



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	モンテカルロ法による非灰色ガスの放射解析
Author(s)	大高, 円
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第3383号
Issue Date	1994-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3076654
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/50008
Type	doctoral thesis
File Information	000000272687.pdf



モンテカルロ法による
非灰色ガスの放射解析

大 高 円

目次

モンテカルロ法による 非灰色ガスの放射解析

北海道大学工学部
機械工学科
熱機関学第一講座

大 高 円

目次

1 緒言	1
1.1 本研究の目的	1
1.2 従来の研究	4
1.3 本研究の概要	7
2 放射熱伝達	9
2.1 放射の基礎	9
2.1.1 電磁波の発生機構	9
2.1.2 放射強度と放射熱流束	10
2.1.3 黒体放射	15
2.2 放射輸送方程式	20
2.2.1 巨視的な輸送方程式	21
2.2.2 Kirchhoff の法則	24
2.2.3 ガス層の放射物性	26
2.2.4 微視的な輸送方程式	29
2.3 ガスの吸収係数	34
2.3.1 線スペクトルの広がり	36

2.3.2	バンドモデル	39
2.3.3	実験値との比較	47
3	モンテカルロ法による放射解析	57
3.1	一次元非灰色放射解析	57
3.1.1	モンテカルロ法	58
3.1.2	疑似乱数について	61
3.1.3	放射熱伝達解析への適用	73
3.1.4	一次元系における解析結果	83
4	計算時間の短縮	100
4.1	決定論的方法と加速緩和法	101
4.1.1	決定論的計算法	101
4.1.2	加速緩和法	105
4.1.3	計算時間の測定結果	110
4.2	高並列計算機による計算	113
4.2.1	高並列計算機	113
4.2.2	プログラムの並列化	113
4.2.3	実効時間の測定結果	117
5	放射・対流共存熱伝達解析	127
5.1	基礎方程式および解析手法	127
5.2	解析結果	133
5.2.1	解析条件	134
5.2.2	非灰色ガスと灰色ガスの比較	136
5.2.3	噴出ガス温度の影響	138

5.2.4	ガス組成の影響	170
5.2.5	噴出速度の影響	202
5.2.6	ノズル径の影響	209
6	結言	213
	謝辞	223
	参考文献	225

主な記号

a		: 吸収率
		: 乗数
		: 加速係数
	$[m^2/s]$	: 温度伝導率
A	$[m^2]$	: 面積
c	$[m/s]$	: 光速 ($= 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$)
c_p	$[J/kg K]$	: 定圧比熱
d	$[cm^{-1}]$	: 線スペクトル間隔
		: 連の長さ
	$[m]$	: ノズル直径
D	$[m^2/s]$	: 物質拡散係数
E	$[J]$	: 光子の有するエネルギー
$F(x)$		: 累積分布関数
$G(x)$		: ガス放射に関する累積分布関数
h	$[J s]$	: Planck 定数 ($= 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$)
I	$[W/m^2 sr]$	: 放射強度
I_c		: 反復計算回数
k	$[J/K]$	: Boltzmann 定数 ($= 1.38054 \times 10^{-23} \text{ J/K}$)
$l_{p\nu}$	$[m]$	: 光子平均自由行程
l_m	$[m]$	: 混合距離
L	$[m]$	: 壁面間距離

m		: 法
n		: ガス要素分割数
		: セル数
n_g	$[m^{-3}]$	: 分子の数密度
N	$[1/m^2 \text{ sr}]$	: 単位体積、単位立体角当たりの光子数
		: 試行回数
$\mathcal{N}$	$[1/m^2]$	: 単位体積当たりの光子数
p	$[\text{atm}]$	: ガス圧力
P_e		: 有効拡がり圧力パラメータ
$P(x)$		: 確率密度関数
P		: 並列化率
q	$[\text{W}/m^2]$	: 放射熱流束
Q	$[\text{W}]$	: 放射エネルギー
R	$[\text{J}/\text{mol K}]$	: 一般ガス定数 ($= 8.3143 \text{ J}/\text{mol K}$)
S	$[m^2]$	: 表面積
	$[\text{cm}^{-1}/\text{g m}^{-2}]$	: 線スペクトル強度
S_p		: 速度向上率
t	$[\text{s}]$	: 時間
t_1	$[\text{s}]$	: ホスト・プロセスの実行時間
t_2	$[\text{s}]$	: ホストからセルへの通信時間
t_3	$[\text{s}]$	: セル・プロセスの実行時間
t_4	$[\text{s}]$	: セルからホストへの通信および同期時間
t_s	$[\text{s}]$	: 逐次処理の実行時間 ($= t_1 + t_2 + t_4$)
t_p	$[\text{s}]$	: 並列処理の実行時間 ($= t_3$)

T	[K]	: 絶対温度
u	[m/s]	: x 方向の速度
U_0	[m/s]	: 噴出ガス速度
v	[m/s]	: r 方向の速度
V	[m ³]	: 体積
w_i		: 分子 i の質量分率
$W(x)$		: 壁面放射に関する累積分布関数
α	[cm ⁻¹ /g m ⁻²]	: バンド強度パラメータ
β		: 線スペクトル重なりパラメータ
γ_C	[cm ⁻¹]	: 衝突広がりの半値幅
γ_D	[cm ⁻¹]	: Doppler 広がりの半値幅
γ_N	[cm ⁻¹]	: 自然広がりの半値幅
ε		: 射出率
ζ		: 誤差
η		: 確率変数
θ	[rad]	: 天頂角
κ	[m ⁻¹ /kg m ⁻³]	: 質量吸収係数
$\overline{\kappa_p}$	[m ⁻¹]	: Planck の平均吸収係数
ν	[cm ⁻¹]	: 波数
	[m ² /s]	: 動粘性係数
ν_0	[cm ⁻¹]	: 吸収バンドの代表波数
ξ		: 一様乱数
ρ	[kg/m ³]	: ガス密度
σ	[W/m ² K ⁴]	: Stefan-Boltzmann 定数 ($= 5.6697 \times 10^{-8}$ W/m ² K ⁴)

σ_{cv}	$[\text{m}^2]$	: 吸収断面積
τ		: 透過率
		: 光学距離
ϕ	$[\text{rad}]$	: 方位角
ω	$[\text{sr}]$	: 立体角
	$[\text{cm}^{-1}]$	: 吸収バンド幅パラメータ

添え字

<i>abs</i>	: 吸収
<i>b</i>	: 黒体
<i>emi</i>	: 射出
<i>g</i>	: ガス
<i>new</i>	: 修正後
<i>old</i>	: 修正前
<i>t</i>	: 渦、乱流
<i>w</i>	: 壁面
<i>ν</i>	: 単色、波数

第 1 章

緒言

1.1 本研究の目的

現在、我々が消費しているエネルギーは、その大部分を石油・石炭・天然ガスといった化石燃料に依存している。また、先進各国では工業・商業・交通および個人の生活レベルにおいて消費されるエネルギーが、その国の GNP の数十パーセントにも達している。この莫大なエネルギー消費は、深刻な社会問題を引き起こしている。

我々は、石油・石炭・天然ガスなどの化石燃料を各種工業機器内で燃焼させることにより、高温の燃焼ガスを発生させ、これの持つ熱エネルギーを必要であれば動力・電力等に変換し、利用している。ところが、この燃焼によって発生する燃焼ガスは、人体に有害な物質を含むことがあり、これによる大気汚染等の公害は、大きな社会問題となってきた。また、最近では、燃焼ガス中の二

酸化炭素による地球の温暖化、硫黄酸化物・窒素酸化物による酸性雨といった地球環境をとりまく問題も報告されている。

当然のことながら、化石燃料の埋蔵量は有限であり、これが枯渇するのは時間の問題である。これと決めて手となる代替エネルギーも見られていない現状においては、この限りある化石燃料の有効かつ効率的な利用およびこれに伴う環境問題に対する配慮が望まれる。

化石燃料の燃焼によって発生する高温の燃焼ガスは、これを構成する吸収ガス分子により、それぞれに固有ないくつかの波数域に吸収バンドを持ち、これによって放射エネルギーの吸収・射出を行う。吸収ガスのこの特性は波数選択性と呼ばれ、放射熱伝達を考慮する上で、非常に重要かつ興味深い特性である。

これら吸収ガスによる放射エネルギーの吸収・射出は、高温の燃焼ガスを発生する工業炉・燃焼室等の工業機器における熱伝達問題に大きく影響するのは無論のこと、前述の二酸化炭素による温暖化といった地球規模の熱伝達問題においても、非常に重要な役割を果たすこととなる。従って、化石燃料の有効利用を目的とした効率の良い工業機器の設計、あるいは地球環境問題に関する地球規模の熱伝達等を考慮する場合、吸収ガスの波数選択性を考慮した放射熱伝達の解析は、大変重要な研究課題であり、その工学的、社会的な意義も高いものと考えられる。

本研究では、吸収ガスの波数選択性を考慮した放射熱伝達機構の解明を目的とし、高温燃焼ガスの軸対称噴流における放射・対流共存熱伝達解析を行った。解析にあたり、吸収ガスの波数選択

性は、放射物性に波数依存性を有する非灰色ガスを用いること、
によって考慮し、放射熱伝達に関する解析手法としては、解析系
への汎用性および厳密解が得られる等の理由からモンテカルロ
法を用いた。また、これに先立って、解析に用いた非灰色ガスの
放射物性を実験値等と比較することにより、その妥当性を確認し
た。また、一次元系の解析結果を Modest [23] の解析結果と比較し、
解析手法の妥当性を確認した。さらに、モンテカルロ法の問題点
である長大な計算時間に対し、いくつかの計算時間短縮の手法
を考案し、その効果を確認した。

1.2 従来の研究

燃焼ガス中に含まれる水蒸気、二酸化炭素といった吸収ガスの放射物性に関する研究としては、Hottel ら [1,2] によってまとめられた、水蒸気および二酸化炭素の指向放射率のチャートが有名である。これは、ガス温度、吸収ガス分圧およびガス層の幾何学的な厚さをパラメータとしてまとめられており、全圧や混合ガスに対する補正図も示されている。しかし、実際の利用にあたっては、手順の煩雑さの点から汎用性に難があり、計算機における利用には向かない。

最近では、光学機器の精度の向上と共に、より精密な分光学的研究 [3-5] が可能となり、これに伴い量子力学に基づく理論的な放射物性の検討が行われるようになった。Tejwani ら [6] は $10 \sim 22 \mu\text{m}$ の波長域において水蒸気の単色吸収係数を理論的に求めている。また、Chu ら [7] は二酸化炭素を含む数種の吸収ガスに対し、吸収バンドの有効幅を理論的に算出している。

工学的な試みとしては、吸収バンドのモデル化が提案されている。そのひとつが狭域バンドモデルである。これは、吸収バンドを構成する線スペクトルについて、その形状と位置をモデル化するものである。この代表的なモデルとして Goody モデルと本解析において用いた Elsasser モデルが上げられる。Leckner [8] は Goody モデルを用いて水蒸気、二酸化炭素に対する全放射率を求めている。Goody モデルによる同様な解析として、二酸化硫黄に対する Chan ら [9] の研究、アセチレンに対する Brosmer ら [10] の研究が

挙げられる。工学的な計算を行う上で、この二つの狭域バンドモデルによって得られる結果は十分に正確なものであり、両者から求められる吸収バンドの吸収率の違いは最大でも8%あることが Plass [11,12] により報告されている。

工学的に汎用性の高いバンドモデルとして、広域バンドモデルが挙げられる。これは、吸収バンドの形を適当な曲線（あるいは直線）によって近似するものであり、Edwards ら [14-19] による指数型広域バンドモデルがよく知られている。文献 [17] において、Edwards らは水蒸気、二酸化炭素、一酸化炭素、メタン、二酸化硫黄および酸化窒素の主な吸収バンドに対する指数型バンドモデル・パラメータを示すと共に、これらの混合ガスに対する吸収バンドの重なりを考慮した放射物性の算出法を提案している。

さて、以上のような吸収ガスの放射物性に関する研究と並行して、これらを利用した放射熱伝達に関する研究も行われてきた。放射物性の波数依存性を考慮した研究として、Howell ら [20] による温度依存性を持つ非灰色ガス中の放射熱伝達解析が挙げられる。この研究は、高温・高圧下の水素に対しその単色吸収係数を解析的に求め、これを温度の異なる無限平行平板間に配した系に対し、その放射熱伝達をモンテカルロ法を用いて解析している。Edwards [21] は同様の解析系において二酸化炭素と窒素の等温混合ガスに対して解析を行っている。Hottel [22] は、吸収ガスの放射率に対し、質量光路長との関係から、これを吸収係数の異なる複数の灰色ガスの和として取り扱う方法を提案している。Modest [23] は仮想的な吸収バンドを持つ非灰色ガスを想定し、これに上述の

Hottelが提案した方法を適用することにより、温度分布を有する非灰色ガスの放射熱伝達解析を行っている。平野ら[24,25]はEdwardsらの示す指数型広域バンドモデルを用いて水蒸気、二酸化炭素に対する放射熱伝達解析を行い、その非灰色性に起因する熱伝達促進効果を明らかにしている。

また、対流熱伝達を伴う複合熱伝達問題を扱った研究として、水蒸気、二酸化炭素の層流チャネル流れの放射・対流共存熱伝達に対する実験および理論解析がSoufianiら[26]により報告されている。また、同様な層流チャネル流れに対する解析として、指数型広域バンドモデルを用いた平野ら[27-29]による研究が報告されている。

1.3 本研究の概要

本研究の概要を以下に説明する。本論文は6章からなり、その構成は次の通りである。

第1章では、まず本研究を行うにあたっての目的・背景について述べ、続いて放射熱伝達に関連した従来の研究を紹介し、終わりに本研究の概要を示した。

第2章では、放射に関する基礎事項についてとりまとめ、第3章以降で行うモンテカルロ法による放射熱伝達解析に対応する放射熱輸送方程式を導いた。解析に必要な非灰色ガスの放射物性としてEdwardsら[18,19]の提唱する指数型広域バンドモデルのモデル係数を狭域バンドモデルのElsasserモデルに適用し、算出する方法を示した。これによって求められる放射物性を他の研究による実験値等と比較し、その値の妥当性を確認した。

第3章では、まずモンテカルロ法による非灰色ガスの放射解析手法を第2章で導いた輸送方程式に基づき、一次元系において説明している。続いてモンテカルロ法に用いられる疑似乱数に対して、その発生法および統計的な性質を検討し、本解析に適した疑似乱数発生法を示した。次に温度の異なる黒体無限平行平板間に非灰色ガスを配した一次元系において、放射熱伝達解析を行った。その解析結果の一つをModest [23] による解析結果と比較することにより、本解析手法自体の妥当性を確認した。

第4章では、モンテカルロ法の問題点である長大な計算時間に対し、その短縮を試みた。一つはアルゴリズムの改良によるソフ

ト・ウェア的なアプローチ、もう一つは高並列計算機を利用したハード・ウェア的なアプローチである。ある解析条件において解析に要する計算時間は、前者の方法により約 $1/38$ に短縮され、また後者の方法では約 $1/63$ にまで短縮された¹。

第5章では、非灰色ガスの高温軸対称噴流に対する放射・対流共存熱伝達解析をいくつかの解析条件において行い、噴流内の温度分布および噴流周りに射出される放射熱流束に対する影響を調べた。解析にあたり、熱輸送方程式中にあらわれる速度場は実験式によって与え、放射項についてはこれをモンテカルロ法によって求めた。

第6章では、本研究の結論をとりまとめた。

¹64 個の CPU を並列に利用した場合

第 2 章

放射熱伝達

2.1 放射の基礎

本節では、次節以降で使用する放射熱伝達に関する基本的な物理量である黒体の放射強度および黒体面からの放射熱流束の定義および式を示す。

2.1.1 電磁波の発生機構

放射熱伝達は、遠・近赤外線、可視光線、紫外線の一部からなる波数域の電磁波が、分子によって射出・吸収される現象であり、これによるエネルギー伝達を意味する。このような電磁波は、電荷の周期的な加速によって生ずるが、その発生機構には、図 2.1 に示す 3 つが考えられる。すなわち、(a) 分子の振動による発生、(b) 電気的な極性を有する分子の回転による発生、(c) 原子核まわりの電子運動による発生である。これらの機構によって発生する電

磁波は、それぞれ固有な波数域に対応しており、その関係を図2.2に示す。本論文が対象とする温度レベル(300~2000 K)において重要となる波数域は、 $\sim 10^4 \text{ cm}^{-1}$ であり、これに対応する電磁波の発生機構は、おもに(a)と(b)である。

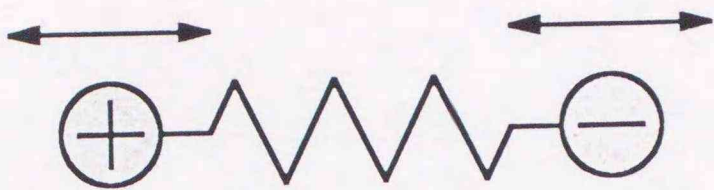
2.1.2 放射強度と放射熱流束

量子論によると、分子は不連続なエネルギー状態においてのみ存在し、励起された分子によって射出される放射エネルギーは、連続的に現れる電磁波の列であり、エネルギーの塊として捉えることができる。このエネルギーの塊は空間を光の速度で移動し、他の分子によって吸収され、その分子のエネルギー状態を励起する。Einsteinは、この波動的性格と粒子的性格を合わせ持つエネルギーの塊を光子と名づけ、これの有するエネルギー E が、その波数 ν に比例するものとした。

