



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	相対論的イオン音波の非線形波動現象に関する理論的研究
Author(s)	根城, 安伯
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	乙第3997号
Issue Date	1991-12-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3058644
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/49722
Type	doctoral thesis
File Information	000000245514.pdf



相対論的イオン音波の非線形波動現象
に関する理論的研究

1991年

根城 安伯

①

相対論的イオン音波の非線形波動現象
に関する理論的研究

1 9 9 1 年

根城 安伯

目 次

第一章 序 論

§ 1.1	宇宙空間の電磁的環境と衛星異常帯電現象	1
§ 1.2	宇宙空間における放射線環境	3
§ 1.3	宇宙空間のプラズマ波動現象	4
§ 1.4	プラズマ波動研究の歴史、研究の必要性	5
1.4.1	非線形規準モードによるプラズマ波動研究の歴史	5
1.4.2	相対論的イオン音波と研究の必要性	6
§ 1.5	論文の目的と構成	8

第二章 相対論的イオン音波孤立波

§ 2.1	基礎方程式	10
2.1.1	熱いイオンの場合	11
2.1.2	冷たいイオンの場合	12
§ 2.2	一次元長波長イオン音波孤立波とイオン温度効果	13

2.2.1	K-dV 方程式の孤立波	13
2.2.2	イオン振動解	18
§ 2.3	二次元長波長イオン音波孤立波	23
§ 2.4	結果の検討	28
2.4.1	一次元孤立波とプリカーサー	28
2.4.2	二次元孤立波とプリカーサー	34

第三章 相対論的イオン音波の非線形 変調波モード

§ 3.1	相対論的イオン音波の変調安定性と変調不安定性	37
§ 3.2	安定性の解析	43
§ 3.3	イオン変調波モード間の結合	51
§ 3.4	宇宙空間観測への応用	54
§ 3.5	まとめ	56

第四章 相対論的イオン音波のスパイク状孤立波、爆発的模式、電気二重層

§ 4.1 緒言	60
§ 4.2 混合型修正 K-dV 方程式	62
4.2.1 修正 K-dV 方程式	62
4.2.2 混合型修正 K-dV 方程式	67
§ 4.3 混合型修正 K-dV方程式の定常解	69
4.3.1 相対論的スパイク状孤立波と爆発的模式	70
4.3.2 相対論的電気二重層と爆発的模式	79
§ 4.4 イオン音波の変調安定性	87
§ 4.5 本章の結果と宇宙空間観測との関連性	88
4.5.1 スパイク状孤立波の事象	88
4.5.2 電気二重層の事象	89
4.5.3 爆発(バースト)的事象	91
§ 4.6 結果の検討	92

第五章 磁化プラズマ中のスパイク状 孤立波と爆発的模式

§ 5.1 緒言	96
§ 5.2 基礎方程式	97
§ 5.3 高次非線形方程式の導出とその定常解	104
5.3.1 高次非線形方程式の導出	104
5.3.2 スパイク状孤立波と爆発的模式	108
§ 5.4 結果の検討	116
§ 5.5 まとめ	119

第六章 結 論

§ 6.1 本研究により得られた成果	121
§ 6.2 成果の工学的意義	125

文 献	128
-----	-----

本論文に関する出版論文のリスト 135

第一章 序 論

宇宙空間の利用は衛星通信、衛星放送はもちろん、衛星による気象調査、地球の資源探査、作況調査など多岐にわたっている。しかしこれはその手始めにすぎず、半恒久的な宇宙構造物の建設やそこにおける居住、さらにそこを基地とする宇宙のより深い部分の探査など、宇宙空間の利用は、拡大、発展していくものと予想される。それに伴って、それを支援する、宇宙空間とその利用に関する科学、技術の発達が要請される。宇宙空間には、重力場があるのみではなく、電磁場と放射線が存在する。これらは、様々なプラズマ現象を引き起こし、それによって工学上の諸問題を惹起している。そのため、プラズマ現象の理解は、宇宙工学にとって不可欠の重要性をもっている。

本論文は、このように宇宙空間の利用を推進する場に要求される、重要な知識の一つである宇宙空間の電磁的および放射線的な環境を決定するプラズマ現象に関する基礎的な研究をまとめたものである。

§ 1.1 宇宙空間の電磁的環境と衛星異常帯電現象

古典力学的に見れば、地球は力学の法則に従って太陽系の中を運行しており、地球の外に出てもそこには重力場があるに過ぎない。しかしながら、そこにはプラズマの世界が広がっている。

プラズマは正電荷のイオンと負電荷の電子と中性粒子から成り、集団的振舞いをする準中性気体を言う。準中性とは、局所的に見れば正あるいは負に帯電している領域があるが、考えるプラズマ全体を見るとイオン密度と電子密度がほぼ等しく電氣的に中性を保っているという意味である。

このプラズマによって人工衛星の異常放電現象や半導体メモリーの

反転、電子回路の誤作動などの工学的問題が生じている。プラズマで満たされた宇宙空間を利用するためには、この様な規模で眺めた地球環境を知ることが大切である。

空間プラズマを構成するイオンや電子は、太陽風として太陽から外の空間に噴出されたものであり、このプラズマが太陽系の空間を満たしている。太陽風の影響は地球近傍へ及ぶが、我々にそれが知覚されないのは、地球磁場の存在のためである。地球磁場は、太陽風プラズマの障壁として働いており、このプラズマが地球近傍へ侵入するのを妨げている。この領域が、地球磁気圏である。太陽風を特徴づけるパラメーターとして、イオンや電子の速度、密度、温度、磁場や電場の強さなどがある。また、太陽フレアに伴う電波バーストや変調波が観測されている。これらの波動パラメーターは、太陽活動の影響により大きく変動し、その変動は直接地球の電磁的な環境に大きな影響を及ぼしている。

最近、高エネルギー粒子を原因とする人工衛星の異常放電現象が注目され始めている。この現象は、磁気嵐が発生した場合や通信・放送・気象などの静止衛星が食に入ったとき顕著に見られ、衛星が数10keV以上に帯電することが報告されている¹⁻³⁾。また、数10kV もの高い電位差によるアーク放電によって、衛星内部の回路の誤動作、半導体メモリーの破損、電子機器の破壊のような機能障害が発生している。人工衛星の正常な運用において、この様に重大な障害を与えているのは $\sim$ MeV の高エネルギーイオン(主に陽子)であり、これはプリカーサー事象として観測されている。プリカーサー事象については第二章以下で議論される。

将来開発が予定されている宇宙構造物などの宇宙システムの大きさ、またそこで利用されるコンピューターの規模は、増大の一途をたどるものと考えられる。システムやコンピューターが大型化し、その利用頻度が増えれば増えるほど、異常放電による影響は増大し、深刻化するものと予測される。宇宙空間の高エネルギーイオンに関する知見は、人工衛星や宇宙船の運用・設計など工学的側面において不可欠の重要性をもつ。そのため、

宇宙開発を推進する上で、MeV領域の高エネルギー波動に関する研究を確立することが要請されている。

§ 1.2 宇宙空間における放射線環境

人工衛星の軌道高度は、そのほとんどが地上200km～40,000kmであり、即ち、地球半径の数倍の宇宙空間で、観測や実験が行われている。重要なことは、その空間領域には、放射線(Van Allen)帯が存在することである。これは、地球磁場に捕捉された、0.1keV～80MeVのエネルギー幅を持つ高速荷電粒子から成るプラズマの領域である。一般には、放射線帯の下限は高度1,000km～2,000km近傍にあると考えられているが、南大西洋上空では、この下限は、高度100km～200kmと極めて低いことが判明している。日本で受信する軌道衛星は、この南大西洋異常地域を通過するため、放射線の影響は重大である。

人工衛星はコンピューターの利用によって運用され、その使命を達成しているが、最近衛星の電子回路中の半導体メモリー(ICやLSI)が毎日1ビットずつ反転するという異常事態が判明し、注目されている²⁻⁶⁾。この事態は、回路のレベルが反転したり、CPUとして使っている場合に異常を起こし、システムの制御が効かなくなり、電子装置の誤作動を引き起こして地上の受信局へのデータ送信を著しく狂わせる結果をもたらすため、大きな問題となっている。その原因は、高エネルギー陽子の入射が素子の格子を破壊することにあると考えられている。この陽子群の半導体メモリーへの影響は、より高質量のHeイオンやFeイオンあるいはX線やγ線による放射線損傷に比べ、はるかに大きい。衛星の構造材料としては、主にアルミニウム合金が用いられているが、宇宙空間の放射線は物質に対する透過力が強いので衛星内部にまで侵入し、電子回路部に障害を与える。最近開発されたCMOS-ICは放射線に弱いことが指摘されている。放射線に敏感なICやLSIを使用するときには、放射線のスペクトルを想定して予

測を立てる必要がある。前節で述べたプリカーサーは、この問題にも直接関与している。この問題は探査機設計上の工学的問題であり、観測を計画する者が軌道を決定する際、高エネルギー波動(粒子)に関する知識を備えている必要がある。宇宙空間における放射線環境は、探査活動や有人飛行、さらに材料実験や生物実験などを計画する際にも重要な問題である。

§ 1.3 宇宙空間のプラズマ波動現象

地球の電磁的、放射線的環境によって生ずる工学上の問題を解く鍵として高エネルギープラズマ波動があることを述べたが、宇宙空間には、多種多様な電磁波動が存在している。空間内の波動は、電場や磁場あるいはプラズマ粒子の運動と強く結合し、相互作用によって非線形現象を生ずる。そのため、非線形波動を研究することは、宇宙空間の諸現象の情報を知る上で本質的に重要である。

宇宙空間では、単一の波動モードが観測されることは少なく、複数のモードが結合している場合が多い。しかも、空間プラズマ波動の変動は、大変大きく、そのため非線形効果が本質的であり、微小振幅の線形波が有効である場合は、むしろ例外である。宇宙工学の問題に適切な対応をするためには、非線形波動モードを駆使して、考える体系の挙動を正確に記述することが必須である。

宇宙空間の波動としては、静電波、電磁波、磁気プラズマ波の他、太陽放射に伴う電波バーストがある。電波バーストは、周波数スペクトルの形によってⅠ型～Ⅴ型に類別される。この中で重要なのはⅡ型及びⅢ型であり、長波長の波動がよく観測される。Ⅱ型バーストは大きいフレアーに伴う $\sim 10^3 \text{ km/s}$ の高速粒子により励起されて現れる。Ⅲ型バーストは、しばしばⅡ型バーストに先だって現れ、バースト源の速度は 10^5 km/s にも達する。宇宙空間の変調波や電波バーストから生ずる高エネルギー波動は、第三章で論ずる。これは、衛星の異常放電や電子回路の破壊の原因に

なっているため、宇宙工学上の問題を解明するための糸口を与える。

§ 1.4 プラズマ波動研究の歴史、研究の必要性

1.4.1 非線形規準モードによるプラズマ波動研究の歴史

自然界に生起する現象の中で、最も基本的かつ普遍的な運動形態は波動現象である。空間プラズマ中の非線形波を取り扱おうとする場合、Korteweg-de Vries(K-dV)方程式から出発するのが妥当であろう。1895年、Kortewegとde Vriesは、浅水波に関し非線形性と分散性の競合によって生ずる孤立波の伝播を記述する方程式を導いた⁷⁾。その後、1960年にGardnerとMorikawaは、磁化プラズマ内を磁場に垂直に伝わる非線形磁気流体波が、このK-dV方程式によって記述されることを発見した⁸⁾。これが非線形プラズマ波動研究の発端となった。ZabuskyとKruskalは、K-dV方程式の孤立波解を、非線形媒質内に存在し粒子的挙動を示す波動という意味で、基本的な実体(素励起)とみなしてソリトンと呼ぶことを提唱した⁹⁾。谷内達は、GardnerとMorikawaの研究に触発されて一般的な非線形系に対する通減摂動法の定式化に着手し、1966年、プラズマ内の非線形イオン音波がK-dV方程式によって記述され孤立波(ソリトン)が伝播することを予言した¹⁰⁾。池地達は、1970年、この予言を実験で検証し、その後の非線形プラズマ実験研究の端緒を開いた。この様に、K-dV方程式はプラズマ内の多様な波動現象に対する普遍的な基礎方程式であることが実証されてきた。

孤立波という新しいパラダイムが、非線形波動現象における規準モードとして認識され、重要な役割を演ずることが明らかになるに従い、K-dV方程式以外にも孤立波が存在するのではないか、などの問題意識が強くなり、非線形系に関する研究が活発に展開される様になった。この様な状況の中で、1971年、ZakharovとShabatは、より非線形性の強い非線形イオン音波の振幅変調を記述する非線形Schrödinger方程式を提示した¹¹⁾。

その解は、波の包絡線が孤立波を形成するため、包絡線孤立波と呼ばれる。

プラズマ中の電子が捕捉粒子分布をとる場合のイオン音波は、1972年、Schamelにより示された¹²⁾。しかし、高次非線形性から生ずるスパイク状孤立波やバースト現象については考慮されていない。

1970年代～1980年代は、K-dV 方程式や非線形Schrödinger方程式を中核とした非線形方程式の拡張期と考えられる。K-dV 方程式については、その高次非線形性が考慮され、より振幅の大きいイオン音波に対して有効であることが示された。また、修正K-dV 方程式は、孤立波の他に電気二重層の解を持つことが判明した。電気二重層は、宇宙空間や実験室において、プラズマ粒子の有効な加速機構の一つとして注目されている。これは第四章で議論する。最近、高次非線形方程式が著者により導かれ、スパイク状孤立波とバースト的モードが、初めて示された¹³⁾。バースト現象は衛星異常放電の問題に関与する重要な課題であるのに関わらず、よく解ってはいない。これについては、第四章及び第五章で議論する。

1.4.2 相対論的イオン音波と研究の必要性

宇宙空間は強電離・高密度のプラズマで満たされており、プラズマの挙動は多粒子系の集団運動として取り扱わざるを得ない。その際、個々の粒子の挙動を記述することは不可能であるため、巨視的な平均としての挙動を観測する。この場合、プラズマを流体として取り扱える。このようなプラズマの波動的側面と粒子的側面は同等と考えてよい。この点は、以後、波動的事象と粒子的事象を検討する上で、特に注意しておく必要がある。

高度 100～200km の空間領域で発生するオーロラ現象に関する波動研究の中で、Moser達は 1978年～1985年にかけてポテンシャル、磁場、電場、密度の微細構造の重要性を明らかにした¹⁴⁾。彼らは、それまで測定が困難であった電場成分を検出し、それによって低周波イオン音波孤立波と電気二重層を見つけた。両者は微細構造を構成している。空間プラズマ現象

を解明する上で、微細構造を構成する非線形波動モードに関する知見が極めて重要であることが認識され始めたのである。高エネルギー現象においては、プラズマ粒子の速度が光速と比較できるほど速いことが、惑星間空間や磁気圏で観測されている。この場合、相対論的効果が顕著に現れてくる。相対論的プラズマの特徴は、高エネルギー源が必要とされることである。このプラズマ粒子のエネルギーのほとんどは運動エネルギーが担っており、陽子流の速度が光速の $1/10$ ですら、粒子のエネルギーは 4.7MeV にも達する。数年前まで、探査機の観測波長（エネルギー）域は keV 領域にあり、これは相対論的電子に関する情報であった。ところが最近の測定機器の改善により観測波長域が拡大され、 MeV のオーダーまで観測可能になったため、相対論的イオンに特有の現象が相次いで発見されている。

それらをまとめると以下のようなになる。

第一に、電波バーストや太陽風の中の大振幅イオン音波孤立波¹⁵⁾や変調イオン音波孤立波がある^{16, 17)}。それらの形状はスパイク状であるが、理論的説明はない。またプリカーサーが、よく観測される¹⁸⁻²⁰⁾。

第二に、電気二重層がある。そこでは $10\text{kV}\sim 100\text{GV}$ にも及ぶ電位差が観測されており、同時に巨大電場が確認されている。その中でイオンが相対論的な速度にまで加速されることから、粒子加速機構の一つと同定されている。しかし、相対論的二重層に関する報告は少ない。

第三に、爆発的事象がある。これは波や粒子のエネルギーを瞬時に放出する現象であり、観測例として太陽フレアの電波バーストや磁気圏のバーストなどがある。爆発的現象に関し、流体プラズマに基づく報告はない。

第四に、磁場に傾いて伝わる磁気イオン音波がある。これに関する研究報告は少ない。特に、相対論的効果を考慮した論文は皆無である。しかし、相対論的磁気イオン音波は宇宙空間に常に存在しており、これに関する知見は高エネルギー現象を考察する上で必須である。

以上の四現象を引き起こしている根源は相対論的イオン音波の非線

形波動相互作用にあるのであり、相対論的電子プラズマ波や電磁波ではない。この研究は、著者による報告以外には極めて少ない^{17, 21-23)}。

折しも深宇宙の工学実験衛星「飛天」が打ち上げられ、近い将来には空間波動現象の解明を目的とする探査機「Solar-A」と「Geotail」が打ち上げられる予定である^{24, 25)}。その際、異常放電現象や半導体メモリーの放射線損傷の問題は、当然予想される。宇宙工学の基礎課題に資するため、相対論的プラズマ中の孤立波、電気二重層、爆発的事象に関する総合的な理論の確立が要請されている。高速イオン流を伴う高エネルギー波動現象を理論的に解明しようとする場合、相対論的非線形イオン音波によって現象を記述することが必須である。従って、この研究は、宇宙工学の基礎に飛躍的な発展をもたらすものと期待されている。

§ 1.5 本論文の目的と構成

これまで、宇宙空間の高エネルギー現象において、孤立波、電気二重層、爆発的事象は、それぞれ個別に観測され、独立な研究対象とされてきた。しかしながら、これらは互いに密接に関連し、微細構造を形成していることが明らかにされつつある^{14, 26)}。

人工衛星に生じている宇宙工学上の問題を解明する突破口を捜し、物理的基礎量の微細構造の問題を高度に発展させるためには、非線形波動モードとしての相対論的孤立波、電気二重層、爆発的模式に関する総合的な研究が必要である。本研究の目的は、宇宙工学の基礎的問題に寄与する理論的支柱を与えることである。本論文は、相対論的イオン音波の新しい非線形波動モードに関する見解を総合的にまとめ、それを空間プラズマの高エネルギー現象へ応用したものである。そのため、この研究は宇宙工学の基礎的分野に新たな知見を与えるばかりでなく、類似のプラズマ現象へも応用できる。さらに、新しい高次非線形波動モードの発見という意味では、プラズマ理工学にも貢献する。以下、本論文の構成と内容を各章毎

に要約する。

第二章では、相対論的プラズマ中の一次元及び二次元の長波長イオン音波をK-dV方程式によって記述し、その孤立波を導く。孤立波に対する相対論的効果が考慮される。孤立波はプリカーサーを形成する。長波長領域におけるイオン振動モードは、分散関係によって孤立波と関連することが示される。本章の結果はプリカーサー事象を明らかにする。

第三章では、有限波数領域と小波数領域におけるイオン音波の変調包絡線孤立波を非線形Schrödinger方程式によって導き、各領域の孤立波が、分散関係を通じて結合することを示す。この系には、二種類の包絡線孤立波が存在する。相対論的効果がこの両者を峻別する臨界波数を提供し、臨界波数が相対論的効果に依存して変化することが示される。本章の結果は、空間観測から得られた高エネルギー事象を定量的によく説明する。

第四章では、K-dV方程式の非線形項が極めて小さい場合の高次非線形効果の重要性について述べる。高次非線形性を考慮することにより、スパイク状孤立波、電気二重層及び爆発的モードが異なる境界条件のもとで得られることを示す。これら三つのモードが宇宙空間で観測された物理量の微細構造と密接に関連することを示す。

第五章では、磁化プラズマ中の電子群が速度分布関数に二つのこぶを持つ捕捉粒子型分布をとる場合の、高次非線形性に基づく大振幅イオン音波を考える。基礎方程式から高次非線形方程式を導出し、その定常解を示す。この場合、イオン音波は磁場に対し垂直に近い傾斜角で伝わるスパイク状孤立波と爆発的モードとして得られる。

第六章は結論である。この章では本研究を総括的にまとめ、得られた新たな成果と、その工学的意義を述べる。

第二章 相対論的イオン音波孤立波

序論で述べた様に、異常帯電現象や半導体メモリーの放射線損傷などの宇宙工学の問題を生じている原因の一つは、プリカーサーである。しかし、プリカーサー事象については、そのエネルギー分布が観測されているにすぎず、その形成機構やエネルギーと速度の間の対応等は、解明されていない。第二章では、流体プラズマに基づく一次元及び二次元相対論的プラズマ中で高速イオン流としてのプリカーサーが孤立波によって形成されることを示す。

§ 2.1 基礎方程式

本研究の対象は、無衝突宇宙空間プラズマであり、その中を伝わる小さいが有限振幅のイオン音波を考える。イオン音波は、質量の大きなイオンの運動が関係するため、基本的に低周波の振動であり、電子の慣性は重要ではない。イオンには、電荷があり、互いに振動を伝えることができるため、電場を介して縦方向の音波が生ずる。このプラズマに対し、次の仮定をする；体系の大きさは電子デバイ長さよりずっと大きい、プラズマは準中性である、イオン音波の低周波振動に対し電子の慣性や電子捕捉現象は無視できるため、電子の速度は、電場（ポアソン）の方程式によって、平均化の結果、キャンセルする。そのため電子の運動は考えなくてよい。本研究で用いる流体記述は、次の事実により正当化できる；考える相対論的プラズマの運動は、微視的な挙動、即ち個別粒子の運動ではなく、巨視的な、平均としての非線形的挙動を考察することに意味がある。この正当性は、以後の非線形問題に現れる空間及び時間スケールにより、更に支持

される。ここでは、電場に平行に伝わる縦波イオン音波を仮定している。
又、イオン流は摂動のない状態において、光速の $1/10$ 程度の弱い相対論的速度で流れていると考える。波の振幅は、線形波よりは大きいが有限であり、ゆっくり変化すると仮定する。

以上の仮定に基づいて、相対論的プラズマの流体記述をする。一次元の縦波においては、相対論的イオン流体の力学は、無次元形式で記述できる。

2.1.1 熱いイオンの場合

等温電子と熱いイオンから成る混合流体プラズマを考える。イオン流体の質量保存，断熱イオンに対する運動方程式及びエネルギー保存則（状態方程式）は、

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} n v = 0, \quad (1.a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) \gamma v + \frac{\sigma}{n} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (1.b)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) p + 3 \gamma^2 p \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c^2} v \frac{\partial}{\partial t} \right) v = 0, \quad (1.c)$$

と表され、ポアソン方程式は、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - n_e + n = 0, \quad (1.d)$$

である。

2.1.2 冷たいイオンの場合

等温電子と冷たいイオンから成る混合流体のプラズマにおいては、連続の式と運動量保存則は、

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} n v = 0, \quad (2.a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) \gamma v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (2.b)$$

と書ける。この系の方程式は、電場の方程式

$$\frac{\partial E}{\partial x} - n + n_e = 0, \quad (2.c)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial x} + n_e E = 0, \quad (2.d)$$

もしくは、ポアソン方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - n_e + n = 0, \quad (2.e)$$

によって、記述できる。

2.1.1 節と 2.1.2 節において、電子に Maxwell 型分布を仮定しているため、電子密度は、

$$n_e = \exp(\phi), \quad (3)$$

と表される。

相対論的ガンマ γ は、

$$\gamma = \frac{1}{\left\{ 1 - \left[\frac{v}{c} \right]^2 \right\}^{1/2}}, \quad (4)$$

である。イオン流の速度が光速の $1/10$ 程度の弱い相対論的効果を考える場合、(4) 式の右辺は $1 \gg v/c$ と近似することによって展開できる。ここに、 n , n_e , v , p , ϕ は、イオン密度、電子密度、イオン流速、イオンの圧力、プラズマの静電ポテンシャルを表す。 n と n_e は、背景の電子密度 n_0 で規格化され、 v と光速 c は音速 $(\kappa T_e/M)^{1/2}$ で、 p は $n_0 \kappa T_e$ で、 ϕ は $\kappa T_e/e$ で規格化されている。 M はイオン質量である。また、時間 t はイオンプラズマ周波数 $\omega_{pi}^{-1} = (\epsilon_0 M/n_0 e^2)^{1/2}$ で、距離 x は電子デバイ長 $\lambda_D = (\epsilon_0 \kappa T_e/n_0 e^2)^{1/2}$ で規格化されている。 $\sigma = T_i/T_e$ であり、 T_i はイオン温度、 T_e は電子温度、 κ は Boltzmann 定数を表す。

§ 2.2 一次元長波長イオン音波孤立波とイオン温度効果

ここで考える波は、その波長が大きく、振幅は線形波より大きいが有限であり、ゆっくり変化する非線形波を取り扱う。

2.2.1 K-dV 方程式の孤立波

方程式(1.a)–(1.d), (3), (4)を解くため、座標変換

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - st) \quad (5.a)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t \quad (5.b)$$

を用いて、 n , n_e , v , p , ϕ を次の様に展開する。

$$n = 1 + \varepsilon n_1 + \varepsilon^2 n_2 + \dots, \quad (6.a)$$

$$n_e = 1 + \varepsilon n_{e,1} + \varepsilon^2 n_{e,2} + \dots, \quad (6.b)$$

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots, \quad (6.c)$$

$$p = 1 + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \dots, \quad (6.d)$$

$$\phi = 0 + \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots, \quad (6.e)$$

ここに ε は展開の小パラメーターを、 s は位相速度を表す。 ε で展開する場合、各オーダーでの一組の方程式から分散関係、位相速度などの物理量が定義できる。

ε の最低次の方程式から

$$\phi_1 = n_1 = \frac{v_1}{S} = \frac{p_1}{3 \left[1 - \frac{2}{3} \gamma_2 S - \gamma_3 s \right]}, \quad (7)$$

が得られる。但し、境界条件は、

$|x| \rightarrow \infty$ で $n, n_e \rightarrow 1$, $v \rightarrow 0$, $p \rightarrow 1$, $\phi \rightarrow 0$ である。また、 $\phi_1 \neq 0$ により、関係式

$$1 - \gamma_1 S^2 + 3\sigma \left[1 - \frac{2}{3} \gamma_2 S - \gamma_3 s \right] = 0 ,$$

が得られる。ここに、 $S = s - v_0$ である。位相速度は

$$S = -\frac{\sigma \gamma_2}{\gamma_1} \pm \left[\left(\frac{\sigma \gamma_2}{\gamma_1} \right)^2 + \frac{1}{\gamma_1} (1 + 3\sigma - 3\sigma \gamma_3 s) \right]^{1/2}$$

から導かれる。複号の正符号(超音速波)のみとると

$$S = \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} - 3\sigma \frac{\gamma_3 s}{\gamma_1} + \left(\frac{\sigma \gamma_2}{\gamma_1} \right)^2 \right]^{1/2} - \sigma \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

となる。ここで、 $\gamma_1 \sim O(1)$, $\gamma_2 \sim O(1/c)$ であるので $(\sigma \gamma_2 / \gamma_1)^2 \approx 0$ と近似すると

$$S = \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right]^{1/2} - \frac{\sigma}{\gamma_1} \left[\gamma_2 + \frac{3\gamma_3 s}{2} \left[\frac{\gamma_1}{1+3\sigma} \right]^{1/2} \right], \quad (8)$$

となる。従って、位相速度 s は若干の近似を用いることにより

$$s = v_0 + \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right]^{1/2} - \frac{\sigma}{\gamma_1} \left\{ \gamma_2 + \frac{3}{2} \left[1 + \left[\frac{\gamma_1}{1+3\sigma} \right]^{1/2} \right] \gamma_3 \right\}, \quad (9)$$

と得られる。但し、

$$\gamma_1 = 1 + \frac{3}{2} \left[\frac{v_0}{c} \right]^2, \quad (10)$$

$$\gamma_2 = \frac{3}{2} \frac{v_0}{c^2},$$

$$\gamma_3 = \frac{v_0^3}{c^4},$$

である。図 1 で、位相速度が相対論効果 v_0/c とイオン温度効果 σ に依存することが示される。

ε の次のオーダーにおいては、基礎方程式(1.a)~(1.d)は

$$-S \frac{\partial n_2}{\partial \xi} + \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + \frac{\partial n_1}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_1 v_1) = 0,$$

$$-\gamma_1 S \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + \sigma \frac{\partial p_2}{\partial \xi} + \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} + \gamma_1 \frac{\partial v_1}{\partial \tau} + \gamma_1 v_1 \frac{\partial v_1}{\partial \xi}$$

$$-\gamma_2 S \frac{\partial}{\partial \xi} (v_1^2) - \sigma n_1 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} = 0,$$

$$-S \frac{\partial p_2}{\partial \xi} + 3 \left[1 - \frac{2}{3} \gamma_2 S - \gamma_3 S \right] \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + 2 \gamma_2 \left[1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right] \frac{\partial v_1}{\partial \tau}$$

$$+ \frac{\partial p_1}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} + 3 \left[1 - \frac{2}{3} \gamma_2 S - \gamma_3 S \right] p_1 \frac{\partial v_1}{\partial \xi}$$

$$+ 2 \gamma_2 \left[2 - \frac{S}{v_0} - 2 \gamma_2 S \right] v_1 \frac{\partial v_1}{\partial \xi} = 0,$$

$$-\phi_2 + n_2 - \frac{1}{2} (\phi_1^2) + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2} = 0,$$

となる。これらの方程式から (9) 式を用いて、二次の量 $n_2, v_2, p_2,$
 ϕ_2 を消去すると、K-dV 方程式

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + \frac{\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)}{N} \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2N} \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0, \quad (11)$$

が得られる。但し、

$$\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$$

$$= \frac{1}{2} (1 + \gamma_1 S^2) + \frac{1}{2\sigma} (\gamma_1 S^2 - 1)^2$$

$$- \gamma_2 S \left[S^2 - \sigma \left(2 - \frac{S}{v_0} - 2\gamma_2 S \right) \right]$$

$$= 1 + 6\sigma - \frac{21}{2} \sigma \left[\frac{2}{3} \gamma_2 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right)^{1/2} + \gamma_3 S \right]$$

$$- \gamma_2 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right)^{1/2} \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} - \sigma \left(2 - \frac{S}{v_0} \right) \right]$$

$$+ O(\gamma_2^2, \gamma_2 \gamma_3, \gamma_3^2),$$

また、

$$N = \gamma_1 S + \sigma \gamma_2 \left[1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right],$$

である。 $\gamma_1 \gg \gamma_2$ により、非線形結合係数 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ が正であるから、この系を伝わるイオン音波の定常解を求めることができる。

定常解を得るため、変数 $\nu = \xi - u\tau$ を用いる。 u は、速度を表す。 ν を (11) 式へ代入することにより、孤立波解

$$\phi_1 = \phi_0 \operatorname{sech}^2 \left\{ \left[\frac{u}{2} N \right]^{1/2} \nu \right\}, \quad (12)$$

が得られる。ここに、

$$\phi_0 = \frac{3u}{\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)},$$

である。境界条件は、 $n = 1, 2$ の時、 $|\nu| \rightarrow \infty$ において、 $\phi_1 \rightarrow 0$, $\partial^n \phi_1 / \partial \nu^n \rightarrow 0$ である。図 2 で、イオン音波孤立波の振幅を v_0/c の関数として描く。イオン温度の効果 σ をパラメーターとしている。

2.2.2 イオン振動解

長波長領域におけるイオン振動解を見つけるために、K-dV 方程式に対し、次の様な展開

$$\phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n \sum_{l=-\infty}^{\infty} \phi_1^{(n)}(\eta, \zeta) \exp [il(k\xi - \delta\tau)], \quad (13)$$

と変数変換

$$\eta = \mu (\xi - \chi \tau) \quad (14a)$$

$$\zeta = \mu^2 \tau \quad (14b)$$

を行う。 μ は展開のパラメーターであり、 δ と χ は後で定義される。方程式 (13), (14.a), (14.b) を用いると、K-dV方程式 (11) は次のように直される

$$\begin{aligned} & -i l \left[\delta + \frac{1}{2N} l^2 k^3 \right] \phi_{l, (n)} - \left[\chi + \frac{3}{2N} (lk)^2 \right] \frac{\partial}{\partial \eta} \phi_{l, (n-1)} \\ & + i \frac{\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)}{N} \sum_{l'} \sum_{n'} k(l-l') \phi_{l', (n-n')} \phi_{l-l', (n')} \\ & + \frac{\partial}{\partial \zeta} \phi_{l, (n-2)} + \frac{3}{2N} i l k \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \phi_{l, (n-2)} \\ & + \frac{\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)}{N} \sum_{n'} \phi_{l', (n-n'-1)} \frac{\partial}{\partial \eta} \phi_{l-l', (n')} \\ & + \frac{1}{2N} \frac{\partial^3}{\partial \eta^3} \phi_{l, (n-3)} \\ & = 0. \end{aligned}$$

