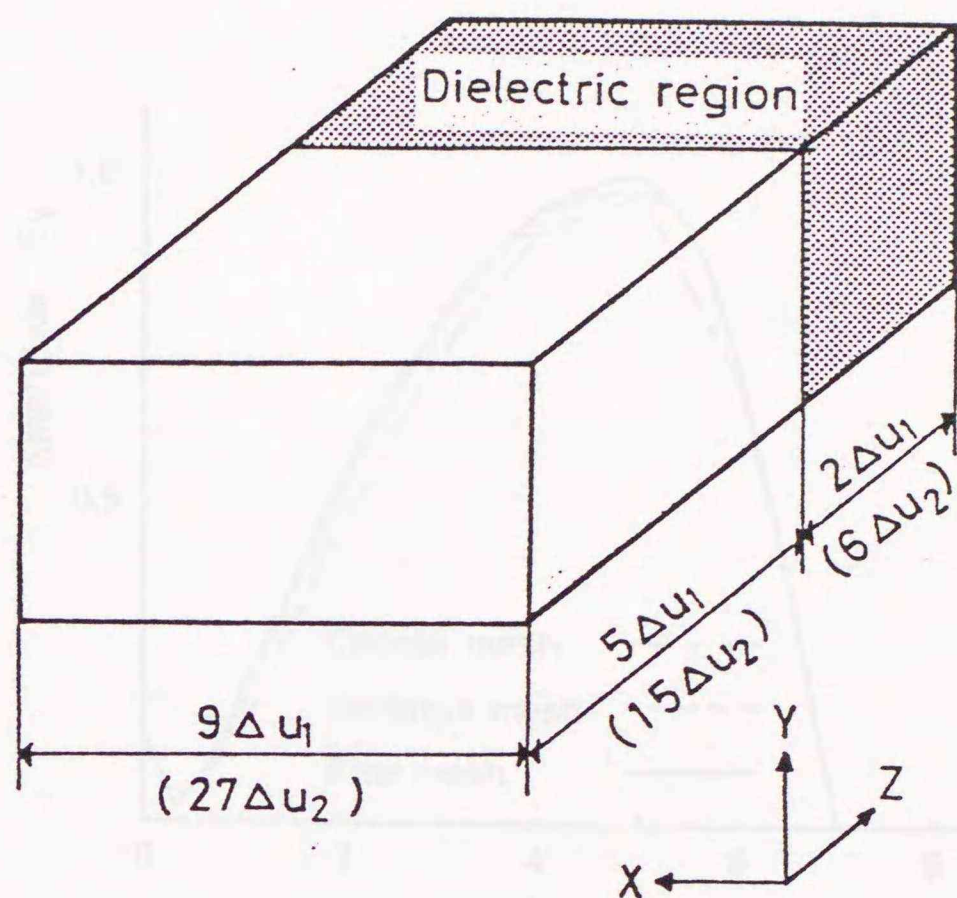


図4.3 誘電体を部分的に装荷し、終端を短絡した
方形導波管解析モデル

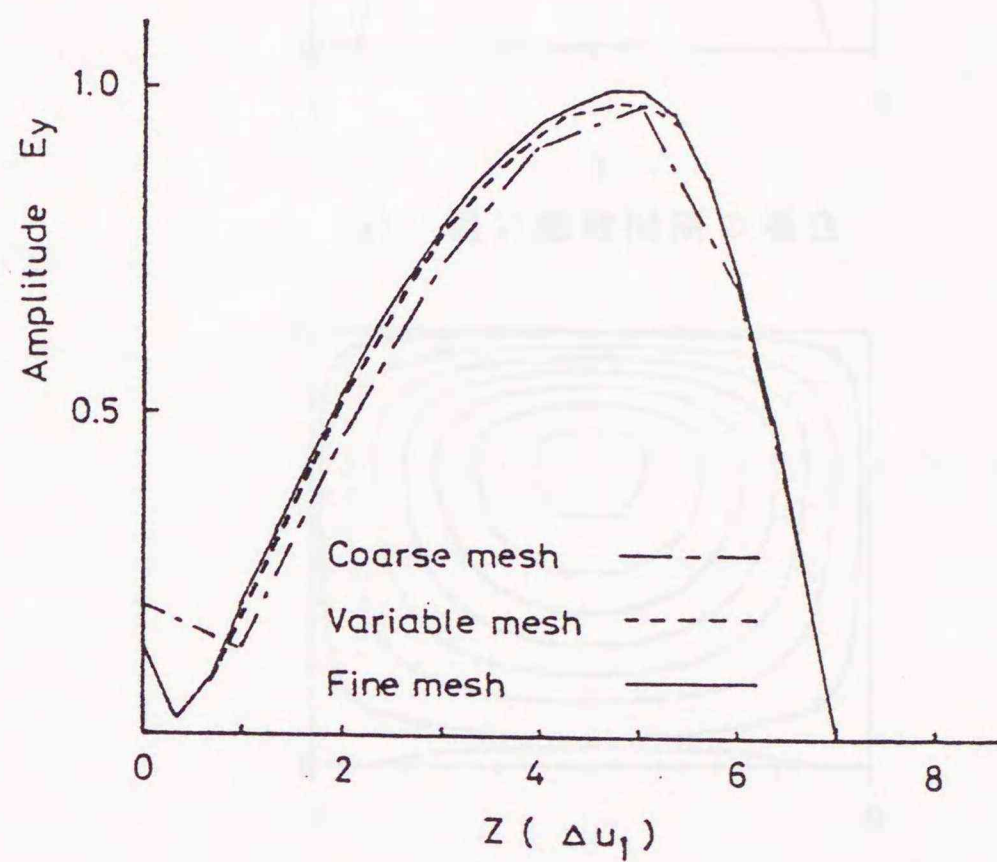
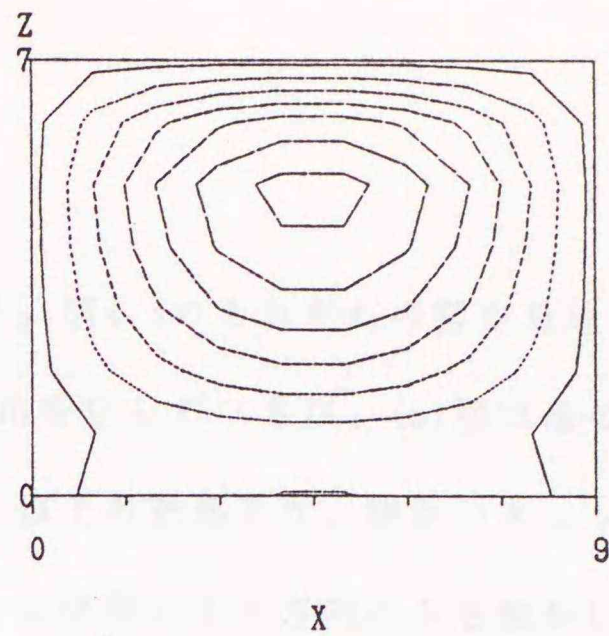
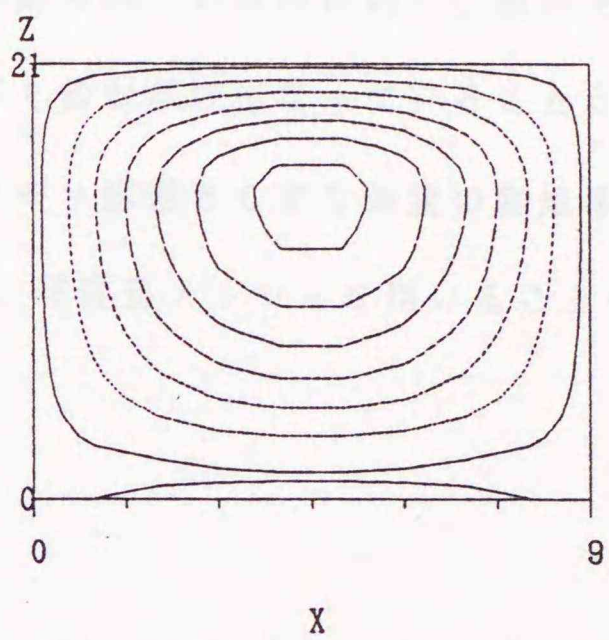


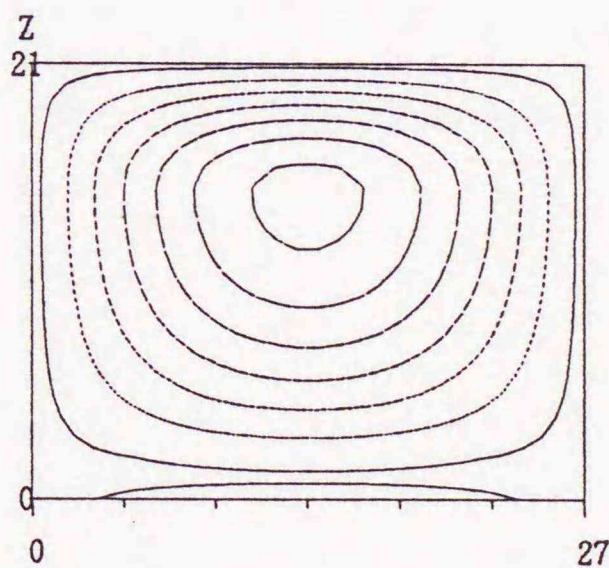
図 4.4 導波管中央での電界 ' E_y ' の強度分布



(a) 粗い離散間隔の場合



(b) 可変長メッシュを用いた場合



(c) 細かい離散間隔の場合

X
Y — 0.05 — 0.20 — 0.35 — 0.50
— 0.65 — 0.80 — 0.95

図4.5 x z 面での電界 ' E_y ' の強度分布

ッシュ間隔の場合である。図4.5のそれぞれの図を見比べると(b)図と(c)図はほぼ同一な分布を示しているが、(a)図は他の図との違いが大きいことがわかる。以上の結果より、細かいメッシュを用いた場合および可変長メッシュを用いて z 方向のみを細かいメッシュとした場合は妥当な結果が得られているのに対し、粗いメッシュを用いた場合は差分誤差を多く含む領域になっていることがわかる。このときの計算に要したメモリ容量とCPU時間の軽減率の比較を表4.1に示す。この表より、可変長メッシュを用いることの有効性がわかる。

メモリ容量	計算時間	軽減率
1000000	1000000	1000000

	粗いメッシュ	可変長メッシュ
C P U 時間 (%)	48.24	34.12
メモリ (%)	64.12	47.33

表4.1 C P U 時間およびメモリ容量の軽減率

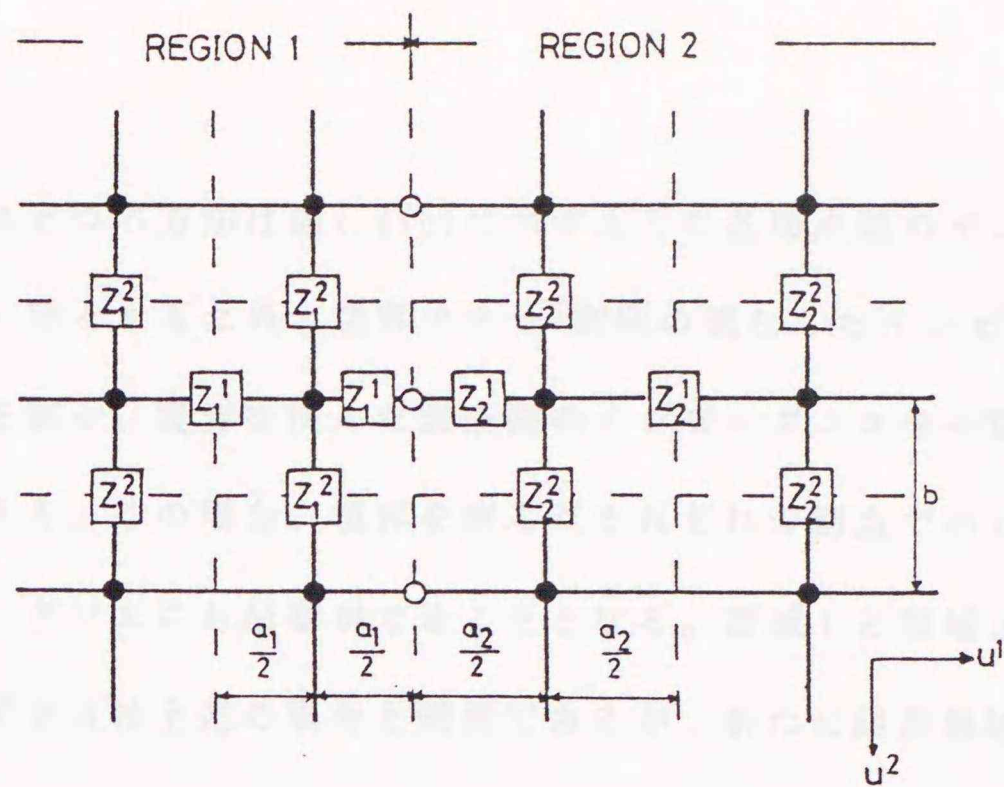
(細かい離散間隔の場合が基準)

4.3 空間離散間隔を部分的に変更する場合

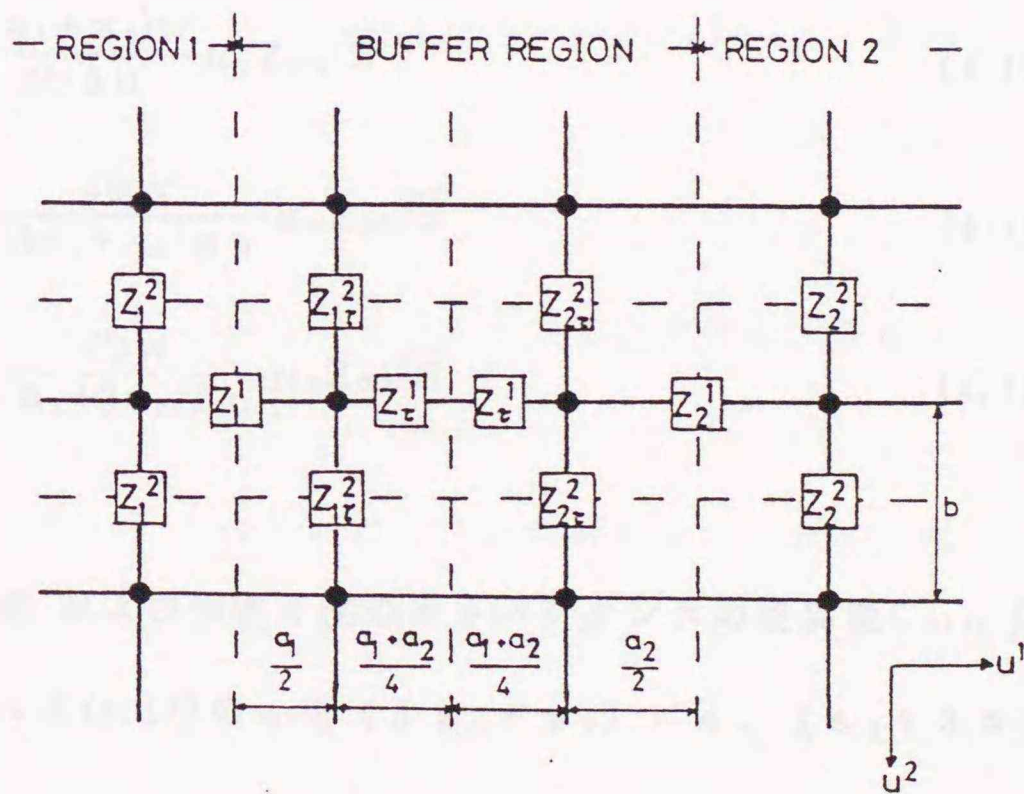
4.3.1 定式化

4.3.1.1 空間離散間隔が変わる境界の取扱い

解析領域全体の比を一定とする場合は上述のそれぞれの値を用いればよいが、部分的にメッシュの比を変える場合はメッシュの境界でインピーダンスの不整合が生じる。TLM法ではこの部分でインピーダンスの差異による反射係数を考慮に入れて散乱行列を解いているが[40]、空間回路網法においては節点間の伝搬特性をBergeron表示するため、各節点間の線路の特性インピーダンスは一定としなければならない。この条件を実現するためには2つの方法が考えられる。ひとつは図4.6(a)に示すようにインピーダンスの不整合が起こる境界に新たな仮想節点を設け、その部分のみを通常の半分の時間ステップ($\Delta t/2$)でBergeron計算を行うものである。図中の Z_1^1 と Z_2^1 はそれぞれ領域1と領域2の u^1 方向のインピーダンス、 Z_1^2 と Z_2^2 はそれぞれ領域1と領域2の u^2 方向のインピーダンスである。これらの値はそれぞれ領域1におけるものについては式(4.9.c)と式(4.10.c)の a を a_1 に、領域2については a を a_2 に置き換えることにより求まるものである。また、領域1と領域2でのキャパシタンスの差異量 C_{s1} 、 C_{s2} は式(4.11)の a をそれぞれ a_1 または a_2 に置き換えることにより求まる。



(a) 仮想節点を用いた場合



(b) 緩衝領域を用いた場合

図 4.6 線路インピーダンスの不連続が起こる境界における等価回路図

もうひとつの方法は図 4.6(b) に示すように各節点間のインピーダンスを一定とするため、境界での u^1 方向の異なったインピーダンスの平均を取り、境界を挟んだ節点間のインピーダンスを一定とするものである。この場合、境界を挟んだそれぞれの節点での u^2 方向のインピーダンスにも影響がでることとなる。領域 1 と領域 2 でのインピーダンスは上述の場合と同様であるが、新たに緩衝領域 τ での u^1 方向のインピーダンス Z_{τ}^1 、領域 1 側および領域 2 側の u^2 方向のインピーダンス $Z_{1\tau}^2$ 、 $Z_{2\tau}^2$ が必要となる。それぞれ式 (4.9. c) と式 (4.10. c) より

$$Z_{\tau}^1 = \frac{(a_1 + a_2)w}{2b\Delta u} \mu_r Z_0 \sqrt{S} \quad (4.12. a)$$

$$Z_{1\tau}^2 = \frac{4bw}{(3a_1 + a_2)\Delta u} \mu_r Z_0 \sqrt{S} \quad (4.12. b)$$

$$Z_{2\tau}^2 = \frac{4bw}{(a_1 + 3a_2)\Delta u} \mu_r Z_0 \sqrt{S} \quad (4.12. c)$$

領域 1 側 および領域 2 側のキャパシタンスの差異量 $C_{s1\tau}$ 、 $C_{s2\tau}$ はそれぞれ式 (4.11) の a を $(3a_1 + a_2)/4$ 、 $(a_1 + 3a_2)/4$ として、

$$C_{s1\tau} = \frac{\epsilon_0}{w} \left\{ \frac{3a_1 + a_2}{4} b \epsilon_r - \frac{(\Delta u)^2}{\mu_r S} \left(\frac{4b}{3a_1 + a_2} + \frac{3a_1 + a_2}{4b} \right) \right\} \quad (4.12. d)$$

$$C_{s2\tau} = \frac{\epsilon_0}{w} \left\{ \frac{a_1 + 3a_2}{4} b \epsilon_r - \frac{(\Delta u)^2}{\mu_r S} \left(\frac{4b}{a_1 + 3a_2} + \frac{a_1 + 3a_2}{4b} \right) \right\}$$

(4.12. e)

となる。以上、部分的にメッシュ比を変えることに伴う線路の特性インピーダンスの不連続の取り扱いについての 2 つの方法について述べた。

4.3.2 解析例

続いて、4.3.1で示した部分的な可変長メッシュの実現における定式化の妥当性を調べるため、方形導波管に TE_{10} モードの電磁波を入力し、波動の進行方向のある部分からメッシュの間隔を変えたモデルを用いて、二通りの接合方法で解析を行った。導波管の管軸方向を z 方向に取り、領域 1 と領域 2 での z 方向のメッシュの比を 3 : 1 とした。ここで、メッシュの基本長さである $1 \Delta u$ は 0.2159 cm とする。領域 1 と領域 2 での z 方向の空間離散間隔をそれぞれ Δu_1^z 、 Δu_2^z とすると $\Delta u_1^z = 3 \Delta u$ ($= 0.6477 \text{ cm}$)、 $\Delta u_2^z = \Delta u$ ($= 0.2159 \text{ cm}$) となる。また、本解析においては x 方向のメッシュ間隔の変化は無いものとしたため領域 1 と領域 2 の x 方向の空間離散間隔 Δu_1^x 、 Δu_2^x は、 $\Delta u_1^x = \Delta u_2^x = \Delta u$ ($= 0.2159 \text{ cm}$) となる。図 4.7 に本解析に用いた方形導波管モデルを示す。寸法は z 方向が、領域 1 では $50 \Delta u_1^z = 150 \Delta u$ ($= 32.385 \text{ cm}$)、領域 2 では $150 \Delta u_2^z = 150 \Delta u$ ($= 32.385 \text{ cm}$) であり、 x 方向は領域 1 と領域 2 とともに $40 \Delta u$ ($= 8.636 \text{ cm}$) である。このモデルに周波数 2.456 GHz の正弦波を印加し、比誘電率 ϵ_r と比透磁率 μ_r をともに 1.0、伝搬速度