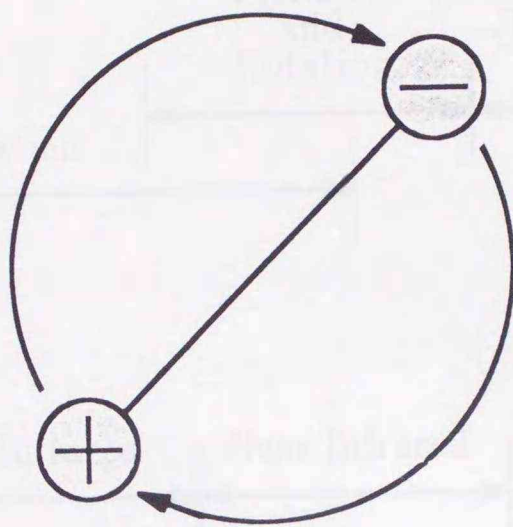
$$E = h\nu \quad (2.1)$$

ここで、 h はPlanck定数($h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)であり、 c は光の速度($c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$)である。

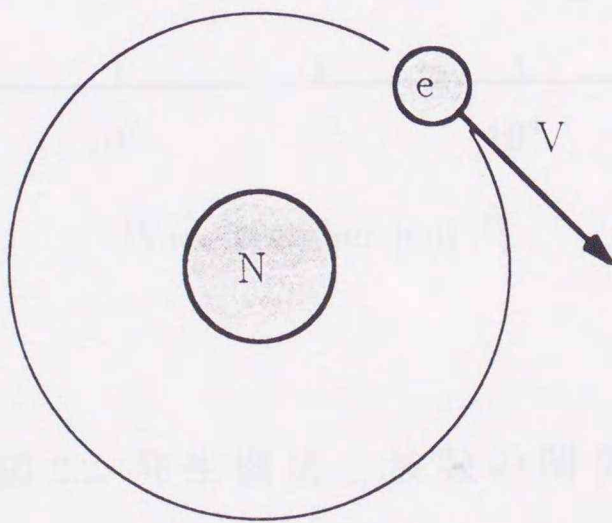
放射場(電磁場)の特性を示す値として、光子分布関数 f_ν を導入する。図2.3に示す位置 $\vec{r}$ において、波数範囲 $\nu \sim \nu + d\nu$ (エネルギー範囲 $E \sim E + dE$)にある単位体積当たりの光子の内、方向 $\vec{s}$ に単位立体角が張る空間内を移動するものの数を dN とすると、光子分布関数 f_ν は、次式のように定義される。



(a) Molecular Vibration



(b) Molecular Rotation



(c) Electric

図 2.1: 電磁波の発生機構

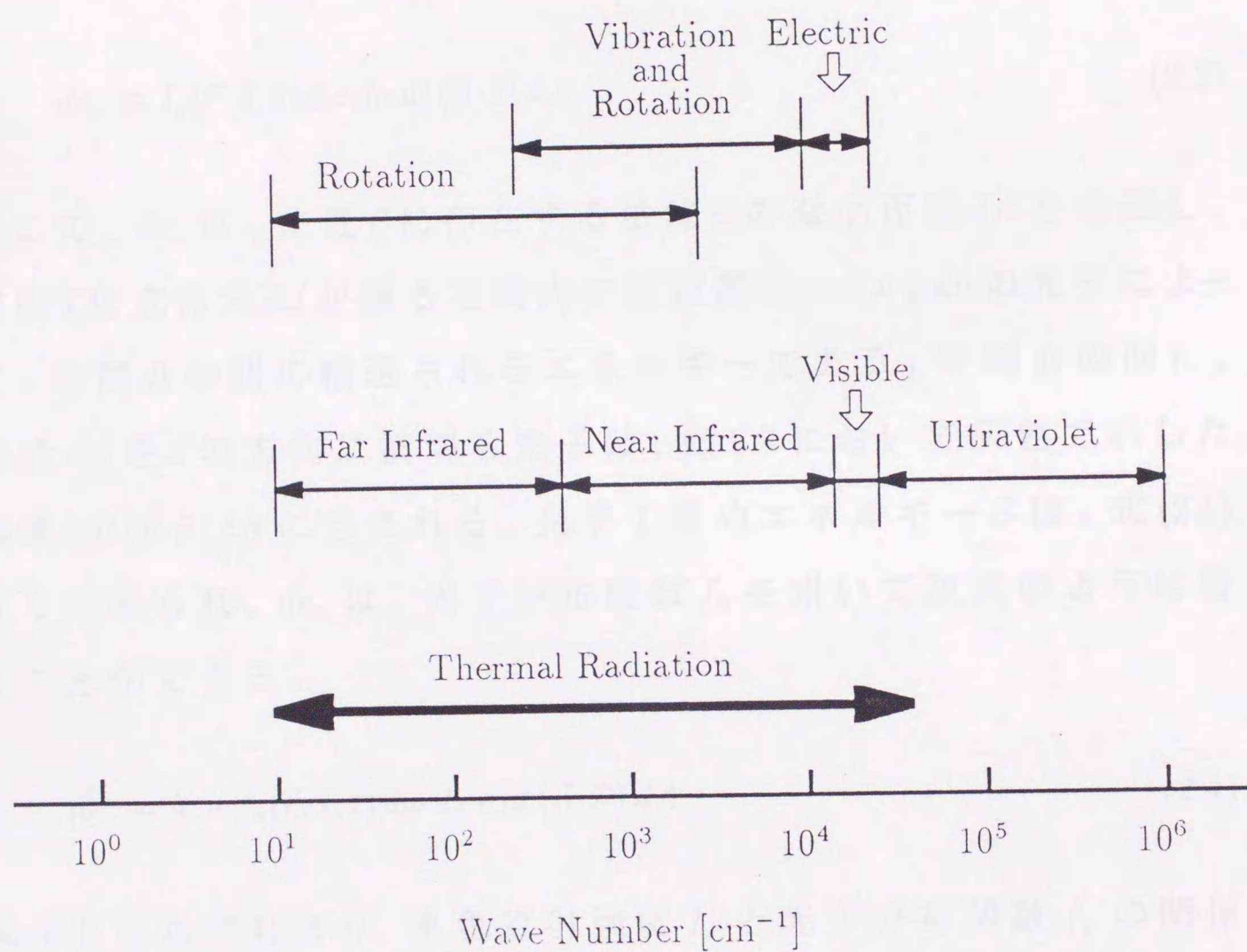


図 2.2: 発生機構と波数の関係

$$f_\nu(\vec{r}, \vec{s}, t) \equiv \frac{dN}{d\nu} \quad (2.2)$$

位置 $\vec{r}$ から、方向 $\vec{s}$ に輸送される単位時間、単位波数、単位立体角、単位投影面積当たりの放射エネルギーは、単色放射強度 I_ν とよばれ、次式によって定義される。

$$de_\nu \equiv I_\nu(\vec{r}, \vec{s}, t) d\omega d\nu dt (\vec{n} \cdot \vec{s}) dA \quad (2.3)$$

ここで、 de_ν は、位置 $\vec{r}$ に存在する法線 $\vec{n}$ の微小面積 dA を通過し、方向 $\vec{s}$ に立体角 $d\omega$ が張る空間内の波数範囲 $\nu \sim \nu + d\nu$ の光子によって、時間 dt の間に輸送されるエネルギーである。時間 dt の間に、面積 dA を $\vec{s}$ の方向に横切る光子は、図 2.3 において灰色で示した領域 $c dt (\vec{n} \cdot \vec{s}) dA$ に含まれる。光子 1 個のエネルギー E は、式 (2.1) より求められ、 de_ν は、光子分布関数 f_ν を用いて次式のように書くことができる。

$$de_\nu = h c \nu f_\nu(\vec{r}, \vec{s}, t) d\omega d\nu c dt (\vec{n} \cdot \vec{s}) dA \quad (2.4)$$

式 (2.3) と式 (2.4) より、単色放射強度 I_ν と光子分布関数 f_ν の関係は、次式のようになる。

$$I_\nu = h c^2 \nu f_\nu \quad (2.5)$$

位置 $\vec{r}$ を全ての方向から通過する放射を考慮した場合、この位置を通過する単位面積、単位時間、単位波数幅当たりの正味放射エネルギー量とその方向 $\vec{s}$ は、次式の単色放射熱流束ベクトル $\vec{q}_\nu$

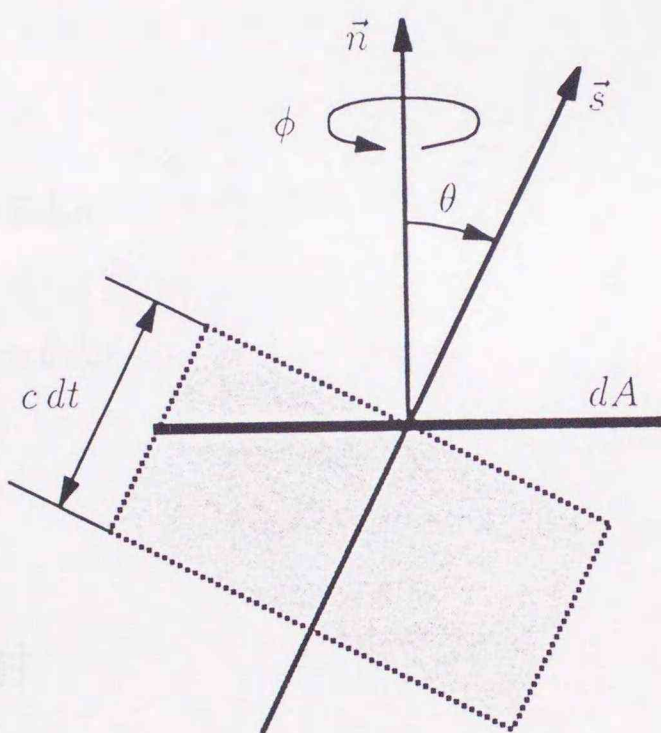


図 2.3: 微小面積と立体角の関係

であらわされる。

$$\vec{q}_\nu \equiv \int_{4\pi} I_\nu (\cos \theta_x \cdot \vec{i} + \cos \theta_y \cdot \vec{j} + \cos \theta_z \cdot \vec{k}) d\omega \quad (2.6)$$

$$= \int_{4\pi} I_\nu \vec{s} d\omega \quad (2.7)$$

ここで、 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ は x, y, z 軸方向の単位ベクトル、 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ は I_ν の方向と x, y, z 軸のなす角である。また、単色放射熱流束 q_ν は、法線方向 $\vec{n}$ の面積 dA を横切る正味放射エネルギー量であるから、

$$\begin{aligned} q_\nu &= \vec{n} \cdot \vec{q}_\nu \\ &= \int_{4\pi} I_\nu \vec{n} \cdot \vec{s} d\omega \\ &= \int_{4\pi} I_\nu \cos \theta d\omega \end{aligned} \quad (2.8)$$

となる。

2.1.3 黒体放射

熱力学的な平衡状態、すなわち力学的・化学的・熱的な平衡状態における放射を検討するため、温度 T の黒体壁に取り囲まれた空間の放射場を考える。空間は壁による放射エネルギーの射出および吸収によって、短時間の内に熱力学的平衡に達し、その後、空間の放射場は変化しない。このとき、空間は、温度 T の壁と熱力学的平衡にある光子によって満たされる。また、図 2.4 に示すように、この空間の様子は、壁に設けられた小さな窓から観察する事

ができるものとする。Bose-Einstein の統計分布と式(2.1)より、 E と $E + dE$ の間のエネルギーを持つ単位体積当たりの光子数は、次式となる。

$$\begin{aligned} dN &= \frac{8\pi}{(hc/kT)^3} \cdot \frac{(E/kT)^2}{[\exp(E/kT) - 1]} \cdot \frac{dE}{kT} \\ &= \frac{8\pi\nu^2}{[\exp(hc\nu/kT) - 1]} d\nu \end{aligned} \quad (2.9)$$

ここで、 k は Boltzmann 定数 ($k = 1.38054 \times 10^{-23}$ J/K) とよばれ、ガス定数を Avogadro 数で割ったものである。これらの光子が、空間内を光の速度 c で移動することは、先にも述べた通りであるが、その移動方向は一様で、指向性はない。

空間が熱力学的平衡にある場合、これに含まれる光子の空間的分布は一様であることから、 $E \sim E + dE$ のエネルギーを持つ単位体積、単位立体角当たりの光子数 dN は、式(2.9)より、

$$\begin{aligned} dN &= \frac{dN}{4\pi} \\ &= \frac{2\nu^2}{[\exp(hc\nu/kT) - 1]} d\nu \end{aligned} \quad (2.10)$$

となる。これを式(2.2)に代入することにより、この空間の光子密度関数 f_ν が、直ちに求められる。

$$f_\nu(\vec{r}, \vec{s}, t) = \frac{2\nu^2}{[\exp(hc\nu/kT) - 1]} \quad (2.11)$$

この光子密度関数 f_ν と式(2.5)によって得られる単色放射強度は、

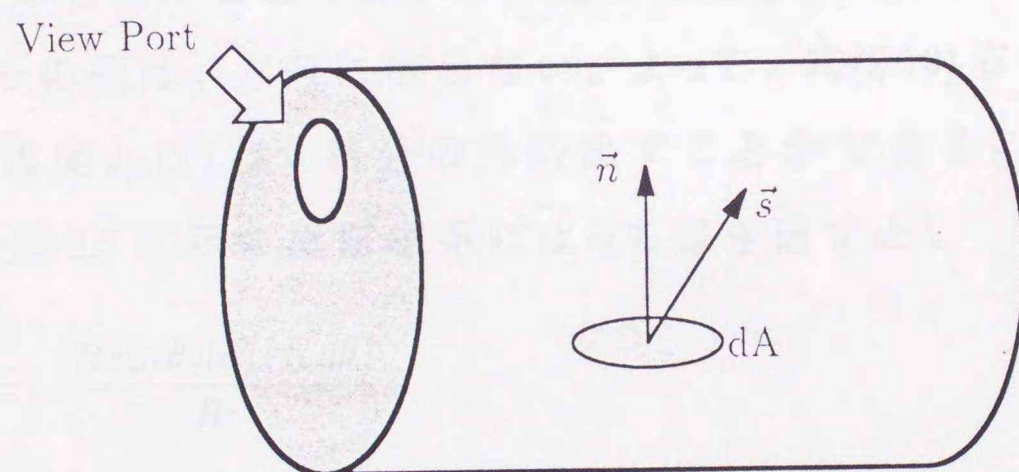


図 2.4: 等温の黒体壁に囲まれた空間

単色黒体放射強度 $I_{b\nu}(T)$ とよばれる。

$$I_{b\nu}(T) = \frac{2hc^2\nu^3}{[\exp(hc\nu/kT) - 1]} \quad (2.12)$$

黒体壁面上の単位面積から単位時間、単位波数幅当たり射出される放射エネルギー、つまり単色黒体放射熱流束 $q_{b\nu}(T)$ は、式(2.8)より次のようになる。ただし、壁面上の点より臨む全立体角は 2π となる。

$$q_{b\nu}(T) = \int_{2\pi} I_{b\nu}(T) \cos \theta d\omega \quad (2.13)$$

式(2.12)からも分かるように、単色黒体放射強度 $I_{b\nu}(T)$ は、等方性を示し、その値は、方向に依らない。よって、式(2.13)右辺の単色黒体放射強度 $I_{b\nu}(T)$ は、積分の外に出すことができる。また、立体角 $d\omega$ を図 2.5 に示す極座標系によって書き直すと、

$$\begin{aligned} d\omega &= \frac{(R \sin \theta d\phi)(R d\theta)}{R^2} \\ &= \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (2.14)$$

となることから、式(2.13)は、次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} q_{b\nu}(T) &= I_{b\nu}(T) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \pi I_{b\nu}(T) \\ &= \frac{2\pi hc^2\nu^3}{[\exp(hc\nu/kT) - 1]} \end{aligned} \quad (2.15)$$