μ の一次のオーダーにおいて、 $l = \pm 1$ の成分に対し、

$$\delta = -\frac{1}{2} \frac{k^3}{N}, \quad (15)$$

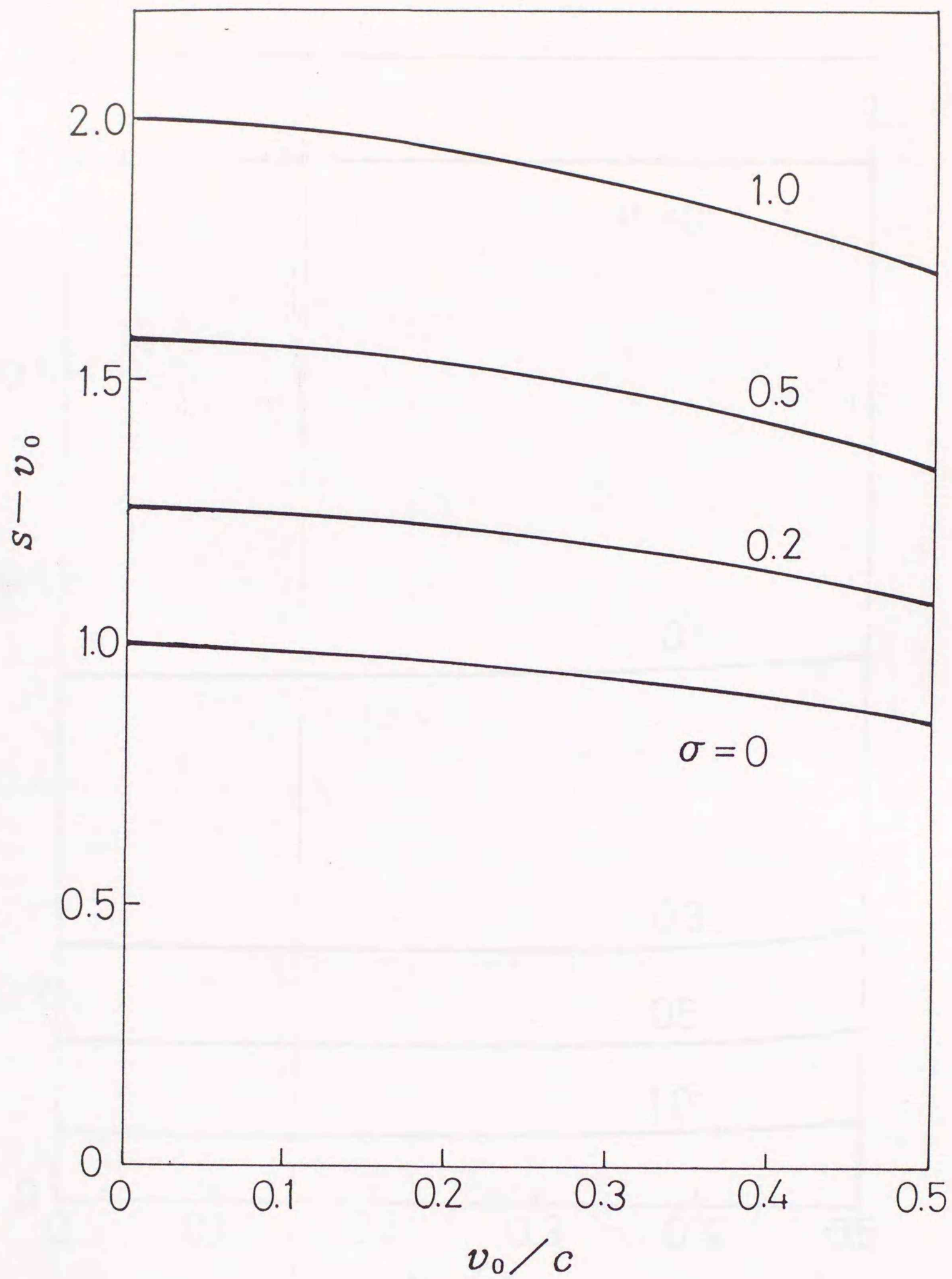


図 1 相対論的効果 v_0/c に対する位相速度の依存性。各曲線上の各パラメーターは、イオン温度と電子温度の比 σ の異なる値を表す。

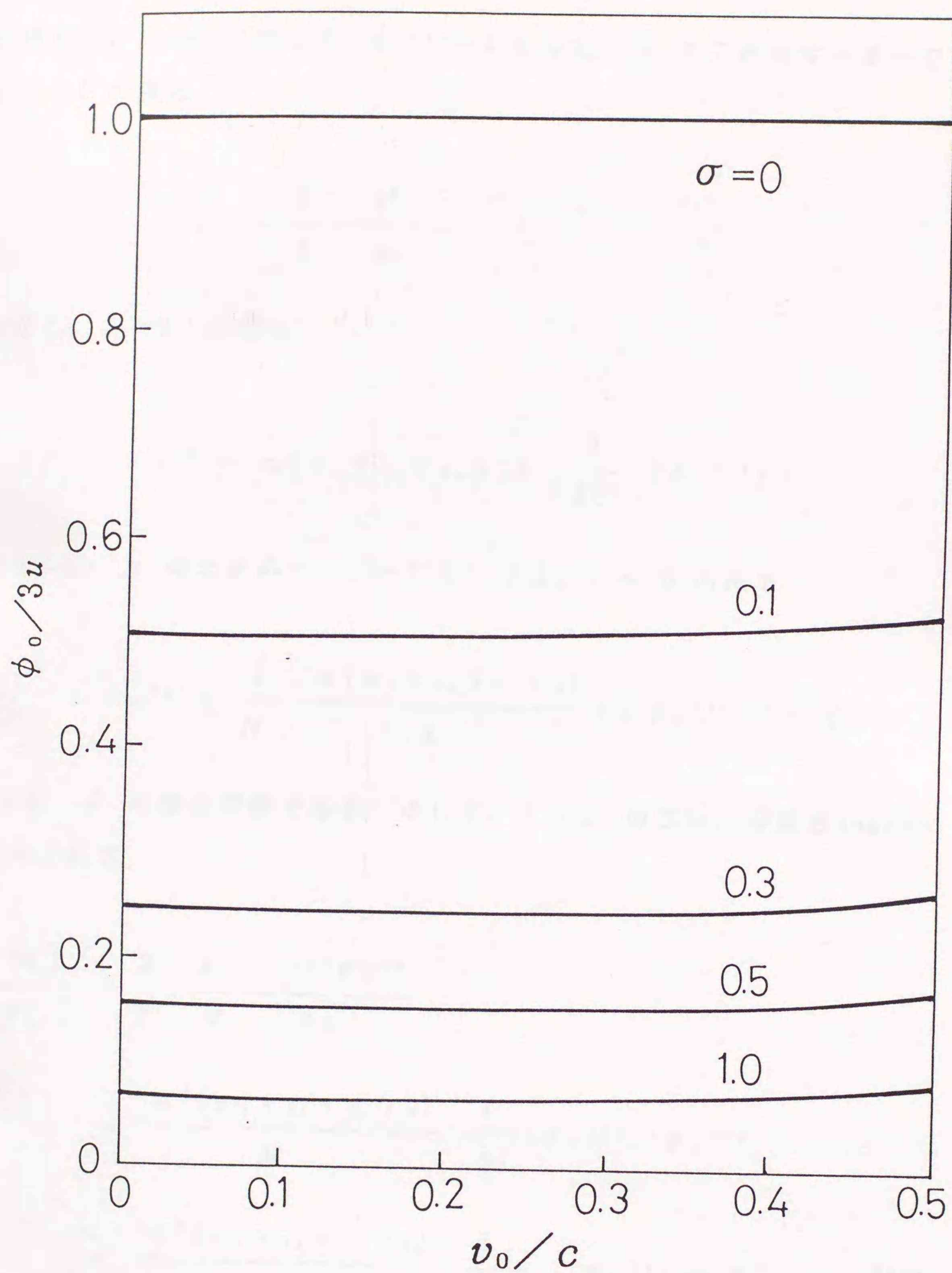


図 2 相対論的效果 v_0/c による孤立波の振幅への依存性。曲線上のパラメーターは、イオン温度効果 σ の異なる値を表す。

が得られ、 $|l| \neq 1$ に対して $\phi_l^{(1)} = 0$ となる。 μ の二次のオーダーでは、 $l = \pm 1$ の項は、

$$\chi = -\frac{3}{2} \frac{k^2}{N},$$

となる。 $l = 2$ の項は、

$$\phi_2^{(2)} = \alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \frac{1}{3k^2} \{ \phi_1^{(1)} \}^2,$$

を与える。 μ の三次のオーダーにおいては、 $l = 0$ の項で、

$$\phi_0^{(2)} = \frac{1}{N} \frac{\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)}{\chi} \{ |\phi_1^{(1)}|^2 - C \},$$

ここに C は積分定数である。そして、 $l = 1$ の項は、非線形 Schrödinger 方程式

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial \zeta} - \frac{3}{2} \frac{k}{N} \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial \eta^2} \\ + \frac{\alpha^2(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)}{N} \frac{1}{3k} |\phi_1^{(1)}|^2 \phi_1^{(1)} \\ - \frac{\alpha^2(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)}{N} \frac{2}{3k} C \phi_1^{(1)} = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

を与える。

いま、波数 k に基づくオーダリングパラメーター ε を 1 にとる

と、この系の振動解が、次の様に得られる

$$\phi_1 = \phi_1^{(1)} \left\{ \mu \left[x - \left(s - \frac{3}{2N} k^2 \right) t \right], \mu^2 t \right\} \\ \times \exp \left\{ i k \left[x - \left(s - \frac{1}{2N} k^2 \right) t \right] \right\}. \quad (17)$$

ここで、 s は方程式 (9) により定義されている。(17) 式の位相因子の中の角周波数の部分は、この系の分散関係

$$\omega = k \left\{ v_0 + \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right]^{1/2} \right. \\ \left. - \frac{\sigma}{\gamma_1} \left[\gamma_2 + \frac{3}{2} \left[1 + \left[\frac{\gamma_1}{1+3\sigma} \right]^{1/2} \right] \gamma_3 \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_1 \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right]^{1/2} + \sigma \gamma_2 \left[1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right]} k^2 \right\}, \quad (18)$$

に等しい。そのため、方程式 (17) は振動解を表していることが確認される。

§ 2.3 二次元長波長イオン音波孤立波

前二節においては、一次元孤立波を導いた。この節では、二次元の

イオン音波孤立波を考える。二次元とは、イオン音波が x - y 平面を伝わり、速度成分として x , y -成分を持つという意味である。考えるプラズマは、等温電子と冷たいイオンから成る。イオン流は、平衡状態で x -方向に限定されている。著者は x -方向における非線形波の変動は、 y -方向のそれよりはるかに大きいと仮定しているため、相対論的力学を、速度の x -成分に関してのみ用いる。この様なプラズマの力学は、連続の式、運動量輸送の式、ポアソンの式によって、無次元形式で以下の様に表される。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} n u + \frac{\partial}{\partial y} n v = 0, \quad (19.a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \gamma u + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (19.b)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) v + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad (19.c)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi - n_e + n = 0, \quad (19.d)$$

電子は等温であり、Maxwell型分布をすると仮定するため、電子密度 n_e に対して式 (3) を用いる。また、相対論効果ガンマは、上の仮定により、 $\gamma = [1 - (u/c)^2]^{-1/2}$ である。速度の x , y -成分を u , v とする。各変数の規格化は § 2.1 と同様である。孤立波の解を得るため、 n , u , v , ϕ を次の様に展開し

$$n = 1 + \varepsilon n_1 + \varepsilon^2 n_2 + \dots, \quad (20.a)$$

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots, \quad (20.b)$$

$$v = 0 + \varepsilon^{3/2} v_1 + \varepsilon^{5/2} v_2 + \dots, \quad (20.c)$$

$$\phi = 0 + \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots, \quad (20.d)$$

また、座標変換

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - \lambda t), \quad (21.a)$$

$$\eta = \varepsilon y, \quad (21.b)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t, \quad (21.c)$$

を用いる。 ε の最低次の方程式から

$$\phi_1 = n_1 = \gamma_1^{1/2} u_1, \quad (22)$$

が得られる。境界条件は (8) 式の他に、 $|x| \rightarrow \infty$ で $u, v \rightarrow 0$, を用いた。 γ_1 は、(10) で定義されている。二次元イオン音波で特徴的な関係式として

$$\frac{\partial v_1}{\partial \xi} = \gamma_1^{1/2} \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta}, \quad (23)$$

が導かれる。位相速度は、

$$\lambda = u_0 + \frac{1}{\gamma_1^{1/2}}, \quad (24)$$

で与えられる。これは、位相速度が相対論的效果によって影響されることを示している。図 3 で、それが示される。

ε の次のオーダーの方程式から 2 次の量 n_2, u_2, v_2, ϕ_2 を消去し、 τ を $\gamma_1^{1/2}$ で規格化することによって、二次元 K-dV 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + \frac{\alpha'}{\gamma_1} \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2\gamma_1} \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} \right] \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \eta^2} = 0, \end{aligned} \quad (25)$$

が得られる。ここで

$$\alpha' = 1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}}, \quad (26)$$

である。 $\gamma_1 \gg \gamma_2$ によって非線形結合係数 α' が正であることに注意する。また、 α' は、方程式 (11) の $\sigma \rightarrow 0$ における非線形係数である。定常解として孤立波が得られる。そのため変数 $\zeta = K_1 \xi + K_2 \eta - \Omega \tau$ を導入する。方程式 (25) を積分し、 ζ を (25) へ代入することによって、二次元孤立波解

$$\phi_1 = \phi_0 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{1}{W} \left(\xi + \frac{K_2}{K_1} \eta - \frac{1}{K_1} \Omega \tau \right) \right], \quad (27)$$

が得られる。孤立波の振幅 ϕ_0 と幅 W は、

$$\phi_0 = \frac{3\delta}{\alpha'(\gamma_1)}, \quad (28)$$

$$W = \left[\frac{2}{\delta \gamma_1^{1/2}} \right]^{1/2}, \quad (29)$$

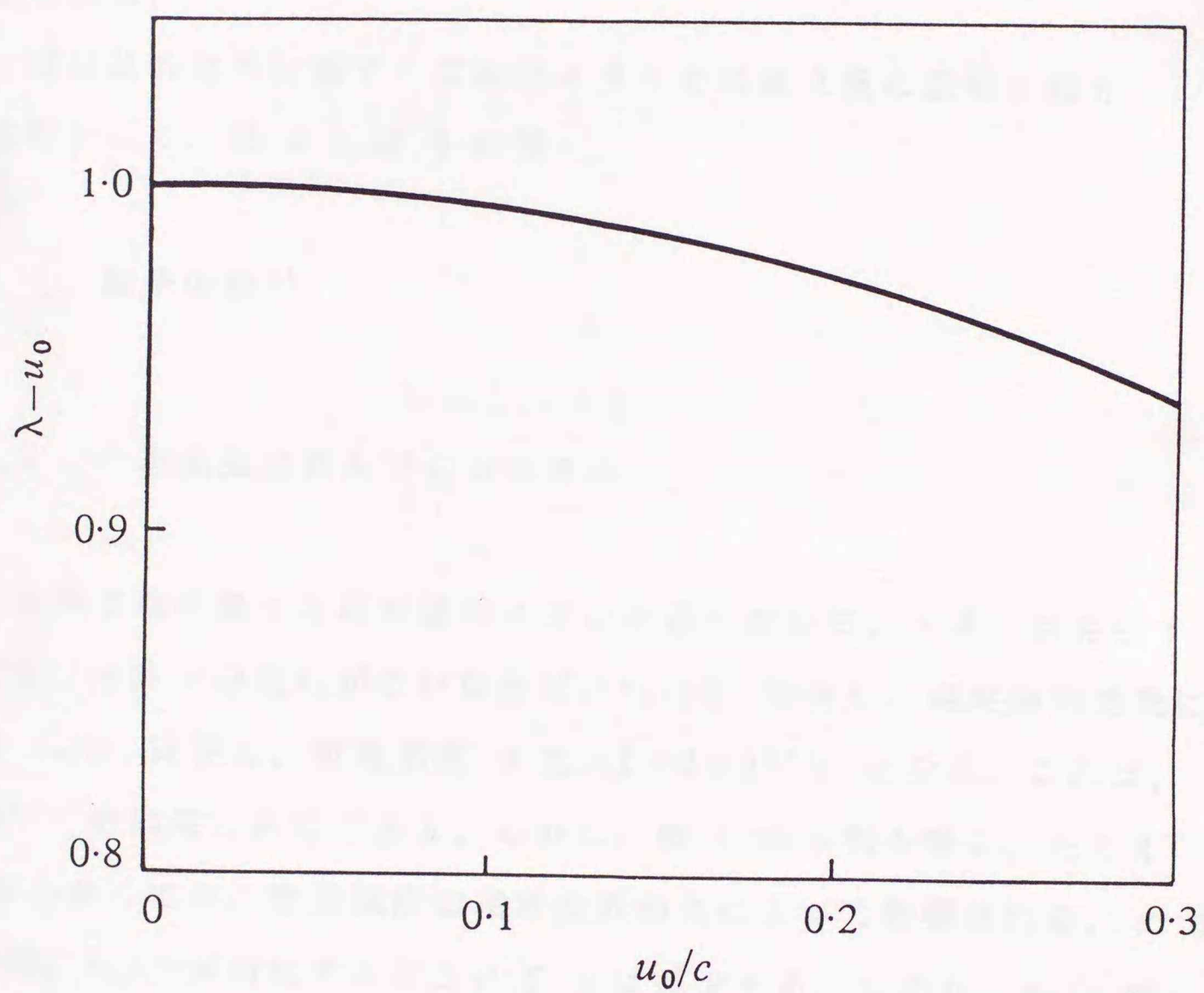


図 3 相対論的効果 u_0/c の関数としての二次元孤立波の位相速度 $\lambda - u_0$ 。

で定義されている。ここに、 $\delta = \Omega / K_1 - \frac{1}{2}(K_2 / K_1)^2$ である。境界条件は、 $|\zeta| \rightarrow \infty$ で、 $n = 1, 2$ に対し、 $\phi_1 \rightarrow 0$, $\partial^n \phi_1 / \partial \zeta^n \rightarrow 0$ を用いている。この系の分散関係は、

$$\Omega = 2 \frac{K_1^3}{\gamma_1^{1/2}} + \frac{1}{2} \frac{K_2^2}{K_1},$$

で与えられる。

相対論的效果に基づく二次元イオン音波孤立波の振幅と幅を u_0/c の関数として、図 4 と図 5 に描く。

§ 2.4 結果の検討

2.4.1 一次元孤立波とプリカーサー

本章で取り扱った相対論的イオン音波において、イオンは存在するけれども、イオンの流れがないならば、 $v_0 = 0$ であり、相対論的效果による項 v_0/c は消え、位相速度 s は $(1 + 3\sigma)^{1/2}$ となる。これは、Tagare²⁷⁾ の結果と同じである。しかし、図 1 から判る様に、たとえ v_0/c が小さくても、位相速度は相対論的效果によって影響される。 σ が一定の時、 v_0/c が増加するにつれて s は減少する。しかし、 v_0/c が一定ならば、 σ が増加するにつれて、 s は増加する。K-dV 方程式の非線形係数が、 $\gamma_1 \gg \gamma_2$ により、正であるため、この孤立波は圧縮性孤立波で表される。また、長波長領域で導かれた非線形 Schrödinger 方程式の分散係数と非線形係数は、互いに反対の符号をとることから、イオン音波は変調安定である。

著者は、イオン音波孤立波の振幅のイオン温度効果 σ および相対論的效果 v_0/c による依存性を、相対論的プラズマ中で初めて示した(図

2)。イオン温度が 0 の場合には、孤立波の振幅は一定であるが、イオン温度 σ が有限の値をとる場合、即ち $0 \leq \sigma$ においては、 σ が減少する時、一定の速度 u に対し非線形係数 α が減少するため、孤立波の振幅 ϕ_0 は増大する。それは、非線形性が分散性より強いことから生ずる。孤立波の振幅は、非線形係数の逆数に比例するため、イオン温度効果が減少するにつれて大きくなる。この場合、イオン音波孤立波の前面は、波の伝播につれて急峻化し、そのため孤立波の前面から多数の孤立波が発生することが予想できる。この場合、プリカーサー^{18, 19)}は、孤立波の前面で反射されて加速される高速のイオン集団であり、これは相対論的プラズマ中において生成される。

表 1 では、位相速度 s 、非線形係数 α 、分散係数 β 及び孤立波の振幅 ϕ_0 が示されている。この結果を前に得られた結果と比較する。イオン温度が 0 の場合、位相速度、非線形係数、振幅は Das と Paul²⁸⁾ の結果に等しい。但し、Das と Paul の論文における非線形係数は、K-dV 方程式 (11) を示したときと同じ表し方で $\alpha(\gamma_1)/\gamma_1^{1/2}$ としている。相対論的效果が無視できる場合は、位相速度、非線形係数、振幅の値は、いづれも Tagare²⁷⁾ の結果と一致する。相対論的效果もイオン温度効果も存在しない場合は、これらの値は鷲見と谷内¹⁰⁾ の結果と同じである。従って、ここに示された結果は、三つの限定された場合をすべて包括している。この様にして、相対論的無衝突プラズマ中を伝わるイオン音波孤立波の挙動は、相対論的效果とイオン温度の効果に依存して大きく変化することが理解できる。

相対論的プラズマの著しい特徴の一つは、高エネルギー源が要求されることである。相対論的プラズマ中を伝わるイオン群のエネルギーは、そのほとんどが運動エネルギーである。 $v_0/c = 0.1$ の場合には、イオンのエネルギーは 4.7 MeV にも達する。この様なイオン群から成るプリカーサーあるいは孤立波は、放射線帯を含む地球磁気圏や惑星間空間でよく観測されている^{29, 30)}。そのため、ここに示した孤立波は、人工衛星の放射

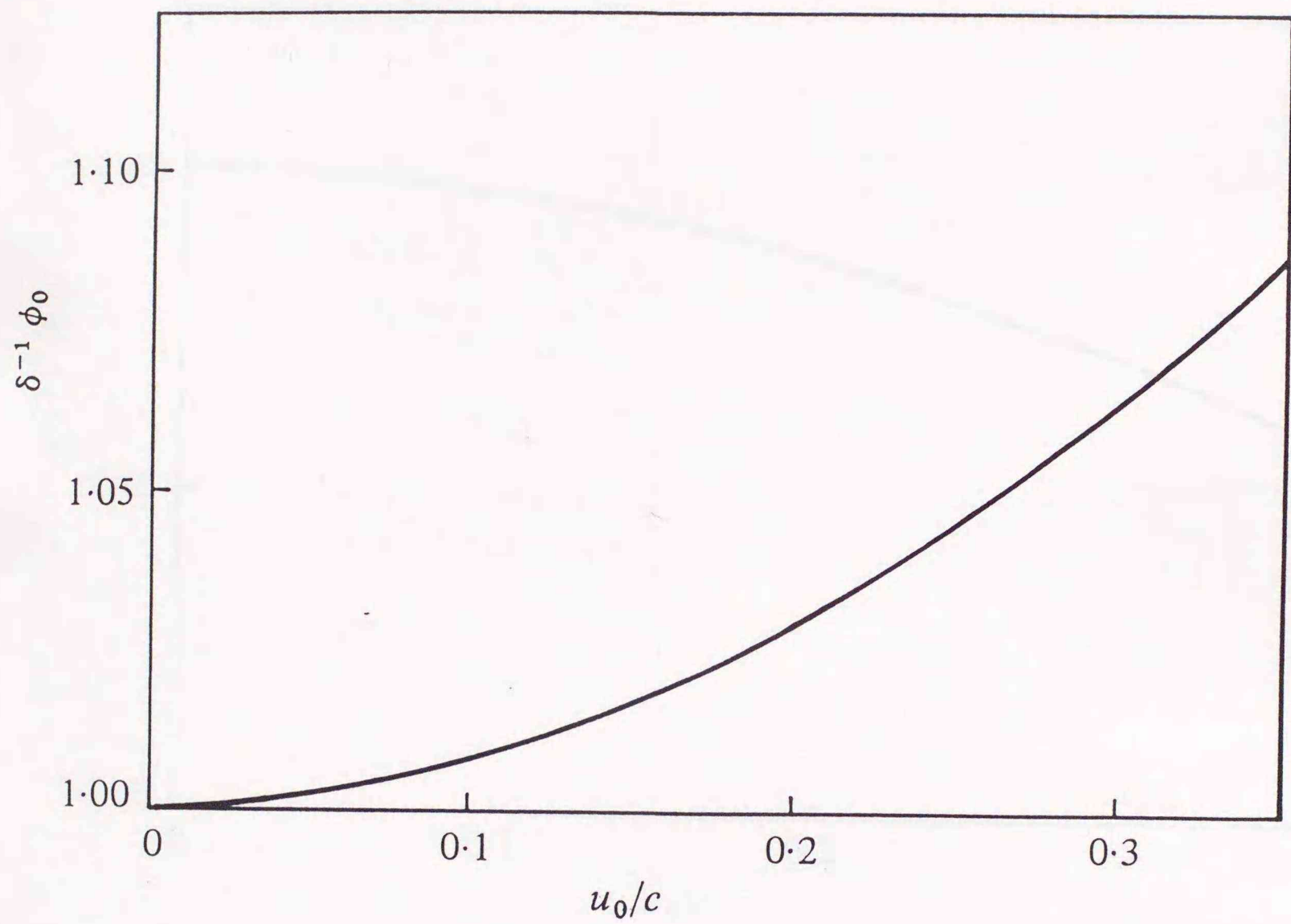


図 4 相対論的効果 u_0/c の関数としての二次元孤立波の振幅 $\delta^{-1}\phi_0$ 。
 δ は固定している。

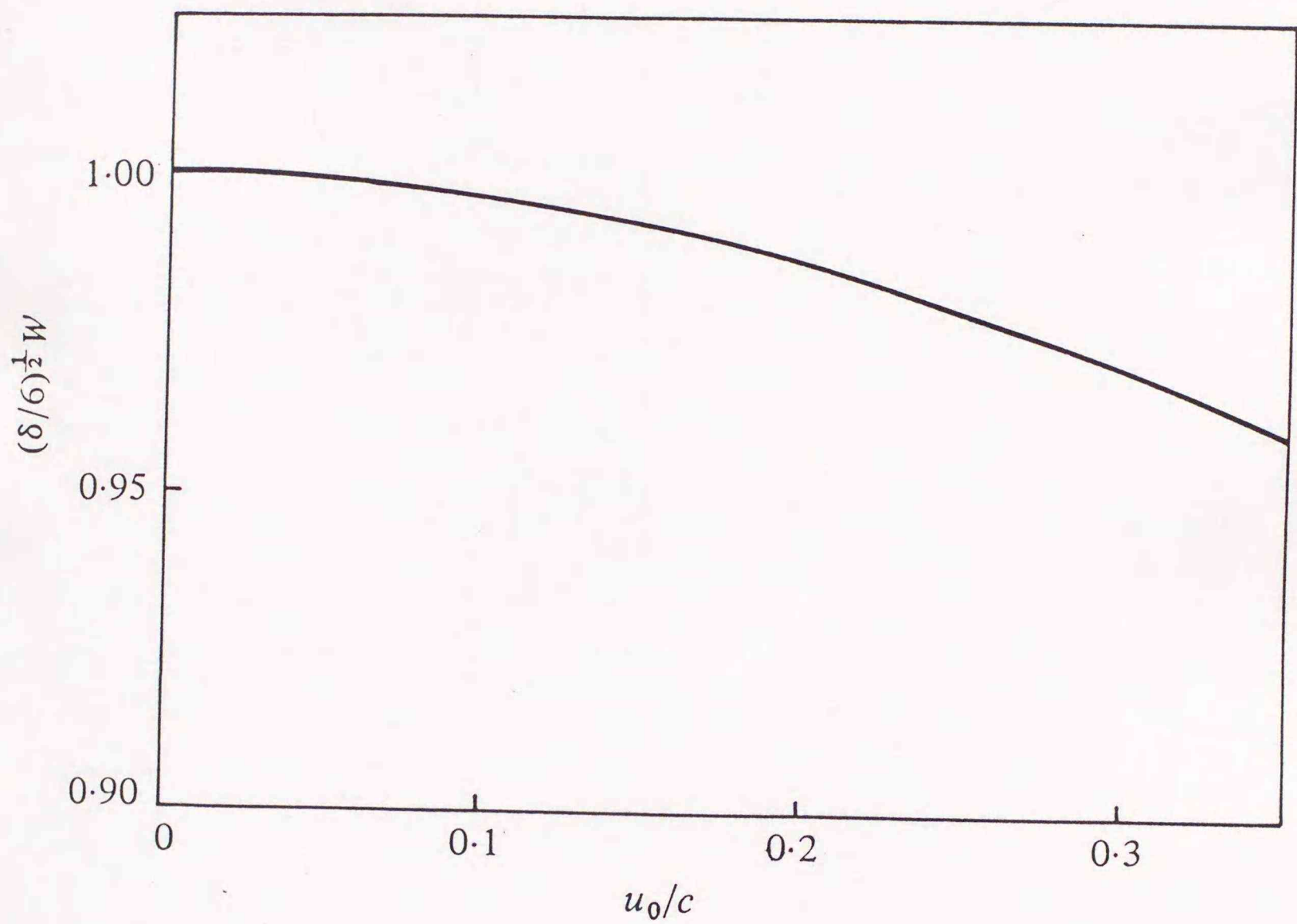


図 5 相対論的效果 u_0/c による二次元孤立波の幅 $(\delta/6)^{1/2} W$ 。
 δ は、固定している。

線損傷や衛星異常放電の原因である、高エネルギープリカーサーの形成過程を記述しているものと考えられる。

本論文²¹⁾

$$\left[\begin{array}{l} \sigma \neq 0 \\ v_0/c \neq 0 \end{array} \right] \quad v_0 + \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right]^{1/2} + O(\gamma_2, \gamma_3) \quad \frac{3u}{\alpha(\gamma_1)} + O(\gamma_2, \gamma_3)$$

Washimi &
Taniuti¹¹⁾

$$\left[\begin{array}{l} \sigma = 0 \\ v_0/c = 0 \end{array} \right] \quad 1 \quad 1 \quad 3u$$

Tagare²⁷⁾

$$\left[\begin{array}{l} \sigma \neq 0 \\ v_0/c = 0 \end{array} \right] \quad (1+3\sigma)^{1/2} \quad \frac{1+6\sigma}{(1+3\sigma)^{1/2}} \quad \frac{3u(1+3\sigma)^{1/2}}{1+6\sigma}$$

Das &
Paul²⁸⁾

$$\left[\begin{array}{l} \sigma = 0 \\ v_0/c \neq 0 \end{array} \right] \quad v_0 + \gamma_1^{-1/2} \quad 1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}} \quad \frac{3u}{1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}}}$$

表 1 § 2.2 の結果とその三つの極限の場合。

2.4.2 二次元孤立波とプリカーサー

二次元イオン音波孤立波においては、一次元孤立波と類似の性質がいくつか見られる。図 3 から判るように、位相速度は、 u_0/c が小さいときには、相対論的效果にあまり影響されないが、 u_0/c が大きくなると、減少する。二次元 K-dV 方程式の非線形係数 α は正であるため、孤立波は、圧縮性孤立波である。図 4 に示されるように、振幅は相対論的效果によって大きな影響を受け、相対論的效果が大きくなると振幅は増大する。孤立波の幅は、相対論的效果の増大につれて、狭くなる(図 5)。孤立波は、伝播につれて非線形性(最大振幅の増大)と分散性(幅の増大)の競合によって、波の前面が急峻化し、多くの孤立波が発生する。そのため、二次元相対論的プラズマにおいても、イオン流の集団であるプリカーサーが生成される³¹⁾。

表 2 において、孤立波の位相速度、非線形係数、分散係数、振幅、幅が示されている。これらを、すでに個別に得られた結果と比較する。但し、 s は一次元の速度を表す。即ち、イオン流の効果と相対論的效果を考慮する場合、 $s = (\omega/k) = v_0 + \gamma_1 [1 - (1/2)k^2]$ となり、両方の効果が無視できる場合、 $s = (\omega/k) = 1 - (1/2)k^2$ となる。

- i) y -方向の変動、相対論的效果とも無視できる場合、得られた結果は、鷲見と谷内¹⁰⁾の結果と同じになる。
- ii) y -方向の変動があつて、相対論的效果が無視できる場合は、Kadomtsev & Petviashvili³²⁾の結果に等しい。
- iii) y -方向の変動がなく、相対論的效果が有効である場合、位相速度、孤立波解は、Das & Paul²⁸⁾あるいは著者による $\sigma = 0$ の結果²¹⁾に一致する。

本論文で得られた二次元相対論的孤立波に関する結果は、上に述べた三つの極限の場合をすべて含んでいる。この様にして、著者は、二次元相対論的イオン音波の特性を初めて明らかにした。この結果を用いて、磁気圏や惑星間空間を飛び交う高エネルギーイオンから成るプリカーサー事象を説明することができる。