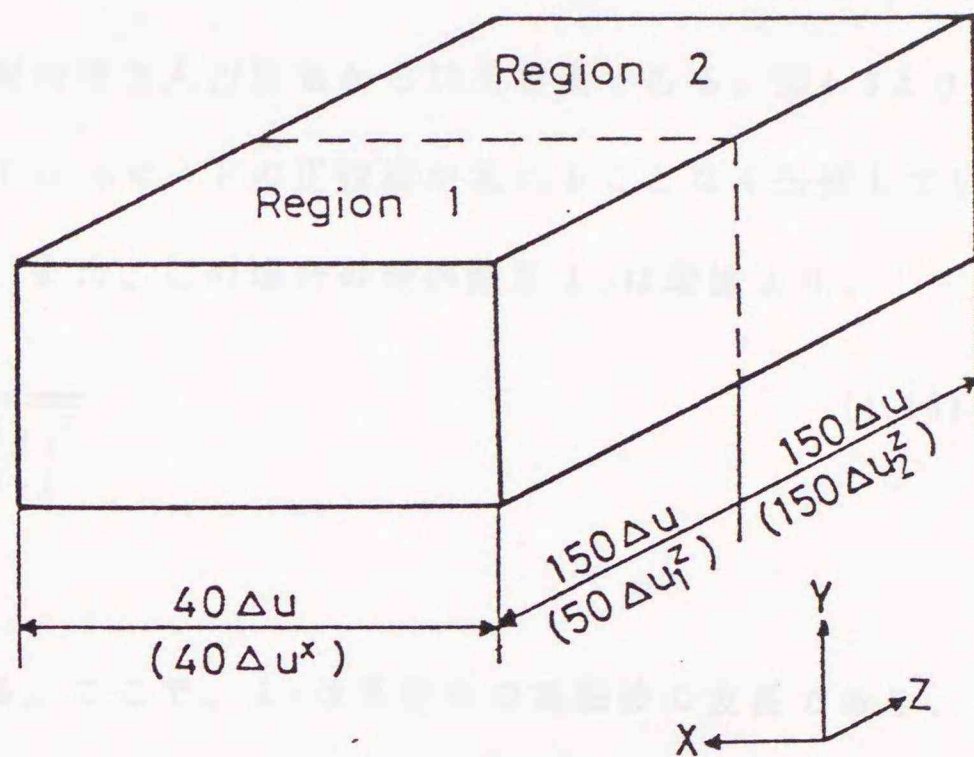


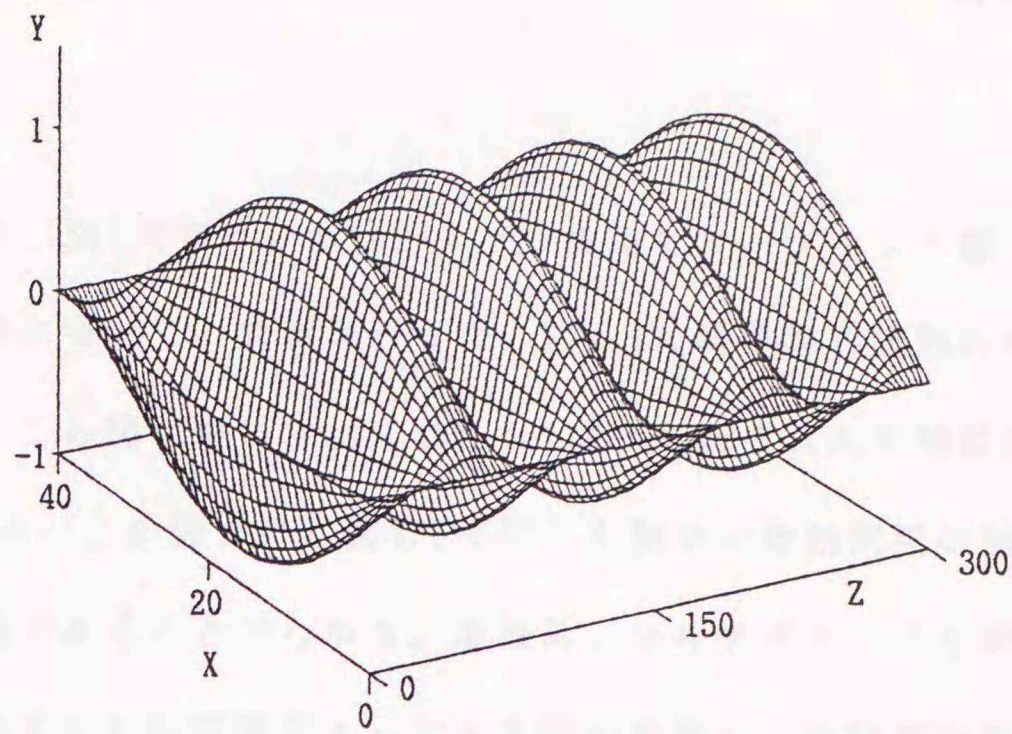
図4.7 方形導波管解析モデル

係数 S を 2 として解析を行った。図 4.8(a) と (b) にそれぞれ仮想節点を用いた場合と緩衝領域を用いた場合の電界の波形分布を示す。このときの観測時刻は入力開始から 30 周期後である。図 4.8 より 2 つの方法ともに TE_{10} モードの正弦波が乱れることなく伝搬していることがわかる。また、この場合の管内波長 λ_g は理論より、

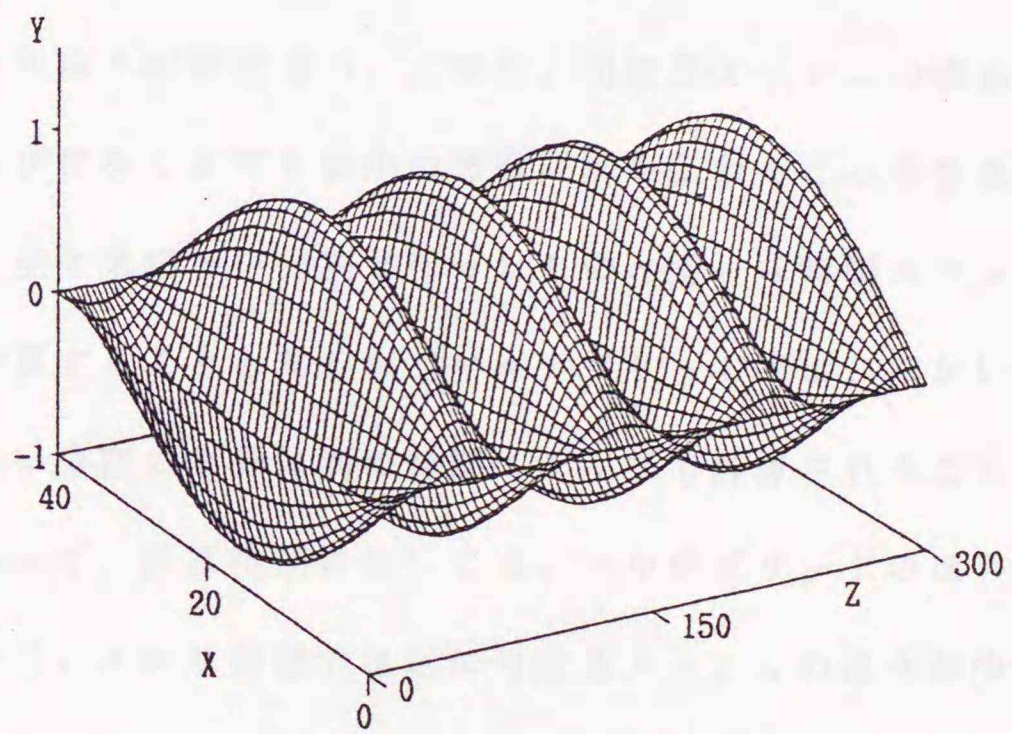
$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} \quad (4.13)$$

で与えられる。ここで、 λ_0 は真空中の電磁波の波長であり、 λ_c は方形導波管のカットオフ波長である。上述の入力条件では、 $\lambda_0 = 80 \Delta u / \sqrt{2}$ ($= 12.213 \text{ cm}$)、 $\lambda_c = 80 \Delta u$ ($= 17.272 \text{ cm}$) となる。これらの値より、管内波長 λ_g は $80 \Delta u$ ($= 17.272 \text{ cm}$) となる。図 4.8 における波長は (a)、(b) の場合ともに $80 \Delta u$ となっており、理論と一致した結果が得られている。さらに、メッシュ比が変化する境界による反射の有無を調べるために 2 つの場合の電界の定在波比を求めた。その結果、定在波比は仮想節点を用いた場合と緩衝領域を用いた場合ともに 1.01 であり、反射がほとんど無いことが確かめられた。以上の結果から、本手法における可変長メッシュの定式化およびメッシュ比の変わる部分での 2 種類の境界の取り扱いの妥当性が示された。

続いて、第 3 章で述べたマルチグリッド技法による結果との比較



(a) 仮想節点を用いた場合



(b) 緩衝領域を用いた場合

図4.8 電界 ' E_y ' の瞬時波形分布

を行うため、図3.3で示した解析モデルを用いて、グリッド幅 (W_b) 20mmの場合について、計算を行った。図4.9に瞬時電界波形の時間変化を示す。この図において(a), (b), (c)は、それぞれ入力開始後、4, 12, 20である。この図より、図3.8で示した細かい離散間隔の場合と同様な分布であることがわかる。最後に、マルチグリッドを用いた場合と本章で示した可変長メッシュを用いた場合との計算効率を比較するために、CPU時間およびメモリ容量の軽減率を細かい離散間隔の場合を基準として表3.2に示す。この結果より、CPU時間ではマルチグリッドのほうが若干速い。これは、可変長メッシュの場合は、時間ステップはあくまでも最小の離散間隔を伝わるところを基準とするため、全てを細かい分割で行ったものと同一な時間ステップで全領域を計算することとなるが、マルチグリッドでは、細かい分割の部分と粗い分割の部分は別の時間ステップで計算されることとなる。したがって、計算時間においては、マルチグリッドのほうが速くなる。一方、メモリ容量では逆に可変長メッシュのほうが少なくて済むことがわかる。これは、マルチグリッドの場合は、細かく分割したい部分をx、z両方向に対して細かくしなければならないが、可変長メッシュの場合は、細かくしたい方向のみでよいいため、計算に必要な配列の確保が少なくて済むからである。

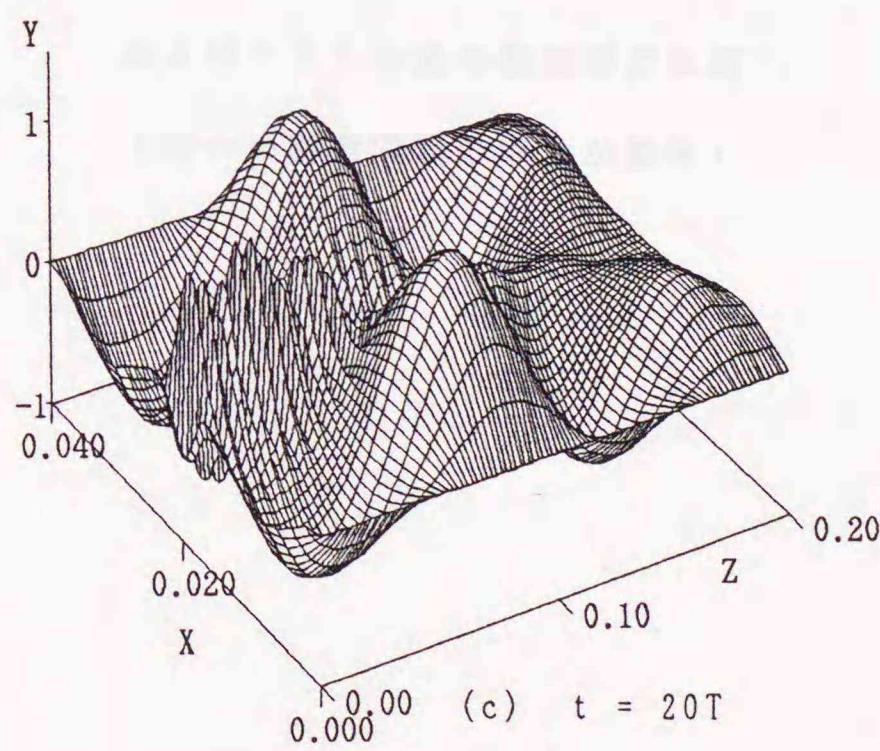
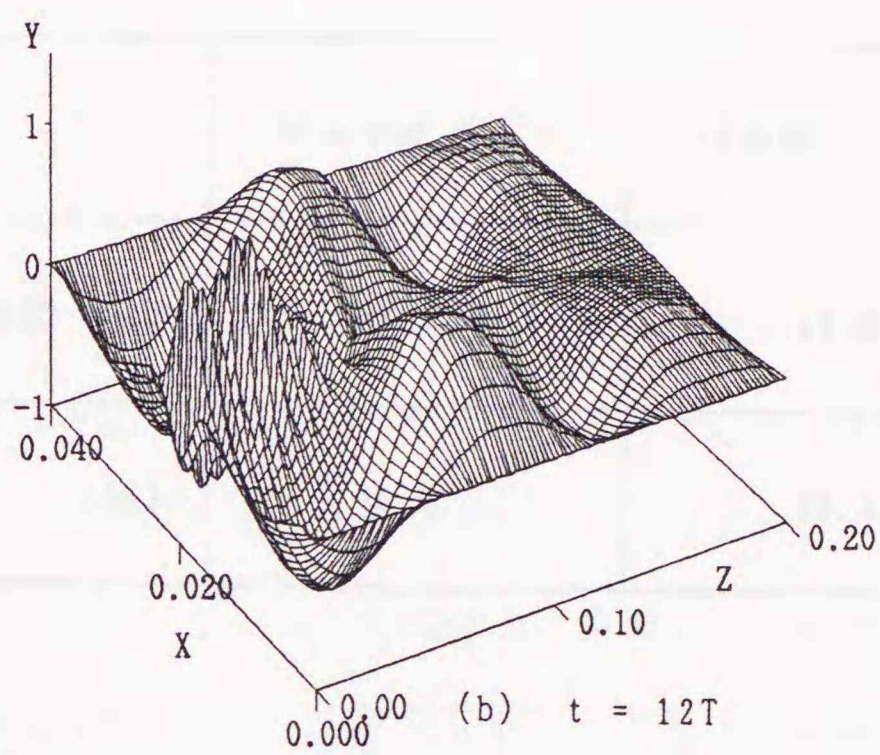
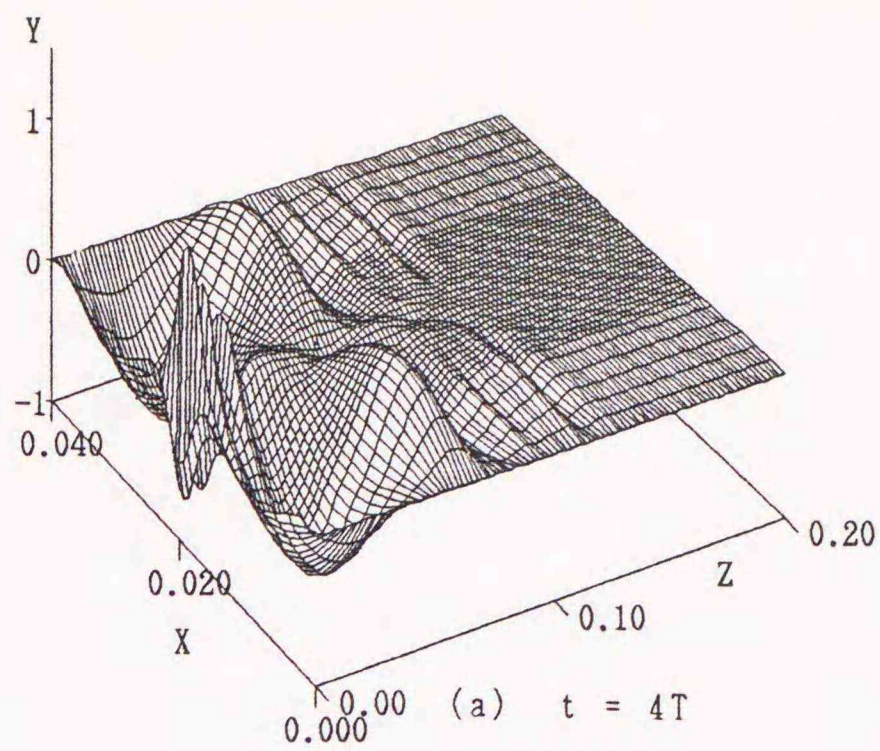


図4.9 可変長メッシュを用いて求めた瞬時電界波形の時間変化
($\epsilon_r = 30$)

	マルチグリッド	可変長メッシュ
C P U 時間 (%)	37.9	25.0
メモリ (%)	35.6	58.9

表4.2 マルチグリッドと可変長メッシュのC P U時間

およびメモリ容量の軽減率の比較

(細かい離散間隔の場合が基準)

4 . 4 む す び

以上、2次元における可変長メッシュの空間回路網法への適用方法についての検討を行った。基本的な考え方は伝送線路行列法で示されているハイブリッドマトリックス法と同じであるが、空間回路網法では部分的にメッシュ間隔を変化させる場合、各節点間のBergeron表示を実現するため、節点間で異なった特性インピーダンスが現れる部分での取り扱いが必要となる。その取り扱い方法として、仮想節点を設ける方法と緩衝領域を設ける方法の2種類の方法を提案した。続いて、方形導波管の終端面を短絡し、部分的に誘電体を入れた解析モデルを用いて、解析領域全体の座標方向の空間離散間隔に任意性を持たせたことによる有効性を示し、さらに、同一方向においても部分的にメッシュ比が変わる場合の2つの取扱い方法の妥当性を示すために、方形導波管を解析モデルとして用い、この2つの方法で解析を行った。その結果、両者の方法の妥当性が示された。また、前章で示したマルチグリッド技法との比較を加え、それぞれの特徴を示した。最後に、上述の定式化は円柱座標系などの他の直交曲線座標系への適用も理論的には可能であることを述べておく。

第 5 章

任意空間離散間隔の 3 次元に
おける空間回路網法への適用

5 . 1 はじめに

前章において、等価的に離散間隔の任意性を与える方法（可変長メッシュ）の 2 次元における定式化を行い、この方法の妥当性の検討を行った。しかし、実際の多層配線板などのデバイスを解析するためには 2 次元的な扱いでは不十分であり、このような素子をも解析できるような汎用的な手法にするためには、3 次元への拡張が必要不可欠である。そのため、本章では可変長メッシュの 3 次元への適用方法について説明し、従来の方法では解析が困難であったフィンラインを解析例とし、その妥当性および有効性を示す。この際、従来の 3 次元における空間回路網法の電磁界変数と等価回路の変数の対応の 2、3 変更を行っている。

5. 2 定式化

この節では、3次元における空間離散間隔に任意性を与えた空間回路網法の定式化について述べるものとする。5.2.1ではマックスウェル方程式と各座標方向の離散間隔が任意の場合の等価回路との対応について説明し、続いて、5.2.2で時間ステップの同期を考慮に入れたBergeron表示を用いた等価回路について述べ、最後に、5.2.3で部分的に空間離散間隔の任意性を与える場合の取扱いについて説明するものとする。

5.2.1 マックスウェル方程式と各座標方向の空間離散間隔に任意性を与えた等価回路との対応

本手法は基本的には電磁界のTE波、TM波が伝搬する大きく分けて2種類の2次元的な等価回路を適当に組み合わせることにより、3次元でのすべての電磁界成分を持った等価回路を構成している。その等価回路の電圧、電流を空間的及び時間的に逐次計算することにより、電圧及び電流に対応する電磁界の時間応答を求めていくものである。ここでは、 y 方向の電界 E_y が電圧 V_y と対応する節点を用いて等価回路の説明を行う。この場合、3次元のマックスウェル方程式を展開して、電界 E_x 、 E_z に関する項を取り除くことにより以下のような2次元的なマックスウェル方程式が得られる。

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\mu_z}{2} \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (5.1. a)$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\mu_x}{2} \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (5.1. b)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma_y E_y + \epsilon_y \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (5.1. c)$$

ところで、3次元では本来、式(5.1. a)において電界 E_x に関する項も存在する。また、磁界の時間変化の項が均等に2つの電界成分 E_x 、 E_y の項に分配されると仮定すると、この式において E_x に関する項を取り除いたため、それに伴い磁界 H_z に関する項の係数が半分となる。式(5.1. b)についても同様である。一方、等価回路における各方向の1次元線路よりなる2次元伝送方程式に対する電圧と電流を与える基本微分方程式は次式で示される。

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} \Delta x = -\frac{L_{pz}}{2} \frac{\partial I_x}{\partial t} \quad (5.2. a)$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial z} \Delta z = -\frac{L_{px}}{2} \frac{\partial I_z}{\partial t} \quad (5.2. b)$$

$$\frac{\partial I_z}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial I_x}{\partial x} = -G_{py} - C_{py} \frac{\partial V_y}{\partial t} \quad (5.2. c)$$

ここで、 L_{px} 、 L_{pz} はそれぞれ、 x 方向、 z 方向に垂直なインダクタンス成分を表し、 G_{py} 、 C_{py} はそれぞれ y 方向に垂直なコンダクタンス成分とキャパシタンス成分を表している。また Δx 、 Δy 、 Δ

z は各々 x , y , z 方向の離散間隔を示すものである。さらに z 方向に垂直なインダクタンス成分 L_{yz} は x 方向と y 方向のインダクタンス L_{zy} と L_{zx} に均等に割当てられると考えられるので $L_{zy} = L_{zx} = L_{yz}/2$ 、同様に $L_{xy} = L_{xz} = L_{yx}/2$ と仮定している。この場合の等価回路は図 5.1 のようになる。ところで、式 (5.2) はそのままでは式 (5.1) と直接比較できないため、式 (5.2) を次式のように変形する。

$$\frac{\partial \left(\frac{V_y}{\Delta y} \right)}{\partial x} = - \frac{\Delta z}{\Delta x \Delta y} L_{zy} \frac{\partial \left(\frac{I_x}{\Delta z} \right)}{\partial t} \quad (5.3.a)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{V_y}{\Delta y} \right)}{\partial z} = - \frac{\Delta x}{\Delta z \Delta y} L_{xy} \frac{\partial \left(\frac{I_z}{\Delta x} \right)}{\partial t} \quad (5.3.b)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{I_z}{\Delta x} \right)}{\partial z} + \frac{\partial \left(\frac{I_x}{\Delta z} \right)}{\partial x} = - \frac{\Delta y}{\Delta x \Delta z} \left\{ G_{xy} \left(\frac{V_y}{\Delta y} \right) + C_{xy} \frac{\partial \left(\frac{V_y}{\Delta y} \right)}{\partial t} \right\} \quad (5.3.c)$$