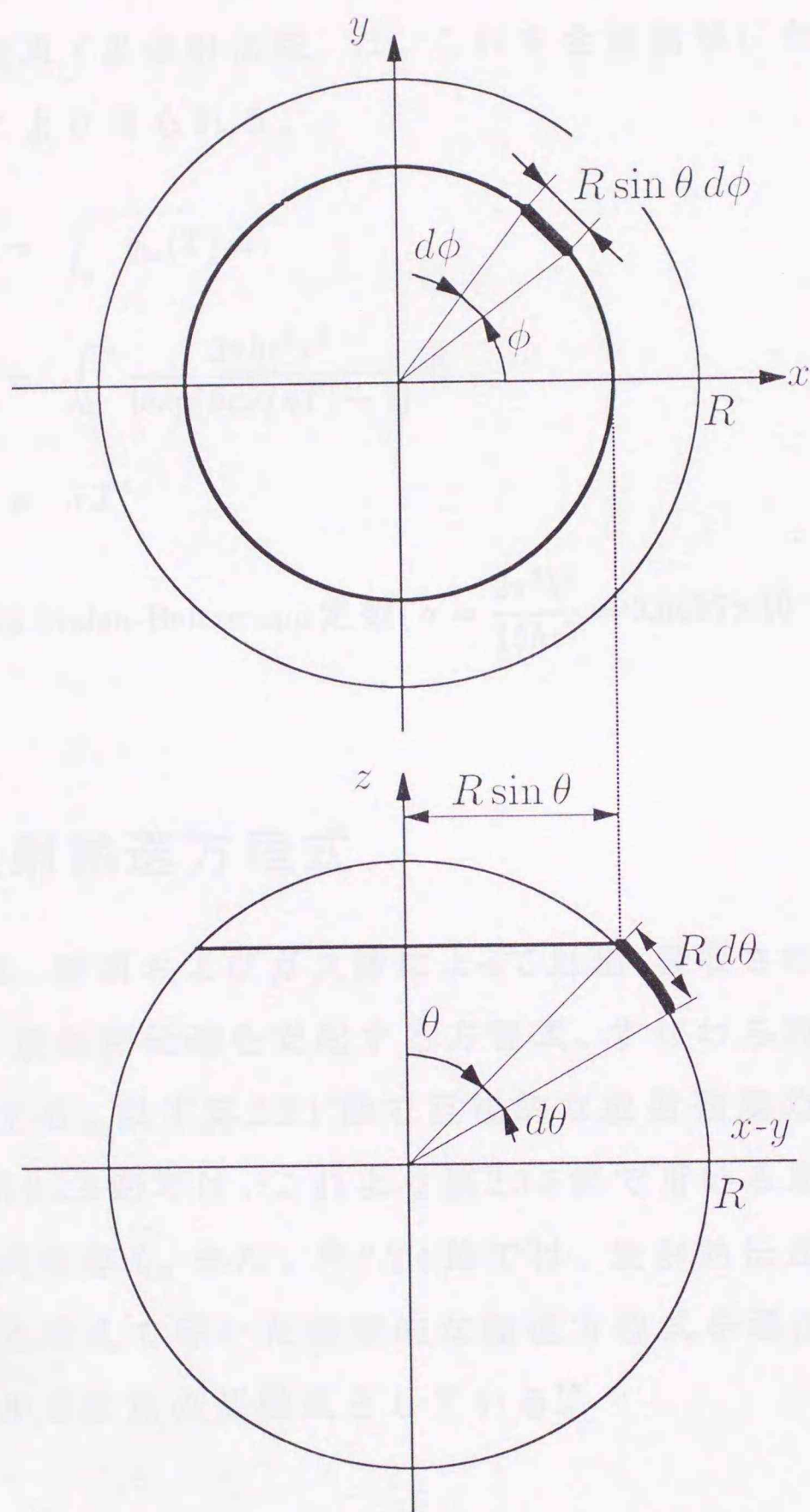


図 2.5: 極座標系における立体角

式(2.15)は、一般に Planck の法則として知られるものである。全黒体放射熱流束（黒体射出能）は、これを全波数域にわたって積分することにより得られる。

$$\begin{aligned} q_b(T) &= \int_0^\infty q_{b\nu}(T) d\nu \\ &= \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2 \nu^3}{[\exp(hc\nu/kT) - 1]} d\nu \\ &= \sigma T^4 \end{aligned} \tag{2.16}$$

ここで、 σ は Stefan-Boltzmann 定数 ($\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15hc^3} = 5.6697 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$) である。

2.2 放射輸送方程式

本節では、壁面およびガス体によって射出・吸収される電磁波の特性より、放射熱伝達を支配する方程式、すなわち放射輸送方程式を導出する。以下第 2.2.1 節で巨視的な放射強度の輸送方程式を導き、第 2.2.3 節では、これより第 2.3.3 節で用いる単色指向放射率の定義式を導く。また、第 2.2.4 節では、放射熱伝達を光子の挙動の集積と考えて導いた微視的な輸送方程式を導出し、後述のモンテカルロ計算の基礎式としている。

2.2.1 巨視的な輸送方程式

伝導・対流による熱伝達が、局所的な熱物性と温度勾配によって支配されるのに対し、放射による熱伝達は、空間的に離れた要素間でもエネルギーの伝達が行われる。例えば、図 2.6 に示すような吸収ガス（水蒸気・二酸化炭素等）で満たされた表面積 S 、体積 V の容器を考えた場合、ガス中の微小体積に入射する放射エネルギーは次式のようにになる。

$$q = \int_S q_S dS + \int_V q_V dV \quad (2.17)$$

つまり、ある要素に対する放射の効果を求める場合、要素の近傍だけでなく、要素を含む系全体からの影響を考慮する必要がある。また、伝導・対流による熱伝達が、微分の形で表されるのに対し、放射による熱伝達は、式(2.17)からも分かるように、積分の形で表される。この点が、放射熱伝達解析を難しくしている理由の一つであると考えられる。

工学の分野において、放射輸送方程式は、放射強度に関する輸送方程式として示されることが多い。そこで、この放射強度に関する輸送方程式を光子の保存式から導いておく。

前節で導入した光子分布関数 f_ν を用いると、体積要素 dV 内にあり波数範囲 $\nu \sim \nu + d\nu$ で、 $\vec{s}$ 方向を中心とした立体角 $d\omega$ の方向に進行する光子数の保存式は次のようになる。

$$\frac{\partial(f_\nu d\omega d\nu dV)}{\partial t} + c\vec{s} \cdot \nabla(f_\nu d\omega d\nu dV)$$

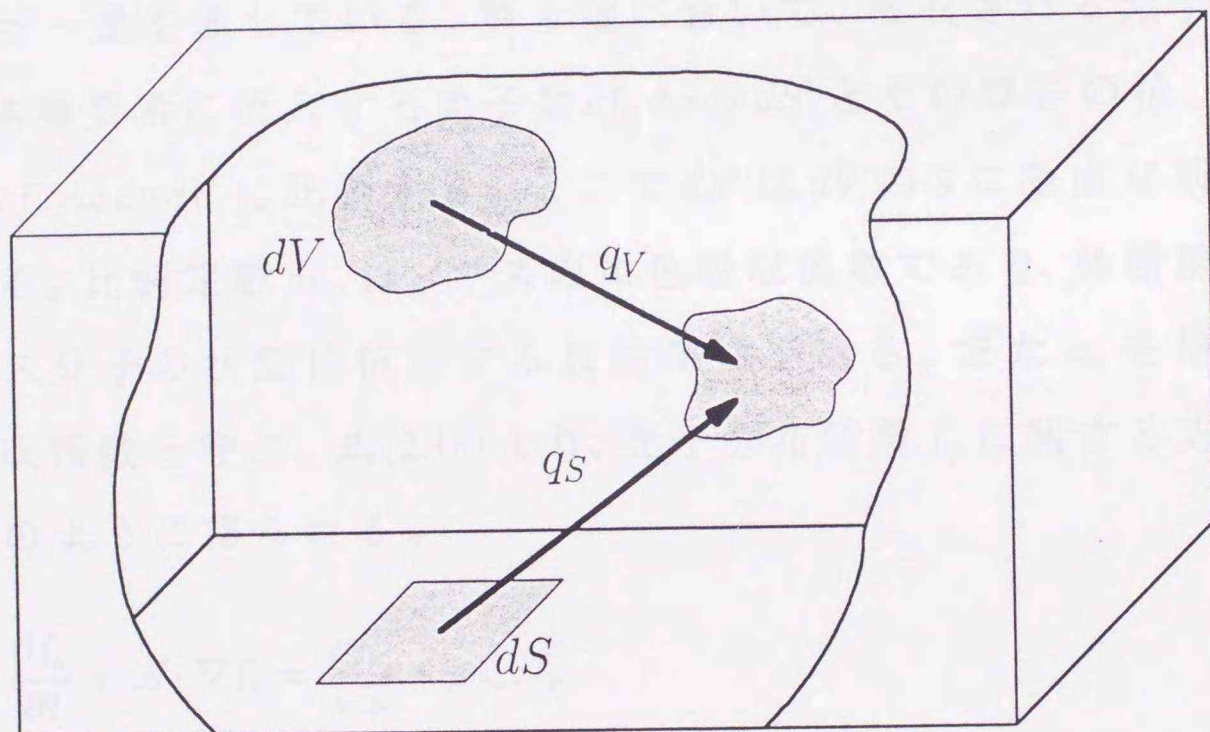


図 2.6: 体積要素に入射する放射エネルギー

$$-\frac{\rho j_\nu d\omega d\nu dV}{hc\nu} + \rho\kappa_\nu c f_\nu d\omega d\nu dV = 0 \quad (2.18)$$

式(2.18)の左辺第1項は、光子数の時間変化を表している。第2項は、方向 $\vec{s}$ に体積要素表面を横切って正味流入する光子数を表す。第3項および第4項は、体積要素中の分子によって射出・吸収される光子数を示す。第3項に現れる ρ はガス密度であり、また j_ν は、質量射出係数とよばれ、単位密度のガスから単位体積・立体角あたり、波数範囲 $\nu \sim \nu + d\nu$ の光子によって射出される放射エネルギー量を表している。第4項において、吸収される光子の数は、体積要素に流入する光子数 $c f_\nu d\omega d\nu dS'$ とその厚さの積、すなわち $c f_\nu d\omega d\nu dV$ に比例する。ここで dS' は dV の $\vec{s}$ に垂直な断面積である。比例定数 $\rho\kappa_\nu$ は、ガスの単色吸収係数であり、体積要素中のガス分子の状態に依存する放射物性である。また κ_ν を単色質量吸収係数と呼ぶ。式(2.18)より、光子分布関数 f_ν に関する方程式が次のように得られる。

$$\frac{\partial f_\nu}{\partial t} + c\vec{s} \cdot \nabla f_\nu = \frac{\rho j_\nu}{hc\nu} - \rho\kappa_\nu c f_\nu \quad (2.19)$$

式(2.5)によって、式(2.19)は放射強度に関する方程式に書き換えられる。

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \vec{s} \cdot \nabla I_\nu = \rho j_\nu - \rho\kappa_\nu I_\nu \quad (2.20)$$

さらに式(2.20)の第1項は、 $1/c$ の値が非常に小さいことから、これを無視することができる。以上から、方向 $\vec{s}$ に沿った放射輸送

方程式が、次のように得られる。

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \rho j_\nu - \rho \kappa_\nu I_\nu \quad (2.21)$$

2.2.2 Kirchhoff の法則

図 2.4 のような温度 T の黒体壁からなる容器が、媒体（ガス分子）で満たされている場合、容器内の放射が平衡状態に達しているとする、この容器内の放射場で Kirchhoff の法則が成立し下記の各項が成立する。

1. 一様な媒体からなる領域の放射場は、一様であり、偏光は生じない。
2. 屈折率 n_ν の一様な媒体からなる領域において、 I_ν/n_ν^2 の値は容器内の全ての点において等しい。
3. ある点の単色の放射強度・質量吸収係数・質量射出係数が、それぞれ I_ν 、 κ_ν 、 j_ν であれば、 $I_\nu = j_\nu/\kappa_\nu$ となる。
4. $j_\nu/(\kappa_\nu n_\nu^2)$ の値は、容器内の全ての点において一様であり、その値は $I_{b\nu}(T)$ に等しい。

ここで、(2)~(4) に現れる屈折率 n_ν は、本解析で取り扱う媒体が、水蒸気・二酸化炭素等のガスであることを考えると、ほぼ1と見なすことができる。これより、質量射出係数 j_ν と黒体放射強度 $I_{b\nu}$ は次のような関係となる。表 2.1 に二酸化炭素の屈折率を示す [13]。

$$j_\nu = \kappa_\nu I_{b\nu}(T) \quad (2.22)$$

表 2.1: 二酸化炭素の屈折率[13]

Index of Refraction referred to a Vacuum $(n - 1) \times 10^6$				
Temperature [°C]	Wave Number [cm ⁻¹]			
	758	2000	5000	10000
0	400.4	531.6	433.6	441.4
1000	84.90	112.7	91.94	93.60
2000	47.94	63.05	51.42	52.53

式(2.22)により式(2.21)の放射強度伝達方程式に現れる j_ν を書き換える。

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \rho\kappa_\nu I_{b\nu}(T) - \rho\kappa_\nu I_\nu \quad (2.23)$$

式(2.23)によってあらわされる放射強度の輸送程式を解くことにより、任意の点の放射強度が求められ、放射による熱エネルギー輸送が明らかとなる。しかし、ここで注意しなければならないのは、式(2.23)が、方向 $\vec{s}$ の経路 s に沿った放射強度の輸送方程式を表していることである。つまり、実際の系に対し、この方程式を解く場合、系内の空間を網羅する無数の経路が、必要になるのである。

2.2.3 ガス層の放射物性

図2.7のような、ガス層の中を伝達される放射強度を考える。ガス層の温度 T と吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ は、一様であり、 $s=0$ でガス層に入射する放射強度を $I_{\nu 0}$ とする。式(2.23)を経路 s に沿って積分することにより、次式を得る。

$$\begin{aligned} I_\nu &= I_{\nu 0} \exp(-\rho\kappa_\nu s) + I_{b\nu}(T) \{1 - \exp(-\rho\kappa_\nu s)\} \\ &= I_{\nu 0} \tau_{g\nu} + I_{b\nu}(T) \varepsilon_{g\nu} \\ &= I_{\nu 0} (1 - a_{g\nu}) + I_{b\nu}(T) \varepsilon_{g\nu} \end{aligned} \quad (2.24)$$

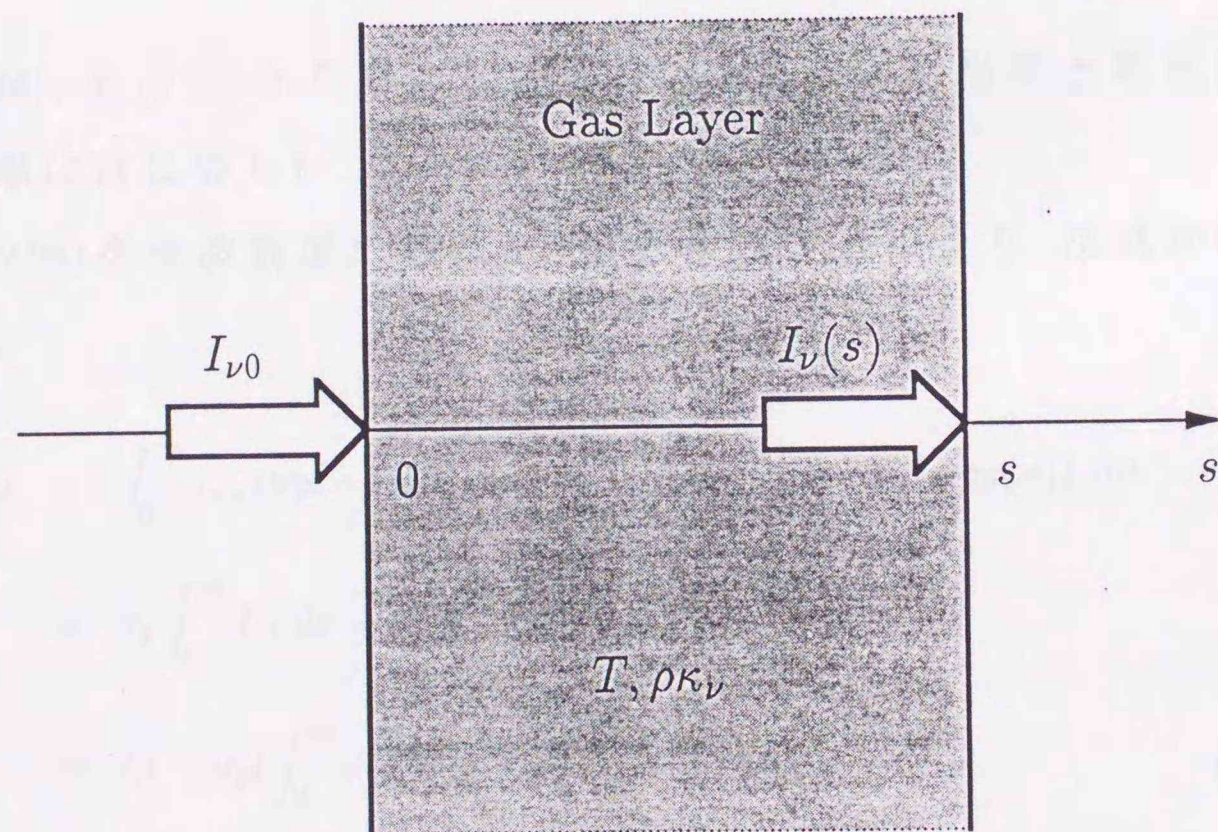


図 2.7: ガス層を伝達される放射強度

ここで、 $\tau_{g\nu}$ 、 $\varepsilon_{g\nu}$ 、 $a_{g\nu}$ はそれぞれガス層の単色指向透過率、単色指向射出率、単色指向吸収率であり、次式によって定義される。

$$\tau_{g\nu} \equiv \exp(-\rho\kappa_\nu s) \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{g\nu} \equiv 1 - \exp(-\rho\kappa_\nu s) \quad (2.26)$$

$$a_{g\nu} \equiv 1 - \tau_{g\nu} = 1 - \exp(-\rho\kappa_\nu s) \quad (2.27)$$

式(2.26)、式(2.27)から分かるように、単色指向射出率と単色指向吸収率は常に等しい。

式(2.24)を全波数域にわたって積分することにより、次式が得られる。

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\infty I_{\nu 0} \exp(-\rho\kappa_\nu s) d\nu + \int_0^\infty I_{b\nu}(T) \{1 - \exp(-\rho\kappa_\nu s)\} d\nu \\ &= \tau_g \int_0^\infty I_{\nu 0} d\nu + \varepsilon_g \int_0^\infty I_{b\nu}(T) d\nu \\ &= (1 - a_g) \int_0^\infty I_{\nu 0} d\nu + \varepsilon_g \int_0^\infty I_{b\nu}(T) d\nu \end{aligned} \quad (2.28)$$