	位相速度 λ	非線形係数 $\alpha'(\gamma_1)$	最大振幅 ϕ_0	幅 W
本論文 ²³⁾ $\begin{bmatrix} u_0/c \neq 0 \\ \eta \neq 0 \end{bmatrix}$	$u_0 + \frac{1}{\gamma_1^{1/2}}$	$1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}}$	$\frac{3\delta}{\alpha'(\gamma_1)}$	$\left[\frac{2}{\delta \gamma_1^{1/2}} \right]^{1/2}$
Washimi & Taniuti ¹⁰⁾ $\begin{bmatrix} u_0/c = 0 \\ \eta = 0 \end{bmatrix}$	1	1	$3s$	$\left[\frac{2}{s} \right]^{1/2}$
Kadomtzev & Petviashvili ³²⁾ $\begin{bmatrix} u_0/c = 0 \\ \eta \neq 0 \end{bmatrix}$	1	1	3δ	$\left[\frac{2}{\delta} \right]^{1/2}$
Das & Paul ²⁸⁾ $\begin{bmatrix} u_0/c \neq 0 \\ \eta = 0 \end{bmatrix}$	$u_0 + \frac{1}{\gamma_1^{1/2}}$	$1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}}$	$\frac{3s}{\alpha'(\gamma_1)}$	$\left[\frac{2}{s \gamma_1^{1/2}} \right]^{1/2}$

表 2 §2.3 の結果とその三つの極限の場合。

第三章 相対論的イオン音波の非線形 変調波モード

宇宙空間を伝わる高エネルギー変調イオン音波は、有限波数領域や小波数領域で観測されているが、理論上の説明はなされていない。本章では、この二つの領域における相対論的変調イオン音波の形成と関連性を考える。変調イオン音波の安定性を検討すると、変調安定性と変調不安定性を峻別する臨界波数は相対論的效果に依存して変化することが示される。また、二領域の変調波モードは、この系の分散関係によって互いに結びついていることが示される。これらの変調波モードは、宇宙空間で観測された高エネルギー低周波包絡線孤立波および有限波数の変調包絡線孤立波と同定される。

§ 3.1 相対論的イオン音波の変調安定性と変調不安定性

多くのプラズマモデルの中にあって、孤立波は、主に K -dV方程式と非線形Schrödinger方程式で記述されてきた。プラズマ粒子の速度が光速よりもずっと小さい時には、イオン音波の挙動は非相対論的挙動を示すが、粒子の速度が光速と比較できるほどの高速になると、相対論的效果が強く効いてくる。相対論的プラズマにおいては、Langmuir波や電磁波の伝播は、レーザープラズマ相互作用あるいは宇宙空間現象の対象として研究されてきた。しかし、相対論的プラズマ中の変調イオン音波については不明の点が多く、よく研究されてはいない。高エネルギー静電イオン音波の非線形変調現象が宇宙空間観測において示唆されているが、それに対し理論的に相対論的非線形変調波の現象を解明しようとする研究はほとんどな

されていない。最近、著者によって、相対論的プラズマ中の一次元および二次元イオン音波孤立波が、長波長領域において示された^{21, 23)}。しかしながら、相対論的イオン音波の非線形変調波モードに関する知見は、今日に至るまで明らかにされていない。そのため、相対論的イオン変調波モードを研究することは大変意味深い。

本章の目的は、1)小波数領域と有限波数領域での相対論的イオン変調波モードの結合を調べること、2)波の包絡線変調の安定性が相対論的效果により、どのように変化するかを研究すること、3)本章の結果を空間プラズマ中で観測された実際的な状況へ応用し、本理論の妥当性を確かめること、である。極端に大きい波数領域の波動は、ここでは取り扱わない。このような立場においては、孤立波モードが消失する臨界波数が定義され、臨界波数の相対論的效果に対する依存性が期待される。また、ここでの結果が、すでに得られている結果を包含する、より一般的な結果となっているため、本理論がさらに広範囲に応用できることも示される。

磁化されていないプラズマ中を伝わる、小さいが有限振幅のイオン音波を考える。考えるプラズマの大きさは、電子の Debye 長さよりずっと大きく、プラズマは準中性である。波の低周波振動に対し、電子の慣性及び電子捕捉の様な現象は無視できるとしているため、電子の運動は、平均化の結果キャンセルされる。即ち、電子の運動は考えなくてよい。プラズマは、熱い等温電子と冷たいイオンから成る流体と考えられ、その各々の速度分布は、Maxwell 型分布をしている。ここでは、低周波の非線形波の運動が考えられており、イオン音波が電場に平行に伝わりと仮定されているので、我々は、相対論的プラズマ中のイオン音波を観測する。また、イオン流速は、光速の $1/10$ 程度の弱い相対論的效果を有しており、それ故、イオン音波が一次元的に伝わる時、摂動のない状態において、イオン流は高速で流れていると仮定している。この系の基礎方程式は、(2.a)-(2.d)で示されている。今、次の展開

$$\begin{bmatrix} n \\ v \\ n_e \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ v_0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \sum_{l=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} n_{l^{(n)}} \\ v_{l^{(n)}} \\ n_{e, l^{(n)}} \\ E_{l^{(n)}} \end{bmatrix} \exp [i l(k x - \omega t)], \quad (30)$$

及び座標変換

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \varepsilon (x - \lambda t) \\ \tau &= \varepsilon^2 t \end{aligned} \right\}, \quad (31)$$

を用いる。ここに v_0 , ε , λ は、それぞれイオン流の速度、小さい展開パラメーター、群速度 $\partial \omega / \partial k$ を表す。 λ は、コンパティビリティ条件 (36) から定義される。すべての物理量は実条件 $F_{+l}^{(n)} = F_{-l}^{(n)*}$ を満たしている。 $F_{+l}^{(n)}$ は、 $n_{l^{(n)}}$, $v_{l^{(n)}}$, $n_{e, l^{(n)}}$, $E_{l^{(n)}}$ を表し、一般に複素量である。 $*$ 印は、複素共役を意味する。(30), (31) 式を方程式 (2.a)–(2.d), (4) へ代入することによって、 ε の各オーダーに対応する方程式の組を得られる。

ε の一次のオーダーに対し次の関係が得られる。

$$v_{\pm 1}^{(1)} = \frac{\omega - kv_0}{k} n_{\pm 1}^{(1)}, \quad (32.a)$$

$$n_{e, \pm 1}^{(1)} = \gamma_1 \left[\frac{\omega - kv_0}{k} \right]^2 n_{\pm 1}^{(1)}, \quad (32.b)$$

$$E_{\pm 1}^{(1)} = \mp i \gamma_1 \frac{(\omega - kv_0)^2}{k} n_{\pm 1}^{(1)}, \quad (32.c)$$

但し、境界条件は、 $|x| \rightarrow \infty$ の時、 $n, n_e \rightarrow 1, v \rightarrow 0, E \rightarrow 0$ であ

る。線形分散関係は、 $l = \pm 1$ に対し

$$(\omega - kv_0)^2 = \frac{k^2}{\gamma_1 (1 + k^2)}, \quad (33)$$

である。

ε の二次のオーダーにおいては、 $l = 0$ の項は、

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (n_0^{(1)}) = \frac{\partial}{\partial \xi} (v_0^{(1)}) = \frac{\partial}{\partial \xi} (n_{e,0}^{(1)}) = 0, \quad (34)$$

$$E_0^{(2)} = 0, \quad (35)$$

を与える。また、 $l = \pm 1$ の項は、コンパティビリティ条件

$$\lambda(\gamma_1) = v_0 + \gamma_1 \left[\frac{\omega - kv_0}{k} \right]^3 = \frac{\partial \omega}{\partial k}, \quad (36)$$

を生ずる。これは群速度そのものである。 $l = 2$ の項は、

$$n_2^{(2)} = \left[2 + \frac{1}{3k^2} + \frac{1}{6} \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 - \frac{4\gamma_2}{3\gamma_1} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right) \left(1 + \frac{1}{4k^2} \right) \right] \{n_1^{(1)}\}^2, \quad (37.a)$$

$$v_2^{(2)} = \frac{\omega - kv_0}{k} \left[1 + \frac{1}{3k^2} + \frac{\gamma_1}{6} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 - \frac{4\gamma_2}{3\gamma_1} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right) \left(1 + \frac{1}{4k^2} \right) \right] \{n_1^{(1)}\}^2, \quad (37.b)$$

$$n_2^{(2)} = \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3k^2} + \frac{2}{3} \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 - \frac{\gamma_2}{3\gamma_1} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right) \left(1 + \frac{1}{k^2} \right) \right] \{n_1^{(1)}\}^2, \quad (37.c)$$

$$E_2^{(2)} = -i\gamma_1 \frac{(\omega - kv_0)^2}{k} \left[1 + \frac{2}{3k^2} + \frac{1}{3} \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 - \frac{2\gamma_2}{3\gamma_1} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right) \left(1 + \frac{1}{k^2} \right) \right] \{n_1^{(1)}\}^2, \quad (37.d)$$

$$\gamma_2 = \frac{3}{2} \frac{v_0}{c^2},$$

をもたらす。

ε の三次のオーダーに対し、 $l=0$ の項は

$$n_0^{(2)} = -\frac{1}{1 - \gamma_1(\lambda - v_0)^2} \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \left[1 + \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 - 2\gamma_2 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^3 \{ |n_1^{(1)}|^2 - C \} \right]^2 \\ = n_{e,0}^{(2)}, \quad (38.a)$$

$$v_0^{(2)} = -\frac{1}{1 - \gamma_1(\lambda - v_0)^2} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right) \left[2 + \gamma_1^2 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^4 - \gamma_1^3 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^6 - 2\gamma_1^2 \gamma_2 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^7 \right] \\ \times \{ |n_1^{(1)}|^2 - C \}, \quad (38.b)$$

を与える。C は ξ に依らない積分定数である。 ε の三次のオーダーの $l=1$ の項は非線形 Schrödinger 方程式

$$i \frac{\partial n_1^{(1)}}{\partial \tau} + P(\gamma_1) \frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \xi^2} + Q(\gamma_1, \gamma_2) |n_1^{(1)}|^2 n_1^{(1)} + R(\gamma_1, \gamma_2) n_1^{(1)} = 0, \quad (39)$$

をもたらす。各係数は、次の様に定義されている。

$$P(\gamma_1) = -\frac{3}{2} \gamma_1^2 \frac{\omega - kv_0}{k^4}, \quad (40)$$

$$Q(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{\omega - kv_0}{2} \left\{ -\frac{1}{k^2} - \frac{\gamma_1}{2} \left(1 - \frac{3}{C^2 \gamma_1^2} \right) \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 + \frac{\gamma_1}{2} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^4 + \frac{\gamma_1^2 (\omega - kv_0)^4}{3 k^6} - \frac{\gamma_1^3 (\omega - kv_0)^6}{3 k} + \frac{1}{1 - \gamma_1 (\lambda - v_0)^2} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \left[\left[1 + \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \right]^2 - Q_1(\gamma_1, \gamma_2) \right] + Q_2(\gamma_1, \gamma_2) \right\}, \quad (41.a)$$

$$Q_1(\gamma_1, \gamma_2) = 4 \gamma_2 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^3 \left[1 + \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 - \gamma_2 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^3 \right] \quad (41.b)$$

$$Q_2(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{5 \gamma_2}{3 \gamma_1} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right) \left\{ \frac{1}{k^2} + \frac{\gamma_1}{5} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \right\}$$

$$\times \left[1 - \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{k^2} \right) \right] \\ - \frac{8\gamma_2}{5\gamma_1} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right) \left(1 + \frac{1}{4k^2} \right) \Bigg\}, \quad (41.c)$$

$$R(\gamma_1, \gamma_2) = - \frac{\omega - kv_0}{k} \left\{ 4 + \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1(\lambda - v_0)^2} \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \right. \\ \times \left[\left[1 + \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \right]^2 - 2\gamma_2 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^3 \right. \\ \left. \left. \times \left[1 + \gamma_1 \left(\frac{\omega - kv_0}{k} \right)^2 \right] \right] \right\} C. \quad (42)$$

ここで、方程式 (39) の左辺の最後の項 $R(\gamma_1, \gamma_2)$ は、適当な変数変換によって消すことができる。

§ 3.2 安定性の解析

非線形 Schrödinger 方程式の振幅に対する波の包絡線の安定性を考える。いま、方程式 (39) において

$$n_1^{(1)}(\xi, \tau) = \rho^{1/2}(\xi, \tau) \left\{ i \frac{\sigma(\xi, \tau)}{2P} d\xi \right\}, \quad (43)$$

とおく。 $\rho(\xi, \tau)$, $\sigma(\xi, \tau)$ は、実関数の振幅および位相を表す。

(43) 式を方程式 (39) へ代入すると、 ρ と σ の結合した方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \sigma) = 0, \quad (44.a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} + \sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} &= 2PQ \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \\ &+ P^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{\rho^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{\rho^{1/2}} \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (44.b)$$

が得られる。(44.a), (44.b) を

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \sigma_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \rho \\ \delta \sigma \end{bmatrix} \exp \{ i(K\xi - \Omega \tau) \}, \quad (45)$$

で展開する。但し、 $\rho_0 \gg \delta \rho$, $\sigma_0 \gg \delta \sigma$ である。(45) 式を方程式 (44.a), (44.b) へ代入することにより、分散関係

$$\Omega = \{ \sigma_0 \pm [-P(2\rho_0 Q - PK^2)]^{1/2} \} K, \quad (46)$$

が得られる。以下の考察において、分散係数と非線形係数の積 PQ の符号を問題にする。しかし、分散効果が非線形効果よりずっと大きい $2\rho_0 Q \gg PK^2$ の場合は、非線形変調現象を考察する上で意味を持たないため、ここでは考えない。

I $PQ < 0$ の場合の安定性

振幅が大きく、非線形効果が強いときには $PK^2 \ll 2\rho_0 Q$ であるので、(46) 式は

$$\Omega = \{ \sigma_0 \pm [2\rho_0 PQ + (PK)^2]^{1/2} \} K, \quad (47)$$

となる。 $PQ < 0$ であることから、(47) 式の根号の中は Q の符号によらず正になる。この Ω を (45) 式の指数部へ戻すと、波の増大(発散)や減衰の様な不安定性が生じないことが判る。この場合、イオン音波は非線形変調に対し安定に伝わるため、変調安定であると言う。

変調安定な場合の方程式 (39) の解は、簡単な解析により、次の様な形で得られる

$$n_1^{(1)}(\xi, \tau) = [\rho_0(1 - \alpha^2 \operatorname{sech}^2 \zeta)]^{1/2}$$

$$\times \exp \left\{ i \left[\frac{\sigma_0}{\alpha s_0} \arcsin \frac{\alpha \tan \zeta}{(1 - \alpha^2 \operatorname{sech}^2 \zeta)^{1/2}} + \frac{1 + \alpha^2}{2} \rho_0 \sigma \tau \right] \right\}.$$

ここで各変数は次のように定義されている。

$$\zeta = \frac{\alpha v_0}{2P} (\xi - v_0 \tau)$$

$$s_0 = (|2PQ| \rho_0)^{1/2}$$

$$\alpha = (1 - T^2)^{1/2}$$

$$T = |\rho_0| / s_0$$

この波形は、図 6-(a) に示されている様に、摂動によって波動が局所的に減少した形をとる。これを暗い包絡線孤立波と言う。境界条件として、 $|\xi| \rightarrow \infty$ で $\rho \rightarrow \rho_0$, $\sigma \rightarrow \sigma_0 < 0$ を用いた。

II $PQ > 0$ の場合の安定性

非線形性が重要と考えられる $2\rho_0 Q \gg PK^2$ の場合、(46) 式は $PQ > 0$ により

$$\Omega = \left\{ \sigma_0 \pm i(2\rho_0 PQ)^{1/2} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{PK^2}{2\rho_0 Q} \right]^{1/2} \right\} K, \quad (48)$$

と変形される。(48) 式を (45) 式の指数部へ代入すると、(48) 式の右辺第二項の虚数部により、非線形波は増大（発散）あるいは減衰する。従って、 $PQ > 0$ の場合、イオン音波は非線形変調に対し不安定になる。これを変調不安定性と言う。不安定性の最大成長率は $(2\rho_0 PQ)^{1/2} K$ である。

I の場合と同様に、変調不安定な場合の解を境界条件 $|\xi| \rightarrow \infty$ で $\rho \rightarrow 0$, $\sigma \rightarrow 0$ の下で求める。まず

$$n_1^{(1)} = f(\xi) \exp \left[i \frac{Q}{2} A^2 \tau \right]$$

とおくと、 $f(\xi)$ に対する解は容易に求まる。そのため、変調不安定の場合の $n_1^{(1)}$ に対する解は

$$n_1^{(1)}(\xi, \tau) = A \operatorname{sech} \left\{ \left[\frac{Q}{2P} \right]^{1/2} \xi \right\} \exp \left[i \frac{QA^2}{2} \tau \right]$$

と得られる。 A は振幅を表す。図 6-(b) はこの解の波形を示したものであるが、波の非線形効果によって波が局所的に増幅された形状を呈している。これを明るい包絡線孤立波と言う。

以上述べた様に、非線形 Schrödinger 方程式の安定性の規準は、分散係数と非線形係数によって特徴付けられ、 $P(\gamma_1)Q(\gamma_1, \gamma_2) < 0$ の時は変調安定であり、 $P(\gamma_1)Q(\gamma_1, \gamma_2) > 0$ の時には変調不安定である³³⁾。 $P(\gamma_1)$ と $Q(\gamma_1, \gamma_2)$ は、角周波数 ω と波数 k に基因する相対論的效果に強く依存しているため、積 $P(\gamma_1)Q(\gamma_1, \gamma_2)$ が符号の変化を被る波数 k の値を見つけないといけない。この手続きは、相対論的效果 γ_1 に依存する臨界波数 $k_c(\gamma_1)$ を定義する。もし、 $\omega \neq kv_0$ かつ $\omega > kv_0$ ならば、 $P(\gamma_1)$ は常に負であるため、 $Q(\gamma_1, \gamma_2) = 0$ となる k の値を捜さなければならない。

分散関係 (33) を用いることによって、非線形結合係数 (41.a) は、次の様に変形できる。

$$Q(\gamma_1, \gamma_2) = - \frac{\gamma_1^3 (\omega - kv_0)^7}{12k^8 (k^4 + 3k^2 + 3)} [W_1(k, \gamma_1) - \Gamma(k, \gamma_1, \gamma_2) W_2(k) + \Gamma^2(k, \gamma_1, \gamma_2) W_3(k)] , \quad (49)$$

ここに

$$\Gamma(k, \gamma_1, \gamma_2) = 2 \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}} \frac{1}{(1 + k^2)^{1/2}} , \quad (50)$$

$$W_1(k, \gamma_1) = w_1 k^{10} + w_2 k^8 + w_3 k^6 + w_4 k^4 + w_5 k^2 - 12 , \quad (51.a)$$

$$w_1 = 3 \left[1 - \frac{3}{(c\gamma_1)^2} \right],$$

$$w_2 = 3 \left[2 - \frac{15}{(c\gamma_1)^2} \right],$$

$$w_3 = -3 \left[2 + \frac{30}{(c\gamma_1)^2} \right],$$

$$w_4 = -29 - \frac{81}{(c\gamma_1)^2},$$

$$w_5 = -3 \left[10 - \frac{9}{(c\gamma_1)^2} \right],$$

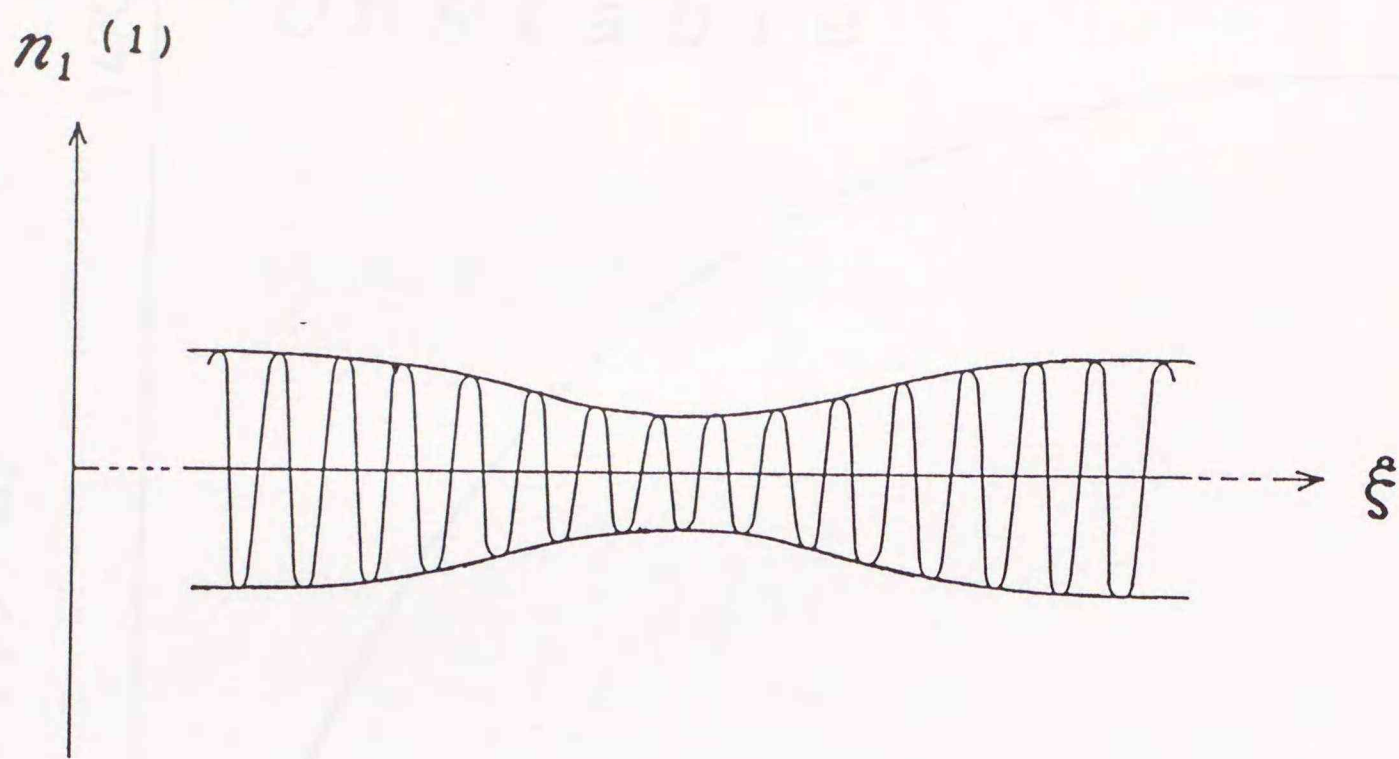
$$W_2(k) = 6k^{10} + 22k^8 + 20k^6 - 14k^4 - 30k^2 - 12, \quad (51.b)$$

$$W_3(k) = 4k^{12} + 25k^{10} + 66k^8 + 85k^6 + 49k^4 + 6k^2 - 3, \quad (51.c)$$

である。方程式 (49) の分母は正であるので、我々は、数値計算によって臨界波数 $k_c(\gamma_1)$ を得ることができる。 $k_c(\gamma_1)$ は Debye 波数 k_D によって表される。また、この臨界波数の相対論的效果による変動に備えるため、 k_c の値を詳細に求める。図 7 には、 v_0/c の関数として臨界波数 $k_c(\gamma_1)$ が描かれている。数値計算に当たって、 $\Gamma^2(k, \gamma_1, \gamma_2) \sim 0$ と近似した。

図 7 から判る様に、変調安定性は $k < k_c(\gamma_1)$ の領域で生じ、変調不安定性は $k > k_c(\gamma_1)$ の領域で生ずる。即ち、臨界波数は相対論的效果に依存して変化することが理解される。また、曲線上では、非線形波は消失し、線形波が伝わることが判る。

(a)



(b)

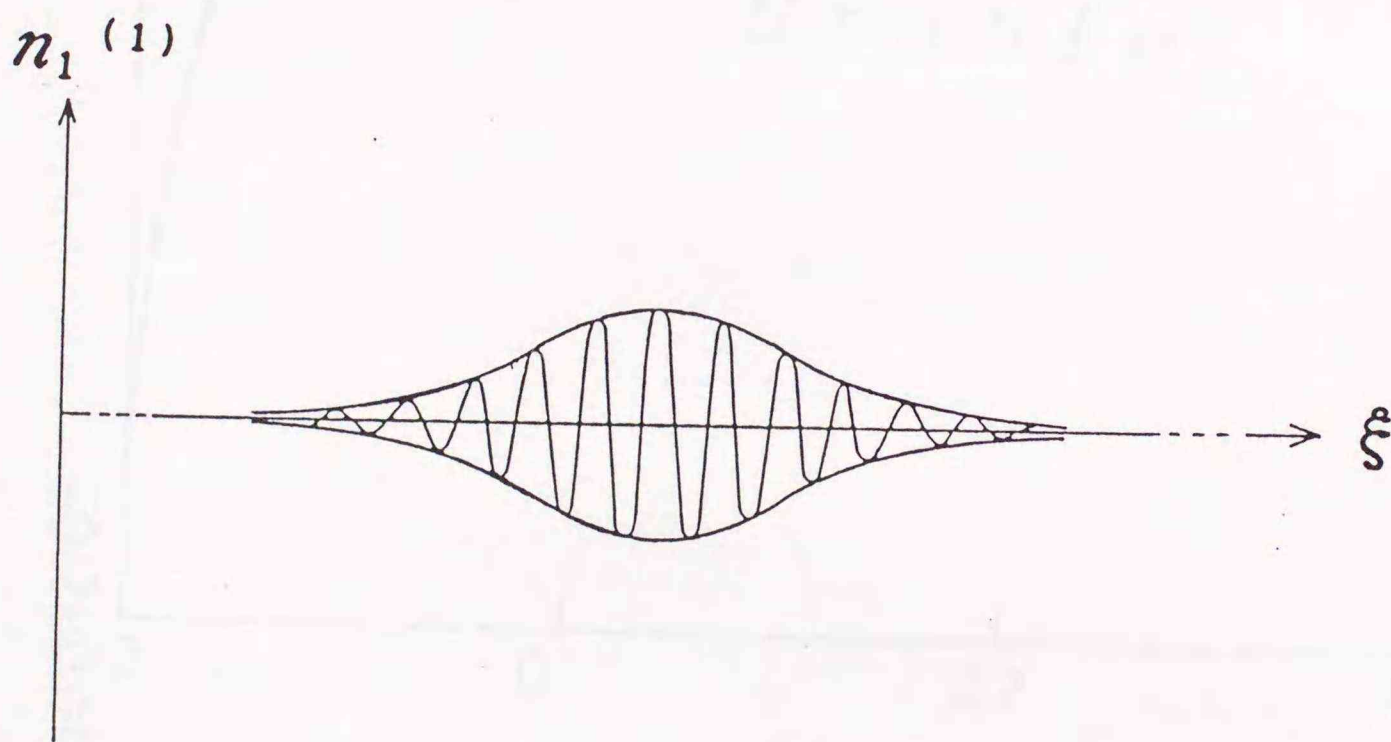


図 6-(a) 変調安定な場合の暗い包絡線変調孤立波

(b) 変調不安定な場合の明るい包絡線変調孤立波

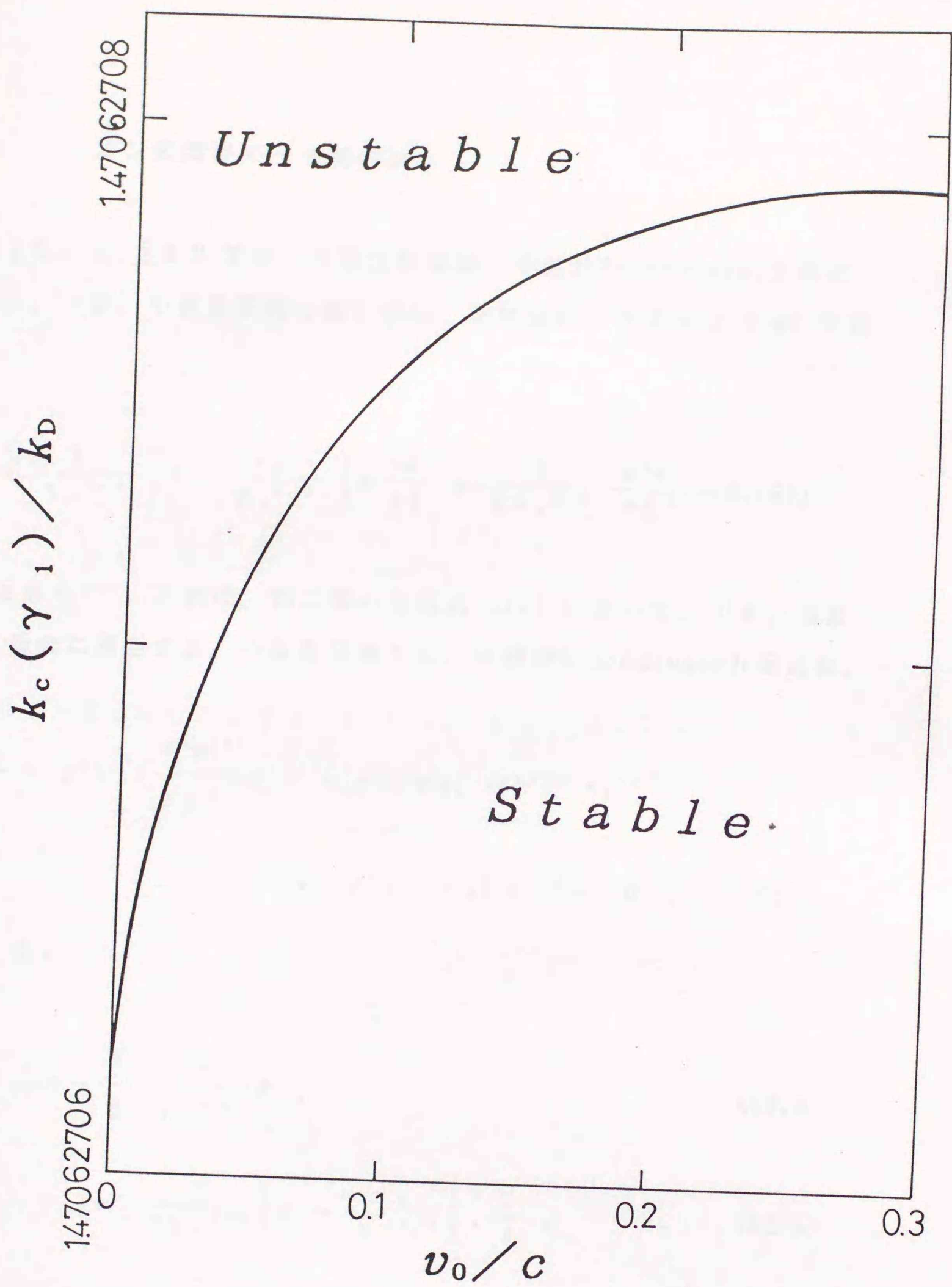


図 7 臨界波数 $k_c(\gamma_1)$ の相対論的効果 v_0/c に対する依存性。

§ 3.3 イオン変調波モード間の結合

§ 3.1 と § 3.2 では、有限波数領域で非線形 Schrödinger 方程式を導いた。一方、小波数領域においては、相対論的プラズマは K-dV 方程式

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + \frac{1}{\gamma_1^{1/2}} \left[1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}} \right] n \frac{\partial n}{\partial \xi} + \frac{1}{2\gamma_1^{1/2}} \frac{\partial^3 n}{\partial \xi^3} = 0, \quad (52)$$

に支配される²¹⁾。これは、第二章の方程式 (11) において、イオン温度が 0 の場合に相当する。小波数領域では、非線形 Schrödinger 方程式は、

$$i \frac{\partial n_1^{(1)}}{\partial \zeta} + p(\gamma_1) \frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \eta^2} + q(\gamma_1, \gamma_2) |n_1^{(1)}|^2 n_1^{(1)} + r(\gamma_1, \gamma_2) n_1^{(1)} = 0, \quad (53)$$

となる。但し、

$$p(\gamma_1) = -\frac{3}{2} \frac{1}{\gamma_1^{1/2}} k, \quad (54.a)$$

$$q(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{3\gamma_1^{1/2}} \left[1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}} \right]^2 \frac{1}{k}, \quad (54.b)$$

$$r(\gamma_1, \gamma_2) = -\frac{2}{3} \frac{1}{\gamma_1^{1/2}} \left[1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}} \right]^2 \frac{1}{k} C, \quad (54.c)$$

と定義されている。C は積分定数を表す。

方程式 (52) で、展開

$$n = \sum_{m=1}^{\infty} \mu^m \sum_{l=-\infty}^{\infty} n_l^{(m)}(\eta, \zeta) \exp [i l (k \xi - \delta \tau)] ,$$

及び 変数

$$\eta = \mu (\xi - \chi \tau) ,$$

$$\zeta = \mu^2 \tau ,$$

を用いた。方程式 (53) において、分散係数 $p(\gamma_1)$ は負であり、非線形結合係数 $q(\gamma_1, \gamma_2)$ は正である。従って、この場合、イオン音波は小波数領域で変調安定性を示す。

有限波数領域と小波数領域におけるイオン変調波モードのつながりを調べる。このことを示すために、有限波数領域の非線形 Schrödinger 方程式が小波数領域でのそれとつながるか否かを考える。 $k \rightarrow 0$ の極限では、分散係数 (40) 及び非線形係数 (41.a) は、分散関係により

$$P(\gamma_1) \xrightarrow{k \rightarrow 0} -\frac{3}{2} \frac{1}{\gamma_1^{1/2}} k , \quad (55.a)$$

$$Q(\gamma_1, \gamma_2) \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{1}{3} \frac{1}{\gamma_1^{1/2}} \left[1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1^{3/2}} \right]^2 \frac{1}{k} , \quad (55.b)$$