式 (5.3) と式 (5.1) を比較し、さらに電界 E_x , E_z を電圧と対応させた節点 (電氣的節点) についても同様に定式化を行うと、表 5.1(a) に示すような電磁界変数及び定数と等価回路変数及び定数との対応関係が成立する。同様に磁界 H_x , H_y , H_z を電圧と対応させた節点 (磁氣的節点) においても表 5.1(b) に示すような対応関係が成り立つ。

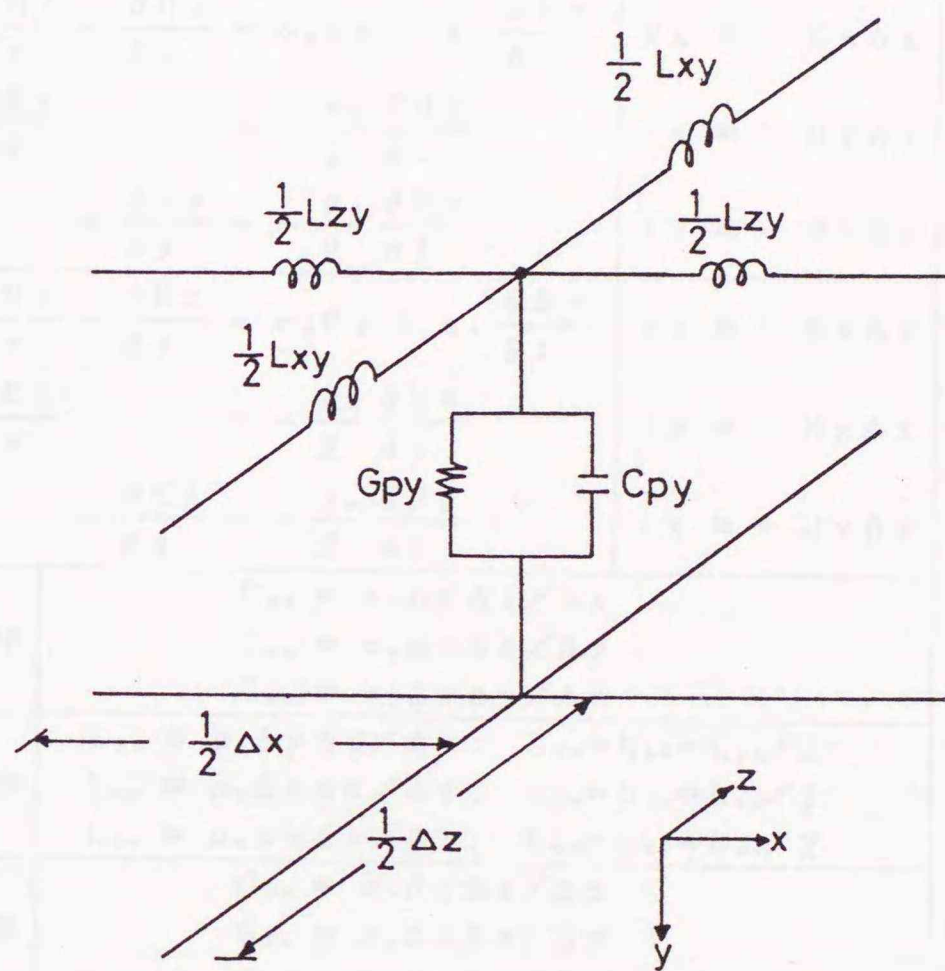


図5.1 可変長メッシュを用いた場合の等価回路

電 気 的 節 点		
	マクスウェルの方程式	変数の対応
A n	$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma_y E_y + \epsilon_y \frac{\partial E_y}{\partial t}$	$V_y \equiv E_y \Delta y$
	$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\mu_z}{2} \frac{\partial H_z}{\partial t}$	$I_x \equiv H_z \Delta z$
	$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\mu_x}{2} \frac{\partial H_x}{\partial t}$	$I_z \equiv -H_x \Delta x$
D n	$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma_x E_x + \epsilon_x \frac{\partial E_x}{\partial t}$	$V_x \equiv E_x \Delta x$
	$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\mu_y}{2} \frac{\partial H_y}{\partial t}$	$I_z \equiv H_y \Delta y$
	$-\frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\mu_z}{2} \frac{\partial H_z}{\partial t}$	$I_y \equiv -H_z \Delta z$
E n	$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \sigma_z E_z + \epsilon_z \frac{\partial E_z}{\partial t}$	$V_z \equiv E_z \Delta z$
	$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\frac{\mu_x}{2} \frac{\partial H_x}{\partial t}$	$I_y \equiv H_x \Delta x$
	$-\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\mu_y}{2} \frac{\partial H_y}{\partial t}$	$I_x \equiv -H_y \Delta y$
誘 電 率	$C_{px} \equiv \epsilon_x \Delta y \Delta z / \Delta x$	
	$C_{py} \equiv \epsilon_y \Delta z \Delta x / \Delta y$	
	$C_{pz} \equiv \epsilon_z \Delta x \Delta y / \Delta z$	
透 磁 率	$L_{px} \equiv \mu_x \Delta y \Delta z / \Delta x ; L_{xy} = L_{xz} = L_{px} / 2$	
	$L_{py} \equiv \mu_y \Delta z \Delta x / \Delta y ; L_{yz} = L_{yx} = L_{py} / 2$	
	$L_{pz} \equiv \mu_z \Delta x \Delta y / \Delta z ; L_{zx} = L_{zy} = L_{pz} / 2$	
導 電 率	$G_{px} \equiv \sigma_x \Delta y \Delta z / \Delta x$	
	$G_{py} \equiv \sigma_y \Delta z \Delta x / \Delta y$	
	$G_{pz} \equiv \sigma_z \Delta x \Delta y / \Delta z$	

(a) 電氣的節点

表 5.1 電磁界変数および媒質定数と回路変数および定数との対応

	磁 気 的 節 点	
	マクスウェルの方程式	変数の対応
F n	$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_y \frac{\partial H_y}{\partial t}$	$V_y^* \equiv H_y \Delta y$
	$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\sigma_x}{2} E_x + \frac{\varepsilon_x}{2} \frac{\partial E_x}{\partial t}$	$I_z^* \equiv E_x \Delta x$
	$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\sigma_z}{2} E_z + \frac{\varepsilon_z}{2} \frac{\partial E_z}{\partial t}$	$I_x^* \equiv -E_z \Delta z$
B n	$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_z \frac{\partial H_z}{\partial t}$	$V_z^* \equiv H_z \Delta z$
	$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\sigma_y}{2} E_y + \frac{\varepsilon_y}{2} \frac{\partial E_y}{\partial t}$	$I_x^* \equiv E_y \Delta y$
	$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\sigma_x}{2} E_x + \frac{\varepsilon_x}{2} \frac{\partial E_x}{\partial t}$	$I_y^* \equiv -E_x \Delta x$
C n	$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu_x \frac{\partial H_x}{\partial t}$	$V_x^* \equiv H_x \Delta x$
	$-\frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\sigma_z}{2} E_z + \frac{\varepsilon_z}{2} \frac{\partial E_z}{\partial t}$	$I_y^* \equiv E_z \Delta z$
	$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\sigma_y}{2} E_y + \frac{\varepsilon_y}{2} \frac{\partial E_y}{\partial t}$	$I_z^* \equiv -E_y \Delta y$
誘 電 率	$L_{px}^* \equiv \varepsilon_x \Delta y \Delta z / \Delta x$; $L_{yx}^* = L_{zx}^* = L_{px}^* / 2$ $L_{py}^* \equiv \varepsilon_y \Delta z \Delta x / \Delta y$; $L_{zy}^* = L_{xy}^* = L_{py}^* / 2$ $L_{pz}^* \equiv \varepsilon_z \Delta x \Delta y / \Delta z$; $L_{xz}^* = L_{yz}^* = L_{pz}^* / 2$	
透 磁 率	$C_{px}^* \equiv \mu_x \Delta y \Delta z / \Delta x$ $C_{py}^* \equiv \mu_y \Delta z \Delta x / \Delta y$ $C_{pz}^* \equiv \mu_z \Delta x \Delta y / \Delta z$	
導 電 率	$R_{px}^* \equiv \sigma_x \Delta y \Delta z / \Delta x$; $R_{yx}^* = R_{zx}^* = R_{px}^* / 2$ $R_{py}^* \equiv \sigma_y \Delta z \Delta x / \Delta y$; $R_{zy}^* = R_{xy}^* = R_{py}^* / 2$ $R_{pz}^* \equiv \sigma_z \Delta x \Delta y / \Delta z$; $R_{xz}^* = R_{yz}^* = R_{pz}^* / 2$	

(b) 磁氣的節点

表 5.1 電磁界変数および媒質定数と回路変数および定数との対応

5.2.2 時間ステップの同期を考慮に入れたベルジェロン表示を用いた等価回路

空間回路網法は、伝送線路行列法と同様、各節点間に伝送線路を仮定していることにより各節点での計算の時間的な同期を取るため、波動は計算上の単位時間ステップ (Δt) で空間的にそれぞれの方向の 1 離散間隔離れた節点に到達しなければならない。したがって、伝送線路が各方向に任意の長さをもつ場合は、それぞれの方向において波の伝搬速度は異なったものとしなければならない。すなわち、ある長さ d の伝送線路を伝わる波の伝搬速度 v_d は

$$v_d = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{d}{\Delta t} \quad (5.4)$$

L_0 と C_0 はこの伝送線路の単位長さあたりのインダクタンスとキャパシタンスの量をそれぞれ表すものである。ここで、任意メッシュ間隔における一番短い伝送線路の長さを基本長さ (Δu) とし、 S なる係数を用いて単位時間ステップ (Δt) を以下のように定義する。

$$\Delta t = \frac{\Delta u \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}{S} = \frac{\Delta u}{c_0 S} \quad (5.5)$$

なお、 μ_0 、 ϵ_0 はそれぞれ真空中の透磁率と誘電率、 c_0 は光速であり、 S は伝搬速度係数である。ここで、式 (4.8) と式 (5.5) を比較す

ると、S におけるルートの有無の違いがある。これは、3次元での解析ではTE波、TM波、両波が混在するものとなるため、 ϵ_0/S 、 μ_0/S となるようにしたためである。

空間回路網法においては、各々の伝送線路をBergeron表示するため、それぞれの線路のインピーダンスを求める必要がある。例として図5.1に示すようなx方向とz方向に伝送線路がある節点を用いると、x方向において、この方向の単位長さあたりのインダクタンス L_{zy0} は表5.1(a)より、

$$L_{zy0} = \frac{L_{pz}}{2\Delta x} = \frac{\mu_z \Delta y}{2\Delta z} \quad (5.6.a)$$

単位長さあたりのキャパシタンス C_{zy0} は式(5.6.a)と式(5.5)を式(5.4)に代入することにより

$$C_{zy0} = \frac{2\Delta z (\Delta u)^2}{\Delta y (\Delta x)^2} \frac{\epsilon_0 \mu_0}{\mu_z S^2} \quad (5.6.b)$$

式(5.6.a)と式(5.6.b)よりこの伝送線路の特性インピーダンス Z_{zy} は

$$Z_{zy} = \frac{\Delta x \Delta y}{2\Delta z} \frac{\mu_z S}{\mu_0 \Delta u} Z_0 \quad (5.6.c)$$

となる。 $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ である。ここで、添え字の付け方は、 Z_{zy} を例

にとると、添え字 z は伝送線路が接続されている磁氣的節点 B 点のもつ磁界成分 H_z を表すものであり、添え字 y は電氣的節点 A 点のもつ電界成分 E_y を表すものである。 z 方向の単位長さあたりのインダクタンス L_{xy0} 、キャパシタンス C_{xy0} 、特性インピーダンス Z_{xy} もそれぞれ上述のものと同様に

$$L_{xy0} = \frac{L_{px}}{2\Delta z} = \frac{\mu_x \Delta y}{2\Delta x} \quad (5.7.a)$$

$$C_{xy0} = \frac{2\Delta x (\Delta u)^2}{\Delta y (\Delta z)^2} \frac{\epsilon_0 \mu_0}{\mu_x S^2} \quad (5.7.b)$$

$$Z_{xy} = \frac{\Delta z \Delta y}{2\Delta x} \frac{\mu_x S}{\mu_0 \Delta u} Z_0 \quad (5.7.c)$$

となる。ところで、上述のように各々の方向の線路を波動が異なった伝搬速度で伝わるものとして、それぞれ独立に各線路のキャパシタンス量を求めたため、表 5.1(a) で与えられる基本ブロック体積内のキャパシタンス量 C_{py} と x および z 方向の単位長さあたりのキャパシタンス量と式 (5.6.b) と式 (5.7.b) から求めたキャパシタンスの総量との間に差異量 C_{sy} が生じる。その大きさは

$$C_{sy} = C_{py} - (\Delta x C_{zy0} + \Delta z C_{xy0}) \quad (5.8)$$

$$= \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \epsilon_y - \frac{(\Delta u)^2 \epsilon_0 \mu_0}{S^2 \Delta y} \left(\frac{2\Delta x}{\Delta z \mu_x} + \frac{2\Delta z}{\Delta x \mu_z} \right)$$

となる。ここで、キャパシタンスは負の値を取り得ないので、 C_{sy}

が負にならないようにするため、上述の伝搬速度係数 S を適当に定めるものとする。いま、各方向を等離散間隔 Δu 、 $\varepsilon_y = \varepsilon_0$ 、 $\mu_x = \mu_z = \mu_0$ とし、式 (5.8) に代入すると、 $\Delta u \varepsilon_0 - 4 \Delta u \varepsilon_0 / S^2$ となり、 $S = 2$ の場合、 C_{zy} が零となる。このことは 3 次元の従来の空間回路網法を用いる場合、実時間 Δt_0 が伝搬時間 Δt の 2 倍になるということの意味を表すものである。ところで本手法は等価回路における各節点間の伝送線路を伝わる電圧及び電流を Bergeron 表示式を用いることにより定式化を行うものである。ここで、Bergeron 表示を用いた等価回路を示すと図 5.2 のようになる。この図は図 5.1 で示したものに对应する電氣的節点である A 点の等価回路である。

この A 点に对应する Bergeron 表示式は、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} & V_y(i, j, k, t) + Z_{zy} I_{x1}(i, j, k, t) \\ &= I_{xz}^* \left(i - \frac{1}{2}, j, k, t - \frac{\Delta t}{2} \right) + Z_{zy} V_z^* \left(i - \frac{1}{2}, j, k, t - \frac{\Delta t}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.9. a)$$

$$\begin{aligned} & V_y(i, j, k, t) - Z_{zy} I_{x2}(i, j, k, t) \\ &= I_{x1}^* \left(i + \frac{1}{2}, j, k, t - \frac{\Delta t}{2} \right) - Z_{zy} V_z^* \left(i + \frac{1}{2}, j, k, t - \frac{\Delta t}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.9. b)$$

$$\begin{aligned} & V_y(i, j, k, t) + Z_{xy} I_{z1}(i, j, k, t) \\ &= I_{z2}^* \left(i, j, k - \frac{1}{2}, t - \frac{\Delta t}{2} \right) + Z_{xy} V_x^* \left(i, j, k - \frac{1}{2}, t - \frac{\Delta t}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.9. c)$$

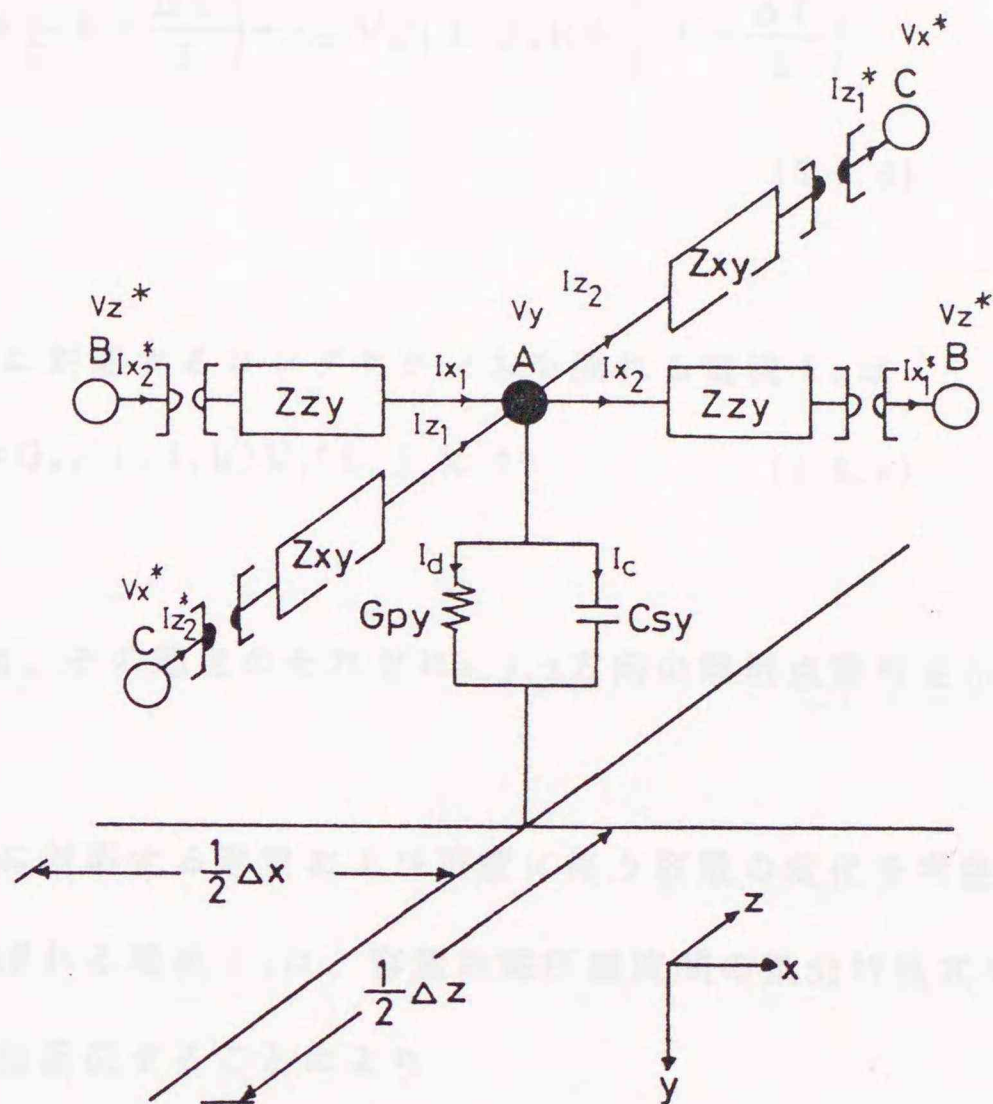


図 5.2 A 点を中心とした Bergeron 表示を用いた等価回路

$$\begin{aligned}
 & V_y(i, j, k, t) - Z_{xy} I_{xz}(i, j, k, t) \\
 &= I_{xz}^* \left(i, j, k + \frac{1}{2}, t - \frac{\Delta t}{2} \right) - Z_{xy} V_x^* \left(i, j, k + \frac{1}{2}, t - \frac{\Delta t}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{5.9.d}$$

さらに、導電率に対応するコンダクタンスを流れる電流 I_d は

$$I_d(i, j, k, t) = G_{xy}(i, j, k) V_y(i, j, k, t) \tag{5.9.e}$$

ここで、 i, j, k は、その節点のそれぞれ x, y, z 方向の離散点番号を示すものである。

また、誘電率に対応する容量および可変に伴う容量の変化を考慮に入れた C_{sy} を流れる電流 I_c は、容量の電圧電流間の微分特性式を時間に関して台形近似することにより

$$\begin{aligned}
 & V_y(i, j, k, t) - R_c(i, j, k) I_c(i, j, k, t) \\
 &= V_y \left(i, j, k, t - \frac{\Delta t}{2} \right) + R_c(i, j, k) I_c \left(i, j, k, t - \frac{\Delta t}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{5.9.f}$$

ここで、

$$R_c(i, j, k) = \frac{\Delta t}{4\{C_{sy}(i, j, k)\}}$$

となる。式(5.9.a)から式(5.9.d)及び式(5.9.f)の各式の右辺は $\Delta t/2$ 前に求められた電圧電流で与えられる既知の値であり、これらを

各々 E_a, E_b, E_c, E_d, E_f と置き、さらに中心節点 A での電流連続式を用いて式 (5.9) を V_y について解くと

$$V_y(i, j, k, t) = \frac{\frac{(E_a + E_b)}{Z_{zy}} + \frac{(E_c + E_d)}{Z_{xy}} + \frac{E_f}{R_c(i, j, k)}}{\frac{2}{Z_{zy}} + \frac{2}{Z_{xy}} + G_{py}(i, j, k) + \frac{1}{R_c(i, j, k)}} \quad (5.10)$$

が得られる。この V_y を式 (5.9) の各々の式に代入することにより、それぞれの電流値を求めることができる。同様の定式化を他の電氣的節点、さらに、磁氣的節点に行うことにより、系全体の電磁界の時間応答を逐次的に求めていくことができる。図 5.3 は 6 種類の節点を含んだ基本格子の等価回路である。ここで、従来の空間回路網法の等価回路では、図 A.2(c) に示されるように負のジャイレータが B 点と D 点の間のみに定義されていたが、本研究では、すべての節点に一对の正負のジャイレータを定義している。したがって、表 5.1 における E 点と C 点の電磁界変数と回路変数の対応における符号が、表 A.1 に示されている従来の場合と逆となっている。このことにより、すべての電氣的節点と磁氣的節点がそれぞれ同一な取扱いを行うことができ、プログラムを効率良く組むことができる。

