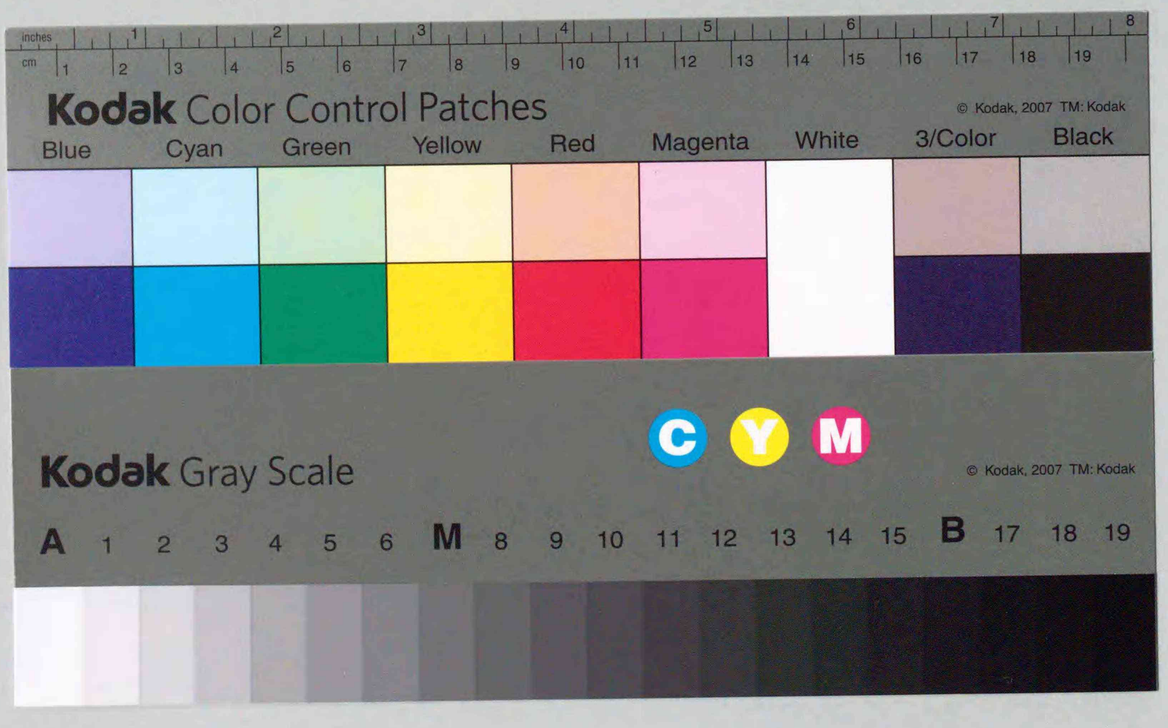
HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	センサ・アレーによる音源方位推定手法の高性能化に関する研究
Author(s)	渡辺, 秀行
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第3221号
Issue Date	1993-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3071517
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/49895
Type	doctoral thesis
File Information	000000265359.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

センサ・アレーによる音源方位推定手法の高性能化に関する研究

渡辺秀行



博士論文

センサ・アレーによる音源方位推定手法の高性能化に関する研究

北海道大学大学院工学研究科
電子工学専攻
渡辺 秀行

1993年3月

目 次

表記 v

1 緒論 1

2 等間隔直線センサ・アレーで得られるデータのモデリング 8
- 2.1 まえがき . . . 8
- 2.2 対象とする環境 . . . 8
- 2.3 観測される実信号のモデリング . . . 8
- 2.4 データの複素表現によるモデリング . . . 10
- 2.5 あとがき . . . 12

3 最大尤度法による音源方位推定問題の定式化 13
- 3.1 まえがき . . . 13
- 3.2 最大尤度法(最尤法) . . . 14
- 3.3 最大尤度音源方位推定のための評価基準 . . . 15
  - 3.3.1 アレー・データの尤度関数 . . . 15
  - 3.3.2 評価基準の導出 . . . 15
- 3.4 多項式係数をパラメータとする最尤法の評価基準 . . . 18
- 3.5 制約条件なしの評価関数の導出 . . . 20
- 3.6 あとがき . . . 23

4 センサ素子数の制限による非線形最適化問題の回避 24
- 4.1 まえがき . . . 24
- 4.2 非線形最小化回避のための手法 . . . 24
- 4.3 実験および考察 . . . 25
  - 4.3.1 推定精度 . . . 25
  - 4.3.2 計算量 . . . 26
- 4.4 あとがき . . . 29

5 サブアレー分割による非線形最適化問題の回避 31
5.1 まえがき . . . 31
5.2 サブアレーに分割する手法 . . . 31
5.3 実験および考察 . . . 32
5.3.1 推定精度 . . . 32
5.3.2 計算量 . . . 34
5.4 あとがき . . . 34

6 固有ベクトル計算の繰り返しによる最尤音源方位推定の準最適化手法 38
6.1 まえがき . . . 38
6.2 繰り返し計算の導入 . . . 38
6.3 実験および考察 . . . 40
6.3.1 推定精度 . . . 41
6.3.2 推定精度の比較の実験結果に対する理論的考察 . . . 43
6.3.3 IQML アルゴリズムとの推定精度の比較 . . . 44
6.3.4 IQML との比較の実験結果に対する理論的考察 . . . 45
6.3.5 計算量 . . . 47
6.4 あとがき . . . 49

7 固有ベクトル計算の繰り返しによる正確な最尤音源方位推定手法 51
7.1 まえがき . . . 51
7.2 繰り返し計算による手法 . . . 51
7.3 実験および考察 . . . 54
7.3.1 推定精度 . . . 54
7.3.2 計算量 . . . 55
7.4 あとがき . . . 57

8 勾配法の適用による正確な最尤音源方位推定手法 59
8.1 まえがき . . . 59
8.2 評価関数の勾配の計算法 . . . 60
8.3 勾配法の適用 . . . 62
8.4 勾配法における収束計算の初期値設定について . . . 65
8.5 実験および考察 . . . 66
8.5.1 初期値設定法の有効性についての実験 . . . 66
8.5.2 各種勾配法の計算量の比較 . . . 71
8.5.3 準ニュートン法による最尤音源方位推定手法の推定精度 . . 72
8.5.4 準ニュートン法による最尤音源方位推定手法の計算量 74

8.6 あとがき . . . 75

9 適応的音源方位推定問題への拡張 82
9.1 まえがき . . . 82
9.2 適応的最尤推定アルゴリズム . . . 82
9.3 実験および考察 . . . 85
9.3.1 方位時不変の場合 . . . 86
9.3.2 方位時変の場合 . . . 91
9.4 あとがき . . . 95

10 結論 99

付録 104

A アレー・データの尤度関数の定式化 104
A.1 複素ガウス型確率変数 . . . 104
A.2 付加雑音の確率密度関数 . . . 105
A.3 アレー・データの尤度関数の導出 . . . 105

B 離散フーリエ変換によるアレー・データの複素表現 108

C MUSIC アルゴリズムの概略 110
C.1 MUSIC アルゴリズムの原理 . . . 110
C.2 Spectral-MUSIC アルゴリズム (従来型 MUSIC アルゴリズム) 113
C.3 Root-MUSIC アルゴリズム . . . 114

D 空間スムーズィングの概略 117
D.1 従来型空間スムーズィング . . . 118
D.2 改良型空間スムーズィング . . . 119

E AP アルゴリズムの概略 121

F サブアレー分割による最尤音源方位推定手法と改良型空間スムーズィング適用の MUSIC アルゴリズムとの関係 124

G 式 (6.5) の導出 127

H 直線探索アルゴリズムの概略 129
H.1 粗い探索法 . . . 129
H.1.1 Armijo の探索法 . . . 129

H.1.2 Wolfe の探索法 131
H.2 精密な探索法 (Fibonacci 法) 133

I Yang と Kaveh のアルゴリズムの概略 136

謝辞 139

文献 141

著者の発表論文 147

表記

記号	用例	用例での説明
$\triangleq$		定義用の等号
Re, $^{(R)}$	$\mathrm{Re}(z)$, $z^{(R)}$	複素数 z の実部
Im, $^{(I)}$	$\mathrm{Im}(z)$, $z^{(I)}$	複素数 z の虚部
*	$\boldsymbol{A}^*$	行列 $\boldsymbol{A}$ の複素共役
^{T}	$\boldsymbol{A}^T$	行列 $\boldsymbol{A}$ の転置
^{H}	$\boldsymbol{A}^H$	行列 $\boldsymbol{A}$ の共役転置
tr	$\mathrm{tr}[\boldsymbol{A}]$	行列 $\boldsymbol{A}$ のトレース
$\lambda_{\min}$	$\lambda_{\min}(\boldsymbol{A})$	行列 $\boldsymbol{A}$ が非負定行列である場合の $\boldsymbol{A}$ の最小固有値
range	$\mathrm{range}(\boldsymbol{A})$	行列 $\boldsymbol{A}$ の列ベクトルにより張られる部分空間
null	$\mathrm{null}(\boldsymbol{A})$	行列 $\boldsymbol{A}$ の零空間
$\boldsymbol{I}_n$		n 次の単位行列
$\|\ \|$	$\|\boldsymbol{u}\|$	ベクトル $\boldsymbol{u}$ のユークリッド・ノルム
$\Pr\{\cdot\}$		事象 $\{\cdot\}$ が起こる確率
$\mathrm{E}(\cdot)$		期待値演算子
arg max	$\arg\max_x f(x)$	関数 $f(x)$ を最大にする x
	$\arg\max_{x\in\mathbf{C}} f(x)$	制約条件 $\mathbf{C}$ の下で関数 $f(x)$ を最大にする x
arg min	$\arg\min_x f(x)$	関数 $f(x)$ を最小にする x
	$\arg\min_{x\in\mathbf{C}} f(x)$	制約条件 $\mathbf{C}$ の下で関数 $f(x)$ を最小にする x
arg	$\arg(z)$	複素数 z の偏角

第１章

緒論

システムに入射する複数の音響信号の信号源 (音源) の位置を推定する問題 (音源定位問題、source localization problem) は、多方面の音響信号処理分野で古くから重要な問題として考察されている。例えば、魚群探知などで用いられるソナー (sonar) [g1, g2, g3]、地震予知や資源探査のための地震波解析 [g2]、機械系の故障診断、騒音制御のための騒音源の同定 [g4] などがあげられる。また、音声認識システムなどにおいて、複数の人間から発声された音声を分離し高精度に分析したい場合、多重音声信号の空間的な情報の抽出、すなわち音源の定位が重要である。テレビ会議システムなどの場合、周囲の雑音 (機械騒音、不要音声など) を低減し目標の信号成分のみを抽出することが必要であり、そのために目標信号源および雑音源の定位が重要となる [g6, g7]。さらに、音源定位問題の考察は、類似した分野である電波の波源推定問題 [g10] にも応用でき、航空機や気象予測などで用いられるレーダ (radar) や、電波天文学における電波望遠鏡などに対しても重要である。

入射音響信号の音源定位は一般に、複数のセンサ (マイクロホン) を空間上に配置したセンサ・アレー (sensor array) を用いて行なわれる。音源位置の情報が入射信号の各センサ素子における位相 (参照センサ素子を基準とする各センサ素子における到来遅延) によって表されることから、センサ・アレーによる音源定位はこの位相を検出することにより行なわれる。センサ・アレーは、アレー自身が放射した信号のエコーを観測して音源定位を行なうアクティブ (active) なアレー、および、アレー自身は音波を放射せず目標物が放射する音波 (音声、エンジン音、騒音など) を観測してその目標物の位置を推定するパッシブ (passive) なアレーの２つに大別される [g1, g2]。特にパッシブ・アレーによる音源定位問題は、機械騒音や不特定話者の音声信号など、性質が未知でかつ不規則な音響信号を扱う問題であり、考察しなければならない課題が多い。また、騒音制御、テレビ会議システムなど、目標物自身が放射する音響信号の音源定位問題を扱う例が多い。

さらに、アクティブ・アレーの場合、エコー信号の処理はパッシブ・アレーの場合と等価に扱える。そのため、パッシブ・アレーによる音源定位問題が盛んに研究されている。

さて、近年のLSIなどのデバイスの画期的な進歩や優れた専用プロセッサの開発などにより、計算機の処理能力の向上や小型化、および計算機の低価格化には目覚しいものがある。このため、多くの情報処理分野において大量のデータを計算機で処理することが容易となり、人間の知りたい情報を、手軽に、高速に、かつ高精度に知ることができるようになった。このことにより、センサ・アレーを用いた音源定位システムが高速化・高精度化された。しかし、システムが入手できるデータの量には限りがあり、いくらでも高い精度で音源位置の情報を抽出できるわけではない。また、たとえデバイスが画期的な進歩を遂げたとしても、計算機のデータ処理速度には限界があり、このことは、たとえば近年盛んに研究開発されているテレビ会議や移動体通信など、リアルタイムの信号処理を必要とする分野において、大きな問題となる。すなわち、既存の計算機を用いて、限られた量のデータから、精度よく、高速に、音源位置を推定する手法を考察することは重要である。そのためには、データの数学的モデル(model)の構築、および、効率的な算法(アルゴリズム、algorithm)の確立が必要である。

データの数学的モデルの構築に際し、対象とする環境が十分考慮され、かつできるだけ簡単化されたモデルを構築することが重要である。モデリングに基づくセンサ・アレーの音源位置推定では、簡単化のために等方性伝達媒質が一般に仮定される。また、音源がアレーから遠距離にあると仮定する場合とそうでない場合で、定式化が異なる。機械系の故障診断、狭い部屋におけるテレビ会議などの近距離音源の場合、一般に入射信号が球面波として定式化される[g4, g5]。遠距離音源と見なせる場合、入射信号は平面波(plane wave)であると仮定され、音源位置推定問題は、音源方位推定問題(source bearing estimation problem)に帰着する。レーダやソナー、地震波解析、広い部屋におけるテレビ会議などは、音源がアレーより十分遠方にあるとみなすことができるため、平面波の仮定は有効である。また、近距離音源の場合における平面波近似の有効性の研究も行なわれている[g8]。

上述のように、平面波入射信号の音源方位推定問題は、扱うデータのモデリングが容易であることと、多くの音源推定問題の基礎となることから、ディジタル信号処理理論の発達に相まって、近年盛んに研究され、多くの優れた推定手法が生み出されている[g10, g11]。

最も古典的な手法の一つとして、ビームフォーミング(空間ろ波、beamforming)法があり[g2, g3, g11]、演算量が少ないことと耐雑音性に優れていることにより、現在も広く一般に用いられている。これは、センサ素子から得られる出力

信号を各々の方位について遅延補正をしてビームを形成し、方位に対する信号のパワの分布から音源方位を推定するものである。センサ素子が直線上に等間隔に並べられたアレー(等間隔直線センサ・アレー、uniform linear array of sensors)の場合、この操作は、確率過程のパワスペクトル推定における時間域の離散フーリエ変換を、音源方位をパラメータとするいわゆる空間スペクトルの推定に応用したものとなる[g2, g3, g11]。すなわち、各センサ素子が時間サンプル点に、音源方位(空間周波数)が時間周波数に対応する。このビームフォーミング法では、方位分解能がセンサ素子数により制限され、センサ素子数の少ないアレーを用いて高い方位分解能を得ることは困難である[g11, h4]。このことは、テレビ会議や移動体通信など、システムの小型化が要求される分野において深刻な問題となる。

この従来のビームフォーミングに比べて卓越した分解能が得られるような音源方位推定手法、いわゆる高分解能手法(マイクロホン・アレーによる音源方位推定分野ではhigh-resolution methods、アレー・アンテナによる電波の到来方位推定の分野ではsuper-resolution methodsと、英語で呼ばれている)の研究が、1960年代後半から盛んに行なわれている[g10, g11]。

高分解能手法の中で最も古典的なものの一つに、1969年Caponによって提案された手法がある[h1, g10, g11][1]。これは、目標とする方位の利得を一定に保ちつつそれ以外の方位の利得を最小にするような、各センサ素子の重み付けを行なうものであり、結果的に従来のビームフォーミング法より鋭いピークを持つ空間スペクトルが得られる。また、時系列パワスペクトルの高分解能推定法として古くから知られる線形予測法(linear prediction method)の、センサ・アレーによる音源方位推定問題への応用について、1970年代に盛んに研究された[g9, g10, g11]。これは、各センサ素子の出力信号を定常確率過程と見なし、ある一つのセンサ素子の出力を他のセンサ素子の出力の線形和で予測できると仮定することにより行なわれる。線形予測法に基づくスペクトル推定が最大エントロピー法(maximum entropy method, MEM)によるスペクトル推定と等価であることから、この線形予測法による音源方位推定手法は最大エントロピー音源方位推定法とも呼ばれる。線形予測法による音源方位推定は、Caponの方法より分解能が高いことが知られている[g11, h4]。しかし、音源方位をパラメータとする空間スペクトルは、音源方位の分布が離散的である(音源個数分)ため、時間周波数におけるラインスペクトルに相当する。このため、連続的スペクトルを仮定したCaponの方法や、線形予測法は、音源方位推定の分解能向上に対し最良の方法とは言えない。

ラインスペクトル推定、すなわち、多重正弦波の周波数推定のための高分解

[1]この手法は長年、Caponによる最尤推定法と呼ばれてきた[h4, g11]。しかし、この手法は標準の最尤法の考え方から導かれたものではないため、最近では最尤推定法と呼ばれなくなった。現在の呼び方としては、Caponの手法[g10]、最小分散法(minimum variance method)[m5]などがある。

能手法として、ピサレンコの調和回復法 (Pisarenko's harmonic retrieval method) が 1973 年に提案され [h2]、この手法が等間隔直線センサ・アレーの信号処理へ応用された。ピサレンコの方法による音源方位推定は、アレーの共分散行列の固有空間の性質を利用して行なわれる。入射信号が定常確率過程であり、互いに無相関で、環境雑音が入射信号とは無相関の白色雑音である場合、共分散行列の最小固有値が雑音の分散に対応し、それに対する固有ベクトル (雑音固有ベクトル) が、入射信号の各センサ素子における遅延を表すベクトル (steering vector) と直交する。steering vector は音源方位と対応し、雑音固有ベクトルと steering vector が直交するような方位を求めれば、それが音源方位を表す。等間隔直線アレーの場合、音源方位推定値が、雑音固有ベクトルを係数とする多項式の、複素平面単位円周上の零点により求められる。このピサレンコの方法は、有限のデータから計算される推定共分散行列に基づく場合、分解能や推定精度の劣化が著しい。また、センサ素子数が (入射信号数＋1) より多い場合、多項式が、音源方位を表す零点以外の余分な零点 (スプリアス零点) を与え、しかも低 SNR の場合、音源方位の零点も単位円周上からずれるため、スプリアス零点との見分けがつかなくなり、音源方位推定が困難となる。

このピサレンコの方法を、入射信号数より多い任意のセンサ素子数を有するアレーおよび任意の形状のアレーの場合に拡張したものが MUSIC (Multiple Signal Classification) アルゴリズムである。これは、1979 年に Schmidt によって提案された [h3] [2]。また、これと等価なアルゴリズムが、1980 年に独立に Bienvenu と Kopp により提案された [h5]。MUSIC アルゴリズムは、高分解能、高推定精度であり、かつ任意形状のアレーに適用可能であることから、最も有力な高分解能音源方位推定法の一つにあげられている。

MUSIC アルゴリズムは、共分散行列の (センサ素子数－入射信号数) 個の多重最小固有値に対する固有ベクトルを基底にもつ部分空間 (雑音部分空間) と各入射信号の steering vector により張られる部分空間 (信号部分空間) の直交性を利用するものである。すなわち、信号部分空間と雑音部分空間が直交するように方位パラメータを決定すれば、それは入射信号の方位を表す。実際には、正確な共分散行列を得ることは不可能であり、有限個のデータから共分散行列を推定しなければならない。推定された共分散行列から得られる推定雑音部分空間は、一般に信号部分空間と直交しない。よって MUSIC アルゴリズムでは、両者が「なるべく」直交するような方位を求める手続きがとられる。MUSIC アルゴリズムは、真の共分散行列の性質から導き出されたものであるため、推定共分散行列の場合、いわゆるしきい値領域 (低 SNR の時または少数データ・サンプルの時) において分解能及び推定精度の劣化が著しい。また、入射信号が互いにコヒーレントである場合、入射信号の共分散行列が正則でないため、ピサレンコの方法と同様、MUSIC を単独で適用することは困難である。コヒーレント信号は、信号の伝達がマルチパス伝達である時に起こり、室内など音波の反射が多い場合に大きな問題となる[3]。等間隔直線アレーの場合において、コヒーレント入射信号に MUSIC を適用するための手段として、空間スムーズィングと呼ばれる前処理が提案されているが [h9, h10, h11]、アレー全体の共分散行列の成分が十分活用されないため、推定精度・分解能の点で良好な手段とは言えない。

MUSIC アルゴリズムにおけるしきい値領域での分解能劣化を改善する方法として、最小ノルム法 (minimum norm method)[h8]、多項式零点計算に基づく MUSIC 法 (root-MUSIC)[h6] なども提案されているが、コヒーレント入射信号に対する問題点は改善されない。なお、以上あげたピサレンコの方法、MUSIC アルゴリズム、最小ノルム法、root-MUSIC アルゴリズムなどのように、共分散行列の固有空間の性質を利用する方法は、一般に信号部分空間法 (signal subspace technique)、固有構造法 (eigenstructure technique) などと呼ばれている。

この固有空間のアプローチとは別に、センサ・アレー信号処理分野への最大尤度法 (最尤法、Maximum Likelihood Method、MLM、ML) の適用も検討されてきた。最尤法による音源方位推定手法は、Capon の方法より若干古い 1968 年に Schweppe [m1] により提案されたのが最初と思われる [m5]。その後も種々のアルゴリズムが提案された [m2, m3]。最尤法による音源方位推定法は、コヒーレント入射信号に対しても単独で適用可能であり、しきい値領域において MUSIC よりも高分解能・高推定精度である [m5]。しかし最尤法は、多次元の非線形最適化問題を含むため一般に膨大な計算量が必要である。そのため最尤法は、音源方位推定の研究分野ではポピュラーにならず、MUSIC 等に代表される一連の固有構造法の出現により一時影をひそめていた。しかし、前述のように最尤法は、分解能、推定精度、および入射信号の相関性において固有構造法より優れていることから、1986 年あたりから再び注目を浴びるようになり [m4]、その後は最尤法による音源方位推定の計算量の削減が主要課題の一つとなった。1988 年、Ziskind と Wax により提案された AP (Alternating Projection) アルゴリズム [m5] は、多次元最適化問題を 1 次元最適化手続きの繰り返しで行なうもので、射影行列の性質を巧みに利用して計算量の削減をはかっている。その他、動的計画法を利用する方法 [m6]、焼きなまし (simulated annealing) による方法 [m7]、遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm) による方法 [m8]、ラティスフィルタを用いる方法 [m9] などが提案されている。しかしこれらの方法は、多次元の複雑な非線形計算を必要とすることにはかわりはなく、計算量が膨大である。

[2] この論文の再版が 1986 年の IEEE Trans. に掲載された [h4]。

[3] 実際にはコヒーレントとまではいかず入射信号が互いに高度に相関を持つ程度であることが多いが、その場合でも MUSIC では処理系において困難が起こる。よって理論においては、マルチパス伝達の場合の代表例としてコヒーレント信号がよく考察される。

本論文では、分解能が高く、推定精度が良好で、かつ計算量が少ない音源方位推定手法の確立を目標とし、高分解能・高推定精度を有する最大尤度法に着目し、最尤音源方位推定を少ない計算量で行うためのアルゴリズムを考察する。ここでは基礎的なものとして、等間隔直線センサ・アレーを対象にしている。本論文は全10章より構成されている。以下に各章の概要を述べる。

第2章では、等間隔直線アレーの各センサ素子で得られるデータのモデリングを行う。まず、得られる実データのモデリングを行なう。次に、その実データに基づいてデータの複素表現モデルを導く。複素表現モデルは、音源方位推定問題の定式化の簡略化に有効である。

第3章では、等間隔直線アレーの場合における、最大尤度法による音源方位推定問題の定式化を行う。まず、背景雑音がガウス性であると仮定し、アレー・データの尤度関数を定式化する。尤度関数の最大化問題は一般に音源方位パラメータによる多次元の複雑な最適化手続きを必要とするが、アレーの形状を巧みに利用することにより、最尤法の評価基準が、多項式係数をパラメータとした評価関数となり、方位推定値が多項式零点から求まることを示す。最尤推定の実現のためには、多項式係数に対し、零点が全て複素平面単位円周上に乗るという制約条件が必要であり、この条件の厳密な定式化が困難である。ここでは、この条件を近似的に満たし、係数ベクトルで陽に定式化が可能な条件を考える。最終的に、等間隔直線アレーの場合の最尤音源方位推定問題は、係数ベクトルに対応する実ベクトルによる制約条件なしの最適化問題に帰着する。

第4章では、センサ素子数が入射信号数より1個だけ多い場合において、複雑な非線形計算を回避する手法を示す。この手法は、(入射信号数＋1)次の実対称行列の最小固有値に対応する固有ベクトルの計算に基づくものであり、非線形な最適化問題(繰り返し手続き)の回避が可能である。

第5章では、アレー全体を入射信号数より1個だけ多いセンサ素子数を有する複数のサブアレーに分割することにより、センサ素子数の増加が可能な手法を示す。この手法は、真の最尤推定法の近似であるが、4章の手法を活用できるため、非線形最適化問題の回避が可能である。

第6章では、効率的な繰り返し計算を導入することにより、サブアレー分割を必要としない手法について示す。この手法は、各繰り返しステップが(入射信号数＋1)次の実対称行列の固有ベクトル計算で成り立っているため、計算量が少ない。この手法により、最尤音源方位推定の準最適解が少ない計算量で求められる。

第7章では、評価関数の正確な微分を考慮することにより、正確な最尤音源方位推定値を少ない計算量で求めるアルゴリズムを示す。この手法は、6章の手法と同様、実対称行列の固有ベクトル計算に基づいているため、計算量が少ない。

第8章では、評価関数の勾配の効率的な計算法を示し、最尤音源方位推定問題に勾配法を適用する。勾配法では、繰り返し計算の収束性が考慮されているため、7章の手法に比べて安定した推定が行なえる。ここでは、勾配法の中で収束性・効率性が最も優れていると言われる準ニュートン法(quasi-Newton method)を適用した手法を中心に議論する。

第9章では、最尤法による音源方位推定を適応的推定(adaptive estimation)問題に拡張することを試みる。適応的音源方位推定は、実時間で方位推定を行ないたい場合や、時間的に変化する音源の方位を実時間で推定したい場合(方位トラッキング問題)などに対し有効である。適応的音源方位推定については、ピサレンコの方法による推定をLMSアルゴリズムに基づいて行なう方法[h12]、MUSIC法による推定を最急降下法に基づいて行なうYangとKavehの方法[h13]などが提案されているが、最尤法に基づく手法は報告されていない。ここでは、第6章の固有ベクトル計算繰り返し法、および第8章の準ニュートン法による方法を適応推定の形式に拡張した2つのアルゴリズムについて示す。

最後に、第10章で、これまでの章を総括し、本研究の成果について要約し、今後に残された課題について述べる。

第 2 章

等間隔直線センサ・アレーで得られるデータのモデリング

2.1 まえがき

この章では, 等間隔直線アレーの各センサ素子で得られるデータのモデリングを行なう。まず、観測される実信号波形をモデリングする。次に、実信号に基づいてデータの複素表現モデルを導く。複素表現モデルは、音源方位推定問題の定式化の簡略化に有効である。

2.2 対象とする環境

M個の無指向性センサから成る等間隔直線センサ・アレーを用いて、K個の入射信号の各音源方位を推定する (図 2.1)。ここでは、以下の環境を仮定する。

1. 入射信号は平面波である。すなわち、伝達媒質は等方性であり、入射信号の音源はアレーから十分遠距離にある。
2. 音源方位は全て異なる。
3. 各センサ素子には環境雑音が付加される。

また、当分は音源方位が全て時間的に不変であるとして議論を進める。第 9章の適応的音源方位推定問題の際のみ、方位時変の場合も考慮に入れる。

2.3 観測される実信号のモデリング

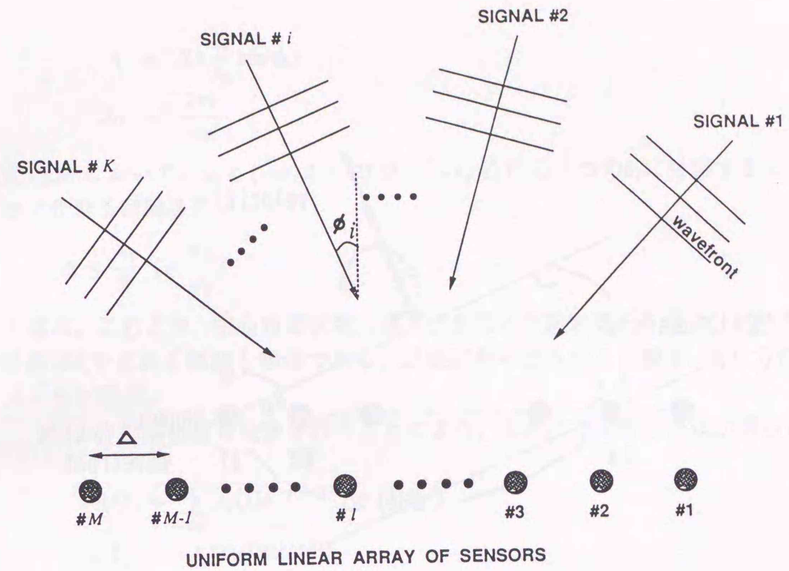


図 2.1: 等間隔直線センサ・アレーと入射信号

l 番目センサ素子 ($l = 1, 2, ..., M$) で観測される信号の実時間波形 $x_l^{(R)}(t)$ は、前節の仮定に基づき、次式で定式化される (図 2.2)。

$$x_l^{(R)}(t) = \sum_{i=1}^{K} s_i^{(R)}(t - \tau_{l,i}) + n_l^{(R)}(t) \tag{2.1}$$

$$\tau_{l,i} = \frac{(l-1)\Delta \sin \phi_i}{c} \tag{2.2}$$

ここで、$s_i^{(R)}(t)$ は参照センサ素子 (1 番目センサ) における i 番目入射信号の波形、$n_l^{(R)}(t)$ は l番目センサの付加雑音を表し、肩付$^{(R)}$は実波形であることを明記するための指標である。また、$\tau_{l,i}$は i 番目入射信号の 1 番目センサを基準とした l番目センサにおける遅延を表し、Δ、c およびϕ_iはそれぞれセンサ素子間隔、音速および i 番目入射信号の音源方位を表す。ϕ_iは、アレーの broadside 方向 (アレーに垂直な方向) を基準とする。対象とするϕ_iの範囲は、$-90^\circ < \phi_i < 90^\circ$ である。

音源方位推定問題は、アレーの各センサで観測される信号 $x_l^{(R)}(t)$ ($l = 1, 2, ..., M$) から、K個の入射信号の各音源方位ϕ_i ($i = 1, 2, ..., K$) を推定することである。

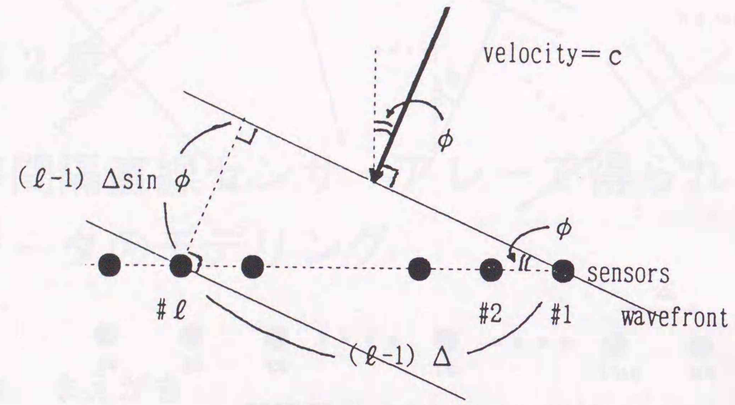


図 2.2: アレーと入射信号の幾何学的関係

2.4 データの複素表現によるモデリング

本節では、前節で定式化された実信号データに基づき、データを複素表現により定式化する。これにより、音源方位推定問題の定式化が簡略化される。

ここでは、入射信号がすべて同一中心角周波数ω_0の狭帯域信号であると仮定する。広帯域信号の場合には、観測信号のフーリエ変換を、時間窓をシフトしながら行うことにより、以下に示す複素表現モデルと同様のモデルが得られる (付録 B参照)。

入射信号が狭帯域であることにより、$s_i^{(R)}(t)\ (i=1,2,...,K)$ は次式で表現できる。

$$s_i^{(R)}(t) = A_i(t)\cos[\omega_0 t + \eta_i(t)] \tag{2.3}$$

ここで、$A_i(t)$ および$\eta_i(t)$ は時間 t に関して極めてゆっくり変動するパラメータであり、信号波がアレーを通過する間、これらのパラメータの変化は無視できるものとする。これより、$x_l^{(R)}(t)\ (l=1,2,...,M)$ は次式で表現される。

$$\begin{aligned} x_l^{(R)}(t) &= \sum_{i=1}^{K} A_i(t)\cos[\omega_0 t + \eta_i(t) - (l-1)\theta_i] + n_l^{(R)}(t) \qquad (2.4)\\ \theta_i &= \frac{\omega_0 \Delta \sin\phi_i}{c} \end{aligned}$$

$$\left(= 2\pi\frac{\Delta}{\lambda_0}\sin\phi_i \right) \tag{2.5}$$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}$$

式 (2.5) において、$\phi_i \in (-\pi/2, \pi/2)$ が、$(-\pi,\pi)$ 内の 1 つのθ_iに対応するように、センサ素子間隔Δを

$$\Delta \le \frac{\lambda_0}{2}\ \left(=\frac{\pi c}{\omega_0}\right) \tag{2.6}$$

と選ぶ。これより、中心角周波数ω_0および音速 c が既知である場合、ϕ_iを求める問題はθ_iを求める問題と等価である。以後誤解の恐れがない限り、θ_iを方位パラメータと呼ぶ。

式 (2.4) の解析信号変換を行うことにより、次式の複素信号表現が得られる。

$$\begin{aligned} x_l(t) &= \sum_{i=1}^{K} s_i(t)e^{-j(l-1)\theta_i} + n_l(t) \qquad (2.7)\\ s_i(t) &= A_i(t)e^{j[\omega_0 t + \eta_i(t)]} \qquad (2.8)\\ x_l^{(R)}(t) &= \mathrm{Re}\{x_l(t)\} \qquad (2.9)\\ n_l^{(R)}(t) &= \mathrm{Re}\{n_l(t)\} \qquad (2.10) \end{aligned}$$

$x_l(t)$、$s_i(t)$ および $n_l(t)$ は複素数である。解析信号変換器の構築に関しては、フィルタ設計の分野で盛んに研究されている [o11, o12, o13]。ここでは、十分理想に近い解析信号変換器が与えられているものとする。

$x_l(t)$ を時刻 $t_n\ (n=1,2,...,N)$ で全センサ同時にサンプリングする。

$$\begin{aligned} x_{l,n} &= \sum_{i=1}^{K} s_{i,n}e^{-j(l-1)\theta_i} + n_{l,n} \qquad (2.11)\\ x_{l,n} &\triangleq x_l(t_n) \qquad (2.12)\\ s_{i,n} &\triangleq s_i(t_n) \qquad (2.13)\\ n_{l,n} &\triangleq n_l(t_n) \qquad (2.14) \end{aligned}$$

添字 n は時刻 t_nにおけるサンプリングの指標である。各データ・サンプル $x_{l,n}$は、(n 番目) スナップショットと呼ばれる。

式 (2.11) より、アレーで得られるデータは、次式のように、行列 (マトリクス) とベクトルの和・積の簡単な形で定式化される。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_n &= \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n + \boldsymbol{n}_n \quad (n=1,2,...,N) \qquad (2.15)\\ \boldsymbol{x}_n &\triangleq [x_{1,n}\ x_{2,n}\ ...\ x_{M,n}]^T \qquad (2.16)\\ \boldsymbol{s}_n &\triangleq [s_{1,n}\ s_{2,n}\ ...\ s_{K,n}]^T \qquad (2.17) \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{n}_n \triangleq [n_{1,n}\ n_{2,n}\ ...\ n_{M,n}]^T \tag{2.18}$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}) \triangleq [\boldsymbol{a}(\theta_1)\ \boldsymbol{a}(\theta_2)\ ...\ \boldsymbol{a}(\theta_K)] \tag{2.19}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{-j\theta_1} & e^{-j\theta_2} & \cdots & e^{-j\theta_K} \\ e^{-j2\theta_1} & e^{-j2\theta_2} & \cdots & e^{-j2\theta_K} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{-j(M-1)\theta_1} & e^{-j(M-1)\theta_2} & \cdots & e^{-j(M-1)\theta_K} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$\boldsymbol{a}(\theta) \triangleq [1\ e^{-j\theta}\ ...\ e^{-j(M-1)\theta}]^T \tag{2.21}$$

$$\boldsymbol{\Theta} \triangleq [\theta_1\ \theta_2\ ...\ \theta_K] \tag{2.22}$$

ここで肩付^{T}はベクトル (または行列) の転置を表す。ベクトル$\boldsymbol{a}(\theta)$は steering vector と呼ばれ、方位パラメータθの入射信号の各センサ素子における (1番目センサ素子を基準とした相対的な) 位相に対応する。音源方位推定は、行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$の情報、すなわち入射信号の空間的な位相を検出することにより行われる。よって、時間的位相情報が必要とされないため、サンプリング間隔$\Delta T_n\ (= t_{n+1} - t_n)$は特に等間隔である必要はない。また、無指向性センサから成る等間隔直線アレーの場合、行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$はいわゆる Vandermonde 行列の形をしており、このことは効率的な音源方位推定アルゴリズムの構築に重要となる[1]。

結局音源方位推定問題は、アレーで得られるスナップショット$\boldsymbol{x}_n\ (n = 1, 2, ..., N)$から、行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$に含まれるパラメータ$\boldsymbol{\Theta}$を推定する問題に帰着する。

2.5 あとがき

この章では、等間隔直線アレーで得られるデータのモデリングについて述べた。音源方位推定問題の定式化を簡略化するため、複素表現に基づくモデリングを行った。これにより、アレーで得られるデータが、行列とベクトルの和・積の簡単な形でモデリングされた。

[1]一般形状のアレーの場合、行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$が Vandermonde の形式にならないことを除いて、式 (2.15) と同様のモデルが導かれる [g11, m5]。

第3章

最大尤度法による音源方位推定問題の定式化

3.1 まえがき

この章では、等間隔直線アレーの場合における、最大尤度法 (最尤法、ML、MLM) [o1, o3, o4] による音源方位推定問題の定式化を行う。

最大尤度推定問題は、データに対し確率モデルを与え、入手されたデータに対し、確率的に最も良く適合するモデルの未知パラメータを決定する問題である。即ち最大尤度法を解くためには、入手されるデータが確率的試行により実現されたものと見なし、データの尤度関数 (結合確率密度関数に確率変数の実現値を代入したもの) を最大にする未知パラメータを求めればよい。その際、尤度関数の定式化が必要である。ここでは、各センサ素子での付加雑音が分散を未知パラメータとして持つ平均0のガウス型確率変数であり、音源方位、入射信号が確定論的未知パラメータであると見なして、データの尤度関数を定める。

また最大尤度法による音源方位推定問題は結果的に、式 (2.15) におけるアレー・データ$\boldsymbol{x}_n$の、steering vector $\boldsymbol{a}(\theta_i)\ (i = 1, 2, ..., K)$の張る部分空間 range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$への正射影を最大にする方位パラメータ$\boldsymbol{\Theta}$を求める問題に帰着する。これは、$M$次元複素ユークリッド空間における range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$の直交補空間 range$^{\perp}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$への$\boldsymbol{x}_n$の正射影を最小にする$\boldsymbol{\Theta}$を求める問題と等価である。この問題は多次元の非線形最適化問題であり、多大な計算量を必要とする。Ziskind と Wax により提案されている AP (Alternating Projection) アルゴリズム [m5] は、この最適化問題を効率的に解く方法であるが、各$\theta_i\ (i = 1, 2, ..., K)$に対しての走査の繰り返しが、$\boldsymbol{\Theta}$が収束するまで必要であり、依然計算量が膨大である。

本章では、等間隔直線アレーの特殊な形状によりもたらされる$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$の形式を利用することにより、計算の効率化をはかる。ここでは、複素平面単位円周上

に零点を持つ多項式の係数ベクトルにより range$^{\perp}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ の基底を定める。$\boldsymbol{\Theta}$を多項式零点から求めることを考え、最尤音源方位推定問題を、最尤法の評価基準を最適化する係数ベクトルを求める問題に帰着させる。この最適化問題では、係数ベクトルに対し、多項式零点が全て単位円周上に乗るという制約条件が必要であり、この条件の厳密な定式化が困難である。ここでは、この条件を近似的に満たし、係数ベクトルで陽に定式化が可能な条件を考える。最終的に、等間隔直線アレーの場合の最尤音源方位推定問題を、係数ベクトルに対応する実ベクトルによる制約条件なしの最適化問題に帰着させる。

3.2 最大尤度法 (最尤法)

ある現象を記述するパラメータ$\boldsymbol{\Phi}$を知りたいとする。このパラメータを、その現象によって与えられる N個の標本$\boldsymbol{X}$ $(= \{X_1\ X_2\ ...\ X_N\})$ から推定することを試みる。ここで、この標本がある試行により確率的に与えられる変数と見なすとき、$\boldsymbol{X}$の成分 $X_1\ X_2\ ...\ X_N$をそれぞれ確率変数という。$\boldsymbol{X}$が出現する確率 (密度) が、パラメータ$\boldsymbol{\Phi}$に依存するものとして、(結合) 確率密度関数 $f(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{\Phi})$ で表されるとする。

今、N個のデータ$\boldsymbol{x}$ $(= \{x_1\ x_2\ ...\ x_N\})$ が得られたとき、これを、確率変数$\boldsymbol{X}$の一試行の実現値であると見なし、$\boldsymbol{x}$から未知パラメータ$\boldsymbol{\Phi}$を推定する問題を考える。

ここで、$f(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{\Phi})$ に実現値$\boldsymbol{x}$を代入した、次の関数 $L(\boldsymbol{\Phi})$ を考える。

$$L(\boldsymbol{\Phi}) = f(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\Phi}) \tag{3.1}$$

この $L(\boldsymbol{\Phi})$ は、データ$\boldsymbol{x}$の確率モデルと見なすことができる。$L(\boldsymbol{\Phi})$ は未知パラメータ$\boldsymbol{\Phi}$の関数である。データ$\boldsymbol{x}$を固定して$\boldsymbol{\Phi}$を変化させたとき、$L(\boldsymbol{\Phi})$ を最大にする$\boldsymbol{\Phi}$(これを$\hat{\boldsymbol{\Phi}}$とする) は、あらゆるパラメータの中でデータ$\boldsymbol{x}$を与える確率が最も高いという意味で、データ$\boldsymbol{x}$に対して最も尤もらしい推定値であると考えられる。すなわち、$L(\boldsymbol{\Phi})$ を最大にする$\hat{\boldsymbol{\Phi}}$を$\boldsymbol{\Phi}$の推定値とすることは妥当である。

$L(\boldsymbol{\Phi})$ を尤度関数 (likelihood function) という。

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}} = \arg\max_{\boldsymbol{\Phi}} L(\boldsymbol{\Phi}) \tag{3.2}$$

で与えられる$\hat{\boldsymbol{\Phi}}$を$\boldsymbol{\Phi}$の最大尤度 (最尤) 推定値 (Maximum Likelihood Estimate, MLE) と呼び、$\hat{\boldsymbol{\Phi}}$をデータ$\boldsymbol{x}$からパラメータ空間への写像と見なすとき、$\hat{\boldsymbol{\Phi}}$を$\boldsymbol{\Phi}$の最尤推定量 (Maximum Likelihood Estimator) という。結局、与えられたデータ$\boldsymbol{x}$の確率モデルを考え、尤度関数 $f(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\Phi})$ を定式化し、この尤度関数を最大にする$\boldsymbol{\Phi}$を求め、それを$\boldsymbol{\Phi}$の推定値とする推定法を、最大尤度 (推定) 法 (最尤法、最尤推定法、MLM、ML) と呼ぶ。

3.3 最大尤度音源方位推定のための評価基準

3.3.1 アレー・データの尤度関数

式 (2.15) で定式化されるアレー・データ$\boldsymbol{x}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ の尤度関数を定めるにあたり、以下の仮定を設ける。

(AML1) 入射信号$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ は確定変数である。

(AML2) 各センサ素子における付加雑音 $n_{l,n}$ $(l = 1, 2, ..., M)$ $(n = 1, 2, ..., N)$ は、平均 0、分散σ^2 の複素ガウス型確率変数 (の実現値) であり (付録 A参照)、センサ素子間およびスナップショット間で互いに統計的に独立である。