ここで、 τ_g 、 ε_g 、 a_g はそれぞれガス層の指向透過率、指向射出率、指向吸収率であり、その定義は以下の通り。

$$\tau_g \equiv \frac{\int_0^\infty I_{\nu 0} \exp(-\rho\kappa_\nu s) d\nu}{\int_0^\infty I_{\nu 0} d\nu} \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_g \equiv \frac{\int_0^\infty I_{b\nu}(T) \{1 - \exp(-\rho\kappa_\nu s)\} d\nu}{\int_0^\infty I_{b\nu}(T) d\nu} \quad (2.30)$$

$$a_g \equiv \frac{\int_0^\infty I_{\nu 0} \{1 - \exp(-\rho\kappa_\nu s)\} d\nu}{\int_0^\infty I_{\nu 0} d\nu} \quad (2.31)$$

式(2.30)と式(2.31)より、ガス層に入射する単色放射強度 $I_{\nu 0}$ が、ガス層の温度 T における単色黒体放射強度 $I_{b\nu}(T)$ に比例する（入射が温度 T の灰色体から射出されたものである）か、ガス層の単色吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ が、波数によらず一定の値をとる（灰色ガスである）場合、指向射出率 ε_g と指向吸収率 a_g は等しくなる。

2.2.4 微視的な輸送方程式

本論文では、分子によって射出された光子が、他の分子によって吸収されるまでの挙動を数値的にシミュレーションすることにより、放射熱伝達解析を行う。このため解析にあたっては、射出から吸収にいたる光子の挙動を記述した関係式が必要になる。そこで、ここまでに示した放射に関する記述等から、本解析に必要な関係式を導く。

黒体面からの射出

式(2.12)～式(2.16)より、温度 T 、面積 A の黒体面から射出される放射エネルギー $Q_b(T)$ は、次式となる。

$$\begin{aligned} Q_b(T) &= \int_A \int_{2\pi} \int_0^\infty I_{b\nu}(T) \cos \theta \, d\nu \, d\omega \, dA \\ &= \underbrace{\int_0^\infty I_{b\nu}(T) \, d\nu}_{\text{射出波数}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta \, d\theta}_{\text{射出方向}} \underbrace{\int_A dA}_{\text{射出位置}} \quad (2.32) \end{aligned}$$

式(2.32)の右辺は、4個の積分からなる。最初の積分は、各波数域から射出される放射エネルギー、すなわち波数域の射出光子数を表しており、光子の射出波数に関する情報を与える。2番目と3番目の積分は光子の射出方向、4番目の積分は光子の射出位置に関する情報を示す。

ガス体からの射出

温度 T 、体積 V のガス体から射出される放射エネルギー $Q_g(T)$ は¹、式(2.18)に現れる射出係数 j_ν の定義と式(2.22)から直ちに求められる。

$$\begin{aligned} Q_g(T) &= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \rho j_\nu \, d\nu \, d\omega \, dV \\ &= \underbrace{\int_0^\infty \rho \kappa_\nu I_{b\nu}(T) \, d\nu}_{\text{射出波数}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta}_{\text{射出方向}} \underbrace{\int_V dV}_{\text{射出位置}} \quad (2.33) \end{aligned}$$

¹これには、体積 V のガス体による自己吸収も含まれる。

式(2.32)と同様に、式(2.33)の右辺も4個の積分の積となる。最初の積分は光子の射出波数、2番目と3番目の積分は光子の射出方向、4番目の積分は光子の射出位置に関する情報を含んでいる。

光子平均自由行程

黒体面あるいはガス体から射出された光子は、光の速度で空間を移動し、分子に衝突して、これに吸収される。ここでは、ガスの中に射出された光子が、吸収までの間に移動する距離について考えてみる。

射出から衝突にいたる光子の挙動は、分子運動とのアナロジーにより、分子運動論から説明される。光子がガス分子に衝突・吸収されるまでに移動する平均的な距離は、光子平均自由行程 $l_{p\nu}$ とよばれ、分子の平均自由行程に相当する。分子運動論によると、平均自由行程はガス分子の衝突断面積と数密度に反比例する。同様に光子平均自由行程 $l_{p\nu}$ は、光子の吸収に関する衝突断面積 $\sigma_{c\nu}$ と分子の数密度 n_g に反比例する。この光子の吸収に関する衝突断面積 $\sigma_{c\nu}$ は、ガスの吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ と、次のような関係にある。

$$\sigma_{c\nu} = \frac{\rho\kappa_\nu}{n_g} \quad (2.34)$$

これは、単位厚さのガス中の放射強度の減衰割合が、式(2.23)より

$$\frac{1}{I_\nu} \frac{dI_\nu}{ds} = -\rho\kappa_\nu$$

とあらわされ、また光子数の減少する割合が、

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{ds} = -\sigma_{cv} \cdot n_g$$

とあらわされることから導かれる。ここで、分子運動論における衝突断面積が、ガス分子に固有な値であるのに対し、光子の吸収に関する衝突断面積 σ_{cv} は、ガスの状態に依存する値であることに注意する必要がある。この関係を用いると、分子運動論における平均自由行程と衝突断面積の関係から、光子平均自由行程 $l_{p\nu}$ は、ガスの吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ の逆数となることが分かる。

$$l_{p\nu} \equiv \frac{1}{n_g \sigma_{cv}} = \frac{1}{\rho\kappa_\nu} \quad (2.35)$$

光子が吸収されるまでに移動する距離は、各光子によって異なるが、その平均的な距離として、光子平均自由行程が与えられる。これより、光子の移動距離に関する情報として、光子が分子に衝突する（吸収される）ことなく、距離 s を移動する確率 $P(s)$ を求めてみよう。

N_0 個の光子が、それぞれの経路に沿って移動する場合、分子と衝突することなく距離 s を移動する光子の数、つまり距離 s だけ移動したときの光子の生き残り数を $N(s)$ とする。1 個の光子が距離 ds を移動する間に分子と衝突する確率は $ds/l_{p\nu}$ となるから、 $s \sim s + ds$ の間に吸収される光子数は、 $N(s) ds/l_{p\nu}$ と考えられる。これより、次のような光子数 $N(s)$ に関する方程式が得られる。

$$N(s + ds) - N(s) = -N(s) \frac{ds}{l_{p\nu}} \quad (2.36)$$

ここで、左辺は

$$\begin{aligned} N(s+ds) - N(s) &= N(s) + \frac{dN(s)}{ds} ds - N(s) \\ &= \frac{dN(s)}{ds} ds \end{aligned}$$

となるから、式(2.36)は次式のように書き換えられる。

$$\frac{dN(s)}{ds} = -\frac{N(s)}{l_{p\nu}} \quad (2.37)$$

式(2.37)を s に沿って積分することにより、光子数 $N(s)$ に関する関係式が得られる。光子平均自由行程 $l_{p\nu}$ は、式(2.35)によりガスの吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ に書き換えられる。

$$\begin{aligned} N(s) &= N_0 \exp\left(-\frac{s}{l_{p\nu}}\right) \\ &= N_0 \exp(-\rho\kappa_\nu s) \end{aligned} \quad (2.38)$$

式(2.38)の関係式は、Beerの法則とよばれる。式(2.38)より、光子が、分子に衝突することなく距離 s を移動する確率 $P(s)$ は、次のようになる。

$$P(s) = \frac{N(s)}{N_0} = \exp(-\rho\kappa_\nu s) \quad (2.39)$$

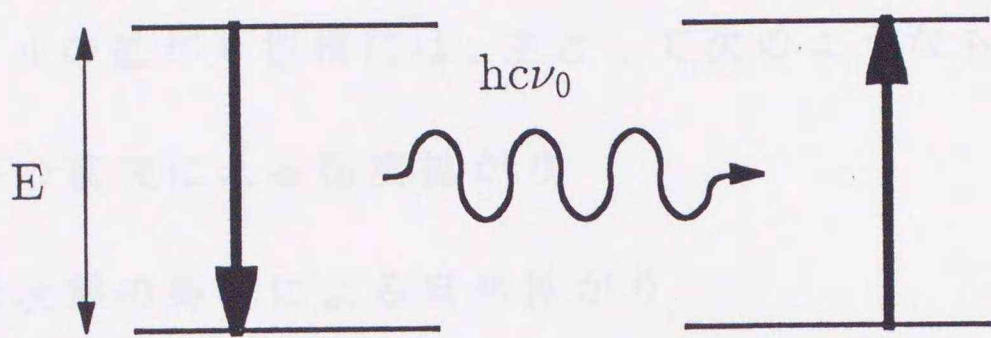
以上、光子の挙動を直接シミュレートするために必要な関係式を導いてきたが、式(2.33)は、式(2.23)に示す放射強度の輸送方程式の右辺第1項を波数、立体角、体積に関して積分したものであ

り、式(2.37)は、式(2.23)に示す放射強度の輸送方程式の右辺第1項を除いたものに他ならない。よって、ここに導いた光子の挙動を示す関係式は、光子のレベルから見た微視的な放射熱輸送方程式と考えることができるのである。

2.3 ガスの吸収係数

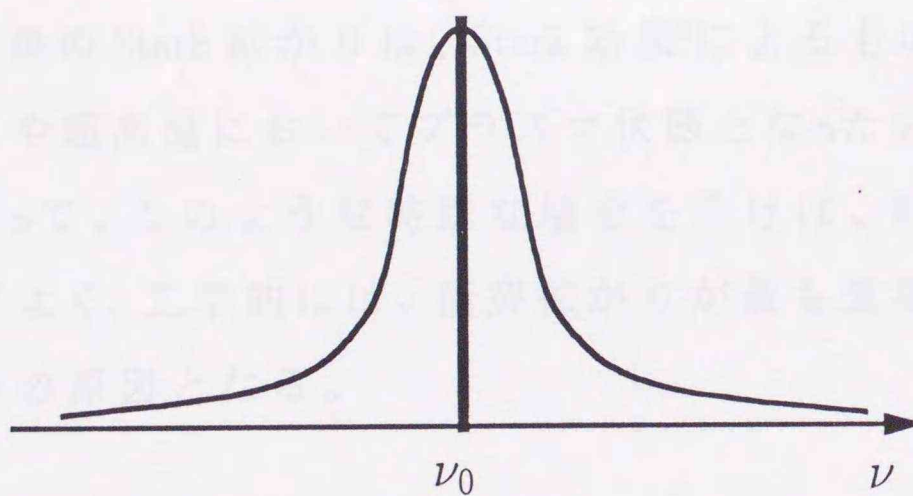
分子によって射出される放射エネルギーは、図2.8の(a)(b)に示すように、分子のエネルギー状態が遷移することにより発生する。このとき、観察される放射エネルギーは、式(2.1)からも分かるように、ある特定の波数の光子によって構成される。よって、この際射出される放射エネルギーの放射強度の波数分布は、図2.8の(c)に示すような、直線となることが予想され、これを線スペクトルと呼ぶ。

実際の線スペクトルは、波数方向に広がりを持ち、水蒸気・二酸化炭素等のガス分子では、いくつかの波数域において、隣接する線スペクトルが、これによって重なりを生じ、吸収バンドを形成する。本節では、まず、この線スペクトルの広がり機構についてまとめ、続いて、ガス分子の放射に観察される吸収バンドに対し、適当なバンドモデルを導入することにより、ガスの単色吸収係数の計算式を導出する。



(a) Emission

(b) Absorption



(c) Broadened spectral line

図 2.8: 線スペクトル

2.3.1 線スペクトルの広がり

線スペクトルの形状は、ガスの放射特性を決定する重要な要因のひとつである。一般に、線スペクトルは、図2.8の(c)のような形状を取り、その広がりに関する特性は、半値幅 γ で表現される。線スペクトルの広がり機構には、主として次のようなものがある。

- 分子の衝突による衝突広がり
- 励起状態の寿命による自然広がり
- 分子運動に伴う Doppler 効果による Doppler 広がり
- 帯電した雰囲気中での Stark 広がり

このうち、最後の Stark 広がり²は、Stark 効果²によるもので、イオン化したガスや超高温においてプラズマ状態となった分子等に観察される。従って、このような特殊な場合を除けば、最初の三つを考慮すればよく、工学的には、衝突広がりが最も重要な線スペクトル広がり²の原因となる。

衝突広がり

分子から射出される光子は連続的に現れる電磁波の列であり、それぞれの電磁波が、分子の回転・振動、すなわち電荷の周期的な振動によって発生することは、先にも述べたとおりである。さて、光子の射出を行っている分子が、他の分子と衝突した場合、

²強い電場の中に置かれた分子は、電場が無い場合の線スペクトル以外に、これを挟むような波数に複数の線スペクトルを発生する。

電荷振動の振幅が変化するため、これによって発生する電磁波列にも変化が生じ、線スペクトルには広がりが見られる。この線スペクトルの形状を Lorentz 型の線スペクトルと呼び、衝突に伴う電荷振動の振幅の変化に対する Fourier 解析から、この線スペクトルに対する質量吸収係数 $\kappa(\nu)$ は次式となる [4]。

$$\kappa(\nu) = \frac{S}{\pi} \frac{\gamma_C}{\gamma_C^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (2.40)$$

ここで、 S は線スペクトル強度、 ν_0 は広がりを中心波数である。衝突の頻度が高くなるほど、衝突広がり半値幅 γ_C の値は、大きくなることが予想される。文献 [3] によると、半値幅 γ_C は、次式となる。

$$\gamma_C = \gamma_{C0} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1/2} P_e \quad (2.41)$$

ここで、 T はガスの温度、 P_e は混合ガスに対する相当広がり圧力である。また、式 (2.41) 中の添字の 0 は、基準となる状態でのそれぞれの値を示す。

自然広がり

分子が光子を射出することにより、そのエネルギー状態は、より低い準位へ遷移する。これに伴い、電荷振動の振幅が減少し、これによって発生する電磁波列も変化するため、線スペクトルは広がりを生ずる。この広がりを自然広がりと言う。自然広がりによって得られる線スペクトルは、衝突広がりによるものと同じ形

を取るが、一般に、その半値幅 γ_N は、衝突広がり半値幅 γ_C に比べ非常に小さく、分子同士の衝突が無視されるほどに、圧力が低い場合を除いて、無視することができる。

Doppler 広がり

多数のガス分子からの放射を観察する場合、観察者の方へ移動する分子によって射出される線スペクトルの波数は、Doppler 効果によりわずかに増加し、逆に、観察者から離れるように移動する分子によって射出される線スペクトルは、その波数をわずかに減少する。熱平衡状態において、ガス分子は Maxwell-Boltzmann 速度分布に従うことから、その質量吸収係数 $\kappa(\nu)$ および半値幅 γ_D は、次式となる [47]。

$$\kappa(\nu) = \frac{S}{\gamma_D} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{\ln 2}{\gamma_D^2} (\nu - \nu_0)^2 \right] \quad (2.42)$$

$$\gamma_D = \frac{\nu_0}{c} \left(\frac{2kT}{m} \ln 2 \right)^{1/2} \quad (2.43)$$

式(2.41)、式(2.43)から分かるように、Doppler 広がり半値幅 γ_D が、 $T^{1/2}$ に比例するのに対し、衝突広がり半値幅 γ_C は、 $(PT^{-1/2})$ に比例する。これより、Doppler 広がり半値幅は、高温の希薄ガスにおいて有効であり、衝突広がり半値幅は、低温・高圧のガスにおいて重要となることが分かる。

2.3.2 バンドモデル

図 2.9 に、それぞれの電磁波発生機構に対するエネルギー準位と遷移の関係を示す。曲線は、電子運動によって発生するエネルギー準位である。水平な破線は、ある電子エネルギー準位における分子の振動によるエネルギー準位、点線は、分子の回転によるエネルギー準位をこれに重ねた物である。一番短い矢印は、同じ振動エネルギー準位における、分子の回転による遷移を表す。式 (2.1) から、この遷移による線スペクトルは、小さな値の波数域に位置し、図 2.2 にも示したように、遠赤外線域に分布する。次に短い矢印は、同じ電子エネルギー準位における、分子の振動および回転による遷移を表し、これによる線スペクトルは、近赤外域に分布する。同様に、一番長い矢印は、異なった電子エネルギー準位間の遷移を表し、可視域から紫外域の放射に関係する。

温度範囲 300~3000 K において、多原子分子ガスの吸収係数を決定する電磁波の発生機構は、振動および回転が主となる。振動・回転に対応するエネルギー準位間の遷移により、非常に狭い間隔で並んだ線スペクトル群が発生する。これらの線スペクトルは、それぞれに広がりを生じ、お互いに重なり合い、吸収バンドを形成する。

先にも述べた通り、放射熱伝達を工学的に取り扱う場合、線スペクトルの広がり、衝突広がりによって代表される。従って本論文では、吸収バンドに対し、式 (2.40) であらわされる衝突広がりによる Lorents 型の線スペクトルが等間隔 d で並ぶ³とする Elsasser