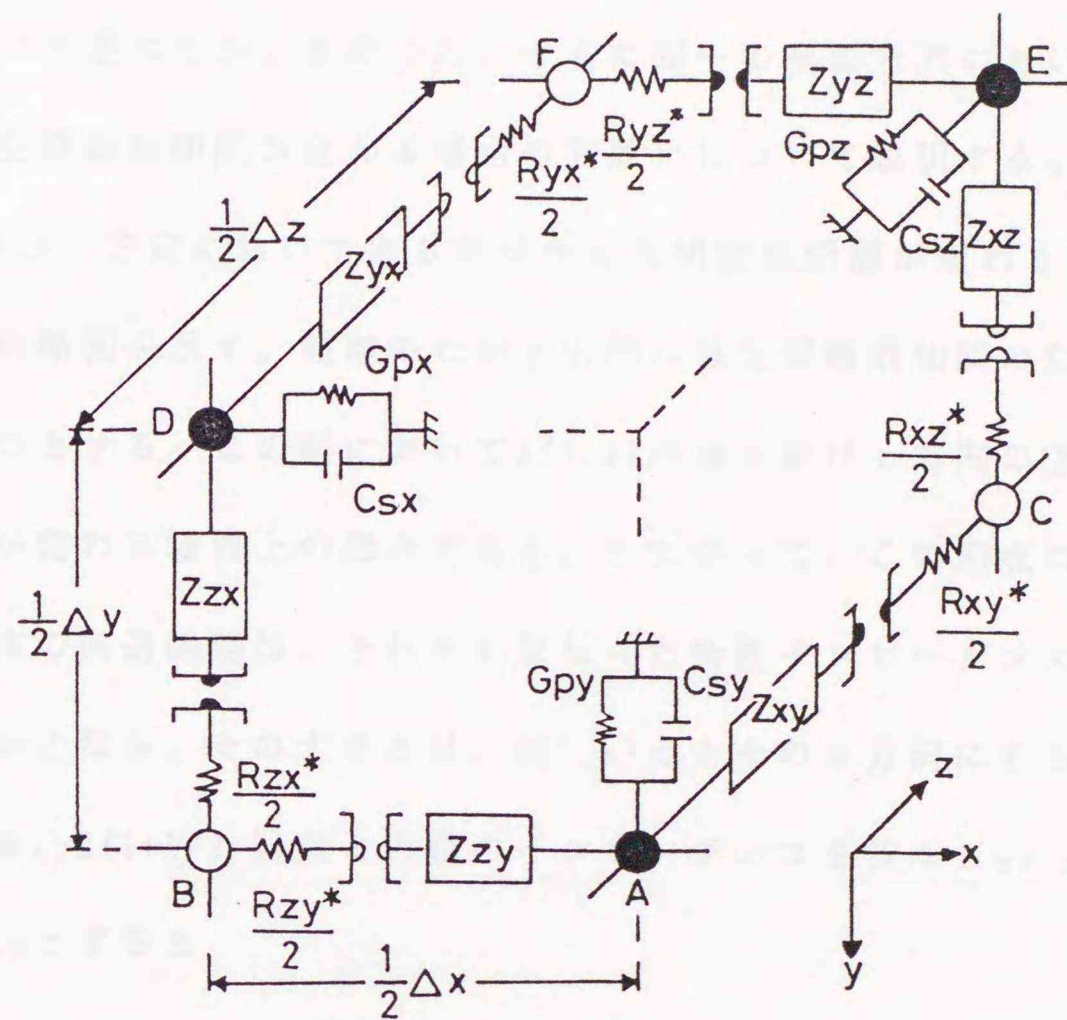


図 5.3 Bergeron 表示を用いた単位ブロックの等価回路

5.2.3 部分的に空間離散間隔の任意性を与える場合の取扱い

前節においては、各座標方向の空間離散間隔に任意性を与えた場合について述べたが、本節では、さらに同一の座標方向において部分的に空間離散間隔が変わる場合の取扱いについて説明する。図5.4に x 及び z 方向においてある部分から空間離散間隔が変わる場合の格子網の略図を示す。簡単のため y 方向には空間離散間隔の変化は無いものとする。この図において A(i, k) 点は x 及び z 方向の空間離散間隔が変わる境界上の節点である。したがって、この節点に接続する 4 本の伝送線路は、それぞれ異なった特性インピーダンスを有するものとなる。その大きさは、A(i, k) 点とその x 方向にある B(i-1/2, k) 点、B(i+1/2, k) 点との間のインピーダンスを各々 $Z_{zy, i-1, k}$ 、 $Z_{zy, i, k}$ とすると

$$Z_{zy, i-1, k} = \frac{\Delta x_{i-1} \Delta y}{2 \Delta z_k} \frac{\overline{\mu_{z, i-1, k}} S}{\mu_0 \Delta u} Z_0 \quad (5.11. a)$$

$$Z_{zy, i, k} = \frac{\Delta x_i \Delta y}{2 \Delta z_k} \frac{\overline{\mu_{z, i, k}} S}{\mu_0 \Delta u} Z_0 \quad (5.11. b)$$

となる。ただし、

$$\Delta \overline{z_k} = \frac{\Delta z_{k-1} + \Delta z_k}{2} \quad (5.11. c)$$

$$\overline{\mu_{z, i-1, k}} = \frac{2 \Delta \overline{z_k} \mu_{z, i-1, k-1} \mu_{z, i-1, k}}{\Delta z_{k-1} \mu_{z, i-1, k} + \Delta z_k \mu_{z, i-1, k-1}} \quad (5.11. d)$$

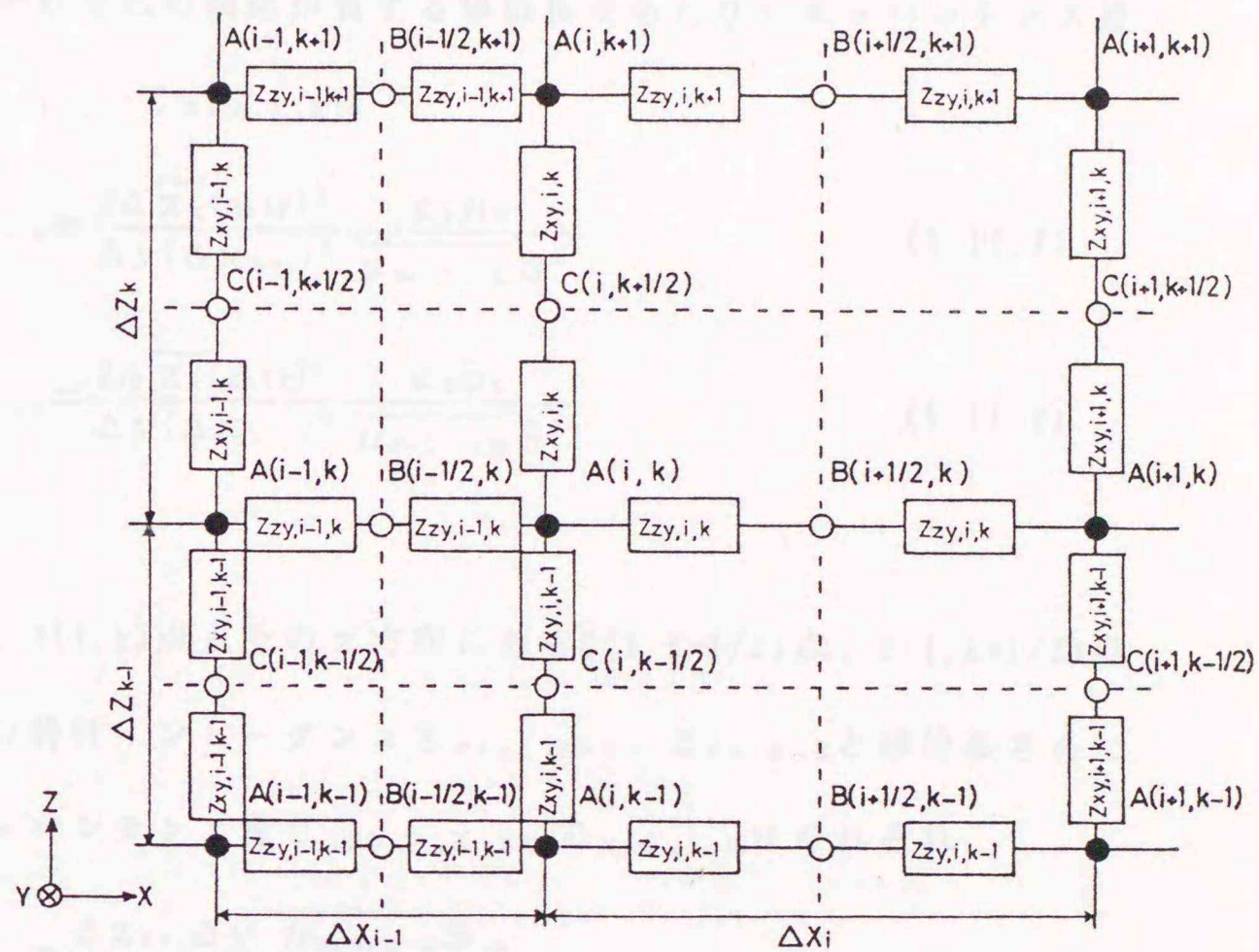


図 5.4 空間離散間隔が部分的に変化する場合の等価回路

$$\overline{\mu_{z,i,k}} = \frac{2\Delta \overline{z_k} \mu_{z,i,k-1} \mu_{z,i,k}}{\Delta z_{k-1} \mu_{z,i,k} + \Delta z_k \mu_{z,i,k-1}} \quad (5.11. e)$$

また、それぞれの線路が有する単位長さあたりのキャパシタンス量

$C_{zy0,i-1,k}$ 、 $C_{zy0,i,k}$ は

$$C_{zy0,i-1,k} = \frac{2\Delta \overline{z_k} (\Delta u)^2}{\Delta y (\Delta x_{i-1})^2} \frac{\epsilon_0 \mu_0}{\overline{\mu_{z,i-1,k}} S^2} \quad (5.11. f)$$

$$C_{zy0,i,k} = \frac{2\Delta \overline{z_k} (\Delta u)^2}{\Delta y (\Delta x_i)^2} \frac{\epsilon_0 \mu_0}{\overline{\mu_{z,i,k}} S^2} \quad (5.11. g)$$

同様に、 $A(i,k)$ 点とその z 方向にある $C(i,k-1/2)$ 点、 $C(i,k+1/2)$ 点との間の特性インピーダンス $Z_{xy,i,k-1}$ 、 $Z_{xy,i,k}$ と単位長さあたりのキャパシタンス量 $C_{xy0,i,k-1}$ 、 $C_{xy0,i,k}$ はそれぞれ、

$$Z_{xy,i,k-1} = \frac{\Delta z_{k-1} \Delta y}{2\Delta \overline{x_i}} \frac{\overline{\mu_{x,i,k-1}} S}{\mu_0 \Delta u} Z_0 \quad (5.12. a)$$

$$Z_{xy,i,k} = \frac{\Delta z_k \Delta y}{2\Delta \overline{x_i}} \frac{\overline{\mu_{x,i,k}} S}{\mu_0 \Delta u} Z_0 \quad (5.12. b)$$

$$C_{xy0,i,k-1} = \frac{2\Delta \overline{x_i} (\Delta u)^2}{\Delta y (\Delta z_{k-1})^2} \frac{\epsilon_0 \mu_0}{\overline{\mu_{x,i,k-1}} S^2} \quad (5.12. c)$$

$$C_{xy0,i,k} = \frac{2\Delta \overline{x_i} (\Delta u)^2}{\Delta y (\Delta z_k)^2} \frac{\epsilon_0 \mu_0}{\overline{\mu_{x,i,k}} S^2} \quad (5.12. d)$$

となる。

また、キャパシタンスの差異量 $C_{sy,i,k}$ は

$$\begin{aligned}
 C_{sy,i,k} &= C_{py,i,k} - \frac{1}{2} (\Delta X_{i-1} C_{zy0,i-1,k} + \Delta X_i C_{zy0,i,k} \\
 &\quad + \Delta Z_{k-1} C_{xy0,i,k-1} + \Delta Z_k C_{xy0,i,k}) \\
 &= \frac{\overline{\varepsilon_y} \Delta \overline{X_i} \Delta \overline{Z_k}}{\Delta y} - \frac{(\Delta u)^2 \varepsilon_0 \mu_0}{\Delta y S^2} \\
 &\quad \left(\frac{\Delta \overline{Z_k}}{\Delta X_{i-1} \mu_{z,i-1,k}} + \frac{\Delta \overline{Z_k}}{\Delta X_i \mu_{z,i,k}} + \frac{\Delta \overline{X_i}}{\Delta Z_{k-1} \mu_{x,i,k-1}} + \frac{\Delta \overline{X_i}}{\Delta Z_k \mu_{x,i,k}} \right)
 \end{aligned}
 \tag{5.13. a}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 \overline{\varepsilon_y} &= (\varepsilon_{y,i,k} \Delta X_i \Delta Z_k + \varepsilon_{y,i-1,k-1} \Delta X_{i-1} \Delta Z_{k-1} \\
 &\quad + \varepsilon_{y,i-1,k} \Delta X_{i-1} \Delta Z_k + \varepsilon_{y,i,k-1} \Delta X_i \Delta Z_{k-1}) \\
 &\quad / (\Delta X_i \Delta Z_k + \Delta X_{i-1} \Delta Z_{k-1} + \Delta X_i \Delta Z_{k-1} + \Delta X_{i-1} \Delta Z_k)
 \end{aligned}
 \tag{5.13. b}$$

である。

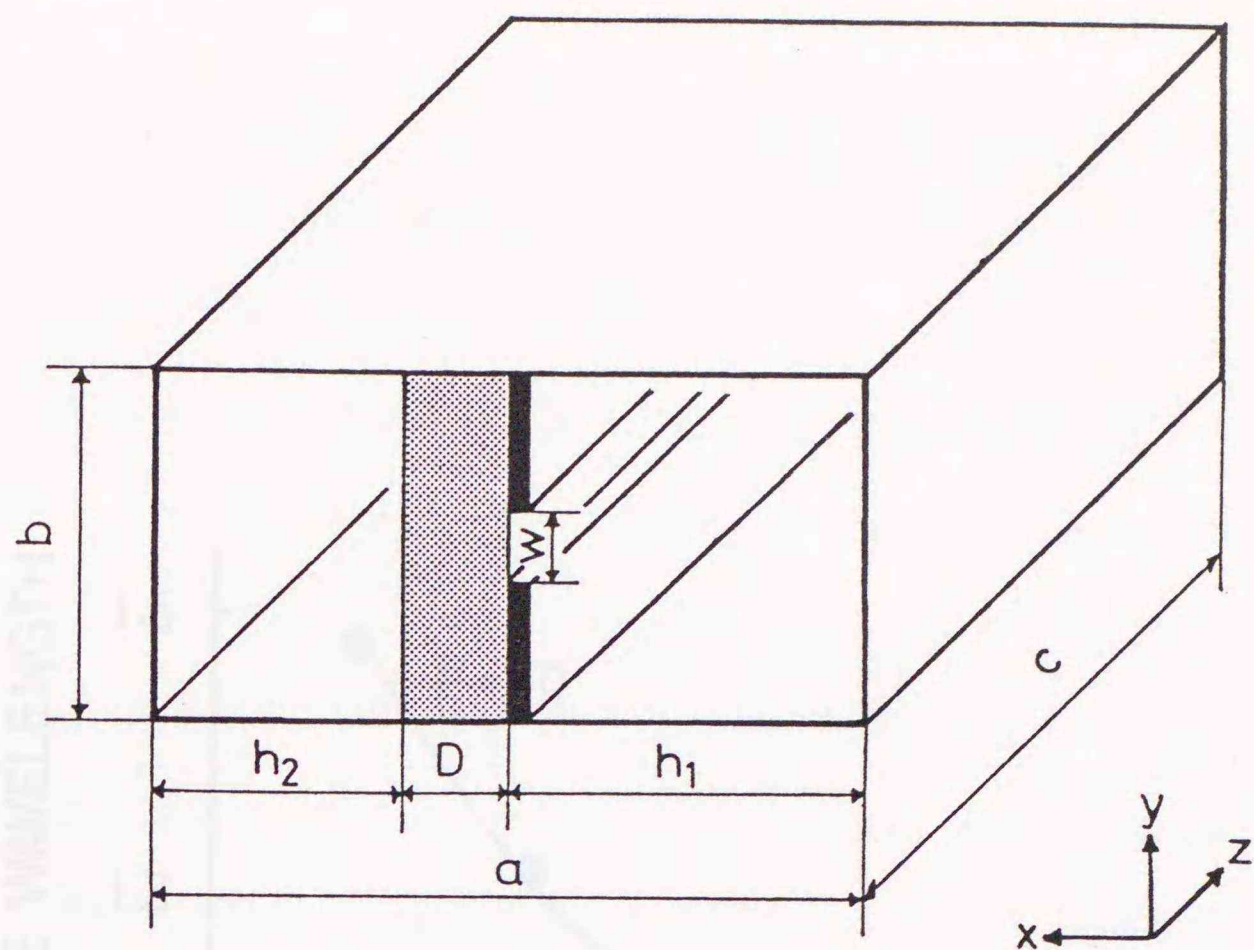
さらに、導電率に対応するコンダクタンス $G_{py,i,k}$ は

$$G_{py,i,k} = \frac{\overline{\sigma_y} \Delta \overline{X_i} \Delta \overline{Z_k}}{\Delta y}
 \tag{5.13. c}$$

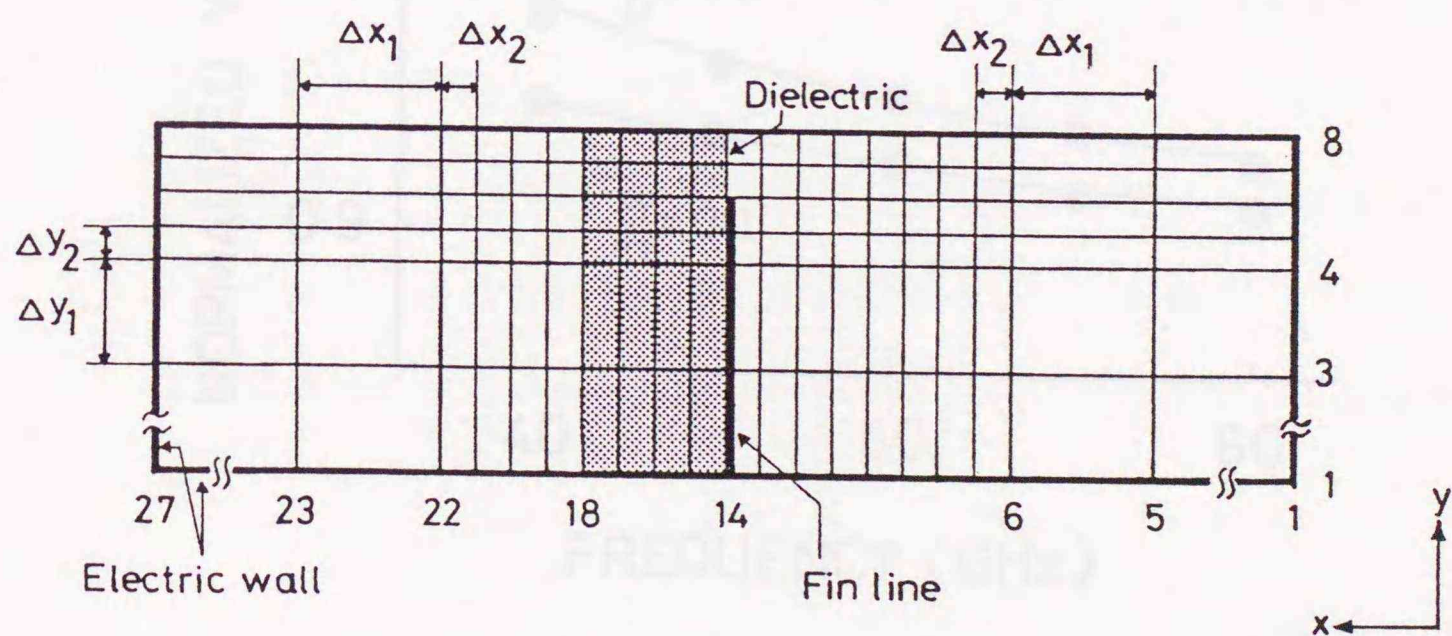
である。ここで、導電率 $\overline{\sigma_y}$ は誘電率 $\overline{\varepsilon_y}$ と同様な定式で取り扱うことができる。以上のようにして求めたそれぞれの線路の特性インピーダンス、キャパシタンスの差異量、コンダクタンスを離散間隔の変わる境界に与えることにより部分的な離散間隔の任意性を実現することができる。

5 . 3 解析例

前章で示した空間回路網法における任意離散間隔の実現方法の妥当性及び有効性を示すため、従来の等離散間隔による空間回路網法では計算容量の制限により精度良い解析が困難であったフィンラインを解析例として用いた。その形状を図 5.5(a) に示す。導波管の寸法は幅 a が 4.7752mm 、高さ b が 2.3876mm 、解析領域の終端までの距離 c が 15.875mm である。また、誘電体の厚さ D は 0.127mm で、誘電体の比誘電率 ϵ_r は 2.2 である。フィン は導波管の中央に置くものとしたため、 h_1 は 2.3876mm 、さらにフィン間の空隙 w は解析対象により $w/b = 0.1, 0.2, 1.0$ と可変にしている。本解析では、文献と比較するためフィンラインは完全導体とし、導体の厚さ及び損失は無視している。続いて、この場合の $x-y$ 断面におけるメッシュ分割の様子を図 5.5(b) に示す。ここで、誘電体の厚さが導波管の幅に比べて薄く、またフィン間の空隙も導波管の寸法に比べ小さいため、 x 方向と y 方向それぞれに部分的な離散間隔の変化を加えた分割を行った。解析領域は基本モードを考えるうえでは y 方向の中央を対称面として電気壁を設ければよいため、実際のモデルの半分の領域とした。前章で述べたパラメータはそれぞれ伝搬速度定数 S が 2.0 、伝送線路の基本長さ $\Delta u = 3.175 \times 10^{-2}\text{mm}$ 、 $\Delta x_1 = 13.44 \Delta u$ 、 $\Delta x_2 = \Delta u$ 、 $\Delta y_1 = 7.52 \Delta u$ 、 $\Delta y_2 = 3.76 \Delta u$ 、 $\Delta z = 10 \Delta u$ である。励振はフィンライン間の空隙に E_y 励振を行った。以上のような条件のもと