(AML2) が成立しないとき、以下に述べる推定法は、最尤法の意味を失い、単なる最小二乗 (LS) 法に帰着する。

各センサ素子での付加雑音がガウス性であることを考慮すると、アレーで得られるデータ・スナップショット$\boldsymbol{x}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ [1]の尤度関数は次式で与えられる (付録 A参照)。

$$f(\boldsymbol{x}_1\ ...\ \boldsymbol{x}_N \mid \boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{s}_1\ ...\ \boldsymbol{s}_N, \sigma^2) = \prod_{n=1}^{N} \left[\frac{1}{\pi\sigma^2}\right]^M \exp\left[-\frac{\|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2}{\sigma^2}\right] \tag{3.3}$$

ここで、$\boldsymbol{\Theta}$、$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ およびσ^2を、$\boldsymbol{x}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ の確率分布を決定する確定論的未知パラメータ (確定変数) と見なしている。最大尤度法を導入することは、この f(尤度関数) を最大にする未知パラメータ$\boldsymbol{\Theta}$、$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ およびσ^2を定めることに帰着する。

fの最大化は、次式の L_1の最大化と等価である。

$$L_1(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{s}_1 ... \boldsymbol{s}_N, \sigma^2) \triangleq -MN\ln(\sigma^2) - \frac{\sum_{n=1}^{N} \|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2}{\sigma^2} \tag{3.4}$$

L_1は対数尤度と呼ばれ、fの自然対数 (ln) により与えられる (ただし定数項は省略)。

3.3.2 評価基準の導出

まず、$\boldsymbol{\Theta}$と$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ を固定し、σ^2をパラメータとして L_1を最大化する。最大点を与える$\hat{\sigma}^2$は、L_1の停留点を求めることにより次式で与えられる。

[1] $\boldsymbol{x}_n$は確率変数の実現値であると見なしている。

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{n=1}^{N} \|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2}{MN} \tag{3.5}$$

上式をL_1に代入する。これによりL_1の最大化は、$\boldsymbol{\Theta}$と$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ による次式のL_2の最大化と等価になる。

$$L_2(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{s}_1 ... \boldsymbol{s}_N) \triangleq -MN \ln \left(\frac{1}{MN} \sum_{n=1}^{N} \|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2 \right) \tag{3.6}$$

対数関数の単調性により、L_2の最大化は次のL_3の最小化と等価である。

$$L_3(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{s}_1 ... \boldsymbol{s}_N) \triangleq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2 \tag{3.7}$$

次に、$\boldsymbol{\Theta}$を固定し$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ についてL_3を最小化する。このためには、各nについて

$$l_{3,n}(\boldsymbol{s}_n) \triangleq \|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2 \tag{3.8}$$

を最小にすればよい。この問題はよく知られた最小二乗決定問題であり、$l_{3,n}$を最小化する$\boldsymbol{s}_n$は次式で与えられる。

$$\hat{\boldsymbol{s}}_n = [\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})]^{-1} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H \boldsymbol{x}_n \tag{3.9}$$

肩付^{H}は行列の共役転置を表す。上式を式 (3.7) に代入することにより、音源方位の最尤推定値は、次式のL_4を最大にする$\boldsymbol{\Theta}$、またはL_5を最小にする$\boldsymbol{\Theta}$で与えられる。

$$\begin{aligned} L_4(\boldsymbol{\Theta}) &\triangleq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \|\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\Theta)} \boldsymbol{x}_n\|^2 \\ &= \mathrm{tr}[\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\Theta)} \boldsymbol{R}] \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} L_5(\boldsymbol{\Theta}) &\triangleq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \|\boldsymbol{P}^{\perp}_{\boldsymbol{A}(\Theta)} \boldsymbol{x}_n\|^2 \\ &= \mathrm{tr}[\boldsymbol{P}^{\perp}_{\boldsymbol{A}(\Theta)} \boldsymbol{R}] \end{aligned} \tag{3.11}$$

ここで tr[·] は行列のトレース演算を表す。$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\Theta)}$および$\boldsymbol{P}^{\perp}_{\boldsymbol{A}(\Theta)}$は、

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\Theta)} \triangleq \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})[\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})]^{-1} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H \tag{3.12}$$

$$\boldsymbol{P}^{\perp}_{\boldsymbol{A}(\Theta)} \triangleq \boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\Theta)} \tag{3.13}$$

であり、前者は$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$の列ベクトル (steering vector) $\boldsymbol{a}(\theta_i)$ $(i = 1, 2, ..., K)$ により張られる部分空間 range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ への正射影を与える正射影行列、後者は、M次元複素ユークリッド空間における range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ の直交補空間 range$^{\perp}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ への正射影行列である。また、$\boldsymbol{R}$は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{R} \triangleq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{x}_n \boldsymbol{x}_n^H \tag{3.14}$$

これはサンプル共分散行列と呼ばれる。

式 (3.10)、(3.11) により、音源方位の最尤推定値は、アレー・スナップショット $\boldsymbol{x}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ の range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ への正射影を最大にする$\boldsymbol{\Theta}$、または、range$^{\perp}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ への正射影を最小にする$\boldsymbol{\Theta}$で与えられることがわかる (図 3.1)。

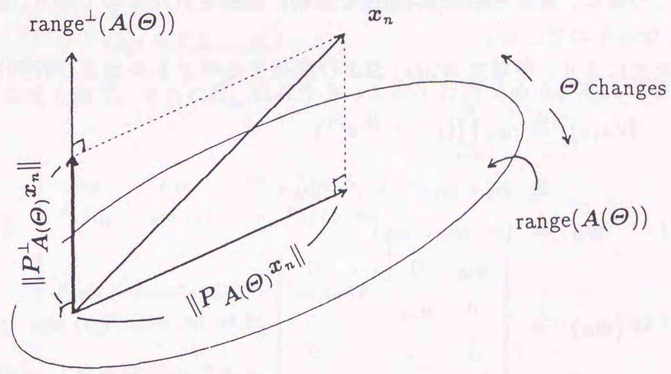


図 3.1: 最大尤度法による音源方位推定の概念図

式 (3.10)、(3.11) により、最大尤度法による音源方位推定問題が定式化された。ただし、この推定法に対し、以下の仮定が必要である。

(AML3) 入射信号数Kは既知である。

(AML4) 入射信号数Kはセンサ素子数Mより少ない$(M > K)$。

入射信号数Kの推定問題は、音源方位推定問題と並ぶ極めて重要な課題であり、多くの推定手法が研究されている [d1, d2, d3, d4]。仮定:$M > K$は、式 (2.15) における解の唯一性を保証するために必要なものである [u1, u2]。

3.4 多項式係数をパラメータとする最尤法の評価基準

式(3.10)、(3.11)は、多次元の非線形最適化問題であり、多大な計算量を必要とする。Ziskind と Wax により提案されている AP アルゴリズム(付録Eに概略を示す。詳細は文献[m5]参照。)は、正射影行列$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\Theta)}$の性質を巧みに利用して$L_4(\boldsymbol{\Theta})$の$\boldsymbol{\Theta}$による最大化を効率的に行なうものである。しかしAPアルゴリズムでは各θ_i $(i=1,2,...,K)$に対して走査が必要であり、しかも$\boldsymbol{\Theta}$が収束するまでこれを繰り返す必要があるため、計算量が膨大である。ここでは、アレーが等間隔直線であることに起因する$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$の形式を利用することにより、多項式係数ベクトルをパラメータとした式(3.11)と等価な評価基準を導き出す。

この節は、筆者らの発表[001]で最初に提案されたものであり、以降の章の基盤となるものである。

次式により、多項式$W_\Theta(z)$および関連するベクトルおよび行列を定義する。

$$W_\Theta(z) \triangleq w_0\prod_{i=1}^{K}(1-e^{-j\theta_i}z^{-1}) \tag{3.15}$$

$$\triangleq w_0+w_1z^{-1}+...+w_Kz^{-K} \tag{3.16}$$

$$\boldsymbol{w}_\Theta \triangleq [w_0\ w_1\ ...\ w_K]^T \tag{3.17}$$

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta) \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_\Theta & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{w}_\Theta & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \boldsymbol{w}_\Theta \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

$$\triangleq [\boldsymbol{w}_1\ \boldsymbol{w}_2\ ...\ \boldsymbol{w}_{M-K}\ ] \tag{3.19}$$

ここでw_0は非零の任意パラメータである。$W_\Theta(z)$の係数は、w_0を除いて、$\boldsymbol{\Theta}$の関数である。

行列$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta)$における列ベクトル$\boldsymbol{w}_l$ $(l=1,2,...,M-K)$が線形独立であることは容易に示される。また、式(3.16)における$W_\Theta(z)$の定義から、これらのベクトルは steering vector $\boldsymbol{a}(\theta_i)$ $(i=1,2,...,K)$と直交する。すなわち、

$$\boldsymbol{a}^H(\theta_i)\boldsymbol{w}_l = e^{j(l-1)\theta_i}W_\Theta(e^{-j\theta_i}) = 0 \quad (i=1,2,...,K) \tag{3.20}$$

となる。よって、$\{\boldsymbol{w}_1,\ \boldsymbol{w}_2,...,\ \boldsymbol{w}_{M-K}\}$は部分空間 range$^\perp(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$の基底であり、部分空間 range$(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta))$は range$^\perp(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$と一致する。よって、式(3.11)における$L_5$は多項式$W_\Theta(z)$の係数ベクトルによって次式で表現される。

$$L_5(\boldsymbol{\Theta}) = \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta)}\boldsymbol{R}$$

$$= \mathrm{tr}[\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta)\{\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta)\}^{-1}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}] \tag{3.21}$$

$$= \boldsymbol{w}_\Theta{}^H\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w}_\Theta)\boldsymbol{w}_\Theta \tag{3.22}$$

ここで

$$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w}_\Theta) \triangleq \sum_{q=1}^{M-K}\sum_{p=1}^{M-K} f_{q,p}(\boldsymbol{w}_\Theta)\boldsymbol{R}_{p,q} \tag{3.23}$$

であり、$f_{q,p}(\boldsymbol{w}_\Theta)$は次式で与えられる Toeplitz 行列$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{w}_\Theta)$の逆行列$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{w}_\Theta)^{-1}$の$(q,p)$成分である。

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{w}_\Theta) \triangleq \boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta)^H\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}_\Theta) \tag{3.24}$$

$$\{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{w}_\Theta)\}_{s,t} = \begin{cases} \sum_{m=0}^{K+t-s} w_m^*w_{m+s-t}, & \text{for } 0\le s-t\le K \\ (\{\boldsymbol{G}\}_{t,s})^*, & \text{for } 0<t-s\le K \\ 0, & \text{for } |s-t|>K \end{cases} \tag{3.25}$$

$$(s,t=1,2,...,K)$$

肩付*は複素共役を表す。さらに$\boldsymbol{R}_{p,q}$は$\boldsymbol{R}$の$K+1$次小行列であり、次式で与えられる。

$$\boldsymbol{R}_{p,q} \triangleq \begin{bmatrix} r_{p,q} & r_{p,q+1} & \cdots & r_{p,q+K} \\ r_{p+1,q} & r_{p+1,q+1} & \cdots & r_{p+1,q+K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p+K,q} & r_{p+K,q+1} & \cdots & r_{p+K,q+K} \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

$$r_{i,j} : \text{the } (i,j) \text{ element of } \boldsymbol{R} \tag{3.27}$$

なお、行列$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w}_\Theta)$は正定行列である。

式(3.21)におけるL_5は$\boldsymbol{\Theta}$の関数である。効率的なアルゴリズムを構築するために、L_5を$w_0,w_1,...,w_K$で最小化する問題を考える。このとき、$W_\Theta(z)$の定義より$W_\Theta(z)$の零点が$e^{-j\theta_i}$の形式で表されていなければならないため、$W_\Theta(z)$の係数$w_0,w_1,...,w_K$には一定の条件(後述の C1)が付されることになる。これを明示的に表記して、問題を定式化すれば、以下のようになる。

次式で多項式および係数ベクトルを再定義する。

$$W_w(z) \triangleq w_0+w_1z^{-1}+...+w_Kz^{-K} \tag{3.28}$$

$$\boldsymbol{w} \triangleq [w_0\ w_1\ ...\ w_K]^T \tag{3.29}$$

以下、混同の恐れがない限り、$W_w(z)$を単に$W(z)$と記する。最尤音源方位推定問題は、次式で与えられる$\boldsymbol{w}_{\mathrm{opt}}$を求める問題に帰着する。

$$\boldsymbol{w}_{\mathrm{opt}} = \arg\min_{\boldsymbol{w}\in\mathbf{C1}} L(\boldsymbol{w}) \tag{3.30}$$

$$L(\boldsymbol{w}) \triangleq \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w})\boldsymbol{w} \tag{3.31}$$

$$\mathbf{C1} \triangleq \{\boldsymbol{w} \mid W(z)\text{の零点が全て複素平面単位円周上に乗る。}\} \tag{3.32}$$

ここで$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{w})$は$\boldsymbol{w}_\Theta = \boldsymbol{w}$として式(3.23)で与えられる。制約条件C1は、range$(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{w}))$がrange$^{\perp}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$と等価となるために必要なものである。すなわち、この条件が課せられない場合、$L(\boldsymbol{w})$の最小化問題は、$L_5(\boldsymbol{\Theta})$の最小化問題と等価でなくなり、最尤音源方位推定問題ではなくなる。結局、$\boldsymbol{\Theta}$の最尤推定値は多項式$W_{\boldsymbol{w}_{\rm opt}}(z)$の零点から得られる。

3.5 制約条件なしの評価関数の導出

制約条件C1は、係数ベクトル$\boldsymbol{w}$の成分で陽に定式化することが困難である。ここでは、C1を近似的に満たし、かつ$\boldsymbol{w}$の成分で定式化ができる条件を導き出す。

この節は、筆者らの発表[001]で最初に提案されたが、評価関数の明確な定式化は[003,008]でなされた。

$W(z)$の係数で許される非零の定数倍乗数αを適当に定めることにより、次に示す制約条件はC1の必要条件となる。

$$\text{C1'} \triangleq \{\boldsymbol{w} | [w_0\ w_1\ ...\ w_K]^T = [w_K^*\ w_{K-1}^*\ ...\ w_0^*]^T\}$$
(共役対称型)

制約条件C1'を満足する多項式$W(z)$は、複素平面単位円周上の零点のみならず、単位円に対し鏡像の位置関係にある零点対(以後 鏡像零点対と呼ぶ)を有する可能性がある(図3.2)。

C1'はC1に対して十分ではないが、$L(\boldsymbol{w})$の最小化においてC1の代りにC1'を使用した場合、以下のことがいえる。まず、C1'の下で得られた$W(z)$の零点が全て単位円周上に存在する場合、これらの零点は正確な最尤方位推定値を与える。また、鏡像零点対は、真の最尤推定量が指定された個数の音源方位を分解できないような厳しい環境においてのみ出現することが経験的に確かめられている。すなわち、C1'の下で鏡像零点対が現れる場合は、真の最尤推定量が2つの方位を分解できない場合であると考えられる。さらに、C1'はパラメータw_k $(k = 0, 1, ..., K)$で陽に示されており、効率的なアルゴリズムの構築に対し都合がよい。よって、以後は制約条件としてC1のかわりにC1'を使用する。

制約条件C1'を満足する$\boldsymbol{w}$は、$K+1$個の独立な実パラメータ、u_k $(k = 1, 2, ..., K+1)$を使って次式で表される。

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{u}, \tag{3.33}$$

$$\boldsymbol{u} \triangleq [u_1\ u_2\ ...\ u_{K+1}]^T \tag{3.34}$$

ここで$\boldsymbol{T}$は$(K+1)$次の行列であり、次式で与えられる。
(Kが奇数のとき：$L = (K+1)/2$)

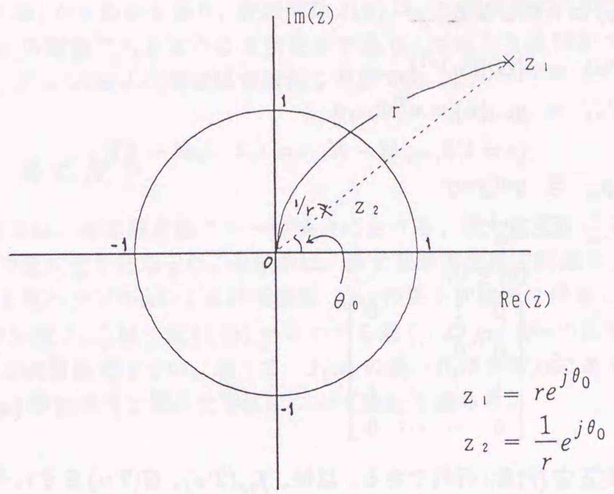


図 3.2: 単位円に関して鏡像の位置関係にある零点対(鏡像零点対)

$$\boldsymbol{T} \triangleq \left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{I}_L & j\boldsymbol{I}_L \\ \hline \tilde{\boldsymbol{I}}_L & -j\tilde{\boldsymbol{I}}_L \end{array}\right] \tag{3.35}$$

(Kが偶数のとき：$L = K/2$)

$$\boldsymbol{T} \triangleq \left[\begin{array}{c|c|c} \boldsymbol{I}_L & \boldsymbol{0} & j\boldsymbol{I}_L \\ \hline \boldsymbol{0} & \sqrt{2} & \boldsymbol{0} \\ \hline \tilde{\boldsymbol{I}}_L & \boldsymbol{0} & -j\tilde{\boldsymbol{I}}_L \end{array}\right] \tag{3.36}$$

また$\boldsymbol{I}_n$はn次の単位行列、$\tilde{\boldsymbol{I}}_n$は次式で与えられる$n \times n$行列である。

$$\tilde{\boldsymbol{I}}_n \triangleq \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdot & 1 & 0 \\ \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

式(3.33)の変数変換により、$L(\boldsymbol{w})$と等価な評価関数が次式により与えられる。

$$J(\boldsymbol{u}) \triangleq \boldsymbol{u}^T\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})\boldsymbol{u} \tag{3.38}$$

$$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}) \triangleq \mathrm{Re}\left\{\sum_{q=1}^{M-K}\sum_{p=1}^{M-K} f_{q,p}(\boldsymbol{T}\boldsymbol{u})\boldsymbol{T}^H\boldsymbol{R}_{p,q}\boldsymbol{T}\right\} \tag{3.39}$$

ここで $f_{q,p}(\boldsymbol{Tu})$ は次式となる。

$$f_{q,p}(\boldsymbol{Tu}) = \{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{Tu})^{-1}\}_{q,p} \tag{3.40}$$

$$\{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{Tu})\}_{s,t} = g_{s-t}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u}^T\boldsymbol{\Phi}_{s-t}\boldsymbol{u} \tag{3.41}$$

$$(s = 1, 2, ..., M-K;\ t = 1, 2, ..., M-K)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_m \triangleq \boldsymbol{T}^H\boldsymbol{J}^m\boldsymbol{T}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{-m} \triangleq \boldsymbol{\Phi}_m^* \tag{3.42}$$

$$(m \geq 0)$$

$$\boldsymbol{J} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \boldsymbol{0} \\ 0 & 0 & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{3.43}$$

なお$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ は実正定(対称)行列である。以後、$f_{q,p}(\boldsymbol{Tu})$、$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{Tu})$ をそれぞれ簡単に $f_{q,p}(\boldsymbol{u})$、$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})$ と記する。式(3.38)で定義される評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ は、零でない任意の実数 a に対して $J(a\boldsymbol{u}) = J(\boldsymbol{u})$ となることは容易に示される。よって、$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$ はいわゆる trivial solution ではなく、関数 $J(\boldsymbol{u})$ が定義されない点である。それゆえ、2次関数を最小化する場合によく用いられる $\|\boldsymbol{u}\| = const.$ や $u_1 = const.$ のような、trivial solution を回避するための制約条件を$\boldsymbol{u}$に課す必要はない。以上により、$L(\boldsymbol{w})$ の$\boldsymbol{w}$による制約条件 **C1'** の下での最小化問題は、$J(\boldsymbol{u})$ の$\boldsymbol{u}$による制約条件なしの最小化問題に帰着された。

結局、等間隔直線アレーの場合の最大尤度法による音源方位推定の手続きは、以下のようになる。

1. N個のスナップショット $\boldsymbol{x}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ を得る。
2. サンプル共分散行列 $\boldsymbol{R}$ を計算する。
3. 式(3.38)の $J(\boldsymbol{u})$ を最小にする $K+1$ 次実ベクトル$\boldsymbol{u}_{\text{opt}}$を計算する。すなわち、
   $\boldsymbol{u}_{\text{opt}} = \arg\min_{\boldsymbol{u}}\{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})\boldsymbol{u}\}$
4. 得られた$\boldsymbol{u}_{\text{opt}}$から、多項式 $W_{\boldsymbol{w}_{\text{opt}}}(z)$ を作る。
5. 多項式 $W_{\boldsymbol{w}_{\text{opt}}}(z)$ の零点 z_i $(i = 1, 2, ..., K)$ から、次式より方位推定値$\hat{\phi}_i$ $(i = 1, 2, ..., K)$ を得る。
   $\hat{\phi}_i = -\sin^{-1}\left\{\dfrac{c}{\omega_0\Delta}\arg(z_i)\right\}$

式(3.38)からわかる通り、評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ は、中間要素の行列$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ が変数ベクトル$\boldsymbol{u}$ の関数であるような2次形式であり、単純な2次関数ではない。したがって、$J(\boldsymbol{u})$ の最小化問題は非線形な問題である。

3.6 あとがき

本章では、等間隔直線アレーの場合における、最大尤度法による音源方位推定問題の定式化を行なった。結果的に、最尤音源方位推定問題は、多項式係数に対応する実ベクトル$\boldsymbol{u}$による評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の最小化問題に帰着した。

評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ は、式(3.38)からわかる通り、$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ が$\boldsymbol{u}$の関数であるために単純な2次関数ではない。よって、$J(\boldsymbol{u})$ の最小化は非線形である。以降の章では、$J(\boldsymbol{u})$ の効率的な最小化手法について議論を進める。

第4章

センサ素子数の制限による非線形最適化問題の回避

4.1 まえがき

3章の式 (3.38) で与えられる評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の最小化問題は、中間要素の行列 $\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ が$\boldsymbol{u}$の関数であるため、非線形最適化問題となる。この章では、センサ素子数が入射信号数より1個だけ多い場合において、複雑な非線形計算を回避する手法を示す。この手法は、(入射信号数＋1)次の実対称行列の最小固有値に対応する固有ベクトルの計算に基づくものであり、非線形な最適化問題 (繰り返し手続き) の回避が可能である。

この章は、筆者らの発表 [001,009,014] に基づいている。

4.2 非線形最小化回避のための手法

ここでは、センサ素子数が入射信号数より1個だけ多い場合 ($M = K + 1$) を考える。この場合、式 (3.38) は次式となる。

$$J(\boldsymbol{u}) = \frac{\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{C} \boldsymbol{u}}{\|\boldsymbol{u}\|^2} \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{C} \triangleq \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{T}^H \boldsymbol{R} \boldsymbol{T}\} \tag{4.2}$$

なお、$\boldsymbol{C}$は実正定対称行列である。式 (4.1) の最小化問題はいわゆる Rayleigh 比最小化問題であり、その解$\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$は実対称行列$\boldsymbol{C}$の最小固有値$\lambda_{\min}(\boldsymbol{C})$ に対する固有ベクトルとなる [o7, o8]。したがって、$\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} = \arg\min_{\boldsymbol{u}} J(\boldsymbol{u}) \tag{4.3}$$

$$= \boldsymbol{u} \in \{\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{C}\boldsymbol{u} = \lambda_{\min}(\boldsymbol{C}) \cdot \boldsymbol{u}\} \tag{4.4}$$

結局所望の$\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$は、$\boldsymbol{R}$から直接作られる実対称行列$\boldsymbol{C}$の最小固有値に対応する固有ベクトルを計算することにより得られる。さらに方位推定値は、求めた$\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$、すなわち$\boldsymbol{w}_{\mathrm{opt}}$で作られる多項式 $W(z)$ の零点から容易に求まる。これで、多量の計算を必要とする非線形な最適化問題を回避することが可能である。

なお、任意の零でない実数 a を$\boldsymbol{u}$に乗じても、式 (3.33) で定めた変数変換より、式 (3.28) で定義される $W(z)$ がそれ自身 a 倍されるだけであり、零点は不変である。また、評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の値も変らない。よって、$J(\boldsymbol{u})$ の最小化に際し $\|\boldsymbol{u}\|$ を固定しても求まる方位推定値は変らない。したがって、$\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}}$を求める問題は、次式の制約条件を付した2次関数の最小化問題として捉えることもできる。

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{opt}} = \arg\min_{\boldsymbol{u} \in \mathrm{C2}} \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{C} \boldsymbol{u} \tag{4.5}$$

$$\mathrm{C2} = \{\boldsymbol{u} \mid \|\boldsymbol{u}\| = const.\} \tag{4.6}$$

4.3 実験および考察

本手法の有効性および効率性について、シミュレーション実験により検証する。比較のために、(spectral-)MUSIC アルゴリズム (付録 C参照)、AP アルゴリズム (従来の最尤推定アルゴリズム、付録 E参照) の実験も行なう。

全実験において、入射信号はすべて狭帯域であり、互いに無相関で、音源のパワはすべて等しいものを想定している。等間隔直線アレーのセンサ素子間隔は入射信号の波長の半分に設定している。

固有ベクトル計算及び多項式零点計算にはそれぞれ Jacobi 法 [o8, o9] および Newton-Raphson 法 [o9] を適用している。MUSIC では、評価関数 (付録 C) の最大値を与える方位を 0.1° 刻みの走査で求めている。AP では、計算の効率化のために、繰り返し計算の各ステップにおける最大化 (付録 E) を 2 段階の直線探索で求めている。すなわち、第 1 段階で方位 2 ° 刻みの粗い走査で最大点ϕ_0を求め、第 2 段階で $[\phi_0 - 2.0,\ \phi_0 + 2.0]$ の区間で Fibonacci 法 (付録 H参照、詳細は文献 [n1, n2]) により精密な最大点を求めている。

4.3.1 推定精度

ここでは、SNR やスナップショット数をパラメータとしてアルゴリズムを 50 回試行し、平均二乗誤差の平方根 (Root Mean Square Error, 以下 RMSE と記す) を計算して推定精度を評価している。本実験では、RMSE を次式で与える。

$$\mathrm{RMSE} \triangleq \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\sqrt{\frac{1}{50}\sum_{m=1}^{50}(\phi_i - \hat{\phi}_{i,m})^2} \tag{4.7}$$

ここで、ϕ_iはi番目入射信号の音源方位の真値、$\hat{\phi}_{i,m}$はm回目の試行で得られたi番目入射信号の音源方位の推定値を表す。また、SNRは次式で定義される。

$$\mathrm{SNR} \triangleq 10 \log \frac{\bar{s}^2}{\sigma^2} \tag{4.8}$$

ここで$\bar{s}^2$およびσ^2はそれぞれ入射信号のパワおよび雑音の分散を表す。

まず、SNRをパラメータとした実験結果を図4.1に示す。(a)は、入射信号数2、音源方位がそれぞれ20°と0°、センサ素子数3、スナップショット数100とした結果を、(b)は、スナップショット数を10とし、他は(a)と同じく設定した結果を示す。いずれの実験でも、特にSNRが低い場合に、本手法はMUSICに比べ精度で優れていることがわかる。

次にスナップショット数をパラメータとした実験結果を図4.2に示す。ここでも、音源方位を20°と0°、センサ素子数を3に設定し、(a)、(b)においてSNRはそれぞれ10dB、0dBである。いずれの場合においても、特に少数スナップショットにおいて本手法がMUSICに比べ良好な精度を与えている。特にSNRが0dBの場合では本手法の精度の良さが顕著となっている。

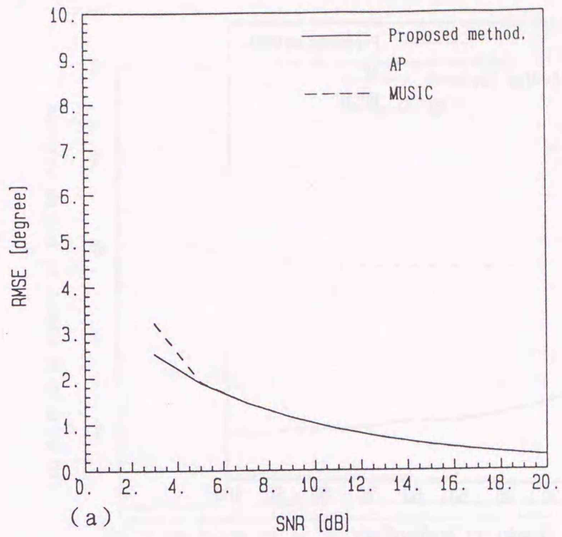
尚ここでは、「鏡像の位置関係にある零点対」は発生していない。よって、本手法の与える推定値は、APの推定値とほぼ一致しており、本手法が真の最尤方位推定値を与えていることがわかる。

4.3.2 計算量

本手法とAPアルゴリズムの計算量の比較を行なう。ここでは、サンプル共分散行列が計算されてから方位推定値が得られるまでの演算回数により計算量を評価する。加算、乗算、および除算について評価を行なったところ、加算回数と乗算回数はほとんど同じであり、除算回数は他の2つに比べ大幅に少ない傾向が示されたため、ここでは乗算回数についてのみ示すことにする。なお、いずれの実験においても、本手法とAPはほぼ同じ推定値を与えており、推定精度は良好である(RMSEは最大で約4°)。

SNRをパラメータとした場合の結果を図4.3に示す。ここでは、入射信号数3、音源方位10°·0°および−10°、センサ素子数4、スナップショット数10としている。なおグラフの縦軸は、乗算回数の50回試行平均値の常用対数($\log_{10}$)である。図をみてわかるように、本手法の乗算回数はAPより大幅に少ないことがわかる(約1/1000)。

次に音源方位の差をパラメータとした場合の結果を図4.4に示す。ここでは、入射信号数3、音源方位$\Delta\phi$·0°および$-\Delta\phi$、SNR 40dB、センサ素子数4、スナップショット数10とし、$\Delta\phi$を横軸にとっている。やはり、本手法の乗算回数はAP



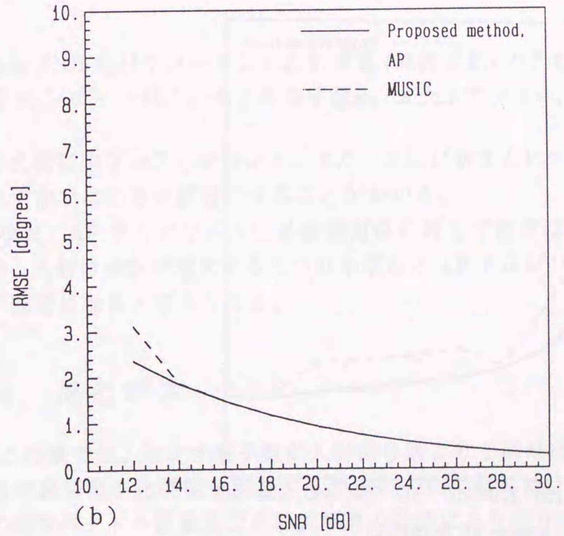
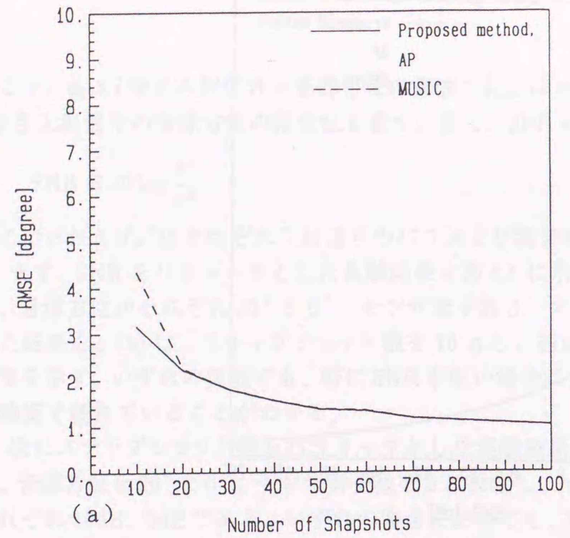


図 4.1: SNRをパラメータとした推定精度の比較(入射信号数2、音源方位20°·0°、センサ素子数3、(a) スナップショット数100 (b) スナップショット数10)



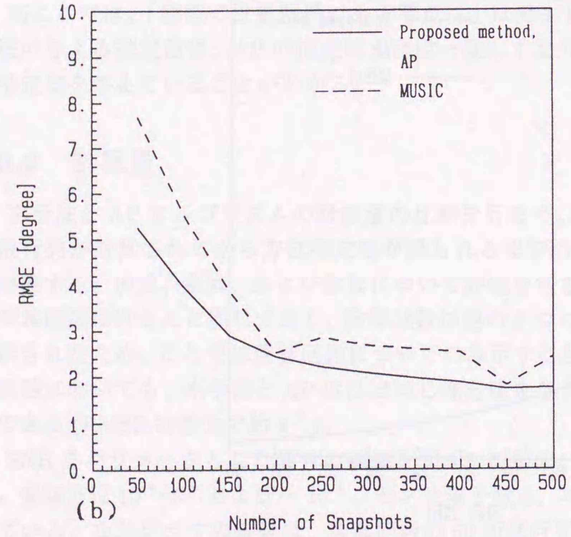


図 4.2: スナップショット数をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 2、音源方位 20 °· 0 °、センサ素子数 3、(a)SNR 10dB (b)SNR 0dB)

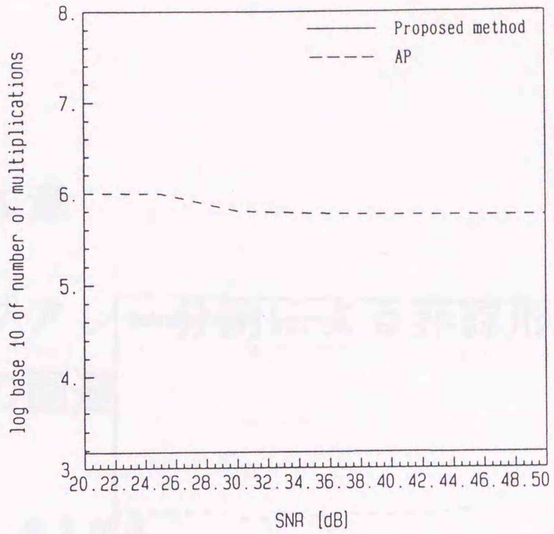


図 4.3: SNR をパラメータとした計算量 (乗算回数) の比較 (入射信号数 3、音源方位 10 °· 0 °· − 10 °、センサ素子数 4、スナップショット数 10)

より大幅に少ないことがわかる。また、方位が狭まるにつれ両者の乗算回数の差がわずかではあるが顕著になることがわかる。

なお、AP アルゴリズムは各音源方位に対して直線探索を行なう必要があるため、入射信号数が増大するにつれ本手法と AP アルゴリズムの計算量の差がさらに顕著になると考えられる。

4.4 あとがき

この章では、センサ素子数が入射信号数より 1 個だけ多い場合において、複雑な非線形最小化問題を回避する手法について論じた。この手法は、実対称行列の固有ベクトル計算及び多項式零点の計算により成り立っており、計算量が少ない。

シミュレーション実験により、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、従来の AP アルゴリズムと同様、特に悪条件下 (低 SNR、少数スナップショット) で MUSIC アルゴリズムより精度が良い。

2. 本手法は、AP アルゴリズムに比べ、計算量が大幅に少ない。

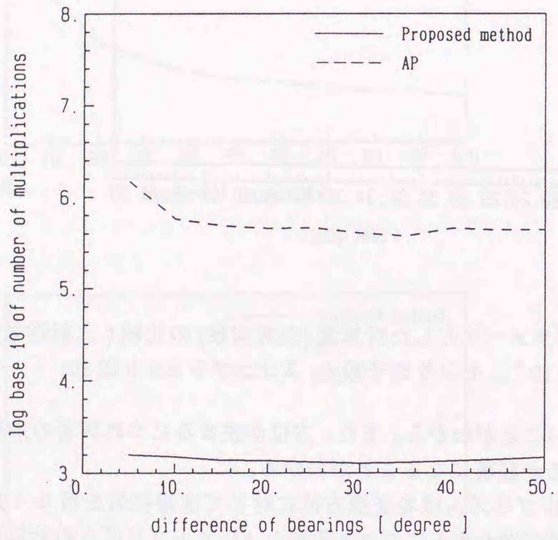


図 4.4: 音源方位の差をパラメータとした計算量 (乗算回数) の比較 (入射信号数 3、音源方位$\Delta\phi$°・0°・$-\Delta\phi$°、SNR 40dB、センサ素子数 4、スナップショット数 10、横軸 $\Delta\phi$)

第 5 章

サブアレー分割による非線形最適化問題の回避

5.1 まえがき

4章で示した非線形最小化回避の手法では、センサ素子数は入射信号数＋１に制限されている。特に悪条件 (低 SNR 等) の場合、分解能および推定精度の向上のためにセンサ素子数の増加が望まれる。また入射信号が互いにコヒーレント (付録 D、文献 [h9, h10] 参照) である場合、この制限の下では特殊な場合を除き、式 (2.15) の解の唯一性が保証されず [u1, u2]、方位推定が困難となる。最大尤度推定法では、センサ素子数を増加させることにより、コヒーレント信号の方位推定が可能である。この章では、アレー全体を入射信号数より１個だけ多いセンサ素子数を有する複数のサブアレーに分割することにより、センサ素子数の増加をはかる。これにより、4章で示した手法を活用できるため、非線形最適化問題の回避が可能である。

この章は、筆者らの発表 [002,010,015] に基づいている。

5.2 サブアレーに分割する手法

ここでは、センサ素子数に対する制限を緩和するために、アレー全体を入射信号数より１個だけ多いセンサ個数のサブアレーに分割する手法を考える。すなわち、4章の手法における式 (4.2) の$\boldsymbol{C}$において、サンプル共分散行列$\boldsymbol{R}$として次式で与えられる$\bar{\boldsymbol{R}}_{K+1}$を用いる。

$$\bar{\boldsymbol{R}}_{K+1} \triangleq \frac{1}{M-K}\sum_{m=1}^{M-K}\boldsymbol{R}_{K+1}^{(m)} \tag{5.1}$$

$$\boldsymbol{R}_{K+1}^{(m)} \triangleq \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{x}_{K+1,n}^{(m)} \boldsymbol{x}_{K+1,n}^{(m)\,H} \tag{5.2}$$

$$\boldsymbol{x}_{K+1,n}^{(m)} \triangleq [x_{m,n}\ x_{m+1,n}\ \cdots\ x_{m+K,n}]^T \tag{5.3}$$

ここで$\boldsymbol{R}_{K+1}^{(m)}$は$m$番目～$(m+K)$番目素子(センサ素子数$K+1$)のサブアレーから得られるサンプル共分散行列($K+1$次)を表す。この操作の概略図を図5.1に示す。

これによりアレー全体のセンサ素子数の増加が可能となり、かつ4章で示した手法を活用できる。なおこの操作は、MUSICアルゴリズム等の固有ベクトル法で従来より一般に用いられている従来型空間スムーズィング操作(付録D参照、詳細は文献[h9])と結果的に等価となる。

5.3 実験および考察

本手法の性能について、シミュレーション実験により検証する。比較のために、(spectral-)MUSICアルゴリズム(従来型空間スムーズィング併用および改良型空間スムーズィング併用の2種類、付録CおよびD参照)、APアルゴリズム(従来の最尤推定アルゴリズム、付録E参照)の実験も行なう。

全実験において、入射信号はすべて狭帯域であり、互いにコヒーレントである。等間隔直線アレーのセンサ素子間隔は入射信号の波長の半分に設定している。

前章と同様、固有ベクトル計算及び多項式零点計算にはそれぞれJacobi法およびNewton-Raphson法を適用している。MUSICでは、評価関数(付録C)の最大値を与える方位を0.1°刻みの走査で求めている。APでは、計算の効率化のために、繰り返し計算の各ステップにおける最大化(付録E)を2段階の直線探索で求めている。すなわち、第1段階で方位2°刻みの粗い走査で最大点ϕ_0を求め、第2段階で$[\phi_0 - 2.0,\ \phi_0 + 2.0]$の区間でFibonacci法により精密な最大点を求めている。

5.3.1 推定精度

ここでは、前章と同様、SNRやスナップショット数をパラメータとしてアルゴリズムを50回試行し、平均二乗誤差の平方根(RMSE)を計算して推定精度を評価している。RMSEは式(4.7)で、SNRは式(4.8)で与えられる。

まず、SNRをパラメータとした実験結果を図5.2に示す。(a)は、入射信号数3、音源方位がそれぞれ20°・0°および−20°、センサ素子数8、スナップショット数100とした結果を、(b)はスナップショット数を10とし、他は(a)と同じく設定した結果を示す。グラフの横軸は2番目入射信号のSNRであり、1番目、

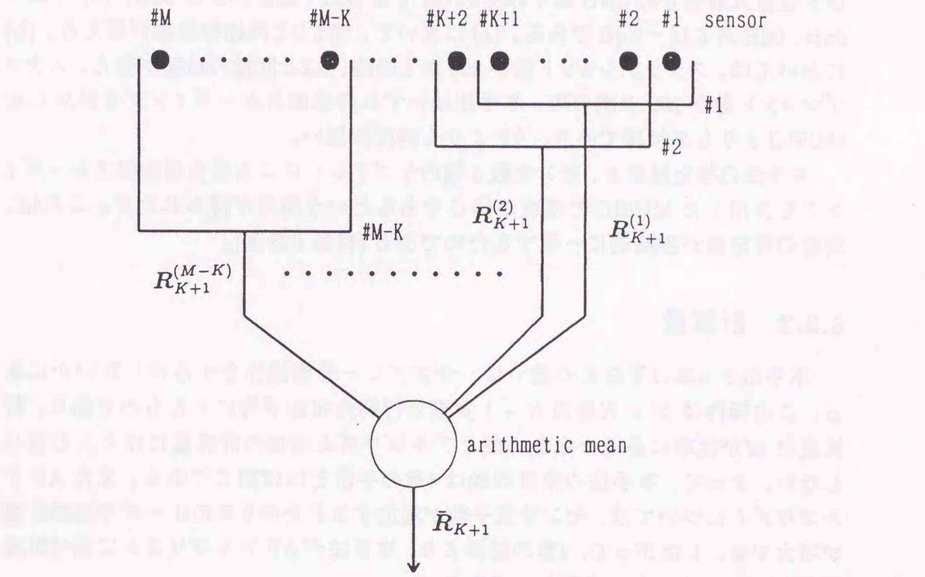


図5.1: サブアレー分割によるサンプル共分散行列の計算

3番目入射信号のSNRは2番目のよりもそれぞれ6dB、3dB低く設定されている。特に低SNRにおいて、本手法はセンサ数4個のサブアレーによる従来型空間スムーズィングを併用したMUSIC(MUSIC-CSS4)より優れた推定精度を与えることがわかる。本手法は、センサ数4個のサブアレーによる改良型空間スムーズィングを併用したMUSIC(MUSIC-MSS4)とは同じ精度であることもわかる。また、センサ数7個のサブアレーによる改良型空間スムーズィングを併用したMUSIC(MUSIC-MSS7)や、サブアレーに分割しない最尤推定アルゴリズム(AP)に比べ、本手法の推定精度が劣ることも確認できる。これは、サブアレーのセンサ数をより少なくとった場合、アレー全体のサンプル共分散行列の成分がより十分に活用されなくなるためであると考えられる。本手法は、式(3.39)で定義され

る$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$において、行列$\{f_{q,p}\}$を単位行列とおいたものと等価であり、サンプル共分散行列の$(K+1)$次ブロック対角成分のみが活用されている。

次にスナップショット数をパラメータとした実験結果を図5.3に示す。ここでも、音源方位を20°・0°および−20°、センサ素子数を8に設定し、1・2および3番目入射信号のSNRはそれぞれ(a)では3dB・9dBおよび6dB、(b)では−6dB、0dBおよび−3dBである。(a)において、図5.2と同様の結論が言える。(b)においては、スナップショット数が200以上の時、5.2と同様の結論が言え、スナップショット数が200未満の時、本手法はいずれの空間スムーズィングを併用したMUSICよりも高精度であり、APよりも精度が悪い。

本手法の推定精度と、センサ数4個のサブアレーによる改良型空間スムーズィングを併用したMUSICの精度が同じであるという結果が得られたが、これは、両者の推定値が理論的に一致するためである(付録F参照)。