³水蒸気、二酸化炭素の d の値は $1 \sim 0.01 \text{ cm}^{-1}$ のオーダーである。

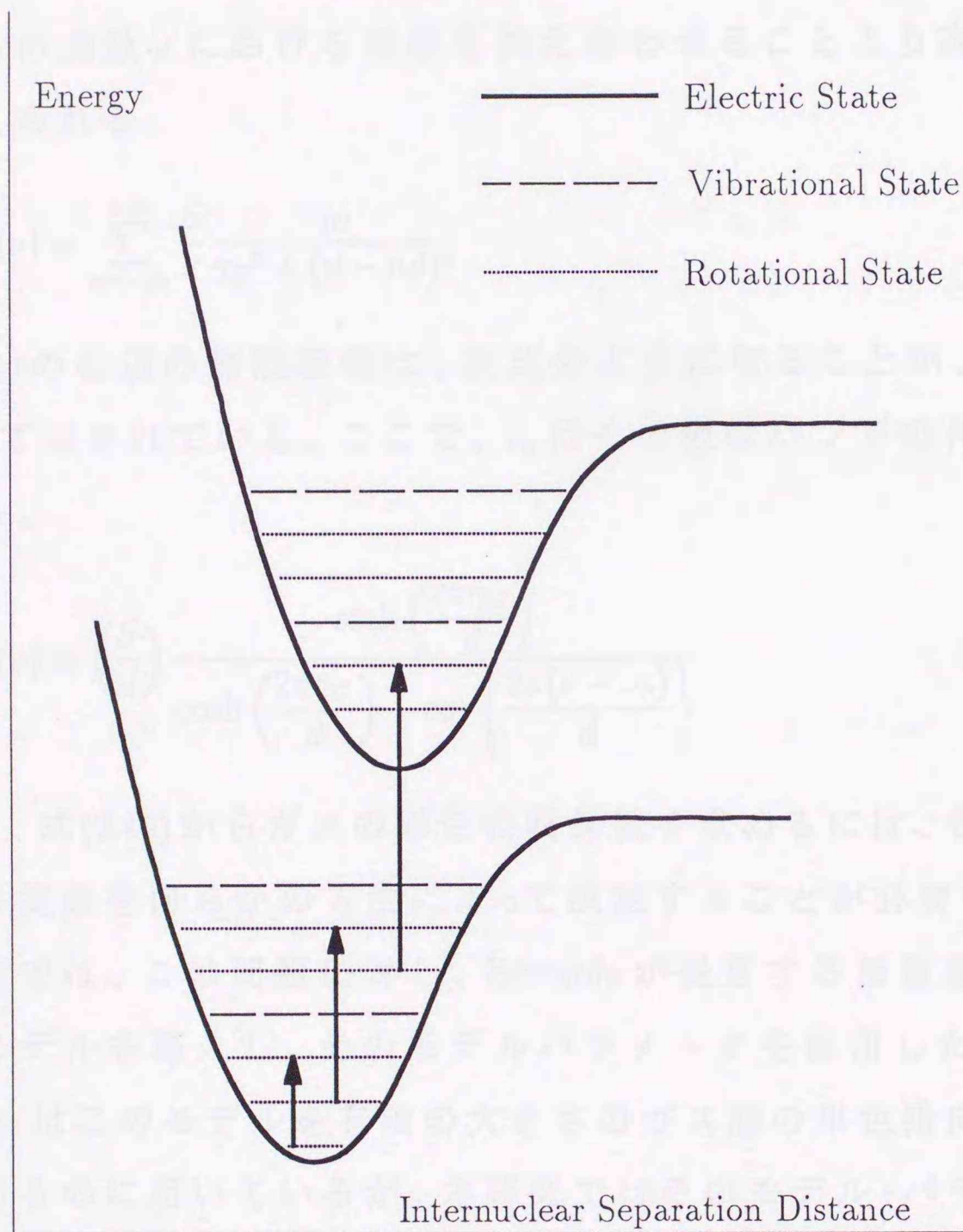


図 2.9: エネルギー準位と遷移

モデルを仮定する[47]。これより、一つの吸収バンドの波数 ν における質量吸収係数 $\kappa(\nu)$ を求めるには、式(2.40)の形の線スペクトルが間隔 d で並ぶことから、 $\nu_0 = nd$ と置くことができ、各線スペクトルの波数 ν における吸収を加え合わせることで次のように与えられる。

$$\kappa(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{S}{\pi} \frac{\gamma_C}{\gamma_C^2 + (\nu - nd)^2} \quad (2.44)$$

式(2.44)の右辺の無限級数は、次式のようになることが、Elsasserによって示されている。ここで、 ν_0 はその吸収バンドの代表波数である。

$$\kappa(\nu) = \left(\frac{S}{d}\right) \frac{\sinh\left(\frac{2\pi\gamma_C}{d}\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi\gamma_C}{d}\right) - \cos\left\{\frac{2\pi(\nu - \nu_0)}{d}\right\}} \quad (2.45)$$

さて、式(2.45)からガスの単色吸収係数を求めるには、右辺に表れる各変数を何らかの方法によって決定することが必要である。本論文では、この問題に対し、Edwardsが提言する指数型広域バンドモデルを導入し、そのモデルパラメータを採用した[18,19]。Edwardsはこのモデルを有限の大きさのガス層の単色指向放射率を求めるのに用いているが、本研究ではそのモデル・パラメータを式(2.45)から単色質量吸収係数を求めるのに使用する。指数型広域バンドモデルは、各吸収バンドの特性を表現するために、以下のパラメータを用いる。

- バンド強度パラメータ: α
- バンド幅パラメータ: ω
- 線スペクトル重なりパラメータ: β
- 有効拡がり圧力パラメータ: P_e

Edwards らは、数種類のガス分子の代表的な吸収バンドに対し、各バンドごとにこれらのパラメータを温度および圧力の関数としてまとめている。以下に、その算出式を示す。算出式中の各定数を表 2.2 に示す。

バンド強度パラメータ

バンド強度パラメータ α は、温度の関数として、次式によって求められる。基準となる温度 T_0 は、100 K に取られており、他のパラメータの算出においても同様である。

$$\alpha(T) = \alpha_0 \frac{1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^m u_i \delta_i\right) \Psi(T)}{1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^m u_{0i} \delta_i\right) \Psi(T_0)} \quad (2.46)$$

ここで、

$$u_i = \frac{h\nu_i}{kT}, \quad u_{0i} = \frac{h\nu_i}{kT_0} \quad (2.47)$$

バンド幅パラメータ

指数型広域バンドモデルでは、各吸収バンドにおいて質量吸収係数の波数分布が、その代表波数 ν_0 両側（バンドによっては片側）

に指数的に減衰すると仮定している。このような吸収バンドにおいて、バンド幅パラメータは減衰率の逆数を示し、温度の単純な関数として次式のようにまとめられる。

$$\omega(T) = \omega_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1/2} \quad (2.48)$$

線スペクトル重なりパラメータ

線スペクトルの拡がり幅と線スペクトル間隔との比からなり、線スペクトル同士の重なりを示すパラメータである。温度の関数として次式によって与えられる。

$$\beta(T) = \beta_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1/2} \frac{\Phi(T)}{\Phi(T_0)} \quad (2.49)$$

有効拡がり圧力パラメータ

線スペクトルの拡がりを示す半値幅 γ_c は、式(2.41)から求められるが、式の中に表れる混合ガスの有効拡がり圧力 P_e は、次式によって与えられる [18,19]。

$$P_e = \left\{ \frac{P}{P_0} + \frac{P_a}{P_0} (b-1) \right\}^n \quad (P_0 = 1 \text{ atm}) \quad (2.50)$$

ここで、 P はガスの全圧、 P_a は吸収ガスの分圧である。

式(2.46)、式(2.49)に表れる、関数 $\Psi(T)$, $\Phi(T)$ は、次のように定義される。

$$\Psi(T) = \frac{\prod_{i=1}^m \sum_{v_i=v_{0i}}^{\infty} \frac{(v_i + g_i + |\delta_i| - 1)!}{(g_i - 1)!v_i!} \exp(-u_i v_i)}{\prod_{i=1}^m \sum_{v_i=0}^{\infty} \frac{(v_i + g_i - 1)!}{(g_i - 1)!v_i!} \exp(-u_i v_i)} \quad (2.51)$$

$$\Phi(T) = \frac{\left\{ \prod_{i=1}^m \sum_{v_i=v_{0i}}^{\infty} \left[\frac{(v_i + g_i + |\delta_i| - 1)!}{(g_i - 1)!v_i!} \exp(-u_i v_i) \right]^{1/2} \right\}^2}{\prod_{i=1}^m \sum_{v_i=v_{0i}}^{\infty} \frac{(v_i + g_i + |\delta_i| - 1)!}{(g_i - 1)!v_i!} \exp(-u_i v_i)} \quad (2.52)$$

ただし、

$$v_{0i} = \begin{cases} 0 & : \delta_i \geq 0 \\ |\delta_i| & : \delta_i < 0 \end{cases}$$

式(2.51),(2.52)の v_i, g_i, δ_i は、それぞれ振動量子数、統計重量、振動量子数の変化を表しており、 v_i は0あるいは v_{0i} から ∞ まで変化する。 g_i, δ_i は表2.2で与えられる。またexp項に表れる u_i は、式(2.47)によって与えられる。

これらのパラメータにより、式(2.45)右辺の各変数を書き直すと、次のようになる。

$$\frac{S}{d} = \left(\frac{\alpha}{\omega} \right) \exp \left(-\frac{\nu^*}{\omega} \right) \quad (2.53)$$

$$\frac{\pi \gamma_C}{d} = \beta P_e \quad (2.54)$$

ここで、 ν^* は、それぞれの吸収バンドの代表波数 ν_0 （表2.2参照）からの波数差であり、次のように定義される。また代表波数 ν_0 は、対称バンドにおいては ν_c に、非対称バンドにおいては ν_u または

表 2.2: 指数型広域バンドモデルパラメータ

Gas	Vibrations ν_i (cm^{-1})	Bands $\delta_1, \delta_2, \delta_3$	Pressure parameters		Spectral location			Band absorption parameters		
			n	b ($T_0 = 100 \text{ K}$)	ν_l (cm^{-1})	ν_c (cm^{-1})	ν_u (cm^{-1})	α_0 ($\text{cm}^{-1}/\text{gm m}^{-2}$)	β_0	ω_0 (cm^{-1})
H_2O	$m=3$	(1) Rotational	1	$8.6(T_0/T)^{1/2} + 0.5$	0			5200.0	0.14311	28.4
	$\nu_1=3652$	0,0,0								
	$\nu_2=1595$	(2) $6.3 \mu\text{m}$	1	$8.6(T_0/T)^{1/2} + 0.5$		1600		41.2	0.09427	56.4
	$\nu_3=3756$	0,1,0								
	$g_1=1$	(3) $2.7 \mu\text{m}$								
CO_2	$g_2=1$	0,2,0	1	$8.6(T_0/T)^{1/2} + 0.5$		3760		0.19		
	$g_3=1$	1,0,0						2.30	0.13219	60.0
		0,0,1	1	$8.6(T_0/T)^{1/2} + 0.5$		5350		22.40		
		(4) $1.87 \mu\text{m}$						3.0	0.08169	43.1
		0,1,1	1	$8.6(T_0/T)^{1/2} + 0.5$		7250		2.5	0.11628	32.0
CO_2	$m=3$	(5) $1.38 \mu\text{m}$	1	$8.6(T_0/T)^{1/2} + 0.5$						
	$\nu_1=1351$	1,0,1								
	$\nu_2=667$	(1) $15 \mu\text{m}$	0.7	1.3		667		19.0	0.06157	12.7
	$\nu_3=2396$	0,1,0	0.8	1.3		960		2.47×10^{-9}	0.04017	13.4
	$g_1=1$	(2) $10.4 \mu\text{m}$	0.8	1.3		1060		2.48×10^{-9}	0.11888	10.1
CO_2	$g_2=2$	-1,0,1	0.8	1.3			2410	110.0	0.24723	11.2
	$g_3=1$	(3) $9.4 \mu\text{m}$	0.65	1.3		3660		4.0	0.13341	23.5
		0,-2,1	0.65	1.3		5200		0.066	0.39305	34.5
		(4) $4.3 \mu\text{m}$								
		0,0,1								

ν_l に置き換えられる。

$$\nu^* = \begin{cases} \nu_u - \nu & : \text{an asymmetric band with upper limit } \nu_u \\ 2|\nu - \nu_c| & : \text{a symmetric band with center } \nu_c \\ \nu - \nu_l & : \text{an asymmetric band with lower limit } \nu_l \end{cases} \quad (2.55)$$

式(2.53)、(2.54)を式(2.45)に代入することにより、各吸収バンドの単色質量吸収係数が次式によって得られる。

$$\kappa(\nu) = \left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \exp\left(-\frac{\nu^*}{\omega}\right) \frac{\sinh(2\beta P_e)}{\cosh(2\beta P_e) - \cos\{2\pi(\nu - \nu_0)/d\}} \quad (2.56)$$

さて、本研究の目的は、ガス中の放射熱伝達解析にあり、工学的な立場からすると、個々の線スペクトルに対する評価は、必ずしも必要ではない。よって、実際に解析を行う上では、個々の線スペクトルの効果を平均化して取り扱うことが有効であると考えられる。そこで、本解析に用いる吸収バンドの単色吸収係数を算出するにあたり、式(2.56)の右辺にあらわれる $\cos$ 項を0と置いた。これにより、式(2.56)は、次式のように書き換えられる。

$$\kappa(\nu) = \left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \exp\left(-\frac{\nu^*}{\omega}\right) \tanh(2\beta P_e) \quad (2.57)$$

この操作による影響、すなわち式(2.56)および式(2.57)から算出される吸収係数の値の差については、次節で検討を行う。

本論文で対象とするガスは、水蒸気と二酸化炭素であるが、表2.2からも分かるように、Edwardsらは、水蒸気に対して Rotational バンドを含む $6.3\mu\text{m}$, $2.7\mu\text{m}$, $1.87\mu\text{m}$, $1.38\mu\text{m}$ バンドの5つの吸収バンド、また二酸化炭素に対して $15\mu\text{m}$, $10.4\mu\text{m}$, $9.4\mu\text{m}$, $4.3\mu\text{m}$, $2.7\mu\text{m}$, $2.0\mu\text{m}$ バン

ドの6つ吸収バンドのデータを示している。本解析では、混合ガスの単色質量吸収係数として、これら11個の吸収バンドに対し、式(2.57)から単色質量吸収係数を求め、各波数ごとにこれらを足し合わせ算出している。 i 番目の吸収バンドの単色質量吸収係数を $\kappa_i(\nu)$ とすると、混合ガスの単色吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ は、次式によって求められる。

$$\rho\kappa_\nu = \rho \sum_{i=1}^{11} \kappa_i(\nu) \quad (2.58)$$

2.3.3 実験値との比較

ガスの吸収係数の算出にあたり、本解析では、吸収バンドの吸収係数を式(2.57)より求めている。これは、式(2.56)右辺の $\cos$ 項を0と置くことにより算出されるものである。そのため、この $\cos$ 項を0と置く操作が、ガスの吸収係数にどの程度影響するのかを確認しておく必要がある。また、算出されたガスの吸収係数の値が、妥当なものであることを実験値等との比較により確かめておくことも必要であろう。そこで、まず式(2.30)より算出されるガス層の指向射出率を式(2.56)と式(2.57)のそれぞれから求め、これをHottelらによってまとめられた実験値[1]と比較する。つづいて、式(2.26)より算出されるガス層の単色指向射出率を式(2.57)に基づくガスの単色吸収係数より求め、文献[4]に示されたSLGモデルによる計算値と比較する。以上により、本解析で用いたガスの吸収係数の妥当性を確認する。

指向射出率の比較

Hottel ら [1] は、水蒸気および二酸化炭素の層に対する指向射出率を温度・圧力・ガス層厚さによって広い範囲でまとめており、また両者の混合ガスに対する補正方法も示している。ここでは、各ガス種の特徴をつかむために、それぞれのガスに対する指向射出率を式 (2.31) より算出し、Hottel らの実験値との比較を行った。図 2.10 に水蒸気に対する結果を、また図 2.11 に二酸化炭素に対する結果を示す。図中実線で示したのが Hottel らによる実験値である。白ぬきの丸は、式 (2.31) の右辺にあらわれるガスの吸収係数の算出に式 (2.56) を用いたものであり、式 (2.56) にあらわれる線スペクトル間隔 d は 1cm^{-1} として計算を行った。また、白ぬきの三角は、 $\cos$ 項を無視した式 (2.57) によるものである。全体的な傾向として、 $\cos$ 項を無視した場合、ガス層の射出率は、これを無視しない場合に比べ小さく見積もられることが分かる。この傾向が比較的大きく見られるのは、水蒸気では光学的な厚さの指標である圧力とガス層厚さの積が非常に小さい場合で、二酸化炭素では温度が常温付近にある場合である。しかしながら、全般的に式 (2.56)、式 (2.57) から導かれるガス層の指向射出率はよく一致しており、式 (2.56) 右辺の $\cos$ 項を 0 と置くことによる影響は、小さいものと考えられる。また、Hottel らの実験値と比較した場合、水蒸気の高温側を除いて、計算値は実験値よりも低い値を示しているが、全体的に両者の値はよく一致している。以上より、工学的な適用においては、式 (2.56) を式 (2.57) で置き換えることが可能であり、これによって算出されるガスの波数方向に平均化された

放射物性は、妥当な値を示すことが確認された。

単色指向射出率の比較

式(2.57)を式(2.58)に代入して求められる混合ガスの単色吸収係数より、式(2.26)を用いてガス層の単色指向射出率を算出し、これを文献[4]に示されるSLG(Single Line Group)モデルによる計算結果と比較する。