(a) フィンラインの概念図



(b) x y 断面におけるメッシュ分割の様子

図 5.5 解析モデル

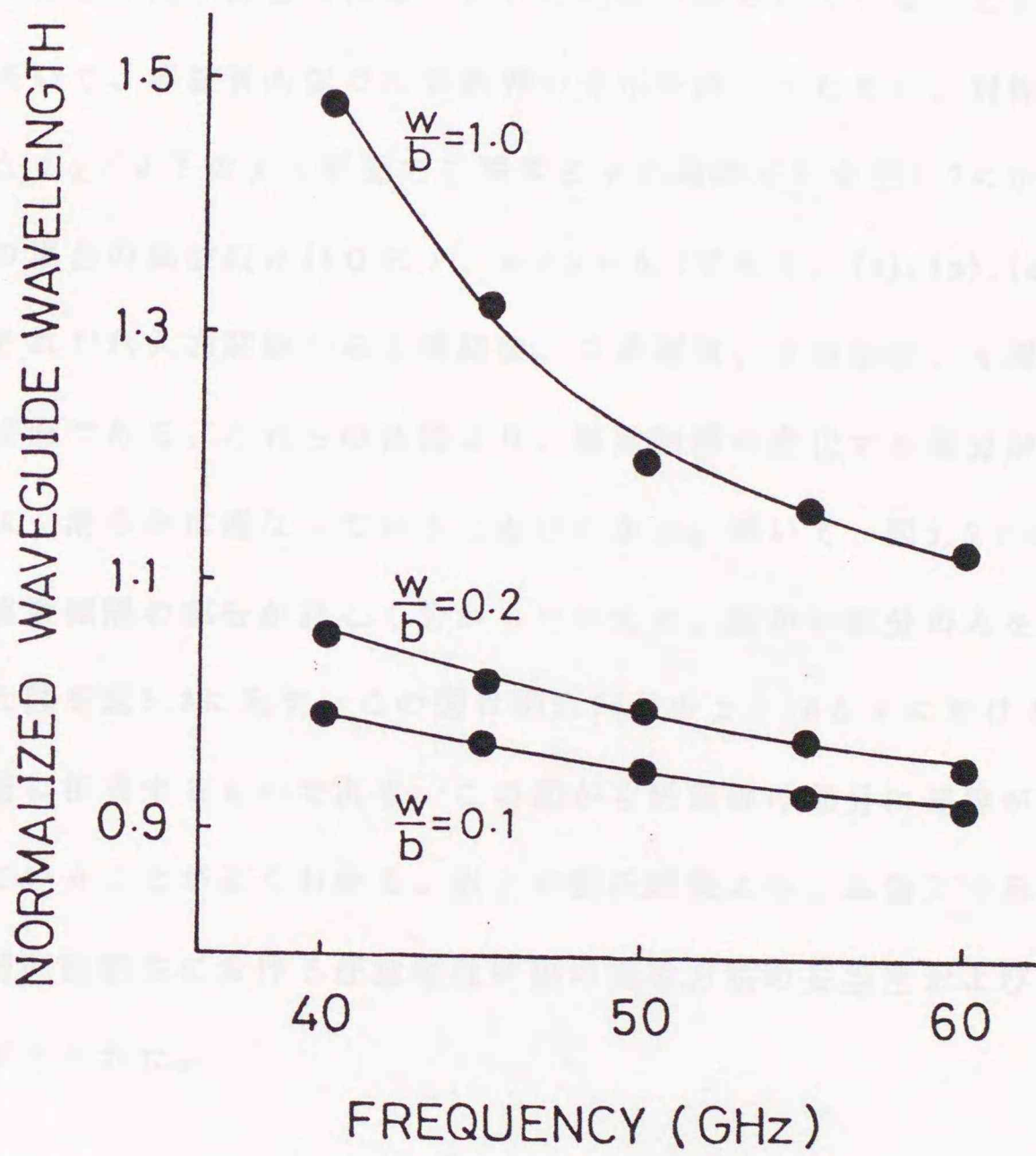


図 5.6 管内波長の周波数変化

で解析を行った結果を図 5.6 に周波数変化に対する管内波長の変化として示す。図において、実線は文献[59]において Spectral Domain 法により求められた値であり、黒丸印が本解析による結果である。この図より両手法ともほぼ一致した結果が得られていることがわかる。続いて、導波管内部での電磁界の分布を調べるために、対称面より $\Delta y_2/2$ 下の xz 断面での電界 E_y の瞬時波形を図 5.7 に示す。この場合の周波数は 45 GHz 、 $w/b = 0.2$ である。(a)、(b)、(c)、(d) はそれぞれ入力開始から 1 周期後、2 周期後、3 周期後、4 周期後の波形である。これらの各図より、離散間隔の変化する部分が不連続なく滑らかに連なっていることがわかる。続いて、図 5.7 では細かい離散間隔の部分が詳しく分からないため、細かい部分のみを拡大した図を図 5.8 に示す。この図は図 5.7(d) の $z = 20\Delta z$ における xy 断面に相当するものである。この図から誘電体の部分に電界が集中していることがよくわかる。以上の解析結果より、本論文で示した空間回路網法における任意離散間隔の実現方法の妥当性および有効性が示された。

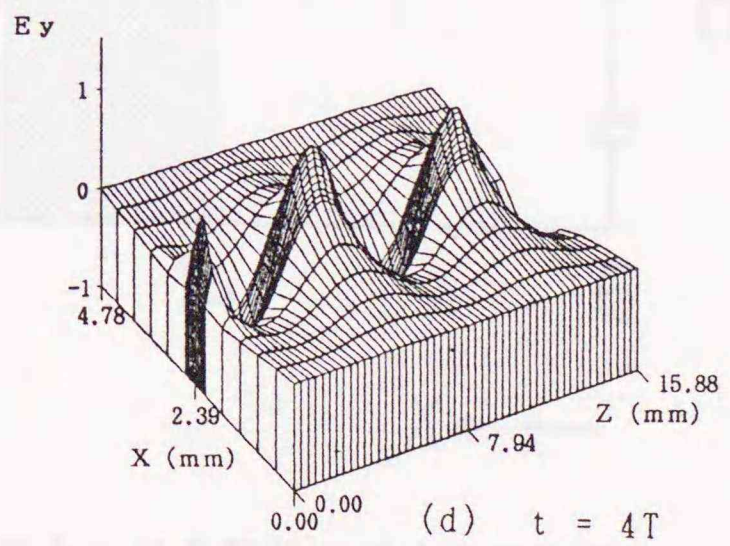
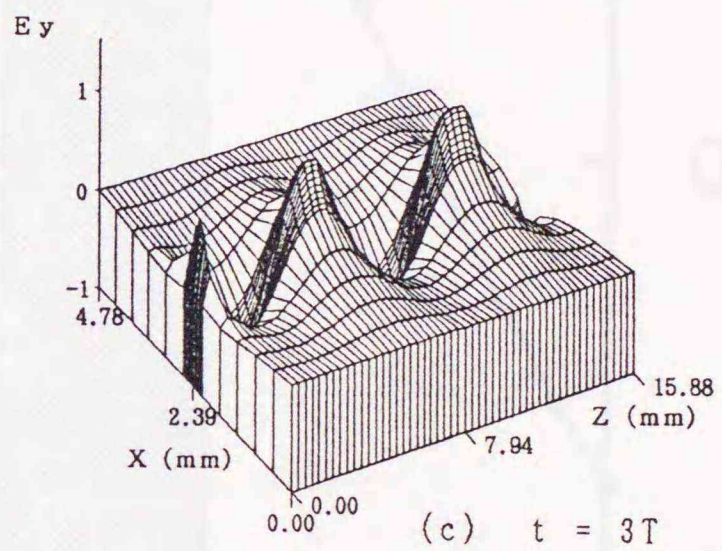
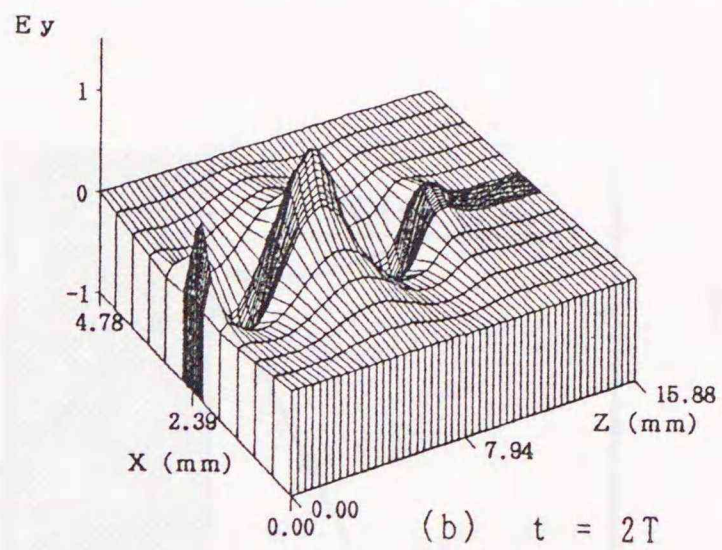
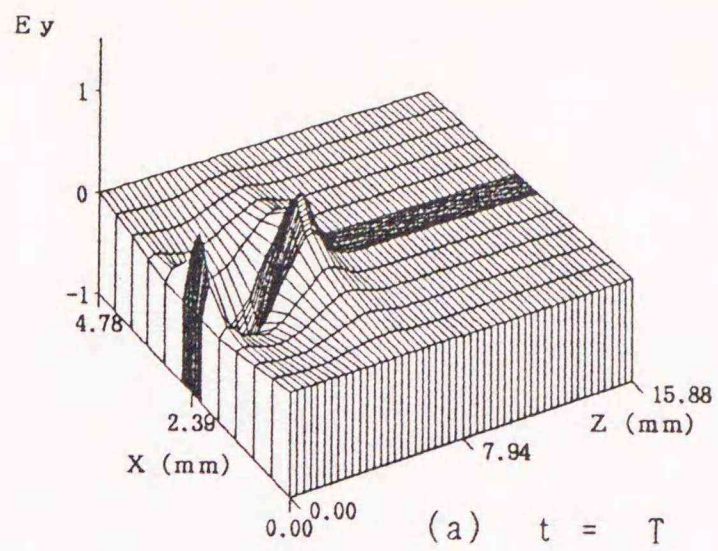


図5.7 電界 ' E_y ' の瞬時波形

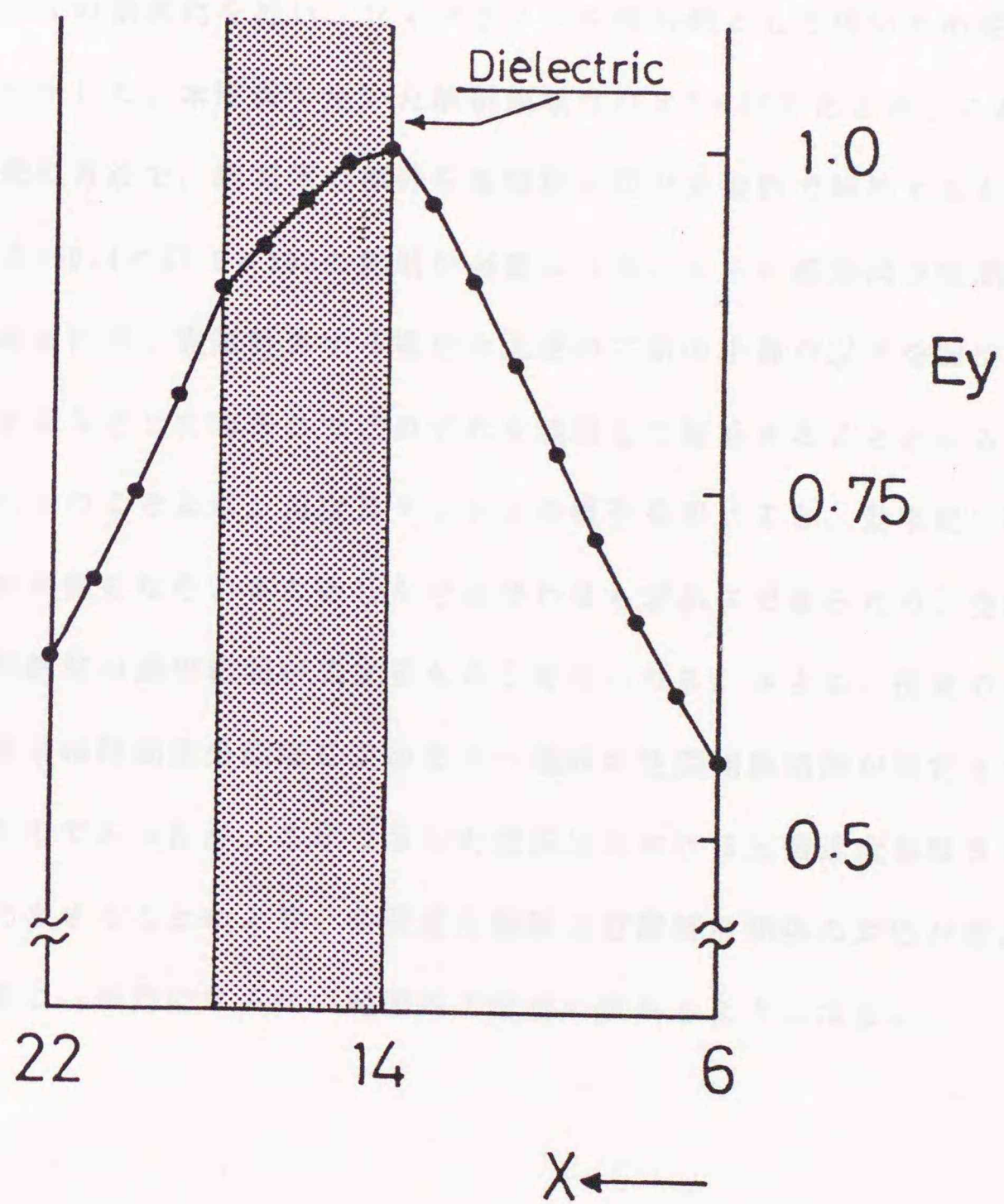


図 5.8 細かい離散間隔の部分の詳細図

5 . 4 む す び

本章においては、3次元空間での空間回路網法における可変長メッシュの定式化を行い、フィンラインを解析例として用いその妥当性を示した。本解析で用いた解析領域は $26 \times 7 \times 50$ であるが、これを従来の方法で、誘電体の部分を本解析と同じ分割数で解析するためには $150.4 \times 37.6 \times 500$ の領域が必要になる。さらに各方向が等間隔であるため、実際計算する場合は上述の寸法の小数点以下を四捨五入するなどして若干の寸法のずれを無視して解析することとなる。これらのことより、可変長メッシュの概念を用いると、効率良い計算が可能となり、また微妙な寸法合わせも容易にできるため、空間回路網法の適用範囲が広まるものと考えられる。さらに、従来の本手法では時間差分間隔を定めると一義的に空間離散間隔が決定されるものであったが、本章で示した定式化における伝搬速度係数 S を変化させることにより、時間差分間隔と空間離散間隔の対応が差異容量 C_{sy} が負にならない範囲内で任意に取れるようになる。

本論文は、空間回路網法の適用範囲を拡張するため、まず複雑な媒質への適用に関する研究として、磁化フェライトの取扱いについて述べ、さらに、離散間隔の任意性の実現方法について述べた。

以下各章順にその結果を要約し、さらに、今後の課題について述べるものとする。

第 2 章では、時間項を考慮に入れた磁化の歳差運動を表す運動方程式を時間に関して台形近似することにより、直接、離散化されたマクスウェル方程式と結び付け、磁化フェライトの本手法への適用を行った。続いて、この定式化が磁化フェライトの特性を表現できるかを調べるために、方形導波管形の移相器を用いて、その非可逆特性を求めた。その結果、従来の解析と一致した結果が得られ、また、直流印加磁界の方向に伴う導波管内での電磁界分布の差異を示した。さらに、磁化フェライト特有の現象である静磁波特性を本定式化が表現し得るかを調べるために、方形導波管に Y I G 板を挿入したモデルを用いて表面静磁波の伝搬の様子を解析し、従来の解析と同様な傾向が得られたことを示した。今後の課題としては、他の静磁波である前進体積静磁波と後進静磁波の解析への可能性の検討が必要である。また、今回の解析で用いた Y I G 板は厚膜であるが、通常の静磁波デバイスとして用いられる Y I G 板は、薄膜のものが多いため、その厚さが他の部分の寸法と大きく違うこととなる。したがって、ここで示した等間隔の離散化による解析では計算容量が莫大となり、理論的には可能であるが實際上、解析が不可能となる。

この問題を解決するためには、次章からの分割の任意性を含めた磁化フェライトの定式化が必要となる。さらに、本研究においては、終端条件を等方性媒質の場合と同じ扱いにしたため、終端での反射が生じてしまった。したがって、異方性媒質を扱う場合の終端条件の検討も大きな課題である。

第 3 章では、分割の任意性を実現する方法の一つとして、メッシュ形状を変えずに、部分的にメッシュの大きさを変えるマルチグリッド技法の本手法への適用方法を説明し、方形導波管に誘電体板を挿入した解析例を用いて、その取扱いの妥当性および有効性を示した。ここでマルチグリッド技法を用いる際の注意すべき点を述べておく。マルチグリッド技法はメッシュの大きさが変わる境界で補間をしなければならないため、その境界では粗いメッシュ間隔でも十分に波形を表現できなければならない。そのため、境界において界が急峻に変化しないことが条件となり、境界をどこに定めるか、また境界での補間をどのような補間式で行うかがその解析の精度および効率を左右することとなる。したがって、この技法を適用できるものは、あらかじめ全領域での界分布がある程度想定できる問題に限られることとなる。

第 4 章では、もう一つの分割の任意性を与える方法である可変長メッシュの空間回路網法への適用について述べた。ここでは、この方法の妥当性を調べるために 2 次元における空間回路網法に対して適用した。まず最初に、解析領域全体の縦横の比を変える方法につ

いて説明し、部分的に誘電体を充填し、終端を短絡した方形導波管を用いてその妥当性と有効性を示した。続いて、部分的な離散間隔の任意性の実現方法について、離散間隔が変わる境界の取扱いとして仮想節点を用いた場合と緩衝領域を用いた場合の2つの方法を述べ、方形導波管の中央で離散間隔を変えたモデルを用いて、その取扱いの妥当性を示した。さらに、マルチグリッドを用いた場合との比較を行うために第3章で用いたものと同じモデルで解析を行い、同様な解析結果を得た。この際、計算時間およびメモリ容量の軽減率をそれぞれの場合について示し、その特徴を明らかにした。

第5章では第4章で示した2次元での可変長メッシュをさらに一般的なものとするため、3次元への拡張を行い、従来の空間回路網法では扱うことが困難であったフィンラインを解析例として、その有効性を述べた。この際、空間離散間隔を従来の場合の半分、つまり電氣的節点（磁氣的節点）間を1空間離散間隔と定義し、さらに電磁界変数および定数と等価回路変数および定数との対応を変更し各節点にそれぞれ一対の正および負のジャイレータを挿入したものとした。このことにより全ての節点の計算を全く同様な計算手続きで行うことができるようになった。今後の課題としては、磁化フェライトのような異方性媒質をも含んだより拡張された3次元における可変長メッシュの実現が必要である。さらに、本研究では可変長メッシュへの検討を行ったが、メッシュ形状そのものを変化させることも、円筒導波管などを精度良く解析するためには必要である。

謝 辞

本研究をまとめるにあたり、終始、細心の御配慮ならびに多大の御指導、御助言を賜りました北海道大学工学部 深井 一郎 教授に心より深く感謝を申し上げます。

卒業研究以来、常日頃の懇切な御指導、御指示を戴いた同学工学部 吉田 則信 助教授に感謝の意を表します。

また、日頃貴重な御意見ならびに御鞭撻を戴いた同学工学部 小柴 正則教授、同学電気応用研究所 永井 信夫教授 の諸先生に厚く御礼を申し上げます。

さらに、常日頃御意見、御助言を戴いた同学工学部 柏 達也 助手に厚く御礼を申し上げます。

最後に、日頃、種々御討論、御援助頂きました同学工学部電気工学科電気回路学講座の大学院学生、研究生の方々に感謝致します。

参考文献

- [1] T.Hirota, Y.Tarusawa and H.Ogawa: "Uniplanar MMIC hybrids - A proposed new MMIC structure", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-35, pp.576-581, 1987.
- [2] 電子材料編集部: "プリント配線板技術", 工業調査会, 昭60.
- [3] 山下 監修: "電磁波問題の基礎解析法", 電子情報通信学会 (昭62).
- [4] 武田: "流束の多重性を考慮した多媒質系の境界要素解析", 電気学会論文誌 A, 105A, 10, pp.547-554, 1985.
- [5] 小柴, 早田, 鈴木: マイクロ波および光導波路の解析手法としての有限要素法 - スプリアス解の対策の現状 -", 信学論(C), J69-C, 12, pp.1477-1486, 昭61-12.
- [6] G.C.Liang, Y.W.Liu and K.K.Mei: "Full-wave analysis of coplanar waveguide and slotline using the time-domain finite-difference method", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-37, 12, pp.1949-1957, Dec. 1989.
- [7] M.Rittweger, and I.Wolff: "Analysis of complex passive (M)MIC components using the finite difference time-domain approach", 1990 IEEE MTT-S Internat. Microwave Symp. Digest, Dallas, pp.162-167, 1990.
- [8] D.M.Sheen, S.M.Ali, M.D.Abouzahra and J.A.Kong: "Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-38, 7, pp.849-857, July 1990.