5.3.2 計算量

本手法と4章の手法との違いは、サブアレー分割操作をするかしないかにある。この操作は$M-K$個の$K+1$次複素行列の相加平均によるものであり、計算量はMが極端に多くならない限りアルゴリズム全体の計算量にほとんど寄与しない。よって、本手法の乗算回数は4章の手法とほぼ同じである。またAPアルゴリズムについては、センサ素子数が増加するとその2乗のオーダで乗算回数が増大する。したがって、4章の結果より、本手法がAPアルゴリズムに比べ計算量が大幅に少ないことは明らかである。

5.4 あとがき

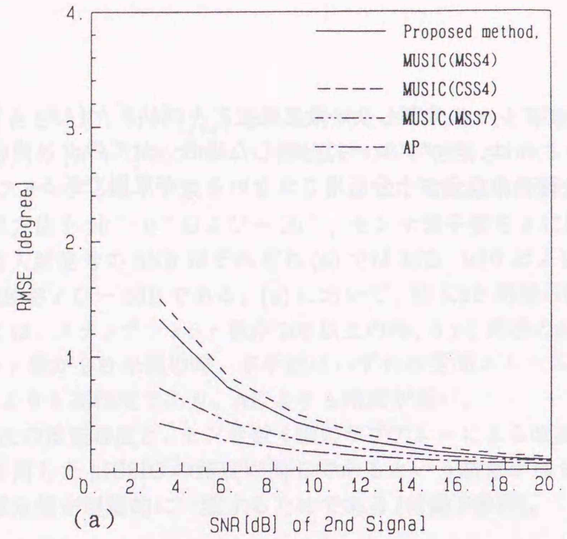
この章では、最大尤度法による音源方位推定において, センサ素子数に対する制限が緩和された場合での非線形最小化回避の一手法について論じた。この手法では、アレーを入射信号数より1個だけ多いサブアレーに分割することによりアレー全体のセンサ素子数の増加を計っており、これにより4章の手法を適用できるため、複雑な非線形最適化問題の回避が可能である。

シミュレーションにより、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、コヒーレント入射信号の場合において、(入射信号数＋1)のサブアレー・センサ素子数の従来型空間スムーズィングを併用したMUSICより良好な推定精度を与える。また本手法は、同様のサブアレーによる改良型空間スムーズィング併用のMUSICと、推定値が一致する。

2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム(AP)より計算量が少ない。

3. 本手法は、サブアレーに分割しない最尤推定アルゴリズム(AP)より、推定精度が劣る。これは、サブアレーに分割した場合、全てのセンサによるサンプル共分散行列の成分が十分活用されないことが原因である。



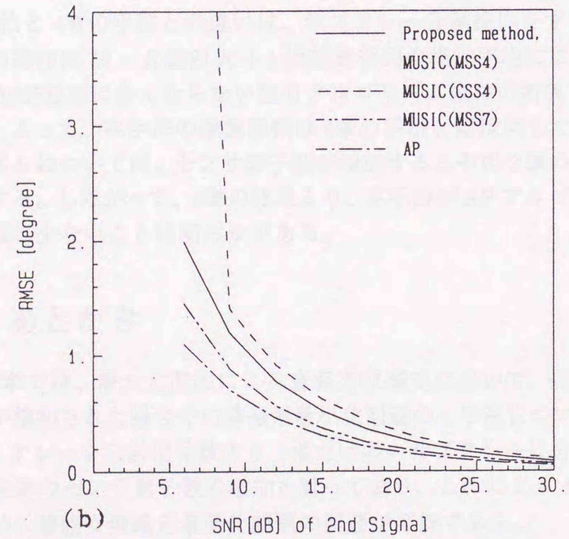
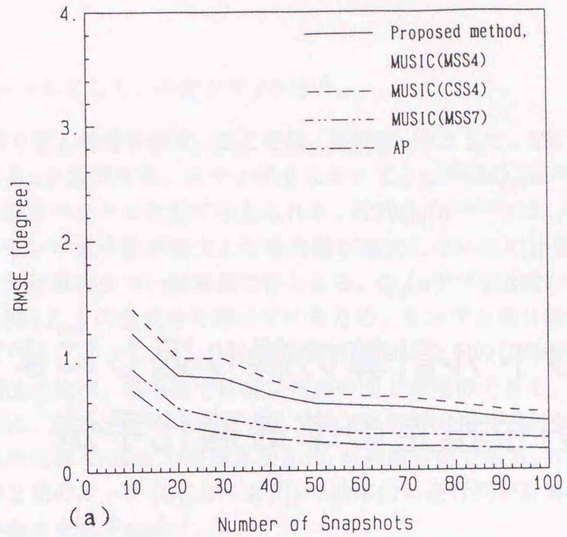


図 5.2: SNR をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 20 °・0 °・ − 20 °、センサ素子数 8、(a) スナップショット数 100 (b) スナップショット数 10)



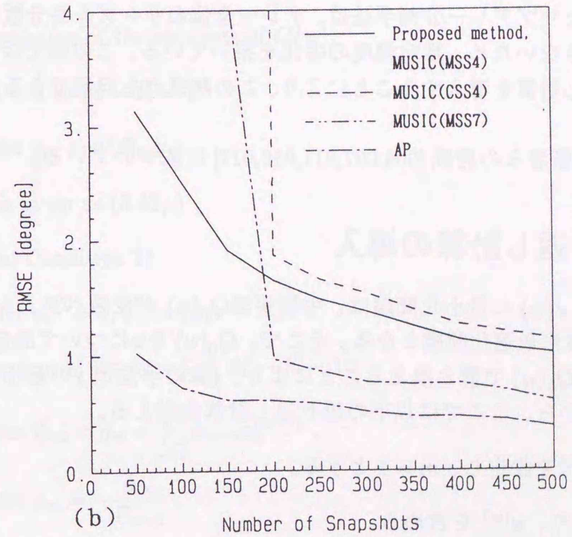


図 5.3: スナップショット数をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 20 °・0 °・ − 20 °、センサ素子数 8、(a)SNR 3dB・9dB・6dB、(b)SNR − 6dB・0dB・ − 3dB)

第 6 章

固有ベクトル計算の繰り返しによる最尤音源方位推定の準最適化手法

6.1 まえがき

5章で述べたサブアレー分割手法は、アレー全体のサンプル共分散行列の成分を十分活用できないため、推定精度の劣化を招いている。この章では、計算量の少ない繰り返し計算を導入することにより、この問題点を回避できる手法について論ずる。

この章は、筆者らの発表 [004,007,011,016,017] に基づいている。

6.2 繰り返し計算の導入

式 (3.38) の $J(\boldsymbol{u})$ の最小化問題は、中間要素 $\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ が変数ベクトル $\boldsymbol{u}$ の関数であるため、非線形最適化問題となる。そこで、$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ を $\boldsymbol{u}$ について固定した場合、式 (4.2) の $\boldsymbol{C}$ を $\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ で置き換えることにより、4章の手法が J の最小化に適用可能であることから、ここでは以下の繰り返し計算を考える。

1. 初期値 $\boldsymbol{u}^{(0)}$ を設定し、$m=1$ とする。
2. 次式により、$\boldsymbol{u}^{(m)}$ を求める。
   $\boldsymbol{u}^{(m)} = \arg \min_{\boldsymbol{u}\in \mathbf{C2}} \{\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})\boldsymbol{u}\}$
   $\mathbf{C2} = \{\boldsymbol{u} \mid \|\boldsymbol{u}\| = const.\}$
3. 指定した収束判定値 ϵ に対し
   $\|\boldsymbol{u}^{(m)} - \boldsymbol{u}^{(m-1)}\| < \epsilon$
   ならば、stop。

4. $m = m+1$ として、ステップ 2へ行く。

肩付 $^{(m)}$ は繰り返し番号を表す。ここでは、初期値 $\boldsymbol{u}^{(0)}$ として、5章のサブアレー分割法で求まる $\boldsymbol{u}$ を採用する。ステップ 2 において、$\boldsymbol{u}^{(m)}$ は $\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})$ の最小固有値に対する固有ベクトルとして与えられる。行列 $\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})$ は (入射信号数 + 1) 次であり、センサ素子数が増大しても次数が増大しないため比較的低次であり、固有ベクトル計算は少ない計算量で行なえる。$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})$ は式 (3.39) からわかるように、行列 $\{f_{q,p}\}$ の全成分を用いているため、サンプル共分散行列 $\boldsymbol{R}$ の全成分を活用している。よって、$\{f_{q,p}\}$ を単位行列とおいたものに帰着する 5章のサブアレー分割法に比べ、本手法では推定精度の向上が期待できる。また、式 (3.39) に示すように、$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})$ の計算には Toeplitz 行列の逆行列計算 $(f_{q,p})$ が必要であるが、これには Trench の高速算法 [o10] が適用可能である。この手法により、行列次数の 2 乗のオーダ $(O[(M-K)^2])$ で効率的に逆行列が計算される。この高速算法の手続きを以下に示す。

Trench's Algorithm :

I. (Calculation of the elements of $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})$)

for $m = 0$ to $M-K-1$:

(a) let $g_m = \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{\Phi}_m \boldsymbol{u}$;

($\boldsymbol{\Phi}_m$ is given as (3.42).)

II. (Initial Condition 1)

(a) let $a_0^{(0)} = 1$, $P_0 = g_0$;

III. (Recursion 1) for $m = 1$ to $M-K-1$:

(a) let $\Delta_m = g_m + \sum_{n=1}^{m-1} g_{m-n} a_n^{(m-1)}$;

(b) let $\rho_m = -\dfrac{\Delta_m}{P_{m-1}}$;

(c) let $P_m = P_{m-1} + \rho_m \Delta_m^*$;

(d) let $a_m^{(m)} = \rho_m$, $\quad a_0^{(m)} = 1$;

(e) for $n = 1$ to $m-1$:

i. let $a_n^{(m)} = a_n^{(m-1)} + \rho_m a_{m-n}^{(m-1)*}$;

IV. (Initial Condition 2)

(a) let $f_{1,1} = \dfrac{1}{P_{M-K-1}}$;

V. (Recursion 2) for $m = 2$ to $M-K$:

(a) let $f_{m,1} = \dfrac{a_{m-1}^{(M-K-1)}}{P_{M-K-1}}$;

(b) let $f_{1,m} = f_{m,1}^{*}$;

(c) for $n = 2$ to m :

i. let $f_{m,n} = f_{m-1,n-1}$
$+\dfrac{1}{P_{M-K-1}}\{\ a_{m-1}^{(M-K-1)} a_{n-1}^{(M-K-1)*} - a_{M-K-m+1}^{(M-K-1)*} a_{M-K-n+1}^{(M-K-1)}\ \}$;

ii. let $f_{n,m} = f_{m,n}^{*}$.

なお、ステップ II および III は Levinson-Durbin の高速算法 [o1, o2] と等価であり[1]、$a_n^{(m)}$ $(n = 0, 1, ..., m)$ および P_mは、それぞれ m 次の線形予測誤差フィルタの最適係数および予測誤差パワーに対応する。

以上により、本章の繰り返し手法による最尤音源方位推定アルゴリズムは、比較的低次数の実対称行列の固有ベクトル計算、Trench の高速算法、および多項式零点の計算で成り立っており、効率的である。

6.3 実験および考察

本手法の性能についてシミュレーション実験により検証する。全実験において、入射信号はすべて狭帯域であり、互いにコヒーレントである。等間隔直線アレーのセンサ素子間隔は入射信号の波長の半分に設定している。

第 4、5章と同様、固有ベクトル計算及び多項式零点計算にはそれぞれ Jacobi 法および Newton-Raphson 法を適用している。本手法における初期値$\boldsymbol{u}^{(0)}$としては、5章の手法で求まった$\boldsymbol{u}$を用いる。MUSIC(spectral-MUSIC) では、評価関数 (付録 C) の最大値を与える方位を 0.1 ° 刻みの走査で求めている。また、改良型空間スムーズィングにおけるサブアレーのセンサ素子数は、アレー全体のセンサ素子数より 1 個だけ少なくとっている[2]。AP では、計算の効率化のために、繰り返し計算の各ステップにおける最大化 (付録 E) を 2 段階の直線探索で求めている。すなわち、第 1 段階で方位 2 ° 刻みの粗い走査で最大点ϕ_0を求め、第 2 段階で $[\phi_0 - 2.0,\ \phi_0 + 2.0]$ の区間で Fibonacci 法により精密な最大点を求めている。

[1]Trench の算法と Levinson-Durbin の算法は独立に提案された。

[2]これは、3 つの信号が全てコヒーレントである場合における、方位推定が可能なサブアレー・センサ素子数の最大数である (付録 D参照)。

6.3.1 推定精度

ここでは、4、5章と同様、SNR やスナップショット数をパラメータとしてアルゴリズムを 50 回試行し、平均二乗誤差の平方根 (RMSE) を計算して推定精度を評価している。RMSE は式 (4.7) で、SNR は式 (4.8) で与えられる。

まず、SNR をパラメータとした実験結果を図 6.1に示す。ここでは、入射信号数 3、音源方位がそれぞれ 40 °· 20 ° および 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30 としている。グラフの横軸は 2 番目入射信号の SNR であり、1 番目、3 番目入射信号の SNR は 2 番目のよりもそれぞれ 6dB、3dB 低く設定されている。特に低 SNR において、本手法は改良型空間スムーズィングを併用した MUSIC より優れた推定精度を与え、5章のサブアレー分割法に比べて精度が改善されているのがわかる。また本手法は、AP アルゴリズムに比べ精度が劣化している。

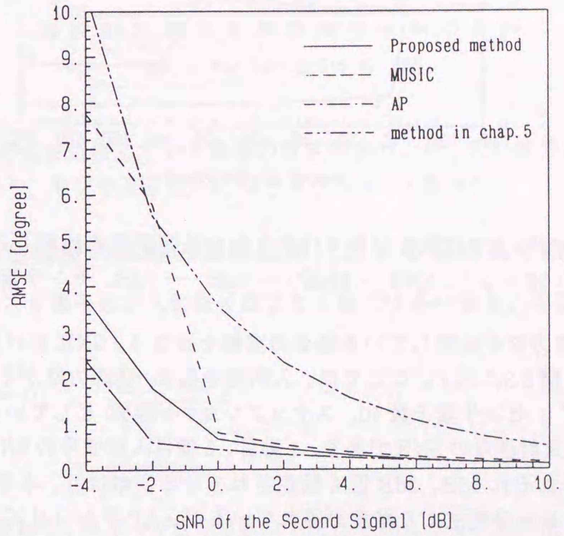


図 6.1: SNR をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 40 °· 20 °· 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

次にスナップショット数をパラメータとした実験結果を図 6.2に示す。ここでも、音源方位を 40 °· 20 ° および 0 °、センサ素子数を 12 に設定し、1·2 および 3 番目入射信号の SNR はそれぞれ − 10dB · − 4dB および− 7dB としている。図より、少数スナップショットの場合で、本手法は改良型空間スムーズィングを併用した MUSIC より優れた推定精度を与え、サブアレー分割法に比べて精度が改善されているのがわかる。また本手法は、AP アルゴリズムに比べ精度が劣化し

ており、さらに、スナップショット数100以上の場合で、本手法はMUSICより精度が悪くなっている。

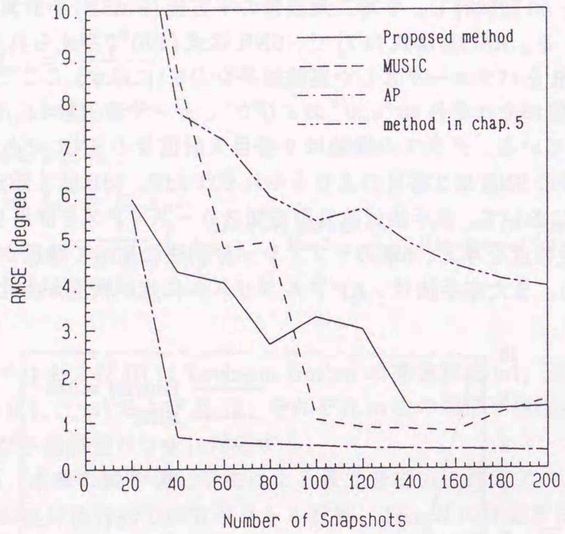


図 6.2: スナップショット数をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 40 °· 20 °· 0 °、SNR − 10dB · − 4dB · − 7dB、センサ素子数 12)

次に、音源方位が近接している場合の実験を行なう。SNRをパラメータとした実験結果を図6.3に示す。ここでは、入射信号数3、音源方位がそれぞれ5 °· 0 °および− 5 °、センサ素子数10、スナップショット数20としている。グラフの横軸は2番目入射信号のSNRであり、1番目、3番目入射信号のSNRは2番目のものよりもそれぞれ6dB、3dB低く設定されている。やはり、本手法はMUSICおよびサブアレー分割法より精度が優れているが、APアルゴリズムに比べ精度が劣っている。

本手法がAPアルゴリズムより精度が劣っているという実験結果が得られたが、これは、本手法のステップ2において、$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$が$\boldsymbol{u}$で固定されており、評価関数$J(\boldsymbol{u})$の正確な微分が考慮されていないためである。詳細を次の6.3.2で示す。

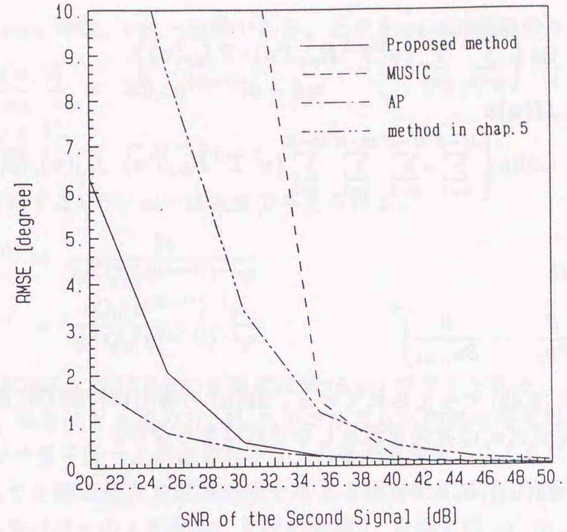


図 6.3: 音源方位が近接している場合の推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 5 °· 0 °· − 5 °、センサ素子数 10、スナップショット数 20)

6.3.2 推定精度の比較の実験結果に対する理論的考察

まず、センサ素子数が入射信号数より1個だけ多い場合、本手法のステップ2において

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)}) &= \frac{\mathrm{Re}\{\boldsymbol{T}^H\boldsymbol{R}\boldsymbol{T}\}}{\|\boldsymbol{u}^{(m-1)}\|^2} \\ &= \frac{\boldsymbol{C}}{\|\boldsymbol{u}^{(m-1)}\|^2} \end{aligned} \tag{6.1}$$

となる。すなわち、ステップ2が4章の手法と等価となり、本手法は初期値$\boldsymbol{u}^{(0)}$によらず1回の繰り返しで正確な最尤音源方位推定値を与える。しかし$M > K+1$の場合は一般に、本手法の推定値が真の最尤推定値からずれる。以下にそれを示す。

$\boldsymbol{u}_c$を本手法における収束値とする。明らかに、$\boldsymbol{u}_c$は次式を満足する。

$$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}_c)\boldsymbol{u}_c = \lambda_{\min}(\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}_c)) \cdot \boldsymbol{u}_c \tag{6.2}$$

一方、評価関数$J(\boldsymbol{u})$の勾配$\nabla J(\boldsymbol{u})$は次式で与えられる。

$$\nabla J(\boldsymbol{u}) = 2\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{y}(\boldsymbol{u}) \tag{6.3}$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{y}(\boldsymbol{u}) &= \mathrm{Re}\left\{\sum_{q=1}^{M-K}\sum_{p=1}^{M-K}(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{T}^H\boldsymbol{R}_{p,q}\boldsymbol{T}\boldsymbol{u})\cdot\nabla f_{q,p}(\boldsymbol{u})\right\} \\
&= \boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{u} \qquad (6.4)
\end{aligned}
$$

$$
\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}) = -2\mathrm{Re}\left\{\sum_{q=1}^{M-K}\sum_{p=1}^{M-K}\sum_{s=1}^{M-K}\sum_{t=1}^{M-K}(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{T}^H\boldsymbol{R}_{p,q}\boldsymbol{T}\boldsymbol{u})\cdot f_{q,s}(\boldsymbol{u})f_{t,p}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\Phi}_{s-t}\right\} \qquad (6.5)
$$

ここで演算子 ∇ は、

$$
\nabla \triangleq \left[\frac{\partial}{\partial u_1}\ \frac{\partial}{\partial u_2}\ \cdots\ \frac{\partial}{\partial u_{K+1}}\right]^T \qquad (6.6)
$$

であり、$\boldsymbol{\Phi}_{s-t}$は式 (3.42) で与えられている。$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$ の導出は付録 Gに示す。よって、正確な最尤推定値$\boldsymbol{u}_e$は次式を満足しなければならない。

$$
\{2\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}_e)+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}_e)\}\boldsymbol{u}_e = \boldsymbol{0} \qquad (6.7)
$$

一般に 2 つの条件:式 (6.2)、(6.7) それぞれを満たす$\boldsymbol{u}$は異なる。ゆえに、本手法の推定値は一般に正確な最尤推定値を与えない。このことは、本手法において $\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ の$\boldsymbol{u}$による微分 ($\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$ がこれに対応する) が考慮されていないためであるとも言える。しかし、ステップ 2 において最小固有値に対する固有ベクトルが選ばれるため、最尤法の評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の値は、イテレーションの更新に従って減少し、比較的小さな値に収束する傾向にある。よって、本手法は最尤音源方位推定のための準最適化手法であると言える。

6.3.3 IQML アルゴリズムとの推定精度の比較

本手法と類似したIQMLアルゴリズムと呼ばれる手法が提案されている [m4]。この手法は、多重正弦波の周波数の最尤推定問題に線形予測理論を応用したものであり、結果的に、本手法のステップ 2 において、制約条件として **C2** のかわりに次の **C2'** を適用するものに帰着する。

$$
\textbf{C2'} = \{\boldsymbol{u} \mid u_1 = const.\} \qquad (6.8)
$$

この条件の下でのステップ 2 の最小化は、Lagrange の未定乗数法により、以下のように解かれる。まず、次式を定義する。

$$
\begin{aligned}
J_o(\boldsymbol{u},\lambda) &\triangleq \boldsymbol{u}^T\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})\boldsymbol{u} - \lambda(\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{u}-c) \qquad (6.9)\\
\boldsymbol{\varphi} &\triangleq [1\ 0\ \ldots\ 0]^T \qquad (6.10)
\end{aligned}
$$

λは Lagrange 乗数、cは一定数である。上式を$\boldsymbol{u}$、λで偏微分する。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial J_o(\boldsymbol{u},\lambda)}{\partial \boldsymbol{u}} &= 2\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})\boldsymbol{u} - \lambda\boldsymbol{\varphi} \qquad (6.11)\\
\frac{\partial J_o(\boldsymbol{u},\lambda)}{\partial \lambda} &= \boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{u} - c \qquad (6.12)
\end{aligned}
$$

上式を零にする$\lambda^{(m)}$、$\boldsymbol{u}^{(m)}$は次式で与えられる。

$$
\begin{aligned}
\lambda^{(m)} &= \frac{2c}{\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})^{-1}\boldsymbol{\varphi}} \qquad (6.13)\\
\boldsymbol{u}^{(m)} &= \frac{c\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})^{-1}\boldsymbol{\varphi}}{\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}^{(m-1)})^{-1}\boldsymbol{\varphi}} \qquad (6.14)
\end{aligned}
$$

よって、IQML における$\boldsymbol{u}$の更新式は式 (6.14) で与えられる。

次に、本手法と上述の IQML アルゴリズムとの推定精度の比較を行なう。まず、「センサ素子数＝入射信号数＋１」の場合を考える。これは、本手法が 1 回の繰り返しで正確な最尤方位推定値を与える場合である (6.3.2参照)。図 6.4は、無相関かつ等パワーの入射信号、入射信号数2、音源方位 20 ° および 0 ° 、センサ素子数 3 および スナップショット数 100 の場合の結果である。図を見てわかるように、本手法は AP アルゴリズムと同精度で (推定値もほぼ一致している)、IQML は本手法および AP アルゴリズムより精度が劣っている。

次に、「センサ素子数＞入射信号数＋１」の場合を考える。図 6.5は、コヒーレント入射信号、入射信号数 3、音源方位 40 °・20 ° および 0 ° 、センサ素子数 12 およびスナップショット数 30 の場合の結果である。グラフの横軸は 2 番目入射信号の SNR であり、1 番目、3 番目入射信号の SNR は 2 番目のものよりもそれぞれ 6dB、3dB 低く設定されている。図を見ると、0dB 以上の SNR で推定精度の良さが AP ＞ 本手法 ＞ IQML であり、SNR が － 3dB 以上 0dB 未満で AP ＞ IQML ＞ 本手法、SNR が － 3dB 未満では IQML ＞ AP ＞ 本手法 となる場合もあることがわかる。

図 6.6は、音源方位が接近している場合であり (12 °・6 ° および 0 °)、その他は図 6.5と同じく設定した結果である。この場合では、全ての SNR で推定精度の良さが AP ＞ 本手法 ＞ IQML である。

6.3.4 IQML との比較の実験結果に対する理論的考察

式 (6.14) より、IQML の収束値$\boldsymbol{u}_I$は次式を満足する。

$$
\boldsymbol{u}_I = \frac{c\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}_I)^{-1}\boldsymbol{\varphi}}{\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}_I)^{-1}\boldsymbol{\varphi}} \qquad (6.15)
$$

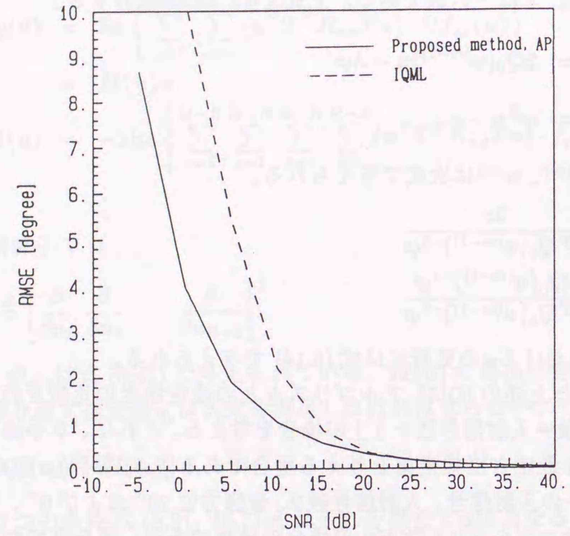


図 6.4: 本手法と IQML との比較 (センサ素子数＝入射信号数＋ 1) (入射信号数 2、音源方位 20 °· 0 °、センサ素子数 3、スナップショット数 100)

すなわち

$$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}_I)\boldsymbol{u}_I = c'\boldsymbol{\varphi} \tag{6.16}$$

$$c' = \frac{c}{\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}_I)^{-1}\boldsymbol{\varphi}} \tag{6.17}$$

これは明らかに、本手法の収束値が満たす式 (6.2) と異なる。よって、本手法と IQML は一般に収束値が異なる。また上式は正確な最尤推定値が満たす式 (6.7) とも異なるため、IQML は正確な最尤推定値を与えない。

また 6.3.3の実験において、$M = K+1$ の場合でも、IQML は正確な最尤方位推定値を与えていない。その理由は以下の通りである。まず、式 (4.1) の $J(\boldsymbol{u})$ の勾配は次式で与えられる。

$$\nabla J(\boldsymbol{u}) = \frac{2(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u})\boldsymbol{C}\boldsymbol{u} - 2(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{C}\boldsymbol{u})\boldsymbol{u}}{(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u})^2} \tag{6.18}$$

式 (6.15) の $\boldsymbol{u}_I$ を上式に代入し整理することにより、$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{C}/\|\boldsymbol{u}\|^2$ となることを考慮して、次式を得る。

$$\nabla J(\boldsymbol{u}_I) = \frac{2\Delta_1}{c\Delta_2^2}(\Delta_2\boldsymbol{\varphi} - \Delta_1\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{\varphi}) \tag{6.19}$$

$$\Delta_1 \triangleq \boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{\varphi} \tag{6.20}$$

$$\Delta_2 \triangleq \boldsymbol{\varphi}^T(\boldsymbol{C}^{-1})^2\boldsymbol{\varphi} \tag{6.21}$$

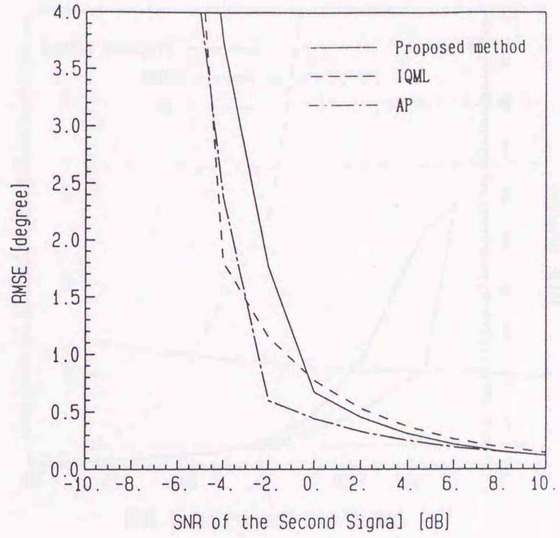


図 6.5: 本手法と IQML との比較 (センサ素子数＞入射信号数＋ 1) (入射信号数 3、音源方位 40 °· 20 °· 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

一般にベクトル $\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{\varphi}$ の第 2... 第 $K+1$ 要素の全てが 0 になることはないので、$\nabla J(\boldsymbol{u}_I) \neq \boldsymbol{0}$ である。

なお、$M > K+1$ の場合で、SNR や音源方位等の条件の違いにより、本手法と IQML との推定精度の良さの関係が変わるが、この理由は未だ明らかではない。

6.3.5 計算量

本手法と AP アルゴリズムの計算量の比較を行なう。ここでは、第 4章と同様、サンプル共分散行列が計算されてから方位推定値が得られるまでの演算回数により計算量を評価する。加算、乗算、および除算について評価を行なったところ、加算回数と乗算回数はほとんど同じであり、除算回数は他の 2 つに比べ大幅に少ない傾向が示されたため、ここでは乗算回数についてのみ示すことにする。なお、いずれの実験においても、本手法と AP の推定精度は良好である (RMSE は最大で約 6 °)。

SNR をパラメータとした場合の結果を図 6.7 に示す。ここでは、入射信号数 3 、音源方位 40 °· 20 ° および 0 °、センサ素子数 10、スナップショット数 30 としている。なおグラフの縦軸は、乗算回数の 50 回試行平均値の常用対数 ($\log_{10}$)

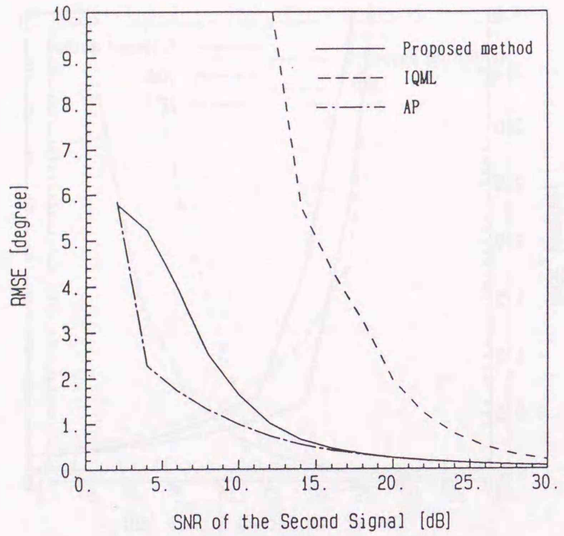


図 6.6: 本手法とIQMLとの比較(センサ素子数>入射信号数+1、近接音源方位の場合)(入射信号数3、音源方位12°·6°·0°、センサ素子数12、スナップショット数30)

である。図をみてわかるように、いずれのSNRにおいても本手法の乗算回数は5章のサブアレー分割法に比べ多いが(約2-8倍)、APより大幅に少ないことがわかる(約1/100)。また、SNRが低下するに従い、本手法の乗算回数が増加する傾向が示されている。これは、繰り返し回数が増大することに起因している。本手法では$\boldsymbol{u}$の初期値設定として5章のサブアレー分割法を適用しているが、この手法が低SNRで良好な推定値を与えないことが、本手法の繰り返し回数の増大を招いているものと思われる。

次に音源方位の差をパラメータとした場合の結果を図6.8に示す。ここでは、入射信号数3、音源方位$\Delta\phi$·0°および$-\Delta\phi$、1·2·3番目入射信号のSNRをそれぞれ14dB·20dB·17dB、センサ素子数10、スナップショット数30とし、$\Delta\phi$を横軸にとっている。やはり、本手法の乗算回数はAPより大幅に少ないことがわかる。また、方位が狭まるにつれ、両者の乗算回数の差が顕著になることがわかる。特に方位差10°の場合ではAPアルゴリズムの乗算回数は本手法の約1000倍である。これは、方位が狭まるにつれ、APアルゴリズムの繰り返し回数が本手法のそれと比べてより飛躍的に増大するためである。

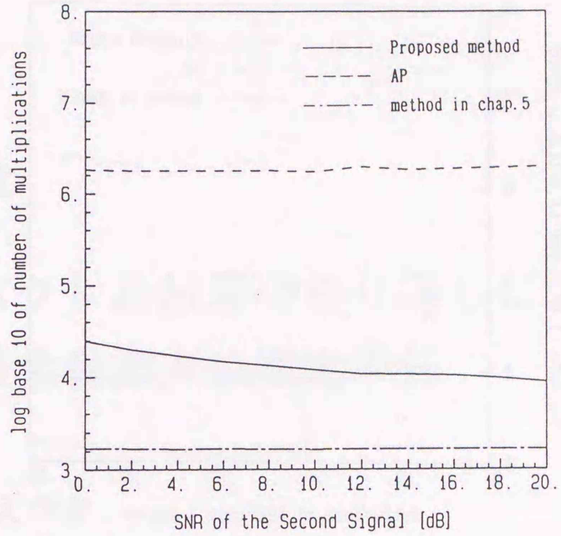


図 6.7: SNRをパラメータとした計算量(乗算回数)の比較(入射信号数3、音源方位40°·20°·0°、センサ素子数10、スナップショット数30)

6.4 あとがき

この章では,最大尤度法による音源方位推定における、計算量削減のための一手法について論じた。この手法は繰り返し計算を必要とするが、実対称行列の固有ベクトル計算、Trenchの高速な逆行列算法および多項式零点の計算により成り立っているため、効率的である。また、入射信号数より多い任意のセンサ素子数のアレーで適用可能であるため、コヒーレント入射信号の音源方位推定が可能である。さらにこの手法は、アレー全体のサンプル共分散行列の全成分を活用できるため、5章で述べたサブアレー分割法に比べ推定精度を向上させることができる。

シミュレーションにより、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、MUSICアルゴリズムや5章の手法より良好な推定精度を与える。
2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム(AP)より計算量が少ない。
3. 本手法は、得られる推定値が真の最尤推定値からずれるため、正確な最尤推定アルゴリズム(AP)より、推定精度が劣る。

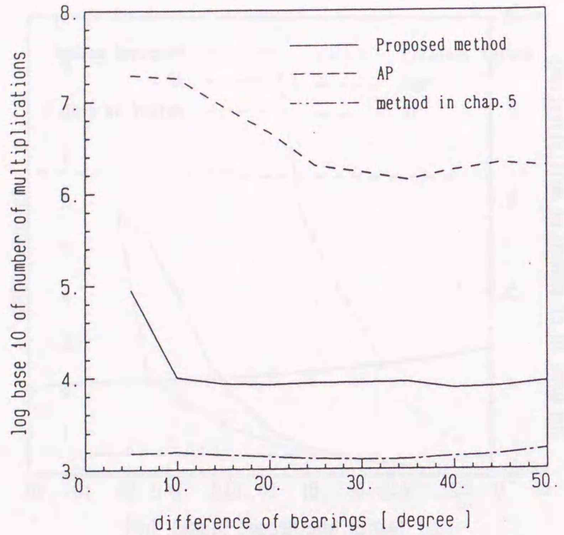


図 6.8: 音源方位の差をパラメータとした計算量 (乗算回数) の比較 (入射信号数 3、音源方位$\Delta\phi$°・0°・$-\Delta\phi$°、SNR 14dB・20dB・17dB、センサ素子数 10、スナップショット数 30、横軸 $\Delta\phi$)

4. 本手法は、類似したアルゴリズムである IQML アルゴリズムより、特に音源方位が近接している場合で精度が良い。また、音源方位が比較的離れている場合では、SNR 等の条件により、本手法が IQML より精度が優れている場合とその逆の場合がある。

本手法の与える推定値が真の最尤推定値からずれるのは、繰り返し手続きにおいて、行列$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$が固定されており、その微分が考慮されていないのが原因である。この解決のためには行列$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$の微分計算が必要であり、そのための有効なアルゴリズムの構築が重要である。これについては次章で論ずる。

第 7 章

固有ベクトル計算の繰り返しによる正確な最尤音源方位推定手法

7.1 まえがき

6章で示した手法は、従来の最尤推定アルゴリズム (AP) に比べ計算量が少ないが、この手法の与える推定値は真の最尤推定値からずれる。これは 6章で述べたように、式 (3.38) の評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の中間要素$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ の微分が考慮されていないのが原因である。本章では、この最尤推定値からのずれを削除する手法について示す。本手法は$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ の微分を考慮しているため、真の最尤推定値からのずれを削除することができる。$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$ の微分計算のためには、Toeplitz 行列の逆行列成分の微分計算が必要であるが、これは、Trench の方法の漸化式で現れるパラメータを全て$\boldsymbol{u}$で微分することにより、効率良く計算される。また本手法は 6章の手法と同様、実対称行列の固有ベクトル計算と多項式零点の計算に基づいているため、従来の最尤推定アルゴリズムより効率的である。

この章は、筆者らの発表 [005,012,018] に基づいている。

7.2 繰り返し計算による手法

式 (3.38) で示した評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の勾配は次式で与えられる (式 (6.3) の再掲)。

$$\nabla J(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{u} \tag{7.1}$$

$$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}) = 2\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u}) + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}) \tag{7.2}$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}) = -2\mathrm{Re}\left\{\sum_{q=1}^{M-K}\sum_{p=1}^{M-K}\sum_{s=1}^{M-K}\sum_{t=1}^{M-K}(\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{T}^H\boldsymbol{R}_{p,q}\boldsymbol{T}\boldsymbol{u})\cdot f_{q,s}(\boldsymbol{u})f_{t,p}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\Phi}_{s-t}\right\} \tag{7.3}$$

$\boldsymbol{\Phi}_{s-t}$は式(3.42)で与えられている。$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$は$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$の$\boldsymbol{u}$による微分に対応する(第6章)。$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$が実正定(対称)行列であり(第3章)、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$が実対称行列である(付録G)ため、$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u})$も実対称行列である。

6章で示したように、正確な最尤推定値$\boldsymbol{u}_e$は

$$(\nabla J(\boldsymbol{u}_e) =)\ \ \boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}_e)\boldsymbol{u}_e = 0 \tag{7.4}$$

を満たさなければならない。上式をみてわかるように、$\boldsymbol{u}_e$は実対称行列$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}_e)$の零固有値に対する固有ベクトルとなるが、$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}_e)$が$\boldsymbol{u}_e$を含むため、その計算は容易ではない。ここでは、次の繰り返し手続きを考える。

1. 初期値$\boldsymbol{u}^{(0)}$を設定し、$m=1$とする。
2. $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}^{(m-1)})$の最も0に近い固有値に対する固有ベクトルを計算し、それを$\boldsymbol{u}^{(m)}$とする。
3. 指定した収束判定値ϵに対し
   $\|\boldsymbol{u}^{(m)} - \boldsymbol{u}^{(m-1)}\| < \epsilon$
   ならば、stop。
4. $m = m+1$として、ステップ2へ行く。

この手法では、$\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})$の微分に対応する行列$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$を考慮しているため、6章の手法における最尤推定値からのずれの削除が期待できる。$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$の計算は、式(7.3)では計算量が膨大になる。ここでは、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$の計算にTrenchの手法を変形したアルゴリズムを適用することにより計算の効率化をはかる。このアルゴリズムは、Trenchの方法の漸化式に現れる全てのパラメータを$\boldsymbol{u}$で微分することにより得られる。その手続きを以下に示す。

I. (Calculation of the elements of $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})$ and their related matrices $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_m$)

for $m = 0$ to $M-K-1$:

(a) let $g_m = \boldsymbol{u}^T\boldsymbol{\Phi}_m\boldsymbol{u}$;

(b) let $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_m = \boldsymbol{\Phi}_m + \boldsymbol{\Phi}_m^T$;

($\boldsymbol{\Phi}_m$ is given in (3.42).)

II. (Initial Condition 1)

(a) let $a_0^{(0)} = 1$, $P_0 = g_0$;

(b) let $\boldsymbol{D}_0^{(0)} = \mathbf{O}$, $\boldsymbol{C}_0 = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_0$;

III. (Recursion 1) for $m = 1$ to $M-K-1$:

(a) let $\Delta_m = g_m + \sum_{n=1}^{m-1} g_{m-n}a_n^{(m-1)}$;

(b) let $\boldsymbol{A}_m = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_m + \sum_{n=1}^{m-1}(a_n^{(m-1)}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{m-n} + g_{m-n}\boldsymbol{D}_n^{(m-1)})$;

(c) let $\rho_m = -\dfrac{\Delta_m}{P_{m-1}}$;

(d) let $\boldsymbol{B}_m = -\dfrac{\boldsymbol{A}_m}{P_{m-1}} + \dfrac{\Delta_m}{P_{m-1}^2}\boldsymbol{C}_{m-1}$;

(e) let $P_m = P_{m-1} + \rho_m\Delta_m^*$;

(f) let $\boldsymbol{C}_m = \boldsymbol{C}_{m-1} + \rho_m\boldsymbol{A}_m^* + \Delta_m^*\boldsymbol{B}_m$;

(g) let $a_m^{(m)} = \rho_m$, $\quad a_0^{(m)} = 1$;

(h) let $\boldsymbol{D}_m^{(m)} = \boldsymbol{B}_m$, $\quad \boldsymbol{D}_0^{(m)} = \mathbf{O}$;

(i) for $n = 1$ to $m-1$:

i. let $a_n^{(m)} = a_n^{(m-1)} + \rho_m a_{m-n}^{(m-1)*}$;

ii. let $\boldsymbol{D}_n^{(m)} = \boldsymbol{D}_n^{(m-1)} + \rho_m\boldsymbol{D}_{m-n}^{(m-1)*} + a_{m-n}^{(m-1)*}\boldsymbol{B}_m$;

IV. (Initial Condition 2)

(a) let $\boldsymbol{K}_{1,1} = -\dfrac{\boldsymbol{C}_{M-K-1}}{P_{M-K-1}^2}$;

V. (Recursion 2) for $m = 2$ to $M-K$:

(a) let $\boldsymbol{K}_{m,1} = \dfrac{\boldsymbol{D}_{m-1}^{(M-K-1)}}{P_{M-K-1}} - \dfrac{a_{m-1}^{(M-K-1)}}{P_{M-K-1}^2}\boldsymbol{C}_{M-K-1}$;

(b) let $\boldsymbol{K}_{1,m} = \boldsymbol{K}_{m,1}^*$;

(c) for $n = 2$ to m :

i. let

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_{m,n} = \boldsymbol{K}_{m-1,n-1} &+ \frac{1}{P_{M-K-1}}\{\ a_{m-1}^{(M-K-1)}\boldsymbol{D}_{n-1}^{(M-K-1)*} + a_{n-1}^{(M-K-1)*}\boldsymbol{D}_{m-1}^{(M-K-1)} \\ &\quad - a_{M-K-m+1}^{(M-K-1)*}\boldsymbol{D}_{M-K-n+1}^{(M-K-1)} - a_{M-K-n+1}^{(M-K-1)}\boldsymbol{D}_{M-K-m+1}^{(M-K-1)*}\} \\ &- \frac{1}{P_{M-K-1}^2}\{\ a_{m-1}^{(M-K-1)}a_{n-1}^{(M-K-1)*} - a_{M-K-m+1}^{(M-K-1)*}a_{M-K-n+1}^{(M-K-1)}\}\boldsymbol{C}_{M-K-1};\end{aligned}$$

ii. let $\boldsymbol{K}_{n,m} = \boldsymbol{K}_{m,n}^*$.