図 2.12 は、600K の水蒸気と窒素の混合ガス層に対する単色指向射出率で、全圧は 1atm、水蒸気の分圧は 0.5atm、ガス層厚さは 2cm, 20cm, 200cm, 2000cm である。図の (a) には文献[4]のSLGモデルによる計算結果を示し、(b) には式(2.26)による計算結果を示す。全般的に (b) は (a) に比べると、各吸収バンドの広がりが多少不足しているように見える。これは波数 7250cm^{-1} 付近にバンドの中心を持つ $1.38\mu\text{m}$ バンドにおいて顕著である。また、図 2.13 には、1200K の水蒸気層に対する単色指向射出率を示す。温度の上昇に伴い各吸収バンドにおける単色射出率の最大値が減少し、逆にバンド幅は広がっているのが確認される。

図 2.14、2.15 に温度 600K, 1200K における二酸化炭素と窒素の混合ガス層に対する単色指向射出率を示す。水蒸気の場合と同様 (a) にはSLGモデルによる計算結果、(b) には式(2.26)による計算結果を示した。図 2.12 ~ 図 2.15 の (a) より、水蒸気に比べると二酸化炭素の吸収バンドは幅が狭く、単色射出率の値が波数に対し鋭く立ち上がっていることが分かる。この様子は、図 2.14、2.15 の (b) にもよくあらわれている。

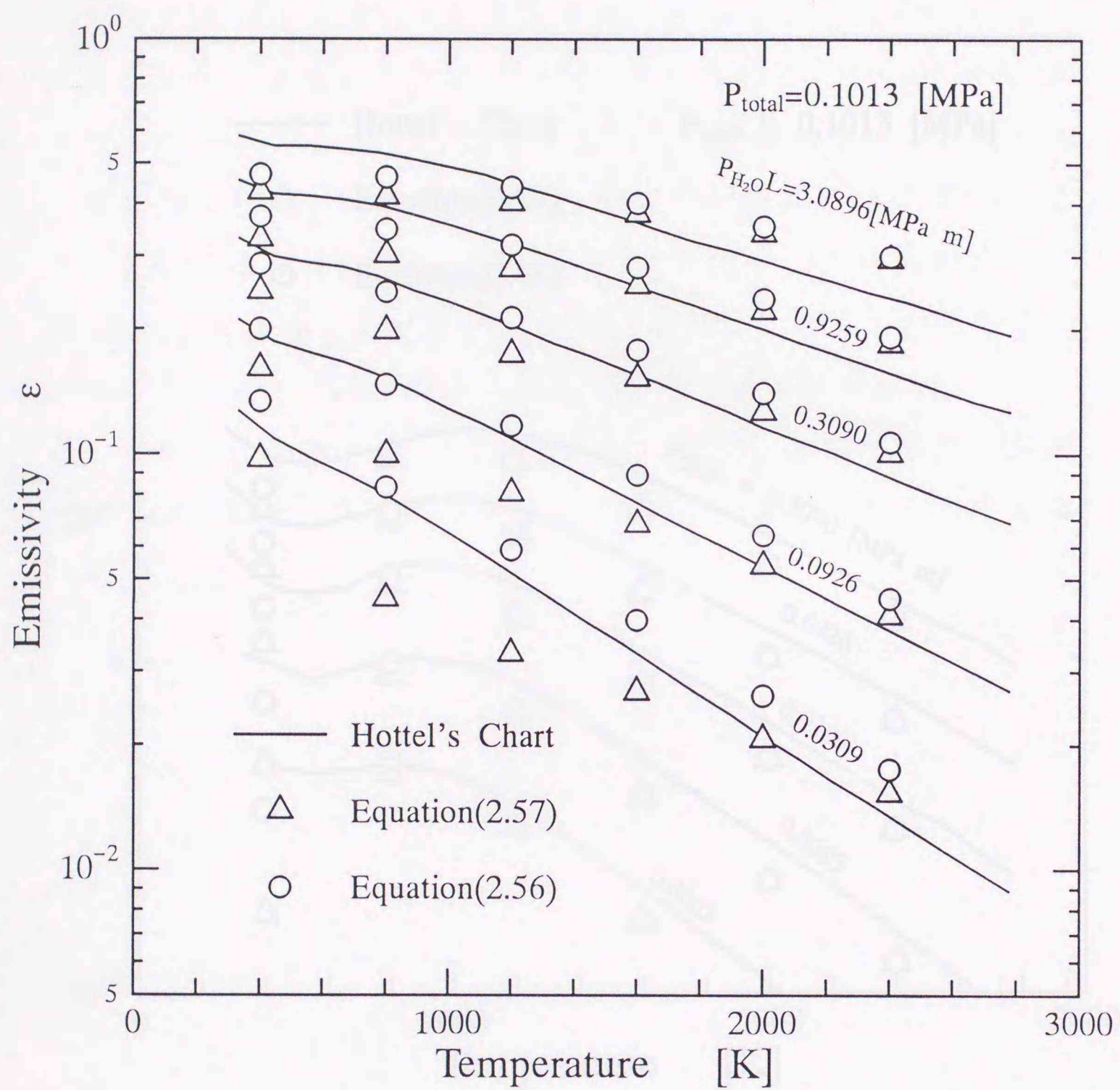


図 2.10: 水蒸気層の指向射出率

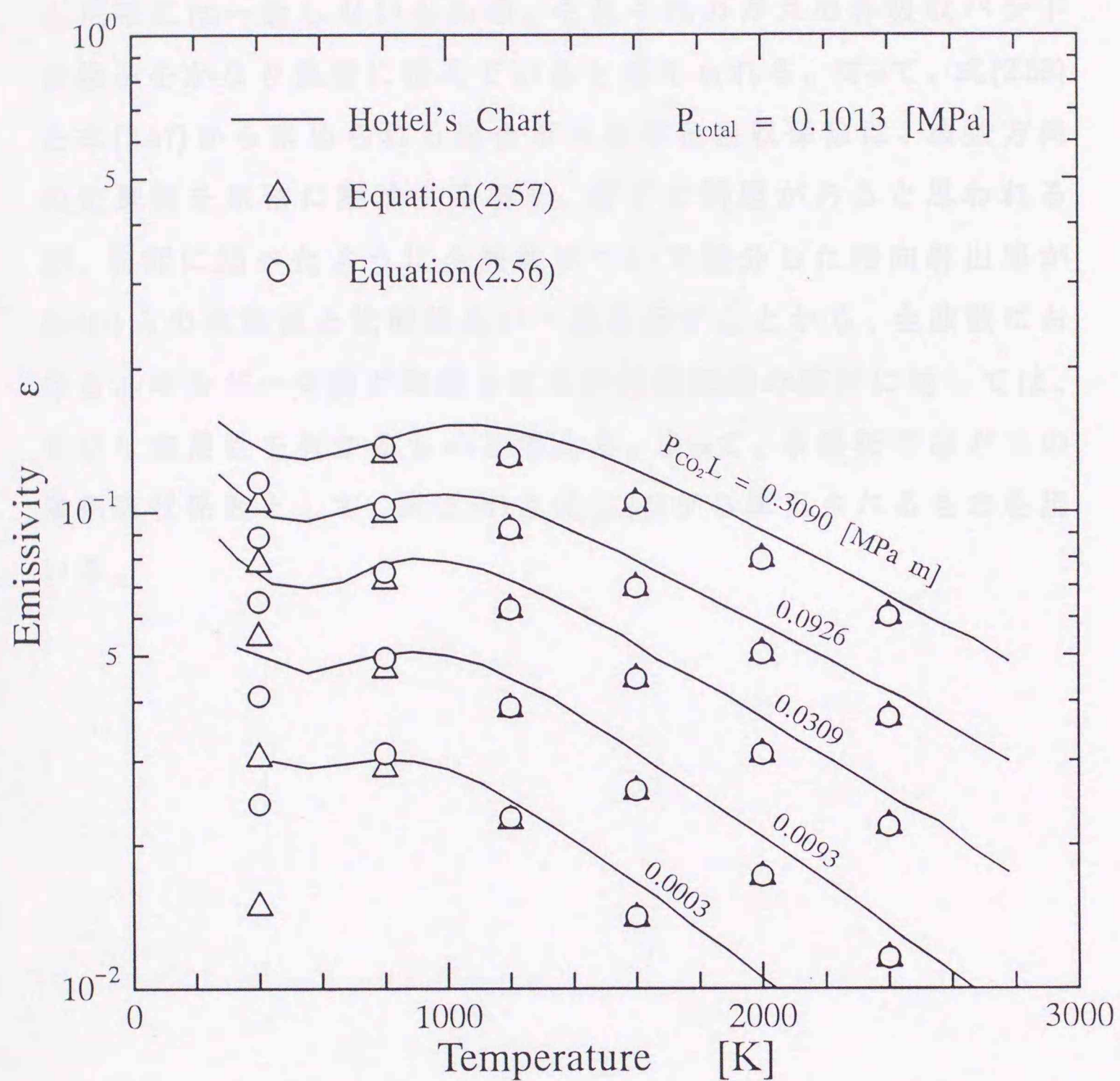


図 2.11: 二酸化炭素層の指向射出率

図 2.12 ~ 図 2.15 より、(b) の式 (2.26) から計算される単色指向射出率の波数分布は、(a) に示す SLG モデルによる計算結果と必ずしも正確には一致しないものの、それぞれのガスの各吸収バンドの様子をかなり良好に捉えていると考えられる。従って、式 (2.58) と式 (2.57) から求められる混合ガスの単色吸収係数は、波数方向の定量性を厳密に議論する場合、若干の問題があると思われるが、前節に述べたように全波数について積分した指向射出率が Hottel らの実験値と比較的良好一致を示すことから、全波数におけるエネルギー交換が問題となる放射熱伝達の解析に対しては、十分な実用性を有するものと考えられる。よって、本解析ではガスの単色吸収係数として、式 (2.58) と式 (2.57) から算出されるものを用いる。

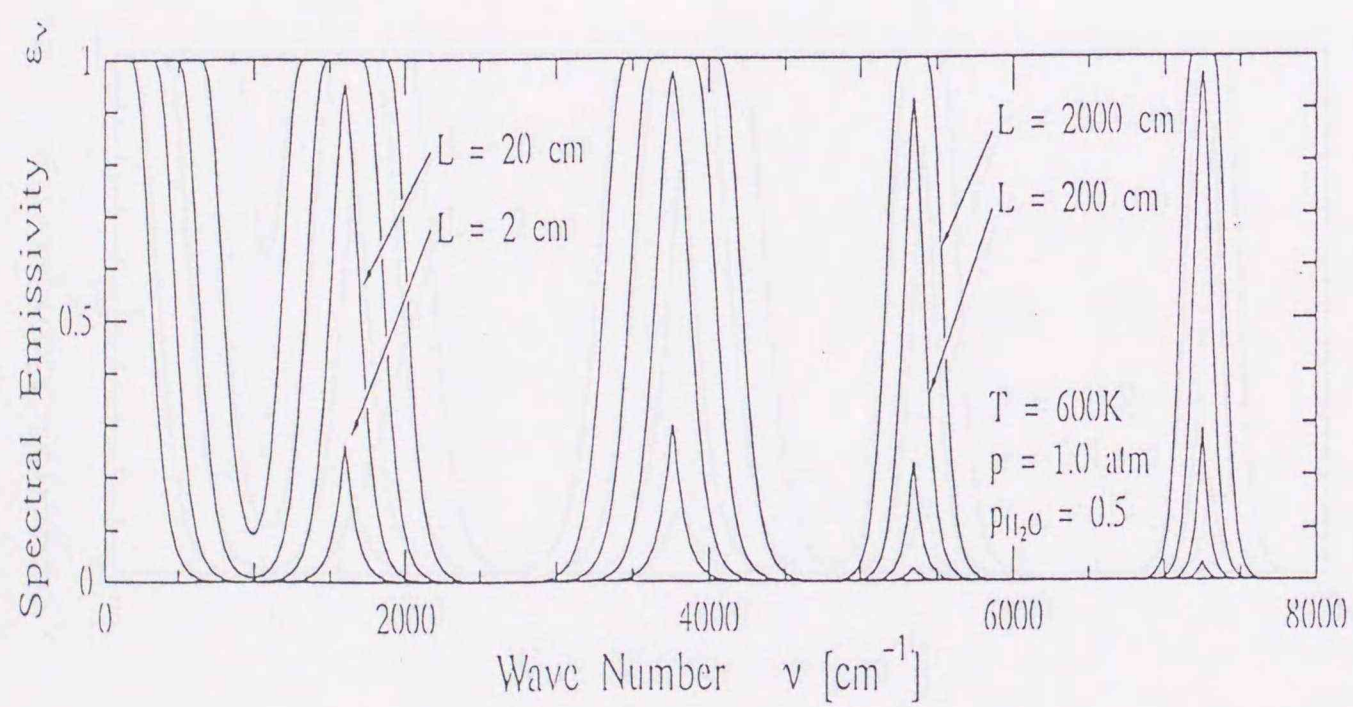
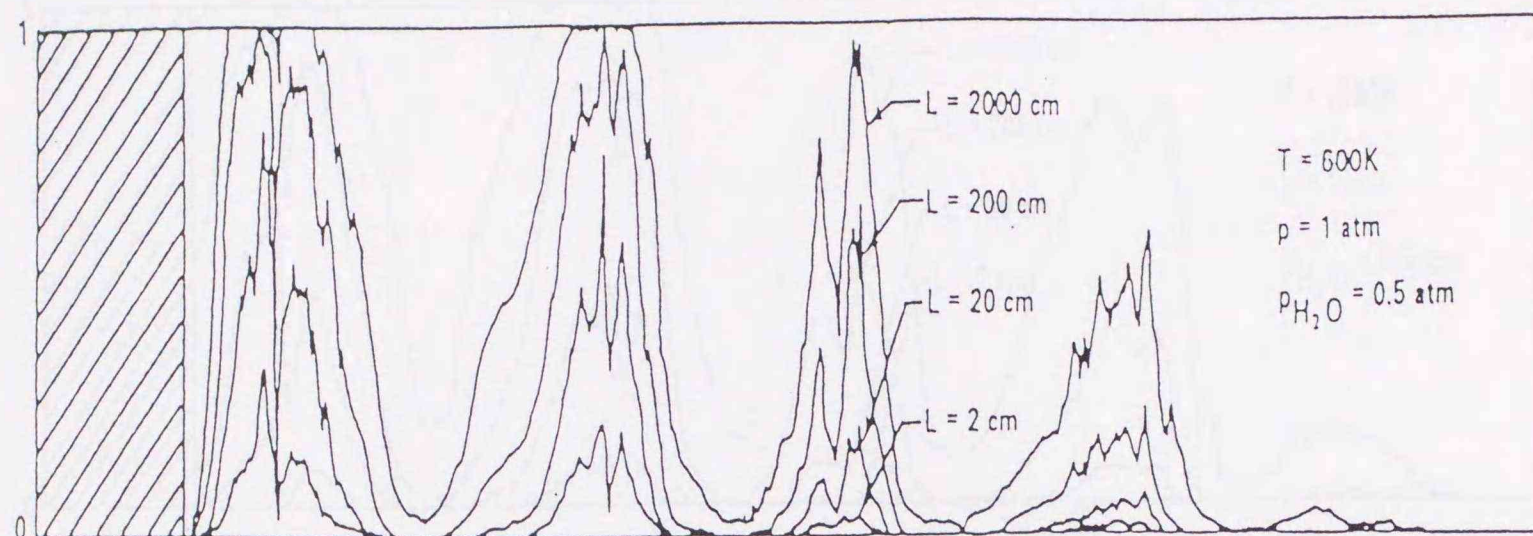