- [9] T. Shibata and E. Sano: "Characterization of MIS structure coplanar transmission lines for investigation of signal propagation in integrated circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-38, 7, pp.881-890, July 1990.
- [10] K.S.Yee: "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Trans. Antennas & Propag. AP-14, 3, pp.302-307, May 1966.
- [11] A. Taflove and M.E. Brodwin: "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-23, 8, pp.623-630, Aug. 1975.
- [12] R. Holland: "THREDE: A free-field EMP coupling and scattering code", IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-24, 6, pp.2416-2421, Dec. 1977.
- [13] K.S. Kunz and K-M Lee: "A three-dimensional finite-difference solution of the external response of an aircraft to a complex transient EM environment: Part I - the method and its implementation", IEEE Trans. Electromag. Compatibility, EMC-20, 2, pp.328-341, May 1978.
- [14] C.M. Furse, S.P. Mathur and O.P. Gandhi: "Improvements to the finite-difference time-domain method for calculating the radar cross section of a perfectly conducting target", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-38, 7, pp.919-927, July 1990.

- [15] P.B. Johns and R.L. Beurle: "Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission line matrix", Proc., IEE, 118, 9, pp.1203-1208, Sept. 1971.
- [16] S. Akhtarzad and P.B. Johns: "Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the t.l.m. method of numerical analysis", Proc. IEE, 122, 12, pp.1344-1348, Dec. 1975.
- [17] S. Akhtarzad: "Analysis of lossy microwave structures and microwave resonators by the TLM method", ph.D dissertation, University of Nottingham, England, July 1975.
- [18] W. J. R. Hoefer: "The transmission line matrix method-Theory and applications", IEEE Trans., Microwave Theory Tech., MTT-33, 10, pp.882-893, Oct. 1985.
- [19] P. Saguet: "Analyse des milieux guides-La methode MTLM", Doctoral Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1985.
- [20] P. Saguet: "Le maillage parallélépipédique et le changement de maille dans la méthode TLM en trois dimensions", Electron. Lett., 20, pp.222-224, Mar. 1984.
- [21] P.B. Johns: "New symmetrical condensed node for three-dimensional solution of electromagnetic-wave problems by TLM", Electron. Lett., 22, pp.162-164, Jan. 1986.
- [22] P.B. Johns: "A symmetrical condensed node for the TLM method", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-35, pp.370-377, Apr. 1987.

- [23] R. Scaramuzza and A. J. Lowery: "Hybrid symmetrical condensed node for the tlm method", Electron. Lett., 26, 23, pp.1947-1949, Nov. 1990.
- [24] 吉田, 深井, 福岡: "Bergeron法による2次元マクスウェル方程式の過渡解析", 信学論(B), J62-B, 6, pp.511-518, 昭54-06.
- [25] 吉田, 深井, 福岡: "電磁界の節点方程式による過渡解析", 信学論(B), J63-B, 9, pp.876-883, 昭55-09.
- [26] L. J. B. Bergeron: "Du Coup de Béliier en Hydraulique au Coup de Foudre en Électricité", Dunod, Paris, 1949.
- [27] T. Kashiwa, N. Yoshida and I. Fukai: "Transient analysis of a magnetized plasma in three-dimensional space", IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-36, 8, pp.1096-1105 Aug. 1988.
- [28] N. Kukutsu, N. Yoshida and I. Fukai: "Transient analysis of ferrite in three-dimensional space", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-36, 1, pp.114-125, Jan. 1988.
- [29] 久々津, 吉田, 深井: "マイクロストリップ線路用接合型サーキュレータの3次元時間応答解析", 信学論(C), J71-C, 6, pp.894-905, 昭63-06.
- [30] N. Kukutsu, N. Yoshida and I. Fukai: "Transient analysis of ferrite twin-toroid phase shifter by spatial network method", Electron. Lett., 25, 9, pp.581-583, April 1989.
- [31] 久々津, 吉田, 深井: "空間回路網法による方形導波管形フェライト移相器の3次元時間応答解析", 信学論(C-I), J72-C-I, 7, pp.423-434, 平01-07.

- [32] N. Kukutsu, N. Yoshida and I. Fukai: "Transient analysis of magnetostatic waves in a ferrite loaded rectangular waveguide by the spatial network method", IEEE Trans. Magn., MAG-26, 2, Mar. 1990.
- [33] 森田, 吉田, 深井: "空間回路網法によるヒステリシスをもつ磁性体中の電磁界の時間応答解析", 信学論 (C-I), J72-C-I, 4, pp. 223-232, 平01-04.
- [34] 高, 吉田, 深井: "空間回路網法による異方性誘電体を含む円筒導波管中の偏波特性の解析", 信学論 (C-I), J72-C-I, 8, pp. 460-472, 平01-08.
- [35] G. Mur: "Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations", IEEE Trans. Electromagn. Compat., EMC-23, 4, pp. 377-382, Nov. 1981.
- [36] B. Engquist, A. Majda: "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves", Math. Comput., 31, 139, pp. 629-651, July 1977.
- [37] J. G. Blaschak and G. A. Kriegsmann: "A comparative study of absorbing boundary conditions", J. Comput. Phys., 77, pp. 109-139, 1988.
- [38] T. G. Moore, J. G. Blaschak, A. Taflove and G. A. Kriegsmann: "Theory and application of radiation boundary operators", IEEE Trans. Antennas & Propag., AP-36, 12, pp. 1797-1812, Dec. 1988.
- [39] M. Fusco: "FDTD algorithm in curvilinear coordinates", IEEE Trans., antennas Propagat., AP-38, 1, pp. 76-89, Jan. 1990.

- [40] D.A.Al-Mukhtar and J.E.Sitch: "Transmission-line matrix method with irregularly graded space", IEE Proc., Part H :Microwaves, Opt.Antennas, vol.128, pp.299-305, Dec. 1981.
- [41] P.Saguet: "Le maillage parallélépipédique et le changement de maille dans la méthode TLM en trois dimensions", Electron.Lett., 20, pp.222-224, Mar. 1984.
- [42] H.Meliani,D.De Cogan and P.B.Johns: "The use of orthogonal curvilinear meshes in tlm models", International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, 1, 4, pp.221-238, Dec. 1988.
- [43] R.H.Voelker and R.J.Lomax: "A finite-difference transmission line matrix method incorporating a nonlinear device model", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-38, 3, pp.302-312, Mar. 1990.
- [44] R.E.Phillips and F.W.Schmidt: "Multigrid techniques for the numerical solution of the diffusion equation", Num.Heat Transfer, 7, pp.251-268, 1984.
- [45] C.C.Wong and W.S.Wong: "Multigrid tlm for diffusion problems", International Journal of Numerical Modelling :Electronic Networks, Devices and Fields, 2, 2, pp.103-111, June 1989.
- [46] K.S.Yee: "A numerical method of solving Maxwell's equations with a coarse grid bordering a fine grid", SGEMP Note # 9, Document D-DV-86-0008, D Division, Lawrence Livermore Nat. Lab., 1986.

- [47] I. S. Kim and W. J. R. Hoefer: "A local mesh refinement algorithm for the time domain-finite difference method using Maxwell's curl equations", IEEE Trans., Microwave Theory Tech., MTT-38, 6, June 1990.
- [48] 久々津, 吉田, 深井: "マルチグリッド技法の空間回路網法への適用", 信学論 (C-I), J73-C-I, 7, pp.493-500, 平02-07.
- [49] 久々津, 吉田, 深井: "任意メッシュ間隔の空間回路網法への適用", 信学論 (C-I), J73-C-I, 12, 平02-12.
- [50] 久々津, 吉田, 深井: "3次元における任意空間離散間隔の空間回路網法への適用", 信学論 (C-I), 投稿中.
- [51] J. C. Sethares: "Special section on microwave magnetics", proc. IEEE, 76, 2, Feb. 1988.
- [52] 浅尾: "静磁波デバイス", 信学技報, MW90-18, 1988.
- [53] T. A. Gilbert: "Equation of motion of magnetization", Armour Research Foundation Report, 11, Chicago, II, Jan. 1955.
- [54] B. Lax, K. J. Button and L. M. Roth: "Ferrite phase shifters in rectangular waveguide", J. Appl. Phys., 25, 11, pp.1413-1421, Nov. 1954.
- [55] F. E. Gardiol: "Computer analysis of latching phase shifters in rectangular waveguide", IEEE Trans., Microwave Theory Tech., MTT-21, 1, pp.57-61, Jan. 1973.
- [56] M. Radmanesh, C. M. Chu, and G. I. Haddad: "Magnetostatic Wave Propagation in a Finite YIG-Loaded Rectangular Waveguide", IEEE Trans., MTT-34, 12, pp.1377-1382 Dec. 1986.
- [57] J. A. Stratton: "Electromagnetic Theory", McGraw-Hill, 1941.

- [58] M. De Pourcq: "Field and power-density calculations in closed microwave systems by three-dimensional finite differences", IEE Proc. H, Microwave, Opt. & Antennas, 132, 6, pp. 360-368, Oct. 1985.
- [59] J. B. Knorr and P. M. Shayda: "Millimeter-wave fin-line characteristics", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-28, 7, pp. 737-743, July 1980.

付 録

立方格子を用いた従来の空間回路網法

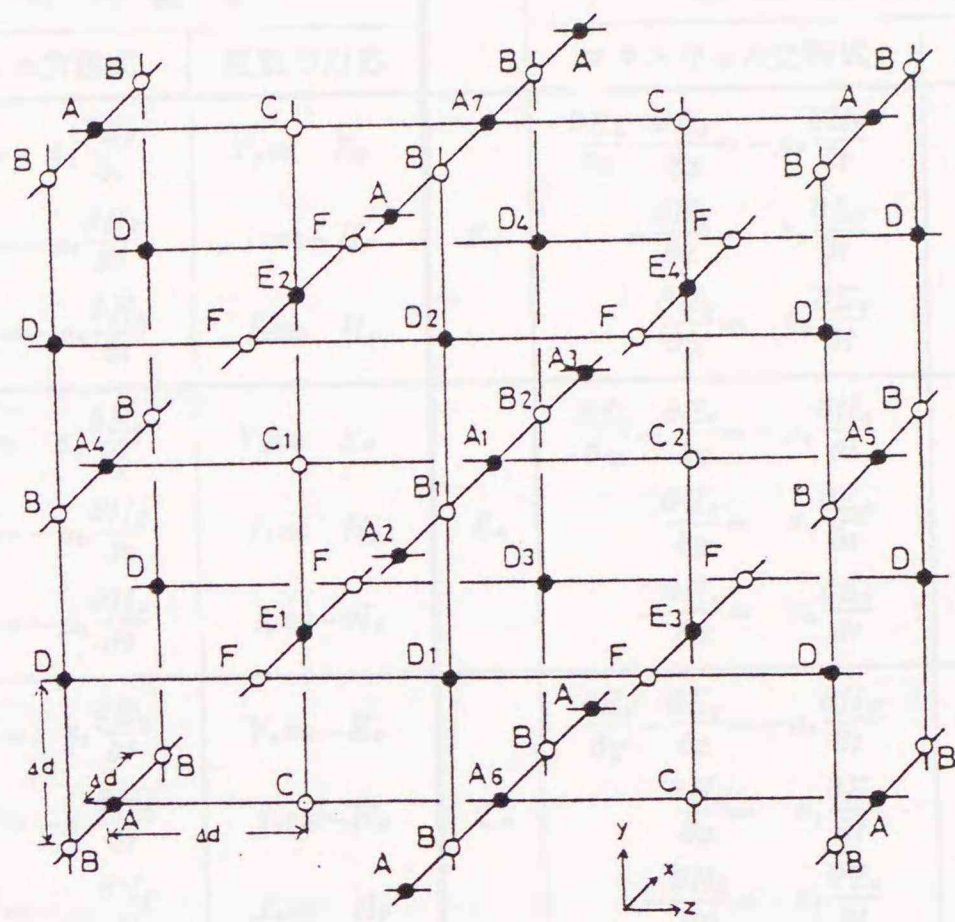
A. 1 格子網における波動方程式の表現

一般に、偏微分方程式の性質により空間の任意の微小区間では座標方向にのみ導関数を仮定でき、Maxwell方程式の場合は平面波に対する次の方程式対が各微小区間で仮定できる。

$$\frac{\partial V_v^{(*)}}{\partial u} = -L_o^{(*)} \frac{\partial I_w^{(*)}}{\partial t} \quad (\text{A.1.a})$$

$$\frac{\partial I_w^{(*)}}{\partial u} = -C_o^{(*)} \frac{\partial V_v^{(*)}}{\partial t} \quad (\text{A.1.b})$$

ここで u, v, w は直交座標系の各座標成分であり、 t は時間である。変数 $V_v^{(*)}, I_w^{(*)}$ と係数 $L_o^{(*)}, C_o^{(*)}$ はそれぞれ電界、磁界、誘電率、透磁率にあるいは磁界、電界、透磁率、誘電率に対応づけられるが、特に前者の対応を用いると式(A.1)の各式は回路理論における1次元伝送線路の基本式を与える。このような偏微分方程式の近似表現を用いてMaxwell方程式を直交座標系でモデル化すると図A.1に示す格子網を得ることが知られている。さて図A.1の $A_k, B_k, C_k, D_k, E_k, F_k$ の各格子点では表A.1に示すMaxwell方程式の各成分式に対応しているが、容易に各座標方向の1次元式に分解され平面波に対する1次元伝送線路が各格子点間に仮定できる。その



図A.1 3次元立方格子網

	電 気 的 節 点			磁 気 的 節 点	
	マクスウェル方程式	変数の対応		マクスウェル方程式	変数の対応
A_n	$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$ $-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$ $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}$	$V_y \equiv E_y$ $I_x \equiv -H_x$ $I_z \equiv H_z$	F_n	$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$ $-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$ $\frac{\partial H_y}{\partial x} = \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$	$V_y^* \equiv H_y$ $I_x^* \equiv E_x$ $I_z^* \equiv -E_z$
D_n	$\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$ $\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$ $-\frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}$	$V_x \equiv E_x$ $I_x \equiv H_y$ $I_y \equiv -H_z$	B_n	$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}$ $\frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$ $-\frac{\partial H_x}{\partial x} = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$	$V_x^* \equiv H_x$ $I_y^* \equiv -E_x$ $I_z^* \equiv E_y$
E_n	$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$ $\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$ $-\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$	$V_z \equiv -E_z$ $I_y \equiv -H_x$ $I_x \equiv H_y$	C_n	$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$ $\frac{\partial H_x}{\partial z} = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$ $-\frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$	$V_z^* \equiv -H_x$ $I_z^* \equiv E_y$ $I_y^* \equiv -E_z$
誘電率 $C_0 = \epsilon_0/2$ 透磁率 $L_0 = \mu_0/2$			誘電率 $L_0^* = \epsilon_0/2$ 透磁率 $C_0^* = \mu_0/2$		
分極率 $\Delta C = \epsilon_0 \chi_e/2 \cdot \Delta d$ 導電率 $G = \sigma/2 \cdot \Delta d$			磁化率 $\Delta C^* = \mu_0 \chi_m/2 \cdot \Delta d$ 磁流導電率 $G^* = \sigma^*/2 \cdot \Delta d$		

表A.1 等価回路の各節点における回路変数、回路定数と電磁界変数および媒質定数との対応

ときの電磁界変数および定数と式(A.1)の変数および定数との対応も表A.1に示し、その例として図A.1の A_1 点での対応を図A.2(a)に表し、各枝の電磁界の方向とそのポインティングベクトルの方向も波線で示している。表A.1では結果のみを示すが、この対応は後述するように回路理論的にも適切である。なお、 V 、 I 、 C_0 、 L_0 と電磁界変数および定数の対応は A_k 、 D_k 、 E_k と B_k 、 C_k 、 F_k 点では双対であり、これを明示するため図A.1の格子点では前者を黒丸、後者を白丸とし、表A.1では後者の変定数に“*”を付けて区別している。また、以後の説明の都合上、 V を電圧、 I を電流、 C_0 を容量、 L_0 をインダクタンスと仮に呼ぶことにする。

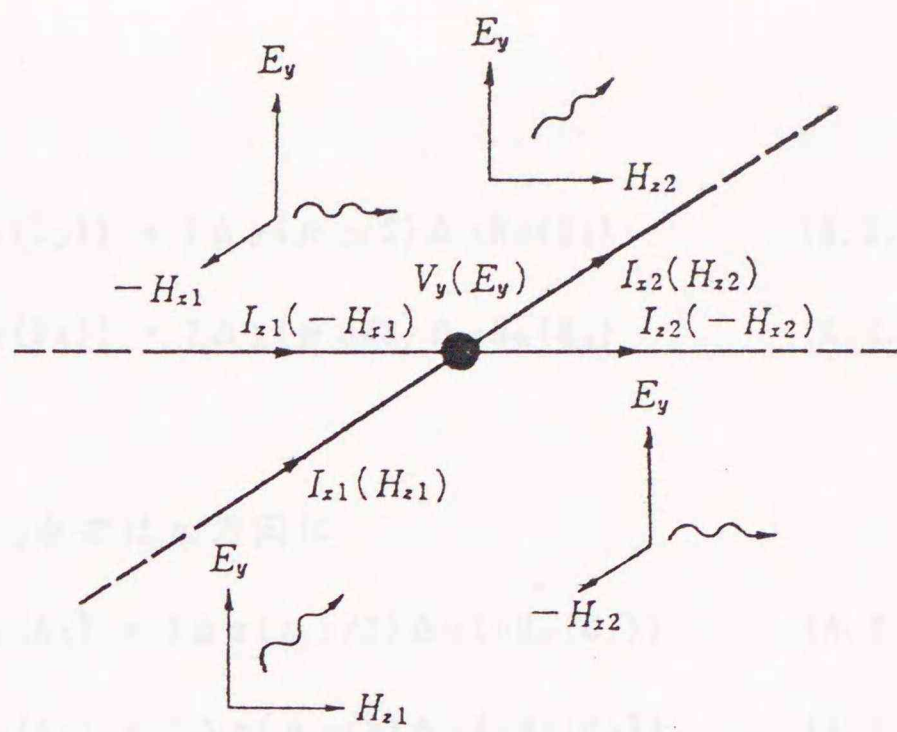
次に、この格子網が電磁界波動場を等価表現できることを示す。空間は等質かつ線形であるから、格子網は各電磁界成分に対しての波動方程式を成立させねばならない。今ここで、 y 方向の電界 E_y を取り上げ、図A.2(b)に E_y を電圧とする格子点の代表として図A.1の A_1 点に関する格子網を示す。はじめに A_1 点の周囲の B_1 、 B_2 点、 C_1 、 C_2 点を中心として式(A.1.b)の中心差分式を求める。 B_1 、 B_2 点では表A.1より電界 E_y の x 方向の変化がそれぞれ次式のように

$$E_y(A_2) - E_y(A_1) = 2\Delta x(\mu_0/2)\Delta_t H_z(B_1) \quad (A.2.a)$$

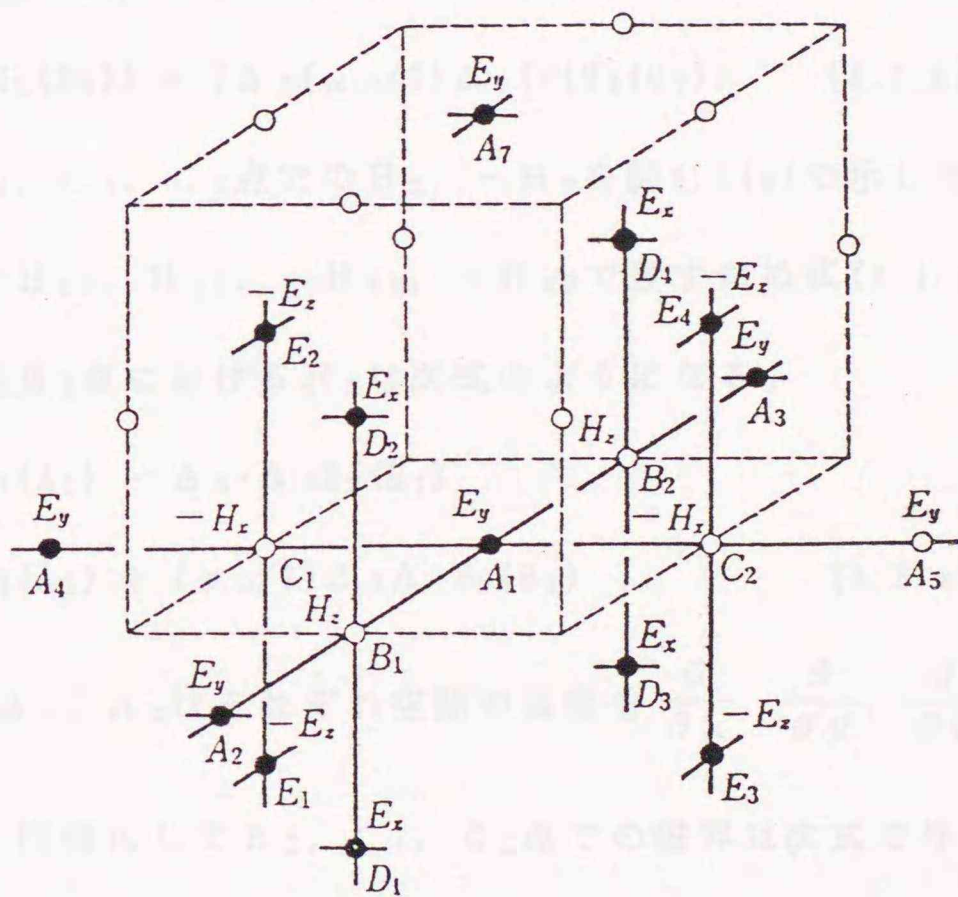
$$E_y(A_1) - E_y(A_3) = 2\Delta x(\mu_0/2)\Delta_t H_z(B_2) \quad (A.2.b)$$

で与えられる。ここで、 Δx ($=\Delta y = \Delta z = \Delta d$) は空間離散間

隔、 Δ_t は時間偏微分 $\frac{\partial}{\partial t}$ の差分表示である。また B_1 、 B_2 点では



(a)



(b)