ここでは、以下の式を考慮している。

$$\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_m \boldsymbol{u} = \nabla g_m,$$
$$\boldsymbol{A}_m \boldsymbol{u} = \nabla \Delta_m, \quad \boldsymbol{B}_m \boldsymbol{u} = \nabla \rho_m, \quad \boldsymbol{C}_m \boldsymbol{u} = \nabla P_m,$$
$$\boldsymbol{D}_n^{(m)} \boldsymbol{u} = \nabla a_n^{(m)}, \quad \boldsymbol{K}_{n,m} \boldsymbol{u} = \nabla f_{n,m}$$

行列$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$は、上記のアルゴリズムで計算される$\boldsymbol{K}_{n,m}$から、次式で計算される。

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u}) = \mathrm{Re}\left\{ \sum_{q=1}^{M-K} \sum_{p=1}^{M-K} (\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{T}^H \boldsymbol{R}_{p,q} \boldsymbol{T} \boldsymbol{u}) \boldsymbol{K}_{q,p} \right\}$$

このアルゴリズムで要する計算量は、$O[(M-K)^2 K^2]$ である。

結局、本章の最小化手法による最尤音源方位推定アルゴリズムは、6章の手法と同様、実対称行列の固有ベクトル計算、Trench の高速算法とその変型、および多項式零点の計算で成り立っているため、効率的である。

7.3 実験および考察

本手法の性能についてシミュレーション実験により検証する。全実験において、入射信号はすべて狭帯域であり、互いにコヒーレントである。等間隔直線アレーのセンサ素子間隔は入射信号の波長の半分に設定している。

第4〜6章と同様、固有ベクトル計算及び多項式零点計算にはそれぞれ Jacobi 法および Newton-Raphson 法を適用している。本手法における初期値$\boldsymbol{u}^{(0)}$としては、6章の手法で求まった$\boldsymbol{u}$を用いる。MUSIC では、評価関数 (付録 C) の最大値を与える方位を 0.1° 刻みの走査で求めている。また、改良型空間スムーズィングにおけるサブアレーのセンサ素子数は、アレー全体のセンサ素子数より 1 個だけ少なくとっている。AP では、計算の効率化のために、繰り返し計算の各ステップにおける最大化 (付録 E) を 2 段階の直線探索で求めている。すなわち、第 1 段階で方位 2 ° 刻みの粗い走査で最大点ϕ_0を求め、第 2 段階で $[\phi_0 - 2.0,\ \phi_0 + 2.0]$ の区間で Fibonacci 法により精密な最大点を求めている。

7.3.1 推定精度

ここでは、SNR をパラメータとしてアルゴリズムを 50 回試行し、平均二乗誤差の平方根 (RMSE) を計算して推定精度を評価している。RMSE は式 (4.7) で、SNR は式 (4.8) で与えられる。

入射信号数 3、音源方位がそれぞれ 40 °· 20 ° および 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30 とした実験結果を図 7.1に示す。グラフの横軸は 2 番目入射

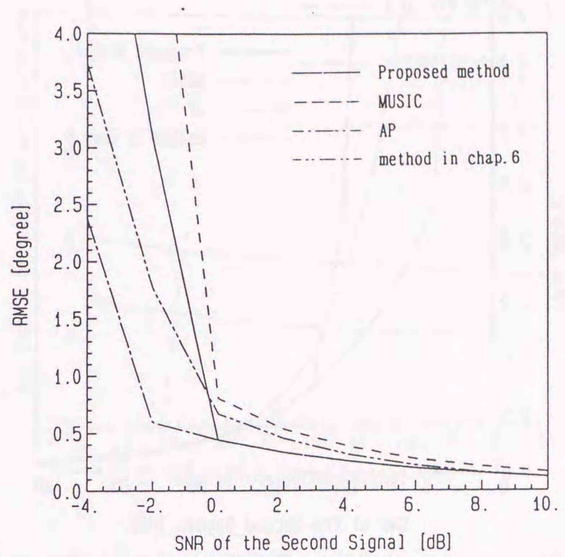


図 7.1: SNR をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 40 °· 20 °· 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

信号の SNR であり、1 番目、3 番目入射信号の SNR は 2 番目のものよりもそれぞれ 6dB、3dB 低く設定されている。図より、本手法は MUSIC より精度が良いことがわかる。あるしきい値 (一般にセンサ素子数など推定にかかわる状況に依存する) 以上の SNR(図では SNR $\geq$ 0 dB) で、本手法は AP と同一の精度が得られ、6章の手法における最尤推定値からのずれが除去されていることがわかる。また、悪条件下 (SNR $<$ 0 dB) では、AP や 6章の手法に比べて本手法は精度の劣化が見られる。これは、本手法の繰り返し計算において収束性が考慮されていないことが原因である。

図 7.2に、音源方位を 12 °· 6 ° および 0 ° としてその他の設定を図 7.1と同じくした結果を示す。やはり、図 7.1と同様の結論が得られる。

7.3.2 計算量

本手法、AP アルゴリズムおよび 6章の手法の計算量の比較を行なう。ここでも、第 4〜6章と同様、サンプル共分散行列が計算されてから方位推定値が得られるまでの乗算回数により計算量を評価する。なおいずれの実験においても、6章の手法と AP の推定精度は良好であり (RMSE は最大で約 6 °)、本手法は、図 7.4 の$\Delta\phi = 5$ ° の場合を除いて、良好な推定精度を与えている。

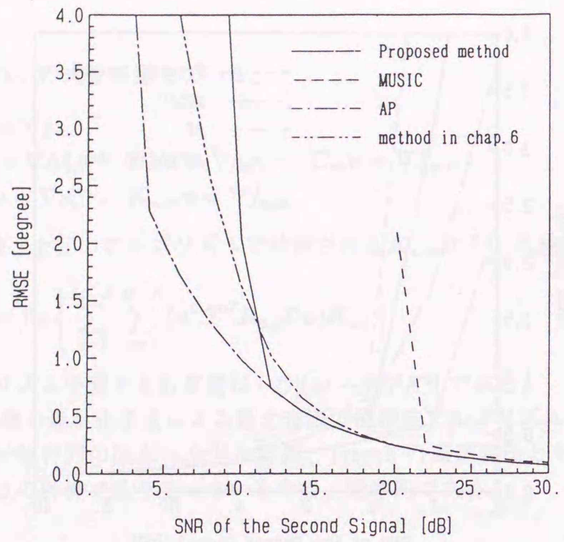


図 7.2: SNR をパラメータとした推定精度の比較 (近接音源方位の場合) (入射信号数 3、音源方位 12 °· 6 °· 0 ° 、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

SNR をパラメータとした場合の結果を図 7.3 に示す。ここでは、入射信号数 3 、音源方位 40 °· 20 ° および 0 ° 、センサ素子数 10、スナップショット数 30 としている。なおグラフの縦軸は、乗算回数の 50 回試行平均値の常用対数 ($\log_{10}$) である。図をみてわかるように、いずれの SNR においても本手法の乗算回数は 6章の手法に比べ多いが (約 4 倍)、AP より少ないことがわかる (約 1/10〜1/40)。

また、SNR が低下するに従い、本手法の乗算回数が増加する傾向が示されている。これは、繰り返し回数が増大することに起因している。ただ、いずれの SNR においても本手法と 6 章の手法の乗算回数の比はほぼ一定 (約 4 倍) である傾向が示されている。

次に音源方位の差をパラメータとした場合の結果を図 7.4に示す。ここでは、入射信号数 3 、音源方位$\Delta\phi$ · 0 ° および$-\Delta\phi$、1 · 2 および 3 番目入射信号の SNR をそれぞれ 14dB · 20dB および 17dB、センサ素子数 10、スナップショット数 30 とし、$\Delta\phi$を横軸にとっている。やはり、本手法の乗算回数は AP より大幅に少ないことがわかる。また、方位が狭まるにつれ、両者の乗算回数の差が顕著になることがわかる。特に方位差 10 ° の場合では AP アルゴリズムの乗算回数は本手法の 300 倍以上である。これは、方位が狭まるにつれ、AP アルゴリズムの繰り返し回数が本手法のそれと比べてより飛躍的に増大するためである。またここでも、

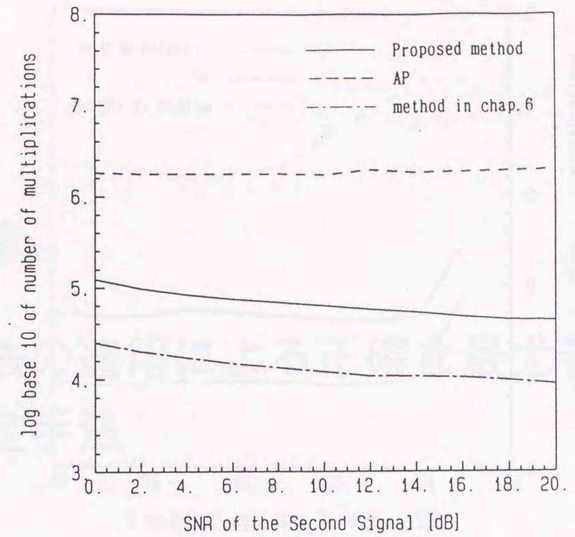


図 7.3: SNR をパラメータとした計算量 (乗算回数) の比較 (入射信号数 3、音源方位 40 °· 20 °· 0 ° 、センサ素子数 10、スナップショット数 30)

本手法と 6章の手法の乗算回数の比は、いずれの$\Delta\phi$においてもほぼ一定 (約 4 倍) である傾向が示されている。

7.4 あとがき

この章では、正確な最尤推定値を与えるための一効率的手法について示した。本手法は 6章の手法と違い、評価関数の正確な微分を考慮しているため、真の最尤推定値からのずれを削除することができる。評価関数の微分計算のためには Toeplitz 行列の逆行列成分の微分計算が必要であるが、これは Trench の手法を変形することにより効率的に行なえる。また 6章の手法と同様、本手法は実対称行列の固有ベクトル計算および多項式零点の計算により成り立っており、計算量が少ない。

シミュレーションにより、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、MUSIC アルゴリズムより良好な推定精度を与える。
2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム (AP) より計算量が少ない。
3. 本手法は、あるしきい値以上の SNR において、正確な最尤音源方位推定値を与える。

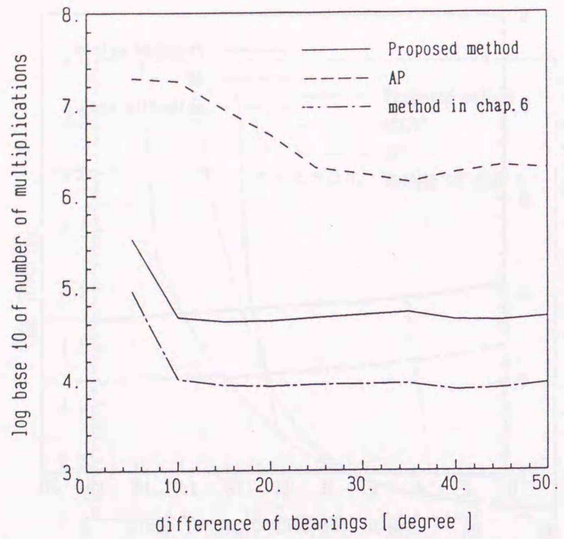


図 7.4: 音源方位の差をパラメータとした計算量 (乗算回数) の比較入射信号数 3、音源方位$\Delta\phi$°· 0°· $-\Delta\phi$°、SNR 14dB · 20dB · 17dB、センサ素子数 10、スナップショット数 30、横軸 $\Delta\phi$)

4. 本手法は、あるしきい値未満の SNR において、正確な最尤音源方位推定値を与えず、AP アルゴリズムより精度が劣化する。これは、本手法の繰り返し手続きが収束性を考慮していないためである。

第 8 章

勾配法の適用による正確な最尤音源方位推定手法

8.1 まえがき

7章で示した繰り返し手法は、収束性が考慮されていないため、あるしきい値以下の SNR で正確な最尤音源方位推定値を与えないことが実験で確かめられた。ここでは、評価関数の勾配が効率良く計算されることを示し、関数の最適化に勾配法 (gradient method) [n1, n2, n3] を適用することを考える。勾配法では繰り返し計算の収束性が考慮されているため、勾配法を適用する方法は 7章の手法に比べて特に悪条件下で安定した解を与えるものと考えられる。

勾配法として種々の方法がすでに存在するが、ここでは、最急降下法 (steepest descent method)、ニュートン法 (Newton's method)、共役勾配法 (conjugate gradient method) および準ニュートン法 (quasi-Newton method) を考える。最急降下法は、各ステップごとの計算量が少ないという長所を有する反面、収束が遅いという短所を持ち、一方ニュートン法は、収束が速いという長所を持つが、各ステップにおいて Hesse 行列 (評価関数の 2 階偏微分に対応する行列) の計算およびその逆行列計算を要するため、計算量が多くなるという短所を有する。共役勾配法と準ニュートン法はこれら 2 つの手法の長所を合わせ持つような方法である。共役勾配法は、評価関数の近似 2 次関数の共役方向を探索方向にとることを考え、各ステップにおいてそれを勾配から計算する方法であり、準ニュートン法は、評価関数の Hesse 行列の逆行列を直接計算せず、繰り返しの更新とともにその近似行列を逐次計算していく方法である。いずれの手法も、ステップ当たりの計算量が少なく、収束が速い。

勾配法としていずれを適用するのが妥当かは、扱う問題によると言われており [n3]、一概には言えない。したがって、最尤音源方位推定問題に勾配法を適用

する際、種々の勾配法を適用して効率性を比較する予備実験を行なう必要がある。本章では、この予備実験により、準ニュートン法がもっとも効率的であることを示す。

またシミュレーションより、準ニュートン法を適用した最尤推定アルゴリズムが、AP アルゴリズムより計算量が少ないことを示す。

この章は、筆者らの発表 [003,008,013,019,020] に基づいている。

8.2 評価関数の勾配の計算法

評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の勾配 $\nabla J(\boldsymbol{u})$ は、次式で与えられる (式 (6.3) の再掲)。

$$\nabla J(\boldsymbol{u}) = 2\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{u})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{y}(\boldsymbol{u}) \tag{8.1}$$

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{u}) = \mathrm{Re}\left\{ \sum_{q=1}^{M-K} \sum_{p=1}^{M-K} (\boldsymbol{u}^T \boldsymbol{T}^H \boldsymbol{R}_{p,q} \boldsymbol{T}\boldsymbol{u}) \cdot \nabla f_{q,p}(\boldsymbol{u}) \right\} \tag{8.2}$$

上式からわかるように、$\nabla J(\boldsymbol{u})$ の計算のためには、Toeplitz 行列の逆行列成分 $f_{q,p}(\boldsymbol{u})$ の微分 $\nabla f_{q,p}(\boldsymbol{u})$ の計算が必要である。7章で示したように、この計算は Trench の算法の変型により効率的に行なえる。しかし、7章においては、繰り返し手続きを行列の固有ベクトル計算に帰着させる目的で、行列の更新に基づいた手法を示したが、ここでは、勾配の計算のみが必要なので、ベクトルの更新に基づく計算法を以下に示す。

I. (Calculation of the elements of $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})$ and their derivatives)

for $m = 0$ to $M-K-1$:

(a) let $g_m = \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{\Phi}_m \boldsymbol{u}$;

(b) let $\boldsymbol{h}_m = \left\{ \boldsymbol{\Phi}_m + \boldsymbol{\Phi}_m^T \right\} \boldsymbol{u}$;

($\boldsymbol{\Phi}_m$ is given in (3.42).)

II. (Initial Condition 1)

(a) let $a_0^{(0)} = 1$, $P_0 = g_0$;

(b) let $\boldsymbol{b}_0^{(0)} = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{S}_0 = \boldsymbol{h}_0$;

III. (Recursion 1) for $m = 1$ to $M-K-1$:

(a) let $\Delta_m = g_m + \sum_{n=1}^{m-1} g_{m-n} a_n^{(m-1)}$;

(b) let $\boldsymbol{\Gamma}_m = \boldsymbol{h}_m + \sum_{n=1}^{m-1} (a_n^{(m-1)} \boldsymbol{h}_{m-n} + g_{m-n} \boldsymbol{b}_n^{(m-1)})$;

(c) let $\rho_m = -\dfrac{\Delta_m}{P_{m-1}}$;

(d) let $\boldsymbol{\mu}_m = -\dfrac{\boldsymbol{\Gamma}_m}{P_{m-1}} + \dfrac{\Delta_m}{P_{m-1}^2} \boldsymbol{S}_{m-1}$;

(e) let $P_m = P_{m-1} + \rho_m \Delta_m^*$;

(f) let $\boldsymbol{S}_m = \boldsymbol{S}_{m-1} + \rho_m \boldsymbol{\Gamma}_m^* + \Delta_m^* \boldsymbol{\mu}_m$;

(g) let $a_m^{(m)} = \rho_m$, $\quad a_0^{(m)} = 1$;

(h) let $\boldsymbol{b}_m^{(m)} = \boldsymbol{\mu}_m$, $\quad \boldsymbol{b}_0^{(m)} = \boldsymbol{0}$;

(i) for $n = 1$ to $m-1$:

i. let $a_n^{(m)} = a_n^{(m-1)} + \rho_m a_{m-n}^{(m-1)*}$;

ii. let $\boldsymbol{b}_n^{(m)} = \boldsymbol{b}_n^{(m-1)} + \rho_m \boldsymbol{b}_{m-n}^{(m-1)*} + a_{m-n}^{(m-1)*} \boldsymbol{\mu}_m$;

IV. (Initial Condition 2)

(a) let $\boldsymbol{e}_{1,1} = -\dfrac{\boldsymbol{S}_{M-K-1}}{P_{M-K-1}^2}$;

V. (Recursion 2) for $m = 2$ to $M-K$:

(a) let $\boldsymbol{e}_{m,1} = \dfrac{\boldsymbol{b}_{m-1}^{(M-K-1)}}{P_{M-K-1}} - \dfrac{a_{m-1}^{(M-K-1)}}{P_{M-K-1}^2} \boldsymbol{S}_{M-K-1}$;

(b) let $\boldsymbol{e}_{1,m} = \boldsymbol{e}_{m,1}^*$;

(c) for $n = 2$ to m :

i. let $\boldsymbol{e}_{m,n} = \boldsymbol{e}_{m-1,n-1}$

$$+\frac{1}{P_{M-K-1}} \{ \; a_{m-1}^{(M-K-1)} \boldsymbol{b}_{n-1}^{(M-K-1)*} + a_{n-1}^{(M-K-1)*} \boldsymbol{b}_{m-1}^{(M-K-1)} - a_{M-K-m+1}^{(M-K-1)*} \boldsymbol{b}_{M-K-n+1}^{(M-K-1)} - a_{M-K-n+1}^{(M-K-1)} \boldsymbol{b}_{M-K-m+1}^{(M-K-1)*} \}$$

$$-\frac{1}{P_{M-K-1}^2} \{ \; a_{m-1}^{(M-K-1)} a_{n-1}^{(M-K-1)*} - a_{M-K-m+1}^{(M-K-1)*} a_{M-K-n+1}^{(M-K-1)} \} \boldsymbol{S}_{M-K-1};$$

ii. let $\boldsymbol{e}_{n,m} = \boldsymbol{e}_{m,n}^*$.

ここで、

$$\boldsymbol{h}_m = \nabla g_m,$$
$$\boldsymbol{\Gamma}_m = \nabla \Delta_m, \quad \boldsymbol{\mu}_m = \nabla \rho_m, \quad \boldsymbol{S}_m = \nabla P_m,$$
$$\boldsymbol{b}_n^{(m)} = \nabla a_n^{(m)}, \quad \boldsymbol{e}_{n,m} = \nabla f_{n,m}$$

である。このアルゴリズムで要する計算量は、$O[(M-K)^2K]$ である。

8.3 勾配法の適用

評価関数の勾配の効率良い計算が可能であることから、ここでは最小化に勾配法 (gradient method) を適用することを考える。勾配法では繰り返し計算の収束性が考慮されているため、勾配法を適用する方法は7章の手法に比べて特に悪条件下で安定した解を与えるものと考えられる。

勾配法として種々の方法がすでに存在するが、ここでは、最急降下法 (steepest descent method)、ニュートン法 (Newton's method)、共役勾配法 (conjugate gradient method) および準ニュートン法 (quasi-Newton method) を考える。これらを $J(\boldsymbol{u})$ の最小化に適用したアルゴリズムをそれぞれ表8.1、8.2、8.3および8.4に示す。

表 8.1: 最急降下法

1	Set $\boldsymbol{u}^{(0)}$ and let $m=0$;
2	if $\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)}) \simeq \boldsymbol{0}$, then stop ;
3	let $\boldsymbol{d}^{(m)} = -\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})$;
4	set $\mu^{(m)}$;
5	let $\boldsymbol{u}^{(m+1)} = \boldsymbol{u}^{(m)} + \mu^{(m)}\boldsymbol{d}^{(m)}$;
6	let $m = m+1$ and go to 2.

表 8.2: ニュートン法

1	Set $\boldsymbol{u}^{(0)}$ and let $m=0$;
2	if $\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)}) \simeq \boldsymbol{0}$, then stop ;
3	let $\boldsymbol{d}^{(m)} = -\{\nabla^2 J(\boldsymbol{u}^{(m)})\}^{-1}\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})$;
4	set $\mu^{(m)}$;
5	let $\boldsymbol{u}^{(m+1)} = \boldsymbol{u}^{(m)} + \mu^{(m)}\boldsymbol{d}^{(m)}$;
6	let $m = m+1$ and go to 2.

最急降下法は、探索方向ベクトル$\boldsymbol{d}^{(m)}$として最急降下方向 $-\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})$ にとる。この方法は、各ステップごとの計算量が少ないという長所を持つが、探索方向が一般にジグザグになるため、収束が遅いという短所を持つ [n2]。ニュートン法は、

表 8.3: 共役勾配法

1	Set $\boldsymbol{u}^{(0)}$ and let $m=0$;
2	let $\boldsymbol{d}^{(m)} = -\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})$;
3	if $\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)}) \simeq \boldsymbol{0}$, then stop ;
4	set $\mu^{(m)}$;
5	let $\boldsymbol{u}^{(m+1)} = \boldsymbol{u}^{(m)} + \mu^{(m)}\boldsymbol{d}^{(m)}$;
6	if $(m+1)\mathrm{mod}(K+1) = 0$ then let $m = m+1$ and go to 2, else go to 7 ;
7	let $\boldsymbol{d}^{(m+1)} = -\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m+1)}) + \beta^{(m+1)}\boldsymbol{d}^{(m)}$;
8	let $m = m+1$ and go to 3.

表 8.4: 準ニュートン法

1	Set $\boldsymbol{u}^{(0)}$, $\boldsymbol{H}^{(0)}$ and let $m=0$;
2	if $\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)}) \simeq \boldsymbol{0}$, then stop ;
3	let $\boldsymbol{d}^{(m)} = -\boldsymbol{H}^{(m)}\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})$;
4	set $\mu^{(m)}$;
5	let $\boldsymbol{u}^{(m+1)} = \boldsymbol{u}^{(m)} + \mu^{(m)}\boldsymbol{d}^{(m)}$;
6	update $\boldsymbol{H}^{(m)}$ to $\boldsymbol{H}^{(m+1)}$;
7	let $m = m+1$ and go to 2.

各ステップにおいて、関数を2次関数近似しその近似関数の最小点を求めていく方法であり、収束が速いという長所を持つ [n3]。しかしニュートン法は、各ステップにおいて Hesse 行列 (評価関数の2階偏微分に対応する行列)

$$\{\nabla^2 J(\boldsymbol{u})\}_{i,j} = \frac{\partial^2 J(\boldsymbol{u})}{\partial u_i \partial u_j} \quad (i,j = 1,2,...,K+1) \tag{8.3}$$

の計算およびその逆行列計算を要するため、計算量が多くなるという短所を有する。

共役勾配法と準ニュートン法はこれら2つの手法の長所を合わせ持つような方法である。

共役勾配法は、評価関数の近似2次関数に関する共役方向 [n2, n3] を探索方向にとることを考え、各ステップにおいてそれを勾配から計算する方法である。2次関数の場合、共役勾配法は変数ベクトルの次数の回数で最適解を与えるため、

一般の関数においても収束が速い。また、各ステップ毎の計算量も少ない。なお、方向ベクトル決定の際のパラメータ$\beta^{(m+1)}$としては、次の2つの公式がよく用いられる。

Fletcher-Reeves (FR) 公式 :

$$\beta^{(m+1)} = \frac{\|\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m+1)})\|^2}{\|\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})\|^2} \tag{8.4}$$

Polak-Ribière-Polyak (PRP) 公式 :

$$\beta^{(m+1)} = \frac{\nabla^T J(\boldsymbol{u}^{(m+1)})\boldsymbol{\gamma}^{(m)}}{\|\nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})\|^2} \tag{8.5}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(m)} = \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m+1)}) - \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)}) \tag{8.6}$$

一般にPRP公式の方が効率的であると言われている。

準ニュートン法 [n2, n3, n4, n5] は、評価関数のHesse行列の逆行列を直接計算せず、繰り返しの更新とともにその近似行列$\boldsymbol{H}^{(m)}$を逐次計算していく方法であり、ステップ毎の計算量が少なく、しかもニュートン法の持つ収束の速さを近似的に有している。$\boldsymbol{H}^{(m)}$の更新式としては、次の2つの公式がよく用いられる。

Davidon-Fletcher-Powell (DFP) 公式 :

$$\boldsymbol{H}^{(m+1)} = \boldsymbol{H}^{(m)} + \frac{\boldsymbol{\delta}^{(m)}(\boldsymbol{\delta}^{(m)})^T}{(\boldsymbol{\delta}^{(m)})^T\boldsymbol{\gamma}^{(m)}} - \frac{\boldsymbol{H}^{(m)}\boldsymbol{\gamma}^{(m)}(\boldsymbol{\gamma}^{(m)})^T\boldsymbol{H}^{(m)}}{(\boldsymbol{\gamma}^{(m)})^T\boldsymbol{H}^{(m)}\boldsymbol{\gamma}^{(m)}} \tag{8.7}$$

Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) 公式 :

$$\boldsymbol{H}^{(m+1)} = \left\{\boldsymbol{I} - \frac{\boldsymbol{\delta}^{(m)}(\boldsymbol{\gamma}^{(m)})^T}{(\boldsymbol{\delta}^{(m)})^T\boldsymbol{\gamma}^{(m)}}\right\}\boldsymbol{H}^{(m)}\left\{\boldsymbol{I} - \frac{\boldsymbol{\gamma}^{(m)}(\boldsymbol{\delta}^{(m)})^T}{(\boldsymbol{\delta}^{(m)})^T\boldsymbol{\gamma}^{(m)}}\right\} + \frac{\boldsymbol{\delta}^{(m)}(\boldsymbol{\delta}^{(m)})^T}{(\boldsymbol{\delta}^{(m)})^T\boldsymbol{\gamma}^{(m)}} \tag{8.8}$$

ここで

$$\boldsymbol{\delta}^{(m)} = \boldsymbol{u}^{(m+1)} - \boldsymbol{u}^{(m)} \tag{8.9}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(m)} = \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m+1)}) - \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)}) \tag{8.10}$$

である。なお初期値$\boldsymbol{H}^{(0)}$としては普通単位行列が用いられる。これら2つの公式において、$\boldsymbol{H}^{(m)}$が正定値ならば$\boldsymbol{H}^{(m+1)}$も正定値となる (遺伝正定値性)[n3]。

上述の4種の勾配法はそれぞれ一長一短があり、どれが最も効率的かは、扱う問題によると言われており、一概には言えない。ただニュートン法は、2階の導関数を必要とし、ここで扱う評価関数$J(\boldsymbol{u})$の2階導関数の計算は容易ではないと思われるため、本章では適用しないこととする。

また各種勾配法において、探索のステップ幅$\mu^{(m)}$の決定問題も重要である。一般に勾配法では次式で表される直線探索問題 (linear search problem) を解く方法が採用される。

$$\mu^{(m)} = \arg\min_{\mu>0} J(\boldsymbol{u}^{(m)} + \mu\boldsymbol{d}^{(m)}) \tag{8.11}$$

直線探索法としては、精密に行なう方法や、計算量の少なく粗い探索法がある。精密な探索法としては、勾配の計算を必要とせず特に効率が良いと言われるFibonacci法が有力である。粗い探索法としては、Armijoの方法やWolfeの方法がある。これらの手続きを付録Hに示す。Wolfeの方法はArmijoの方法に比べ精密であるが、勾配の計算を多く必要とするという欠点がある。精密な探索法は、勾配法のステップ毎での計算量を一般に多くする反面、勾配法の収束を速くすることができる。逆に粗い探索法は、勾配法の収束を遅くする傾向にあるが、ステップ毎での計算量が一般に少ない。よって、どちらの直線探索法を採用すればアルゴリズム全体の計算量が少なくなるかは、一概には言えない。

以上で、代表的な勾配法および直線探索法について概説したが、いずれのアルゴリズムを適用すれば全体の計算量が最少になるかは、扱う問題による。よって、種々の条件の下で、計算量について上記のアルゴリズムを比較する予備実験が必要である。

8.4 勾配法における収束計算の初期値設定について

一般の関数の最小化に勾配法を適用する際の最も重大な問題点は、アルゴリズムが大域的最小解 (global minimum) を与えるとは限らず、収束計算の初期値により様々な局所的最小解 (local minima) を与えることである。すなわち、所望の解を得るためには、大域的最小解に近い初期値を与えることが重要となる。

初期値を与える手法として、ここでは、第6章で示した準最適化手法を考える。この手法は、計算量の少ない繰り返し計算 (固有ベクトル計算) によるものであり、6章で述べたように、一般に正確な (局所的) 最小解を与えないが、それに近い収束値を与える。この収束値が大域的な最小解の近くであるという保証は得られていないが、以下の理由で、このアルゴリズムはほとんど常に大域的最小解付近の収束値を与えると考えられる。すなわち、6.2節で示した繰り返し手続きのステップ2が、評価関数$J(\boldsymbol{u})$を点$\boldsymbol{u}^{(m-1)}$において2次関数近似し、その近似関数の (制約条件$\|\boldsymbol{u}\| = const.$の下での) 大域的最小点を求めているものと見なすことができ、このステップを繰り返すことにより結果的に$J(\boldsymbol{u})$の大域的最小解付近の収束値が得られるものと考えられる。

よって、(1) 大域的最小解付近の初期値を与えやすい、(2) 計算量が少ない、の理由により、第6章の準最適化手法は、勾配法の初期値設定のための手法として有力であると考えられる。8.5.1において、検証実験によりその有効性を示す。

8.5 実験および考察

本手法(勾配法による最尤音源方位推定アルゴリズム)の性能についてシミュレーション実験により検証する。勾配法として前節で示したアルゴリズムのいずれを適用するかは、8.5.2の予備実験で決定する。全実験において、入射信号はすべて狭帯域であり、互いにコヒーレントである。等間隔直線アレーのセンサ素子間隔は入射信号の波長の半分に設定している。

第4〜7章と同様、固有ベクトル計算及び多項式零点計算にはそれぞれ Jacobi 法および Newton-Raphson 法を適用している。MUSIC では、評価関数(付録 C)の最大値を与える方位を0.1°刻みの走査で求めている。また、改良型空間スムーズィングにおけるサブアレーのセンサ素子数は、アレー全体のセンサ素子数より1個だけ少なくとっている。AP では、計算の効率化のために、繰り返し計算の各ステップにおける最大化(付録E)を2段階の直線探索で求めている。すなわち、第1段階で方位2°刻みの粗い走査で最大点ϕ_0を求め、第2段階で$[\phi_0-2.0,\ \phi_0+2.0]$の区間で Fibonacci 法により精密な最大点を求めている。

8.5.1 初期値設定法の有効性についての実験

ここでは、6章の準最適化手法の、勾配法に対する初期値設定法としての有効性について、シミュレーション実験により検証する。勾配法としては、準ニュートン法(DFP,Fibonacci)を適用する。値の異なる$\boldsymbol{u}$の初期値を多数用意し(以後、ランダム初期値と呼ぶ)、各々の初期値に対してアルゴリズムを実行し、考察を行なう。ランダム初期値を基にそのまま準ニュートン法を実行する場合(場合a)、ランダム初期値を基に6章の手法を実行する場合(場合b)、およびランダム初期値を基に6章の手法を実行し、その収束値を初期値として準ニュートン法を実行する場合(場合c)について実験する。

ランダム初期値$\boldsymbol{u}_{\rm rand}$は以下のように与えられる。入射信号数が2個の場合、

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{u}_{\rm rand} &= [u_1\ u_2\ u_3]^T \\
u_1 &= 1\ (const.) \\
u_2 &= r_u \cos\theta_u \\
u_3 &= r_u \sin\theta_u
\end{aligned}
$$

とおき、(r_u, θ_u)として以下の100種類を与える。

$$\{r_u | r_u = 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1.6, 3.2, 6.4, 12.8, 25.6\}$$
$$\{\theta_u | \theta_u = -150^\circ, -115^\circ, -80^\circ, -45^\circ, -10^\circ, 25^\circ, 60^\circ, 95^\circ, 130^\circ, 165^\circ\}$$

また、入射信号数が3個の場合、

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{u}_{\rm rand} &= [u_1\ u_2\ u_3\ u_4]^T \\
u_1 &= 1\ (const.) \\
u_2 &= r_u \cos\theta_u \cos\phi_u \\
u_3 &= r_u \sin\theta_u \cos\phi_u \\
u_4 &= r_u \sin\phi_u
\end{aligned}
$$

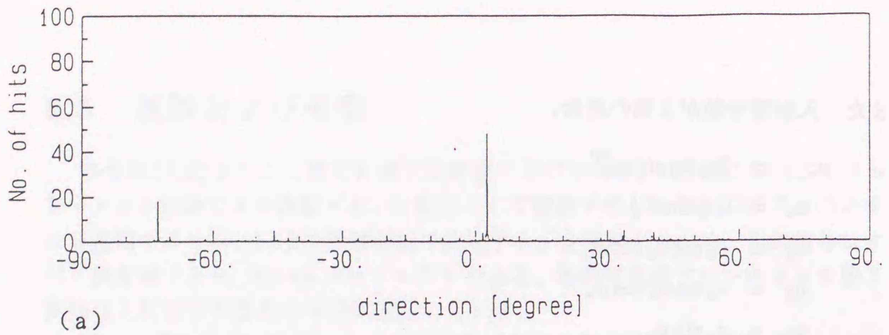
とおき、(r_u, θ_u, ϕ_u)として以下の125種類を与える。

$$\{r_u | r_u = 0.1, 0.3, 0.9, 2.7, 8.1\}$$
$$\{\theta_u | \theta_u = -150^\circ, -80^\circ, -10^\circ, 60^\circ, 130^\circ\}$$
$$\{\phi_u | \phi_u = -150^\circ, -80^\circ, -10^\circ, 60^\circ, 130^\circ\}$$

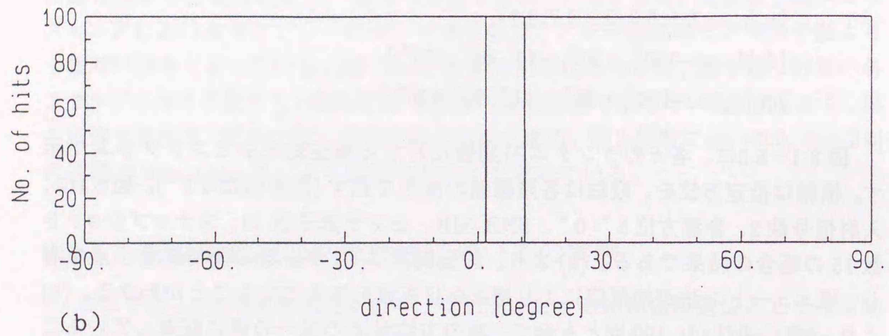
図8.1〜8.3に、各々のランダム初期値に対する推定結果をヒストグラムで示す。横軸は推定方位を、縦軸は各階級値の度数を表す(階級幅は0.1°)。図8.1は、入射信号数2、音源方位5°・0°、SNR 0dB、センサ素子数10、スナップショット数15の場合の結果である。(a)より、評価関数$J(\boldsymbol{u})$が多数の局所的最小点を有し、準ニュートン法が初期値により様々な収束値を与えていることがわかる。(b)より、6章の手法が、100回とも全て、真の方位付近の同一の値に収束していることがわかる。また(c)より、準ニュートン法の前に6章の手法を実行した場合、初期値によらず真の方位付近の収束値が得られていることがわかる。なお(c)で得られた収束値は、推定方位が真値に近く、勾配がゼロとなることから、ほぼ間違いなく大域的最小解であると見なせる。図8.2は、入射信号数2、音源方位10°・5°、SNR 3dB、センサ素子数10、スナップショット数15の場合、図8.3は、入射信号数3、音源方位20°・10°・0°、SNR −5dB、センサ素子数10、スナップショット数20の場合の結果である。いずれの場合も、図8.1と同様の結論が得られる。

以上により、6章の繰り返し手法が、初期値によらずほとんど常に大域的最小解付近の収束値を与えるため、準ニュートン法等の勾配法のための初期値設定として有効であることが示された。以降の実験では、6章の手法で得られる$\boldsymbol{u}$を勾配法の初期値として採用する。また、6章の手法の初期値としては、5章のサブアレー分割法で得られる$\boldsymbol{u}$を採用する。結局、勾配法による最尤音源方位推定の手続きは以下のようになる。

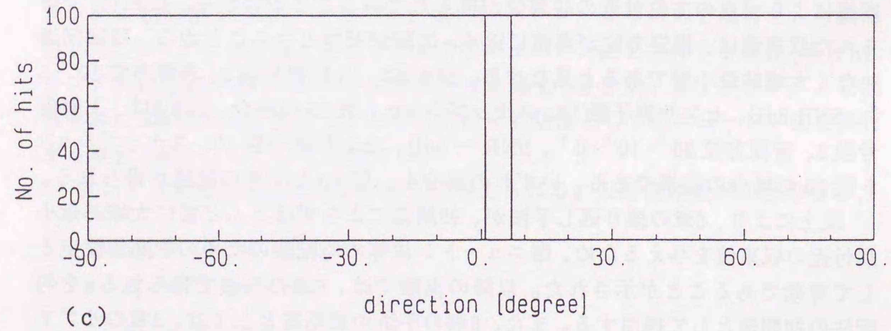
1. N個のスナップショット $\boldsymbol{x}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ を得る。
2. サンプル共分散行列 $\boldsymbol{R}$ を計算する。
3. 5章のサブアレー分割法により、推定値$\boldsymbol{u}_s$を求める。



(a)

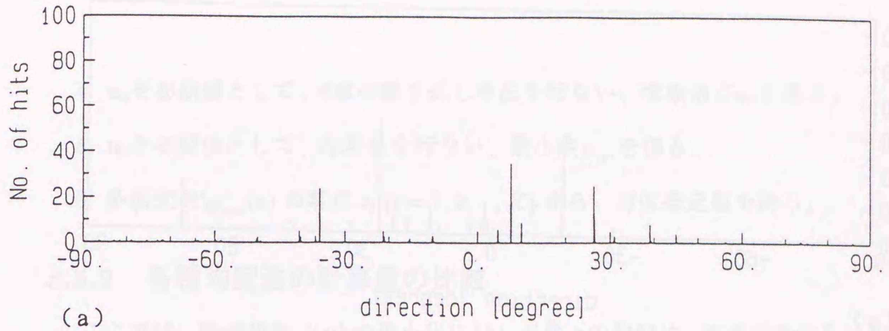


(b)

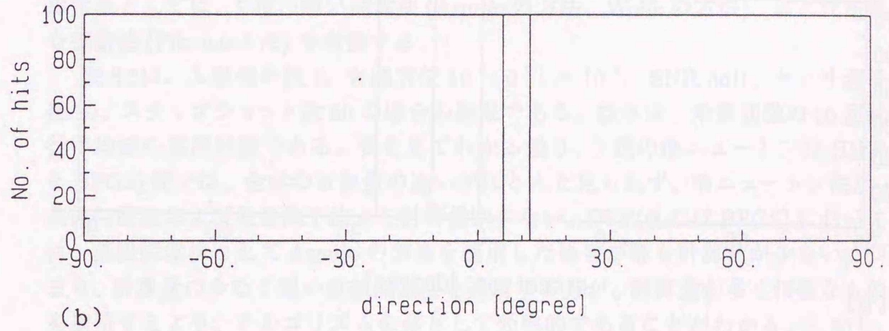


(c)

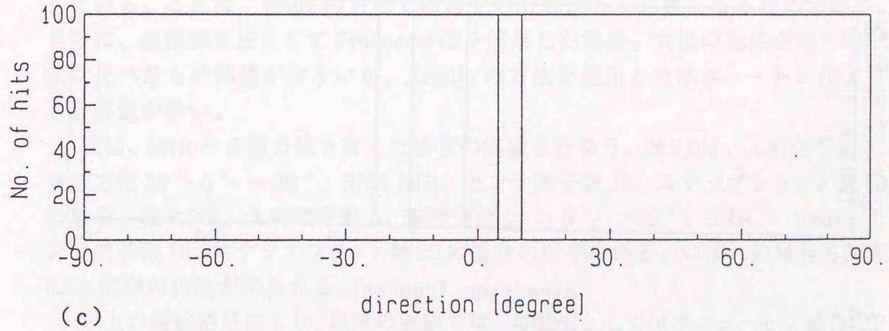
図 8.1: 様々な初期値に対する推定方位のヒストグラム: 入射信号数 2、音源方位 5 °· 0 °、SNR 0dB、センサ素子数 10、スナップショット数 15; (a) 準ニュートン法 (b)6 章の手法 (c)6 章の手法, その後準ニュートン法



(a)



(b)



(c)

図 8.2: 様々な初期値に対する推定方位のヒストグラム: 入射信号数 2、音源方位 10 °· 5 °、SNR 3dB、センサ素子数 10、スナップショット数 15; (a) 準ニュートン法 (b)6 章の手法 (c)6 章の手法, その後準ニュートン法

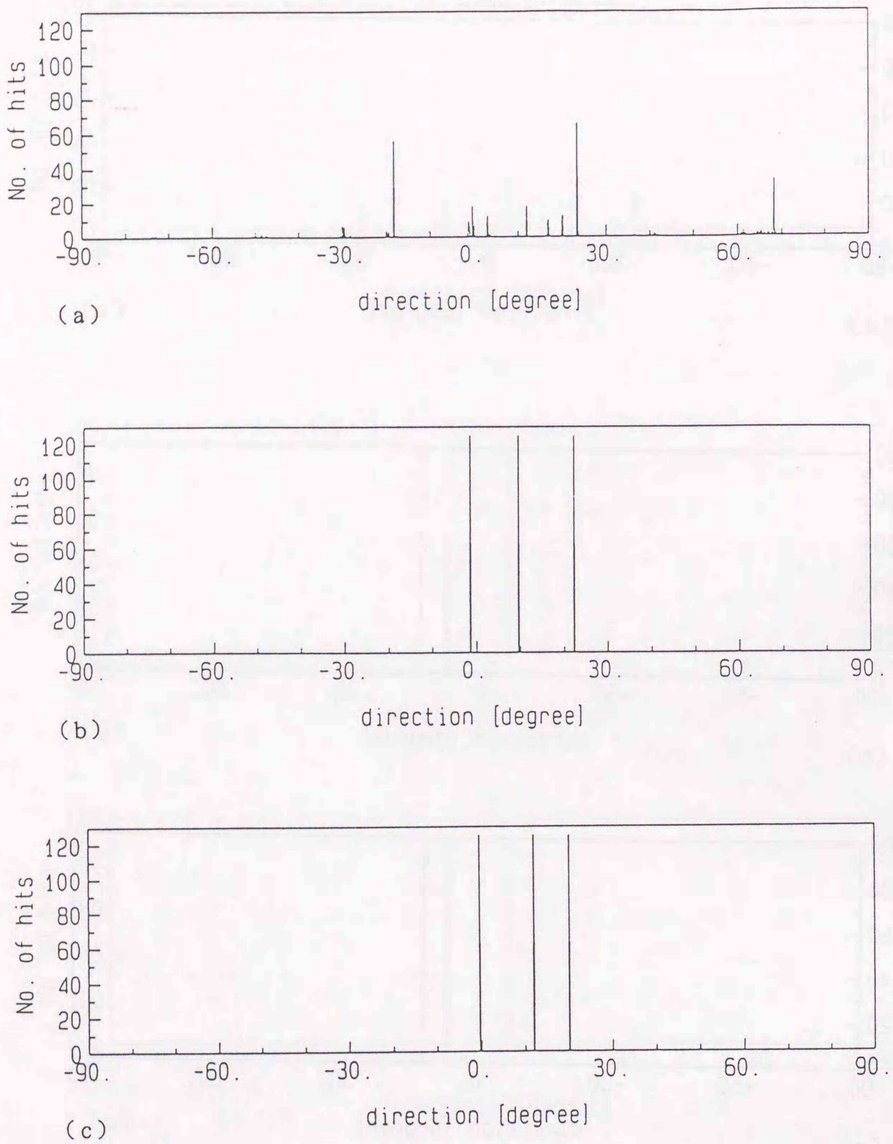


図 8.3: 様々な初期値に対する推定方位のヒストグラム: 入射信号数3、音源方位 20°·10°·0°、SNR −5dB、センサ素子数10、スナップショット数20; (a) 準ニュートン法 (b)6 章の手法 (c)6 章の手法, その後準ニュートン法