となる。(55.a) は (54.a) に等しく、(55.b) は (54.b) に等しい。そのため、波の包絡線は変調安定性を示すことが判る。

非相対論的な場合、即ち、 $v_0/c \rightarrow 0$, $\gamma_1 \rightarrow 1$, $\gamma_2 \rightarrow 0$ の時には、分散関係、群速度、 $P(\gamma_1)$ 、 $Q(\gamma_1, \gamma_2)$ 、 $R(\gamma_1, \gamma_2)$ は、それぞれ

$$\omega^2 = \frac{k^2}{1 + k^2}, \quad (56.a)$$

$$\lambda = \left(\frac{\omega}{k} \right)^3, \quad (56.b)$$

$$P = -\frac{3}{2} \frac{\omega^5}{k^4}, \quad (56.c)$$

$$Q = \frac{\omega}{2} \left[-\frac{1}{k^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{k} \right)^4 + \frac{1}{3} \frac{\omega^4}{k^6} - \frac{1}{3} \left(\frac{\omega}{k} \right)^6 \right. \\ \left. + \frac{1}{1 - \lambda^2} \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \right]^2 \right], \quad (56.d)$$

$$R = -\frac{\omega}{2} \left[4 + \frac{1}{1 - \lambda^2} \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 \right]^2 \right], \quad (56.e)$$

となる。更に、小波数領域の極限においては、分散係数 (56.c) と 非線形結合係数 (56.d) は、それぞれ

$$P \xrightarrow[k \rightarrow 0]{} -\frac{3}{2} k, \quad (57.a)$$

$$Q \xrightarrow[k \rightarrow 0]{} \frac{1}{3k}, \quad (57.b)$$

となる。方程式 (56.a) - (57.b) は、すでに得られた静止イオンに対する結果と一致している³⁴⁾。

非相対論的な(あるいは静止イオンの)場合に得られた結果³⁵⁾によ

ると、変調不安定性は $k > k_c$ において生じ、変調安定性は $k < k_c$ の場合に生ずることが判っている。ただし、 $k_c = 1.4706 k_D$ であり、 k_D は、Debye波数を表している。本章で得られた結果の非相対論的な場合、即ち、 $v_0 \rightarrow 0$ の場合には、臨界波数 $k_c(\gamma_1)$ は、 $1.4706 k_D$ である。この結果は、文献35の結果に一致している。上に述べた各モードの関係は、表3にまとめてある¹⁷⁾。

上に述べた事実によって、我々は有限波数領域における非線形 Schrödinger方程式及び小波数領域における K-dV 方程式によって記述される各イオン変調波モードの関係が、分散関係を通して結合していることを示した。この様に、ここに展開された結果は、静止イオンに対して得られた結果をも包括している。そのため、本章において展開された理論は、高エネルギーイオン音波に対して適用できる他、静止イオンのイオン音波にたいしても有効性を発揮する結果を与えている。

§ 3.4 本章の結果と空間観測結果との対応

イオン音波の包絡線の摂動は、弱い相対論的プラズマ中における非線形自己相互作用によって、容易に変調される。そのため、ここに得られた結果と放射線 (Van Allen) 帯の高エネルギー粒子や高エネルギー太陽粒子流を含む空間観測の結果との対応を考える。

弱い相対論的プラズマの著しい特徴の一つは、高エネルギープラズマ源が必要とされることである。 $v_0/c \sim 0.1$ と 0.2 に対するイオン(陽子)のエネルギーは、各々 4.7 MeV と 18.8 MeV であるので、相対論的変調イオン音波は、地球放射線 (Van Allen) 帯^{29, 36)} や高エネルギー太陽粒子流の成分である高エネルギー陽子^{19, 20, 37)} と密接に関係している。 10 MeV を越えるエネルギーを持つ太陽宇宙線の密度やポテンシャルは

変調され、そしてこれは黒点の活動や高速太陽風に大きく依存している。
 宇宙線の変調現象とは、単位核子あたりのエネルギー分布を両対数グラフ
 にとると、 10^4 MeV/nucleon 以上では直線状に並ぶが、 10^3 MeV 以下では
 直線からずれることをいう。これは太陽風の影響によると考えられている。
 1 MeV–70 MeV の範囲のエネルギーを持つ太陽宇宙線は、太陽活動が穏や
 かな時でさえ、強い変調を生じている³⁸⁾。この現象を考える場合、太陽
 風プラズマのイオン流の速度は光速に近いため、相対論的效果が重要であ
 る。相対論的效果が $v_0/c \sim 0.1$ 、即ち、 $v_0 = 3 \times 10^4$ km/s の時、パ
 ラメーター γ_1 は、 ~ 1.015 である。この場合、角周波数 $\omega \sim 10^3$ MHz
 (周波数 $f = 1.6 \times 10^2$ Hz)、波数 $k \sim 33.3$ m⁻¹ (波長 $\lambda = 0.188$ m)
 を仮定すれば、これらの値は有限波数領域における分散関係 (33) を満た
 す。また、小波数領域では、角周波数 $\omega \sim 20$ MHz ($f = 31.85$ MHz)、波数
 $k \sim 0.628$ m⁻¹ ($\lambda = 10$ m) を仮定すれば、これらの値は分散関係 (18) を
 満たす。波数 k は、 $k = 2\pi/\lambda$ の関係から波長 λ によって換算できる
 ことに注意する。他方、次の様な事実が、太陽フレアに伴って発生して
 いることが知られている。太陽電波バーストの、観測された角周波数は
 $\omega = \sim 10$ MHz から $\sim 4 \times 10^4$ MHz、また観測された波長は ~ 0.01 m から
 ~ 10 m の範囲をカバーしている。この波長を波数に換算すると、 0.628
 m^{-1} から 628m^{-1} となる。いま、 $\sim 10^{13} - 10^{14} \text{m}^{-3}$ のプラズマ密度と
 $10^5 - 10^6$ K の温度を仮定すると、Debye波数は $\sim 10^2$ から $2 \times 10^2 \text{m}^{-1}$ の
 範囲をカバーしている。この様な状況においては、不安定なイオン音波
 が伝わることを示される。Lin 達は、III型太陽電波バーストにおいて、非
 線形波動-波動相互作用によりイオン音波が観測されたことを示した¹⁶⁾。
 その観測データによると、 $v_0/c \sim 0.78$ 、即ち $v_0 = 2.35 \times 10^5$ km/s
 のイオン流速に対し、角周波数 $\omega = 94.25$ Hz のイオン音波周波数 ($f =$
 15 Hz) と $k = 4 \times 10^{-7} \text{m}^{-1}$ の波数が観測されている。これらのパラメータ
 を本研究から得られた小波数分散関係 (18) に代入すると、左辺の値と
 右辺の値は一致する。従って、Lin 達の論文の中で得られたデータは、低

周波のバースト波が長波長イオン音波であることを示している。このことは、本章の長波長イオン音波に対して得られた理論的結果が、長波長イオン音波の観測結果と一致することを示している。この様に、周波数と波数の間の分散関係が、本理論と観測データとの間で定量的に一致することが明らかになった。

数値的な対応はここでは調べないが、次のような事実も報告されている。1) 高調波イオン音波の発生が波動観測によって検出されている³⁷⁾。これを非線形波動-波動相互作用に基ずく非線形自己相互作用によるイオン音波の非線形変調現象と解釈することができる。2) 高速イオン流をブリカーサーと考えると、これは高エネルギー太陽フレア粒子事象¹⁹⁾や高速太陽風の流れ¹⁸⁾において観測されている。これらの事実は、本章において得られた結果と定性的に一致している。

以上述べたように、本章で得られた理論的結果は、観測において認められたいくつかの定量的あるいは定性的な特徴と一致しており、その結果、上に述べた事実は、この研究の妥当性を暗黙のうちに証明するものとなっている。著者は、高エネルギー空間プラズマ粒子の直接的観測データを持ち合わせてはいないが、イオン密度やポテンシャルに関する相対論的イオン音波の変調波モードが非線形自己相互作用によって記述されることを仮定することは、論理的であると考えられる。そのため、本章に得られた結果によって、低エネルギー太陽宇宙線のイオン束強度の変調現象³⁸⁾、Ⅲ型太陽電波バーストで発生する非線形変調波モード、あるいは地球の放射線(Van Allen)帯の中を伝わるイオン音波の包絡線変調波現象を解釈することができる。

§ 3.5 まとめ

本章で得られた結果は、以下の様にまとめることができる。

(i) 相対論的イオン音波包絡線の非線形変調現象に対する安定性の規
準は、相対論的效果に依存して変化することを初めて明らかにした。
イオン振動モードは、波数が臨界波数より上にあるか下にあるかに従
って、変調不安定性あるいは変調安定性を示す。実際、§ 3.4 に示し
た様に、変調不安定なイオン音波は、主に、太陽大気中や惑星間空間
中を伝わっている。臨界波数は、図 6 に示した様に、相対論的效果
に強く依存している。相対論的效果が無視できる場合には、臨界波数
は相対論的效果に依らず、 $1.4706 k_D$ の値を与えるが、これは非相対
論的解析によって得られた値に一致する。小波数領域においては、相
対論的イオン振動モードは、変調安定であることも、初めて明らかに
された。

(ii) K-dV 方程式の分散係数と非線形係数は、有限波数領域で導かれ
た非線形 Schrödinger 方程式の小波数の極限における各係数に一致
することを示した。更に、K-dV 方程式の振動解は、非線形 Schrödi
nger 方程式を満たすことを明らかにした。また小波数領域における K
-dV 方程式で記述される相対論的イオン変調波モードと有限波数領
域における非線形 Schrödinger 方程式によって記述される相対論的イ
オン変調波モードの関係は、分散関係によってつながっている
ことを立証した。

(iii) 以上の結果は、次のような空間観測から得られた多くの重要な
特徴を説明できる。

(a) 観測結果と定性的に一致する事実

1) 1 MeV を越えるエネルギーを持つプロトンは、地球の放射
線帯、Ⅲ型太陽電波バースト、 γ 線バーストそして高速
太陽風の流れにおけるプリカーサー事象として観測にかかっ
ている。

2) 高調波イオン音波の不安定性や変調不安定なイオン音波は、
太陽電波バースト中や磁気圏における高エネルギー事象の波動

観測によって検出されている。これらは、得られた有限波数領域の分散関係を満たす。

- 3) 1 MeV 以上のエネルギーを持つプロトンに対する宇宙線の密度変動現象は、太陽風に起因している。太陽風と太陽活動の間には相関関係が存在するが、たとえ太陽活動が穏やかな時ですら、強い変動現象が生じていることは事実である。

(b) 観測結果と定量的に一致する事実

Ⅲ型太陽電波バースト中で観測された長波長イオン音波振動モードの周波数と波数（あるいは波長）は、本章で示された相対論的イオン音波の有限波数領域と小波数領域の間の分散関係を満たしている。

以上の様に、宇宙空間の衛星や探査機に悪影響を及ぼしている高エネルギー変動包絡線孤立波の実体は、低周波領域、有限波数領域を問わず存在しており、互いに他と結合して運動していることが明らかになった。それ故、著者は、この章で得られた結果が、相対論的效果を持つ高エネルギープラズマ波動の挙動を理解する上で極めて有効な手段を提供しており、その意味では、ここでのアプローチは宇宙空間を伝播する Langmuir 波や電磁波の非線形伝播の研究にも応用できる。

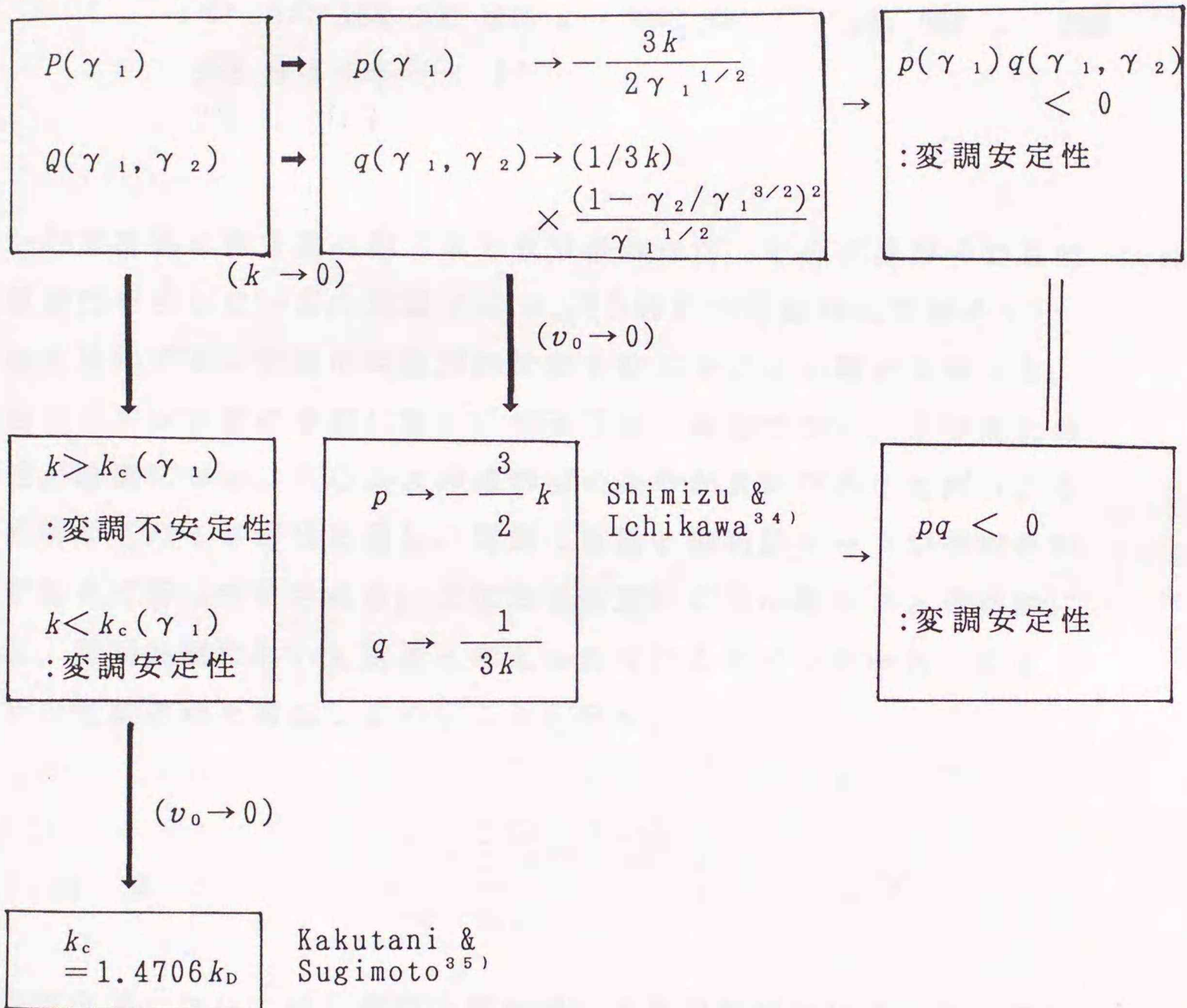
本論文 Nejoh¹⁷⁾

表 3 有限波数領域と小波数領域の間のイオン音波変調波モード間の関連性。 $v_0 \rightarrow 0$ は、静止イオンに対する非相対論的な場合を示す。

第四章 相対論的イオン音波のスパイク状孤立波、電気二重層、爆発的モード

K-dV方程式の孤立波は第二章で取り扱ったが、その非線形項は最低次の非線形性を示していた。本章では K-dV方程式の非線形項が極めて小さく、相対論的イオン音波の非線形的挙動を記述できない場合を考える。この場合、イオン音波の挙動に対し K-dV孤立波は有効でなく、より高次の非線形性が重要になる。この高次非線形項の符号が負になることから、その孤立波解がスパイク形状を呈し、電気二重層と爆発的モードが生成されることが初めて明らかにされる。この三者は互いに他のモードと相補的に生成され、空間観測において重要と考えられているポテンシャル、密度、電場などの微細構造を構成していることを示す。

§ 4.1 緒言

宇宙空間においては、衛星や探査機による波動観測によって、これまでほとんど未知であったポテンシャル、電場、密度などの物理量の微細構造が明らかにされるに従い、宇宙開発あるいは宇宙観測における高エネルギー波動成分の重要性が叫ばれるようになった^{14, 24)}。この微細構造は、スパイク状孤立波、電気二重層、爆発（バースト）的モードから構成されている。これら三つの非線形波動モードは、次の様に言い表すことができる。

- 1) イオン音波孤立波は、従来の研究においては、釣り鐘型の形状をとるものがほとんどであったが、最近の空間観測の結果によると、高エ

エネルギー波動において、波の最大振幅が尖った形状をしている孤立波がよく観測にかかっている。そのため、これをスパイク状孤立波と呼んでいる。

- 2) 電気二重層は、正と負の対の電荷層が近接して、定常的に存在する一種の二重シースを言い、電場が極めて強い、ポテンシャルの飛び（ギャップ）が存在する、異常抵抗が観測される、イオンは加速され、電子は減速される、などの特徴を持つ。電気二重層は本質的に非線形進行波であるが、強電場の存在のため、宇宙空間のプラズマ粒子に対する粒子加速器として作用している。
- 3) 爆発（バースト）的モードは宇宙空間の高エネルギー現象の波動観測において、しばしば検出される現象である。バーストは、場が局所的に保持しているエネルギーのほとんどを、数ミリ秒あるいは数秒のうちに放出する現象であり、非線形波動モードの一種として捉えることができる。

このような微細構造に基づく現象は宇宙空間の観測において極めて重要な地位を占めているが、微細構造を解明するための理論は、現状では、ほとんど展開されていない。著者は第二章において、相対論的プラズマ中のイオン音波の非線形性を考慮することにより $K-dV$ 方程式を導き、その孤立波をプリカーサーと共に示した。ところが、この $K-dV$ 方程式の非線形項は最低次の非線形性を表す項であり、この項の波に対する効果が極めて小さい場合には、 $K-dV$ 孤立波は消失してしまう。この場合、イオン音波の挙動は $K-dV$ 方程式の非線形項より高次の非線形項が支配するようになる²²⁾。本章に示す解析において、高次非線形項を含む非線形方程式から、スパイク状孤立波の他、電気二重層、爆発的モードが得られる。これらは、将に観測された微細構造の成分を構成している。従って、高次非線形性を考慮することは微細構造の解明の問題と密接に関連しており、宇宙工学上の問題を引き起こしている高エネルギー波動を検討する上で、極

めて重要である。

§ 4.2 混合型修正 K-dV 方程式

本章で考えるプラズマは、等温電子と熱いイオンの混合流体から成る無衝突の非磁化プラズマである。その中を、イオン音波が一次元的に伝わる時、イオン流速は弱い相対論的速度を持ち、従って、流れるイオンの効果は、無摂動の状態においても存在すると仮定する。この様なプラズマの動力学は、連続の方程式、運動量輸送の方程式、断熱イオンに対する状態方程式、Poisson の方程式で表される。そのため、我々は、第二章の方程式 (1.a)–(1.d) 及び方程式 (3)–(4) を用いる。すでに述べたように、各物理量は、すべて規格化されている。

4.2.1 修正 K-dV 方程式

方程式 (1.a)–(1.d) を解くために、展開 (6.a)–(6.e) と座標変換 (5.a)–(5.b) を用いることによって、K-dV方程式 (11) が導かれた。その非線形係数 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ は、

$$\begin{aligned} \alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) &= 1 + 6\sigma - \frac{21}{2}\sigma \left[\frac{2}{3}\gamma_2 \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right]^{1/2} + \gamma_3 s \right] \\ &\quad - \gamma_2 \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right]^{1/2} \left[\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} - \sigma \left[2 - \frac{s}{v_0} \right] \right] \\ &\quad + O(\gamma_2^2, \gamma_2\gamma_3, \gamma_3^2), \quad (58) \end{aligned}$$

である。 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ の右辺の値が極めて小さいと仮定すると、K-dV 孤立波は消え、その近傍では、より高次の非線形項を考慮しなければならない。

K-dV 孤立波が消失する近傍での相対論的イオン音波を考慮するためには、K-dV 方程式の非線形項より高次の非線形性を考慮しなければならない。そのため、非線形イオン音波の空間的変動が、時間的変動よりずっと大きいと仮定する。この場合のプラズマを支配する非線形方程式を導くため、修正した座標変換

$$\begin{aligned}\xi &= \varepsilon (x - st) , \\ \tau &= \varepsilon^3 t ,\end{aligned}\tag{59}$$

を用いる。展開 (6.a)–(6.e) と (59) 式を方程式 (1.a)–(1.d) へ代入すると、 ε の最低次の方程式は、

$$\phi_1 = n_1 = \frac{v_1}{S} = \frac{p_1}{3 \left[1 - \frac{2}{3} \gamma_2 S - \gamma_3 S \right]} ,\tag{60}$$

と得られる。 S は方程式 (8) で定義されている。

ε の次の次数に対して、摂動の二次の量は、

$$\begin{aligned}\phi_2 &= n_2 - \frac{1}{2} \phi_1^2 , \\ &= \frac{v_2}{S} + \frac{1}{2} \phi_1^2 ,\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3 \left[1 - \frac{2}{3} \gamma_2 S - \gamma_3 S \right]} \left\{ p_2 - \left[3^2 \left[1 - \frac{2}{3} \gamma_2 S - \gamma_3 S \right]^2 + 2 \gamma_2 S \left(2 - \frac{S}{v_0} - 2 \gamma_2 S \right) \right] \frac{\phi_1^2}{2} \right\} \quad (61)$$

と表され、また、

$$2 \alpha (\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} = 0, \quad (62)$$

が得られる。

ε の更に高次の方程式に対し、三次の量 $n_3, v_3, \partial \phi_3 / \partial \xi$ は、関係式 (8) または (9) 式によって消去されるため、二次と一次の量だけからなる方程式

$$\mathcal{L}_1(\phi_1) + \mathcal{L}_2(\phi_1, \phi_2, n_2, v_2, p_2) = 0, \quad (63)$$

を得る。ここに

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1(\phi_1) = & 2 S N \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} \\ & + S \left\{ -\frac{3}{2} + \gamma_1 S^2 \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\gamma_2 S \left[S^2 + \left[\gamma_1 S^2 - 1 \right] \left[2 - \frac{S}{v_0} - 2\gamma_2 S \right] \right] \\
& - 3\gamma_4 S^2 [S^2 - 2\sigma(1 - 2\gamma_2 S)] \} \times \phi_1^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \\
& + S \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} , \tag{64. a}
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_2(\phi_1, \phi_2, n_2, v_2, p_2)$$

$$\begin{aligned}
& = \left[1 + \gamma_1 S^2 - 2\gamma_2 S^3 + 2\sigma\gamma_2 \left[2 - \frac{S}{v_0} - 2\gamma_2 S \right] S \right] \frac{\partial}{\partial \xi} (\phi_1 v_2) \\
& + 3\sigma \left[1 - \frac{2}{3}\gamma_2 S - \gamma_3 S \right] v_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \\
& + 3\sigma \left[1 - \frac{2}{3}\gamma_2 S - \gamma_3 S \right] \left[3 \left[1 - \frac{2}{3}\gamma_2 S - \gamma_3 S \right] \phi_1 \frac{\partial v_2}{\partial \xi} \right. \\
& \quad \left. + S p_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \right] + S \left[-3\sigma \left[1 - \frac{2}{3}\gamma_2 S - \gamma_3 S \right] n_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \right. \\
& \quad \left. + \frac{\partial}{\partial \xi} (\phi_1 n_2) \right] - S \frac{\partial}{\partial \xi} (\phi_1 \phi_2) , \tag{64. b}
\end{aligned}$$

である。ここで、

$$N = \gamma_1 S + \sigma\gamma_2 \left[1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right] ,$$

また、

$$\gamma_3 = \frac{v_0^3}{c^4},$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2c^2},$$

である。方程式 (9), (60), (61) を方程式 (63) へ代入することにより、
修正 K-dV 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + \frac{\beta(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)}{2N} \phi_1^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \\ + \frac{1}{2N} \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0, \end{aligned} \quad (65)$$

を得る。非線形係数は、

$$\beta(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_4)$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \gamma_1 S^2 - \frac{(\gamma_1 S^2 - 1)^2}{\sigma} + \frac{1}{2} \frac{(\gamma_1 S^2 - 1)^3}{\sigma^2}$$

$$+ \gamma_2 S \left[5S^2 + (-2 + 2\gamma_1 S^2 - 2\sigma\gamma_2 S - 3\sigma\gamma_3 S) \right.$$

$$\left. \times \left[2 - \frac{S}{v_0} - 2\gamma_2 S \right] \right]$$

$$- 3\gamma_4 S^2 [S^2 - 2\sigma(1 - 2\gamma_2 S)]$$

$$\begin{aligned}
= & -2 - 6\sigma \left[2\gamma_2 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right)^{1/2} + 3\gamma_3 s \right] \\
& + \gamma_2 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right)^{1/2} \left[5 \frac{1+3\sigma}{\gamma_1} + 6\sigma \left(2 - \frac{s}{v_0} \right) \right] \\
& + \frac{7}{2} \sigma \left[2\gamma_2 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right)^{1/2} + 3\gamma_3 s \right]^2 \\
& - \sigma \gamma_2 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right)^{1/2} \left[12\gamma_2 s \right. \\
& \quad \left. + \left(\frac{15}{\gamma_1} + 2 - \frac{s}{v_0} \right) \left(\frac{2}{3} \gamma_2 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right)^{1/2} + \gamma_3 s \right) \right] \\
& - 3\gamma_4 \left(\frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right) \left(-2\sigma + \frac{1+3\sigma}{\gamma_1} \right), \tag{66}
\end{aligned}$$

である。ここで $\gamma_2, \gamma_3 \sim O(1/c)$, $\gamma_2^2, \gamma_2\gamma_3, \gamma_3^2, \gamma_4 \sim O(1/c^2)$ であることに注意すると、 $\beta(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$ の値はほとんど -2 の近傍にある。 $\beta(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) < 0$ の場合に伝わる非線形波は、未だに示されていない。そのため、著者は以下の議論において、 $\beta(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4) < 0$ の場合に伝わる非線形イオン音波を検討する。

4.2.2 混合型修正 K-dV方程式

K-dV 孤立波がほとんど消失するような領域での相対論的イオン音波の非線形的挙動を検討するため、K-dV型(二次)及び修正K-dV型(三次)の

非線形性を含む混合型修正K-dV方程式を導く。方程式 (61) と (62) を結合すると、運動量輸送方程式 (1.b) は、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} - \gamma_1 S \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + \sigma \frac{\partial p_2}{\partial \xi} \\ & + \left[\frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2 S \right] \frac{\partial}{\partial \xi} (v_1)^2 - \sigma n_1 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} \\ & = \alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \frac{\partial}{\partial \xi} (\phi_1)^2, \end{aligned} \quad (67)$$

に直される。

いま、 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ のオーダーを $O(\varepsilon^0)$ ではなくて $O(\varepsilon)$ と仮定すると、方程式 (67) の右辺のオーダーは $O(\varepsilon^4)$ であり、 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \sim O(\varepsilon^0)$ の場合の右辺のオーダー、即ち、 $O(\varepsilon^3)$ においては 0 となる。この時、 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \partial / \partial \xi (\phi_1)^2$ の項を、展開 (6.a) - (6.e) および (59) 式を用いて展開した運動量方程式 (1.b) の ε の高次の方程式へ組み込まなければならない。このような繰り込み操作を実行すると、方程式 (1.b) は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \phi_3}{\partial \xi} - \gamma_1 S \frac{\partial v_3}{\partial \xi} + \sigma \frac{\partial p_3}{\partial \xi} \\ & + (\gamma_1 - 2\gamma_2 S) \frac{\partial}{\partial \xi} (v_1 v_2) - \sigma \left[n_1 \frac{\partial p_2}{\partial \xi} + n_2 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} \right] \\ & + 2\gamma_2 v_1^2 \frac{\partial v_1}{\partial \xi} - \gamma_4 S \frac{\partial}{\partial \xi} (v_1)^3 + \sigma n_1^2 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} + \gamma_1 \frac{\partial v_1}{\partial \tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} - \gamma_1 S \frac{\partial v_2}{\partial \xi} + \sigma \frac{\partial p_2}{\partial \xi} \\
& + \left[\frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2 S \right] \frac{\partial}{\partial \xi} (v_1)^2 - \sigma n_1 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} = 0, \quad (68)
\end{aligned}$$

と直される。方程式 (60), (61) を用いて、二次の量 v_2 , p_2 , ϕ_2 及び三次の量 v_3 , p_3 , ϕ_3 を消去し、 τ を $N = \gamma_1 S + \sigma \gamma_2 \times (1 + v_0^2/c^2)$ で規格化することによって、混合型修正 K-dV 方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \alpha \phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \beta \phi^2 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \phi}{\partial \xi^3} = 0, \quad (69)$$

を得る。ここに、 $\phi_1 = \phi$ とおいた。また、簡単化のため、非線形係数 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ および $\beta(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$ をそれぞれ α および β とおいた。 α は (58) 式で、また β は (66) 式で定義されている。

§4.3 混合型修正 K-dV 方程式の定常解

この節では、初めに混合型修正 K-dV 方程式 (69) の定常解を求めるため、変数 $\eta = \xi - u\tau$ を導入する。 u は定常波の速度である。変

数 η を方程式 (69) へ代入し、2 回積分を行うと、ポテンシャルに対する方程式

$$\left(\frac{d\phi}{d\eta}\right)^2 + \Psi(\phi, u) = 0, \quad (70)$$

$$\Psi(\phi, u) = \frac{\beta}{6} \phi^4 + \frac{2}{3} \alpha \phi^3 - 2u \phi^2, \quad (71)$$

を得る。但し、境界条件は、 $|\eta| \rightarrow \infty$ で $\phi, \frac{\partial \phi}{\partial \eta}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \rightarrow 0$

とした。 $\Psi(\phi, u)$ は、ポテンシャル関数である。

4.3.1 相対論的スパイク状孤立波と爆発的モード

方程式 (70) が一つの重根を持つ場合を考える。この場合、方程式 (70) は、

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\phi}{d\eta}\right)^2 &= -\Psi(\phi, u) \\ &= -\frac{\beta}{6} \phi^2 (\phi - \phi_a)(\phi - \phi_b), \end{aligned} \quad (72)$$

となる。但し、

$$\phi_a = -\frac{2\alpha}{\beta} + \left[\frac{4\alpha^2 + 3\beta u}{\beta^2} \right]^{1/2},$$

$$\phi_b = -\frac{2\alpha}{\beta} - \left[\frac{4\alpha^2 + 3\beta u}{\beta^2} \right]^{1/2},$$

である。いま、 u を $u = -\alpha^2/\beta > 0$ と選ぶと

$$\phi_a = -\frac{\alpha}{\beta} > 0, \quad \phi_b = -\frac{3\alpha}{\beta} > 0,$$

となる。これから、 $\phi_a < \phi_b$ であることが判る。この時、方程式 (72) のポテンシャル関数を図 8 に図示する。図 8 から判るように、方程式 (72) は、 $0 < \phi < \phi_a$, $\phi < 0$ の二つの領域において解を持つ。定常解を求めるため、方程式 (72) を積分する。

$$\left| \left(-\frac{\beta}{6} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0)$$

$$= \int_{\phi}^{\phi_0} \frac{d\phi}{\phi \left[\phi^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right]}, \quad (73)$$