図A.2 (a) A_1 点における回路変数
(b) 電界を電圧関数とする電氣的節点 A_1 を中心とする節点配置

y 方向に

$$-(E_x(D_1) - E_x(D_2)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t H_z(B_1) \quad (A.2.c)$$

$$-(E_x(D_3) - E_x(D_4)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t H_z(B_2) \quad (A.2.d)$$

が成立する。

同様に C_1 、 C_2 点では z 方向に

$$E_y(A_4) - E_y(A_1) = 2\Delta z(\mu_0/2)\Delta_t (-H_x(C_1)) \quad (A.2.e)$$

$$E_y(A_1) - E_y(A_5) = 2\Delta z(\mu_0/2)\Delta_t (-H_x(C_2)) \quad (A.2.f)$$

が成立し、y 方向には次式が成立する。

$$-(E_z(E_1) - E_z(E_2)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t (-H_x(C_1)) \quad (A.2.g)$$

$$-(E_z(E_3) - E_z(E_4)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t (-H_x(C_2)) \quad (A.2.h)$$

次に B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 点での H_z 、 $-H_x$ を図 A.2(a) で示した A_1 点での磁界成分 H_{z1} 、 H_{z2} 、 $-H_{x1}$ 、 $-H_{x2}$ で表すため式 (A.1.a) を用いる。例えば B_1 点における H_z は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} H_z(B_1) &= H_{z1}(A_1) - \Delta x \cdot \Delta_x H_z(B_1) \\ &= H_{z1}(A_1) + (\epsilon_0/2)\Delta x \Delta_t E_y(B_1) \end{aligned} \quad (A.3.a)$$

ここで Δ_x 、 Δ_y 、 Δ_z はそれぞれ空間の偏微分 $\frac{\partial}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial}{\partial z}$ の差分形とする。同様にして B_2 、 C_1 、 C_2 点での磁界は次式で与えられる。

$$H_z(B_2) = H_{z2}(A_1) - (\epsilon_0/2)\Delta x \Delta_t E_y(B_2) \quad (A.3.b)$$

$$(-H_x(C_1)) = (-H_{x1}(A_1)) + (\epsilon_0/2)\Delta z \Delta_t E_y(C_1) \quad (A.3.c)$$

$$(-H_x(C_2)) = (-H_{x2}(A_1)) - (\epsilon_0/2)\Delta z \Delta_t E_y(C_2) \quad (A.3.d)$$

次に式(A.3)の各式を式(A.2)の各式の右辺の対応する磁界に代入する。例えばB₁点の式(A.2.a), (A.2.c)は式(A.3.a)を用いて次式のようになる。

$$E_y(A_2) - E_y(A_1) = 2\Delta x(\mu_0/2)\Delta_t H_{z1}(A_1) + 2\Delta x^2(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(B_1) \quad (A.4.a)$$

$$-(E_x(D_1) - E_x(D_2)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t H_{z1}(A_1) + 2\Delta x\Delta y(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(B_1) \quad (A.4.b)$$

同様に

$$E_y(A_1) - E_y(A_3) = 2\Delta x(\mu_0/2)\Delta_t H_{z2}(A_1) - 2\Delta x^2(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(B_2) \quad (A.4.c)$$

$$-(E_x(D_3) - E_x(D_4)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t H_{z2}(A_1) - 2\Delta x\Delta y(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(B_2) \quad (A.4.d)$$

$$E_y(A_4) - E_y(A_1) = 2\Delta z(\mu_0/2)\Delta_t (-H_{x1}(A_1)) + 2\Delta z^2(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(C_1) \quad (A.4.e)$$

$$-(E_z(E_1) - E_z(E_2)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t (-H_{x1}(A_1)) + 2\Delta z\Delta y(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(C_1) \quad (A.4.f)$$

$$E_y(A_1) - E_y(A_5) = 2\Delta z(\mu_0/2)\Delta_t (-H_{x2}(A_1)) - 2\Delta z^2(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(C_2) \quad (A.4.g)$$

$$-(E_z(E_3) - E_z(E_4)) = 2\Delta y(\mu_0/2)\Delta_t (-H_{x2}(A_1)) - 2\Delta z\Delta y(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta_t^2 E_y(C_2) \quad (A.4.h)$$

ここで Δ_t^2 は時間に関する2階の偏微分 $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ の差分表示とする。

A₁点での磁界は図A.2(a)のように電流に対応づけられ、節点への流入の方向が定められているから、今求まった式(A.4)の各式に対して右辺のA₁点での電流が流入電流である場合を正、流出電流である場合を負として辺々の加減算を行うと次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & \{E_y(A_2) + E_y(A_3) - 2E_y(A_1)\} \\
 & + \{E_y(A_4) + E_y(A_5) - 2E_y(A_1)\} \\
 & - [\{E_x(D_4) - E_x(D_2)\} - \{E_x(D_3) - E_x(D_1)\} \\
 & + \{E_z(E_4) - E_z(E_2)\} - \{E_z(E_3) - E_z(E_1)\}] \\
 & = 4\Delta d(\mu_0/2)\Delta t\{H_{z1} - H_{z2} - H_{x1} + H_{x2}\}_{A1} \\
 & + 4\Delta d^2(\varepsilon_0\mu_0/4)\Delta t^2\{E_y(B_1) + E_y(B_2) + E_y(C_1) + E_y(C_2)\} \\
 & \hspace{15em} (A.5)
 \end{aligned}$$

上式で右辺の1項目は格子点A₁を電気回路におけるキルヒホッフの第1則の成立する節点とすると、次のように等価電流に対して電流連続の関係

$$\begin{aligned}
 H_{z1} - H_{z2} - H_{x1} + H_{x2} &= I_{x1} - I_{x2} + I_{z1} - I_{z2} = 0 \\
 & \hspace{15em} (A.6)
 \end{aligned}$$

が成立し消える。さらに式(A.5)の両辺を4Δd²で割り、左辺を各電磁界成分の相互の空間位置を図A.2(b)を考慮して差分公式化する。特に中括弧第3項目は図A.2(b)の破線で示す立方体でのE_x, E_zの発散を表し、空間電荷が零のときE_y(A₇) - E_y(A₁)なるE_yの発散に変換される。また第4項目も下側に立方体を仮定して同様にE_yの発散に変換される。これらを考慮して得た式(A.5)の左辺の差

分式は $\Delta d \rightarrow 0$ の極限で

$$\Delta x^2 E_y + \Delta y^2 E_y + \Delta z^2 E_y = \nabla^2 E_y \quad (\text{A.7})$$

となる。式(A.5)の右辺は第1項目が消えているので

$$\varepsilon_0 \mu_0 \Delta t^2 \{E_y(B_1) + E_y(B_2) + E_y(C_1) + E_y(C_2)\} / 4 \quad (\text{A.8})$$

となり、中括弧の中は A_1 点の周囲4点の平均値を表し、 $\Delta d \rightarrow 0$ の極限で A_1 点の E_y に等しく

$$\varepsilon_0 \mu_0 \Delta t^2 E_y(A_1) \quad (\text{A.9})$$

となる。ゆえに式(A.5)は格子間隔を十分小さくすると

$$\nabla^2 E_y = \varepsilon_0 \mu_0 \Delta t^2 E_y(A_1) \quad (\text{A.10})$$

なる波動方程式となる。他の A_k 点でも同様の波動方程式が成立し、さらに D_k 点、 E_k 点では電界 E_x 、 E_z に対してそれぞれ波動方程式が成立する。また磁界を電圧関数とする磁氣的節点の B_k 、 C_k 、 F_k 点では各節点における磁流連続の関係から、それぞれ H_z 、 H_x 、 H_y に関する波動方程式が成立する。この結果、図A.1の空間立法格子網は各枝の1次元線路としての扱いと、各格子点の電流（磁流）連続の成立する節点としての扱いのもとで各成分電磁界に対して波動方程式を成立させ、それらの重ね合わせとして全電磁界成分に対する波動方程式を満足している。

A. 2 媒質条件の取り扱い

この格子網における媒質条件の表示法としては1次元線路の特性、すなわち特性インピーダンスや伝搬速度を変更する方法があるが、

本手法では、格子点を電流及び磁流が連続である節点として扱うことを拡張して、節点に集中定数素子を接続して媒質条件を表示する。例えば、損失を持つ誘電体は χ_e を比誘電率、 σ を導電率とすると、並列に容量、コンダクタンスが接続されたと考え、それに流れる変位電流 I_c 、導電電流 I_d をそれぞれ A_1 点で考えると

$$I_c = 2\Delta d \varepsilon_0 \chi_e \Delta_t E_y(A_1) \quad (A.12.a)$$

$$I_d = 2\Delta d \sigma \Delta_t E_y(A_1) \quad (A.12.b)$$

で与えられ、式(A.6)は

$$I_{z1} - I_{z2} + I_{x1} - I_{x2} = I_c + I_d \quad (A.13)$$

と変更されて式(A.5)の右辺の第1項目は

$$4\Delta d^2 \sigma \mu_0 \Delta_t E_y(A_1) + 4\Delta d^2 \mu_0 \varepsilon_0 \chi_e \Delta_t^2 E_y(A_1) \quad (A.14)$$

となり、 $\Delta d \rightarrow 0$ の極限で $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \chi_e)$ として次の媒質中の電界 E_y に関する波動方程式を得る。

$$\nabla^2 E_y = \mu_0 \sigma \Delta_t E_y + \varepsilon \mu_0 \Delta_t^2 E_y \quad (A.15)$$

他の電氣的節点 D_k 、 E_k においても同様の集中定数素子表示により損失を持つ誘電体中の波動方程式が求められる。

磁氣的節点 B_k 、 C_k 、 F_k 点において χ_m を比磁化率、 σ^* を磁流に対する導電率として逆起電圧 I_c^* 、磁流損 I_d^* がそれぞれ与えられ、例えば F_1 点では

$$I_c^* = 2\Delta d \mu_0 \chi_m \Delta_t H_y(F_1) \quad (A.16.a)$$

$$I_d^* = 2\Delta d \sigma^* \Delta_t H_y(F_1) \quad (A.16.b)$$

となり、 F_1 点での磁流連続は式(A.11)を

$$I_{z1}^* - I_{z2}^* + I_{x1}^* - I_{x2}^* = I_c^* + I_d^* \quad (A.17)$$

と変更して波動方程式を求めると $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$ として

$$\nabla^2 H_y = \varepsilon_0 \sigma^* \Delta_t H_y + \varepsilon_0 \mu \Delta_t^2 H_y \quad (A.18)$$

が成立し磁性体中の方程式を得る。なお電氣的節点の双対性から磁氣的節点で誘電体を表す場合には直列にインダクタンス、抵抗を挿入する。この磁氣的節点におけるインダクタンスによる誘電体の表示の証明は省略する。また同様に電氣的節点で磁性体を表す場合には直列にインダクタンス、抵抗を挿入する。

A. 3 格子網の回路網的解釈

このように図A.1の格子網は媒質条件を含めて電磁界の波動場を表現することが確かめられたが、電流連続の式などの回路的取り扱いが基本概念となっているので、以後この格子網を3次元電磁界の等価回路として扱うことにし、本節ではその回路理論的概念を述べる。

(I) 格子網は直交座標系でその各座標軸方向の微小長さの枝とそれが分岐する格子点から構成され、その枝の長さはすべて一定であり空間の分割間隔を与える。また枝はその方向にポインティングベクトルを持つ電磁界の対の伝搬する1次元線路として扱われ、線路中の伝搬時間が差分時間を与える。この1次元線路を基本1次元線路と名付ける。

(Ⅱ) 格子点はそれに接続する1次元線路の電磁界成分に対応したMaxwell方程式の各回転の式を電流連続の式と解釈したとき、電界あるいは磁界に対するKirchhoffの第1法則が成立し、電界の場合を電氣的節点、磁界の場合を磁氣的節点と名付ける。この両種の節点は、Maxwell方程式を満足するように交互に配置され、すべての電磁界成分が各節点ごとの値として計算される。

(Ⅲ) 上記の枝及び格子点の解釈を電気回路理論的に明確にするため電磁界変数及び媒質定数をそれぞれ回路変数、回路定数に対応づける。その際、電氣的節点では通常の電圧に、磁界を電流とする対応を行い、磁氣的節点ではそれと双対的に対応づける。また両節点間の変数の対応、及び1次元線路を通常の電界を電圧とする伝送線路とするため、磁氣的節点において各線路にジャイレータを接続する。

(Ⅳ) 媒質条件は節点における電流の拘束条件を与える集中定数素子として表示する。電氣的節点では変位電流を生ずる誘電体、伝導電流を与える導電損はそれぞれ通常の並列の容量、コンダクタンスで回路表示される。また磁性体、仮想的な磁気損を与える項はそれぞれ直列のインダクタンス、抵抗で回路表示される。磁氣的節点では双対性から変位電流を生ずる誘電体、伝導電流を与える導電損はそれぞれ直列のインダクタンス、抵抗で回路表示され、また磁性

体、仮想的な磁気損を与える項は並列の容量、コンダクタンスで回路表示される。

(V) 電圧電流は表A.1に示す電磁界変数との対応関係を持つが、特に電流はその添字が示す座標軸方向へのポインティングベクトルを与える磁界あるいは電界成分に対応づけられ、通常の回路における電流と同様その方向が電力の流れる方向と一致している。電流が電界に対応する場合は磁流であるが、等価回路ではその対応を用いる格子点の変定数に“*”を付けて通常の回路における定義とは双対であることを明示している。なお各対応関係における符号は2次元の場合のTE波、TM波のモデルに準拠して A_k 点で E_y を V_y 、 F_k 点で H_y を V_y とすることを基準とした。

(VI) 前節の媒質条件の取り扱いで明らかなように、格子網で既に自由空間の誘電率が考慮されているから、媒質を表す集中定数の値は自由空間の媒質定数からの増加分に対し、電氣的節点では分極率を与えて誘電体を、磁氣的節点では磁化率を与えて磁性体を表示する。損失分は自由空間にはないからそのまま導電率、仮想的な磁流導電率に対応づけられる。

(VII) 境界条件は(V)の電流の性質より境界から外部を見込んだときの電圧電流特性を与える負荷と解釈されるから、媒質条件と

同様に境界上の各格子点にその電圧電流特性を規定する集中定数素子を接続して等価表示する。例えば完全導体壁はそれと平行な電界成分に対応する電氣的節点で無限大のコンダクタンスを接続して等価表示される。

A. 4 3次元 Bergeron 表示

前節でその特徴を明らかにした3次元電磁界の等価回路に対して、各基本1次元線路特性であるBergeron表示と媒質特性の台形近似を適用し、各節点で統一的な節点方程式を以下に導く。

(I) 1次元 Bergeron 表示

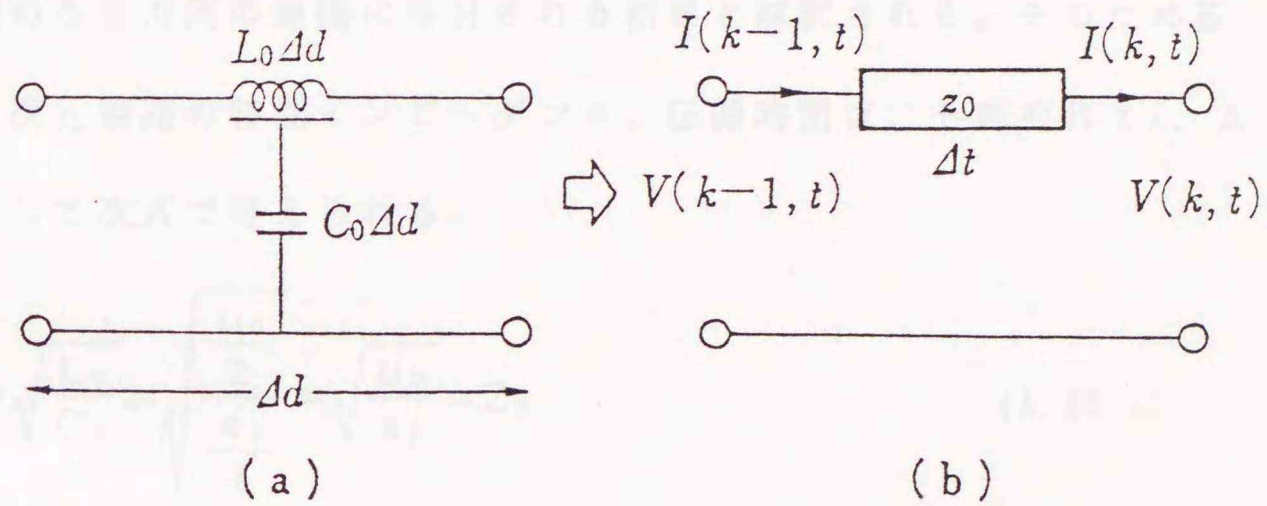
1次元線路は図A.3に示すように微小長さ Δd の基本線路に分割され、 k を離散点番号としたとき、Bergeron法では各基本線路の電圧電流の間の次の関係式が成立する。進行波に対して時刻 t で

$$V(k, t) + z_0 I(k, t) = V(k-1, t - \Delta t_0) + z_0 I(k-1, t - \Delta t_0) \quad (\text{A.19. a})$$

また、後進波に対して

$$V(k-1, t) - z_0 I(k-1, t) = V(k, t - \Delta t_0) - z_0 I(k, t - \Delta t_0) \quad (\text{A.19. b})$$

がそれぞれ成立する。ここで z_0 、 Δt_0 は Δd を光速 C_0 で割った値に等しい。式(A.19)の各式の右辺は1離散時間前の値であり、各空間離散点で連立させて Δt_0 ごとの時刻での電圧電流を逐次的に求め



図A.3 1次元線路(a)のBergeron表示(b)

ていく。

(Ⅱ) 3次元等価回路における1次元線路

3次元等価回路において基本線路は前節で示したように自由空間での値の半分の誘電率、透磁率を持つ。これは媒質定数が各格子点で交わる2方向の線路に等分される結果と解釈される。そのため基本1次元線路の特性インピーダンス、伝搬時間は、それぞれ z_0 , Δt として次式で与えられる。

$$z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{\frac{\mu_0}{2}}{\frac{\epsilon_0}{2}}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = Z_0 \quad (\text{A. 20. a})$$

$$\Delta t = \Delta d \sqrt{L_0 C_0} = \Delta d \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{2} = \Delta t_0 / 2 \quad (\text{A. 20. b})$$

ここで、 L_0 , C_0 は表A.1に示した3次元空間回路網法における各1次元線路の単位長さ当たりのインダクタンス、容量である。 Z_0 、 Δt_0 は自由空間における平面波の特性インピーダンス、伝搬時間である。(A. 20. b)より離散時間は実時間の半分となるので数値計算に際して実時間との換算に注意が必要である。

次に、1次元線路の両端の格子点は等価回路の性質より一方が電氣的節点であれば他方は磁氣的節点であるから、両端の電圧電流を式(A. 19)のBergeron式に単純に対応づけたのでは電磁界変数と一致しないので、等価回路上で統一的に対応関係を表示するため、図A.



$$\begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^* \\ I^* \end{pmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^* \\ I^* \end{pmatrix} \quad (b)$$

図A.4 (a) 正のジャイレータ (b) 負のジャイレータ

4に示すジャイレータを定義し、各基本1次元線路の磁氣的節点側に挿入する。結果的に1次元線路は通常の電界を電圧関数とする形式の線路となる。なお、図A.4(a)のジャイレータを正ジャイレータと呼び、(b)のジャイレータを負ジャイレータと呼ぶが、後者は本手法の変数の対応では B_k 、 D_k 点間にのみ関係し、Maxwell方程式の電界と磁界の回転の公式における右辺の電束密度と磁束密度の時間微分式の符号の違いの影響が、本手法で用いた対応関係ではそこに生じたと解釈される。図A.5に格子網の任意の位置の A_k 点から F_k 点を一つずつ含む基本格子網を示し、ジャイレータを含む等価回路の変数、各線路の電磁波成分などを表す。

(Ⅲ) 3次元Bergeron表示

定式化に用いる各格子点の等価回路として、 A_k 点を例にとって図A.6に示す。各格子点の位置を (l, m, n) の形で各座標方向の離散点番号で表し、時刻を t で表す。また、今まで簡単のため一本の線で表してきた各1次元線路は不平衡線路とし、線間電圧は電界 E_y に対応し、媒質条件を表示する集中定数素子は線間に並列接続されている。線路モデルとしては他に平衡線路、仮想接地点を用いる方法がある。容量 ΔC 、コンダクタンス G の電磁界の媒質定数との対応は表A.1に示したが、等価回路では各線路ごとの値が節点に集中するので式(A.12)を考慮して、それぞれが4倍されて表される。図A.6のA点に接続された各1次元線路に対して式(A.19)のBergeron表示式を、他端