4. $\boldsymbol{u}_s$を初期値として、6章の繰り返し手法を行ない、準最適点$\boldsymbol{u}_c$を得る。

5. $\boldsymbol{u}_c$を初期値として、勾配法を行ない、最小点$\boldsymbol{u}_{\rm opt}$を得る。

6. 多項式 $W_{\boldsymbol{w}_{\rm opt}}(z)$ の零点 z_i $(i = 1, 2, ..., K)$ から、方位推定値を得る。

8.5.2 各種勾配法の計算量の比較

ここでは、評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ の最小化に対して種々の勾配法・直線探索法を適用し、アルゴリズム全体の計算量の比較検討を行なう。勾配法としては、2種の準ニュートン法 (DFP,BFGS)、共役勾配法 (PRP)、および最急降下法 (SD) を、直線探索法としては、2種の粗い探索法 (Armijo の方法、Wolfe の方法)、および精密な探索法 (Fibonacci 法) を考察する。

表 8.5は、入射信号数3、音源方位 10°·0°·−10°、SNR 3dB、センサ素子数10、スナップショット数50の場合の結果である。数字は、乗算回数の50回試行平均値の常用対数である。表を見てわかる通り、2種の準ニュートン法 (DFP と BFGS) 間では、全体の計算量の違いがほとんど見られず、準ニュートン法は、共役勾配法および最急降下法より計算量が少ない。DFP(または BFGS) においては、直線探索法として Armijo の方法を適用した場合が最も計算量が少ない。つまり、計算量の少なく粗い直線探索法を適用する方が、計算量が多く精密なものを適用するより、アルゴリズム全体として効率的であることがわかる。しかし、Wolfe の粗い探索法は Armijo の方法や Fibonacci 法に比べ、全体の計算量を多くしている。これは、Wolfe の方法では勾配の計算が多く必要となるためである。さらに、直線探索法として Fibonacci 法を適用した場合、共役勾配法が他の勾配法に比べ最も計算量が少ないが、Armijo の方法を適用した準ニュートン法よりも計算量が多い。

次に、SNR や音源方位を変えた場合の実験を行なう。表 8.6は、入射信号数3、音源方位 20°·0°·−20°、SNR 3dB、センサ素子数10、スナップショット数50の場合、表 8.7は、入射信号数3、音源方位 20°·0°·−20°、SNR −10dB、センサ素子数10、スナップショット数50の場合の結果である。いずれの場合も、表 8.5と同様の結論が得られる。

以上の実験結果により、以降の実験では、勾配法としては準ニュートン法(DFP 公式) を、直線探索法としては Armijo の粗い探索法を適用する。

表 8.5: 各種の勾配法および直線探索法を適用した最尤音源方位推定アルゴリズムの計算量の比較 (入射信号数 3、音源方位 10 °· 0 °· − 10 °、SNR 3dB、センサ素子数 10、スナップショット数 50)

	DFP	BFGS	PRP	SD
Armijo	5.195	5.213	6.296	5.899
Wolfe	5.788	5.789	5.942	6.229
Fibonacci	5.451	5.447	5.397	5.874

表 8.6: 各種の勾配法および直線探索法を適用した最尤音源方位推定アルゴリズムの計算量の比較 (入射信号数 3、音源方位 20 °· 0 °· − 20 °、SNR 3dB、センサ素子数 10、スナップショット数 50)

	DFP	BFGS	PRP	SD
Armijo	5.179	5.200	6.090	5.724
Wolfe	5.737	5.749	5.935	6.039
Fibonacci	5.340	5.339	5.343	5.657

表 8.7: 各種の勾配法および直線探索法を適用した最尤音源方位推定アルゴリズムの計算量の比較 (入射信号数 3、音源方位 20 °· 0 °· − 20 °、SNR − 10dB、センサ素子数 10、スナップショット数 50)

	DFP	BFGS	PRP	SD
Armijo	5.361	5.363	6.026	5.900
Wolfe	5.978	5.972	5.982	6.186
Fibonacci	5.746	5.742	5.729	6.178

8.5.3 準ニュートン法による最尤音源方位推定手法の推定精度

ここでは、SNR やスナップショット数をパラメータとしてアルゴリズムを 50 回試行し、平均二乗誤差の平方根 (RMSE) を計算して推定精度を評価する。RMSE は式 (4.7) で、SNR は式 (4.8) で与えられる。

MUSIC アルゴリズム、AP アルゴリズムとの比較

まず、SNR をパラメータとした実験結果を示す。図 8.4は、入射信号数 3、音源方位をそれぞれ 40 °· 20 ° および 0 °、センサ素子数 10、スナップショット数 20 とした場合の結果である。グラフの横軸は 2 番目入射信号の SNR であり、1 番

目、3 番目入射信号の SNR は 2 番目のものよりもそれぞれ 6dB、3dB 低く設定されている。図を見てわかる通り、本手法 (QN) は、AP アルゴリズムと同等の推定精度を与え、特に低 SNR において MUSIC アルゴリズムや 6章の準最適化手法に比べ高精度である。図 8.5は近接音源方位の場合であり、音源方位が 20 °· 5 ° および 0 ° でその他は図 8.4 と同じく設定している。この場合もやはり、図 8.4 と同様の傾向が示されており、本手法と AP は MUSIC と比較して精度が良く、その違いは図 8.4よりも顕著である。

次に、スナップショット数をパラメータとした実験結果を示す。図 8.6は、入射信号数 3、音源方位をそれぞれ 40 °· 20 ° および 0 °、SNR をそれぞれ − 6 · 0 · − 3 dB、センサ素子数 10 とした場合の結果である。図を見てわかる通り、本手法 (QN) は、AP アルゴリズムと同等の推定精度を与え、特に少数スナップショットで MUSIC アルゴリズムや 6章の準最適化手法に比べ高精度である。図 8.7は近接音源方位の場合であり、入射信号数 3、音源方位をそれぞれ 20 °· 5 ° および 0 °、SNR をそれぞれ 2 · 8 · 5 dB、センサ素子数 10 としている。この場合もやはり、図 8.6 と同様の傾向が示されており、本手法と AP は MUSIC と比較して精度が良く、その違いは図 8.6よりも顕著である。

以上の実験結果より、本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム (AP) と同等の推定精度を与え、特に悪条件下 (低 SNR、少数スナップショット、近接音源方位) において MUSIC アルゴリズムより高精度であることがわかる。

7 章の手法との比較

7章の手法は、繰り返し計算の収束性が考慮されないため、特に低 SNR において AP アルゴリズムに比べ推定精度が劣る。準ニュートン法による方法は繰り返し計算の収束性が考慮されているため、7章の手法に比べ安定した解が得られると考えられる。図 8.8は、入射信号数 3、音源方位 40 °· 20 °· 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30 の場合の結果を、図 8.9は、入射信号数 3、音源方位 20 °· 0 °· − 20 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30 の場合の結果を示す。いずれの場合も、あるしきい値以上の SNR においては 3 手法とも推定精度が一致している。低 SNR において、準ニュートン法による方法 (QN) は、7章の手法に比べ、図 8.8では精度がやや劣化しているが、図 8.9では精度が改善されている。しかし、いずれの場合も、準ニュートン法による方法は、AP アルゴリズムに比べ精度が若干劣っている。

次に、近接音源方位の場合の結果を示す。図 8.10は、入射信号数 3、音源方位 12 °· 6 °· 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30 の場合の結果を、図 8.11は、入射信号数 3、音源方位 6 °· 0 °· − 6 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30 の場合の結果を示す。いずれの場合も、あるしきい値以上の SNR において

は3手法とも推定精度が一致している。低SNRにおいて、準ニュートン法による方法(QN)は、7章の手法に比べ精度が改善されており、図8.8、8.9の離れた音源方位の場合よりも改善の度合が顕著である。また、いずれの場合も、準ニュートン法による方法は、APアルゴリズムに比べ若干精度が劣っているが、離れた音源方位の場合と違い、劣化の度合はわずかである。

8.5.4 準ニュートン法による最尤音源方位推定手法の計算量

本手法(QN)とAPアルゴリズムの計算量の比較を行なう。ここでは、サンプル共分散行列が計算されてから方位推定値が得られるまでの演算回数により計算量を評価する。加算、乗算、および除算について評価を行なったところ、加算回数と乗算回数はほとんど同じであり、除算回数は他の2つに比べ大幅に小さい傾向が示されたため、ここでは乗算回数についてのみ示すことにする。なお、いずれの実験においても、本手法とAPの推定精度は、音源方位が極端に近接していない限り良好である(方位差5°以上で、RMSEは1°を越えていない)。

図8.12は、入射信号数3、SNRがそれぞれ14・20および17 dB、センサ素子数12、スナップショット数30の場合の結果である。各入射信号の音源方位をそれぞれ$\phi_2+\Delta\phi$、ϕ_2および$\phi_2-\Delta\phi$とし、$\Delta\phi$をパラメータとして計算量(乗算回数)の比較を行なう。図において、B1およびB2はぞれぞれ、$\phi_2=0°$および$\phi_2=30°$の場合を表す。グラフの縦軸は、乗算回数の50回試行平均値の常用対数である。図より、本手法では$\Delta\phi\geq 6°$で、APアルゴリズムでは$\Delta\phi\geq 20°$で、計算量がほぼ一定であることがわかる。$\Delta\phi\geq 20°$では本手法の計算量はAPの約1/10であり、$\Delta\phi\simeq 10$では本手法の計算量はAPの約1/100となっている。B1:$\phi_2=0°$とB2:$\phi_2=30°$とではほぼ同様の傾向が示されている。よって、図8.12より、本手法はAPアルゴリズムに比べ、特に音源方位が近接している場合において計算量が大幅に少ないことがわかる。

本手法やAPアルゴリズムにおいて、繰り返し計算の収束判定を緩めることにより、計算量が削減されることは明らかである。図8.13および図8.14はそれぞれ計算量(乗算回数)および推定精度(RMSE)の比較であり、2番目入射信号の音源方位:ϕ_2を0°としてその他を図8.12と同じく設定し、APアルゴリズムに対して3種類の収束判定値を適用している。これらの図において、AP1.0、AP0.1およびAP0.001はそれぞれ収束判定値を1.0°、0.1°および0.001°としてAPアルゴリズムを実行した場合の結果を表す。本手法(QN)の収束判定値は0.001°である。図を見てわかる通り、APアルゴリズムの収束判定値が1.0°まで粗くなった場合、0.1°や0.001°の場合に比べ計算量は削減されるが、推定精度は明らかに劣化している。収束判定値1.0°のAPアルゴリズムは、収束判定値0.001°の本手法(QN)より計算量が多くなっている。

8.6 あとがき

この章では、最尤法の評価関数の最適化問題に勾配法を適用することを考え、評価関数の勾配の効率的な計算法を示した。また、勾配法としては準ニュートン法が、最尤音源方位推定問題に対して最も効率的であることを実験で示した。準ニュートン法の初期値設定としては、6章の準最適化手法が、評価関数の大域的最小点付近の収束点が得られやすいと言う点で、有効であることを示した。更に、準ニュートン法による最尤音源方位推定アルゴリズムに関して、シミュレーション実験により、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、MUSICアルゴリズムより良好な推定精度を与える。
2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム(AP)より計算量が少ない。
3. 本手法は、繰り返し手続きの収束性が考慮されているため、7章の手法の場合より低いSNRで正確な最尤音源方位推定値を与える。

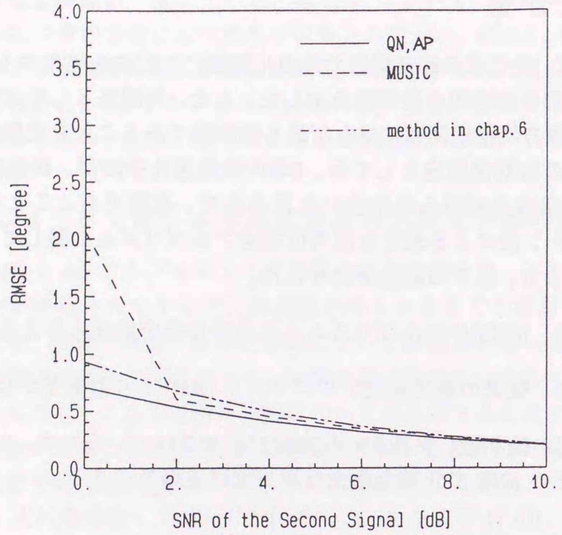


図 8.4: SNR をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 40 °・20 °・0 °、センサ素子数 10、スナップショット数 20)

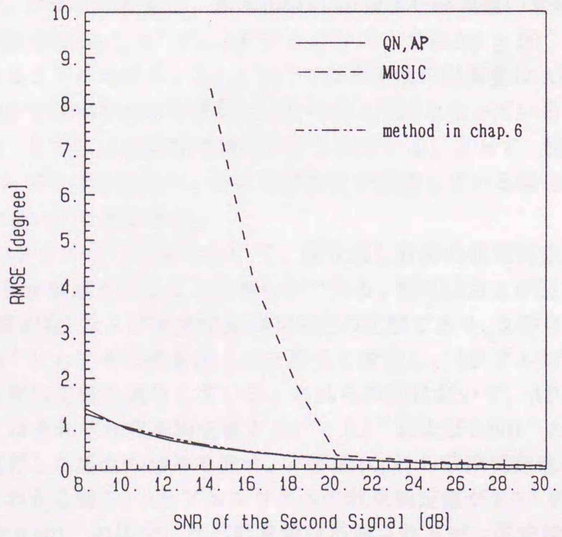


図 8.5: SNR をパラメータとした推定精度の比較 (近接音源方位の場合) (入射信号数 3、音源方位 20 °・5 °・0 °、センサ素子数 10、スナップショット数 20)

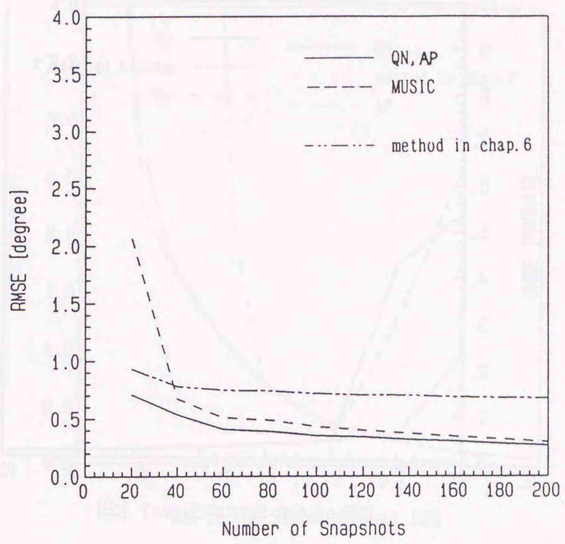


図 8.6: スナップショット数をパラメータとした推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 40 °・20 °・0 °、SNR − 6dB・0dB・− 3dB、センサ素子数 10)

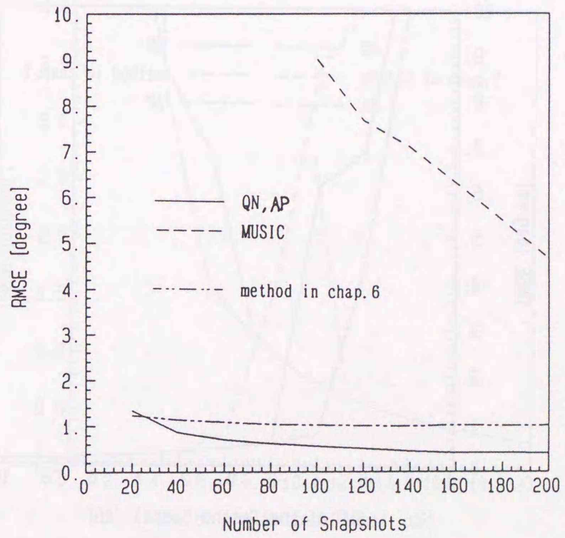


図 8.7: スナップショット数をパラメータとした推定精度の比較 (近接音源方位の場合) (入射信号数 3、音源方位 20 °・5 °・0 °、SNR 2dB・8dB・5dB、センサ素子数 10)

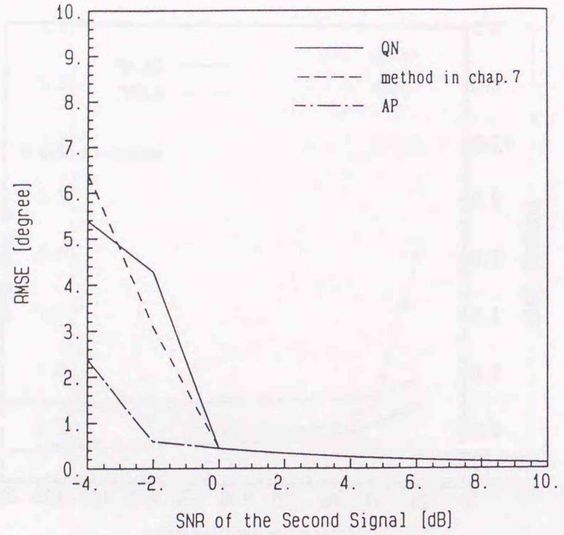


図 8.8: 7 章の手法との推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 40 °· 20 °· 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

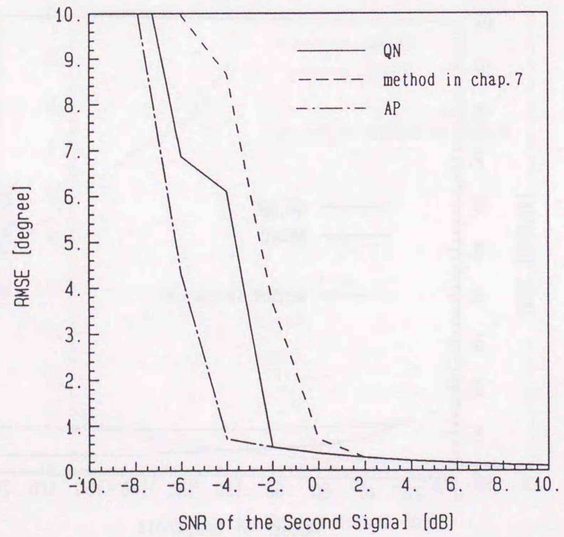


図 8.9: 7 章の手法との推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 20 °· 0 °· − 20 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

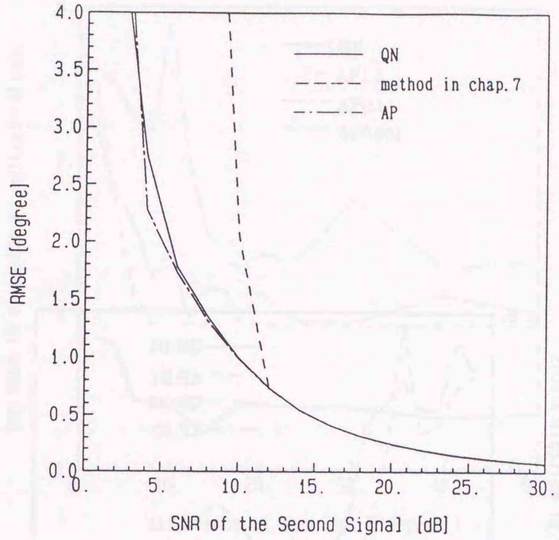


図 8.10: 7 章の手法との推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 12 °· 6 °· 0 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

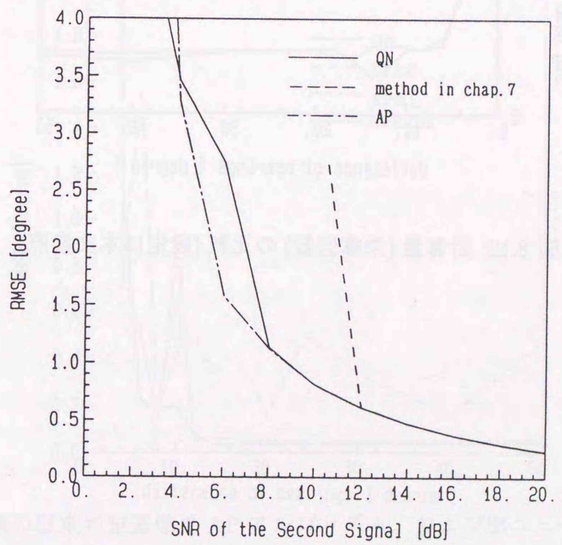


図 8.11: 7 章の手法との推定精度の比較 (入射信号数 3、音源方位 6 °· 0 °· − 6 °、センサ素子数 12、スナップショット数 30)

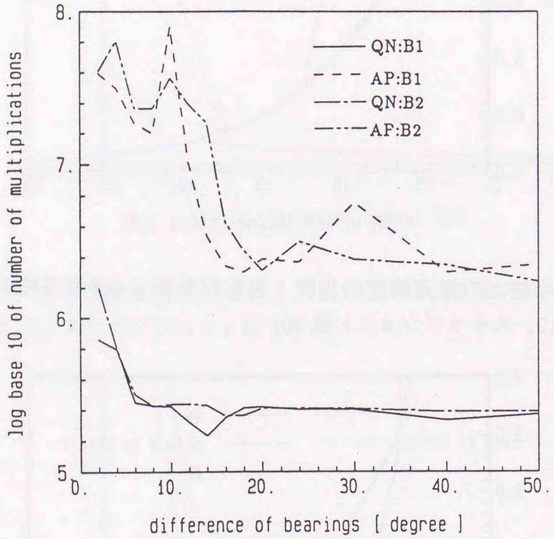


図 8.12: 計算量 (乗算回数) の比較 (設定は本文参照)

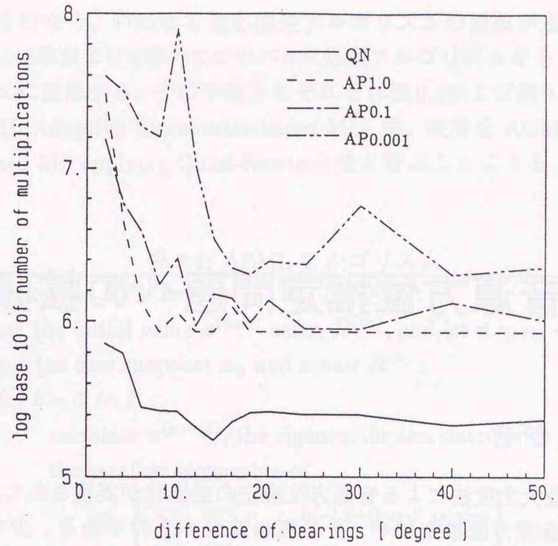


図 8.13: 3 種の収束判定基準の AP アルゴリズム、および準ニュートン法による アルゴリズムの計算量 (乗算回数) の比較 (設定は本文参照)

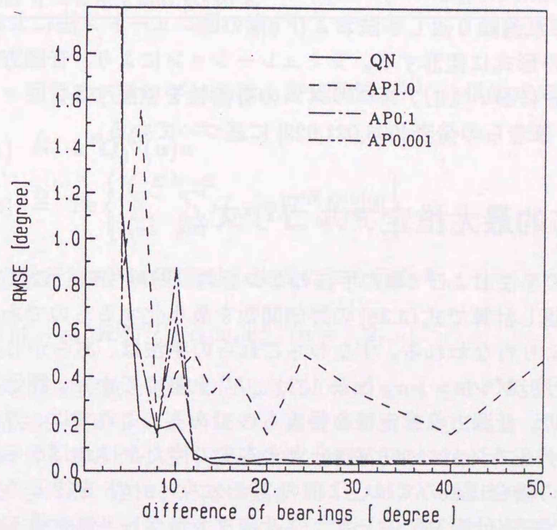


図 8.14: 3 種の収束判定基準の AP アルゴリズム、および準ニュートン法による アルゴリズムの推定精度の比較 (設定は本文参照)

第 9 章

適応的音源方位推定問題への拡張

9.1 まえがき

第8章で、最大尤度法による音源方位推定の効率化が実現された。しかし、この手法による音源方位推定はバッチ処理に基づくものである。少ないスナップショット数で方位推定を行ないたい場合や、時間的に変化する音源方位を実時間で推定したい場合 (方位トラッキング問題) などでは、適応推定アルゴリズム (adaptive estimation algorithm) が望まれる [h12, h13]。本章では、バッチ処理に基づく6章の準最適繰り返し手法および8章の準ニュートン法による手法それぞれを適応推定の形式に変形する。シミュレーションにより、音源方位が時不変・時変両方の場合において、アルゴリズムの有効性を検証する。

この章は、筆者らの発表 [006,021,022] に基づいている。

9.2 適応的最尤推定アルゴリズム

まず、6章の手法および8章の手法の2つを再び吟味する。これらはいずれも効率的な繰り返し計算で式 (3.38) の評価関数を最小化するものである。これらはバッチ処理により行なわれる。すなわちこれらの手法は、あらかじめ指定された個数 (N) のスナップショット $\boldsymbol{x}_n$ ($n = 1, 2, ..., N$) を集めてから、評価関数を最小化することにより、音源方位推定値を得るものである。これでは、方位推定値を得るために、スナップショットが N個分求まるまで待たなければならない。特に広帯域入射信号の場合においては、1個のスナップショットを得るのにかなりの計算量を必要とする (付録 B)。よって、スナップショット1個を得る度に音源方位推定値を得る手続きが、効率性の観点から有効である。また、音源方位が時間的に変化する場合では、スナップショットを得る度に方位推定を行なえば、時変方位の実時間推定 (方位トラッキング) が可能となる。したがって、データを得る度

に方位推定を行なう、いわゆる適応推定アルゴリズムの構築が重要である。

ここでは、6章および8章の2つのバッチ処理アルゴリズムをそれぞれ適応推定アルゴリズムに変形する。その手続きをそれぞれ表9.1および表9.2に示す。以降、前者を AEML(Adaptive Eigenvector-based ML) 法、後者を AGML-QN(Adaptive Gradient-based ML applying Quasi-Newton) 法と呼ぶことにする。

表 9.1: AEML アルゴリズム

1. Calculate $\boldsymbol{R}^{(n_0)}$ from $\boldsymbol{x}_1, ..., \boldsymbol{x}_{n_0}$ $(n_0 \geq 0)$;
2. set the initial value $\boldsymbol{u}^{(n_0,0)}$ using $\boldsymbol{R}^{(n_0)}$, and let $n = n_0 + 1$;
3. get the new snapshot $\boldsymbol{x}_n$ and renew $\boldsymbol{R}^{(n)}$;
4. for $k = 1$ to P :
   calculate $\boldsymbol{u}^{(n-1,k)}$, the eigenvector associated with the smallest eigenvalue of
   $$\mathrm{Re}\left\{ \sum_{q=1}^{M-K} \sum_{p=1}^{M-K} f_{q,p}(\boldsymbol{u}^{(n-1,k-1)}) \boldsymbol{T}^H \boldsymbol{R}_{p,q}^{(n)} \boldsymbol{T} \right\} ;$$
5. let $\boldsymbol{u}^{(n,0)} = \boldsymbol{u}^{(n-1,P)}$;
6. get the bearing estimates from the polynomial made of $\boldsymbol{u}^{(n,0)}$;
7. let $n = n + 1$ and go to 3.

ここで、n 回目のステップにおける評価関数 $J^{(n)}(\boldsymbol{u})$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} J^{(n)}(\boldsymbol{u}) &\triangleq \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{Q}_0^{(n)}(\boldsymbol{u}) \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{Q}_0^{(n)}(\boldsymbol{u}) &\triangleq \mathrm{Re}\left\{ \sum_{q=1}^{M-K} \sum_{p=1}^{M-K} f_{q,p}(\boldsymbol{u}) \boldsymbol{T}^H \boldsymbol{R}_{p,q}^{(n)} \boldsymbol{T} \right\} \end{aligned} \tag{9.1}$$

サンプル共分散行列$\boldsymbol{R}^{(n)}$の更新は、次式により行なう。

$$\boldsymbol{R}^{(n)} \triangleq (1 - \alpha_n) \boldsymbol{R}^{(n-1)} + \alpha_n \boldsymbol{x}_n \boldsymbol{x}_n^H \quad (n = 1, 2, ...) \tag{9.2}$$

係数α_n(以降、忘却係数と呼ぶことにする) は $0 < \alpha_n \leq 1$ の範囲で与えられる実数である。忘却係数が 0 に近いほど、過去のデータ$\boldsymbol{x}_1 ... \boldsymbol{x}_{n-1}$ と比較して最新のデータ$\boldsymbol{x}_n$に対する重みが小さくなるため、時変方位に対する追従が鈍るが、推定の暴れが抑制される。逆に、忘却係数が 1 に近いほど、過去のデータ$\boldsymbol{x}_1 ... \boldsymbol{x}_{n-1}$ と比較して最新のデータ$\boldsymbol{x}_n$に対する重みが大きくなるため、時変方位に対する追従が良くなるが、暴れた推定が引き起こされる可能性が高くなる。最適な忘却係数の決定問題に対する有効な解法は今のところ得られていない。よって、ここでは経験的に忘却係数を決定する。

表 9.2: AGML-QN アルゴリズム

1. Calculate $\boldsymbol{R}^{(n_0)}$ from $\boldsymbol{x}_1, ..., \boldsymbol{x}_{n_0}$ $(n_0 \geq 0)$;
2. set the initial value $\boldsymbol{u}^{(n_0,0)}$ using $\boldsymbol{R}^{(n_0)}$, and let $\boldsymbol{H}^{(n_0,0)} = \boldsymbol{I}$, $n = n_0 + 1$;
3. get the new snapshot $\boldsymbol{x}_n$ and renew $\boldsymbol{R}^{(n)}$;
4. calculate the gradient $\nabla J^{(n)}(\boldsymbol{u}^{(n-1,0)})$;
5. for $k = 1$ to P :
   (a) let $\boldsymbol{d}^{(k-1)} = -\boldsymbol{H}^{(n-1,k-1)} \nabla J^{(n)}(\boldsymbol{u}^{(n-1,k-1)})$;
   (b) set $\mu_k (> 0)$;
   (c) let $\boldsymbol{u}^{(n-1,k)} = \boldsymbol{u}^{(n-1,k-1)} + \mu_k \boldsymbol{d}^{(k-1)}$;
   (d) calculate the gradient $\nabla J^{(n)}(\boldsymbol{u}^{(n-1,k)})$;
   (e) calculate $\boldsymbol{H}^{(n-1,k)}$ using $\boldsymbol{H}^{(n-1,k-1)}$, $\boldsymbol{u}^{(n-1,k)}$, $\boldsymbol{u}^{(n-1,k-1)}$, $\nabla J^{(n)}(\boldsymbol{u}^{(n-1,k)})$, and $\nabla J^{(n)}(\boldsymbol{u}^{(n-1,k-1)})$;
6. let $\boldsymbol{u}^{(n,0)} = \boldsymbol{u}^{(n-1,P)}$ and $\boldsymbol{H}^{(n,0)} = \boldsymbol{H}^{(n-1,P)}$;
7. get the bearing estimates from the polynomial made of $\boldsymbol{u}^{(n,0)}$;
8. let $n = n + 1$ and go to 3.

忘却係数について、実験では、まず方位時不変の場合は$\alpha_n = 1/n$とする。この場合、N番目のスナップショットにおける$\boldsymbol{R}^{(N)}$は、初期値$\boldsymbol{R}^{(0)}$にかかわらず、次式となる。

$$\boldsymbol{R}^{(N)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{x}_n \boldsymbol{x}_n^H \tag{9.3}$$

これは、バッチ処理の場合のサンプル共分散行列、式(3.14)と同じである。一方、方位時変の場合は、文献[h13]にならい、$\alpha_n = \alpha(const.)$とする。$\alpha$は方位トラッキングの追従性に大きく影響を与える。ここでは種々の予備実験によりαの値を決定する。

また、各スナップショット(n)における反復回数Pについては、一般の適応推定では$P = 1$ととられるのが普通である[h12, h13]。しかし、1個のスナップショット$\boldsymbol{x}_n$を得るための計算量に比べ$\boldsymbol{u}^{(n,0)}$を得るための計算量が大幅に少ない場合は、反復回数Pをある程度多くとっても全体の処理時間は変らない。また方位が時変の場合では、新しいスナップショットを得るまでにある程度の回数の反復計算を行なう方が、反復を行なわない場合に比べ、追従が良くなると考えられる。よって、方位時変の場合は、追従性の向上のために、Pをある程度多くとることとする。

さらに、AGML-QN法では、μ_k(以降、修正係数と呼ぶ)の決定問題も重要である。修正係数の値が大きすぎると、推定が暴れてアルゴリズムの発散が引き

おこされ、逆に小さすぎると、方位時不変の場合は収束が遅くなったり初期値によっては局所的最適解の収束値が得られたりし、方位時変の場合は追従性の低下の原因となる。この修正係数の決定問題については、一定値とおく方法や、次式で示される直線探索問題を解く方法が考えられる。

$$\mu_k = \arg\min_{\mu>0} J^{(n)}(\boldsymbol{u}^{(n-1,k-1)} + \mu \boldsymbol{d}^{(k-1)}) \tag{9.4}$$

この直線探索法を適用すれば、一定値とおく場合に比べ計算量が増加するが、SNRや方位時変・時不変に関わらず良好な修正係数が自動的に与えられると期待できる。

なお、$\boldsymbol{u}$の初期値$\boldsymbol{u}^{(n_0,0)}$については、初めの少数のスナップショット$\boldsymbol{x}_1 ... \boldsymbol{x}_{n_0}$で式(9.2)によりサンプル共分散行列$\boldsymbol{R}^{(n_0)}$を作り、5章の手法(サブアレー分割法)で求まった$\boldsymbol{u}$を初期値とする。

9.3 実験および考察

9.2節で示した最尤法に基づく2つの適応的音源方位推定アルゴリズム、AEML法およびAGML-QN法の性能(収束性・追従性)についてシミュレーション実験により検証する。比較対象として、Root-MUSIC法(付録C参照)の音源方位推定を適応的に行なうYangとKavehの方法(付録I参照、以後YK法と記す。詳細は文献[h13]参照)も考察する。ここでも、全実験において、入射信号はすべて狭帯域であり、等間隔直線アレーのセンサ素子間隔は入射信号の波長の半分に設定している。固有ベクトル計算及び多項式零点計算にはそれぞれJacobi法およびNewton-Raphson法を適用している。初期値$\boldsymbol{R}^{(0)}$は、$\boldsymbol{R}^{(0)} = 0.01\boldsymbol{I}_M$とおく。

AEML法、AGML-QN法において、初期値$\boldsymbol{u}^{(n_0,0)}$としては、$n_0 = 3$として5章の手法で求まった$\boldsymbol{u}$を用いる。AGML-QN法における行列$\boldsymbol{H}$の更新には、DFP公式を採用する(8章参照)。YK法については、勾配の計算法により、4つのアルゴリズム(algorithm1～algorithm4)が提案されている(文献[h13]、付録I参照)。本実験では、推定(サンプル)共分散行列そのものの固有空間の性質を利用するalgorithm-1、推定共分散行列の逆行列の固有空間の性質を利用するalgorithm-3の2つを考察対象とする。一般にalgorithm-3の方がよい結果を与えるため[h13]、本節でも原則的にこちらを採用する。ただし、コヒーレント入射信号の場合、algorithm-3に改良型空間スムーズィング法を適用すると、推定共分散行列の逆行列の更新に多くの計算量が費されるため、非効率的である。よって、改良型空間スムーズィングを併用する場合は、algorithm-1を採用する。また、雑音部分空間行列の初期値$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n_0)}$としては、$n_0 = 3$として、式(9.2)により計算される推定共分散行列$\boldsymbol{R}^{(n_0)}$の雑音部分空間行列($\boldsymbol{R}^{(n_0)}$の固有値を大きい順に$\lambda_1, ..., \lambda_M$

とした場合、$\lambda_{K+1}, ..., \lambda_M$に対応する固有ベクトル$\boldsymbol{e}_{K+1}, ..., \boldsymbol{e}_M$を列ベクトルに持つ複素行列) を採用する。

実験結果のグラフについては、横軸にスナップショット数nを、縦軸に方位推定値をとっている。グラフには、10 回の独立な試行の結果が重ね書きされている。

9.3.1 方位時不変の場合

まず、音源方位が時間的に変化しない場合について考察する。AGML-QN 法や YK 法では、収束の速さおよび収束の安定性のために、修正係数μ_kの決定問題が重要となる。なお反復回数Pについては、$P=1$とし、特に考察を行なわない。

AGML-QN 法および YK 法における修正係数の決定について

修正係数を$\mu_k = 0.1$、0.01、0.001 とした時の AGML-QN 法による音源方位推定の結果をそれぞれ図 9.1 (a)、(b)、(c) に示す。ここでは、入射信号は無相関であり、入射信号数 3、SNR 0dB、音源方位 20°·0°および−20°、センサ素子数 6 の場合である。これらの図を見てわかるとおり、修正係数が大きいほど推定が暴れ、逆に小さいと初期値のばらつきが原因でスナップショットが更新されても推定値が真の音源方位付近に収束しないのがわかる。修正係数が大きいときの推定の不安定性の理由は、従来より LMS アルゴリズムなどの適応推定アルゴリズムで知られている理由と同様である。すなわち、修正係数が大きすぎると、スナップショットが更新されても$\boldsymbol{u}$が収束しなくなる。修正係数が小さいときの収束性の悪さの原因は、最尤法で扱う評価関数が、一般の LMS アルゴリズム等と異なり、2 次関数ではなく、複数の局所的最小点が存在するためである。

AGML-QN 法において、修正係数の決定問題に式 (9.4) の直線探索問題を採用した場合の結果を同図 (d) に示す。直線探索アルゴリズムとしては、Fibonacci 法 (付録 H参照) を適用している。10 回ともスナップショット数 20 前後で良好な方位推定値が得られている。ゆえに、多少の計算量の犠牲はあるが、直線探索アルゴリズムの適用が修正係数の決定に有効であることがわかる。

また、SNR を 20dB とし、その他の設定を図 9.1 と同じにして実験を行なったが、図 9.1と同様の結論が得られた。

よって、以降の実験では、AGML-QN における修正係数の決定に Fibonacci 法を適用する。ただし、Fibonacci 法は精密な直線探索法であり、評価関数計算の呼出し回数が多くなるので、直線探索の精密さを多少犠牲にしても良い場合は、計算量削減のために Armijo の方法の適用も考えられる。

なお、YK 法においては、修正係数が収束速度・収束の安定性に及ぼす影響について理論的検討がなされているが [h13]、良好な修正係数の決定には共分散行

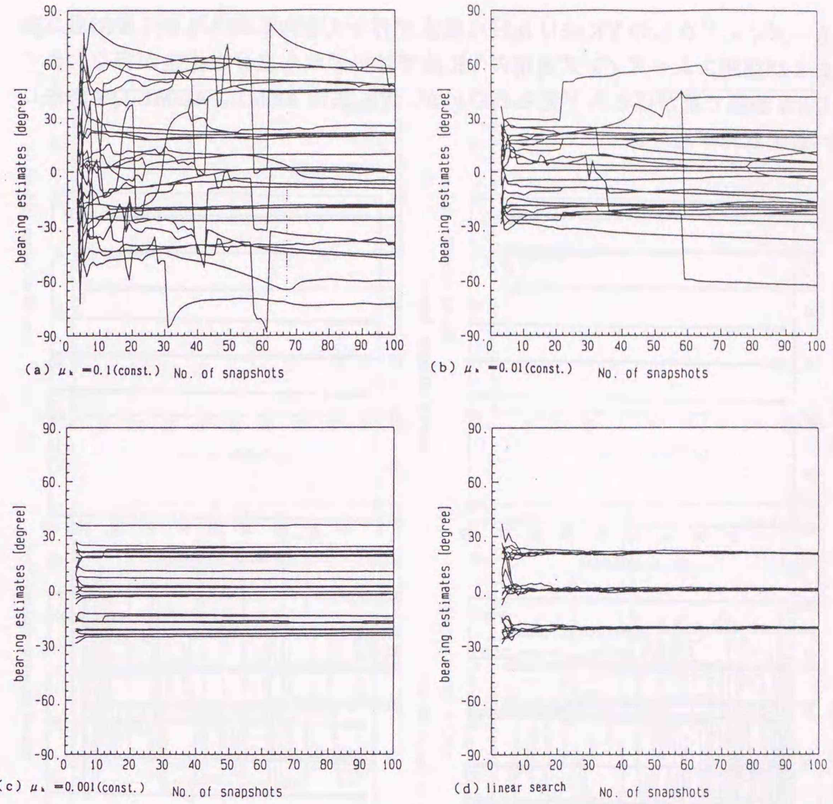


図 9.1: AGML-QN 法における修正係数がアルゴリズムの性能に及ぼす影響についての実験

列の固有値計算が必要である。ここでは、AGML-QN 法と同様、YK 法においても直線探索法 (Fibonacci 法) を採用する。

コヒーレント入射信号の場合

ここでは、入射信号が互いにコヒーレントである場合の実験を行なう。図 9.2 は、入射信号数 3、SNR 20dB、音源方位 20°·0°および−20°、センサ素子数 6 の場合の結果である。(a) は AEML 法、(b) は AGML-QN 法、(c) は空間スムーズィングを行なわない YK 法 (algorithm-3)、そして (d) は改良型空間スムーズィングを適用した YK 法 (algorithm-1) の結果である。これらの図を見てわかる通り、空間

スムーズィングなしのYK法は良好な推定が行なえない。AEML法、AGML-QN法および空間スムーズィング適用のYK法ではいずれも良好な推定が行なわれており、3者間で差がほとんど見られないが、YK法はAEML、AGML-QN両法に比べ若干収束が遅い。

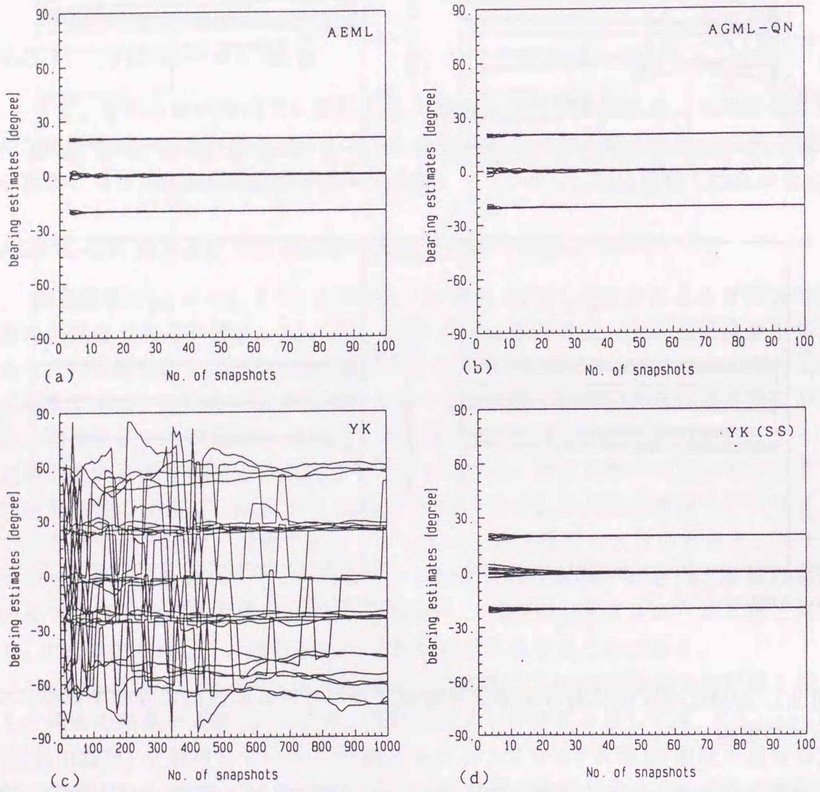


図 9.2: 各アルゴリズムの収束性の比較 (方位時不変、コヒーレント入射信号、SNR 20dB)

図 9.3は、SNR を 0dB に下げ、センサ素子数を 8 に増やし、その他を図 9.2 と同じく設定した場合の結果である。やはり、空間スムーズィングなしのYK法 (c) は良好な推定が行なえない。また、空間スムーズィング適用のYK法 (d) は、AEML法 (a) と AGML-QN法 (b) に比べ、明らかに収束が遅く、スナップショット数100においても収束値のばらつきが大きい。さらに、AEML法はAGML-QN