この積分を実行すると、方程式 (73) は、次の各領域に対応する解を持つ。
すなわち

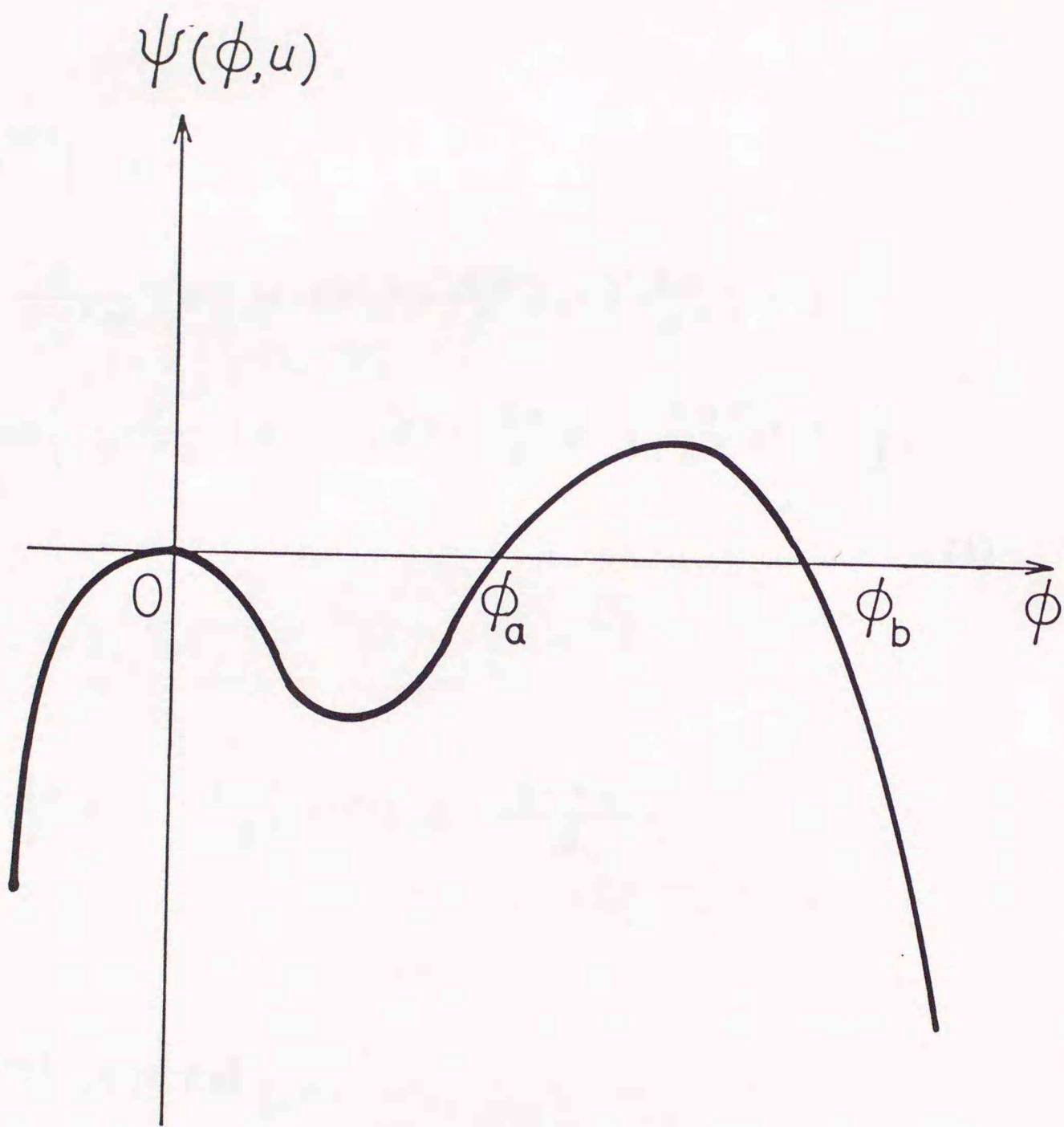


図 8 方程式 (72) のポテンシャル関数 $\Psi(\phi, u)$ の形状。

$$\left| \phi - \left(\phi^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right)^{1/2} \right| \leq \frac{3^{1/2} \alpha}{\beta}$$

の領域に対し

$$\left| \frac{\alpha}{2} \left(-\frac{1}{2\beta} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0)$$

$$= \operatorname{arctanh} \left[\frac{\beta}{3^{1/2} \alpha} \left[\phi_0 - \left(\phi_0^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi_0 + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right)^{1/2} \right] \right] \\ - \operatorname{arctanh} \left[\frac{\beta}{3^{1/2} \alpha} \left[\phi - \left(\phi^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right)^{1/2} \right] \right],$$

(74)

及び

$$\left| \phi - \left(\phi^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right)^{1/2} \right| \geq \frac{3^{1/2} \alpha}{\beta}$$

の領域に対し

$$\left| \frac{\alpha}{2} \left(-\frac{1}{2\beta} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0)$$

$$= -\operatorname{arccoth} \left[\frac{\beta}{3^{1/2} \alpha} \left[\phi_0 - \left(\phi_0^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi_0 + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right)^{1/2} \right] \right] \\ + \operatorname{arccoth} \left[\frac{\beta}{3^{1/2} \alpha} \left[\phi - \left(\phi^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right)^{1/2} \right] \right],$$

(75)

が得られる。 ϕ_0 は波の最大振幅を表す。

方程式 (74) と (75) を書き直すと、それぞれ

$$\phi(\alpha, \beta, \eta; \phi_0)$$

$$= -\frac{3\alpha}{4\beta} \frac{\operatorname{sech}^2 \left[\mathcal{A}(\alpha, \beta; \phi_0) - \left| \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-1}{2\beta} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0) \right]}{1 + \frac{3^{1/2}}{2} \tanh \left[\mathcal{A}(\alpha, \beta; \phi_0) - \left| \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-1}{2\beta} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0) \right]} \quad (76)$$

但し、

$$\mathcal{A}(\alpha, \beta; \phi_0) = \operatorname{arctanh} \left[\frac{\beta}{3^{1/2} \alpha} \left[\phi_0 - \left(\phi_0^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi_0 + \frac{3\alpha^2}{\beta^2} \right)^{1/2} \right] \right]$$

及び

$$\phi(\alpha, \beta, \eta; \phi_0)$$

$$= \frac{3\alpha}{4\beta} \frac{\operatorname{cosech}^2 \left[\mathcal{B}(\alpha, \beta; \phi_0) + \left| \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-1}{2\beta} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0) \right]}{1 + \frac{3^{1/2}}{2} \coth \left[\mathcal{B}(\alpha, \beta; \phi_0) + \left| \frac{\alpha}{2} \left(\frac{-1}{2\beta} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0) \right]} \quad (77)$$

但し、

$$\mathcal{B}(\alpha, \beta; \phi_0) = \operatorname{arccoth} \left[\frac{\beta}{3^{1/2} \alpha} \left[\phi_0 - (\phi_0^2 + \frac{4\alpha}{\beta} \phi_0 + \frac{3\alpha^2}{\beta^2})^{1/2} \right] \right]$$

という解を得る。

$v_0/c = 0.2$, $\sigma = 0.03$ のとき $\alpha/\beta = -1$ である。最大振幅を $\phi_0 = -3\alpha/4\beta$ ととると、 $\phi_0 = 0.75$ となる。この場合、解 (76) は $\eta \rightarrow \eta_0$ の位置で最大振幅となるが、ピークの形状はこれまで知られている孤立波のように丸くはなく、先頭の尖った形の孤立波、即ちスパイク状孤立波を形成している。これは 図 9 に示されている。また、スパイク状孤立波のイオン温度効果および相対論的效果に対する依存性を 図 10 に示す。一方、スパイク状孤立波の場合と同じパラメーターを用いると、解 (77) は 図 11 に示されている様に、 $\eta \rightarrow \eta_0$ の極限においてポテンシャルが発散する爆発的な解の形状を示す。

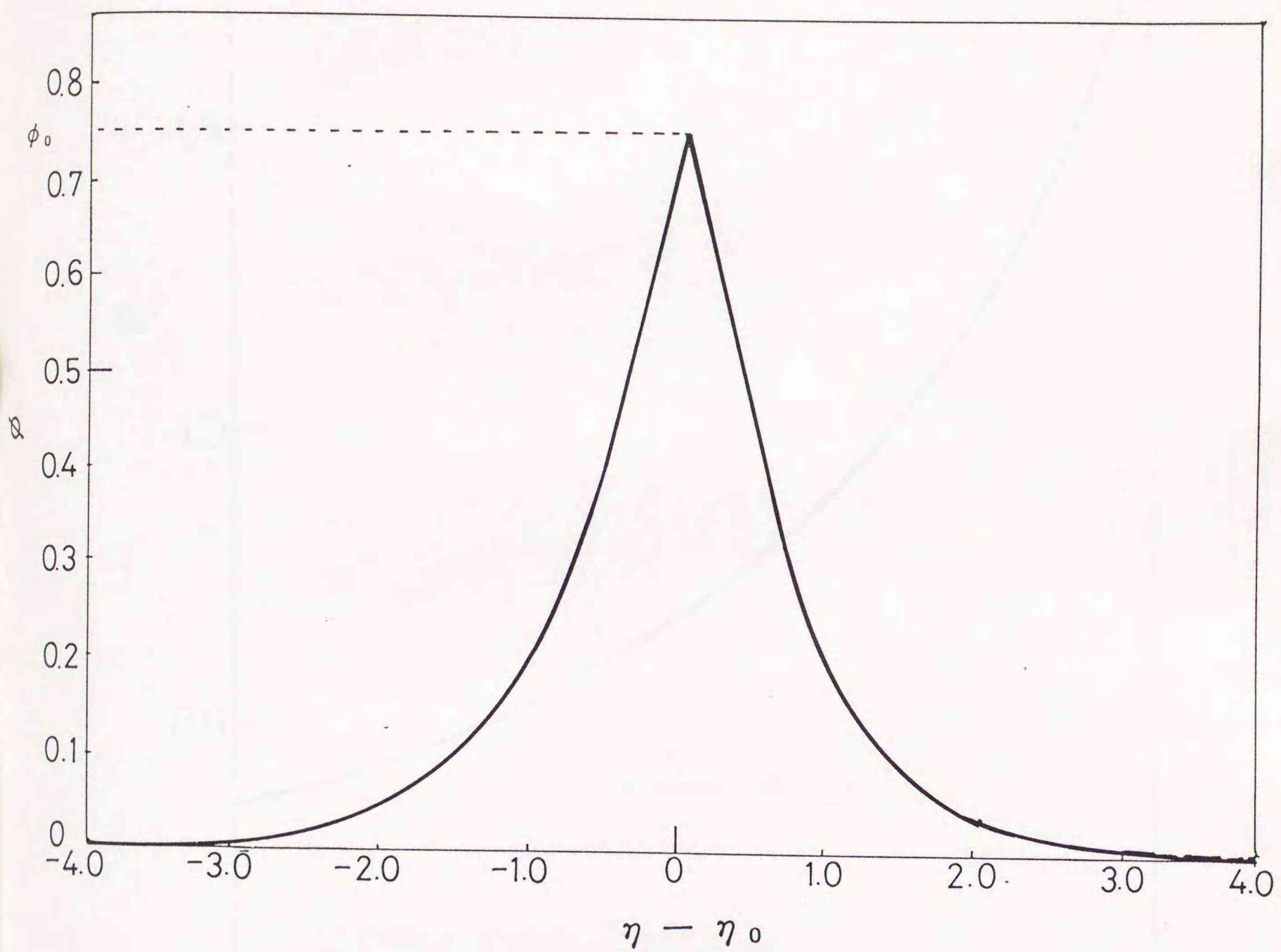


図 9 $v_0/c=0/2$, $\sigma=0.03$ で $\phi_0=0.75$ の場合、方程式 (76) で表されるスパイク状孤立波。

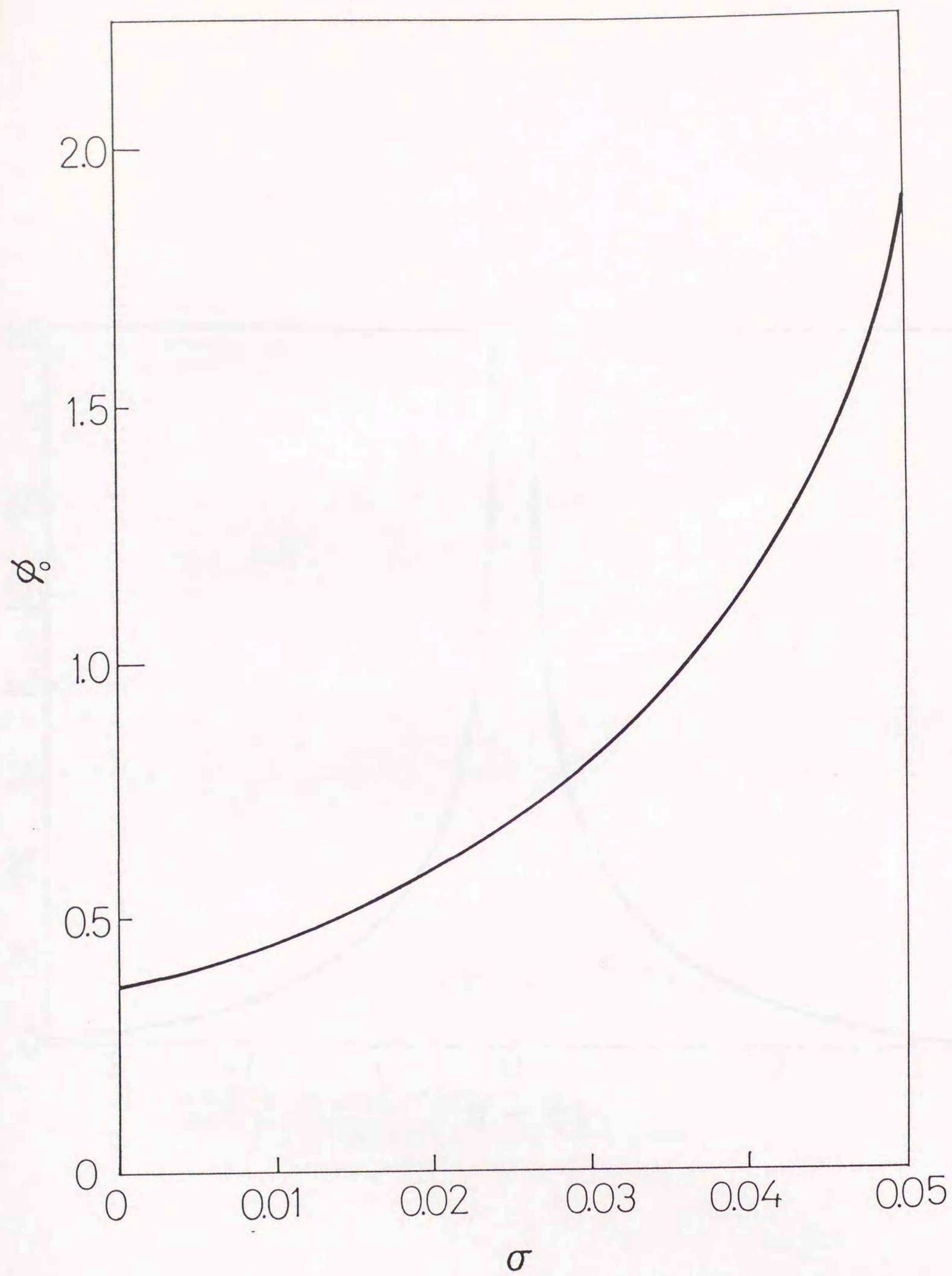


図 10 $v_0/c=0.2$ の場合における、スパイク状孤立波の最大振幅のイオン温度効果 σ に対する依存性。

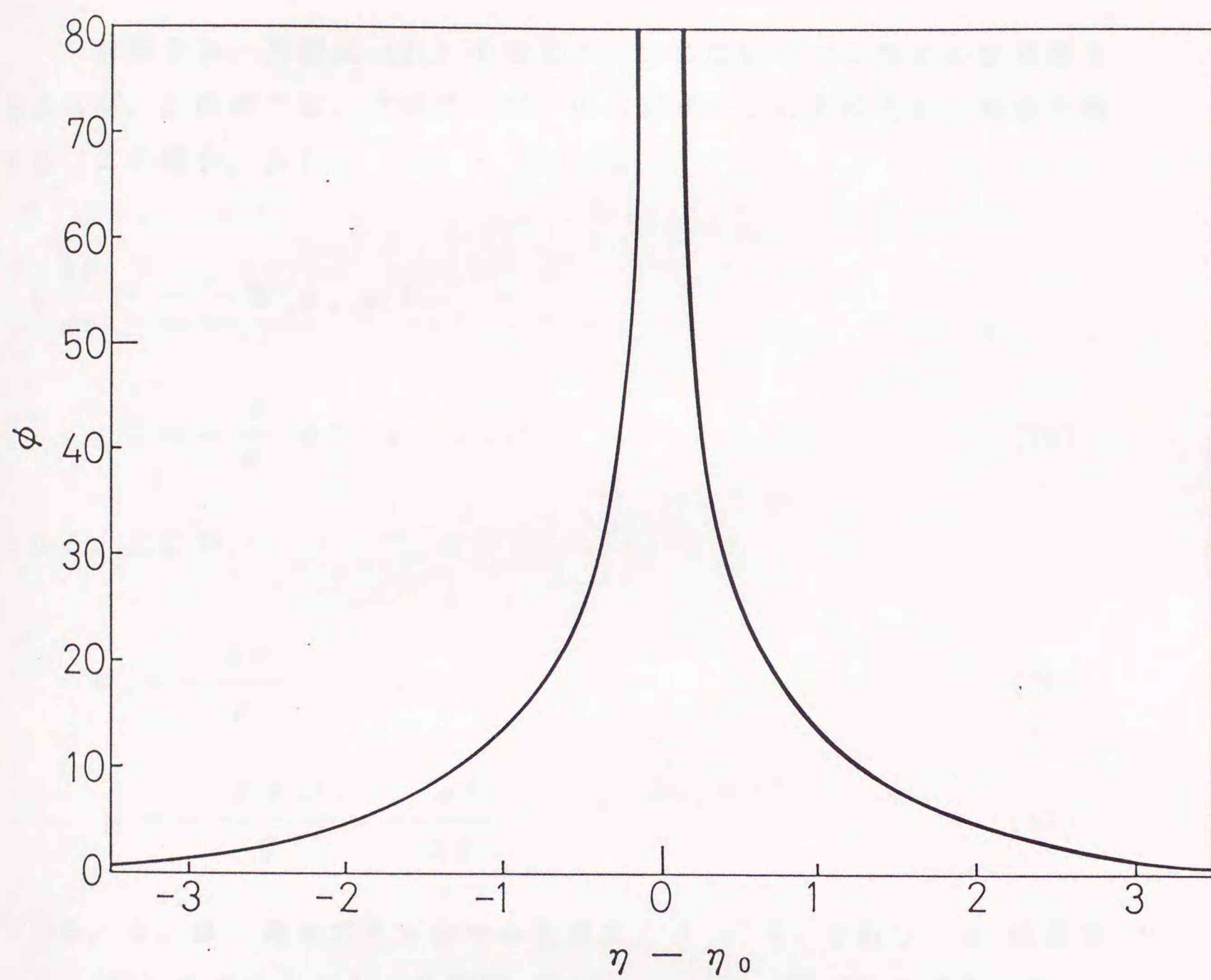


図 11 $v_0/c=0.2$, $\sigma=0.03$ で $\phi_0=0.75$ の場合、方程式 (77) で表される爆発的解。

4.3.2 相対論的電気二重層と爆発的モード

前節では、方程式 (71) の右辺が一つの重根を持つ場合の定常解を考えたが、この節では、方程式 (71) の右辺が二つの重根をもつ場合を考える。この場合、方程式 (70) と (71) は、

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\phi}{d\eta} \right)^2 &= -\Psi(\phi, u) \\ &= -\frac{\beta}{6} \phi^2 (\phi - \phi_m)^2, \end{aligned} \quad (78)$$

となる。ここで、

$$\phi_m = -\frac{2\alpha}{\beta}, \quad (79)$$

$$u = -\frac{\beta \phi_m^2}{6} = -\frac{\alpha^2}{3\beta}, \quad (80)$$

である。 ϕ_m は、最大ポテンシャルを表す。 $\beta < 0$ であり、 α は正である。(78) 式のポテンシャル関数 $\Psi(\phi, u)$ は、図 12 に描かれている。

ここで、次のことに注意する。即ち、電気二重層が存在するためには、ポテンシャル関数 $\Psi(\phi, u)$ は、以下の境界条件を満たさなければならない。

$$\phi \rightarrow 0, \quad \phi_m \quad \text{で} \quad \Psi(\phi, u) \rightarrow 0, \quad (81)$$

$$\phi \rightarrow 0, \phi_m \text{ で } \frac{d\Psi(\phi, u)}{d\phi} \rightarrow 0, \quad (82)$$

$$\phi \rightarrow 0, \phi_m \text{ で } \frac{d^2\Psi(\phi, u)}{d\phi^2} < 0, \quad (83)$$

(79) 式は、境界条件 (81) を満たしており、(80) は、境界条件 (82) を満足している。境界条件 (83) は、 $\phi \rightarrow 0$ で適用すると $u > 0$ を与え、 $\phi \rightarrow \phi_m$ で適用すると $\beta < 0$ を与える。この結果は、仮定に矛盾しない。

方程式 (78) を積分すると、

$$\begin{aligned} \left| \left(-\frac{\beta}{6} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0) &= \int \phi \frac{d\phi}{\phi(\phi - \phi_m)} \\ &= \frac{1}{\phi_m} \left| \frac{\phi - \phi_m}{\phi} \right|, \end{aligned} \quad (84)$$

となる。これは、次の各領域で異なる定常解を持つ。

$0 < \phi < \phi_m$ の領域では、方程式 (84) の解は

$$\begin{aligned} &\phi(\alpha, \beta, \eta; \phi_m) \\ &= \frac{1}{2} \theta(\alpha) \phi_m \left\{ 1 - \tanh \left[\frac{1}{2} \phi_m(\alpha, \beta) \left| \left(-\frac{\beta}{6} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (85)$$

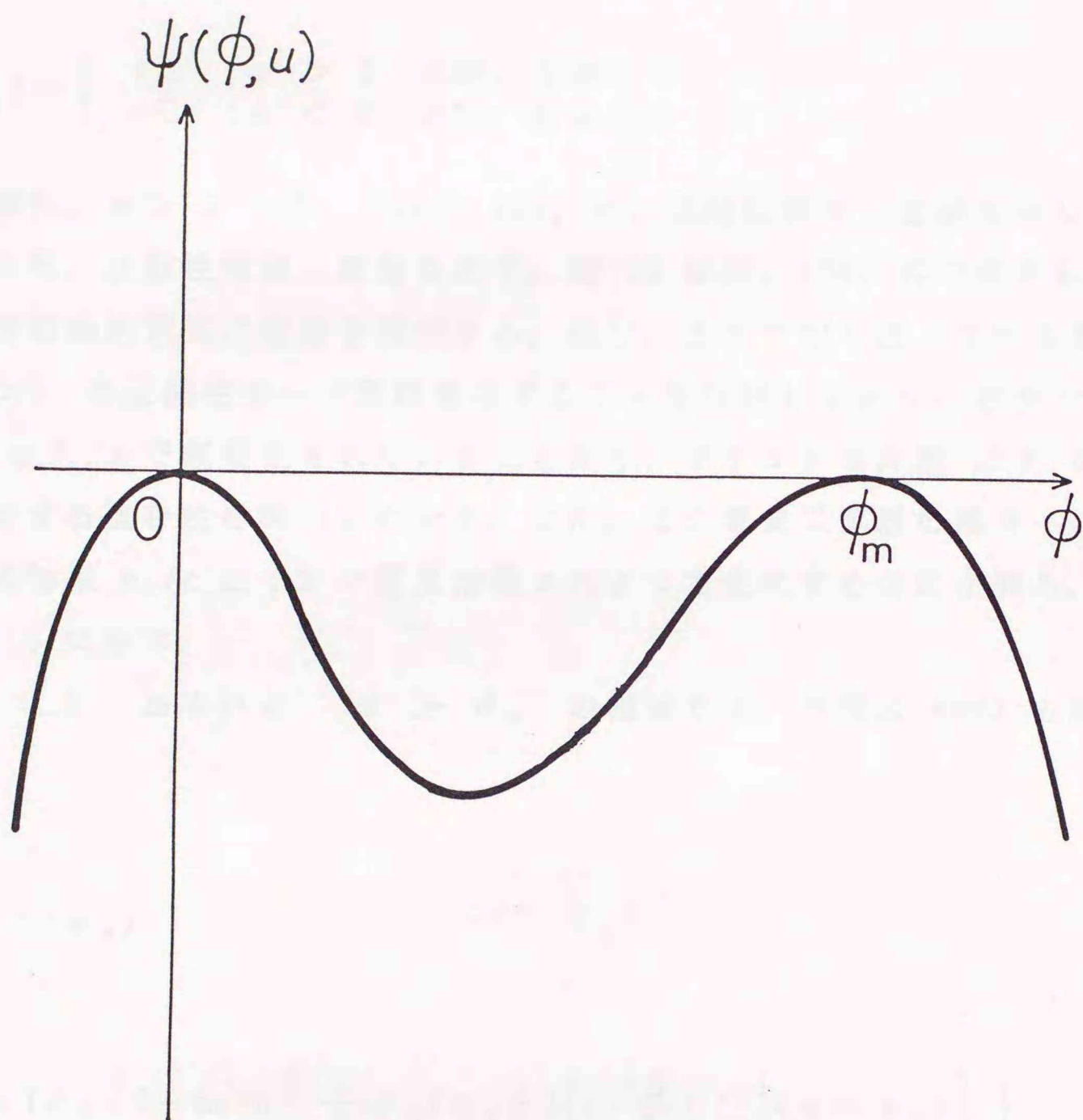


図 12 方程式 (78) のポテンシャル関数 $\Psi(\phi, u)$ の形状。

である。但し、

$$\theta(\alpha) = \begin{cases} +1 & ; \alpha > 0 \text{ の時、圧縮性モード} \\ -1 & ; \alpha < 0 \text{ の時、拡散性モード} \end{cases}$$

である。即ち、 $\alpha > 0$ の時、方程式 (85) は、圧縮性電気二重層を示し、 $\alpha < 0$ の時、拡散性電気二重層を表す。図 13 には、(85) 式で表される圧縮性相対論的電気二重層を図示する。但し、ここで取り扱っている場合は、 $\alpha > 0$ の圧縮性モードだけを生ずることを注意しておく。ポテンシャルが $\kappa T_e/e$ で規格化されていることから、ポテンシャル差 $\Delta\phi$ の κT_e に対する依存性を図 14 に示す。また、この電気二重層の厚さ L が相対論的效果 v_0/c とイオン温度効果 σ によって変化することが判る。それを図 15 に示す。

$\phi < 0$ あるいは $\phi > \phi_m$ の領域では、方程式 (84) の解は

$$\phi(\alpha, \beta, \eta; \phi_m)$$

$$= \frac{1}{2} \theta(\alpha) \phi_m \left\{ 1 - \coth \left[\frac{1}{2} \phi_m(\alpha, \beta) \left| \left(\frac{-\beta}{6} \right)^{1/2} \right| (\eta - \eta_0) \right] \right\}, \quad (86)$$

となる。 $\theta(\alpha)$ は、上に定義されている。方程式 (86) は、 $\eta \rightarrow \eta_0$ でポテンシャルが無限大に増大する爆発的解を表している。図 16 には、(86) 式で表される爆発的解の形状を示す。

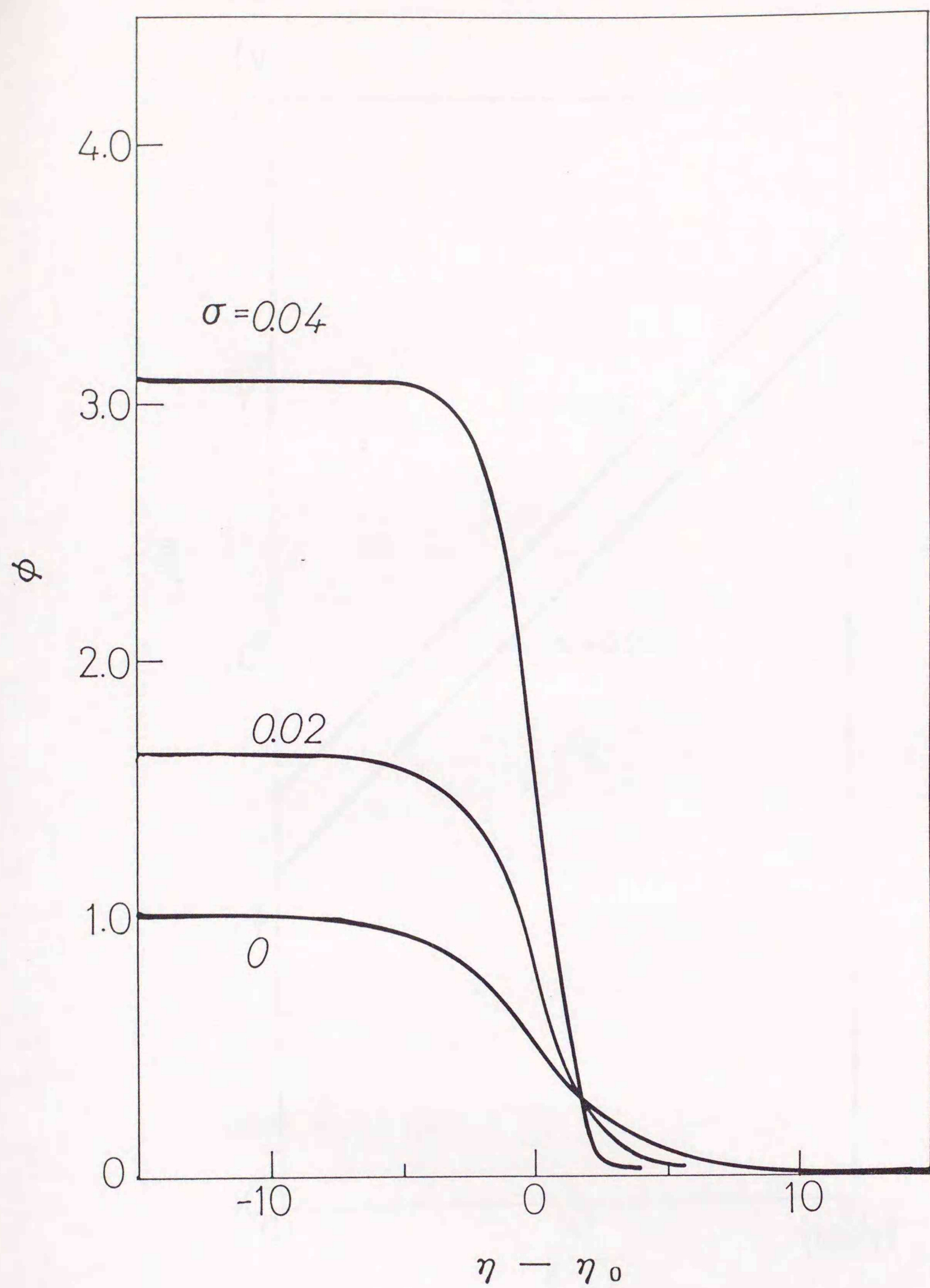


図 13 イオン温度効果 $\sigma = 0, 0.02, 0.04$ の場合、 $v_0/c = 0.2$ に対する方程式 (85) の圧縮性相対論的電気二重層。

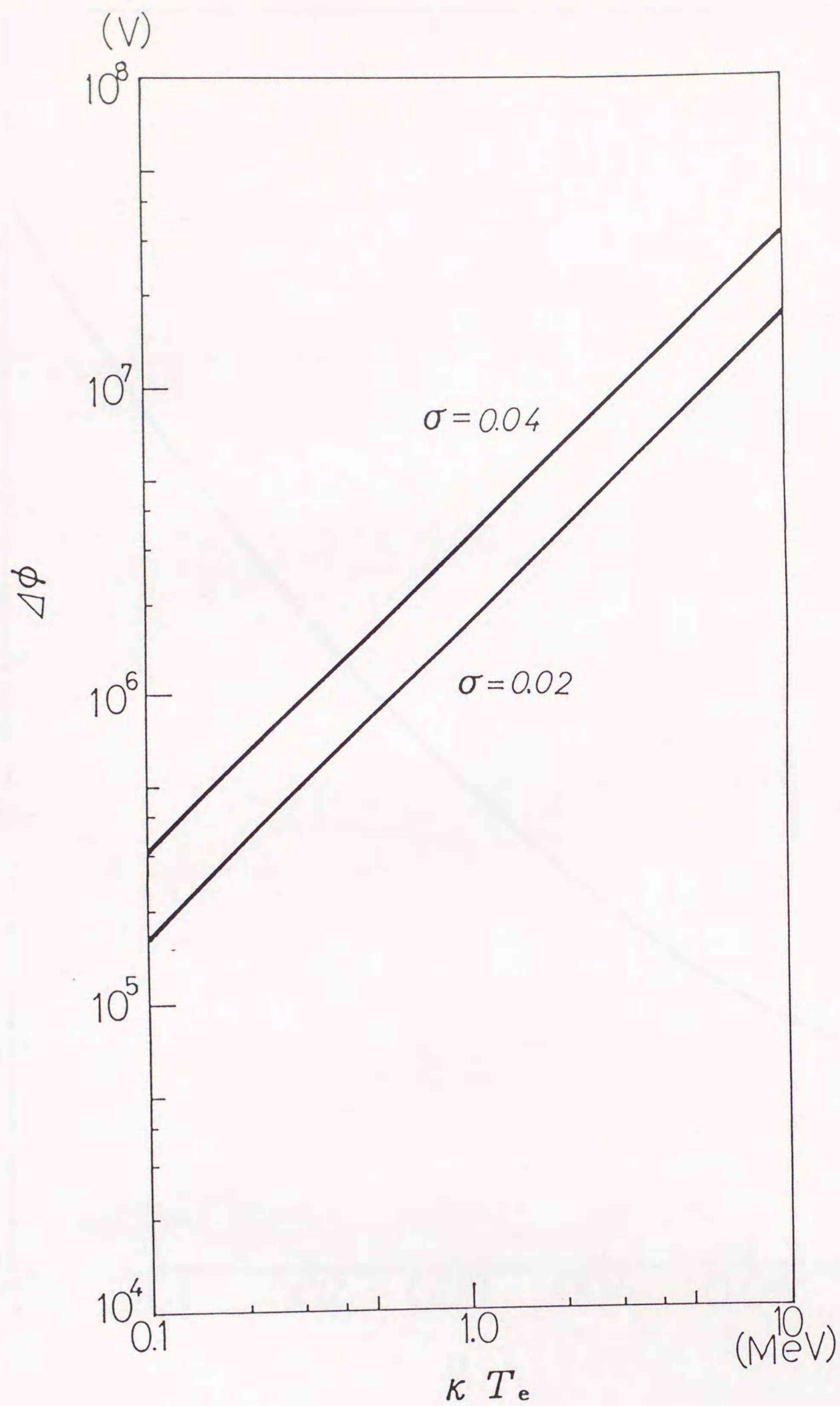


図 14 相対論的効果 $v_0/c=0.2$, イオン温度効果 $\sigma=0.02, 0.04$ の場合におけるポテンシャル差 $\Delta\phi$ の κT_e に対する依存性