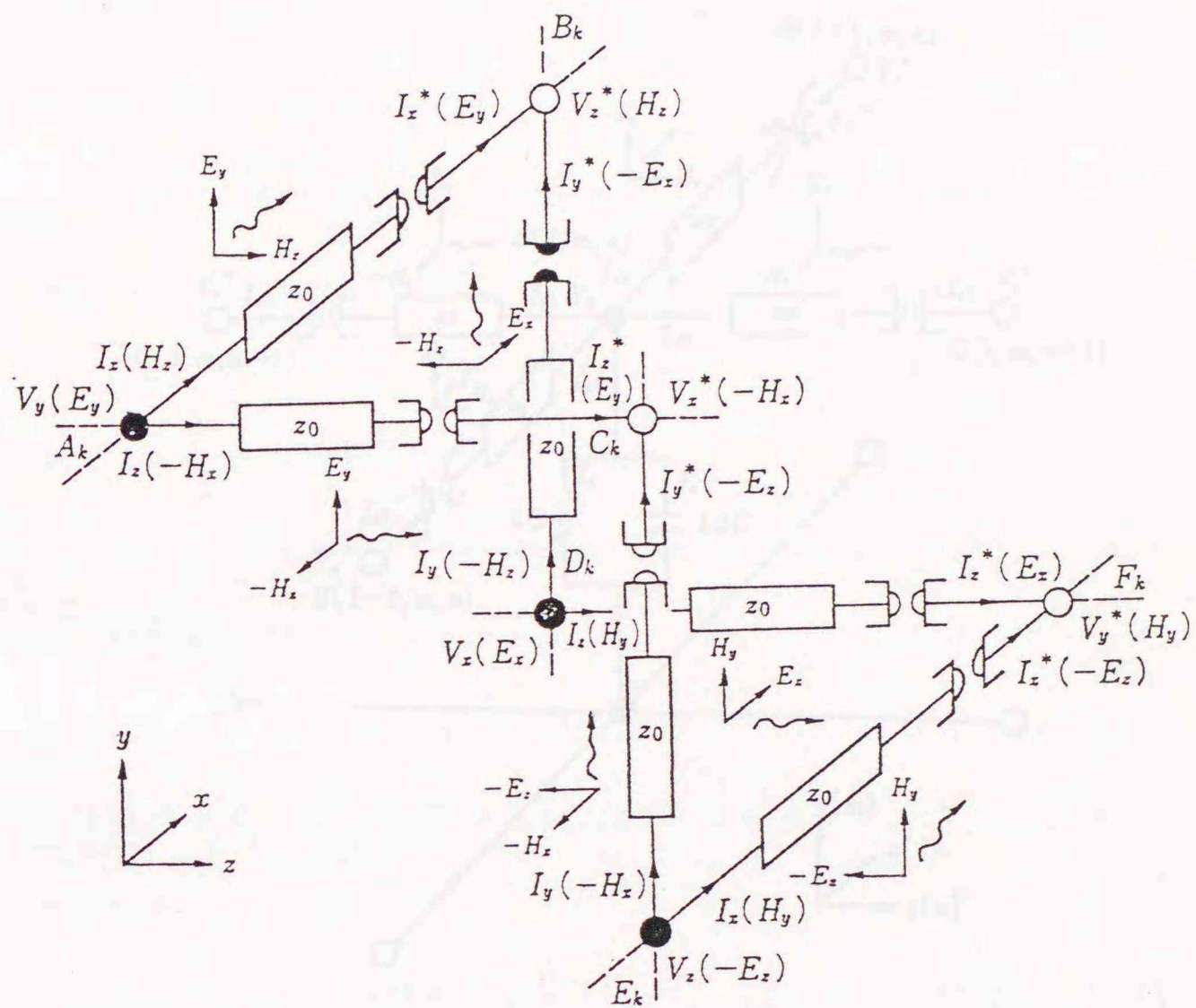
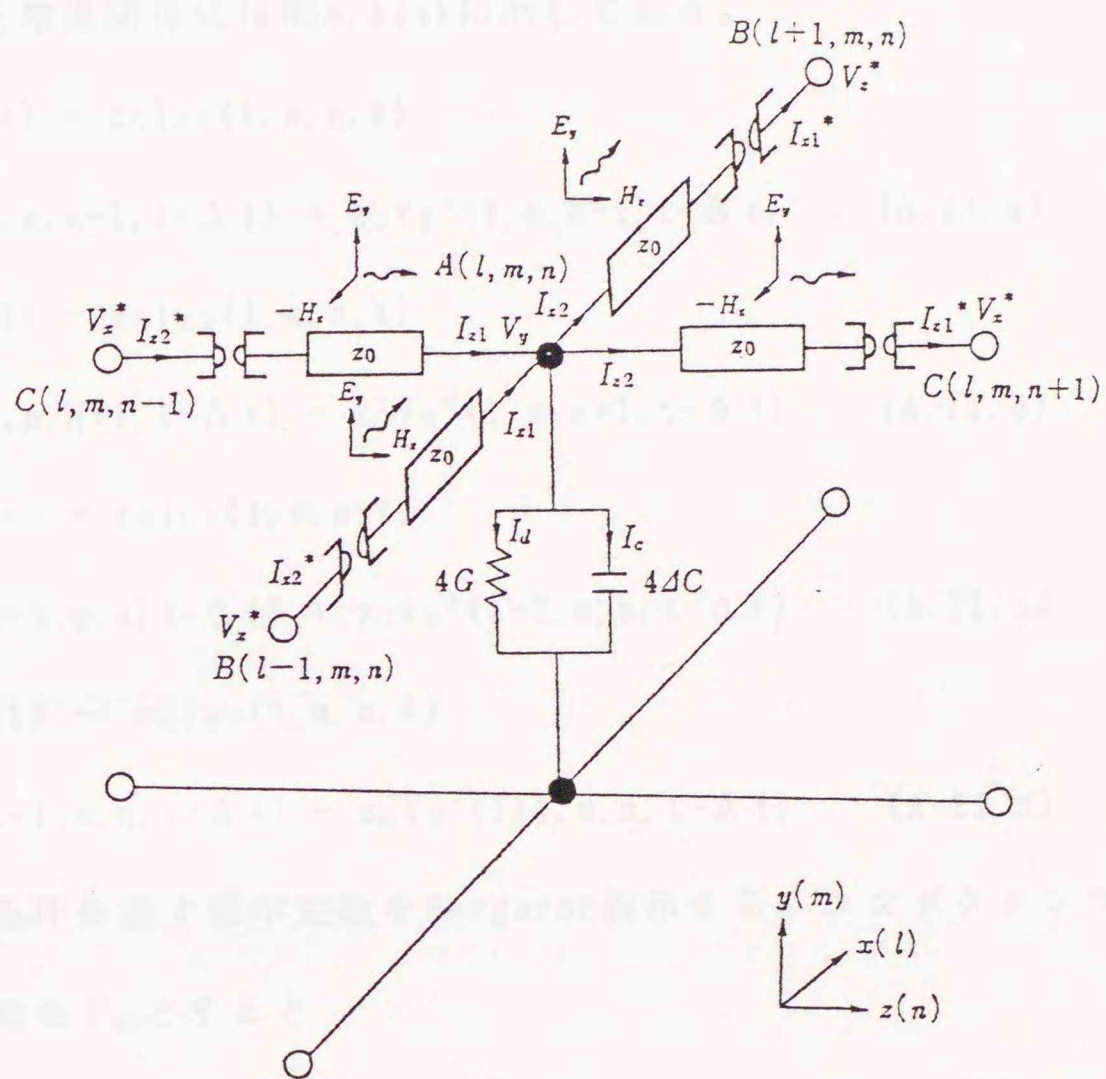


图 A. 5 基本等值回路



図A.6 $A(l, m, n)$ 点での媒質条件を含む等価回路

である磁氣的節点に直列接続されたジャイレータを考慮し、A点に向かう波動に対して求めると次式が得られる。なおジャイレータの両端の電圧電流関係式は図A.4(a)に示してある。

$$\begin{aligned} V_y(l, m, n, t) + z_0 I_{z1}(l, m, n, t) \\ = I_{z2}^*(l, m, n-1, t-\Delta t) + z_0 V_x^*(l, m, n-1, t-\Delta t) \end{aligned} \quad (\text{A. 21. a})$$

$$\begin{aligned} V_y(l, m, n, t) - z_0 I_{z2}(l, m, n, t) \\ = I_{z1}^*(l, m, n+1, t-\Delta t) - z_0 V_x^*(l, m, n+1, t-\Delta t) \end{aligned} \quad (\text{A. 21. b})$$

$$\begin{aligned} V_y(l, m, n, t) + z_0 I_{x1}(l, m, n, t) \\ = I_{x2}^*(l-1, m, n, t-\Delta t) + z_0 V_z^*(l-1, m, n, t-\Delta t) \end{aligned} \quad (\text{A. 21. c})$$

$$\begin{aligned} V_y(l, m, n, t) - z_0 I_{x2}(l, m, n, t) \\ = I_{x1}^*(l+1, m, n, t-\Delta t) - z_0 V_z^*(l+1, m, n, t-\Delta t) \end{aligned} \quad (\text{A. 21. d})$$

次に媒質条件を表す集中定数をBergeron表示する。コンダクタンスはその電流を I_d とすると

$$I_d(l, m, n, t) = 4G(l, m, n)V_y(l, m, n, t) \quad (\text{A. 22})$$

で与えられる。また容量は変位電流を I_c として積分式を台形近似することにより以下の差分式で表される。

$$\begin{aligned} V_y(l, m, n, t) - R_c(l, m, n)I_c(l, m, n, t) \\ = V_y(l, m, n, t-\Delta t) + R_c(l, m, n)I_c(l, m, n, t-\Delta t) \end{aligned} \quad (\text{A. 23. a})$$

$$R_c(l, m, n) = \frac{\Delta t}{2(4\Delta C(l, m, n))} \quad (\text{A. 23. b})$$

各式で集中定数の値も位置の関数にしているのは、媒質分布に応じて各節点での値を変更することを示している。式(A. 21)の各式、式

(A. 23. a) の右辺は一離散時間前の既知の値であり、それぞれを ϕ_1^* 、 ϕ_2^* 、 ϕ_3^* 、 ϕ_4^* 、 ϕ_c とし、節点での電流連続の式

$$I_{z1} - I_{z2} + I_{x1} - I_{x2} - I_c - I_d = 0 \quad (\text{A. 24})$$

を用いて、電圧 V_y について解くと時刻 t で

$$V_y(1, m, n, t) = \frac{R_c(1, m, n)(\psi_1^* + \psi_2^* + \psi_3^* + \psi_4^*) + z_0 \psi_c}{z_0 + R_c(1, m, n)\{4 + 4G(1, m, n)z_0\}}$$

(A. 25)

が成立し、逆にこの値を式(A. 21)の各式、式(A. 23. a)に再代入して時刻 t での各電磁界成分が求まる。他の節点でも同様の定式化が行え、磁氣的節点での電圧式を結果だけ示すと、 $z_0 = z_0^{-1}$ として次式が成立する。

$$V_u(1, m, n, t) = \frac{R_c^*(1, m, n)(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \psi_4) + z_0^* \psi_c^*}{z_0^* + R_c^*(1, m, n)\{4 + 4G^*(1, m, n)z_0^*\}}$$

(A. 26)

u は任意の座標方向である。式(A. 25)、(A. 26)で磁氣的節点側の値には*印を付けて区別してあるが、形式は同一であり計算のプログラム作成が容易である。このように各節点で与えられる節点方程式はいずれも1離散時間前の値から現時刻 t での値が求まり、さらに今求まった値から次の Δt 時刻後の値が計算され、逐次的に時間応答が求まっていく。そのため変数の記憶領域としては各節点での電圧電流に対してそれぞれ1離散時間前と現時刻の計算値の2個でよい。またBergeron法の特徴として、各時刻では各節点は独立であり、

系全体の連立方程式を解く必要がなく、節点数を N としたとき N^2 なるマトリクスの領域は不必要であると共に、大規模行列演算の時間も省かれる。なお系全体の時間軸上の計算は同期して行われるため、線路及び媒質の式に現れる離散時間間隔は等しく取る必要があり、その値は系の最小の時間変化を十分近似できるように選ぶ必要がある。

本研究に関連した発表論文 および報告

1. 論文

- (1) 久々津, 柏, 吉田, 深井: “Bergeron法を用いた異方性媒質の基本的扱い”, 信学論(C), J69-C, 12, pp.1557-1559, 昭61-12.
- (2) N.Kukutsu, N.Yoshida and I.Fukai: “Transient analysis of Ferrite in Three-Dimensional Space”, IEEE Trans., Microwave Theory & Tech., MTT-36, 1, pp.114-125, Jan. 1988.
- (3) 久々津, 吉田, 深井: “マイクロストリップ線路用接合型サーキュレータの3次元時間応答解析”, 信学論(C), J71-C, 6, pp.894-905, 昭63-06.
- (4) N.Kukutsu, N.Yoshida and I.Fukai: “Transient analysis of ferrite twin-toroid phase shifter by spatial network method”, Electron. Lett., 25, 9, pp.581-583, April 1989.
- (5) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法による方形導波管形フェライト移相器の3次元時間応答解析”, 信学論(C-I), J72-C-I, 7, pp.423-434, 平1-07.
- (6) 久々津, 吉田, 深井: “フェライトを用いたマイクロ波移相器の空間回路網法による電磁界解析”, シミュレーション学会誌, 8, 3, pp.53-58, 平10-9.
- (7) N.Kukutsu, N.Yoshida and I.Fukai: “Transient analysis of magnetostatic waves in a ferrite loaded rectangular waveguide by the spatial network method”, IEEE Trans. Magn., MAG-26, 2, pp.999-1002, March 1990.
- (8) 久々津, 吉田, 深井: “マルチグリッド技法の空間回路網法への適用”, 信学論(C-I), J73-C-I, 7, pp.493-500, 平2-07.

- (9) 久々津, 吉田, 深井: “任意メッシュ間隔の空間回路網法への適用”, 信学論(C-I), J73-C-I, 12, 平2-12.
- (10) 久々津, 吉田, 深井: “3次元における任意離散間隔の空間回路網法への適用”, 信学論(C-I), 投稿中.

2. 国際会議発表

- (1) N. Kukutsu, N. Yoshida and I. Fukai: “Transient analysis of faraday effect in a cylindrical waveguide containing ferrite by spatial network method”, 1988 CPEM, June.
- (2) N. Kukutsu, N. Yoshida and I. Fukai: “Transient analysis of magnetostatic waves in ferrite loaded rectangular waveguide by spatial network method”, 1989 COMPUMAG, September.

3. 研究会およびシンポジウム報告

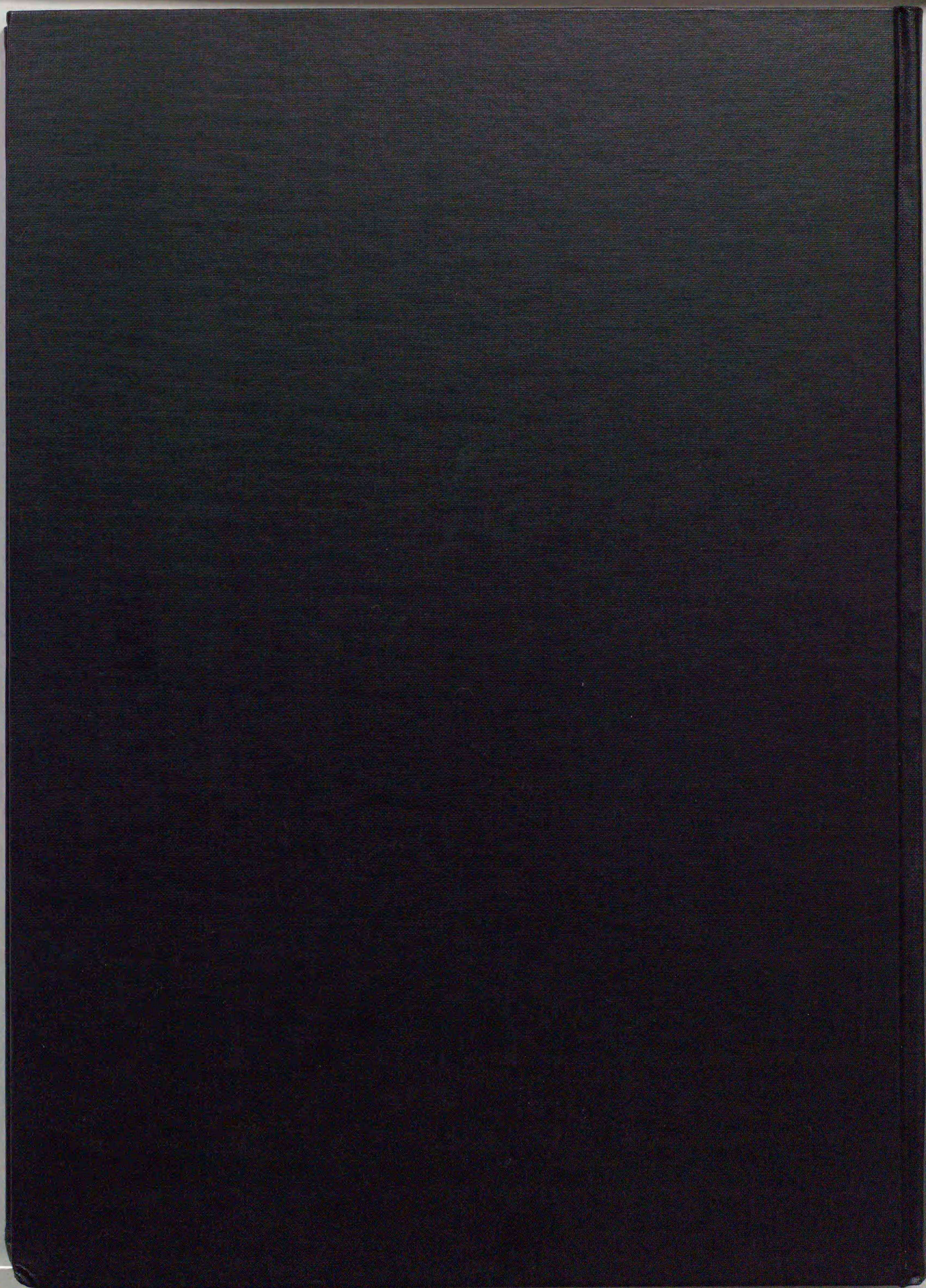
- (1) 久々津, 吉田, 深井: “Bergeron法によるフェライトの3次元解析”, 電学会電磁界理論研資, EMT86-42, 1986-7.
- (2) 久々津, 吉田, 深井: “MIC型サーキュレータの3次元時間応答解析”, 信学技報, MW87-38, 1987-7.
- (3) 久々津, 吉田, 深井: “MIC用接合型サーキュレータのパルス時間応答解析”, 信学技報, MW87-51, 1987-10.
- (4) 久々津, 吉田, 深井: “フェライトを含む導波管の空間回路網法による解析”, 電学会電磁界理論研資, EMT88-14, 1988-2.
- (5) 久々津, 吉田, 深井: “フェライトを用いたマイクロ波回路素子の空間回路網による電磁界解析”, 第9回計算電気・電子工学シンポジウム, 1988-4.
- (6) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法を用いたフェライト移相器の3次元時間応答解析”, 信学技報, AP88-29, 1988-6.

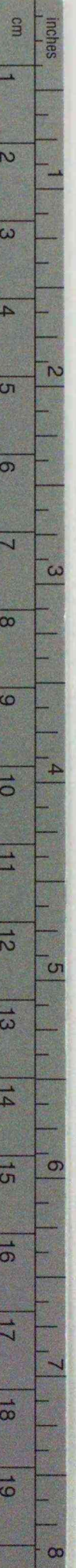
- (7) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法による静磁波の解析”,
電学会電磁界理論研資, EMT89-32, 1989-5.
- (8) 久々津, 吉田, 深井: 任意メッシュ間隔を用いた空間回路網法
による誘電体導波路の解析”, 電学会電磁界理論研資, EMT90
-46, 1990-7.

4. 学会講演

- (1) 久々津, 吉田, 深井: “Bergeron法によるフェライトの3次元
解析”, 昭61北海道連大, 38, 1986-10.
- (2) 久々津, 吉田, 深井: “フェライトの3次元時間応答解析”,
昭62信学総全大, 588, 1987-3.
- (3) 久々津, 吉田, 深井: “フェライト埋め込み型MICサーキュ
レータのBergeron法による解析”, 昭62北海道連大, 93,
1987-10.
- (4) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法による共鳴形アイソレー
タの3次元解析”, 昭63春季信学総全大, C-692, 1988-3.
- (5) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法によるフェライトを充填
した円筒導波管の解析”, 昭63秋季信学総全大, C-692,
1988-9.
- (6) 久々津, 吉田, 深井: “誘電体装荷共鳴型アイソレータの3次
元電磁界解析”, 昭63北海道連大, 96, 1989-10.
- (7) 久々津, 吉田, 深井: “トロイド型フェライト移相器の3次元
電磁界解析”, 昭63北海道連大, 97, 1989-10.
- (8) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法を用いた複トロイド型移
相器の電磁界解析”, 平01春季信学総全大, C-776, 1989-3.
- (9) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法による方形導波管内の静
磁波の解析”, 平01北海道連大, 105, 1989-5.
- (10) 久々津, 吉田, 深井: “マルチグリッドの空間回路網法への適
用”, 平02春季信学総全大, C-37, 1990-3.

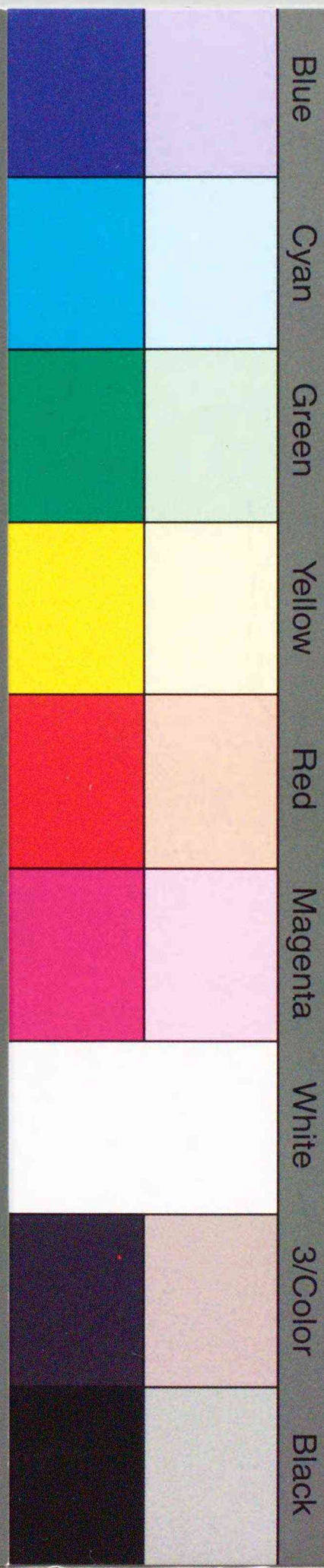
- (11) 久々津, 吉田, 深井: “空間回路網法における部分的な任意離散間隔の実現方法”, 平02北海道連大, 25, 1990-10.





Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak



Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 **M** 8 9 10 11 12 13 14 15 **B** 17 18 19