法に比べ僅かながら収束が速い。

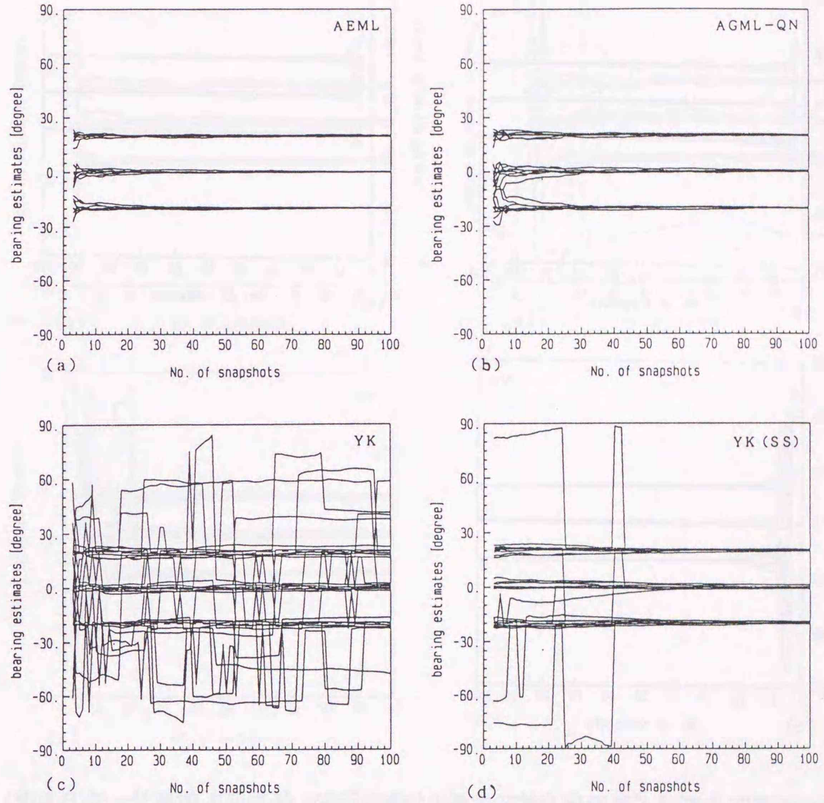


図 9.3: 各アルゴリズムの収束性の比較 (方位時不変、コヒーレント入射信号、SNR 0dB)

無相関入射信号の場合

ここでは、入射信号が互いに無相関である場合の実験を行なう。図 9.4は、入射信号数3、SNR 0dB、音源方位20°·0°および−20°、センサ素子数6の場合の結果である。(a) はAEML法、(b) はAGML-QN法、そして (c) はYK法 (algorithm-3) の結果である。3者とも良好な推定が行なわれているが、YK法は初期に推定値が暴れている。AEML、AGML-QN両法では差がほとんど見られない。

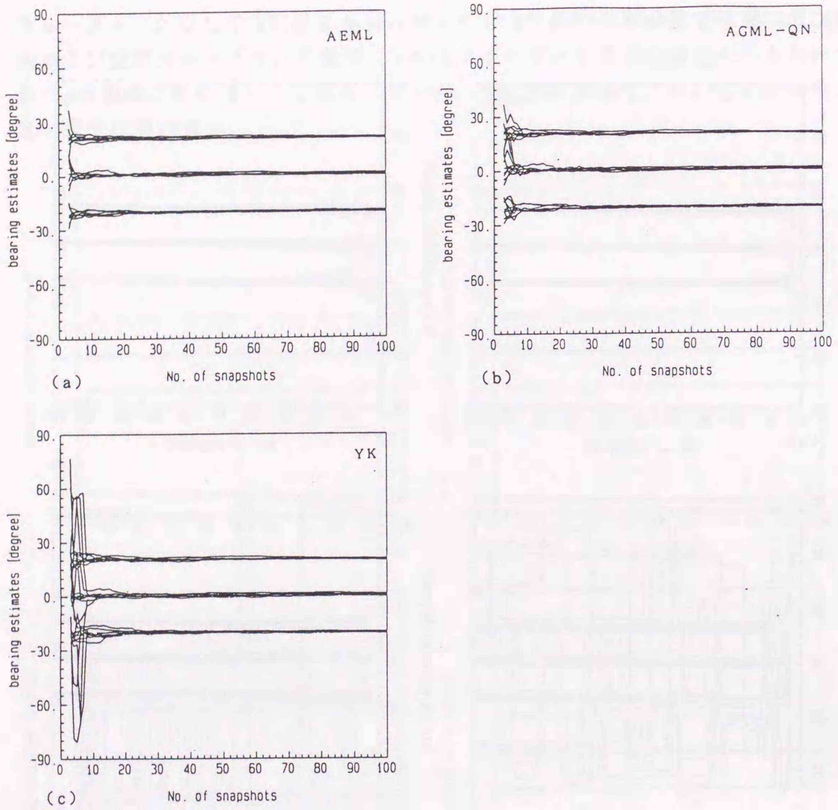


図 9.4: 各アルゴリズムの収束性の比較 (方位時不変、無相関入射信号、SNR 0dB)

図 9.5は、SNR を－ 5 dB に下げ、その他を図 9.4と同じく設定した場合の結果である。YK 法は初期に推定値が暴れている。AEML 法が全試行とも良好な推定を行なっているのに対し、AGML-QN 法では推定値の暴れている試行が見られる。これは、$\boldsymbol{u}$の初期値が真値からかけ離れている場合、準ニュートン法に基づく AGML-QN 法では評価関数の局所的最小解が得られる可能性が高いのに対し、6章の手法に基づく AEML 法では、8.5.1で示したように、大域的最小点付近の収束値が得られやすいためである。よって、AEML 法は AGML-QN 法に比べ、初期値のばらつきに頑健であると考えられる。

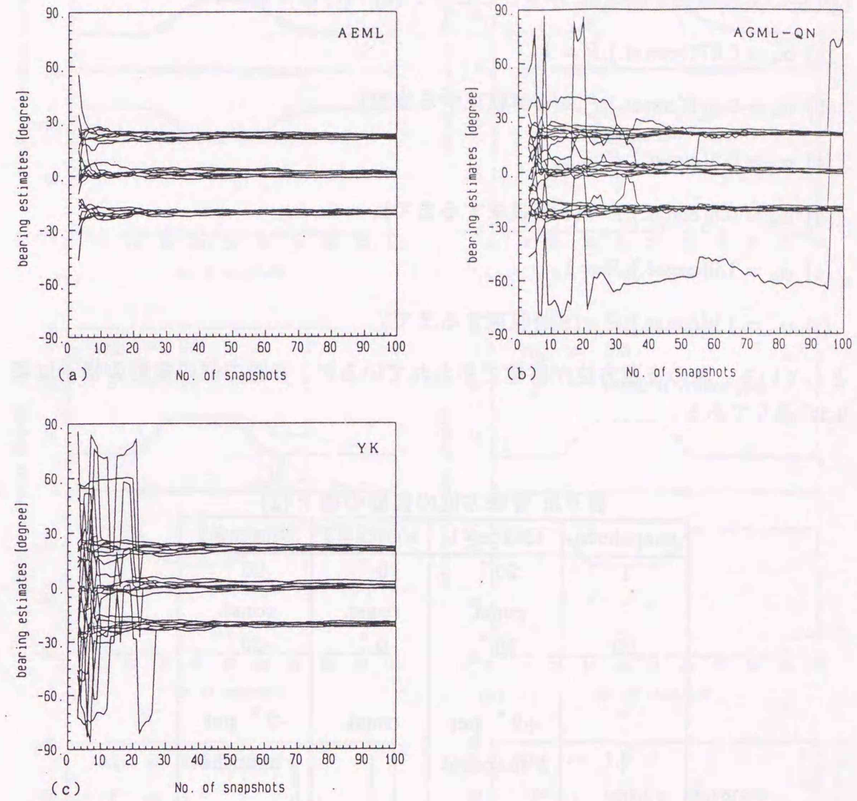


図 9.5: 各アルゴリズムの収束性の比較 (方位時不変、無相関入射信号、SNR -5dB)

9.3.2 方位時変の場合

ここでは、音源方位が時間的に変化する場合において、各種の適応推定アルゴリズムの方位トラッキングの性能について考察する。なお、修正係数μ_kについては、Fibonacci 法適用の直線探索によりμ_kを求めることとし、特に考察は行なわない。また全てのグラフにおいて、真の音源方位が破線で示されている。

忘却係数および反復回数 Pの決定について

忘却係数α_nおよび反復回数Pの、方位トラッキングの性能に及ぼす影響を調べる。無相関入射信号、入射信号数 3、SNR 20dB、センサ素子数 6 の場合の AGML-

QN 法の実験結果を図 9.6に示す。ここで、(a)〜(f) はそれぞれ、

(a) $\alpha_n = 0.075(const.); P = 1$、

(b) $\alpha_n = 0.075(const.); P =$($\boldsymbol{u}$が収束するまで)、

(c) $\alpha_n = 0.5(const.); P = 1$、

(d) $\alpha_n = 0.5(const.); P =$($\boldsymbol{u}$が収束するまで)、

(e) $\alpha_n = 1.0(const.); P = 1$、

(f) $\alpha_n = 1.0(const.); P =$($\boldsymbol{u}$が収束するまで)

としている。真の音源方位が破線で示されているが、音源方位の変動の様子は表 9.3の通りである。

表 9.3: 音源方位の変動の様子 (1)

snapshot$n$	source#1	source#2	source#3
1	20 °	0 °	-20 °
⋮	const.	const.	const.
20	20 °	0 °	-20 °
⋮	+2 ° per	const.	-2 ° per
⋮	1 snapshot		1 snapshot
30	40 °	0 °	-40 °
⋮	const.	const.	const.
50	40 °	0 °	-40 °
⋮	-2 ° per	const.	+2 ° per
⋮	1 snapshot		1 snapshot
60	20 °	0 °	-20 °
⋮	const.	const.	const.

(a) と (b) より、忘却係数が小さすぎる場合、反復回数を多くしても追従性は改善されないことがわかる。(a) と (c) より、忘却係数を大きくすることにより追

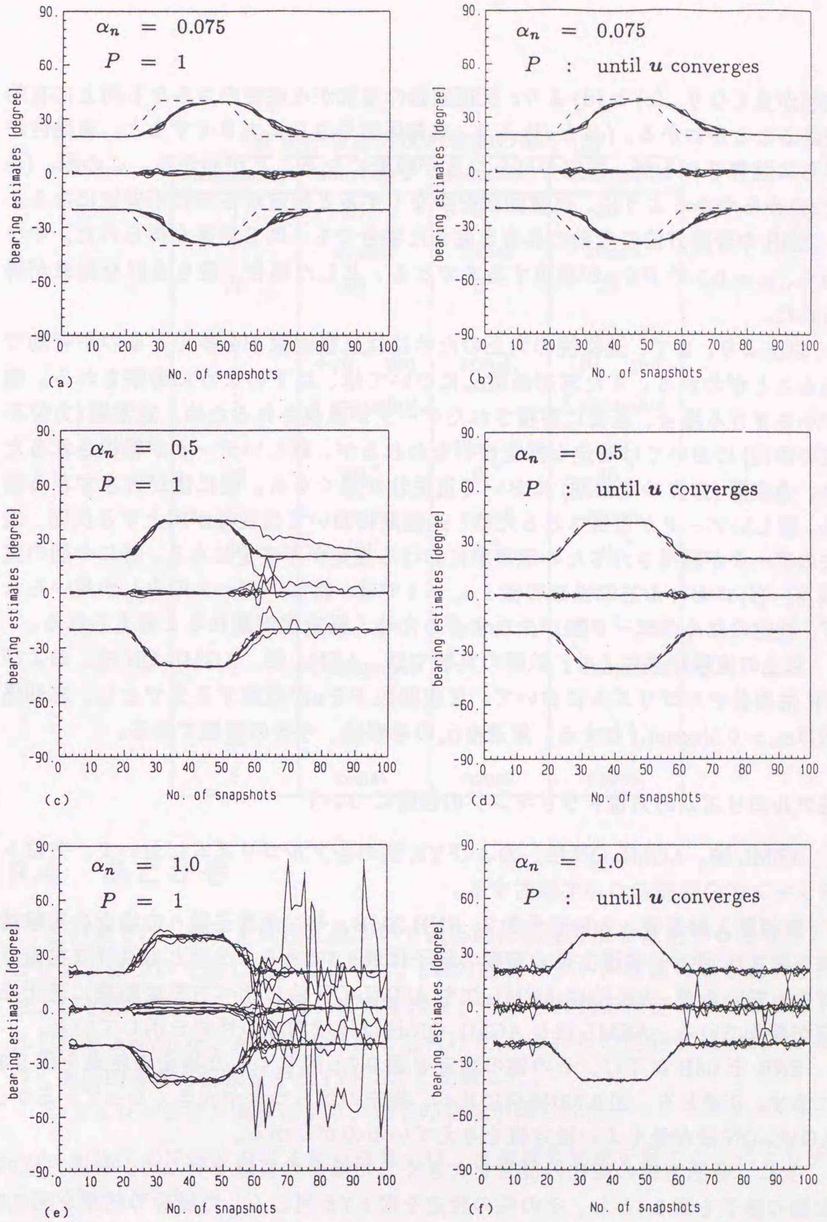


図 9.6: 忘却係数および反復回数がトラッキング特性に及ぼす影響についての実験 (AGML-QN)

従性が良くなり、(c) と (d) より、反復回数の増加が追従性のさらなる向上に有効であることがわかる。(d) と (f) より、忘却係数をさらに大きくすると、追従性がさらに改善されるが、推定のばらつきが顕著になることがわかる。この際、(e) と (f) からわかるように、反復回数を少なくすると推定がさらに不安定になる。

SNR や音源方位の変動の具合を変えた場合でも、同じ結果が得られた。すなわち、$\alpha = 0.5$ で Pを$\boldsymbol{u}$が収束するまでとる、とした場合が最も良好な結果が得られた。

以上より、まず、追従性の向上のためには反復回数 Pを多くとるのが有効であることがわかる。また忘却係数α_nについては、以下のように考察される。値が小さすぎる場合、過去に蓄積されたデータが重視されるため、定常期 (方位不変の時期) においては安定な推定が行なわれるが、新しいデータが軽視されるため、過渡期 (方位の変動期) において追従性が悪くなる。逆に値が大きすぎる場合、新しいデータが重視されるため、過渡期において追従性が向上する反面、過去のデータが軽視されるため定常期における推定が不安定になる。特に今回の実験 (e)・(f) における忘却係数の値：$\alpha_n = 1$では、新しいデータのみしか用いられず、推定のためのデータ数が少なすぎるため、推定値が暴れると考えられる。

以上の実験結果により、以降の実験では、AEML 法、AGML-QN 法、および YK 法の各アルゴリズムにおいて、反復回数 Pを$\boldsymbol{u}$が収束するまでとし、忘却係数は$\alpha_n = 0.5(const.)$ とする。最適なα_nの考察は、今後の課題である。

各アルゴリズムの方位トラッキングの性能について

AEML 法、AGML-QN 法、および YK 法の各アルゴリズムにおいて、方位トラッキングの性能について検討する。

無相関入射信号、入射信号数 3、SNR 20dB、センサ素子数 6 の場合の実験結果を図 9.7に示す。音源方位の変動の様子は表 9.3である。3 者とも良好な推定を行なっているが、YK 法は AEML 法や AGML-QN 法に比べ方位変動期に若干推定が暴れている。AEML 法と AGML-QN 法はほぼ同等の性能を示している。

SNR を 0dB に下げ、その他の設定を図 9.7と同じくした場合の結果を図 9.8 に示す。3 者とも、図 9.7の場合に比べ、推定のばらつきが大きくなっているが、AGML-QN 法が最もよい推定値を与えているのがわかる。

次に、音源方位の変化の度合を大きくした場合の実験を行なう。音源方位の変動の様子を表 9.4とし、その他の設定を図 9.7と同じくした場合の結果を図 9.9 に示す。YK 法は AEML 法や AGML-QN 法に比べ方位変動期に若干推定が暴れている。また、AGML-QN 法は AEML に比べ若干追従性が良い。

表 9.4: 音源方位の変動の様子 (2)

snapshot$n$	source#1	source#2	source#3
1	20 °	0 °	-20 °
⋮	const.	const.	const.
20	20 °	0 °	-20 °
⋮	+10 ° per	const.	-10 ° per
⋮	1 snapshot		1 snapshot
22	40 °	0 °	-40 °
⋮	const.	const.	const.
50	40 °	0 °	-40 °
⋮	-10 ° per	const.	+10 ° per
⋮	1 snapshot		1 snapshot
52	20 °	0 °	-20 °
⋮	const.	const.	const.

9.4 あとがき

この章では、最大尤度法に基づいて適応的に音源方位を推定するためのアルゴリズムについて論じた。ここでは、6章の固有ベクトル計算の繰り返し手法、および 8章の準ニュートン法による手法を、それぞれ適応推定の形に変形し (それぞれを AEML 法、AGML-QN 法と名付けた)、これらの性能を MUSIC 法に基づく適応的音源方位推定手法 (YK 法) と比較した。

シミュレーション実験により、以下の結論が得られた。

1. AGML-QN 法における修正係数μ_kは、直線探索問題を解くことにより決定するのが良い。
2. 時変方位のトラッキングにおいては、各スナップショット n において、変数ベクトルが収束するまで反復を行うことが、追従性の向上に対して有効である。
3. 方位時不変の場合、

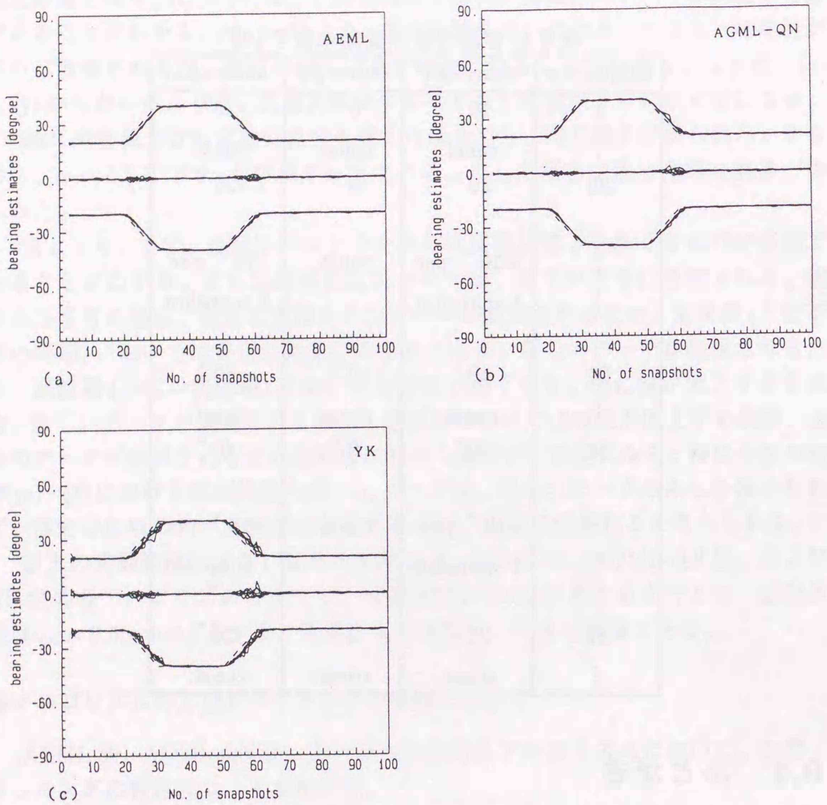


図 9.7: 各アルゴリズムの方位トラッキング性能の比較(方位時変、無相関入射信号、SNR 20dB)

(a) 最尤法に基づくアルゴリズム (AEML、AGML-QN) は、MUSIC 法に基づくアルゴリズム (YK) に比べ、収束が速い。

(b) AEML 法は AGML-QN 法に比べ、初期値のばらつきに頑健であり、特に低 SNR で推定が良好である。

4. 方位時変の場合、

(a) 最尤法に基づくアルゴリズム (AEML、AGML-QN) は、MUSIC 法に基づくアルゴリズム (YK) に比べ、方位変動期の推定が良好である。

(b) AGML-QN 法は、AEML 法や YK 法に比べ、耐雑音性に優れている。

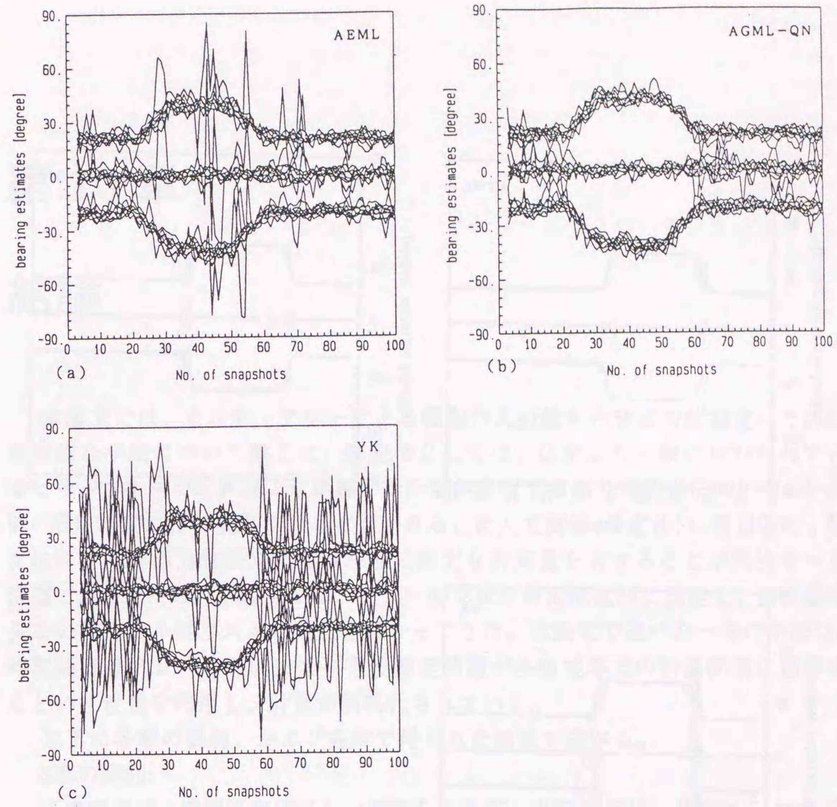


図 9.8: 各アルゴリズムの方位トラッキング性能の比較(方位時変、無相関入射信号、SNR 0dB)

(c) AGML-QN 法は、AEML 法に比べ、追従性が良い。

本章では、サンプル共分散行列の更新における忘却係数α_nは経験的に与えられている。最適な忘却係数の決定のためには、忘却係数の、時不変方位のオンライン推定の収束性に及ぼす影響、および時変方位トラッキングの追従性に及ぼす影響に関する、理論的考察が必要であり、今後の課題である。また、入射信号が新たに発生する場合や消滅する場合、すなわち入射信号数が時変の場合には、本章のアルゴリズムにおいては入射信号数の逐次推定が必要である。そのためのアルゴリズムの研究は行われていないと思われる。入射信号数の逐次推定アルゴリズムは、今後の研究課題である。

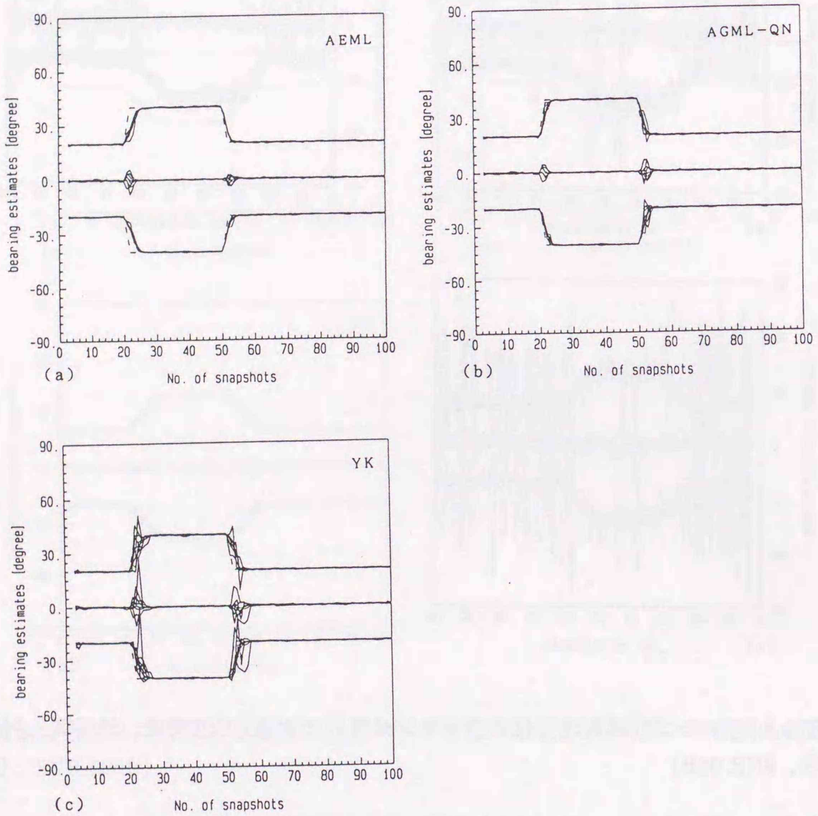


図 9.9: 方位の変化の度合が大きい場合における各アルゴリズムの方位トラッキング性能の比較 (無相関入射信号、SNR 20dB)

第 10 章

結論

本論文では、センサ・アレーによる複数の入射信号の音源方位推定のための高性能な手法について論じた。推定法としては、従来より一般に用いられているビームフォーミング法より卓越した分解能を有する高分解能手法の中で、分解能・推定精度が特に優れていると言われる、最大尤度法 (最尤法) に着目した。最尤法による音源方位推定問題は一般に膨大な計算量を有することが解決すべき課題であったため、本論文では、アレーの形状を等間隔直線に限定し、計算量の少ない推定アルゴリズムの確立をはかってきた。本論文で述べた一連の手法は、等間隔直線アレーの形状により方位推定問題が多項式零点の計算問題に帰着するという性質を利用し、計算が簡略化されている。

以下に各章の要約、および各章で得られた結果を述べる。

2章の要約:

この章では、等間隔直線アレーで得られるデータのモデリングを行なった。音源方位推定問題の定式化を簡略化するため、データの複素表現モデルを導いた。これにより、アレーで得られるデータが、行列とベクトルの和・積の簡単な形でモデリングされた。

3章の要約:

この章では、等間隔直線アレーの場合における、最大尤度法による音源方位推定問題の定式化を行った。背景雑音がガウス性であると仮定してアレー・データの尤度関数を定式化した。尤度関数の最大化問題は一般に音源方位パラメータによる多次元の複雑な最適化手続きを必要とするが、アレーの形状を巧みに利用することにより、最尤法の評価基準が、多項式係数をパラメータとした評価関数となり、方位推定値が多項式零点から求まることが示された。最尤推定の実現のためには、多項式係数に対し、零点が全て複素平面単位円周上に乗るという制約条件が必要であり、この条件の厳密な定式化が困難である。したがってここでは、この条件を近似的に満たし、係数ベクトルで陽に定式化が可能な条件を定め

た。最終的に、等間隔直線アレーの場合の最尤音源方位推定問題は、係数ベクトルに対応する実ベクトルによる制約条件なしの最適化問題に帰着した。また、評価関数が、中間要素の行列が変数ベクトルの関数であるような2次形式であり、単純な2次関数ではないため、最小化が非線形となることを述べた。

4章の要約:

この章では、センサ素子数が入射信号数より1個だけ多い場合において、複雑な非線形最小化問題を回避する手法について論じた。この手法は、(入射信号数＋1)次の実対称行列の固有ベクトル計算及び多項式零点の計算により成り立っており、計算量が少ない。シミュレーション実験により、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、従来のAPアルゴリズムと同様、特に悪条件下(低SNR、少数スナップショット)でMUSICアルゴリズムより精度が良い。
2. 本手法は、APアルゴリズムに比べ、計算量が大幅に少ない。

5章の要約:

この章では、アレー全体を(入射信号数＋1)個のセンサ素子数を有する複数のサブアレーに分割し、4章の手法を適用する方法を示した。これにより、アレー全体のセンサ素子数の増加が可能になり、精度が向上され、かつコヒーレント入射信号の音源方位推定が可能となる。また、4章の手法が適用されているため、複雑な非線形最適化問題が回避され、計算量が少ない。シミュレーションにより、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、コヒーレント入射信号の場合において、(入射信号数＋1)のサブアレー・センサ素子数の従来型空間スムーズィングを併用したMUSICより良好な推定精度を与える。また本手法は、同様のサブアレーによる改良型空間スムーズィング併用のMUSICと、推定値が一致する。
2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム(AP)より計算量が少ない。
3. 本手法は、サブアレーに分割しない最尤推定アルゴリズム(AP)より、推定精度が劣る。

6章の要約:

この章では、繰り返し計算を導入することにより、サブアレー分割を必要としない手法について論じた。この手法は、各繰り返しステップが実対称行列の固有ベクトル計算及びTrenchの高速逆行列算法で成り立っているため、従来の最尤推定アルゴリズムに比べ計算量が少ない。また、本手法が評価関数の正確な微分を考慮していないため、この手法の与える推定値が真の最尤推定値からずれることを示した。シミュレーションにより、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、MUSICアルゴリズムや5章の手法より良好な推定精度を与える。
2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム(AP)より計算量が少ない。
3. 本手法は、得られる推定値が真の最尤推定値からずれるため、正確な最尤推定アルゴリズム(AP)より、推定精度が劣る。
4. 本手法は、類似したアルゴリズムであるIQMLアルゴリズムより、特に音源方位が近接している場合で精度が良い。また、音源方位が比較的離れている場合では、SNR等の条件により、本手法がIQMLより精度が優れている場合とその逆の場合がある。

7章の要約:

この章では、正確な最尤音源方位推定値を与えるための一効率的手法について示した。本手法は6章の手法と違い、評価関数の正確な微分を考慮しているため、真の最尤推定値からのずれを削除することができる。評価関数の微分計算のためにはToeplitz行列の逆行列成分の微分計算が必要であるが、これはTrenchの手法を変形することにより効率的に行なえる。また6章の手法と同様、本手法は実対称行列の固有ベクトル計算および多項式零点の計算により成り立っており、計算量が少ない。シミュレーションにより、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、MUSICアルゴリズムより良好な推定精度を与える。
2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム(AP)より計算量が少ない。
3. 本手法は、あるしきい値以上のSNRにおいて、正確な最尤音源方位推定値を与える。
4. 本手法は、あるしきい値未満のSNRにおいて、正確な最尤音源方位推定値を与えず、APアルゴリズムより精度が劣化する。これは、本手法の繰り返し手続きが収束性を考慮していないためである。

8章の要約:

この章では、最尤法の評価関数の最適化問題に勾配法を適用することを考え、評価関数の勾配の効率的な計算法を示した。また、勾配法としては準ニュートン法が、最尤音源方位推定問題に対して最も効率的であることを、実験で示した。準ニュートン法の初期値設定としては、6章の準最適化手法が、評価関数の大域的最小点付近の収束点が得られやすいと言う点で、有効であることを示した。更に、準ニュートン法による最尤音源方位推定アルゴリズムに関して、シミュレーション実験により、以下の結論が得られた。

1. 本手法は、MUSICアルゴリズムより良好な推定精度を与える。

2. 本手法は、従来の最尤推定アルゴリズム (AP) より計算量が少ない。

3. 本手法は、繰り返し手続きの収束性が考慮されているため、7章の手法の場合より低い SNR で正確な最尤音源方位推定値を与える。

9章の要約:

この章では、最大尤度法に基づいて適応的に音源方位を推定するためのアルゴリズムについて論じた。ここでは、6章の固有ベクトル計算の繰り返し手法、および8章の準ニュートン法による手法を、それぞれ適応推定の形に変形した (それぞれを AEML 法、AGML-QN 法と名付けた)。

シミュレーション実験により、以下の結論が得られた。

1. AGML-QN 法における修正係数は、直線探索問題を解くことにより決定するのが良い。

2. 時変方位のトラッキングにおいては、各スナップショットにおいて、変数ベクトルが収束するまで反復を行うことが、追従性の向上に対して有効である。

3. 方位時不変の場合、

   (a) 最尤法に基づくアルゴリズム (AEML、AGML-QN) は、MUSIC 法に基づくアルゴリズム (YK) に比べ、収束が速い。

   (b) AEML 法は AGML-QN 法に比べ、初期値のばらつきに頑健であり、特に低 SNR で推定が良好である。

4. 方位時変の場合、

   (a) 最尤法に基づくアルゴリズム (AEML、AGML-QN) は、MUSIC 法に基づくアルゴリズム (YK) に比べ、方位変動期の推定が良好である。

   (b) AGML-QN 法は、AEML 法や YK 法に比べ、耐雑音性に優れている。

   (c) AGML-QN 法は、AEML 法に比べ、追従性が良い。

本研究は、レーダやソナー等における音源探索および入力音声の高精度な特徴抽出などに対し有効である、センサ・アレーによる音源方位推定のための、高分解能、高推定精度、かつ少ない計算量の推定手法の確立が目的である。本論文では、基礎的なものとして等間隔直線アレーを考え、高分解能かつ高推定精度を有する最大尤度推定法に着目し、計算量の削減を実現し、本研究の目的が達成された。

本研究の遂行にあたり、今後に残された課題について以下に列挙し、この論文の終りとする。

- 本論文で提案した最尤音源方位推定アルゴリズムは、多項式の零点から音源方位推定値が求まるが、第 3章で述べたように、鏡像零点対が発生した場合、真の最尤推定値が得られない。これは、多項式係数に対し、零点が全て複素平面単位円周上に乗るという条件 (**C1**) が定式化困難であるため、この条件が、それより若干緩い条件、すなわち、多項式係数が共役対称型であるという条件 (**C1'**) に置き換えられているのが原因である。種々のシミュレーション実験により、鏡像零点対は、真の最尤推定量が指定された個数の音源方位を分解できないような厳しい環境においてのみ出現することが経験的に確かめられている。すなわち、**C1'** の下で鏡像零点対が現れる場合は、真の最尤推定量が 2 つの方位を分解できない場合であると考えられる。しかし、この理論的裏付けがまだ得られていない。

- 6章の手法は、推定値が真の最尤推定値からずれるため、一般に正確な最尤推定アルゴリズムに比べ精度が劣化する。しかし、シミュレーションより、音源方位が比較的離れている場合、ある適当に少ないセンサ素子数において 6章の手法が正確な最尤推定アルゴリズムに比べ精度がよいという結果が得られている。この現象に関するさらなる検証実験および理論的考察が望まれる。

- 6章の手法は、評価関数の大域的最小点付近の収束点を与えやすいことが実験で示された。このことに対するさらなる理論的考察が望まれる。

- 9章における適応的音源方位推定に対し、最適な忘却係数の設定に関する理論的検討が必要である。また、音源個数の適応的推定手法の確立が望まれる。

- 今回のシミュレーション実験では、狭帯域入射信号を仮定した。今後は、音声信号などの対処のために、広帯域入射信号の場合の実験も行なう必要がある。また、シミュレーションのみならず、実際の環境において、マイクロホンなどを用いて音源方位推定の実験を行なう必要もある。

- 本論文で確立された手法は、等間隔直線アレーに基づいている。このアレーの形状に対する制限が緩和された場合における、最尤法による音源方位推定の効率化も検討されなければならない。

付録 A

アレー・データの尤度関数の定式化

ここでは、複素ガウス型確率変数の定義について簡潔に示し、各センサの付加雑音の確率密度関数の定式化を行う。次に、雑音が複素ガウス性であるという仮定に基づき、アレー・データ (スナップショット) の尤度関数の定式化を行なう。

A.1 複素ガウス型確率変数

一般に、複素の確率変数 Z は、その実部 $\mathrm{Z}^{(R)}$および虚部 $\mathrm{Z}^{(I)}$がともに確率変数であるものを指す。その確率分布関数 $F_{\mathrm{Z}}(\mathrm{z})$ は、$\mathrm{Z}^{(R)}$と $\mathrm{Z}^{(I)}$の結合確率分布関数によって決定される [o5]。すなわち、

$$F_{\mathrm{Z}}(\mathrm{z}) = \Pr\{\mathrm{Z}^{(R)} \leq \mathrm{z}^{(R)},\ \mathrm{Z}^{(I)} \leq \mathrm{z}^{(I)}\} \tag{A.1}$$

$$= F_{\mathrm{Z}^{(R)}\,\mathrm{Z}^{(I)}}(\mathrm{z}^{(R)},\ \mathrm{z}^{(I)}) \tag{A.2}$$

$\{\cdot\}$ は事象を、$\Pr\{\cdot\}$ は事象 $\{\cdot\}$ が起こる確率を表す。また、肩付$^{(R)}$、$^{(I)}$はそれぞれ実部、虚部を表す。確率密度関数 $f_{\mathrm{Z}}(\mathrm{z})$ は、分布関数の偏微分をとることにより、次式で与えられる。

$$f_{\mathrm{Z}}(\mathrm{z}) = \frac{\partial^2 F_{\mathrm{Z}^{(R)}\,\mathrm{Z}^{(I)}}(\mathrm{z}^{(R)},\ \mathrm{z}^{(I)})}{\partial\,\mathrm{z}^{(R)}\partial\,\mathrm{z}^{(I)}} \tag{A.3}$$

$$= f_{\mathrm{Z}^{(R)}\,\mathrm{Z}^{(I)}}(\mathrm{z}^{(R)},\ \mathrm{z}^{(I)}) \tag{A.4}$$

次に、Z が複素ガウス型であるとする。複素ガウス型確率変数は次のように定義される [o6]。すなわち、

$$\mathrm{Z} \triangleq \mathrm{X} + j\,\mathrm{Y} + m \tag{A.5}$$

(X と Y はともに実の確率変数、m は複素の確定定数) とおいたとき、X と Y が (統計的に) 独立で平均 0 の同じガウス分布に従う場合、Z は複素ガウス型確率変数という。このとき、$\mathrm{E}(\cdot)$ を期待値演算子とすると、$\mathrm{E}(\mathrm{Z}) = m$ となる。

A.2 付加雑音の確率密度関数

l番目センサ素子における付加雑音 $n_{l,n}$ $(l = 1, 2, ..., M; n = 1, 2, ..., N)$ が平均 0 の複素ガウス型確率変数 $\mathrm{N}_{l,n}$の実現値であると仮定する。このとき、$\mathrm{N}_{l,n}$について、前節の定義より、式 (A.5) におけるバイアス項 m は 0 となる。また、実部 $\mathrm{N}_{l,n}^{(R)}$および虚部 $\mathrm{N}_{l,n}^{(I)}$はそれぞれ平均 0 の同じガウス型確率変数となり、いずれも分散を$\sigma^2/2$ とすると、それぞれの確率密度関数は次式で与えられる。

$$f_{\mathrm{N}_{l,n}^{(R)}}(\mathrm{n}_{l,n}^{(R)}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(\mathrm{n}_{l,n}^{(R)})^2}{\sigma^2}\right] \tag{A.6}$$

$$f_{\mathrm{N}_{l,n}^{(I)}}(\mathrm{n}_{l,n}^{(I)}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(\mathrm{n}_{l,n}^{(I)})^2}{\sigma^2}\right] \tag{A.7}$$

$\mathrm{N}_{l,n}^{(R)}$と $\mathrm{N}_{l,n}^{(I)}$が独立であることから、$\mathrm{N}_{l,n}$の確率密度関数は、$\mathrm{N}_{l,n}^{(R)}$、$\mathrm{N}_{l,n}^{(I)}$ それぞれの確率密度関数の積となり、次式で与えられる。

$$f_{\mathrm{N}_{l,n}}(\mathrm{n}_{l,n}) = f_{\mathrm{N}_{l,n}^{(R)}}(\mathrm{n}_{l,n}^{(R)}) \cdot f_{\mathrm{N}_{l,n}^{(I)}}(\mathrm{n}_{l,n}^{(I)})$$

$$= \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{|\,\mathrm{n}_{l,n}|^2}{\sigma^2}\right] \tag{A.8}$$

以上により、付加雑音の確率密度関数が定式化された。なお $\mathrm{N}_{l,n}$の分散は、

$$\sigma^2_{\mathrm{N}_{l,n}} \triangleq \mathrm{E}|\,\mathrm{N}_{l,n} - \mathrm{E}(\,\mathrm{N}_{l,n})|^2 = \cdots = \sigma^2 \tag{A.9}$$

である。

A.3 アレー・データの尤度関数の導出

第 2章 式 (2.15) で定式化されたアレー・データ (スナップショット) のモデル:

$$\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n + \boldsymbol{n}_n \quad (n = 1, 2, ..., N) \tag{A.10}$$

において、$\boldsymbol{\Theta}$および$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$ を確定変数と見なす。このとき、$\boldsymbol{x}_n$の統計的性質は付加雑音$\boldsymbol{n}_n$によってのみ決定されることになる。

ベクトル$\boldsymbol{x}_n$の第 l 番目要素 (l 番目センサ素子で得られるスナップショット) は次式で与えられる。

$$x_{l,n} = \Delta_{l,n} + n_{l,n} \tag{A.11}$$

$$\Delta_{l,n} \triangleq \sum_{i=1}^{K} e^{-j(l-1)\theta_i} s_{i,n} \tag{A.12}$$

$$(l = 1, 2, ..., M; n = 1, 2, ..., N)$$

ここで$\Delta_{l,n}$は確定変数である。$x_{l,n}$を確率変数$\mathrm{X}_{l,n}$の実現値とすると、$\mathrm{X}_{l,n}$の確率分布関数$F_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n})$は次式で与えられる。

$$F_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n}) = \Pr\{\mathrm{X}_{l,n}^{(R)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(R)},\ \mathrm{X}_{l,n}^{(I)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(I)}\} \tag{A.13}$$

ここで、式(A.11)の実部において、$x_{l,n}^{(R)}$と$n_{l,n}^{(R)}$との関係が一次関数になることより、事象$\{\mathrm{X}_{l,n}^{(R)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(R)}\}$と事象$\{\mathrm{N}_{l,n}^{(R)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(R)} - \Delta_{l,n}^{(R)}\}$は等しい。これは、虚部についても同様である。よって、$F_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n})$は次式となる。

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n}) &= \Pr\{\mathrm{N}_{l,n}^{(R)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(R)} - \Delta_{l,n}^{(R)},\ \mathrm{N}_{l,n}^{(I)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(I)} - \Delta_{l,n}^{(I)}\} \\ &= F_{\mathrm{N}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n} - \Delta_{l,n}) \end{aligned} \tag{A.14}$$

確率密度関数$f_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n})$は、分布関数$F_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n})$を偏微分することにより、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n}) &= \frac{\partial^2 F_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n})}{\partial\, \mathrm{x}_{l,n}^{(R)} \partial\, \mathrm{x}_{l,n}^{(I)}} \\ &= \frac{\partial^2 F_{\mathrm{N}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n} - \Delta_{l,n})}{\partial\, \mathrm{x}_{l,n}^{(R)} \partial\, \mathrm{x}_{l,n}^{(I)}} \\ &= f_{\mathrm{N}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n} - \Delta_{l,n}) \\ &= \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{|\,\mathrm{x}_{l,n} - \Delta_{l,n}|^2}{\sigma^2}\right] \end{aligned} \tag{A.15}$$

ここで、付加雑音$\mathrm{N}_{l,n}$ $(l = 1, 2, ..., M; n = 1, 2, ..., N)$は異なるセンサ素子間および異なるスナップショット間で互いに統計的に独立であると仮定する。これは、任意の複素数α、α'に対して、事象$\{\mathrm{N}_{l,n}^{(R)} \leq \alpha^{(R)},\ \mathrm{N}_{l,n}^{(I)} \leq \alpha^{(I)}\}$と事象$\{\mathrm{N}_{l',n'}^{(R)} \leq \alpha'^{(R)},\ \mathrm{N}_{l',n'}^{(I)} \leq \alpha'^{(I)}\}$とが$(l \neq l'$ または $n \neq n')$独立であることであり、このとき明らかに、任意の複素数β、β'に対して、事象$\{\mathrm{X}_{l,n}^{(R)} \leq \beta^{(R)},\ \mathrm{X}_{l,n}^{(I)} \leq \beta^{(I)}\}$と事象$\{\mathrm{X}_{l',n'}^{(R)} \leq \beta'^{(R)},\ \mathrm{X}_{l',n'}^{(I)} \leq \beta'^{(I)}\}$とが独立となる。よって、全ての$\{\mathrm{X}_{l,n}\}$ $(l = 1, 2, ..., M; n = 1, 2, ..., N)$は統計的に独立であり、その結合確率分布関数$F_{\mathrm{X}_{1,1} ... \mathrm{X}_{M,N}}(\cdot)$および結合確率密度関数$f_{\mathrm{X}_{1,1} ... \mathrm{X}_{M,N}}(\cdot)$は次式となる。

$$\begin{aligned} &F_{\mathrm{X}_{1,1} ... \mathrm{X}_{M,N}}(\mathrm{x}_{1,1} ... \mathrm{x}_{M,N}) \\ &= \Pr\left\{\bigcap_{l=1}^{M}\bigcap_{n=1}^{N}\{\mathrm{X}_{l,n}^{(R)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(R)},\ \mathrm{X}_{l,n}^{(I)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(I)}\}\right\} \\ &= \prod_{l=1}^{M}\prod_{n=1}^{N} \Pr\{\mathrm{X}_{l,n}^{(R)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(R)},\ \mathrm{X}_{l,n}^{(I)} \leq \mathrm{x}_{l,n}^{(I)}\} \\ &= \prod_{l=1}^{M}\prod_{n=1}^{N} F_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n}) \end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned} &f_{\mathrm{X}_{1,1} ... \mathrm{X}_{M,N}}(\mathrm{x}_{1,1} ... \mathrm{x}_{M,N}) \\ &= \frac{\partial^{MN} F_{\mathrm{X}_{1,1} ... \mathrm{X}_{M,N}}(\mathrm{x}_{1,1} ... \mathrm{x}_{M,N})}{\partial\, \mathrm{x}_{1,1} ... \partial\, \mathrm{x}_{M,N}} \\ &= \prod_{l=1}^{M}\prod_{n=1}^{N} f_{\mathrm{X}_{l,n}}(\mathrm{x}_{l,n}) \\ &= \prod_{l=1}^{M}\prod_{n=1}^{N} \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{|\,\mathrm{x}_{l,n} - \Delta_{l,n}|^2}{\sigma^2}\right] \\ &= \prod_{n=1}^{N} \left[\frac{1}{\pi\sigma^2}\right]^M \exp\left[-\frac{\|\mathbf{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2}{\sigma^2}\right] \end{aligned} \tag{A.17}$$

$$\mathbf{x}_n = [\,\mathrm{x}_{1,n}\ \ \mathrm{x}_{2,n}\ ...\ \mathrm{x}_{M,n}]^T \tag{A.18}$$