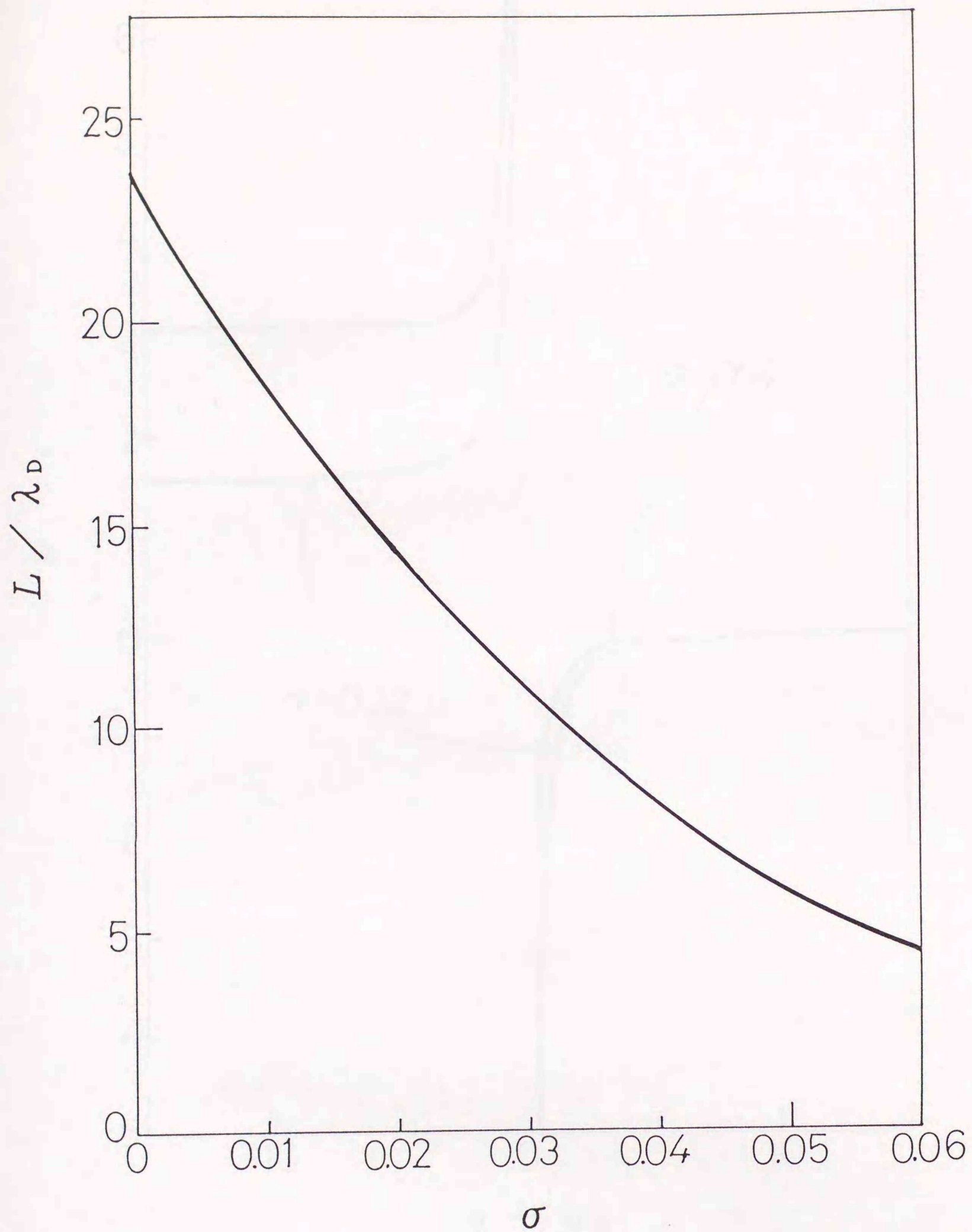


図 15 $v_0/c=0.2$ の場合における、イオン温度 σ の関数としての圧縮性
相対論的電気二重層の厚さ。

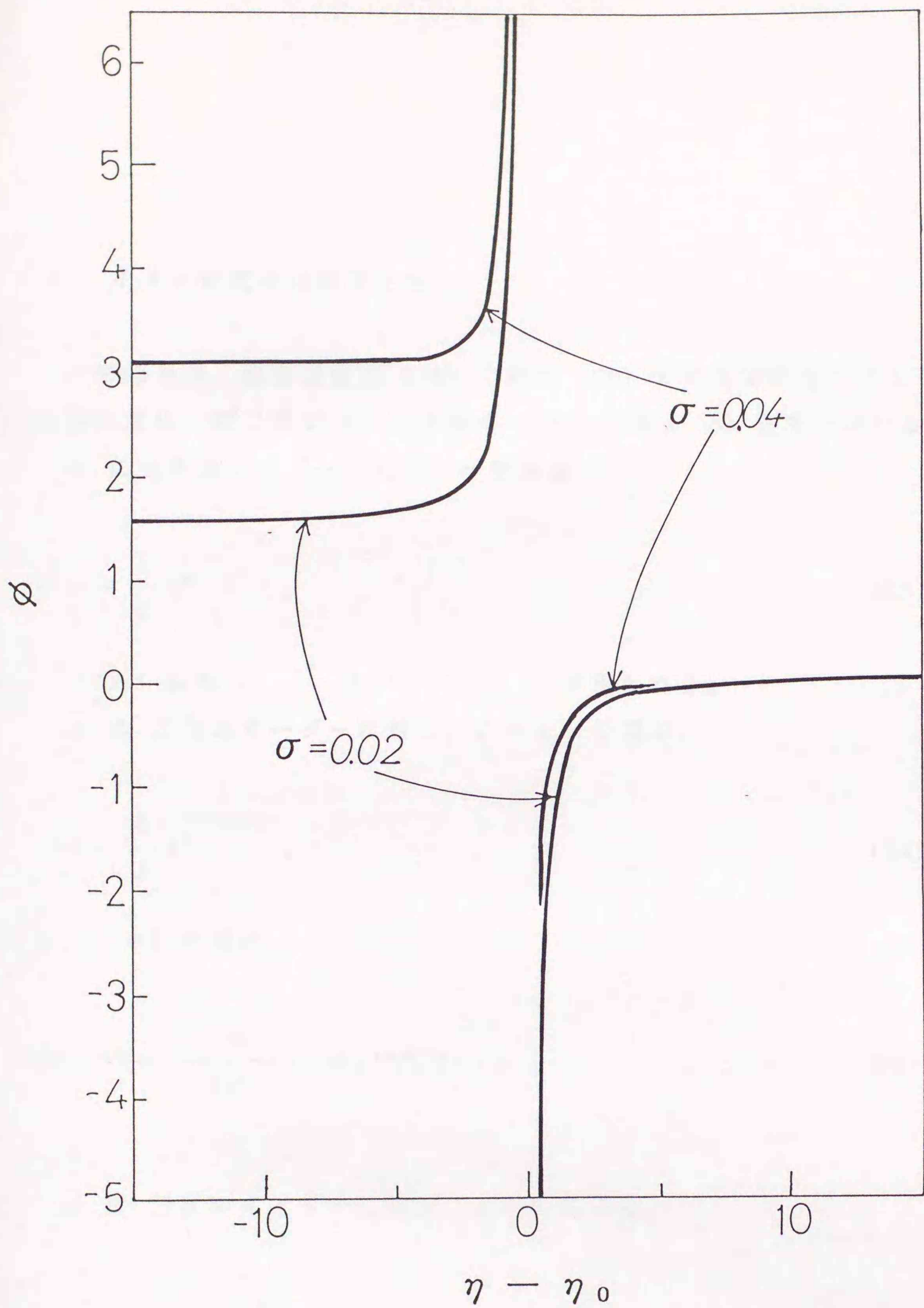


図 16 イオン温度効果 $\sigma = 0.02, 0.04$ の場合、 $v_0/c = 0.2$ に対する
方程式 (86) の爆発的解。

§ 4.4 イオン音波の変調安定性

この節では、混合型修正 K-dV 方程式 (69) の変調安定性を考える。
この目的に対し、第二章で用いた方程式 (13), (14.a, b) を再び用いる。

μ の一次のオーダーに対し、分散関係

$$\delta = -\frac{1}{2}k^3, \quad (87)$$

及び $|I| \neq 1$ に対し $\phi_{I(1)} = 0$ が得られる。

μ の二次のオーダーに対し、 $I = \pm 1$ の項は、

$$\chi = -\frac{3}{2}k^2, \quad (88)$$

を与え、 $I = 2$ の項は、

$$\phi_{2(2)} = \frac{\alpha}{3k^2} [\phi_{1(1)}]^2, \quad (89)$$

を与える。

μ の三次のオーダーに対し、 $I = 0$ の項は、

$$\phi_{0(2)} = -\frac{2\alpha}{3k^2} [|\phi_{1(1)}|^2 - C], \quad (90)$$

をもたらす。 C は η に独立な積分定数である。 $I = 1$ の項は、非線形 Schrödinger 方程式

$$\begin{aligned}
i \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial \zeta} - \frac{3}{2} k \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial \eta^2} \\
+ \left[\frac{1}{3k} \alpha^2 - \frac{1}{2} \beta k \right] |\phi_1^{(1)}|^2 \phi_1^{(1)} \\
- \frac{2\alpha^2}{3k} C \phi_1^{(1)} = 0,
\end{aligned}
\tag{91}$$

を意味している。

弱い相対論的効果のもとでは、 β は常に負であるので、(分散係数) $\times$ (非線形係数) < 0 となることから、変調安定なイオン音波包絡線孤立波が伝わる。

§ 4.5 本章の結果と宇宙空間観測との関連性

4.5.1 スパイク状孤立波の事象

イオンのエネルギーは運動エネルギーが担っていると考えことは空間観測の結果と照らしても妥当な仮定である。陽子のエネルギーは、相対論的効果が $v_0/c \sim 0.1$ のときには 4.7MeV であり、 $v_0/c \sim 0.2$ のときには 18.8MeV という値を取る。また、イオン温度に関する空間観測のデータにおいては、Ⅲ型電波バースト中で $0.05 < \sigma < 0.33$ の範囲で高エネルギー事象¹⁶⁾を観測しており、太陽フレアの中では

$0.03 < \sigma < 5.00$ の範囲で³⁹⁾ 高エネルギープリカーサー事象を観測している。この他、地球磁気圏のプラズマシートでは $1.0 < \sigma$ というイオン温度の極めて高い領域で⁴⁰⁾ 高エネルギー事象を観測している。更に、太陽フレアの発展過程においては、10MeV を越えるエネルギーをもつ相対論的陽子が生じていることが報告されている^{18, 30)}。このような高エネルギー粒子は惑星間空間に放出され、それがプリカーサー事象として、孤立波と共に検出されている。著者は流れるイオン流によってプリカーサーが生ずるとする考え方に立っており、この考え方は太陽フレアの高エネルギー事象や高速太陽風あるいは磁気圏のプラズマシートにおいて観測される多くのデータによって支持される結果をもたらしている。

最近の文献41) における観測結果によると、ミリ秒のラジオ波のスパイク状の波形のスペクトル分布が観測されており、その中で高調波モードの放出が示されている⁴¹⁾。この観測の著しい特徴は、ラジオ波のスパイク状スペクトルの事象が低周波領域におけるⅢ型電波バーストに基因しており、太陽フレアのインパルス相の間中発生しているということである。本章で示したスパイク状孤立波は低周波領域で存在する非線形波であるため、Benz達の観測事実は、将に、ここに示した理論によって解釈できる可能性がある。

上記の様な観測結果に基づくと、スパイク状孤立波に関する本章の結果は、高速イオン流を伴う高エネルギー事象において見られる多くの観測事実と良く符合し、それは又、本研究の妥当性を示唆する結果となっている。

4.5.2 電気二重層の事象

著者は、相対論的電気二重層のエネルギー、振幅、厚さのイオン温度に対する依存性を初めて明らかにした。ここに示された電気二重層の形

成は太陽フレアーや磁気圏中の高エネルギー現象に基づく粒子加速の機構と密接に関連することが示唆される⁴²⁻⁴⁴⁾。太陽フレアーにおいては、約1MeV から 100MeV のオーダーのエネルギーを持つイオン群と約10keV から 10^4 keV のオーダーのエネルギーを持つ電子群が観測されている^{16, 45)}。太陽フレアーにおける電気二重層のポテンシャル差は、一般に $\sim 5 \times 10^3 - 10^{12}$ V の広範な領域をカバーしている。これは、光速に対して無視できるほど遅い粒子から光速に極めて近い速度を持つ粒子までを対象としているためである。これに対し、光速の 1/10 程度の弱い相対論的効果を考慮する本研究の立場においては、ポテンシャル差は $v_0/c=0.1$ で $\sigma=0.04$ のときには、 $0.1\text{MeV} \leq kT_e \leq 100\text{MeV}$ に対し $\sim 3.22 \times 10^5$ V から $\sim 3.22 \times 10^8$ V の範囲にあり、 $v_0/c=0.2$ で $\sigma=0.04$ のときには、 kT_e の同じ範囲に対し $\sim 3.10 \times 10^5$ V から $\sim 3.10 \times 10^8$ V という範囲の値をとる。ここで、ポテンシャルが kT_e/e で規格化されていることに注意しなければならない。これらの値は太陽フレアーにおけるデータの範囲に入っており⁴⁶⁾、そのため本理論から得られるポテンシャル差は妥当な値を持つと言えよう。

本章で得られた圧縮性電気二重層の厚さは、 $v_0/c=0.1$ のときには、 $\sigma=0.05$ では $7\lambda_D$ 、 $\sigma=0$ では $26\lambda_D$ となり、 $v_0/c=0.2$ のときには、 $\sigma=0.05$ では $5\lambda_D$ 、 $\sigma=0$ では $24\lambda_D$ となる。 λ_D は電子のデバイ長さを表す。温度 $\sim 10^5 - 10^7$ K、プラズマ密度 $\sim 10^{17}\text{m}^{-3}$ で特徴づけられる太陽の活動領域では、Debye長さ λ_D は $\sim 7 \times 10^{-3} - 7 \times 10^{-2}\text{m}$ の範囲にある。また、温度 $\sim 10^6 - 10^7$ K、プラズマ密度 $\sim 10^{13}\text{m}^{-3}$ を有する太陽の低いコロナ領域では、 λ_D は $\sim 2 \times 10^{-2} - 7 \times 10^{-2}\text{m}$ である。このような状況の下では、本理論で示される電気二重層の厚さは Hasan と ter Haar⁴⁷⁾ によるデータの範囲内にある。この様に、ここで示したモデルにおける電気二重層は必要なエネルギーを獲得し、二重層のエネルギー、ポテンシャル差、厚さは観測データと良く一致する結果をもたらしている。上記の事実に加えて、この相対論的二重層の厚さのイオン温度と相対論的

効果に対する依存性の著しい特徴は、イオン温度が増加し相対論的效果が増大するにつれて、ポテンシャル差が増大すると共に二重層の厚さが狭くなることである。この結果は、相対論的電気二重層に関して、これまで知られていないが、オーロラアークスにおける Wagner 達の観測データと極めて類似した傾向を示している⁴⁸⁾。著者は惑星間空間や磁気圏におけるイオンに関する直接的観測データを持ち合わせてはいない。しかし、高エネルギー太陽フレア粒子や高速太陽風粒子は、ここに示された相対論的電気二重層の中で強力に加速されていると推測することは論理的であると考えられる。

4.5.3 爆発(バースト)的事象

本章で示された爆発解を導く過程から判るように、爆発的模式はポテンシャルがある臨界値を越える場合、もしくは負のポテンシャルの場合に対して生ずる。宇宙空間での、電波バーストの様な爆発的事象においては、ポテンシャルが局所的に持つエネルギーのほとんどは数ミリ秒か数秒の内に放出されてしまう。Krimigis 達は、磁気圏尾部で $\sim 0.1-10\text{MeV}$ のエネルギーを持つ高エネルギーイオンをバースト事象として観測している^{49, 50)}。また、Nazarova 達は太陽電波バーストにおいて観測される周波数は $\sim 10^3-10^4\text{MHz}$ であると報告している⁵¹⁾。しかし、一般的な観測においては、 10MHz から上の周波数領域で観測されることが多い。太陽フレア、ガンマ線バースト、電波バースト、磁気圏尾部でのバースト、高エネルギーサブストームの様な事象が発生するとき、我々はここに示された爆発的模式によってそれらを解釈することができる。

§ 4.6 結果の検討

著者は相対論的イオン音波の高次非線形項を考慮して混合型修正 K-dV 方程式を導出し、スパイク状孤立波、電気二重層、爆発的モードという三種類の新しい非線形波動モードを示した。相対論的效果が $0 \leq v_0/c < 0.5$ の範囲においては、イオン温度効果 $\sigma = T_i/T_e$ の変化に対し、非線形係数 $\beta(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$ は負の値をとる。但し、非線形係数 $\alpha(\sigma, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) > 0$ に注意しておく。

4.3.1 節で示された様に、相対論的スパイク状孤立波はポテンシャルのある範囲内（図 8 の $0 < \phi < \phi_a$ の範囲）に限定されるのに対し、この孤立波に伴って生成される爆発的モードは負のポテンシャルの広い範囲において存在することを示した。また、この孤立波と爆発的モードの振幅は相対論的效果 v_0/c の増大により大きくなることを明らかにした。両者は互いに一方と相補的に存在する。即ち、孤立波が存在するときには爆発的モードは存在せず、逆に、爆発的モードが存在する場合には孤立波は存在しない。このことは各モードが存在するための境界条件によって立証されている。

4.3.2 節においては、流体モデルに基づいて、相対論的電気二重層を導き、圧縮性の波動モードを示した。電気二重層の振幅が相対論的效果 v_0/c 及びイオン温度 σ の増大に伴って大きくなり、その厚さがこの二つの効果に伴って狭くなるという特徴を明らかにした。電気二重層は正のポテンシャルの特定の範囲内（図 12 の $0 < \phi < \phi_m$ の範囲）においてのみ定義され、ポテンシャルのある最大値（ ϕ_m ）より高い領域では存在しないのに対し、この電気二重層と随伴的に生成される爆発的モードはこの最大値以上の領域か、もしくは負のポテンシャル領域に対して定義される。従って、電気二重層とこれに随伴する爆発的モードの両者もまた、互いに他と相補的に生成され、消滅するという過程を辿ることが理解できることを示した。

いくつかの報告によると⁵²⁻⁵⁵⁾、電気二重層は修正 K-dV方程式の、先頭の丸いベル型の低周波孤立波が形成されると共に減衰し、消失すると考えられてきた。しかしながら、空間観測やコンピューターシミュレーションにおいて見られるように⁵⁶⁾、電気二重層の生成と消滅に寄与する孤立波のほとんどは、ベル型ではなくスパイク型である。また、電気二重層の形成は本質的に強い非線形性に基因しており、高次非線形性の支配する体系における非線形波動であると考えられる。そのため、孤立波と電気二重層の間の生成と消滅に寄与する孤立波はスパイク状でなければならず、電気二重層の非線形性の次数と同じ次数の非線形性を保有していなければならない。ここに示されたスパイク状孤立波は、著者によって明らかにされた負の高次非線形性によって初めて生ずるものであり、その非線形性の次数は電気二重層の次数と相等しい。更に、本理論によって明らかにされた様に、宇宙空間に生じる電気二重層は、スパイク状孤立波が電気二重層のエネルギーを奪い取るのにつれて、二重層のエネルギーがスパイク状孤立波のエネルギーに変換され、運び去られるため、消滅してしまう。逆に、スパイク状孤立波は、その生成の後に電気二重層に取って代わられるという過程を辿るものと推測される。また、太陽面爆発による噴出粒子や高速太陽風は惑星間空間を伝播する間に初期の速度より桁違いに大きな速度となり、それは衛星で検出されている。さらに、磁気圏中の放射線(Van Allen)帯粒子が何故高エネルギー化するのかという点に関しては、その様な高エネルギー粒子の源が高速太陽風にあるとすると、何らかの加速過程を経て高速化、高エネルギー化すると考えざるを得ない。その場合、本章に示された電気二重層は、一種の加速器としての役割を演ずる。即ち、この二重層によって巨大電場が形成され、その中で空間プラズマ粒子が強力に加速されるとする観点に立つならば、上述の現象について納得し得る説明ができる。

爆発的現象に関する研究は、従来、宇宙空間の局所的な体系に対する電気回路のモデルによる、磁場のエネルギーの解放過程における現象

57)として検討され、あるいは空間プラズマ粒子系に対するイオンビームや電子ビームによる圧縮によって発生する現象⁴⁴⁾として考慮されてきた。しかしながら、その様なモデルでは、ここに展開したような高エネルギー非線形波動モードを統一的に検討し、実際的な状況に応用することは大変難しい。著者は流体モデルによって初めて相対論的效果に基づく新しい爆発的モードを提唱しており、それはバーストに伴う爆発的事象を説明し得る。それに対し、最近、宇宙空間における爆発波の問題が検討されている⁵⁸⁾。しかしながら、その報告においては、非相対論的立場から爆発波を取り扱っており、相対論的效果に基づく高エネルギー現象や高次非線形効果は全く考慮されていない。従って、その理論によって宇宙空間の高エネルギー波動の事象を説明することは困難である。一方、Zakharov達は Langmuir 波あるいはその乱流において、3次元コラプス現象から孤立波的モードと爆発的モードを導いた^{59, 60)}。本研究では、イオン音波を対象としているため、Zakharovの研究と直接比較することはできないが、爆発的モードが負のポテンシャルを伴うという点では、本章で示された爆発的モードと類似するという意味で興味を引く。また、最近、スパイク状孤立波や電気二重層の形成のための条件として、流れるイオンとしてのイオンビームの存在が注目されている^{44, 61-64)}。高速のイオン群の流れが電気二重層や孤立波を形成するという考え方に基づく思想である。この立場を立証する実験室実験の結果は文献61, 62 に詳細に報告されている。本研究においては、スパイク状孤立波や電気二重層ばかりでなく、爆発的事象も流れるイオンによって生成されるという立場に立っている。従って、この様な最近の考え方の潮流は、本研究の成果を導いた著者の研究の論理をさらに確かなものになっている。

従来、上で述べた三種類の非線形波動モードは互いに独立に検討されており、空間観測におけるいくつかの報告例が示されている。それらの中で、最近、孤立波と電気二重層から成る微細構造が地球磁気圏中を飛行する衛星によって観測され、注目されている^{14, 64-65)}。これらの論文に

おけるエネルギー領域は数10eV～数100keV の範囲にあり、そのため、バーストの様な爆発的事象は観測にかからなかったと推測される。また、各モード間の関連性や生成、消滅過程に言及した論文はほとんど知られておらず、非線形波動構造に立脚してモード間の生成発展を研究した報告は、皆無と言っていい現状である。この様な状況の中で、宇宙空間においてスパイク状孤立波、電気二重層、爆発的モードの三者がポテンシャルを介して互いに他と相補的に生成し消滅しながら微細構造を形成するという非線形波動構造の発展過程に関する著しい特徴の発見は、本研究によって初めてなされたものである。

本章で提示した立場に基づいて、微細構造などの空間観測例や宇宙工学的問題を考察するとき、上に示した各モード間の生成消滅過程は、問題の原因となっている空間の高エネルギー波動(粒子)を整理し、理解する上で極めて有意義であり、それは更に将来の宇宙開発や探査活動において、貴重な手がかりを与えるものと考えられる。

第五章 磁化プラズマ中のスパイク 状孤立波と爆発的模式

本章では、宇宙空間の磁場に傾いて伝わるイオン音波の高次非線形性によってもたらされる非線形波動モードについて論述する。流体近似に基づく基礎方程式は新しい高次非線形方程式を提起し、その定常解はスパイク状孤立波と爆発（バースト）的模式で記述される。これらのモードが最近の衛星観測によって得られた高エネルギーイオン流に基づくスパイク状低周波孤立波、バースト的事象と密接に関連していることを示す。この理論は、一般に強い非線形性をもつプラズマ波動の挙動の解明に対して応用することが可能である。

§ 5.1 諸 論

前章までは、磁場なしの空間プラズマ中の非線形波を取り扱ってきた。しかし、空間プラズマ中を伝わる波動は一般に磁化されている。そのため、空間中で観測される高エネルギー波動を考察するためには、磁化プラズマ中のイオン音波を考慮することが不可欠である。高エネルギーイオン音波が原因となってスパイク状孤立波の事象が高頻度で観測されている他、爆発的事象がバースト現象として観測されている。このような現象は探査機を運用する上で問題を生じている高エネルギー波動の原因となっており、これは更に空間観測の上で重要とされている物理量の微細構造を構成する成分をなしている。この様に、孤立波や爆発的事象の重要性が再び指摘されている。

孤立波がスパイク状を呈し、爆発的模式が生成される現象は、波

動が低次の非線形性を有する場合には現れ得ず、高次の非線形性を考慮して初めて現れる現象である。この意味において、磁化プラズマ中の高次非線形性を有するイオン音波を考慮することは極めて重要である。磁場に垂直あるいは平行な波動はこれまで多く取り扱われてきたが、磁場に傾いて伝わるイオン音波の研究は一般に複雑な解析的手法を必要とするため、極めて少ない。しかし、現実のプラズマに即して体系の簡素化を行い、妥当な近似を用いることによって、非線形的な取扱いすら可能である。

最近の空間観測では、高速イオン流がプリカーサー事象やバースト的事象の原因であることが次第に明らかにされつつある。すなわち、問題の本質は高次非線形性に基づく高エネルギー磁気イオン音波をいかにして取り扱うかという点にある。Zakharov達^{59, 60)}は、3次元Langmuir波のコラプス現象に関し、強い非線形性を仮定して孤立波と爆発的モードを導いた。しかし、彼らは、解析のはじめからイオン音波および相対論的效果を全く考慮していない。そのため、Zakharov達の理論では、この様な高エネルギー現象を説明することはできない。従って、宇宙空間で生じている1MeV以上の高エネルギー事象に基づく工学的問題は空間磁化プラズマ中の相対論的イオン音波の理解なしには解明されないと言っても良い。

本章では、電子群の速度分布関数が二重のこぶをもつ捕捉粒子型速度分布を取る場合に、高次非線形性に基づく新しい型のスパイク状孤立波と爆発的モードを示す。

§ 5.2 基礎方程式

ここで考える磁化プラズマは一様であり、捕捉粒子型速度分布をなす電子と冷たいイオンから構成されている。このような空間プラズマ中の磁場に傾いて伝わるイオン音波を考える。基礎方程式は3次元の流体方程式で表されるが、波の速度で見る座標に変換すると1次元の方程式に

帰着できる。波の代表的な長さはイオンサイクロトロン半径よりずっと大きく、波の伝播速度 v_p は、 $v_{Ti} \ll v_p \ll v_{Te}$ を満たしている。 v_{Ti} , v_{Te} は、それぞれイオン及び電子の熱速度を表す。著者は次の仮定をする；小さいが有限振幅のイオン音波は x -方向に伝わり、磁場 B の方向と角 θ をなす。磁場は x - z 平面内にある（図 17）。電子の慣性は、イオン音波の低周波振動に対して無視できる。電子はイオンの周りで正、負の速度を持つため、互いに打ち消し合う。相対論的効果は、 x -方向にのみ限定し、 y , z -方向の変動は、 x -方向の変動に比べ、無視できるほど小さいとする。

我々は微視的な個々の粒子の運動を追跡するのではなく、巨視的なプラズマの平均的運動を記述することに興味があるため、流体方程式を用いる。また、磁場の磁束密度の大きさが一定で、イオンの圧力がスカラーで表されるような、ホモジニアスな相対論的磁化プラズマを考える。このプラズマのイオン流体の動力学は、3-次元形式の連続の方程式、運動量輸送の方程式、Poisson の方程式で記述できる。すなわち、これらの基礎方程式は無次元形式で次の様に表される：

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot n \mathbf{v} = 0, \quad (92.a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) p = e \left(E + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times B e_B \right), \quad (92.b)$$

$$\frac{\lambda_D^2}{\rho^2} \nabla^2 \phi + n - n_e = 0, \quad (92.c)$$

$$E = -\nabla \phi, \quad (92.d)$$

$$p = \gamma M v \quad , \quad (92.e)$$

$$\gamma = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad , \quad (92.f)$$

ここで、 γ は相対論的効果を表すが、相対論的変動は x - 方向だけに限定する。方程式 (92.f) の速度 v の成分は (v_x, v_y, v_z) である。また、圧力分布が等方的である磁化プラズマを考えているため、方程式 (92.b) において圧力勾配の項は現れない。

イオン密度 n ，時間 t ，速度 v を、それぞれ背景のプラズマ密度 n_0 ，イオンサイクロトロン周波数 $\Omega_i (= eB/cM)$ ，イオン音速 $v_i (= (\kappa T_e/M)^{1/2})$ で規格化する。 M はイオン質量， c は光速， κ は Boltzmann 定数を表す。Debye 長さは $\lambda_D = (\epsilon_0 \kappa T_e / n_0 e^2)^{1/2}$ であり、イオンサイクロトロン半径は $\rho = v_i / \Omega_i$ である。また、 p は相対論的運動量を表す。 T_e は実質的な電子温度であり、 $\Phi=0$ での $T_e^{-1} = (\kappa/e)(\partial n_e / \partial \Phi)$ の値である。ここで、 $\phi = e\Phi / \kappa T_e$ は無次元のポテンシャルである。 e_B は磁場 B に沿う単位ベクトルを表す。電子は強く磁化されており、慣性はないと仮定している。そのため、電子密度はポテンシャルを用いて決定することができる⁶⁷⁾。

上に述べた条件を満たす方程式 (92.a)，(92.b)，(92.d)，(92.e)，(92.f) の成分を明示すると、次の様に表される

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n v_x) = 0 \quad , \quad (93.a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) \gamma v_x + \frac{\partial \phi}{\partial x} = v_y \sin \theta \quad , \quad (93.b)$$

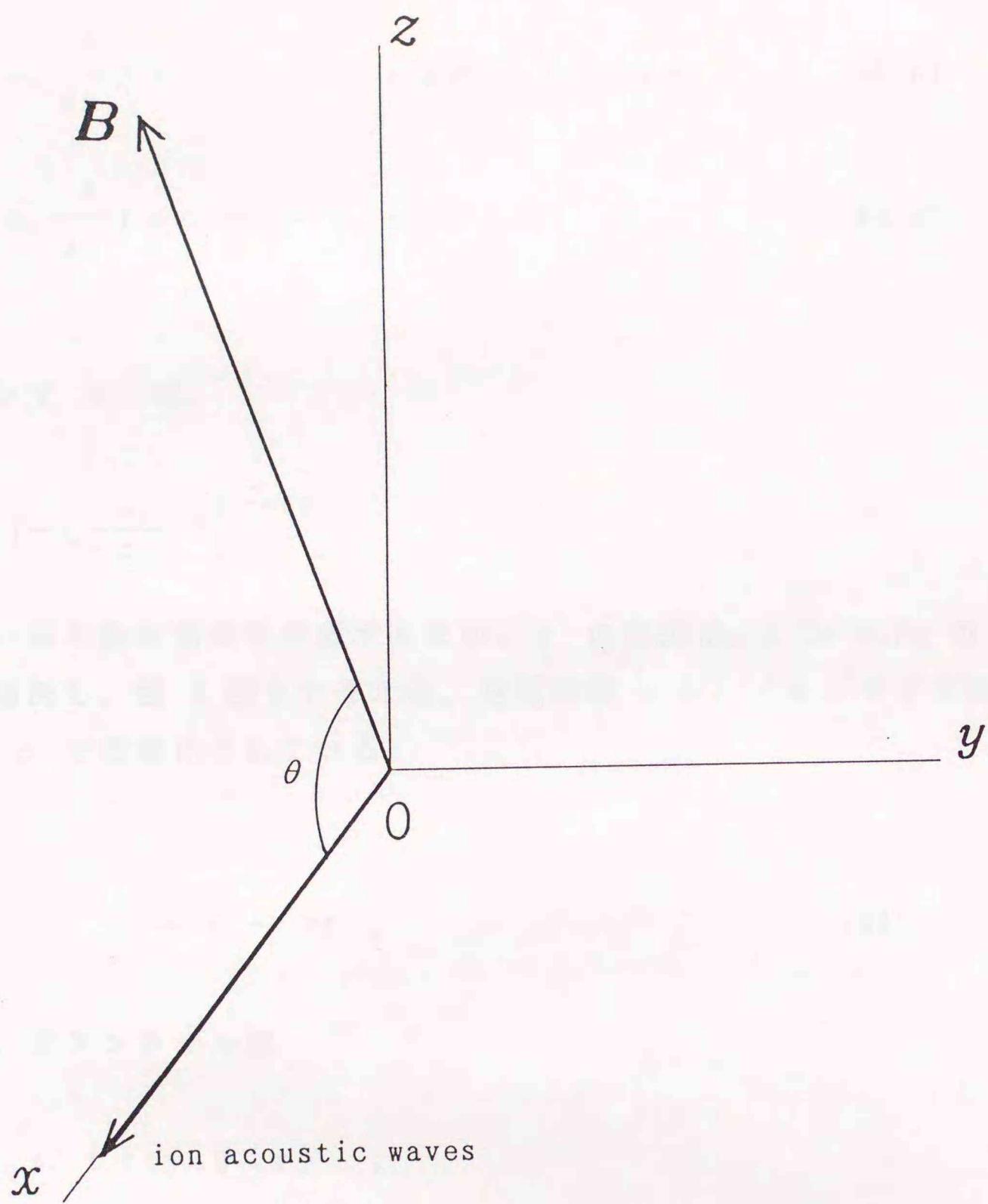


図 17 磁気イオン音波の伝播方向と空間磁場の配置図

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) v_y = -v_x \sin \theta + v_z \cos \theta , \quad (93.c)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) v_z = -v_y \cos \theta . \quad (93.d)$$