図 2.12: 水蒸気層の単色指向射出率

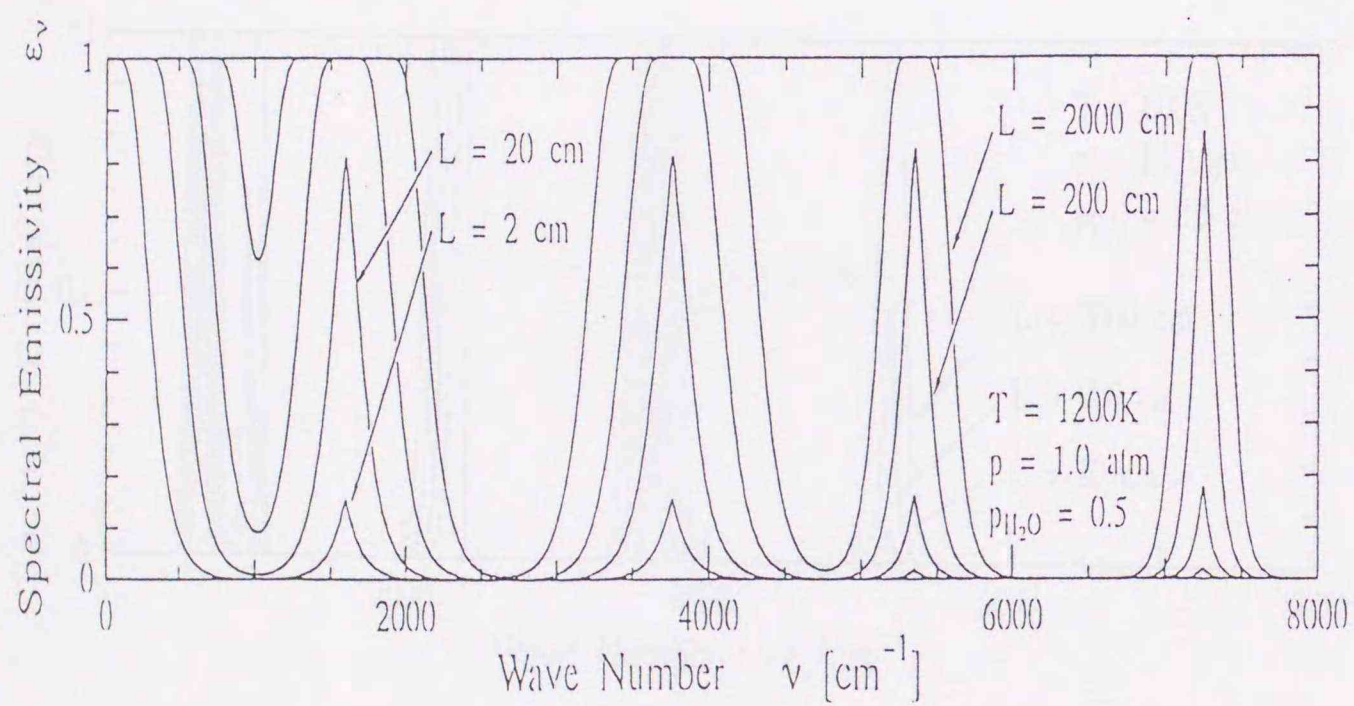
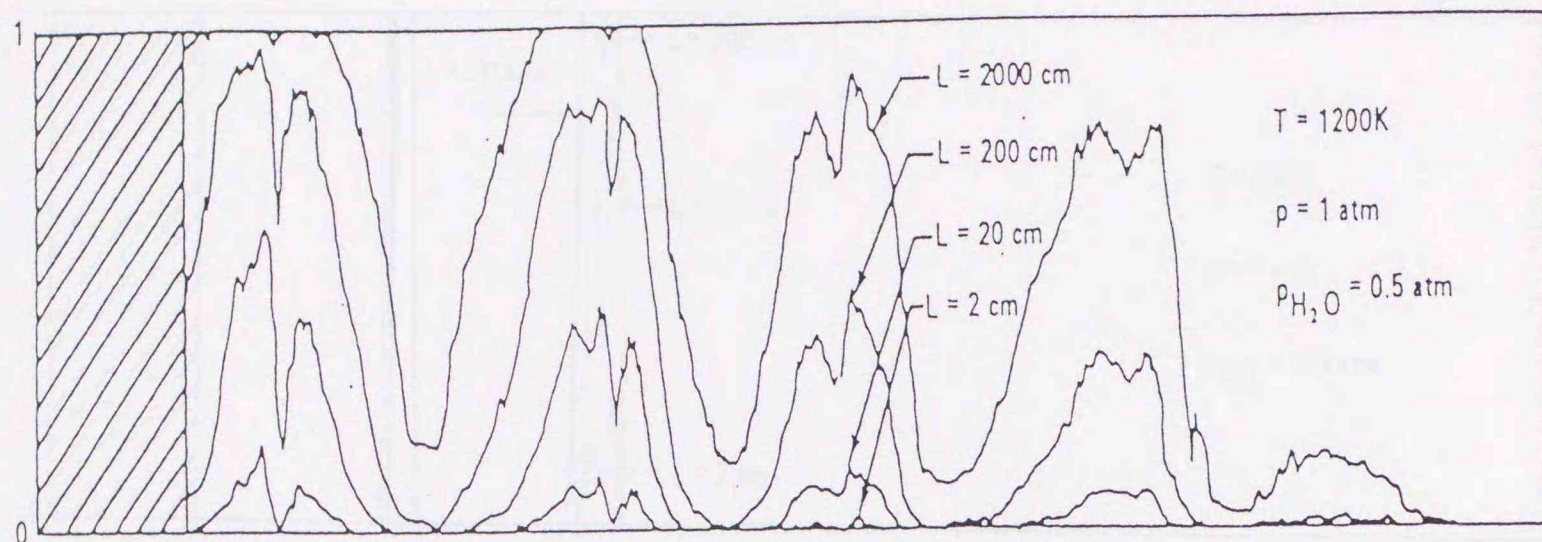


図 2.13: 水蒸気層の単色指向射出率

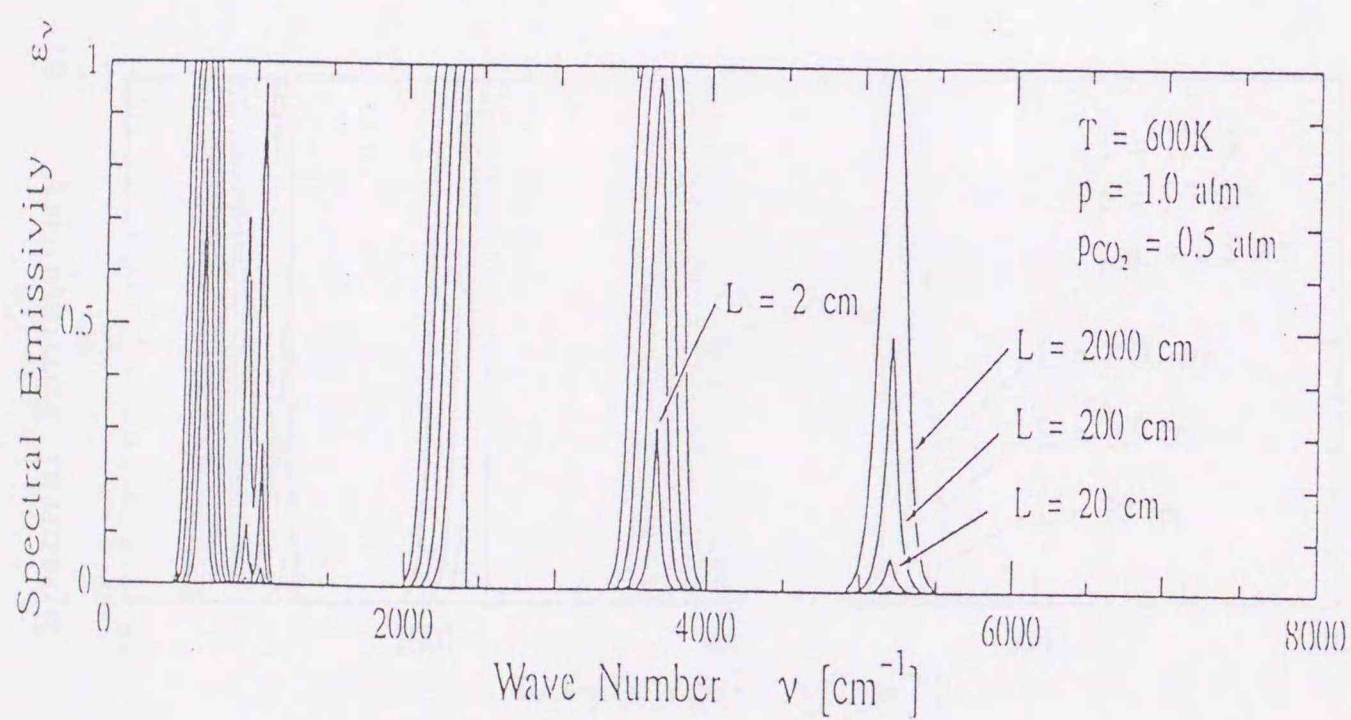
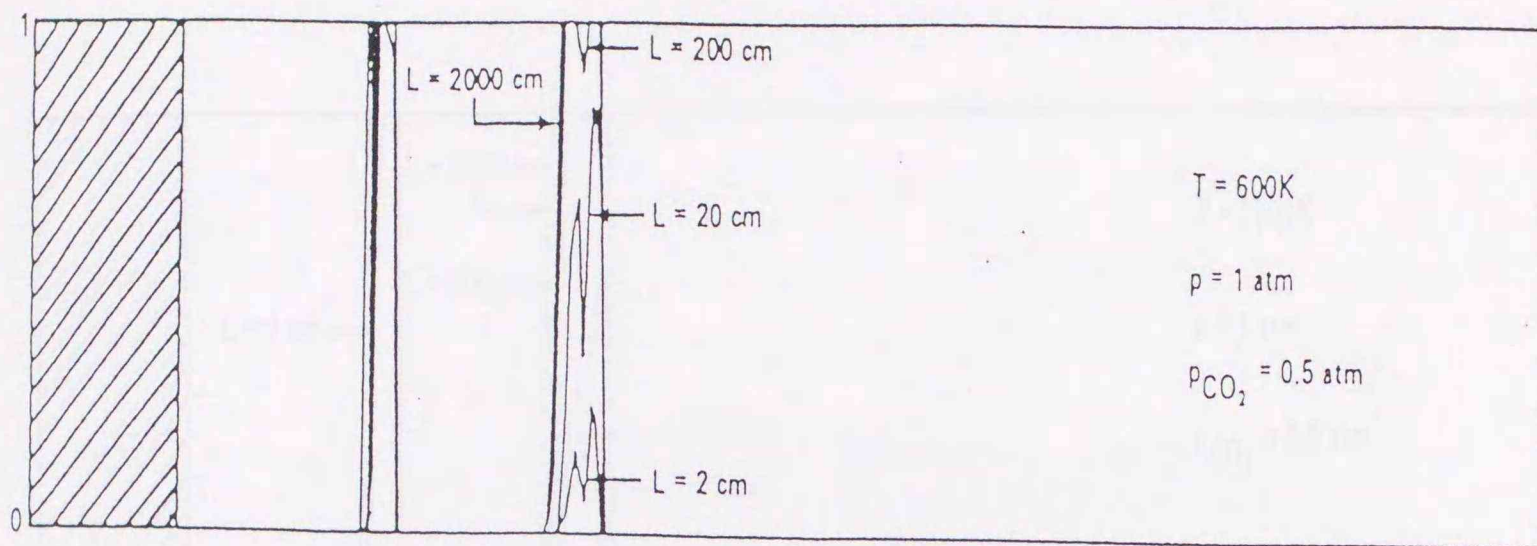


図 2.14: 二酸化炭素層の単色指向射出率

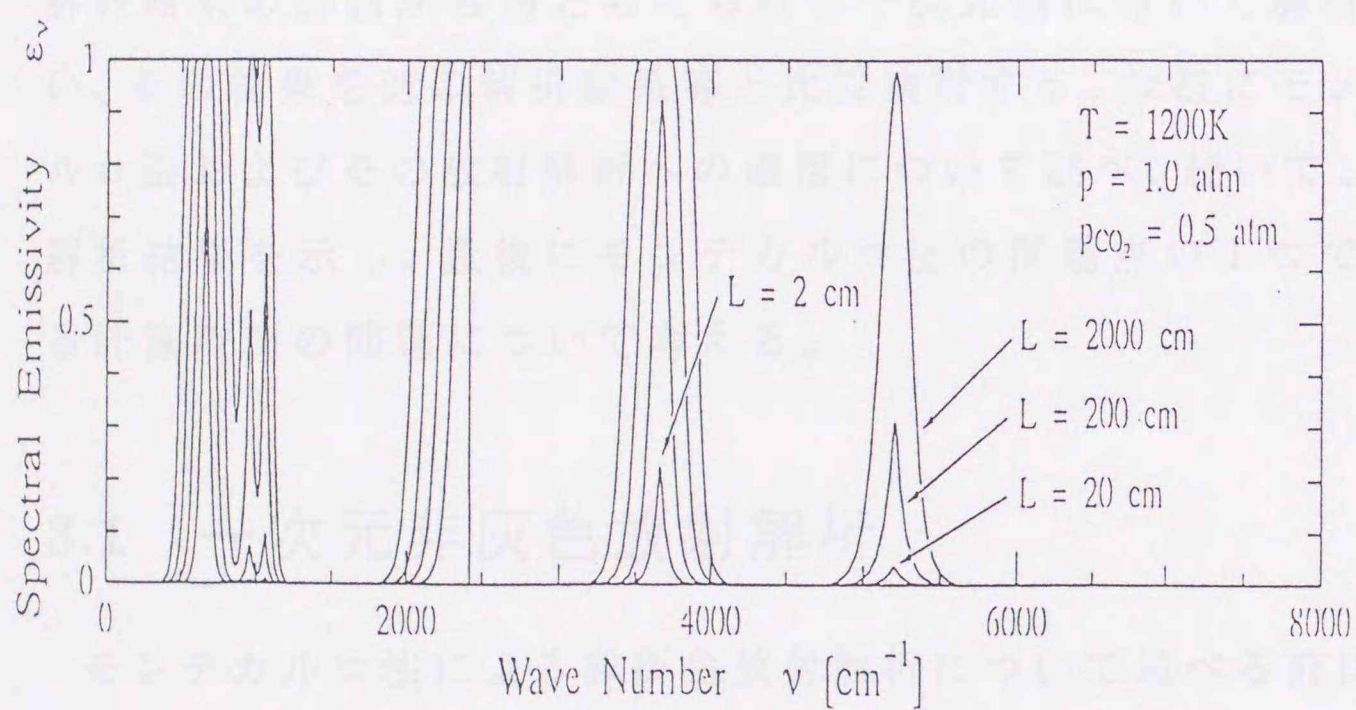
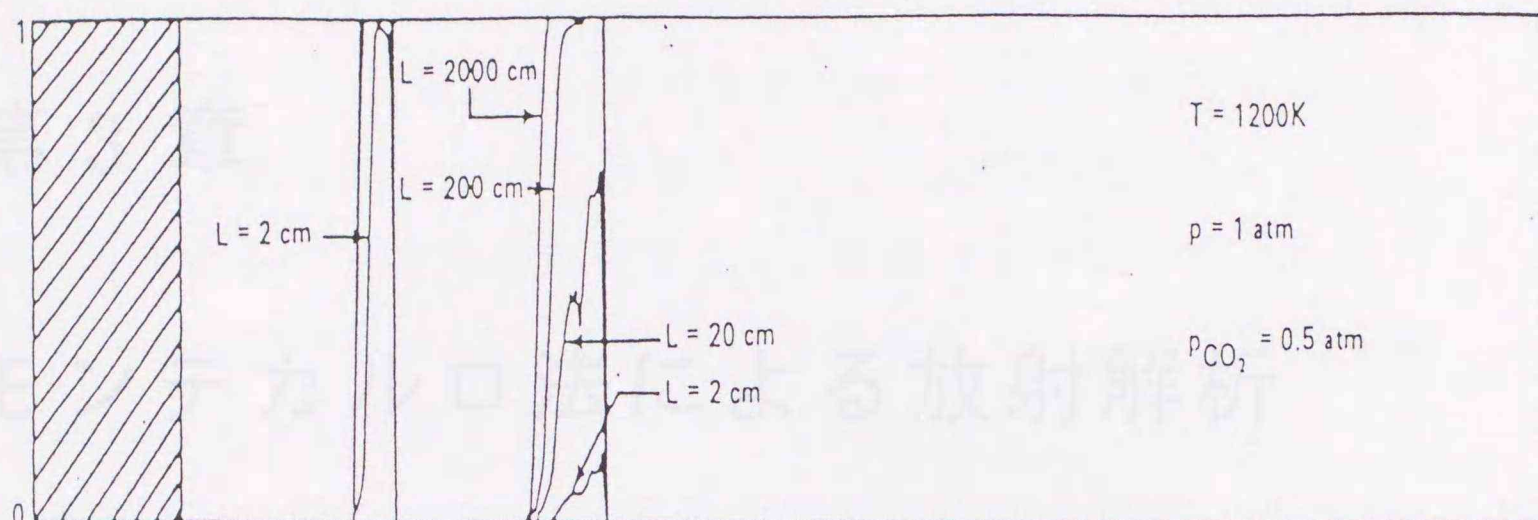


図 2.15: 二酸化炭素層の単色指向射出率

第 3 章

モンテカルロ法による放射解析

本章では、非灰色ガスの放射熱伝達特性を明らかにするため、解析結果の評価が容易と考えられる一次元系において解析を行い、その結果を他の解析結果等と比較検討する。最初にモンテカルロ法およびその放射解析への適用について述べ、続いて、その解析結果を示し、最後にモンテカルロ法の問題点の 1 つでもある計算時間の問題について考える。

3.1 一次元非灰色放射解析

モンテカルロ法による非灰色放射解析について述べる前に、まず、モンテカルロ法について簡単に説明し、これに用いられる乱数について検討を行う。

3.1.1 モンテカルロ法

モンテカルロ法は、乱数を用いた解析手法の総称であり、具体的にはコンピュータ上で乱数を発生させ、これにより解析の対象となる現象をモデル化し、その現象の特性を明らかにするものである。解析に用いられる乱数は、コンピュータ上で発生させること、またその再現性を考慮すると、算術的な方法で求められる疑似乱数となる。よって、この疑似乱数のランダムさの程度は解析結果に大きく影響する。

さて、コンピュータによる乱数の検討は次節に譲ることとし、本節では、モンテカルロ法について具体的な例を交え簡単に説明する。本解析で用いるモンテカルロ法は、何らかの方法によって発生させた一様乱数から任意分布の乱数列を発生させることにより、物理現象をシミュレートしようとするものである。任意分布乱数の発生には、幾つかの方法が示されているが[30]、本解析では、直接法（逆変換法）を用いる。以下に具体的な例を示す。