従って、アレー・スナップショットの観測値(実現値)$\boldsymbol{x}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$の尤度は、式(A.17)の$\{\mathrm{x}_{l,n}\}$に実現値$\{x_{l,n}\}$を代入することにより、確定論的未知パラメータ$\boldsymbol{\Theta}$、$\boldsymbol{s}_n$ $(n = 1, 2, ..., N)$およびσ^2の関数として、次式で与えられる。

$$f(\boldsymbol{x}_1 ... \boldsymbol{x}_N \mid \boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{s}_1 ... \boldsymbol{s}_N, \sigma^2) = \prod_{n=1}^{N} \left[\frac{1}{\pi\sigma^2}\right]^M \exp\left[-\frac{\|\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{s}_n\|^2}{\sigma^2}\right] \tag{A.19}$$

以上により、アレー・データの尤度関数が定式化された。

付録 B

離散フーリエ変換によるアレー・データの複素表現

第 2章では、入射信号が全て狭帯域信号の場合において、解析信号変換によるアレー・データの複素表現モデルを示した。ここでは、広帯域入射信号の場合における複素表現モデルを導く。この方法では、全てのセンサで同時に、十分長い時間窓で離散フーリエ変換 (DFT) が行なわれる。この DFT を、時間窓をずらしながら行なうことにより、複数の複素スナップショットが得られる。指定された時間周波数における DFT 出力は、第 2章の式 (2.11) と同型となる。なおこの方法は、狭帯域入射信号の場合でも適用可能である。

第2章で示されるように、等間隔直線アレーの l 番目センサ素子 $(l = 1, 2, ..., M)$ で観測される実波形は、次式で与えられる (式 (2.1) の再掲)。

$$x_l^{(R)}(t) = \sum_{i=1}^{K} s_i^{(R)}(t - \tau_{l,i}) + n_l^{(R)}(t) \tag{B.1}$$

$$\tau_{l,i} = \frac{(l-1)\Delta \sin \phi_i}{c} \tag{B.2}$$

次式で定義される N_0点 DFT を考える。

$$X_{l,n}(\omega_k) \triangleq \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{m=0}^{N_0-1} x_l^{(R)}(mT_s + t_n) e^{-j\omega_k m T_s} \tag{B.3}$$

$$\omega_k \triangleq \frac{2\pi k}{N_0 T_s} \quad (k = 1, 2, ..., [N_0/2]) \tag{B.4}$$

ここで $[x]$ は実数 x を越えない整数を表す。T_sおよび t_nはそれぞれサンプリング周期および DFT 窓の始点を表す。すなわち $X_{l,n}(\omega_k)$ は、l 番目センサの波形を入力とする、時刻 t_nを始点とした窓長 N_0T_sの N_0点 DFT の出力である。

さて、式 (B.3) に式 (B.1) を代入する。

$$\begin{aligned} X_{l,n}(\omega_k) &= \sum_{i=1}^{K} \left\{ \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{m=0}^{N_0-1} s_i^{(R)}(mT_s + t_n - \tau_{l,i}) e^{-j\omega_k m T_s} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{m=0}^{N_0-1} n_l^{(R)}(mT_s + t_n) e^{-j\omega_k m T_s} \end{aligned} \tag{B.5}$$

上式の右辺第 1 項について、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{m=0}^{N_0-1} s_i^{(R)}(mT_s + t_n - \tau_{l,i}) e^{-j\omega_k m T_s} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{m=0}^{N_0-1} s_i^{(R)} \left\{ \left(m - \frac{\tau_{l,i}}{T_s} \right) T_s + t_n \right\} e^{-j\omega_k m T_s} \\ &\simeq \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{m'=-[\tau_{l,i}/T_s]}^{N_0-1-[\tau_{l,i}/T_s]} s_i^{(R)}(m'T_s + t_n) e^{-j\omega_k (m' + \frac{\tau_{l,i}}{T_s}) T_s} \\ &\simeq \left\{ \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{m'=0}^{N_0-1} s_i^{(R)}(m'T_s + t_n) e^{-j\omega_k m' T_s} \right\} e^{-j\omega_k \tau_{l,i}} \\ &= S_{i,n}(\omega_k) e^{-j(l-1)\theta_i(\omega_k)} \end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\theta_i(\omega_k) = \frac{\omega_k \Delta \sin \phi_i}{c} \tag{B.7}$$

よって、式 (B.5) の $X_{l,n}(\omega_k)$ は、次式で与えられる。

$$X_{l,n}(\omega_k) = \sum_{i=1}^{K} S_{i,n}(\omega_k) e^{-j(l-1)\theta_i(\omega_k)} + N_{l,n}(\omega_k) \tag{B.8}$$

なお、$S_{i,n}(\omega_k)$ および $N_{l,n}(\omega_k)$ はそれぞれ、$s_i^{(R)}(t)$ および $n_l^{(R)}(t)$ の DFT 出力であり、DFT は式 (B.3) と同様に定義される。上式は第 2章の式 (2.11) と同型である。

よって、全てのセンサ素子で同時に、複数の t_n $(n = 1, 2, ..., N)$ で式 (B.3) の DFT を行い、指定した周波数ω_kにおける DFT 出力 $X_{l,n}(\omega_k)$ を取り出すことにより、式 (2.11) と同様の複素データが得られる。

付録 C

MUSIC アルゴリズムの概略

ここでは、本論文のシミュレーション実験で参照される MUSIC アルゴリズム [h4, h6] について、その概略を示す。

アレー・スナップショットの共分散行列

$$\boldsymbol{R}_o \triangleq \mathrm{E}(\boldsymbol{x}_n \boldsymbol{x}_n^H) \tag{C.1}$$

(E(・) は期待値演算子) の M個の固有ベクトルにより張られる空間は、入射信号に関する K次元部分空間（信号部分空間）と雑音に関する $M-K$次元部分空間（雑音部分空間）の 2 つに分けられる。さらに雑音部分空間は steering vector $\boldsymbol{a}(\theta_i)$ $(i = 1, 2, ..., K)$ で張られる部分空間 range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ と直交する。すなわち、range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ と雑音部分空間が直交するように方位パラメータ$\boldsymbol{\Theta}$ を決定すれば、それは入射信号の方位を表す。これが MUSIC アルゴリズムの原理である。

実際には、正確な共分散行列$\boldsymbol{R}_o$を得ることは不可能であり、有限個のスナップショットから共分散行列を推定しなければならない。推定された共分散行列から得られる推定雑音部分空間は、一般に range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ と直交しない。よって MUSIC アルゴリズムでは、両者が「なるべく」直交するような方位を求める手続きがとられる。

C.1 MUSIC アルゴリズムの原理

MUSIC アルゴリズムにおいては、以下の仮定が設けられる。

(AMU1) 入射信号および付加雑音は平均 0 の弱定常確率過程である。

(AMU2) 付加雑音は全ての入射信号と互いに無相関である。

なお MUSIC では、付加雑音に対しガウス性を仮定する必要はない。

以上の仮定の下で、アレー・スナップショットの共分散行列は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}_o &= \mathrm{E}(\boldsymbol{x}_n \boldsymbol{x}_n^H) \\ &= \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{S} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H + \sigma^2 \boldsymbol{I}_M \qquad \text{(C.2)} \\ \boldsymbol{S} &\triangleq \mathrm{E}(\boldsymbol{s}_n \boldsymbol{s}_n^H) \qquad \text{(C.3)} \end{aligned}$$

式 (C.2) では、付加雑音がセンサ素子間で互いに無相関であると仮定している[1]。また MUSIC では、入射信号の共分散行列$\boldsymbol{S}$に対し、以下の仮定が必要である。

(AMU3) $\boldsymbol{S}$は正定行列である。

特に、入射信号が互いに無相関である場合、$\boldsymbol{S}$は、対角要素が全て正の対角行列となるため、正定である。また、互いにコヒーレントな入射信号の組が存在する場合、すなわち、一つの $s_{i,n}$が他の $s_{j,n}$の複素定数倍になる場合は、$\boldsymbol{S}$の階数が K より小さくなるため、$\boldsymbol{S}$が正定にならない。この場合は、相関が見かけ上抑圧されるように、空間スムーズィングと呼ばれる前処理が施される (付録 D)。

さて、$\boldsymbol{R}_o$は、明らかに非負定行列であり、対角要素が全て非負の実数である対角行列とユニタリ相似である。すなわち、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V}^H \boldsymbol{R}_o \boldsymbol{V} &= \boldsymbol{\Lambda} \qquad \text{(C.4)} \\ \boldsymbol{\Lambda} &\triangleq \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_M) \qquad \text{(C.5)} \\ & \quad (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_M \geq 0) \\ \boldsymbol{V} &\triangleq [\boldsymbol{e}_1 \ \boldsymbol{e}_2 \ ... \ \boldsymbol{e}_M] \qquad \text{(C.6)} \end{aligned}$$

$\boldsymbol{V}$はユニタリ行列である。各ベクトル$\boldsymbol{e}_m$ $(m = 1, 2, ..., M)$ はそれぞれ、$\boldsymbol{R}_o$の固有値λ_m $(m = 1, 2, ..., M)$ に対する固有ベクトルであり、

$$\boldsymbol{e}_m^H \boldsymbol{e}_n = \begin{cases} 1, & \text{for } m = n \\ 0, & \text{for } m \neq n \end{cases} \qquad \text{(C.7)}$$

が成り立つ。式 (C.4) に式 (C.2) を代入して整理することにより、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V}^H (\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{S} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H) \boldsymbol{V} &= \boldsymbol{\Lambda}_s \qquad \text{(C.8)} \\ \boldsymbol{\Lambda}_s &\triangleq \boldsymbol{\Lambda} - \sigma^2 \boldsymbol{I}_M \qquad \text{(C.9)} \\ &= \mathrm{diag}(\lambda_{s1}, \lambda_{s2}, ..., \lambda_{sM}) \qquad \text{(C.10)} \\ & \quad (\lambda_{s1} \geq \lambda_{s2} \geq ... \geq \lambda_{sM} \geq 0) \end{aligned}$$

[1]この仮定が成立せず、雑音の共分散行列が単位行列の定数倍ではない場合、一般化固有値問題の適用により、以下と同様の議論が展開される [h4]。ただしこの場合、雑音共分散行列が既知であるという仮定が必要である。

上式からわかるように、行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H$がユニタリ行列$\boldsymbol{V}$で対角行列$\boldsymbol{\Lambda}_s$に対角化される。すなわち、$\boldsymbol{\Lambda}_s$の対角成分は$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H$ の固有値である。ここで、$\boldsymbol{S}$が正定であるため、$\boldsymbol{S}$の階数はKである。また、$M > K$であり、かつ$\boldsymbol{a}(\theta_i)$ $(i = 1, 2, ..., K)$ が線形独立であることから、行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$ の階数も Kである。ゆえに、M次行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H$ の階数もやはり Kである。また、$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H$は非負定である。よって、その固有値について次式が成り立つ。

$$\lambda_{sm} \begin{cases} > 0, & \text{for } m = 1, 2, ..., K \\ = 0, & \text{for } m = K+1, K+2, ..., M \end{cases} \tag{C.11}$$

したがって、$\boldsymbol{R}_o$の固有値は、次式を満足する。

$$\lambda_m = \begin{cases} \lambda_{sm} + \sigma^2 > \sigma^2, & \text{for } m = 1, 2, ..., K \\ \sigma^2, & \text{for } m = K+1, K+2, ..., M \end{cases} \tag{C.12}$$

よって、$\boldsymbol{R}_o$の固有値の分布より入射信号の個数Kを知ることができる。ここで、次式のようにM個の固有ベクトルを分割する。

$$\boldsymbol{V}_S \triangleq [\boldsymbol{e}_1\ \boldsymbol{e}_2\ ...\ \boldsymbol{e}_K] \tag{C.13}$$

$$\boldsymbol{V}_N \triangleq [\boldsymbol{e}_{K+1}\ \boldsymbol{e}_{K+2}\ ...\ \boldsymbol{e}_M] \tag{C.14}$$

すなわち、$\boldsymbol{V}_S$は$\boldsymbol{R}_o$の大きさ上位K個の固有値に対する固有ベクトルから成る行列、$\boldsymbol{V}_N$は$M-K$個の同一最小固有値σ^2に対する固有ベクトルから成る行列である。range$(\boldsymbol{V}_S)$、および range$(\boldsymbol{V}_N)$ はそれぞれ、信号部分空間、および雑音部分空間と呼ばれ、互いにM次元複素ユークリッド空間における直交補空間の関係にある。式 (C.8) および (C.11) より、次式が成り立つ。

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H = \boldsymbol{V}_S\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_s\boldsymbol{V}_S^H \tag{C.15}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_s \triangleq \text{diag}(\lambda_{s1}, ..., \lambda_{sK}) \tag{C.16}$$

上式より、雑音部分空間の固有ベクトル$\boldsymbol{e}_m$ $(m = K+1, K+2, ..., M)$ について、信号・雑音部分空間の直交性より、

$$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H)\boldsymbol{e}_m = \boldsymbol{0} \tag{C.17}$$

が成り立つ。上式は$\boldsymbol{e}_m$が行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H$の零空間 null$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H)$ 上にあることを示している。ここで、M次正方行列$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H$の階数が$K$であるため null$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H)$ の次元が$M-K$であり、$M-K$個の$\{\boldsymbol{e}_m\}$が null$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H)$ の正規直交基底となること、および$\boldsymbol{e}_m$ $(m = K+1, K+2, ..., M)$ が range$(\boldsymbol{V}_N)$ の基底であることより、

$$\text{range}(\boldsymbol{V}_N) = \text{null}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H) \tag{C.18}$$

が成り立つ。さらに、$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$ が full rank であり、$\boldsymbol{S}$が正則であることから、

$$\text{null}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H) = \text{null}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H) \tag{C.19}$$

となり、

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H\boldsymbol{e}_m = 0 \quad (m = K+1, K+2, ..., M) \tag{C.20}$$

すなわち

$$\text{range}(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})) = \text{range}^{\perp}(\boldsymbol{V}_N) = \text{range}(\boldsymbol{V}_S) \tag{C.21}$$

が成り立つ。以上により、steering vector により張られる部分空間が、雑音部分空間の直交補空間であり、信号部分空間と一致することが示された。

結局、range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ と雑音部分空間 range$(\boldsymbol{V}_N)$ が直交するようなパラメータ $\boldsymbol{\Theta}$ が、入射信号の音源方位を表すこととなる。すなわち、次式の $F(\theta)$ を 0 にするθ_i $(i = 1, 2, ..., K)$ より、方位の値が与えられる。

$$F(\theta) \triangleq \|\boldsymbol{V}_N^H\boldsymbol{a}(\theta)\|^2 \tag{C.22}$$

以上がMUSIC アルゴリズムの原理である。

C.2 Spectral-MUSIC アルゴリズム (従来型MUSIC アルゴリズム)

以上までは、真の共分散行列$\boldsymbol{R}_o$が得られたと仮定した場合の議論である。しかし実際には、正確な共分散行列を得ることは不可能であり、有限個のスナップショットから共分散行列を推定しなければならない。推定された共分散行列$\hat{\boldsymbol{R}}$ から得られる推定雑音部分空間は、一般に range$(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}))$ と直交しない。すなわち、式 (C.22) の $F(\theta)$ が 0 にならない。よって実際には、両者が「なるべく」直交するような方位を求める手続きをとらなければならない。

一般に、共分散行列$\boldsymbol{R}_o$の推定値としては、次式の$\hat{\boldsymbol{R}}$が適用される。

$$\hat{\boldsymbol{R}} \triangleq \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{x}_n\boldsymbol{x}_n^H \tag{C.23}$$

これは、最尤音源方位推定問題で扱われるサンプル共分散行列と同じである。

式 (C.4) および式 (C.14) と同様、推定共分散行列$\hat{\boldsymbol{R}}$の対角化および推定雑音部分空間の行列$\hat{\boldsymbol{V}}_N$の構築を次式により行う。

$$\hat{\boldsymbol{V}}^H\hat{\boldsymbol{R}}\hat{\boldsymbol{V}} = \hat{\boldsymbol{\Lambda}} \tag{C.24}$$

$$\hat{\boldsymbol{\Lambda}} \triangleq \mathrm{diag}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, ..., \hat{\lambda}_M) \quad (\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq ... \geq \hat{\lambda}_M \geq 0) \tag{C.25}$$

$$\hat{\boldsymbol{V}} \triangleq [\hat{\boldsymbol{e}}_1\ \hat{\boldsymbol{e}}_2\ ...\ \hat{\boldsymbol{e}}_M] \tag{C.26}$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_N \triangleq [\hat{\boldsymbol{e}}_{K+1}\ \hat{\boldsymbol{e}}_{K+2}\ ...\ \hat{\boldsymbol{e}}_M] \tag{C.27}$$

このとき、一般に range($\hat{\boldsymbol{V}}_N$) と range($\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$) が直交しないため、次式の$\hat{F}(\theta)$:

$$\hat{F}(\theta) \triangleq \|\hat{\boldsymbol{V}}_N^H \boldsymbol{a}(\theta)\|^2 \tag{C.28}$$

が0にならない。しかし、$\hat{\boldsymbol{R}}$が共分散行列の良好な推定値であるならば、真の音源方位パラメータθ_i $(i = 1, 2, ..., K)$ 付近において、$\hat{F}(\theta)$ は極小値をとると考えられる。よって、次式の $P_{\mathrm{MU}}(\theta)$ の極大点を与えるθより、音源方位推定値が得られる。

$$P_{\mathrm{MU}}(\theta) \triangleq \frac{1}{\hat{F}(\theta)} = \frac{1}{\boldsymbol{a}(\theta)^H \hat{\boldsymbol{V}}_N \hat{\boldsymbol{V}}_N^H \boldsymbol{a}(\theta)} \tag{C.29}$$

上式の $P_{\mathrm{MU}}(\theta)$ は、方位パラメータの関数であり、$\hat{\boldsymbol{R}}$が共分散行列のある程度良好な推定値であるとき真の音源方位付近に極大点を有すると考えられる。この $P_{\mathrm{MU}}(\theta)$ は MUSIC スペクトルと呼ばれ、その極大点を与える方位パラメータθを走査によって求める音源方位推定手法が、従来型の MUSIC アルゴリズム [h4] である。この手法は、Spectral-MUSIC アルゴリズムとも呼ばれる。

Spectral-MUSIC アルゴリズムの手続きを以下に示す。

1. 共分散行列の推定値$\hat{\boldsymbol{R}}$を計算する (例えば、式 (C.23))。
2. $\hat{\boldsymbol{R}}$の固有値・固有ベクトルを計算する (式 (C.24))。
3. 入射信号数 Kが未知ならば、$\hat{\boldsymbol{R}}$の固有値の分布より、Kを推定する。
4. 雑音部分空間行列$\hat{\boldsymbol{V}}_N$を構築する (式 (C.27))。
5. 式 (C.29) の $P_{\mathrm{MU}}(\theta)$ の極大点を与える方位パラメータθを走査により求める。

C.3 Root-MUSIC アルゴリズム

等間隔直線アレーの場合、$\boldsymbol{a}(\theta)$ の形状を考慮することにより、式 (C.29) の $P_{\mathrm{MU}}(\theta)$ の極大点を与えるθを求める問題は、$2M-2$ 次の複素係数多項式の零点を求める問題に帰着する。これにより、Spectral-MUSIC アルゴリズムにおける

走査が不要となり、計算が効率化される。この多項式零点計算に基づく MUSIC アルゴリズムは、Root-MUSIC アルゴリズムと呼ばれる [h6]。

式 (C.28) の$\hat{F}(\theta)$ は、アレーが等間隔直線の場合、次式のように表される。

$$\hat{F}(\theta) = [1\ z^{-1}\ ...\ z^{-M+1}]\hat{\boldsymbol{V}}_N\hat{\boldsymbol{V}}_N^H \begin{bmatrix} 1 \\ z \\ \vdots \\ z^{M-1} \end{bmatrix}\Big|_{z=e^{-j\theta}}$$

$$= \hat{A}(z)|_{z=e^{-j\theta}} \tag{C.30}$$

$$\hat{A}(z) \triangleq \sum_{l=-M+1}^{M-1} \hat{a}_l z^{-l} \tag{C.31}$$

$$\hat{a}_l \triangleq \begin{cases} \sum_{i=1}^{M-|l|} \hat{\varepsilon}_{i+|l|,i}, & \text{for } l = 0, 1, 2, ..., M-1 \\ \sum_{i=1}^{M-|l|} \hat{\varepsilon}_{i,i+|l|}, & \text{for } l = -M+1, ..., -2, -1 \end{cases} \tag{C.32}$$

$$\hat{\varepsilon}_{m,n} \triangleq \{\hat{\boldsymbol{V}}_N\hat{\boldsymbol{V}}_N^H\}_{m.n} \quad (m, n = 1, 2, ..., M) \tag{C.33}$$

多項式$\hat{A}(z)$ が共役対称型であること、すなわち、$a_{-l} = a_l^*$であることは容易に示される。よって$\hat{A}(z)$ は、複素平面単位円周上の零点と、鏡像零点対を有する。鏡像零点対については、そのうちの単位円周内の零点のみを考慮すればよい。真の共分散行列が得られる場合、多項式$\hat{A}(z)$ が複素平面単位円周上の零点を K個有し、それらは音源方位に対応する。推定共分散行列の場合、単位円周に「なるべく」近い K個の零点から、音源方位推定値が得られる。以上が Root-MUSIC アルゴリズムの概要である。

Root-MUSIC アルゴリズムの手続きを以下に示す。

1. 共分散行列の推定値$\hat{\boldsymbol{R}}$を計算する (例えば、式 (C.23))。
2. $\hat{\boldsymbol{R}}$の固有値・固有ベクトルを計算する (式 (C.24))。
3. 入射信号数 Kが未知ならば、$\hat{\boldsymbol{R}}$の固有値の分布より、Kを推定する。
4. 雑音部分空間行列$\hat{\boldsymbol{V}}_N$を構築する (式 (C.27))。
5. 式 (C.31)、(C.32) および (C.33) より、多項式$\hat{A}(z)$ を構築する。
6. $\hat{A}(z)$ の零点を計算し、その中から、複素平面単位円周以内の零点$\hat{z}_i = \hat{\rho}_i e^{-j\hat{\theta}_i}$ $(i = 1, 2, ..., M-1)$ を選び出す。

7. $1 \geq \hat{\rho}_1 \geq \ldots \geq \hat{\rho}_{M-1}$ となるように零点を並べかえ、$\hat{z}_1, \ldots, \hat{z}_K$から音源方位推定値を得る。

Root-MUSIC アルゴリズムは、評価関数の極大点を求めるための走査を必要としないため、Spectral-MUSIC アルゴリズムより効率的である。また、推定共分散行列の場合、Spectral-MUSIC の推定値と Root-MUSIC のそれとは異なる。すなわち、Spectral-MUSIC では、「steering vector が推定雑音部分空間になるべく直交するように」方位推定値が求められ、推定誤差が両者の直交度の低下に起因するのに対し、Root-MUSIC では、「推定雑音部分空間に直交するようなベクトルの中で steering vector になるべく近いベクトルが得られるように」方位推定値が求められ、推定誤差が零点の真の信号零点からの非半径方向のずれに起因する。一般に、Root-MUSIC アルゴリズムの方が、Spectral-MUSIC アルゴリズムより、分解能・推定精度で若干優れていることが知られている [h7]。

付録 D

空間スムーズィングの概略

ここでは、MUSIC アルゴリズムによるコヒーレント入射信号の音源方位推定の際に相関抑圧のための前処理として施される、空間スムーズィング [h9, h10, h11] について、その概略を示す。

付録 Cで示されるように、MUSIC アルゴリズムでは、入射信号の共分散行列 $\boldsymbol{S}$が正定値であることが必要である。互いにコヒーレントな入射信号の組が存在する場合、$\boldsymbol{S}$が正則ではなくなる。そのため、MUSIC アルゴリズムはコヒーレント入射信号の音源方位推定が不可能である。ここで、i 番目と j番目 $(i \neq j)$ の 2 つの入射信号がコヒーレントであるとは、式 (2.8) において、$s_i(t)$ と $s_j(t)$ が複素定数倍の関係である場合、すなわち、i 番目入射信号が j番目入射信号と比べ、定数倍振幅で、定位相差である場合をさす。入射信号がマルチパス伝達の場合、厳密なコヒーレント入射信号が現れるのはまれであるが、コヒーレントと見なせるほど相関の強い入射信号の組が出現するため、MUSIC アルゴリズムでは良好な推定が行なえない。

ここで、アレー全体を複数の同一センサ素子数のサブアレーに分割し、それらの共分散行列の平均を改めて共分散行列とした場合、入射信号の相関が見かけ上抑圧される。従って、この平均操作で求めた共分散行列に対し MUSIC アルゴリズムを適用すれば、コヒーレント入射信号の音源方位推定が可能となる。このサブアレーの共分散行列の平均操作が、空間スムーズィングと呼ばれる前処理である。

平均操作の方法の違いにより、空間スムーズィングは、以下に示すように、従来型 [h9] および改良型 [h10, h11] の空間スムーズィングの 2 種に分類される。

D.1 従来型空間スムーズィング

図 D.1に示すように、アレー全体 (センサ素子数 M) を複数のサブアレー (センサ素子数 L) に分割する。このとき、サブアレーの総数は $D = M - L + 1$ となる。m 番目サブアレーのスナップショットは次式で与えられる。

$$\boldsymbol{x}_{L,n}^{(m)} = [x_{m,n}\ x_{m+1,n}\ \ldots\ x_{m+L-1,n}]^T \quad (m = 1, 2, ..., D) \tag{D.1}$$

このとき、$\boldsymbol{x}_{L,n}^{(m)}$は次式で表される。

$$\boldsymbol{x}_{L,n}^{(m)} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{D}^{m-1}\boldsymbol{s}_n + \boldsymbol{n}_{L,n}^{(m)} \tag{D.2}$$

$$\boldsymbol{D} \triangleq \mathrm{diag}(e^{-j\theta_1}, ..., e^{-j\theta_K}) \tag{D.3}$$

$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})$のサイズは$L \times K$であり、各列ベクトルは$L$次の steering vector となる。また、付加雑音を表すベクトル$\boldsymbol{n}_{L,n}^{(m)}$は$\boldsymbol{x}_{L,n}^{(m)}$と同様に定義される。$m$ 番目サブアレーの共分散行列 (L 次) は次式となる。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_L^{(m)} &\triangleq \mathrm{E}\{\boldsymbol{x}_{L,n}^{(m)}\boldsymbol{x}_{L,n}^{(m)H}\} \\ &= \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{D}^{m-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{D}^H)^{m-1}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H + \sigma^2\boldsymbol{I}_L\end{aligned} \tag{D.4}$$

次式により、$\boldsymbol{R}_L^{(m)}$ $(m = 1, 2, ..., D)$ の相加平均$\bar{\boldsymbol{R}}_L$を計算する。

$$\bar{\boldsymbol{R}}_L \triangleq \frac{1}{D}\sum_{m=1}^{D}\boldsymbol{R}_L^{(m)} \tag{D.5}$$

このとき、$\bar{\boldsymbol{R}}_L$は次式で表現される。

$$\bar{\boldsymbol{R}}_L = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\bar{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H + \sigma^2\boldsymbol{I}_L \tag{D.6}$$

$$\bar{\boldsymbol{S}} \triangleq \frac{1}{D}\sum_{m=1}^{D}\boldsymbol{D}^{m-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{D}^H)^{m-1} \tag{D.7}$$

$D \geq K$の場合、$\bar{\boldsymbol{S}}$は正定値となり [h9]、$\bar{\boldsymbol{R}}_L$を共分散行列とすれば、入射信号の相関が見かけ上抑圧されることになる。すなわち、$\bar{\boldsymbol{R}}_L$を共分散行列とした場合、MUSIC アルゴリズムによるコヒーレント入射信号の音源方位推定が可能である。この$\bar{\boldsymbol{R}}_L$を計算する手続きが従来型空間スムーズィングである。

空間スムーズィングでは、サブアレーのセンサ素子数Lをより少なくとった場合、アレー全体の共分散行列の成分がより十分に活用されない (サブアレー・センサ素子数Lの場合、アレー全体の共分散行列のL次ブロック対角成分のみが活用される)。よって、推定精度劣化を防ぐためには、Lを多くとる必要がある。

ここで、K個の入射信号が全てコヒーレントである場合を考える。このとき、$\bar{\boldsymbol{S}}$が正定値となるためには、$D \geq K$である必要がある。また、サブアレーのセン

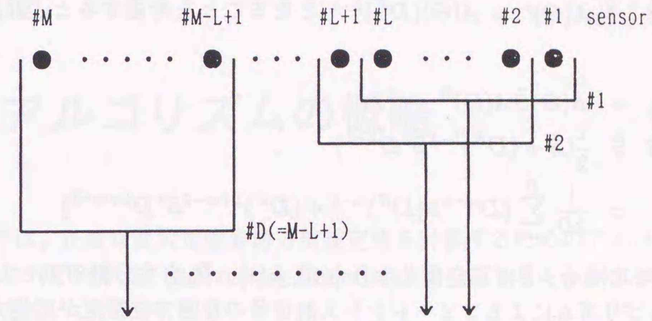


図 D.1: サブアレー分割操作

サ素子数LはKより大でなければならない。よって、D、Mについて次式の仮定が必要である。

$$L = M - D + 1 \leq M - K + 1 \tag{D.8}$$

$$M = D + L - 1 \geq 2K \tag{D.9}$$

すなわち、従来型空間スムーズィングでは、可能なサブアレーのセンサ素子数は「全センサ素子数－入射信号数＋１」に制限され、必要な全センサ素子数は入射信号数の２倍以上である。

D.2 改良型空間スムーズィング

式 (D.5) の相加平均による$\bar{\boldsymbol{R}}_L$のかわりに、次式で与えられる$\tilde{\boldsymbol{R}}_L$を考える。

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{R}}_L &\triangleq \frac{1}{2}(\bar{\boldsymbol{R}}_L + \tilde{\boldsymbol{I}}_L\bar{\boldsymbol{R}}_L^*\tilde{\boldsymbol{I}}_L) \\ &= \frac{1}{2D}\sum_{m=1}^{D}(\boldsymbol{R}_L^{(m)} + \tilde{\boldsymbol{I}}_L\boldsymbol{R}_L^{(m)*}\tilde{\boldsymbol{I}}_L)\end{aligned} \tag{D.10}$$

$$\tilde{\boldsymbol{I}}_L \triangleq \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdot & 1 & 0 \\ \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{D.11}$$

このとき、$\tilde{\boldsymbol{I}}_L \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^* = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})(\boldsymbol{D}^H)^{L-1}$ となることを考慮すると、$\tilde{\boldsymbol{R}}_L$は次式となる。

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_L = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})\tilde{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta})^H + \sigma^2 \boldsymbol{I}_L \tag{D.12}$$

$$\tilde{\boldsymbol{S}} \triangleq \frac{1}{2}(\bar{\boldsymbol{S}} + (\boldsymbol{D}^H)^{L-1}\bar{\boldsymbol{S}}^*\boldsymbol{D}^{L-1}) = \frac{1}{2D}\sum_{m=1}^{D}\{\boldsymbol{D}^{m-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{D}^H)^{m-1} + (\boldsymbol{D}^H)^{L+m-2}\boldsymbol{S}^*\boldsymbol{D}^{L+m-2}\} \tag{D.13}$$

$D \geq K/2$ の場合、$\tilde{\boldsymbol{S}}$は正定値となり [h10, h11]、$\tilde{\boldsymbol{R}}_L$を共分散行列として、MUSIC アルゴリズムによるコヒーレント入射信号の音源方位推定が可能である。式 (D.10) の$\tilde{\boldsymbol{R}}_L$を計算する手続きが改良型空間スムーズィングである。

従来型空間スムーズィング同様、改良型空間スムーズィングにおいても、サブアレーのセンサ素子数Lをより少なくとった場合、アレー全体の共分散行列の成分がより十分に活用されない。このため、推定精度劣化を防ぐためには、Lを多くとる必要がある。

ここで、特にK個の入射信号が全てコヒーレントである場合、$\bar{\boldsymbol{S}}$が正定値となるためには、$D \geq K/2$ である必要がある。また、サブアレーのセンサ素子数LはKより大でなければならない。よって、L、Mについて次式の仮定が必要である。

$$L = M - D + 1 \leq M - \frac{K}{2} + 1 \tag{D.14}$$

$$M = D + L - 1 \geq \frac{3}{2}K \tag{D.15}$$

従って、式 (D.15) より、改良型空間スムーズィングで必要なセンサ素子の総数は、従来型空間スムーズィングで要する総数 ($M \geq 2K$) より少なく済む。また、サブアレーのセンサ素子数は式 (D.14) により制限され、特に、入射信号数が2個の場合は$L \leq M$でサブアレー分割の必要がないが、入射信号数が3個の場合は、サブアレーの最大センサ素子数は「全センサ素子数－1」である。

付録 E

AP アルゴリズムの概略

ここでは、正確な最大尤度音源方位推定値を計算するためのアルゴリズムとして提案されている AP (Alternating Projection) アルゴリズム [m5] について、その概略を示す。

このアルゴリズムは、AM (Alternating Maximization) と呼ばれる最大化技法に基づいている。AM は、多次元の非線形最大化を繰り返し計算で行うものである。各々の繰り返しステップにおいて、他のパラメータを固定しながら1つのパラメータに関して最大化が行われる。AP アルゴリズムは、演算の効率化のために、正射影行列の性質を AM 技法に応用して行われるものである。

第3章で示すように、最大尤度音源方位推定問題は、式 (3.10) の最大化問題に帰着する。この最大化問題は多次元の非線形最大化問題である。ここでは AM と呼ばれる最大化技法を適用する。この技法は繰り返し計算により行われる。各繰り返しステップにおいて、他のパラメータを固定しながら1つのパラメータに関して最大化を行う。すなわち、m 回目ステップにおける i 番目方位パラメータ$\theta_i^{(m)}$は、次の1次元最大化問題を解くことにより得られる。

$$\theta_i^{(m)} = \arg\max_{\theta_i}\left\{\mathrm{tr}\left[\boldsymbol{P}_{[\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)}),\boldsymbol{a}(\theta_i)]}\boldsymbol{R}\right]\right\} \tag{E.1}$$

ここで$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})$は、直前のステップで得られた$K-1$個の方位パラメータで構成される行列であり、次式で与えられる。

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)}) \triangleq \left[\boldsymbol{a}(\theta_1^{(m-1)})\ \boldsymbol{a}(\theta_2^{(m-1)})\ \ldots\ \boldsymbol{a}(\theta_{i-1}^{(m-1)})\ \boldsymbol{a}(\theta_{i+1}^{(m-1)})\ \ldots\ \boldsymbol{a}(\theta_K^{(m-1)})\right] \tag{E.2}$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)} \triangleq \left[\theta_1^{(m-1)}\ \theta_2^{(m-1)}\ \ldots\ \theta_{i-1}^{(m-1)}\ \theta_{i+1}^{(m-1)}\ \ldots\ \theta_K^{(m-1)}\right] \tag{E.3}$$

次に AP アルゴリズムについて述べる。式 (E.1) の最大化はθ_iの走査により行われるが、走査の各ステップにおいて正射影行列の計算が含まれるため計算量が

膨大である。APアルゴリズムは正射影行列の性質を用いて計算量を減らすものである。

式(E.1)における正射影行列について、次式の性質が導かれる(図E.1参照、詳細な証明は省略)。

$$\boldsymbol{P}_{[\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)}),\boldsymbol{a}(\theta_i)]} = \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})} + \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{a}(\theta_i)\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})} \tag{E.4}$$

$$\boldsymbol{a}(\theta_i)_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})} = \left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})}\right]\boldsymbol{a}(\theta_i) \tag{E.5}$$

式(E.4)右辺第1項はθ_iに無関係である。よって式(E.1)における最大化は次式の最大化と等価である。

$$\theta_i^{(m)} = \arg\max_{\theta_i}\left\{\mathrm{tr}\left[\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{a}(\theta_i)\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})}\boldsymbol{R}\right]\right\} \tag{E.6}$$

$$= \arg\max_{\theta_i}\left\{\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})^H\boldsymbol{R}\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})\right\} \tag{E.7}$$

$$\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)}) \triangleq \frac{\boldsymbol{a}(\theta_i)_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})}}{\|\boldsymbol{a}(\theta_i)_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})}\|} \tag{E.8}$$

上式の最大化は、θ_iの走査の際に$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m-1)})}$が固定されているため、式(E.1)の最大化に比べ計算量が削減される。

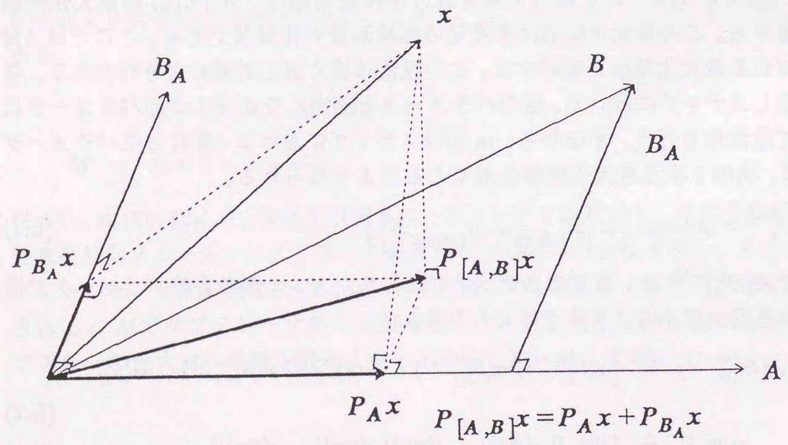


図 E.1: 正射影行列の分解

なお、繰り返し計算のための初期化は、次式によって行われる。

$$\theta_i^{(0)} = \arg\max_{\theta_i}\left\{\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(0)})^H\boldsymbol{R}\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(0)})\right\} \tag{E.9}$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(0)} \triangleq \left[\theta_1^{(0)}\ \theta_2^{(0)}\ \ldots\ \theta_{i-1}^{(0)}\right] \tag{E.10}$$

以上をまとめると、APアルゴリズムの手続きは次のように与えられる。

I. (Initialization)

(a) For $i = 1$ to K :

let $\theta_i^{(0)} = \arg\max_{\theta_i}\left\{\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(0)})^H\boldsymbol{R}\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(0)})\right\}$;

II. (Main)

(a) let $m = 0$, $i = 0$;

(b) Repeat until $|\theta_k^{(m)} - \theta_k^{(m-K)}| < \epsilon$ for all $k \in \{1...K\}$:

i. let $m = m + 1$;

ii. let $i = \mathrm{mod'}(i+1, K)$;

iii. for $j = 1$ to K :

let $\theta_j^{(m)} = \theta_j^{(m-1)}$;

iv. let $\theta_i^{(m)} = \arg\max_{\theta_i}\left\{\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m)})^H\boldsymbol{R}\boldsymbol{b}(\theta_i,\boldsymbol{\Theta}_{(i)}^{(m)})\right\}$;

where

$$\mathrm{mod'}(m,n) = \begin{cases} m \bmod n, & \text{for } m \bmod n \neq 0 \\ m, & \text{for } m \bmod n = 0 \end{cases}$$

付録 F

サブアレー分割による最尤音源方位推定手法と改良型空間スムーズィング適用の MUSIC アルゴリズムとの関係

5章で示した、サブアレー分割による最尤音源方位推定手法の与える推定値は、入射信号数より1個だけ多いセンサ数のサブアレーによる改良型空間スムーズィングを併用した MUSIC アルゴリズムの与える推定値と結果的に一致する。ここでは、その理由を示す。

MUSIC アルゴリズムにおいて、センサ素子数 L のサブアレーによる改良型空間スムーズィングを導入することは、推定共分散行列として次式の $\tilde{\boldsymbol{R}}_L$ を採用することに帰着する (付録 D)。

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_L = \frac{1}{2}\left(\bar{\boldsymbol{R}}_L + \tilde{\boldsymbol{I}}_L \bar{\boldsymbol{R}}_L^* \tilde{\boldsymbol{I}}_L\right) \tag{F.1}$$

ここで、$\bar{\boldsymbol{R}}_L$および$\tilde{\boldsymbol{I}}_L$はそれぞれ、式 (D.5) および式 (3.37) で定義される。センサ素子数 $K+1$ のサブアレーによる改良型空間スムーズィングを併用した MUSIC アルゴリズムは、推定共分散行列$\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}$の下で、次の評価関数$\tilde{F}(\theta)$ の極小値を与える方位パラメータθを求める問題に帰着する (付録 C)。

$$\begin{aligned}
\tilde{F}(\theta) &= \|\boldsymbol{a}(\theta)^H \tilde{\boldsymbol{w}}\|^2 \\
&= \|\tilde{W}(z)\|^2|_{z=e^{-j\theta}} && \text{(F.2)} \\
\tilde{W}(z) &\triangleq \tilde{w}_0 + \tilde{w}_1 z^{-1} + \cdots + \tilde{w}_K z^{-K} && \text{(F.3)}
\end{aligned}$$

ここで$\tilde{\boldsymbol{w}}$は$\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}$の最小固有値$\lambda_{\min}(\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1})$ に対する固有ベクトルである。

ここで、$\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}$が次式を満足することは容易に確かめられる。

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1} = \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1} \tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}^* \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1} \tag{F.4}$$

よって、次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
&\lambda_{\min}(\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}) \cdot \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}^* \\
&= \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1} \cdot \left\{\lambda_{\min}(\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}) \cdot \tilde{\boldsymbol{w}}\right\}^* \\
&= \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1} \cdot \left\{\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}\right\}^* \\
&= \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}^*\tilde{\boldsymbol{w}}^* \\
&= (\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}^*\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}) \cdot (\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}^*) \\
&= \tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1} \cdot (\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}^*)
\end{aligned} \tag{F.5}$$

従って、$\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}^*$も$\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}$ の最小固有値に対応する固有ベクトルとなるので、次式が成り立つ。

$$\tilde{\boldsymbol{w}} = \alpha \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}^* \tag{F.6}$$

αは$|\alpha| = 1$を満たす任意複素定数である。ここで、$\beta^2 = \alpha$なる任意複素定数βに対し、

$$\beta^*\tilde{\boldsymbol{w}} = \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}(\beta^*\tilde{\boldsymbol{w}})^* \tag{F.7}$$

が成り立つため、式 (F.6) は、3章で示した制約条件 **C1'** と等価である。すなわち、$\tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1}$の最小固有値に対する固有ベクトル$\tilde{\boldsymbol{w}}$は、条件 **C1'** を満足する。

またこの$\tilde{\boldsymbol{w}}$は、次式の Rayleigh 比最小化問題の解としても与えられる [o7, o8]。

$$\begin{aligned}
\tilde{\boldsymbol{w}} &= \arg\min_{\boldsymbol{w}} \tilde{J}(\boldsymbol{w}) && \text{(F.8)} \\
\tilde{J}(\boldsymbol{w}) &\triangleq \frac{\boldsymbol{w}^H \tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1} \boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{w}} && \text{(F.9)}
\end{aligned}$$