相対論的ガンマ γ は、

$$\gamma = \left[1 - \left(\frac{v_x}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} ,$$

である。弱い相対論的效果を考慮するため、 γ の右辺は、 $1 > v_x/c$ の条件の下で展開し、第 2 項までをとる。空間座標 x は、イオンサイクロトロン半径 ρ で規格化されている。

変数

$$\eta = x - st , \quad (94)$$

を用いると、ポテンシャルは

$$\phi(x, t) = \phi(\eta) ,$$

と表される。 s は運動する座標系での速度を意味する。この場合、方程式 (93.a) と (93.b) は、(94) 式によって

$$v_x = s \left(1 - \frac{1}{n} \right) ,$$

$$v_y = \frac{1}{\sin \theta} \left\{ 1 - s^2 \left(1 + \frac{3s^2}{2c^2} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^2 \right) \frac{1}{n^3} \frac{\partial n}{\partial \phi} \right\} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} ,$$

となる。方程式 (93.c) と (93.d) は

$$\frac{\partial v_y}{\partial \eta} = (n - 1) \sin \theta - \frac{n}{s} v_z \cos \theta ,$$

と

$$\frac{\partial v_z}{\partial \eta} = \frac{1}{s} n v_y \cos \theta ,$$

に直される。よって v_z は、

$$v_z = \frac{\cot \theta}{s} \left\{ -s^2 \left[1 - \frac{1}{n} + \frac{s^2}{2c^2} \left(1 - \frac{3}{n} \right) + \frac{3s^2}{2c^2} \frac{1}{n^2} - \frac{s^2}{2c^2} \frac{1}{n^3} \right] + \int_0^\phi n(\phi) d\phi \right\} ,$$

と得られる。但し、ここで次の積分

$$\int_0^\eta F(\eta) d\eta = \int_0^\phi F(\phi) d\phi = \int_0^F F \frac{d\phi}{dF} dF ,$$

を用いた。但し、 F は任意の関数である。

ポテンシャルに対する方程式を得るため、上の方程式から速度成分を消去する。その際、偏微分

$$\frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \phi},$$

を使う。この様な手順を実行することによって、ポテンシャルに対する微積分方程式

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\mathcal{N}(n) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right]^2 &= - \frac{\partial \mathcal{V}(\phi)}{\partial \phi} \\ &= \mathcal{N}(n) \left\{ n - 1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{n}{s^2} \cos^2 \theta \int_0^\phi n(\phi) d\phi \right\}, \end{aligned} \quad (95)$$

が得られる。但し、

$$\mathcal{N}(n) = 1 - s^2 \left\{ 1 + \frac{3s^2}{2c^2} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \right\} \frac{1}{n^3} \frac{\partial n}{\partial \phi}, \quad (96)$$

である。 $\mathcal{V}(\phi)$ は、ポテンシャル関数を表す。方程式 (95) を導くに当たり、境界条件：

$$\eta \rightarrow \infty \quad \text{において、} \quad n \rightarrow 1, \quad v_x \rightarrow 0$$

を用いた。

以後の議論の展開において、著者は導かれた新しい非線形微積分方程式 (95) に対し、捕捉電子密度分布を取り入れる。その際、我々は次の条件を満たすプラズマを考える；イオン音波の振幅は小さいが有限である。プラズマは準中性である。イオンサイクロトロン半径は電子の Debye 長さよりはるかに大きい。これらの条件を満たす空間プラズマにおいては、イオン密度と電子密度は相等しいこと、従って、この場合 Poisson 方程式は考慮しなくて良いことに注意しなければならない。この様な条件を満たす宇宙空間プラズマ中の磁場に傾いて伝わる高次非線形イオン音波を取り扱う。このイオン音波は方程式 (95) を解析することによって考慮できる。次の節において、捕捉電子密度分布に対する高次非線形波動モードを提示する。

§ 5.3 高次非線形方程式の導出とその定常解

5.3.1 高次非線形方程式の導出

電子密度が捕捉粒子型分布を取る場合のイオン音波を調べるために、自由電子と捕捉電子から成る Vlasov 方程式から導かれる¹²⁾ 電子密度を導入する。この場合、電子密度は次の様に表される

$$n_e(\phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(x, v) dv \quad ,$$

$$= \exp(\phi) \operatorname{erfc}(\phi^{1/2})$$

$$+ \frac{1}{|\beta|^{1/2}} \begin{cases} \exp [(\beta \phi)^{1/2}] , & (\beta \geq 0 \text{ に対し}) \\ \frac{2}{\pi^{1/2}} \exp \left[- [(-\beta \phi)^{1/2}]^2 \int_0^{(-\beta \phi)^{1/2}} \exp(t^2) dt \right] , & (\beta < 0 \text{ に対し}). \end{cases}$$

(97)

ここに、 $f_e(x, v)$ は電子の速度分布関数を表し、 β は自由電子温度と捕獲電子温度の比 T_f/T_t を表す。著者は $\phi \ll 1$ という仮定の元で、方程式 (96) の $\mathcal{N}(\phi)$ の右辺に対し Taylor 展開を行う。この計算によって、方程式 (96) は

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(\phi) = & 1 - s^2 + s^2 \frac{2(1-\beta)}{\pi^{1/2}} \phi^{1/2} + 2s^2 \phi \\ & - 10s^2(1-\beta) \frac{13-2\beta}{15\pi^{1/2}} \phi^{3/2} \\ & - s^2 \left[\frac{3}{2} - 8 \left(\frac{1-\beta}{\pi^{1/2}} \right)^2 + \frac{3s^2}{2c^2} \right] \phi^2 \\ & - \frac{21}{2} s^2 \frac{1-\beta}{\pi^{1/2}} \left[-2 + \frac{8}{15} (1+\beta) - \frac{14}{3} \frac{3s^2}{2c^2} \right] \phi^{5/2} \\ & + O(\phi^3) + O(\phi^{7/2}) + \dots, \end{aligned}$$

と直される。

また、方程式 (97) にも同様の展開を行うことによって

$$n_e(\phi) = 1 + \phi - \frac{4(1-\beta)}{3\pi^{1/2}} \phi^{3/2} + \frac{1}{2} \phi^2 - \frac{8(1-\beta^2)}{15\pi^{1/2}} \phi^{5/2} + \dots, \quad (98)$$

が得られる。方程式 (98) の右辺において、第五項までを考慮することによって、方程式 (95) の右辺は、

$$-\frac{\partial \mathcal{V}(\phi)}{\partial \phi} = \mathcal{N}(\phi)(c_1 \phi + c_2 \phi^{3/2} + c_3 \phi^2 + c_4 \phi^{5/2}), \quad (99)$$

となる。ここで各係数は次のとおりである

$$c_1 = 1 - \frac{\cos^2 \theta}{s^2},$$

$$c_2 = -\frac{4(1-\beta)}{3\pi^{1/2}},$$

$$c_3 = \frac{1}{2} \left[1 - 3\frac{\cos^2 \theta}{s^2} \right],$$

$$c_4 = -\frac{4(1-\beta)}{15\pi^{1/2}} \left[2(1+\beta) - 7\frac{\cos^2 \theta}{s^2} \right],$$

である。

方程式 (99) を方程式 (95) へ代入し、1回積分すると、方程式

(95) は

$$\left(\frac{d\phi}{d\eta}\right)^2 = -\mathcal{V}(\phi)$$

$$= \frac{1}{\mathcal{N}} \left(C_1 \phi^2 + \frac{4}{5} C_2 \phi^{5/2} + \frac{2}{3} C_3 \phi^3 + \frac{4}{7} C_4 \phi^{7/2} \right), \quad (100)$$

となる。各係数は

$$C_1 = 1 - s^2 + \cos^2 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{s^2},$$

$$C_2 = -\frac{4(1-\beta)}{3\pi^{1/2}} \left[1 + \frac{1}{2}s^2 - \frac{3}{2}\cos^2 \theta \right],$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \left[1 + 3s^2 - \cos^2 \theta - 3\frac{\cos^2 \theta}{s^2} \right],$$

$$C_4 = -\frac{4(1-\beta)}{15\pi^{1/2}} \left\{ 2(1+\beta) + s^2 \left[\frac{147}{4} - 12\beta \right] \right. \\ \left. - \left[\frac{57}{4} + 5\beta \right] \cos^2 \theta - 7\frac{\cos^2 \theta}{s^2} \right\},$$

で与えられる。ここで、方程式(100)で $\mathcal{N}(n)$ が $\mathcal{N}(\phi)$ ではなく $\mathcal{N}$ となった理由は、一定値 $\mathcal{N}$ は、 $\phi < 1$ の条件の下で (96) 式の右辺を Taylor 展開することにより、 $\mathcal{N}(n)$ の右辺の定数項のみ考慮したからである。境界条件として、 $|\eta| \rightarrow \infty$ で

$$\phi, \quad \frac{d\phi}{d\eta}, \quad \frac{d^2\phi}{d\eta^2} \rightarrow 0,$$

を用いた。方程式 (100) の高次非線形項 $\phi^{7/2}$ は、本研究で初めて考慮されるものであり、これまで解析されたことはない。従って、次の小節で方程式 (100) の定常解を求める。

5.3.2 スパイク状孤立波と爆発的モード

方程式 (100) において

$$\phi = \Psi^2, \quad (101)$$

とおくと、方程式 (100) は

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Psi}{d\eta} \right)^2 &\equiv -\mathcal{U}(\Psi) \\ &= \Psi^2 (a_1 - a_2\Psi - a_3\Psi^2 - a_4\Psi^3), \end{aligned} \quad (102)$$

と変換される。各係数は

$$a_1 = \frac{C_1}{4\mathcal{N}},$$

$$a_2 = -\frac{C_2}{5\mathcal{N}},$$

$$a_3 = -\frac{C_3}{6\mathcal{N}},$$

$$a_4 = -\frac{C_4}{7\mathcal{N}},$$

と定義されている。方程式 (102) は、ポテンシャル関数 $\mathcal{U}(\Psi)$ が与えられたとき、単位質量を持つ粒子の運動の軌跡を定義する方程式とみることができる。

この節の目的は、方程式 (102) に基づいて孤立波解と爆発的解を得ることにある。その目的のため、方程式 (102) を

$$\left(\frac{d\Psi}{d\eta} \right)^2 = A \Psi^2 (\varphi_0 - \Psi)^3, \quad (103)$$

と書き換える。但し、方程式 (103) の右辺の各係数は

$$A = a_4,$$

$$a_3^2 = 3a_2a_4,$$

$$s = -3^4 \frac{a_1 a_4^2}{a_3^3},$$

$$\varphi_0 = -\frac{a_3}{3a_4},$$

と定義されている。 $A > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 < 0$, $a_4 > 0$ であれば、 $s > 0$, $\varphi_0 > 0$ である。この条件を満たす Ψ に対し、

解が得られる。 $\mathcal{U}(\Psi)$ と Ψ の関係は、図 18 に示されている。図 18 から判るように、方程式 (103) の解は、横(Ψ)軸の上側の領域で存在する。境界条件 ; $|\eta| \rightarrow \infty$ で

$$\Psi, \quad \frac{d\Psi}{d\eta}, \quad \frac{d^2\Psi}{d\eta^2} \rightarrow 0,$$

を用いて、方程式 (103) の積分を行う。即ち、

$$\pm A^{1/2}(\eta - \eta_0) = \int_{\Psi}^{\Psi_0} \frac{d\Psi}{\Psi(\varphi_0 - \Psi)^{3/2}}, \quad (104)$$

である。この積分を計算すると

$0 < \Psi(\eta) < \varphi_0$ に対し

$$\begin{aligned} & \frac{|A^{1/2}|}{2} \varphi_0^{3/2}(\eta - \eta_0) \\ &= - \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \Psi(\eta)} \right]^{1/2} + \operatorname{arctanh} \left[\frac{\varphi_0 - \Psi(\eta)}{\varphi_0} \right]^{1/2} \\ &+ \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \Psi_0} \right]^{1/2} - \operatorname{arctanh} \left[\frac{\varphi_0 - \Psi_0}{\varphi_0} \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (105)$$

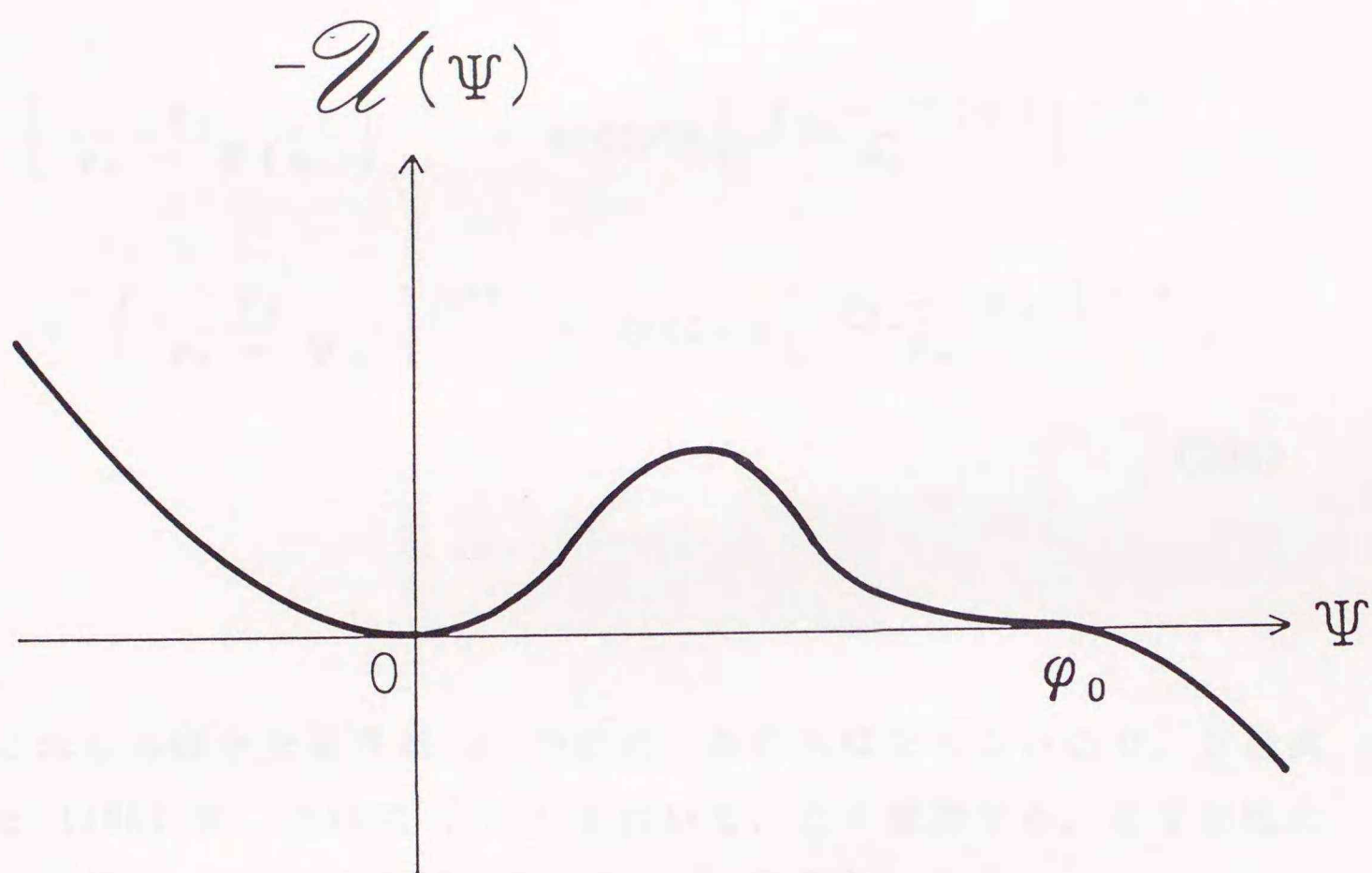


図 18 方程式 (102) と (103) で表されるポテンシャル関数 $U(\Psi)$ の形状。

となり、 $\Psi(\eta) < 0$ に対し

$$\begin{aligned}
 & \frac{|A^{1/2}|}{2} \varphi_0 (\eta - \eta_0) \\
 &= - \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \Psi(\eta)} \right]^{1/2} + \operatorname{arccoth} \left[\frac{\varphi_0 - \Psi(\eta)}{\varphi_0} \right]^{1/2} \\
 & \quad + \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \Psi_0} \right]^{1/2} - \operatorname{arccoth} \left[\frac{\varphi_0 - \Psi_0}{\varphi_0} \right]^{1/2},
 \end{aligned}
 \tag{106}$$

となる。

これらの解を元の表示 ϕ で記述しなければならないので、方程式 (105) と (106) を、方程式 (101) を用いて、若干変形する。まず方程式 (105) は、領域 $0 < \phi(\eta)^{1/2} < \varphi_0$ に対し

$$\begin{aligned}
 & \phi_s(\phi_0, \eta) \\
 &= \varphi_0^2 \operatorname{sech}^4 \left\{ \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \phi_s(\phi_0, \eta)} \right]^{1/2} - \mathcal{H}_1(\phi_0, \varphi_0) \right. \\
 & \quad \left. \pm \frac{|A^{1/2}|}{2} \varphi_0^{3/2} (\eta - \eta_0) \right\},
 \end{aligned}
 \tag{107}$$

但し、

$$\mathcal{H}_1(\phi_0, \varphi_0) = \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \phi_0^{1/2}} \right]^{1/2} - \operatorname{arctanh} \left[\frac{\varphi_0 - \phi_0^{1/2}}{\varphi_0} \right]^{1/2},$$

という解をもたらす。

また、方程式 (106) は、領域 $\phi(\eta)^{1/2} < 0$ に対し

$$\phi_E(\phi_0, \eta)$$

$$= \varphi_0^2 \operatorname{cosech}^4 \left\{ \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \phi_E(\phi_0, \eta)} \right]^{1/2} - \mathcal{H}_2(\phi_0, \varphi_0) \right. \\ \left. \pm \frac{|A^{1/2}|}{2} \varphi_0^{3/2} (\eta - \eta_0) \right\},$$

(108)

但し、

$$\mathcal{H}_2(\phi_0, \varphi_0) = \left[\frac{\varphi_0}{\varphi_0 - \phi_0^{1/2}} \right]^{1/2} - \operatorname{arccoth} \left[\frac{\varphi_0 - \phi_0^{1/2}}{\varphi_0} \right]^{1/2},$$

という解に帰着する。ここに、 $\phi_0 = \Psi_0^2$ であることに注意しなければならない。

(107) 式の形状は図 19 に描かれている。これは、最大振幅が尖った形のスパイク状孤立波である。また、(108) 式の形状は図 20 に示されており、 $\pm \frac{1}{2} |A^{1/2}| \varphi_0^{3/2} (\eta - \eta_0) \rightarrow \mathcal{H}_2(\phi_0, \varphi_0)$ の位置で、ポテンシャルが爆発的に増大(発散)するプロファイルを形成している。

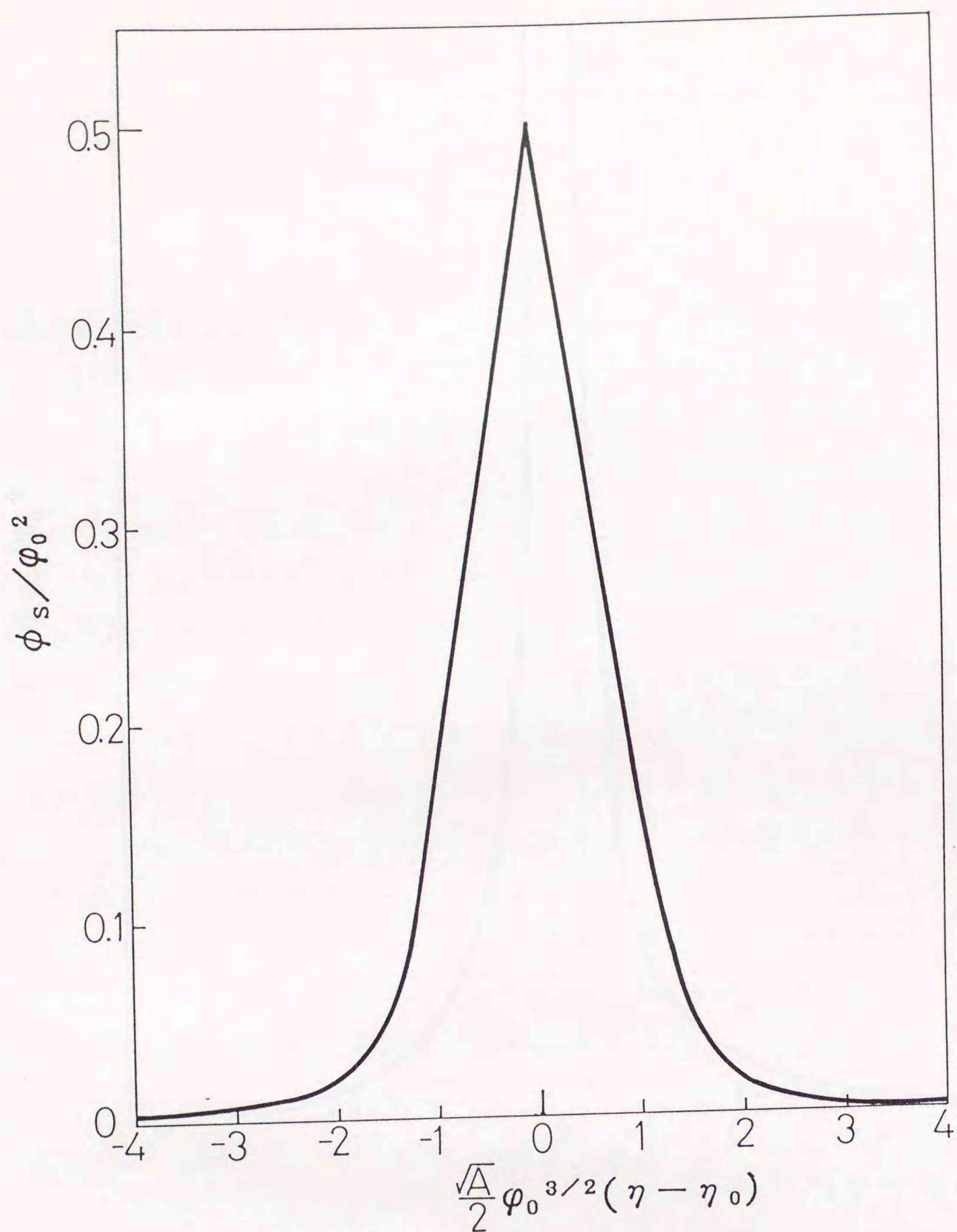


図 19 捕捉電子分布の場合、方程式 (107) で表される磁気イオン音波のスパイク状孤立波の形状。但し、一定値のパラメーター $\phi_0^{1/2} = 0.5 \phi_0$ の時、 $\mathcal{H}_1(\phi_0, \phi_0) = 1.24191$ を用いた。

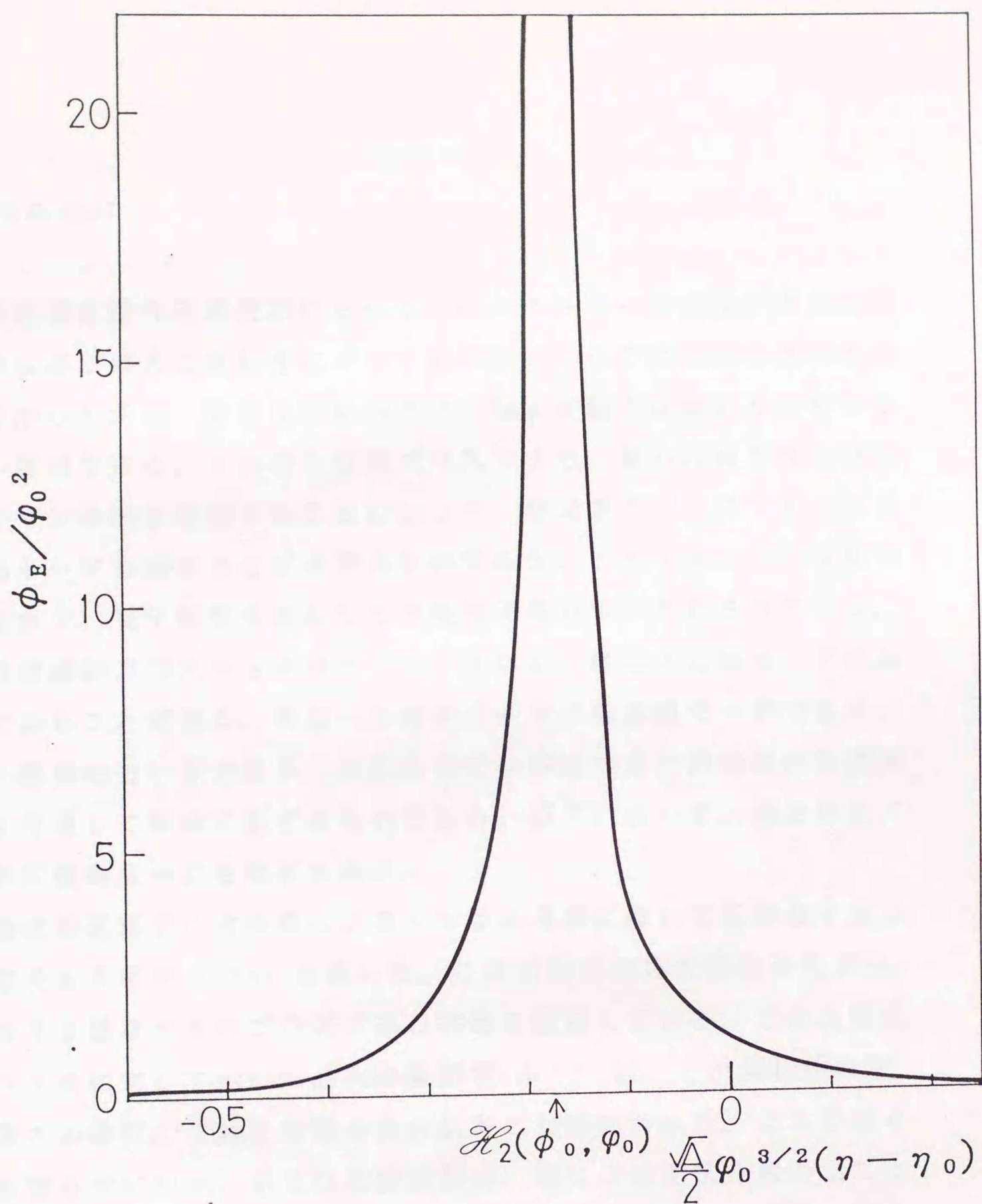


図 20 捕捉電子分布の場合、方程式 (108) で表される磁気イオン音波の爆発的モードの形状。ここで、パラメーターは、 $\phi_0^{1/2} = -\phi_0$ の時、 $\mathcal{H}_2(\phi_0, \phi_0) = -0.17427$ の値を用いた。

§ 5.4 結果の検討

空間磁場を伴う宇宙空間において、高エネルギー孤立波や爆発的現象の存在がしばしば人工衛星等によって観測され、その重要性を指摘されている。しかしながら、妥当な理論的解釈に関する論文はほとんど報告されていない現状である。その様な空間プラズマ中の、強い非線形性を持つ相対論的イオン音波を考慮することによって、空間磁化プラズマ中の孤立波と爆発的モードを示すことが本章の目的である。このイオン音波は磁場に傾いて伝わり、電子密度分布として捕捉粒子型分布が考慮されている。新しい高次非線形方程式の定常解として、異なる二種類の波動モードの伝播が可能であることが判る。その一つはスパイク状孤立波モードであり、他の一つは爆発的モードである。これらのモードは本章で提起された高次非線形性を考慮して初めて生ずるものである。以下において、示された二種類の非線形波動モードを検討する。

著者は捕捉電子を含む磁化プラズマ中の磁場に傾いて伝わるイオン音波を記述する方程式 (100) を導いた。この方程式は高次非線形性が分散性と競合する様な一つのプラズマ系の挙動を記述している。この方程式のポテンシャルに対して示した高次非線形項 $\phi^{7/2}$ は、その解析的な取り扱いの困難さの故に、これまで取り扱われたことはなかった。ここではその定常解を明らかにした。示された定常解は、将にこの高次非線形項によって生じ、スパイク状孤立波と爆発的解として現れる。孤立波は正の最大ポテンシャルの範囲内 (図 18 の $0 < \Psi < \phi_0$) で生じるが、爆発解が負のポテンシャルを伴う場合 (図 18 の $-\infty < \Psi < 0$) に生ずることは特徴的である。Langmuir波に関し、Zakharov達によって示された爆発的モードもまた負のポテンシャルによって生じている^{59, 60)}ことに注目したい。また、これらの解の形成は、パラメーター C_1, C_2, C_3, C_4 の符号に依存しており、方程式 (102) から方程式 (103) への変換は、パラメーター

a_1, a_2, a_3, a_4 に関する特定の条件が満たされるとき初めて成立することに注意しなければならない。また、5.3 節で得られた結果は相対論的効果を含んでおらず、この効果が次の高次非線形項 ϕ^4 に含まれることは電子密度の展開式から自明である。しかしながら、示された解は新しい高次非線形波動モードの提唱という意味では、プラズマ理工学における非線形規準モードの一般的な枠組みを発展させるという点において重要であることを忘れてはならない。更に、ここに示されたスパイク状孤立波と爆発的モードは 3-次元の基礎方程式を 1-次元的な方程式に直して導いたが、この結果は、Langmuir 波の 3-次元コラプス現象において導かれた結果^{59, 60)}あるいは Langmuir 乱流におけるコラプスする波束の電場構造に対する結果⁶⁸⁾と一見類似した結果をもたらしているように見える。しかしながら、Zakharov や Newman 達は解析の初めから相対論的効果を考慮しておらず、イオン音波に関する現象については全く説明していない。彼らは空間観測の現象についても若干触れてはいるものの、彼らの研究結果によって高エネルギー現象を説明することは極めて困難である。

本論文で得られた結果は、等温性からのずれをもつ非線形捕捉電子の効果が等温電子の効果よりはるかに強いプラズマ中の非線形イオン音波を考察する上で極めて重要である。ここに示された定常波の解は条件 $C_1 > 0, C_2 > 0, C_3 < 0, C_4 > 0, s > 0$ を満たしていなければならない、これらの条件の下でのみ妥当である。この場合、 $a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 < 0, a_4 > 0$ となることは明らかである。自由電子温度と捕捉電子温度の間の大小関係が

$$T_f < T_t ,$$

を満たし、宇宙空間磁場に対するイオン音波の伝播角が

$$\arccos \left| \left[\frac{2(1+\beta) + s^2 \left[\frac{147}{4} - 12\beta \right]}{\frac{57}{4} + 5\beta + \frac{7}{s^2}} \right]^{1/2} \right| < \theta < \frac{\pi}{2},$$

を満たすならば、 $0 < s < 1$ および最大振幅 $\phi_0 > 0$ が成り立つ。パラメータ s と β に数値を入れて、磁気イオン音波が実際に伝わる伝播角 θ を計算すると、 θ のとり得る値として $\sim 13\pi/30 < \theta < \pi/2$ の範囲の値をとる。

従来、捕捉電子分布を持つプラズマ中のイオン音波についてはいくつかの報告例があるが、それらの論文で取り扱われた非線形方程式は方程式(100)の右辺の $\phi^{5/2}$ あるいは ϕ^3 の項までを考慮したにすぎない。その場合に得られる定常解は先頭の丸い孤立波である。ところが、空間プラズマ中で観測される孤立波のほとんどすべてはスパイク状を呈するもので占められている。従って、ポテンシャルの ϕ^3 までの低次の非線形性によって高エネルギー現象を説明することは困難である。しかも、高エネルギー事象では、孤立波だけが単独に観測されることはむしろ少なく、バースト現象のような爆発的モードを伴っている場合が多い。これまで、惑星間空間や磁気圏における高エネルギー事象において、上に述べた二つの波動モードを微細構造として捕らえ、理論的に報告した論文は知られていない。本章では、この点を初めて明らかにしている。また、これまで爆発的現象は磁場の解放過程の現象としてのみ解釈されていたが、本研究では流体プラズマ現象として捉えている点が新しい。宇宙空間中の捕捉電子に関する観測例としては、太陽電波バースト中を流れるプロトン群から作られた孤立波¹⁶⁾、太陽大気や惑星間空間で発生する爆発的事象^{41, 43)}、スパイク状イオン音波孤立波や太陽電波バーストの事象^{16, 69, 70)}、磁気圏中の電場構造からスパイク状孤立波を検出したもの⁷¹⁾、Ⅲ型太陽電波バースト中で相対論的ビームに伴って発生した、惑星間空間磁場と垂直に近い