さらに、最小点において、次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
\min_{\boldsymbol{w}} \tilde{J}(\boldsymbol{w}) &= \tilde{J}(\tilde{\boldsymbol{w}}) \\
&= \frac{\tilde{\boldsymbol{w}}^H \tilde{\boldsymbol{R}}_{K+1} \tilde{\boldsymbol{w}}}{\tilde{\boldsymbol{w}}^H \tilde{\boldsymbol{w}}} \\
&= \frac{\tilde{\boldsymbol{w}}^H \left[\frac{1}{2}\left(\bar{\boldsymbol{R}}_{K+1} + \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\bar{\boldsymbol{R}}_{K+1}^*\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\right)\right] \tilde{\boldsymbol{w}}}{\tilde{\boldsymbol{w}}^H \tilde{\boldsymbol{w}}} \\
&= \frac{\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{w}}^H \bar{\boldsymbol{R}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}} + \frac{1}{2}\left\{(\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}^*)^H \bar{\boldsymbol{R}}_{K+1}(\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}^*)\right\}^*}{\tilde{\boldsymbol{w}}^H \tilde{\boldsymbol{w}}} \\
&= \frac{\tilde{\boldsymbol{w}}^H \bar{\boldsymbol{R}}_{K+1}\tilde{\boldsymbol{w}}}{\tilde{\boldsymbol{w}}^H \tilde{\boldsymbol{w}}}
\end{aligned} \tag{F.10}$$

よって$\tilde{\boldsymbol{w}}$は制約条件 **C1'** の下での次式の最小化問題の解としても与えられる。

$$\tilde{\boldsymbol{w}} = \arg\min_{\boldsymbol{w}\in \mathbf{C}1'} \frac{\boldsymbol{w}^H \bar{\boldsymbol{R}}_{K+1}\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^H\boldsymbol{w}} = \arg\min_{\boldsymbol{w}\in \mathbf{C}1'} \mathrm{tr}[\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{w}}\bar{\boldsymbol{R}}_{K+1}] \tag{F.11}$$

第3、5章より、上式で与えられる$\tilde{\boldsymbol{w}}$で作られる多項式$\tilde{W}(z)$(式 (F.3)) の零点は、第5章のサブアレー分割法の音源方位推定値に対応する。また$\tilde{W}(z)$ の零点計算は、$\tilde{W}(z)$ が鏡像零点対を与える場合を除き、式 (F.2) の$\tilde{F}(\theta)$ の極小値を与える θ を求める問題と等価である。

付録 G

式 (6.5) の導出

式 (6.5) および式 (7.3) で表される行列$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$ の導出を示す。また、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$ が対称行列であることも示す。

式 (3.38) で定義される評価関数 $J(\boldsymbol{u})$ において、$f_{q,p}(\boldsymbol{u})$ は、式 (3.41) で与えられる Toeplitz 行列$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})$ の逆行列の (q,p) 成分であり、$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})$ の (s,t) 成分 g_{s-t}は式 (3.41) で与えられる。ここで、式 (3.35) および (3.36) で定義される$\boldsymbol{T}$、式 (3.37) で定義される$\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}$、および式 (3.43) で定義される$\boldsymbol{J}$について、

$$\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}^2 = \boldsymbol{I}_{K+1} \tag{G.1}$$

$$\boldsymbol{T}^* = \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\boldsymbol{T} \tag{G.2}$$

$$\boldsymbol{J} = \tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\boldsymbol{J}^T\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1} \tag{G.3}$$

が成り立つことにより、$\boldsymbol{\Phi}_m$は次式を満たす。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Phi}_m^T &= \boldsymbol{T}^T(\boldsymbol{J}^T)^m\boldsymbol{T}^* \\
&= \boldsymbol{T}^T\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}(\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\boldsymbol{J}^T\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1})^m\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\boldsymbol{T}^* \\
&= (\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\boldsymbol{T})^T\boldsymbol{J}^m(\tilde{\boldsymbol{I}}_{K+1}\boldsymbol{T})^* \\
&= \boldsymbol{T}^H\boldsymbol{J}^m\boldsymbol{T} \\
&= \boldsymbol{\Phi}_m
\end{aligned} \tag{G.4}$$

よって、式 (3.41)、式 (G.4) より、$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})$ の成分の導関数は次式で与えられる。

$$\nabla g_{s-t}(\boldsymbol{u}) = 2\boldsymbol{\Phi}_{s-t}\boldsymbol{u} \tag{G.5}$$

この第 i 番目成分は次式で与えられる。

$$\frac{\partial g_{s-t}(\boldsymbol{u})}{\partial u_i} = 2\boldsymbol{\phi}_{s-t,i}\boldsymbol{u} \tag{G.6}$$

ここで$\boldsymbol{\phi}_{s-t,i}$は$\boldsymbol{\Phi}_{s-t}$の i 行目の行ベクトルを示す。また、逆行列の微分に関して、

$$\frac{\partial \boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1}}{\partial u_i} = -\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1}\left[\frac{\partial \boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})}{\partial u_i}\right]\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1} \tag{G.7}$$

が成立するので [o7, o8]、次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_{q,p}(\boldsymbol{u})}{\partial u_i} &= \left\{\frac{\partial \boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1}}{\partial u_i}\right\}_{q,p} \\
&= -\left\{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1}\left[\frac{\partial \boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})}{\partial u_i}\right]\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1}\right\}_{q,p} \\
&= -\sum_{s=1}^{M-K}\sum_{t=1}^{M-K}\{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1}\}_{q,s}\frac{\partial g_{s-t}(\boldsymbol{u})}{\partial u_i}\{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u})^{-1}\}_{t,p} \\
&= -2\sum_{s=1}^{M-K}\sum_{t=1}^{M-K} f_{q,s}(\boldsymbol{u}) f_{t,p}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\phi}_{s-t,i}\boldsymbol{u}
\end{aligned} \tag{G.8}$$

よって、$f_{q,p}(\boldsymbol{u})$ の導関数は次式で与えられる。

$$\nabla f_{q,p}(\boldsymbol{u}) = -2\sum_{s=1}^{M-K}\sum_{t=1}^{M-K} f_{q,s}(\boldsymbol{u}) f_{t,p}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\Phi}_{s-t}\boldsymbol{u} \tag{G.9}$$

上式と式 (6.4) から、行列$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$ について式 (6.5) が導かれる。

なお、一般の複素行列$\boldsymbol{A}$に対し、

$$[\mathrm{Re}(\boldsymbol{A})]^T = \mathrm{Re}(\boldsymbol{A}^T) \tag{G.10}$$

が成り立つことから、式 (G.4) を考慮して、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})$ が対称行列であることが容易に示される。

付録 H

直線探索アルゴリズムの概略

ここでは、準ニュートン法等の勾配法における、式 (8.11) の直線探索問題:

$$\mu^{(m)} = \arg\min_{\mu>0} g(\mu) \tag{H.1}$$

$$g(\mu) \triangleq J(\boldsymbol{u}^{(m)} + \mu\boldsymbol{d}^{(m)}) \tag{H.2}$$

を解くためのアルゴリズム [n1, n2, n3] について、その概要を示す。

直線探索アルゴリズムは大別して、粗い探索法と精密な探索法に分けられる。8章で述べたように、粗い探索法は、勾配法全体の収束速度の犠牲はあるが、計算量が一般に少なく、逆に精密な探索法は、計算量が一般に多い反面、勾配法全体の収束を速くすることができる。

式 (H.1) を忠実に解く算法を考えることは一般に困難である。よってここでは、$g(\mu)$ の導関数を零にする最小のμを求める問題を考える。すなわち、次式の問題を考察する。

$$\mu^{(m)} = \min\{\mu | g'(\mu) = 0,\ \mu > 0\} \tag{H.3}$$

$$g'(\mu) = \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)} + \mu\boldsymbol{d}^{(m)})^T\boldsymbol{d}^{(m)} \tag{H.4}$$

$\boldsymbol{d}^{(m)}$が関数値の降下方向であるため、$\mu^{(m)}$は局所的最小点である。なお、式 (H.3) による決定規則は Curry の規則と呼ばれる [n3]。

H.1 粗い探索法

ここでは、代表的な 2 つの粗い探索法である、Armijo の方法 [n3, n4] および Wolfe の方法 [n2, n3, n4] について概説する。

H.1.1 Armijo の探索法

図 H.1において、切片 $(0, g(0))$ を通る直線 $\ell(\mu)$ を

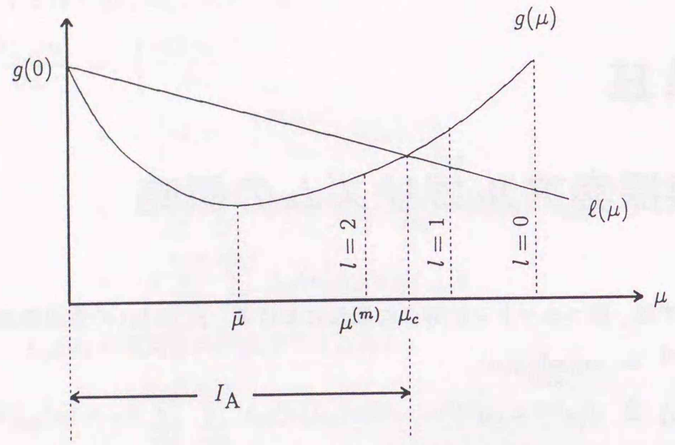


図 H.1: Armijo の探索法の概念図

$$\ell(\mu) = \gamma g'(0)\mu + g(0) \quad (0 < \gamma < 1) \tag{H.5}$$

とすると、正数γをある適当に小さい値に定めた場合、最小点$\bar{\mu}$における$g(\bar{\mu})$の値は、$\ell(\bar{\mu})$の値より小さい。ここで、$g(\mu)$が$\ell(\mu)$以下になるμの区間をI_{A}とし、I_{A}の上限(すなわち、$g(\mu)$と$\ell(\mu)$の交点)をμ_cとする。$\mu^{(0)} > \mu_c$なる$\mu^{(0)}$を初期値として繰り返し計算でμを徐々に減少させ、初めて$\mu \in I_{\mathrm{A}}$となるμを求めれば、それは最小値$\bar{\mu}$のある程度良い近似であると考えられる。また、繰り返しが有限回であるため、計算量が少ない。この手続きは Armijo の探索法と呼ばれる。

具体的な手続きを以下に示す。

1. Set $\beta(0 < \beta < 1)$, $\gamma(0 < \gamma << 1)$, and let $l = 0$;
2. calculate $g(0) = J(\boldsymbol{u}^{(m)})$;
3. calculate $g'(0) = \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})^T \boldsymbol{d}^{(m)}$;
4. Recursion:
   (a) calculate $g(\beta^l) = J(\boldsymbol{u}^{(m)} + \beta^l \boldsymbol{d}^{(m)})$;
   (b) calculate $\ell(\beta^l) = \gamma g'(0)\beta^l + g(0)$;

   (c) if $g(\beta^l) > \ell(\beta^l)$,
   then $l = l + 1$ and go to 4a,
   else go to 5 ;
5. let $\mu^{(m)} = \beta^l$.

なお、β、γはそれぞれ、$\beta \in [0.1, 0.5]$、$\gamma \in [10^{-4}, 10^{-1}]$ に設定するのが良いと言われている [n3, n4]。本論文の実験では、$\beta = 0.3$、$\gamma = 10^{-3}$ としている。

H.1.2 Wolfe の探索法

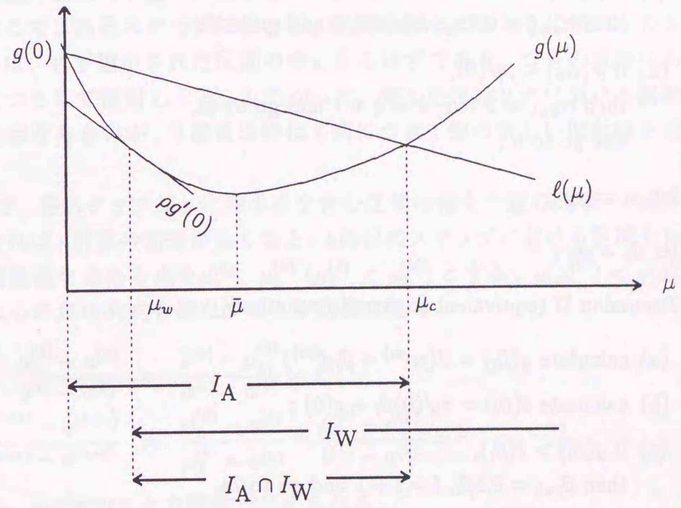


図 H.2: Wolfe の探索法で求まる探索点の範囲

図 H.2において、最適値$\bar{\mu}$付近における微係数$g'(\mu)$は、正数ρを適当に小さく定めると、

$$g'(\mu) \geq \rho g'(0) \tag{H.6}$$

となる。よって、上式を満足するμの区間をI_{W}とすると、有限回の繰り返し手続きで$\mu^{(m)} \in I_{\mathrm{A}} \cap I_{\mathrm{W}}$なる$\mu^{(m)}$を求めれば、それは、Armijo の場合よりも最適値$\bar{\mu}$のさらに良い近似であると考えられる。この手続きは Wolfe の探索法と呼ばれる。

具体的な手続きを以下に示す。

1. Set $\alpha_0(0 < \alpha_0 << 1)$, $\gamma(0 < \gamma << 1)$, $\rho(0 < \gamma < \rho << 1)$, and let $k = 0, l = 0$;

2. calculate $g(0) = J(\boldsymbol{u}^{(m)})$;

3. calculate $g'(0) = \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)})^T \boldsymbol{d}^{(m)}$;

4. Recursion I:

   (a) calculate $\boldsymbol{\Delta}(\alpha_k) = \nabla J(\boldsymbol{u}^{(m)} + \alpha_k \boldsymbol{d}^{(m)})$;

   (b) calculate $g'(\alpha_k) = \boldsymbol{\Delta}(\alpha_k)^T \boldsymbol{d}^{(m)}$;

   (c) if $g'(\alpha_k) > 0$,
   then $\alpha_{k+1} = 0.5\alpha_k$, $k = k + 1$ and go to 4a ;

   (d) if $g'(\alpha_k) < \rho g'(0)$,
   then $\alpha_{k+1} = 2.1\alpha_k$, $k = k + 1$ and go to 4a,
   else go to 5 ;

5. let $\mu_1 = \alpha_k$;

6. let $\beta_0 = \alpha_k$;

7. Recursion II (equivalent to Armijo's method):

   (a) calculate $g(\beta_l) = J(\boldsymbol{u}^{(m)} + \beta_l \boldsymbol{d}^{(m)})$;

   (b) calculate $\ell(\beta_l) = \gamma g'(0)\beta_l + g(0)$;

   (c) if $g(\beta_l) > \ell(\beta_l)$,
   then $\beta_{l+1} = 0.5\beta_l$, $l = l + 1$ and go to 7a,
   else go to 8 ;

8. let $\mu_2 = \beta_l$;

9. let $\mu^{(m)} = (\mu_1 + \mu_2)/2$.

本論文の実験では、$\alpha_0 = 10^{-3}$、$\gamma = 10^{-3}$、および$\rho = 0.3$としている。Wolfeの方法では、Recursion I (a) において、評価関数の勾配の計算が多く必要であることがわかる。

H.2 精密な探索法 (Fibonacci 法)

$g(\mu)$ において、最小点が唯一存在するような区間 $[a, b]$ が既知であるとする。この区間を見い出す方法としては、囲い込み法が知られている (V 字型 3 点探索法とも呼ばれる。文献 [n1, n2, n3] 参照)。ここで、この区間内の異なる 2 点μ_1、μ_2 $(\mu_1 < \mu_2)$ において、関数値 $g(\mu)$ を比較する。場合 (1):$g(\mu_1) < g(\mu_2)$ ならば区間 $[a, \mu_2]$ に、場合 (2):$g(\mu_1) \geq g(\mu_2)$ ならば区間 $[\mu_1, b]$ に、それぞれ最小点が存在することが明らかになる。これで最小点の存在する区間が縮小される。新たに、(1) の場合は区間 $[a, \mu_2]$ 内にμ_1とは異なる 1 点を、(2) の場合は区間 $[\mu_1, b]$ 内にμ_2とは異なる 1 点を、それぞれ設定し、同様の関数値比較を行なう。これらの手続きを繰り返せば、区間が縮小され、最小点はいかなる精度においても求められる。ここで、あるステップにおいて、区間を縮小するときに使用した 2 点のうちの 1 点は、必ず縮小された区間の中にあるはずであり、つぎの段階における試行点の 1 つとして使用しうる。したがって、第 1 回目は 2 点における関数値を知らなければならないが、2 回目以降は 1 回につき 1 個の新しい関数値を求めればよい。

ここで、各ステップごとに最小点を含む区間の幅を一定の比率rで減らせるようにできれば、計算の効率が良くなる。k回目のステップにおける区間を $[a^{(k)}, b^{(k)}]$ とし、関数値を求める点を$\mu_1^{(k)}$、$\mu_2^{(k)}$ $(\mu_1^{(k)} < \mu_2^{(k)})$ とする。$g(\mu_1^{(k)}) < g(\mu_2^{(k)})$ の場合、これらの点は次式を満たすことが必要である。

$$\frac{\mu_2^{(k)} - a^{(k)}}{b^{(k)} - a^{(k)}} = \frac{b^{(k)} - \mu_1^{(k)}}{b^{(k)} - a^{(k)}} = r \tag{H.7}$$

$$\frac{\mu_2^{(k+1)} - a^{(k+1)}}{b^{(k+1)} - a^{(k+1)}} = \frac{\mu_1^{(k)} - a^{(k)}}{\mu_2^{(k)} - a^{(k)}} = \frac{\mu_2^{(k)} - a^{(k)}}{b^{(k)} - a^{(k)}} = r \tag{H.8}$$

上式から、rは次の 2 次方程式で与えられる。

$$r^2 + r - 1 = 0 \tag{H.9}$$

$r > 0$ より、上式の解は

$$r = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.618... \tag{H.10}$$

となる。$g(\mu_1^{(k)}) \geq g(\mu_2^{(k)})$ の場合も同様である。この比率は黄金分割比であり、区間の黄金分割点を次々にとり各点における関数値を比較しながら区間を縮小していく方法を黄金分割法という [n1, n2, n3]。

この黄金分割法に類似した手法で、有限回数の繰り返しで指定した精度の最小点を求める探索法が Fibonacci 法である [n1, n2]。この方法では、内分比が毎

回変わり、次式が成立するような数列 F_nにより、内分比 F_{n-1}/F_n $(n=0,1,2,...)$ が定められる。

$$\frac{\mu_2^{(k)}-a^{(k)}}{b^{(k)}-a^{(k)}} = \frac{b^{(k)}-\mu_1^{(k)}}{b^{(k)}-a^{(k)}} = \frac{F_{n-1}}{F_n} \tag{H.11}$$

$$\frac{\mu_2^{(k+1)}-a^{(k+1)}}{b^{(k+1)}-a^{(k+1)}} = \frac{\mu_1^{(k)}-a^{(k)}}{\mu_2^{(k)}-a^{(k)}} = \frac{F_{n-2}}{F_{n-1}} \tag{H.12}$$

上式より、F_nの漸化式は次のようになる。

$$F_n = F_{n-1}+F_{n-2} \quad (n=2,3,...) \tag{H.13}$$

この数列の最初の 2 項を $F_0=1$、$F_1=1$ とした場合、F_nを Fibonacci 数列と呼ぶ。この Fibonacci 数列の比に従い区間を減らしていく探索法が Fibonacci 法である。

第 1 ステップから第 2 ステップへの区間減少の比率を F_{N-1}/F_Nとした場合、第 kステップから第 $k+1$ ステップへの減少比率は F_{N-k}/F_{N-k+1} $(k=1,2,...,N)$ であり、第 $(N-3)$ ステップおよび第 $(N-2)$ ステップで得られる区間の長さはそれぞれ次式で与えられる。

$$b^{(N-2)}-a^{(N-2)} = \cdots = \frac{F_3}{F_N}(b^{(1)}-a^{(1)}) \tag{H.14}$$

$$b^{(N-1)}-a^{(N-1)} = \cdots = \frac{F_2}{F_N}(b^{(1)}-a^{(1)}) \tag{H.15}$$

したがって、$N-2$ 回の繰り返しで精度$\epsilon(>0)$ 以下の最小点を求めたい場合は、

$$\frac{F_2}{F_N}(b^{(1)}-a^{(1)}) \le \epsilon < \frac{F_3}{F_N}(b^{(1)}-a^{(1)}) \tag{H.16}$$

すなわち

$$\frac{2}{\epsilon}(b^{(1)}-a^{(1)}) \le F_N < \frac{3}{\epsilon}(b^{(1)}-a^{(1)}) \tag{H.17}$$

を満たすように Nを定めればよい。これにより、有限回の繰り返しで、指定した精度で関数の最小点が求まる。

Fibonacci 法の具体的な手続きは以下のようになる。

1. Set $a^{(1)}$, $b^{(1)}$ and precision $\epsilon>0$;
2. let $d_1=b^{(1)}-a^{(1)}$;
3. recursion for Fibonacci sequence :
   (a) let $F_0=1$, $F_1=1$ and $N=2$;

   (b) let $F_N=F_{N-1}+F_{N-2}$;
   (c) if $\frac{2}{\epsilon}d_1 \le F_N < \frac{3}{\epsilon}d_1$,
   then go to 4,
   else let $N=N+1$ and go to 3b ;
4. let $\mu_1^{(1)}=b^{(1)}-\frac{F_{N-1}}{F_N}d_1$ and $\mu_2^{(1)}=a^{(1)}+\frac{F_{N-1}}{F_N}d_1$;
5. calculate $g_1^{(1)}=g(\mu_1^{(1)})$ and $g_2^{(1)}=g(\mu_2^{(1)})$;
6. For $k=1$ to $N-3$:
   if $g_1^{(k)}<g_2^{(k)}$,
   then
   (a) let $a^{(k+1)}=a^{(k)}$;
   (b) let $b^{(k+1)}=\mu_2^{(k)}$;
   (c) let $d_{k+1}=b^{(k+1)}-a^{(k+1)}$;
   (d) let $\mu_1^{(k+1)}=b^{(k+1)}-\frac{F_{N-k-1}}{F_{N-k}}d_{k+1}$;
   (e) calculate $g_1^{(k+1)}=g(\mu_1^{(k+1)})$;
   (f) let $\mu_2^{(k+1)}=\mu_1(k)$;
   (g) let $g_2^{(k+1)}=g_1^{(k)}$;

   else
   (a) let $a^{(k+1)}=\mu_1^{(k)}$;
   (b) let $b^{(k+1)}=b^{(k)}$;
   (c) let $d_{k+1}=b^{(k+1)}-a^{(k+1)}$;
   (d) let $\mu_1^{(k+1)}=\mu_2(k)$;
   (e) let $g_1^{(k+1)}=g_2^{(k)}$;
   (f) let $\mu_2^{(k+1)}=a^{(k+1)}+\frac{F_{N-k-1}}{F_{N-k}}d_{k+1}$;
   (g) calculate $g_2^{(k+1)}=g(\mu_2^{(k+1)})$;
7. if $g_1^{(N-2)}<g_2^{(N-2)}$, then $\mu^{(m)}=\mu_1^{(N-2)}$, else $\mu^{(m)}=\mu_2^{(N-2)}$.

この Fibocacci 法は一般に、黄金分割法より効率が良い [n2]。ただし、

$$\lim_{N\to\infty}\frac{F_{N-1}}{F_N}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}=r \tag{H.18}$$

となり [n2]、ステップ数 Nが多いときは、Fibonacci 法と黄金分割法の効率の良さは同程度である。

付録 I

Yang と Kaveh のアルゴリズムの概略

ここでは、MUSIC 法に基づく音源方位推定を適応的に行なう手法として提案されている、Yang と Kaveh のアルゴリズム [h13] について、その概略を示す。

MUSIC アルゴリズムは、アレーの共分散行列$\boldsymbol{R}_o$の雑音部分空間と steering vector が直交する方位を求めるものである (付録 C)。雑音部分空間は、$\boldsymbol{R}_o$の $M-K$個の最小固有値σ^2に対する固有ベクトル$\boldsymbol{e}_{K+1}...\boldsymbol{e}_M$で張られる部分空間であるが、次式の制約条件 (Cw) 付最適化によっても得られる。

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{o} = \arg \min_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}} \in \mathrm{Cw}} J_+(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) \tag{I.1}$$

$$= \arg \max_{\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}} \in \mathrm{Cw}} J_-(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) \tag{I.2}$$

$$\mathrm{Cw} = \{\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}} | \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{H} \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}} = \boldsymbol{I}_{M-K}\} \tag{I.3}$$

$$J_+(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) \triangleq \mathrm{tr}(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{H} \boldsymbol{R}_o \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) \tag{I.4}$$

$$J_-(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) \triangleq \mathrm{tr}(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{H} \boldsymbol{R}_o{}^{-1} \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) \tag{I.5}$$

雑音部分空間は、$M \times (M-K)$ の行列$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{o}$の列ベクトルにより張られる部分空間 (range($\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{o}$)) で与えられる [h13]。この$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{o}$を雑音部分空間行列として、MUSIC アルゴリズムが適用される。

上式の最適化は、次の制約条件付勾配法により行なうことができる。

勾配法 I: For $n = 1, 2, ...$

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n)\prime} = \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1)} - \mu_n \nabla J_+(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1)}) \tag{I.6}$$

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n)} = \mathrm{GS}[\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n)\prime}] \tag{I.7}$$

勾配法 II: For $n = 1, 2, ...$

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n)\prime} = \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1)} + \mu_n \nabla J_-(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1)}) \tag{I.8}$$

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n)} = \mathrm{GS}[\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n)\prime}] \tag{I.9}$$

ここで、μ_nは修正係数 ($\mu_n > 0$)、GS[·] は行列の列ベクトルを Gram-Schmidt 正規直交化をして得られる行列を表す。また、勾配 $\nabla J_+(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}})$ および $\nabla J_-(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}})$ は次式で与えられる。

$$\nabla J_+(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) = 2\boldsymbol{R}_o \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}} \tag{I.10}$$

$$\nabla J_-(\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}) = 2\boldsymbol{R}_o{}^{-1} \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}} \tag{I.11}$$

次に、上述の勾配法に基づき、$\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}$を適応的に計算するアルゴリズムを考える。まず、推定共分散行列の更新式を次式で与える。

$$\boldsymbol{R}^{(n)} = (1-\alpha_n)\boldsymbol{R}^{(n-1)} + \alpha_n \boldsymbol{x}_n \boldsymbol{x}_n^H \quad (n = 1, 2, ...) \tag{I.12}$$

α_nは $0 < \alpha_n \leq 1$ で与えられる実数である[1]。また、勾配法 II に対し、推定共分散行列の逆行列の更新式も考える。$\boldsymbol{T}^{(n)} \triangleq \boldsymbol{R}^{(n)-1}$ $(n = 0, 1, 2, ...)$ と定義すると、式 (I.12) および逆行列の補助定理 (文献 [o8] · P.51) から、$\boldsymbol{T}^{(n)}$の更新式は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{T}^{(n)} = \frac{1}{1-\alpha_n}\left[\boldsymbol{T}^{(n-1)} - \frac{\boldsymbol{z}_n \boldsymbol{z}_n^H}{(1-\alpha_n)/\alpha_n + \boldsymbol{z}_n \boldsymbol{x}_n^H}\right] \tag{I.13}$$

$$\boldsymbol{z}_n \triangleq \boldsymbol{T}^{(n-1)} \boldsymbol{x}_n \tag{I.14}$$

以上により、MUSIC 法に基づく適応的音源方位推定アルゴリズムである、Yang と Kaveh のアルゴリズムは、表I.1で与えられる。ここで、algorithm-1,2 は勾配法 I に、algorithm-3,4 は勾配法 II に対応し、algorithm-2,4 はそれぞれ algorithm-1,3 を$\alpha_n \to 1$ としたものに対応する [h13]。なお MUSIC アルゴリズムとしては、計算量の少ない Root-MUSIC アルゴリズムを適用するのが良い。

[1]文献 [h13] では、$\alpha_n = \alpha(const.)$ としているが、ここでは、9章との対応づけのため、α_nを可変としている。

表 I.1: Yang と Kaveh のアルゴリズム (algorithm-1...4)

1. Calculate $\boldsymbol{R}^{(n_0)}$ and $\boldsymbol{T}^{(n_0)}$ from $\boldsymbol{x}_1, ..., \boldsymbol{x}_{n_0}$ $(n_0 \geq 0)$;
2. set $\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n_0,0)}$ using $\boldsymbol{R}^{(n_0)}$, and let $n = n_0 + 1$;
3. get the new snapshot $\boldsymbol{x}_n$, and
   if algorithm-1 then renew $\boldsymbol{R}^{(n)}$, if algorithm-3 then renew $\boldsymbol{T}^{(n)}$;
4. for $k = 1$ to P :
   (a) calculate $\nabla^{(k-1)}$ as below :
   if algorithm-1 : $\nabla^{(k-1)} = 2\boldsymbol{R}^{(n)}\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1,k-1)}$,
   if algorithm-2 : $\nabla^{(k-1)} = 2\boldsymbol{x}_n\boldsymbol{y}_n^{(k-1)H}$ $(\boldsymbol{y}_n^{(k-1)} = \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1,k-1)H}\boldsymbol{x}_n)$,
   if algorithm-3 : $\nabla^{(k-1)} = -2\boldsymbol{T}^{(n)}\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1,k-1)}$,
   if algorithm-4 : $\nabla^{(k-1)} = \dfrac{\boldsymbol{x}_n\boldsymbol{y}_n^{(k-1)H}}{\boldsymbol{x}_n^H\boldsymbol{x}_n}$;
   (b) set μ_k ;
   (c) let $\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(k)'} = \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1,k-1)} - \mu_k\nabla^{(k-1)}$;
   (d) let $\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1,k)} = \mathrm{GS}[\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(k)'}]$;
5. let $\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n,0)} = \boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n-1,P)}$;
6. execute Root-MUSIC algorithm using $\boldsymbol{W}_{\mathrm{YK}}{}^{(n,0)}$ as the noise-subspace matrix, and get the bearing estimates ;
7. let $n = n + 1$ and go to 3.

謝辞

本研究は、筆者が北海道大学大学院工学研究科電子工学専攻在学中に、北海道大学 電子科学研究所 (旧 応用電気研究所) 電子情報処理部門 信号処理研究分野 (旧 電子回路部門) において、1988 年 4 月より約 5 年間に渡り、行なったものである。

この研究を進めるにあたり、終始御指導、御鞭撻をいただいた、北海道大学 電子科学研究所 電子情報処理部門 信号処理研究分野 永井信夫教授に心から感謝申し上げます。

本研究の遂行にあたり、様々な御指導、御助言をいただいた、北海道大学 電子科学研究所 電子情報処理部門 信号処理研究分野 三木信弘助教授に深謝申し上げます。

本論文をまとめるにあたり、御指導していただいた、北海道大学 工学部 電子工学科 電子機器工学講座 栃内香次教授に感謝いたします。

本論文をまとめるにあたり、御指導していただいた、北海道大学 工学部 電子工学科 電子回路工学講座 小川吉彦教授に感謝いたします。

本論文をまとめるにあたり、御指導していただいた、北海道大学 工学部 電子工学科 電波伝送工学講座 伊藤精彦教授に感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、終始御指導、御助言をいただいた、北海道大学 電子科学研究所 電子情報処理部門 信号処理研究分野 鈴木正清助手に深謝いたします。

本研究の遂行にあたり、様々な御助言をいただいた、北海道大学 電子科学研究所 電子情報処理部門 信号処理研究分野 長谷山美紀助手に深謝いたします。

本研究の遂行にあたり、有益な御助言をしてくださった、北見工業大学 情報工学科 大鎌広講師に感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、多大な御協力をいただいた、北海道大学 電子科学研究所 技術部 システム開発技術班 鎌田清春技官に感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、多くの御意見をいただいた、北海道大学 電子科学研究所 電子情報処理部門 信号処理研究分野の先輩方並びに大学院生、学生諸氏に感謝申し上げます。

筆者の研究期間中に、研究助成などの御援助を与えてくださった、財団法人

立石科学技術振興財団に感謝いたします。

最後に、筆者の研究生活において、温かい援助を与えて下さった両親に深く感謝いたします。

文献

(h) 高分解能音源方位推定手法に関する文献

[h1] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," *proc. IEEE,* vol. 57, pp.1408-1418 (Aug. 1969).

[h2] V. F. Pisarenko, "The retrieval of harmonics from a covariance function," *Geophys. J. Roy. Astronom. Soc.*, vol. 33, pp. 347-366 (1973).

[h3] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *Proc. RADC Spectrum Estimation Workshop,* pp.243-258 (Oct. 1979).

[h4] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, No. 3, pp. 276-280 (Mar. 1986).

[h5] G. Bienvenu and L. Kopp, "Adaptivity to background noise spatial coherence for high resolution passive methods," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP),* pp.307-310 (1980).

[h6] A. J. Barabell, "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction finding algorithms," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP),* pp.336-339 (1983).

[h7] B. D. Rao and K. V. S. Hari, "Performance analysis of root-MUSIC," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. 37, No. 12, pp. 1939-1949 (Dec. 1989).

[h8] R. Kumaresan and D. W. Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-19, No. 1, pp. 134-139 (Jan. 1983).

[h9] T. J. Shan, M. Wax and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. ASSP-33, No.4, pp. 806-811 (Aug. 1985).

[h10] R. T. Williams, S. Prasad, A. K. Mahalanabis and L. H. Sibul, "An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment, " *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. 36, No. 4, pp. 425-432 (Apr. 1988).

[h11] S. U. Pillai and B. H. Kwon, "Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. 37, No. 1, pp. 8-15 (Jan. 1989).

[h12] S. J. Orfanidis and L. M. Vail, "Zero-tracking adaptive filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol.ASSP-34, No.6, pp.1566-1572 (Dec. 1986).

[h13] J. F. Yang and M. Kaveh, "Adaptive eigenspace algorithms for direction or frequency estimation and tracking," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol.36, No.2, pp.241-251 (Feb. 1988).

(m) 最大尤度法による音源方位推定手法に関する文献

[m1] F. C. Schweppe, "Sensor-array data processing for multiple-signal sources," *IEEE Trans. Inform. Theory,* vol. IT-14, No.2, pp.294-305 (Mar. 1968).

[m2] I. N. El-Behery and R. H. MacPhie, "Maximum-likelihood estimation of source parameters from time-sampled outputs of a linear array," *J. Acoust. Soc. Am.,* vol.62, No.1, pp.125-134 (Jul. 1977).

[m3] J. F. Böhme, "Estimation of source parameters by maximum likelihood and nonlinear regression," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP),* pp.7.3.1-7.3.4 (1984).

[m4] Y. Bresler and A. Macovski, "Exact maximum likelihood parameter estimation of superimposed exponential signals in noise," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. ASSP-34, No. 5, pp. 1081-1089 (Oct. 1986).

[m5] I. Ziskind and M. Wax, "Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. 36, No. 10, pp. 1553-1560 (Oct. 1988).

[m6] S. F. Yau and Y. Bresler, "Parameter estimation of superimposed signals by dynamic programming," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP),* pp.2499-2502 (1990).

[m7] K. C. Sharman, "Maximum likelihood parameter estimation by simulated annealing," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP),* pp.2741-2744 (1988).

[m8] K. C. Sharman and G. D. McClurkin, "Genetic algorithms for maximum likelihood parameter estimation," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP),* pp.2716-2719 (1989).

[m9] J. K. Hwang and Y. C. Chen, "An efficient algorithm and pipelined VLSI architecture for the maximum likelihood estimation of directions of arrival," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP),* pp.2919-2922 (1990).

(g) センサ・アレー信号処理に関するその他の文献

[g1] 五十嵐正夫, "水中音響における信号処理技術," 音響誌, vol.40, No.11, pp.757-763 (Nov. 1984).

[g2] 越川常治, "ソーナー信号処理 (I)," 海洋音響研究会報, vol.11, No.2, pp.45-51 (1984).

[g3] 越川常治, "ビームフォーミングの主要なアルゴリズムと方式例について— 直線配列センサによる音源方向検出 —," 音響誌, vol.45, No.10, pp.815-822 (Oct. 1989).

[g4] 永田仁史, 安倍正人, 城戸健一, "反射物に囲まれた空間における複数センサによる音源位置推定," 音講論集, 1-1-21, pp.405-406 (Mar. 1989).

[g5] 永田仁史, 安倍正人, 城戸健一, "多数センサによる音源位置の推定," 音響誌, vol.46, No.7, pp.531-540 (Jul. 1990).

[g6] Y. Kaneda and J. Ohga, "Adaptive microphone-array system for noise reduction," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol.ASSP-34, No.6, pp.1391-1400 (Dec. 1986).

[g7] 金田豊, "AMNOR(適応形雑音抑圧マイクロホンアレー) の指向特性," 信学技報, EA87-2, pp.9-16 (1987).

[g8] 田中雅史, 金田豊, "近距離音源の方向探索における平面波近似の有効性について," 音講論集, 2-7-13, pp.445-446 (Mar. 1991).

[g9] R. N. McDonough, "Application of the maximum-likelihood method and the maximum-entropy method to array processing," in *Nonlinear Methods of Spectral Analysis*, S. Haykin, Ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, pp.181-244 (1979).

[g10] U. Nickel, "Angular superresolution with phased array radar: a review of algorithms and operational constraints," *IEE Proc.* , vol.134, Pt.F, No.1, pp.53-59 (Feb. 1987).

[g11] D. H. Johnson, "The application of spectral estimation methods to bearing estimation problems," *Proc. IEEE,* vol.70, No.9, pp.1018-1028 (Sep. 1982).

(d) 音源個数推定に関する文献

[d1] M. Wax and T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. ASSP-33, No. 2, pp. 387-392 (Apr. 1985).

[d2] M. Wax and I. Ziskind, "Detection of the number of coherent signals by the MDL principle," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. 37, No. 8, pp. 1190-1196 (Aug. 1989).

[d3] M. Wax, "Detection and localization of multiple sources via the stochastic signals model," *IEEE Trans. Signal Processing,* vol. 39, No. 11, pp. 2450-2456 (Nov. 1991).

[d4] 鈴木智, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "3層ニューラルネットワークを用いる音源個数推定," 信学技報, DSP91-12, pp.83-88 (May 1991).

(u) 音源方位推定問題における解の唯一性に関する文献

[u1] Y. Bresler and A. Macovski, "On the number of signals resolvable by a uniform linear array," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. ASSP-34, No. 6, pp. 1361-1375 (Dec. 1986).

[u2] M. Wax and I. Ziskind, "On unique localization of multiple sources by passive sensor arrays," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing,* vol. 37, No. 7, pp. 996-1000 (Jul. 1989).

(n) 非線形最適化問題に関する文献

[n1] J. Kowalik and M. R. Osborne, *Methods for Unconstrained Optimization Problems*, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York (1968). 「山本善之, 小山健夫 共訳 : "非線形最適化問題," 培風館 (1970).」

[n2] 嘉納秀明, "システムの最適理論と最適化," コロナ社 (1987).

[n3] 今野浩, 山下浩, "非線形計画法," 日科技連 (1978).

[n4] 福島雅夫, "数理計画法の展開をさぐる-III — 準ニュートン法 —," システムと制御, vol.24, No. 10, pp.668-679 (1980).

[n5] J. E. Dennis, Jr. and J. J. Moré, "Quasi-Newton methods, motivation and theory," *SIAM Review*, vol. 19, No. 1, pp. 46-89 (Jan. 1977).

(o) その他の文献

[o1] 中溝高好, "信号解析とシステム同定," コロナ社 (1988).

[o2] S. Haykin and S. Kesler, "Prediction-error filtering and maximum-entropy spectral estimation," in *Nonlinear Methods of Spectral Analysis*, S. Haykin, Ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, pp.9-72 (1979).

[o3] 砂原善文, “確率システム理論 I 基礎編,” 朝倉書店 (1981).

[o4] 柳川堯, “統計数学,” 近代科学社 (1990).

[o5] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, Inc. (1965).「平岡寛二, 篠崎寿夫, 天野正章, 村田忠夫 共訳 : “工学のための応用確率論 基礎編,” 東海大学出版会 (1970).」

[o6] 飛田武幸, 櫃田倍之, “ガウス過程,” 紀伊國屋書店 (1976).

[o7] 児玉慎三, 須田信英, “システム制御のためのマトリクス理論,” 計測自動制御学会 (1978).

[o8] G. H. Golub and C. F. V. Loan, *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press (1989).

[o9] 長嶋秀世, “演習数値計算法,” 槇書店 (1989).

[o10] W. F. Trench, “An algorithm for the inversion of finite toeplitz matrices,” *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, vol. 12, No. 3, pp. 515-522 (Sep. 1964).

[o11] 池原雅章, 高橋進一, “z^2を変数とする全域通過回路網を用いたヒルベルト変換器の構成,” 信学技報, CAS87-151, pp.1-6 (Sep. 1987).

[o12] 関口高志, 高橋進一, “複素ディジタル信号処理,” 軽井沢 回路とシステムワークショップ論文集, pp.1-8 (May 1988).

[o13] 大西誠, 石倉和夫, 鈴木教洋, “複素信号処理による新しい周波数変換法,” 信学技報, CAS88-45, pp.39-46 (1988).

著者の発表論文

(A) 学会誌

[001] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, “最大ゆう度音源方位推定における非線形最大化の一回避手法,” 信学論 (A), J72-A, No.8, pp.1303-1308 (Aug.1989).

[002] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, “最大尤度法に基づく相関音源の方位推定における非線形最大化回避の一手法,” 信学論 (A), J73-A, No.4, pp.895 -901 (Apr.1990).

[003] H. Watanabe, M. Suzuki, N. Nagai and N. Miki, “An efficient algorithm applying quasi-Newton method for maximum likelihood bearing estimation by uniform linear arrays,” *IEEE Trans. Signal Processing* (投稿中).

(A') ショートペーパー

[004] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, “等間隔直線アレーによる最大ゆう度音源方位推定の効率化のための一近似手法,” 信学論 (A), J74-A, No.5, pp.794-796 (May.1991).

[005] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, “等間隔直線アレーを用いる音源方位の正確な最大ゆう度推定のための一効率的手法,” 信学論 (A), J75-A, No.12, pp.1865-1868 (Dec.1992).

[006] H. Watanabe, M. Suzuki, N. Nagai and N. Miki, “Algorithms for adaptive bearing estimation based on maximum likelihood method using a uniform linear array,” *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)* (投稿中).

(B) 国際会議

[007] H. Watanabe, M. Suzuki, N. Nagai and N. Miki, "Maximum likelihood bearing estimation with a polynomial approach," *JTC-CSCC'89*, pp.377-382 (Jun.1989).

[008] H. Watanabe, M. Suzuki, N. Nagai and N. Miki, "Maximum likelihood bearing estimation by quasi-Newton method using a uniform linear array," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing(ICASSP)*, pp.3325-3328 (May.1991).

(C) 技術研究報告等

[009] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "近似的最大尤度法に基づく音源方位推定の一手法," 第3回ディジタル信号処理シンポジウム講演論文集, B-5-5, pp.327-332(Dec.1988).

[010] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "最大尤度法に基づくコヒーレント信号の音源方位の一推定手法," 信学技報, DSP89-3, pp.17-22(Apr.1989).

[011] H. Watanabe, M. Suzuki, N. Nagai and N. Miki, "A bearing estimation procedure based on maximum likelihood method for reducing a calculation cost," *IEICE, Japan, Tech. Rep.* EA89-40, pp.21-26(Jul.1989).

[012] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "最大尤度コヒーレント音源方位推定のための計算法の検討," 第4回ディジタル信号処理シンポジウム講演論文集, pp.357-362(Dec.1989).

[013] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "等間隔直線アレーを用いる最ゆう音源方位推定問題への準ニュートン法の適用," 信学技報, DSP90-60, pp.49-54 (Aug.1990).

(D) 講演発表

[014] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "最大尤度法に基づく音源方位推定における非線形最小化問題の回避について," 電気関係学会北海道支部連合大会, 117, pp.153-154(Oct.1988).

[015] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "近似的最大尤度法によるコヒーレント信号の音源方位推定について," 信学会春季全国大会,A-295,p.298 (Mar.1989).

[016] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "最大尤度法に基づく音源方位推定における計算量削減のための一手法," 電気関係学会北海道支部連合大会, 133, p.168(Sep.1989).

[017] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "最大尤度法に基づく少計算量音源方位推定手法," 音響学会講演論文集, 1-P-8, pp.943-944(Oct.1989).

[018] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "コヒーレント信号の最大尤度音源方位推定における一少計算量手法," 信学会春季全国大会,A-203,p.203 (Mar.1990).

[019] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "等間隔直線アレーを用いる最ゆう音源方位推定問題への勾配法の適用に関する一考察," 電気関係学会北海道支部連合大会, 137, p.169(Oct.1990).

[020] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "準ニュートン法を適用した最ゆう音源方位推定における収束計算の初期値設定について," 電気関係学会北海道支部連合大会, 168, p.202(Oct.1991).

[021] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "最大尤度法に基づく適応的音源方位推定アルゴリズム," 電気関係学会北海道支部連合大会, 413, p.470 (Oct.1992).

[022] 渡辺秀行, 鈴木正清, 永井信夫, 三木信弘, "等間隔直線アレーの場合における最大尤度法に基づく適応的音源方位推定," 音響学会講演論文集, 1-4-15, pp. 491-492(Oct.1992).