伝播角で伝わるスパイク状イオン音波孤立波の事象^{72, 73)}などが報告されている。これらの事実は本研究において得られた理論的成果⁷⁴⁾の妥当性を確かなものにしている。

このように、宇宙空間の高エネルギー現象においては、その波動構造を構成する成分として、スパイク状孤立波ばかりでなく爆発的モードもまた不可欠の要素を形成している。本章において示したスパイク状孤立波と爆発的モードは、互いに境界条件によってその存在領域が峻別されている。このことは、この二つのモードがポテンシャルを介して微細構造を形成することを意味している。そのため、このスパイク状孤立波と爆発的モードを用いることによって、我々は空間プラズマ中の高次非線形性が本質的であるようなイオン音波の波動構造を理解することができる^{13, 74)}。また、宇宙空間中を伝わる波動の振幅は極めて大きく、そのため波に捕捉される電子の効果がたいへん強いため、本章で示した高次非線形性と捕捉電子効果に対する知見は、宇宙空間中の磁場を考慮した相対論的非線形イオン音波の挙動を理解する上で極めて有効である。従って、本研究の成果は将来の人工衛星からの観測データによって、更に確かな裏づけを得られるものと予想される。

§ 5.5 まとめ

宇宙空間の磁化プラズマ中においては、非線形波の振幅が大きいため、波に捕捉される粒子の効果が本質的であり、そのため、電子分布として捕捉粒子型分布を考慮することが必要である。著者は、この場合に導かれる非線形方程式が $\phi^{7/2}$ 以上の高次非線形項を含まない限り、スパイク状孤立波と爆発的モードが現れないことを示した。この結果と空間観測の結果との対応を考慮することによって、強い非線形効果と捕捉電子効果を有する磁気イオン音波の非線形波動モードが宇宙空間の高エネルギー事象

を考察する上で極めて重要であることを明らかにした。一方、高次非線形方程式 (100) は本論文で提起されたものであり、従って、その定常解として得られた二種類の非線形波動モード(スパイク状孤立波と爆発的解)は、初めて解析的に明らかにされたものである。これらは宇宙工学の基礎に新知見を与えるばかりでなく、一般的な非線形波動モードの枠組みを発展させるという意味で、プラズマ理工学の基礎にも貢献する。

第六章

結 論

多くの人工衛星は、宇宙空間の利用や開発を目的として各種の空間観測や深宇宙の探査を活発に展開している。そして、これらの衛星は貴重なデータを継続的に地球へ送り続けている。将来、開発が計画されている宇宙構造物や衛星自体の規模はますます大型化し、利用頻度は増大することが予想される。ところが、宇宙空間はプラズマで満たされており、高エネルギー粒子に基づく諸現象は、衛星の異常帯電やコンピューター内の半導体メモリーの反転、電子回路の破壊、それらが引き金となって発生するシステム制御の機能障害、さらに地上の受信局へのデータ送信の不能など多くの問題を生じている。これらは衛星の正常な運用あるいは設計上の重大な障害となっている。しかし、これらの問題を支配する高エネルギープラズマ現象についての理解は浅く、問題の原因を究明する上で特に重要な相対論的イオン音波については不明な点が極めて多い。

本論文は、このような宇宙工学上の諸問題を解明するための基礎的理論を提供しようとするものである。本章においては、本研究で得られた成果を総括的に述べ、その工学的意義について論述する。

§ 6.1 本研究によって得られた成果

第一章では、本研究の背景と動機を述べると共に、これまでに示された非線形プラズマ波動理論を概説し、非線形イオン音波によるプラズマ現象の研究経過と本研究の目的について述べた。

第二章では、人工衛星に異常帯電を引き起こしている高エネルギープリカーサー事象の形成について調べた。その結果、次のことが得られた。

- (1) 高速のイオン流はイオン音波に相対論的效果を生ずる。そのイオン群は、非線形係数が正になることから圧縮性孤立波を形成し、孤立波が形成されると共にプリカーサーが発生する。
- (2) イオン温度の効果 ($\sigma = \text{イオン温度 } T_i / \text{電子温度 } T_e$) が、相対論的プラズマ中で初めて検討された。一次元孤立波の位相速度はイオン温度が一定の時には、相対論的效果が大きくなると減少するが、相対論的效果が一定の時には、イオン温度の増加に従って増大する。
- (3) 一次元孤立波の振幅のイオン温度および相対論的效果に対する依存性が検討された。孤立波の振幅の相対論的效果による依存性は極めて小さいが、イオン温度 $\sigma (>0)$ が減少するようになると振幅は増大する。
- (4) 二次元のイオン音波孤立波は一次元孤立波の場合と類似の性質を示す。位相速度は相対論的效果が大きくなると減少し、振幅は相対論的效果の増大とともに増大する。

これらの結果から、孤立波とプリカーサーの形成過程は宇宙空間で観測される高エネルギープリカーサー事象と密接に関連することが明らかにされた。

第三章では、有限波数領域と小波数領域における変調イオン音波孤立波を調べ、相対論的效果に対する安定性の変動を検討した。また、その結果を空間観測の高エネルギー事象と比較検討した。その結果、次の成果が得られた。

- (1) 本理論から得られる相対論的非線形変調イオン音波は有限波数領域、小波数領域とも存在する。有限波数領域での安定性は変調安定性と変調不安定性の二つの側面を持つが、安定性の規準は相対論的效果に依存して変化する。それに対し、小波数領域での安定性は変調安定性だけを示す。
- (2) 有限波数領域の相対論的イオン変調波モードと小波数領域での相対論的イオン変調波モードは、この系の分散関係により互いに密接に結

合している。

(3)この理論の結果は、空間観測から得られた、次のような事実と定量的に良く一致する。

- a)地球の放射線(Van Allen)帯, III型電波バースト, ガンマー線バースト, 高速太陽風における 1MeV を越えるプリカーサー事象
- b)太陽電波バーストや磁気圏の高エネルギー事象における高調波や変調不安定なイオン音波
- c)1MeV を越える宇宙線の強い密度変調現象

以上の結果から、高エネルギー相対論的変調イオン音波は広範囲の波数領域に存在し、複数のモードが互いに結合しながら運動すること、また、安定性は相対論的效果によって変動することが判明した。これらの波動が高エネルギー事象のデータと定量的に良く一致することから、本理論の空間観測結果への有効性を明らかにした。

第四章では、K-dV 型孤立波の非線形性が極めて小さく、高次非線形性が重要となる場合の相対論的イオン音波の挙動を調べた。その結果を空間中の高エネルギー波動の微細構造と比較検討した。それによって、次の成果を得た。

- (1)導かれた混合型修正K-dV方程式が負の三次非線形性を持つため、その解としてスパイク状孤立波、電気二重層、爆発的モードが示される。各モードの振幅はイオン温度や相対論的效果に依存して変化する。
- (2)スパイク状孤立波の振幅はイオン温度効果の増大につれて増大し、相対論的效果が大きくなると若干減少するという特徴を有する。これは高速太陽風や太陽フレア中のプリカーサー事象、III型電波バーストの高調波のスパイク状孤立波モードなどの観測例を説明できる。
- (3)相対論的電気二重層は次のような特徴を持つ。1)イオン温度の増大に伴い、二重層の振幅は大きくなり、厚さは狭くなる。2)相対論的

効果の増大により、二重層の振幅は大きくなる。3)この電気二重層はポテンシャルにして $\sim 10^6 - 10^9 \text{V}$ にも達する高い電位差を持つ衝撃波様の非線形波であり、太陽フレアや磁気圏における一種の粒子加速器として作用する。4)イオン温度の増加に伴い二重層の厚さが狭くなるという特徴は、磁気圏での観測結果と定性的によく一致する。

(4)爆発的モードはポテンシャルが一定の最大値を越えるか、負のポテンシャルを伴う場合に発生する。これは太陽フレア、電波バースト、磁気圏尾部でのバーストなどの高エネルギー事象と密接に関連している。

(5)スパイク状孤立波、電気二重層、爆発的モードの三者はそれぞれが存在するためのポテンシャル領域を持ち、互いに他と相補的に生成・発展し、あるいは消滅する。

以上の結果から、高速イオン流がスパイク状孤立波、電気二重層、爆発的モードを生じ、これら三者が互いに他と相補的に生成されて微細構造を形成するという非線形波動構造を明らかにした。

第五章では、空間磁化プラズマの高エネルギー事象において特徴的なスパイク状孤立波と爆発的事象を調べる目的で、空間磁場に傾いて伝わる磁気イオン音波の高次非線形性を調べた。速度分布関数が二重のピークをもつ捕捉電子分布に対して、一つの非線形微積分方程式を導いた。この方程式は、新しい型の高次非線形微分方程式に直せる。著者は、この方程式に妥当な解析を行い、複数の定常解をもつことを示した。その解析結果から、次の様な成果を得た。

(1)伝播角は磁場と垂直に近い角度をもつ。

(2)定常解は正のポテンシャルに基づくスパイク状孤立波と負のポテンシャルに基因する爆発的解をもつ。これらの新しい非線形波動モードは、一般的な非線形波動モードの枠組みを発展させるという意味で非線形科学の基礎に寄与する。

(3)空間磁化プラズマのスパイク状孤立波と爆発的モードは惑星間空間磁場や磁気圏の一様な磁場に垂直に近い伝播角で伝わる高エネルギーイオン音波孤立波やバースト的現象の説明において、その有効性を発揮する。

これらの結果から、磁気イオン音波は空間磁場と垂直に近い傾斜角で伝わること、強い非線形性はスパイク状孤立波と爆発的モードを生じ、これらは惑星間空間や磁気圏の高エネルギー事象を説明する可能性を有することを明らかにした。また、示された二種類の波動モードは空間プラズマ中の高次非線形波動に対してのみではなく、実験室プラズマ中を伝わる高次非線形波動に対しても適用可能であることが示唆される。

以上、各章で述べた成果を総括すると、本論文は光速と比較できるほど高速のイオン流と高次非線形性が相対論的イオン音波に特徴的な多くの新しい非線形波動モードを生ずること、また、それらのモードが互いに関連しながら特有の非線形波動構造を形成し、高エネルギー波動に関する多くの空間観測例を理解する上で有効であることを明らかにしている。

§ 6.2 成果の工学的意義

現在、宇宙空間では各種の人工衛星による観測や探査が活発に行われている。将来においては、半恒久的な宇宙構造物の建設やそこでの生活、またそこを基地とする深宇宙の探査など空間の利用や開発は拡大、発展していくものと予想される。しかし、高エネルギー現象は工学上の様々な問題を引き起こすため、その問題の解明は急務である。空間の利用や開発を推進するためには問題の原因を究明し、高エネルギープラズマ現象に関する基礎的かつ総合的な研究を確立しておくことが必要である。

以下に本研究の工学的意義を述べる。

- (1) 衛星に障害を引き起こしている異常帯電や電子機器の破壊などの原因については多くの不明な点があった。本論文では、問題の原因が相対論的イオン音波にあるという立場から孤立波、電気二重層、爆発的モードの存在を明らかにしている。孤立波モードはプリカーサー事象の原因であり、電気二重層で加速された粒子や爆発的事象で噴出した粒子は衛星の放射線損傷や異常放電などの障害を引き起こす源と考えられる。そのため、これらのモードに関する知見は問題を解明する上で有効である。また、衛星の放射線損傷対策の改善、衛星の運用や計画をする上で必要な基礎的情報を提供する。
- (2) 高エネルギーイオン音波に関する理論的研究はほとんど展開されていない。このような現状の中で、本論文は宇宙工学において問題となるような場に要求される理論的支柱を提供している。この理論によって得られた一次元及び二次元の孤立波、有限波数領域と小波数領域における変調包絡線孤立波、スパイク状孤立波、電気二重層、爆発的モード、そして磁気イオン音波のスパイク状孤立波と爆発的モードは互いに生成し、あるいは消滅して高エネルギー波動現象を形成することを明らかにしている。従って、本論文は問題の原因となっている波動的側面を総合的に明らかにすると同時に、問題を解明するための理論的契機を与えている。
- (3) 本論文は、深宇宙の探査衛星「飛天」や打ち上げが予定されている探査衛星「Solar-A」, 「Geotail」などからの観測データの解釈に備えて、宇宙空間における高エネルギーイオンに基因する非線形波動現象を予測する理論的手法を提唱している。また、最近の空間波動観測において、高速イオン流がもたらす電場やポテンシャルなど物理的基礎量の孤立的な微細構造に関する情報が得られつつあり、今後それらとの関連性が興味深い展開をもたらすものと期待される。従って、本論文は、将来の深宇宙の探査ならびに宇宙開発との関連において、その有効性を発揮するものと予測される。

以上を要するに、本論文は宇宙工学上の問題を支配する高エネルギープラズマ波動現象に関する基礎理論を展開したものである。この理論によって、多くの高エネルギー現象を定量的あるいは定性的に説明することに成功し、新たな非線形波動モードに関する多くの新知見を明らかにするなどの成果を得ている。従って、本論文は宇宙工学上の諸問題を解明するための理論的根拠を与えている。

文 献

- 1) J. Allen in *Annual Report of National Geophysical Data Center* (N.O.A.A., 1981) p. 8.
- 2) 河野毅 *S.E.M. 研究会報告* No.3 (理化学研究所, 1981) p.22.; 恩藤忠典 *S.E.M. 研究会報告* No.1 (理化学研究所, 1978) p.81.
- 3) A.G. Rubin *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 36, 2015 (1989). ;
H. Garrett *Pap. Amer. Inst. Aeronaut. Astronaut.* AIAA-90-0289 (1990).
- 4) K. Eguchi-Kasai, T. Kosaka, I. Kaneko, T. Takahashi, A. Maruhashi and K. Nakano *J. Radiat. Res.* 28, 213 (1987).
- 5) K. Nagata, T. Kohno, H. Murakami, A. Nakamoto, N. Hasebe, T. Takenaka, J. Kikuchi and T. Doke *J. Geomag. Geoelectr.* 37, 329 (1985).
- 6) H. B. Garrett in *Proc. Solar Terrestrial Predictions Workshop*, Vol.2 (1979) p.36.
- 7) D. J. Korteweg and G. de Vries *Phil. Mag.* 39, 422 (1895).
- 8) C. S. Gardner and G. K. Morikawa *Courant Inst. Math. Sci. Rep.* NYO-9082, (New York University, 1960) p.1.
- 9) N. J. Zabusky and M. D. Krushkal *Phys. Rev. Lett.* 15, 240 (1965).
- 10) H. Washimi and T. Taniuti *Phys. Rev. Lett.* 17, 996 (1966).
- 11) V. E. Zakharov and A. B. Shabat *Soviet Physics-JETP* 34, 62 (1972).

- 12) H.Schamel *J. Plasma Phys.* 9, 377 (1973).
- 13) Y.Nejoh *Phys. Lett. A* 143, 62 (1990).
- 14) F.S.Moser and M.Temerin, in *High Latitude Space Plasma Physics*, ed.by B.Hultqvist and T.Hagfors (Plenum Press, New York, 1983) p.453.
- 15) D.A.Gurnett and L.D.Frank *J. Geophys. Res.* 83, 58 (1978).
- 16) R.P.Lin, W.K.Levedahl, W.Lotko, D.A.Gurnett and F.L.Scarf
Astrophys. J. 308, 954 (1986).
- 17) Y.Nejoh *Phys. Fluids* 31, 2914 (1988).
- 18) S.J.Bame *NASA Conf. Publ.* NASA-CP-2280, 573 (1983).
- 19) F.B.McDonald and M.A.I.Van Hollebeke *Astrophys. J.* 290,
L67 (1985).
- 20) R.P.Lin in *Conf. Pap. Int. Cosmic Ray Conf.* 19, 237
(1986).
- 21) Y.Nejoh *J. Plasma Phys.* 37, 487 (1987).
- 22) Y.Nejoh *Phys. Lett. A* 123, 245 (1987).
- 23) Y.Nejoh *J. Plasma Phys.* 38, 439 (1987).
- 24) 小川原嘉明 科学衛星シンポジウム (宇宙科学研究所, 1987)
p.17.; 日江井栄二郎、渡辺鉄哉 *ibid.* (宇宙科学研究所,
1988) p.24.

- 25) 長野勇、林恵一、向井利典、岡田敏美、松本紘、Geotail EMIワーキング
グループ 科学衛星シンポジウム (宇宙科学研究所, 1987)
p.37.; 西田篤弘、向井利典 *ibid.* (宇宙科学研究所,
1988) p.39.; 上杉邦憲 *ibid.* (宇宙科学研究所, 1988)
p.44.
- 26) R.Boström, G.Gustafsson, B.Holback, G.Holmgren and
H.Koskinen *Phys. Rev. Lett.* 61, 82 (1988).
- 27) S.G.Tagare *Plasma Phys.* 15, 1247 (1973).
- 28) G.C.Das and S.N.Paul *Phys. Fluids* 28, 823 (1985).
- 29) J.I.Vette, *Summary of Particle Populations in the
Magnetosphere, in Particles and Fields in the
Magnetosphere*, ed. by B.M.McCormac (D.Reidel, Dordrecht,
1970) p.305.
- 30) R.P.Lin *Rev. Geophys.* 25, 676 (1987).
- 31) R.J.Taylor, D.R.Baker and H.Ikezi *Phys. Rev. Lett.* 24, 206
(1970).; H.Ikezi, R.J.Taylor and D.R.Baker *Phys. Rev.
Lett.* 25, 11 (1970).
- 32) B.B.Kadomtsev and V.I.Petviashvili *Soviet Phys. Dokl.* 15,
539 (1970).
- 33) T.Taniuti and N.Yajima *J. Math. Phys.* 10, 1369 (1969).
; N.Asano, T.Taniuti and N.Yajima *J. Math. Phys.* 10,
2020 (1969).

- 34) K. Shimizu and Y.H. Ichikawa *J. Phys. Soc. Jpn.* 33, 789
(1972).
- 35) T. Kakutani and N. Sugimoto *Phys. Fluids* 17, 1617 (1974).
- 36) S.C. Freden, J.B. Blake and G.A. Paulikas, in *Earth's
Particles and Fields*, ed. by B. McCormac (Reinhold,
New York, 1968) p.3.
- 37) F.L. Scarf, in *Physics of the Hot Plasma in the
Magnetosphere*, ed. by B. Hultqvist and L. Stenflo
(Plenum Press, New York, 1985) p.271.
- 38) H.J. Völk *Rev. Geophys. Space Phys.* 13, 547 (1975).
- 39) D.F. Smith and S.H. Brecht *J. Geophys. Res.* 90, 205 (1985).
- 40) J.R. Kan, L.C. Lee and S.-I. Akasofu *J. Geophys. Res.* 84, 4305
(1979).
- 41) A.O. Benz and M. Güdel *Solar Phys.* 111, 175 (1987).
- 42) H. Alfven *IEEE Trans. Plasma Sci.* PS-14, 779 (1986).
- 43) H. Alfven *Physics Today* 39, 22 (1986).
- 44) P. Carlqvist *IEEE Trans. Plasma Sci.* PS-14, 794 (1986).
- 45) T. Obayashi *Space Sci. Rev.* 3, 79 (1964).
- 46) P. Carlqvist in *Proc. Second Symp. Plasma Double Layers
and Related Topics*, ed. by R. Schrittwieser and G. Eder
(Innsbrook, Austria, 1984) p.40.
- 47) S.S. Hasan and D. ter Haar *Astrophys. Space Sci.* 56, 89
(1978).

- 48) J.S.Wagner, T.Tajima, J.R.Kan, J.N.Loboeuf, S.-I.Akasofu
and J.Dawson *Phys. Rev. Lett.* 45, 803 (1980).
- 49) S.M.Krimigis and E.T.Sarris in *Dynamics of the Magnetosphere*,
ed. by S.-I.Akasofu (D.Reidel, Dordrecht, 1979)
p.599.
- 50) A.T.Y.Lui and S.M.Krimigis *J. Geophys. Res.* 89(A12), 10741
(1984).
- 51) M.N.Nazarova, N.K.Peregaslova, T.S.Podstrigach and
M.A.Fasakhova *Geomag. Aeron.* 23, 688 (1984).
- 52) S.Torven *Phys. Rev. Lett.* 47, 1053 (1981).
- 53) H.H.Kuehl and K.Imen *IEEE Trans. Plasma Sci.* PS-13,
37 (1985).
- 54) G.Chanteur and M.Raadu *Phys. Fluids* 30, 2708 (1987).
- 55) M.Dey, K.S.Goswami and S.Bujarbarua *Physica* B152, 385
(1988).
- 56) T.Sato and H.Okuda *J. Geophys. Res.* 86(A5) 3357 (1981).
- 57) H.Alfven *Physica Scripta* T2/1, 10 (1982).
- 58) J.Ostriker and C.F.McKee *Rev. Mod. Phys.* 60, 1 (1988).
- 59) V.E.Zakharov *Sov. Phys. Usp.* 31, 672 (1988).
- 60) V.E.Zakharov and Kuznetsov *Sov. Phys. JETP* 39, 285
(1974).
- 61) R.L.Stenzel, M.Ooyama and Y.Nakamura *Phys. Fluids* 24, 708
(1981)

- 62) R.L.Stenzel in *Ion Acceleration in the Magnetosphere and Ionosphere*, ed. by T.Chang (American Geophysical Union, Washington DC, 1986) p.211.
- 63) M.A.Raadu in *Proc. Symp. Plasma Double Layers*, (Risø National Laboratory, Denmark, 1982) p.65.
- 64) R.Boström, B.Holback, G.Holmgren and H.Koskinen *Physica Scripta* 39, 782 (1989).
- 65) R.Boström, G.Gustafson, B.Holback, G.Holmgren and H.Koskinen *Phys. Rev. Lett.* 61, 82 (1988).
- 66) G.Schmidt in *Physics of High Temperature Plasmas*, (Academic Press, San Francisco, 1979) p.72.
- 67) A.I.Akhiezer, I.A.Akhiezer, R.V.Polovin, A.G.Sitenko and K.N.Stepanov in *Plasma Electrodynamics*, Vol.2 (Pergamon Press, New York, 1975) p.35.
- 68) D.L.Newman, P.A.Robinson and M.V.Goldman *Phys. Rev. Lett.* 62, 2132 (1989).
- 69) D.A.Gurnett, R.R.Anderson, F.L.Scarf, R.W.Fredricks and E.J.Smith *Space Sci. Rev.* 23, 103 (1979).
- 70) H.Alfven *Cosmic Plasmas* (D.Reidel, Dordrecht, 1981) p.138.
- 71) W.Lotko and C.F.Kennel *J. Geophys. Res.* 88, 381 (1983).
- 72) D.A.Gurnett and L.A.Frank *J. Geophys. Res.* 83, 58 (1978).

- 73) D.A.Gurnett, F.L.Scarf, R.W.Fredricks and E.J.Smith
IEEE Trans. Geosci. Electronics GE-16, 225 (1978).
- 74) Y.Nejoh *J. Phys. A : Math. Gen.* 23, 1973 (1990).

謝 辞

本論文を纏めあげることができたのは、北海道大学教授 田頭博昭先生 の懇切かつ適切な御指導と暖かい御配慮の賜であります。衷心より感謝申し上げます。また、本論文に関し、数々の有益な御指摘と御教示をいただいた北海道大学教授本間利久先生、同教授深井一郎先生、同教授小川吉彦先生、同教授山崎初男先生 に深く感謝申し上げます。

本論文は著者の勤務する八戸工業大学において遂行されました。国内研究員制度および特別研究助成の利用にあたり、河上房義学長をはじめとする方々に御協力をいただきました。また、能登文敏一般教育部長 には数々の御配慮と御鞭撻を賜りました。心から御礼申し上げます。著者の所属する物理学教室では、本間健祐教授をはじめとする先生方に多くの御協力をいただきました。感謝致します。

文部省核融合科学研究所教授 市川芳彦先生 には暖かい御激励と御助言をいただき、研究者としてあるべき姿勢を学ばせていただきました。心から感謝申し上げます。また、同研究所助教授 佐貫平二氏 には磁気プラズマの基礎について御教示いただきました。厚く感謝致します。

本論文に関する出版論文のリスト

I. 研究論文

題 名	著 者	雑誌名 巻, 頁	年
1. The effect of the ion temperature on the ion acoustic solitary waves in a collisionless relativistic plasma	Y.Nejoh	<i>J. Plasma Phys.</i> 37, pp.487-495	(1987)
2. Ion acoustic double layers in the vicinity of the critical velocity in a weakly relativistic plasma	Y.Nejoh	<i>Phys. Lett. A</i> 123, pp.245-248	(1987)
3. A two-dimensional ion acoustic solitary wave in a weakly relativistic plasma	Y.Nejoh	<i>J. Plasma Phys.</i> 38, pp.439-444	(1987)
4. Association between weakly relativistic ion modulation modes in a collisionless plasma	Y.Nejoh	<i>Phys. Fluids</i> 31, pp.2914 - 2919	(1988)

5. New spiky solitary waves and explosive modes in a magnetized plasma with trapped electrons Y.Nejoh *Phys. Lett. A* (1990) 143, pp.62—66

6. New spiky solitary waves, explosive modes and periodic progressive waves in a magnetized plasma Y.Nejoh *J. Phys. A: Math. Gen.* 23, pp.1973—1984

7. Double layers, spiky solitary waves and explosive modes of relativistic ion acoustic waves propagating in a plasma Y.Nejoh *Phys. Fluids B: Plasma Phys.* (1991) (to be published)

8. Nonlinear periodic and algebraic ion acoustic solitary waves in a relativistic plasma Y.Nejoh *Astrophys. Space Sci.* (1991) (to be published)

9. Modulational instability of relativistic ion acoustic waves in a plasma with trapped electrons Y.Nejoh *IEEE Trans. (1991) Plasma Sci.* (to be published)

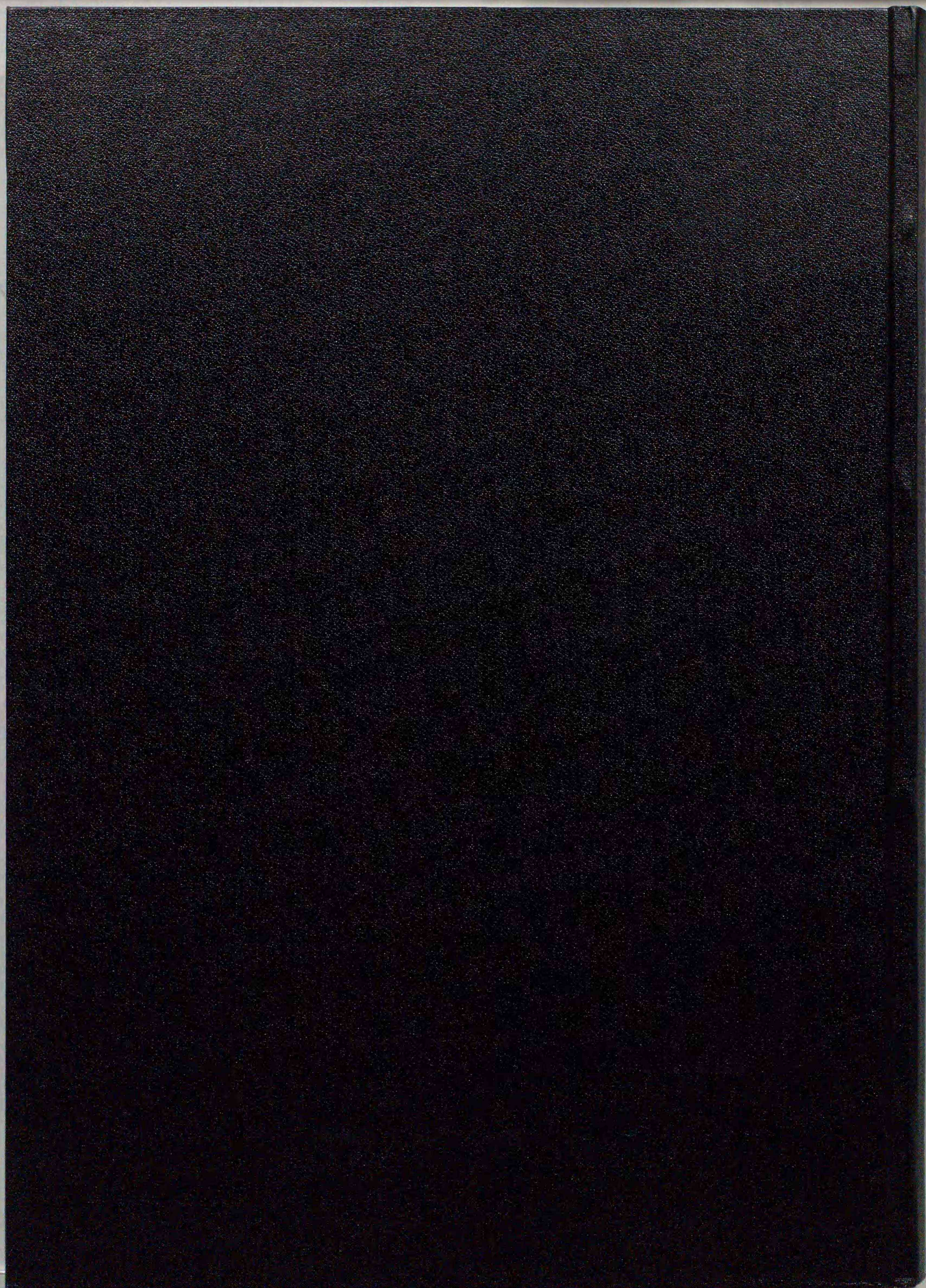
Ⅱ. 研究会発表論文

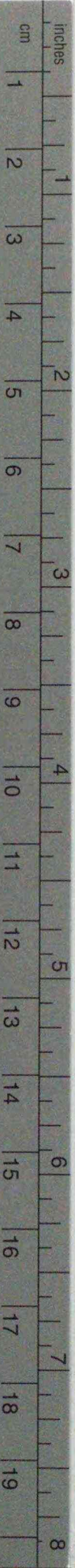
題 名	著 者	発表機関	年
1. 相対論的プラズマのイオン音波 孤立波と電気二重層	根城安伯	スペース プラズマ 研究会 プロシー ディングズ (宇宙科学 研究所) pp. 50 - 55	(1989)

Ⅲ. 口頭発表

題 名	著 者	発表機関	年
1. プラズマ内のイオン音波に対する 新しい非線形波	根城安伯	第32回応用 力学連合講 演会論文抄 録集 pp. 295 - 296	(1982)
2. 有限イオン温度をもつプラズマ中 のイオン音波孤立波	根城安伯	1986年日本 物理学会 秋の分科会 講演予稿集 4, p. 155	(1986)
3. 相対論的プラズマ中のイオン音波 包絡ソリトンと振動解	根城安伯	プラズマ核 融合学会第 四回年会 講演予稿集 p. 107	(1987)
4. 弱い相対論的プラズマの臨界速度 近傍の電気二重層	根城安伯	1987年日本 物理学会 秋の分科会 講演予稿集 4, p. 133	(1987)

- | | | |
|-------------------------------------|------|---|
| 5. 捕捉電子に基づく相対論的イオン
音波の変調不安定性 | 根城安伯 | 第三回核融 (1988)
合連合講演
会講演予稿
集
p. 272 |
| 6. 捕捉電子を含む磁化プラズマ中の
スパイク状孤立波の傾斜伝播 | 根城安伯 | プラズマ核 (1989)
融合学会
第六回秋季
講演会講演
予稿集
p. 128 |
| 7. 磁化プラズマ中の相対論的高次
非線形イオン音波 | 根城安伯 | プラズマ核 (1990)
融合学会第
第七回年会
講演予稿集
p. 71 |
| 8. 空間プラズマの微細構造に関する
理論的アプローチ | 根城安伯 | 日本物理学 (1991)
会第 4 6 回
年会講演予
稿集
4, p. 149 |

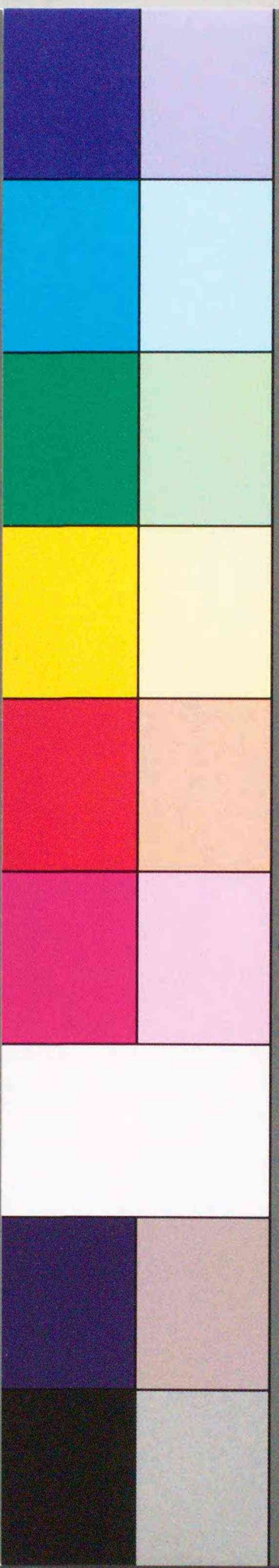




Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