例えば、図3.1に示すような範囲 $a \sim b$ で定義される関数 $f(x)$ において、その確率密度 $p(x)$ は次式で定義される。

$$p(x) = \frac{f(x)}{\int_a^b f(x) dx} \quad (3.1)$$

さて、 $a \leq \eta \leq b$ の間で定義される確率変数 η が、確率密度 $p(\eta)$ を持つならば、

$$\xi = \int_a^\eta p(x) dx \quad (3.2)$$

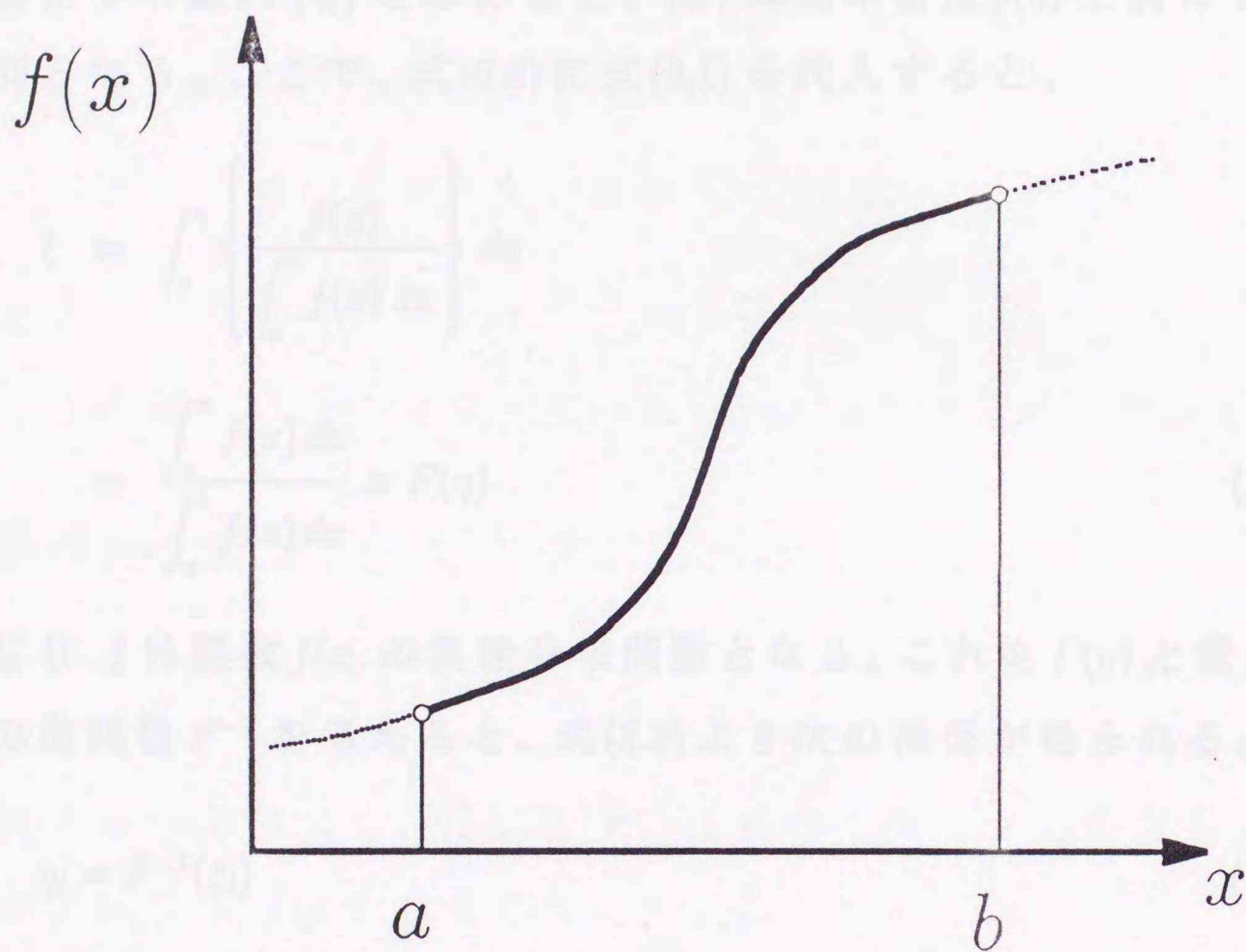


図 3.1: 直接法による任意分布乱数の発生

で定義される確率変数 ξ は、範囲 $0 \sim 1$ に一様に分布することが知られている。従って一様乱数 $\{\xi_i\}$ を発生し、

$$\int_a^{\eta_i} p(x) dx = \xi_i \quad (3.3)$$

を満足する数列 $\{\eta_i\}$ を求めると、 $\{\eta_i\}$ は確率密度 $p(\eta)$ を満たす乱数列となる。ここで、式(3.2)に式(3.1)を代入すると、

$$\begin{aligned} \xi &= \int_a^{\eta} \left\{ \frac{f(x)}{\int_a^b f(x) dx} \right\} dx \\ &= \frac{\int_a^{\eta} f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx} \equiv F(\eta) \end{aligned} \quad (3.4)$$

となり、 ξ は関数 $f(x)$ の累積分布関数となる。これを $F(\eta)$ と置き、その逆関数 F^{-1} を考えると、式(3.3)より次の関係が得られる。

$$\eta_i = F^{-1}(\xi_i) \quad (3.5)$$

これより、関数 $f(x)$ の確率密度 $p(x)$ に従った乱数列 $\{\eta_i\}$ が、関数 $f(x)$ の累積分布関数の逆関数 F^{-1} によって得られることが分かる。

実際の解析にあたり、式(3.5)をプログラム中で計算することになるが、このためには、累積分布関数の逆関数 F^{-1} が解析的あるいは数値的に求められる必要がある。

3.1.2 疑似乱数について

前節でも述べたとおり、コンピュータの上で発生した乱数は、あくまで疑似乱数であり、その統計的な性質は解析結果に大きく影響する。モンテカルロ法に用いられる一様乱数が満たすべき条件として次が考えられる。

- 発生に要する計算時間が短い。
- 解析に必要な十分に長い周期を有する。
- 発生される乱数に再現性がある。
- 一様性、独立性、ランダム性等の統計的な性質が良好である。

乱数の発生法

本解析では、乱数の発生法としてコンピュータ上では最もよく利用される乗積合同法を用いた。以下では、統計的な性質が良好であると確認された、乗積合同法に基づく幾つかの乱数発生法を本解析に用いたものを含め紹介する。

Type1 乗積合同法による乱数列 $\{I_n\}$ は、次の関係式によって発生される。

$$I_{j+1} = a I_j \pmod{m} \quad (3.6)$$

発生する乱数の統計的性質は、乗数 a と法 m によってほとんど決定されるため、これらの選択には、細心の注意が必要である。Park ら [32] によって提案されたものを次に示す。

$$a = 7^5 = 16807, \quad m = 2^{31} - 1 = 2147483647 \quad (3.7)$$

実際のプログラミングにあたり、本解析では、言語として FORTRAN を用いた。式(3.6)と式(3.7)による発生法では、式(3.6)右辺の $\{I_j\}$ が範囲 $1 \sim m-1$ の整数となるため、 aI_j の値が一般的な FORTRAN で取り扱われる 32bit 整数の最大値を越えてしまうことが考えられる。この問題に対し、Schrage [33] は、以下のような解決法を示した。

法 m を次のように分解する。

$$m = aq + r \quad (3.8)$$

整数部分を表す演算記号 $[]$ を用いると、

$$q = [m/a], \quad r = m \bmod a \quad (3.9)$$

となる。このとき、 $r < q$ であれば、

$$aI \bmod m = \begin{cases} a(I \bmod q) - r[I/q] & : a(I \bmod q) > r[I/q] \\ a(I \bmod q) - r[I/q] + m & : a(I \bmod q) \leq r[I/q] \end{cases} \quad (3.10)$$

が成り立つ。これを式(3.7)に適用すると、

$$q = 127773, \quad r = 2836 \quad (3.11)$$

となる。これによる乱数発生を Type1 とする。

Type2 Type1によって得られる乱数は、多くの検定によってその統計的性質が確認されており、大抵の場合に問題なく用いることが出来る。しかし、全く問題が無いわけではなく、例えば、発生する乱数が 2×10^9 以上の値を取り得るのに対し、隣り合う乱数は、高々 1.6×10^4 倍しか変化しないのである。つまり、非常に小さな値の次には、必ず平均以下の値が来るという相関が予想されるのである。

次に示す発生法は、Baysら[34]によって提案されたもので、発生した乱数列を一度蓄え、切り混ぜてから用いている。これにより、Type1等で問題となった統計的性質が改善される。図3.2にこの様子を示し、以下に具体的なプロセスを説明する。また、元になる乱数の発生は、Type1によって行うものとする。

- ① 乱数テーブルを n 個の乱数で埋める。
- ② 乱数 I を発生させる。
- ③ 発生させた乱数 I によって、乱数テーブルから1個の乱数 I_j ($1 \leq j \leq n$) を選択する。
- ④ 選択された乱数 I_j を出力し、②で発生した I で I_j の後を埋める。

以上②～④を繰り返すことにより、乱数列の切り混ぜが行われる。この方法をType2とする。このType2による乱数列では、発生させる乱数列の長さが周期を越えない限り、統計的な問題は報告されていない。

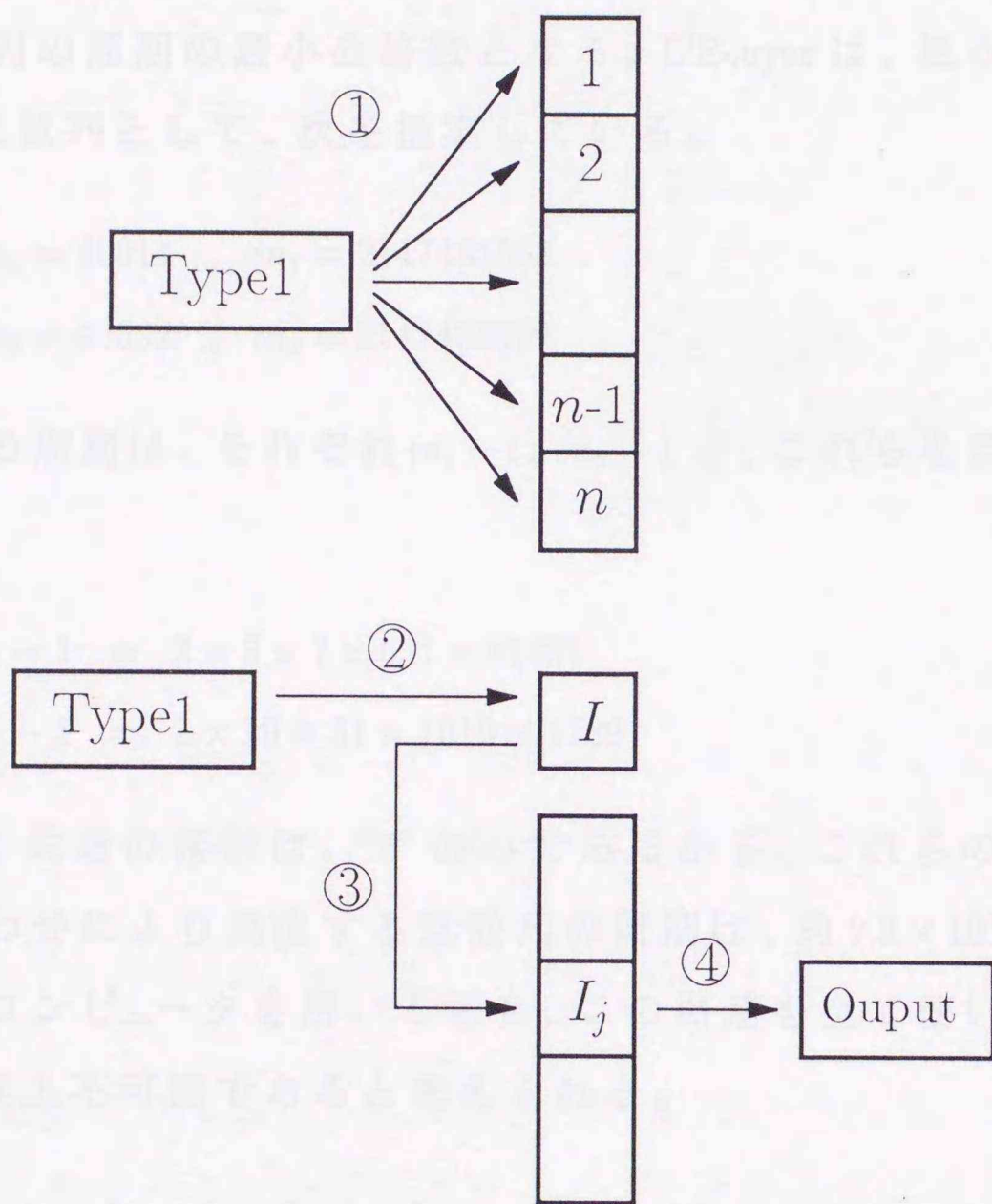


図 3.2: 乱数列の切り混ぜ

Type3 Type2の周期は、Type1と同じで、約 2.1×10^9 となる。これよりも長周期の乱数発生法として L'Ecuyer [35] の方法がある。この方法は、周期の異なる2つの乱数列を組み合わせ、新しい乱数列を発生させるものである。新しい乱数列の周期は、もとの2つの乱数列の周期の最小公倍数となる。L'Ecuyer は、組み合わせる2つの乱数列として、次を提案している。

$$\begin{cases} a_1 = 40014, & m_1 = 2147483563 \\ a_2 = 40692, & m_2 = 2147483399 \end{cases} \quad (3.12)$$

乱数列の周期は、それぞれ $m_1 - 1$ 、 $m_2 - 1$ で、これらを素数分解すると、

$$\begin{aligned} m_1 - 1 &= 2 \times 3 \times 7 \times 631 \times 81031 \\ m_2 - 1 &= 2 \times 19 \times 31 \times 1019 \times 1789 \end{aligned}$$

となる。共通の素数は、“2”のみであるから、これらの乱数列の組み合わせにより発生する乱数列の周期は、約 2.3×10^{18} となる。現在のコンピュータを用いる場合、この周期を全て使いきることは、事実上不可能であると考えられる。

Type4 実際にモンテカルロ法を用いる場合、まず問題となるのは、その計算時間の長さである。一般にモンテカルロ法を用いた場合、解析結果に含まれる誤差¹は、試行回数 N の $-1/2$ 乗に比例することが知られている。

¹モンテカルロ法特有の統計的な散らばりによる誤差（統計誤差）

$$\langle\langle \text{誤差} \rangle\rangle \propto N^{-1/2} \quad (3.13)$$

よって、モンテカルロ法による解析の精度を向上させるためには、比例定数を小さくするか、試行回数 N を大きく取ることが必要になる。前者については、文献 [30] に幾つかの方法が示されている。さて、後者の試行回数 N の増加によって精度の向上を計った場合、式 (3.13) から分かるように、精度を2倍にするためには、4倍の試行回数が必要となる。実際のプログラムにおいて試行回数は、すなわち乱数発生ルーチンの呼び出し回数であるから、計算時間短縮のためには、少しでも高速な乱数発生ルーチンが望ましい。そこで、Type4 として本解析で用いた乱数発生法 [36] を以下に示す。

先にも述べた通り、一般的な FORTRAN では、整数を 32bit 整数として取り扱うため、桁あふれを利用して剰余計算を省略することができる。これに対する乗数 a と法 m を次に示す。

$$a = 5^{11} = 48828125, \quad m = 2^{31} = 2147483648 \quad (3.14)$$

無論、整数の取り扱い、演算方法がコンピュータ、OS、コンパイラ等によって異なることが考えられるので、汎用性には劣るものの、著者が用いたコンピュータ²では、Type1 に比べ約 1.5 倍、Type2 に比べると約 2.2 倍の高速な乱数発生が可能であった。表 3.1 に Type1 ~ Type4 の相対的な実行時間と周期を示す。

²INMOS の T-800(25MHz) を MS-DOS 上から 3L の F77 Transputer V2.0.1 で使用。

表 3.1: 乱数発生法の実行時間と周期

	Relative execution time	Cycle of random number
Type 1	$\equiv 1.0$	$\approx 2.1 \times 10^9$
Type 2	≈ 1.46	$\approx 2.1 \times 10^9$
Type 3	≈ 1.92	$\approx 2.3 \times 10^{18}$
Type 4	≈ 0.68	$\approx 1.0 \times 10^9$

乱数の検定

本解析では、その発生に要する計算時間等の点から、Type4の乱数を用いた。先にも述べた通り、乱数が満たすべき条件として、統計的な性質が良好であることがあげられる。Type4により 10^5 個の乱数を発生し、100組のサンプル（一組のサンプルに含まれる乱数は1000個）を作り、これに対し、以下の検定を行った。

頻度検定 乱数の一様性を検定するため、頻度検定を行った。範囲0～1を等間隔の10個の区間に分割し、それぞれの区間に落ちる乱数の度数から、各サンプルに対して χ^2 の値を算出した。区間分割数が10であることから、この分布は、自由度9の χ^2 -分布に従うものと考えられる。結果を図3.3に示す。図中の点線は、有意水準5%の棄却領域である。

連の検定 乱数列において、その値が d 回連続して単調に増加あるいは減少するとき、これを長さ d の連と呼ぶ。例えば、

$$\underbrace{x_1 > x_2}_{2} \underbrace{< x_3}_{1} \underbrace{> x_4 > x_5 > x_6}_{3} \underbrace{< x_7 < x_8}_{2} \underbrace{> x_9 > x_{10}}_{2}$$

のような乱数列は、長さ2,1,3,2,2の連からなり、連の総数は5個である。一般に n 個の独立な乱数に対し、連の総数の期待値は、

$$\frac{2n-7}{3}$$

となり、長さ d の連が発生する個数の期待値は、

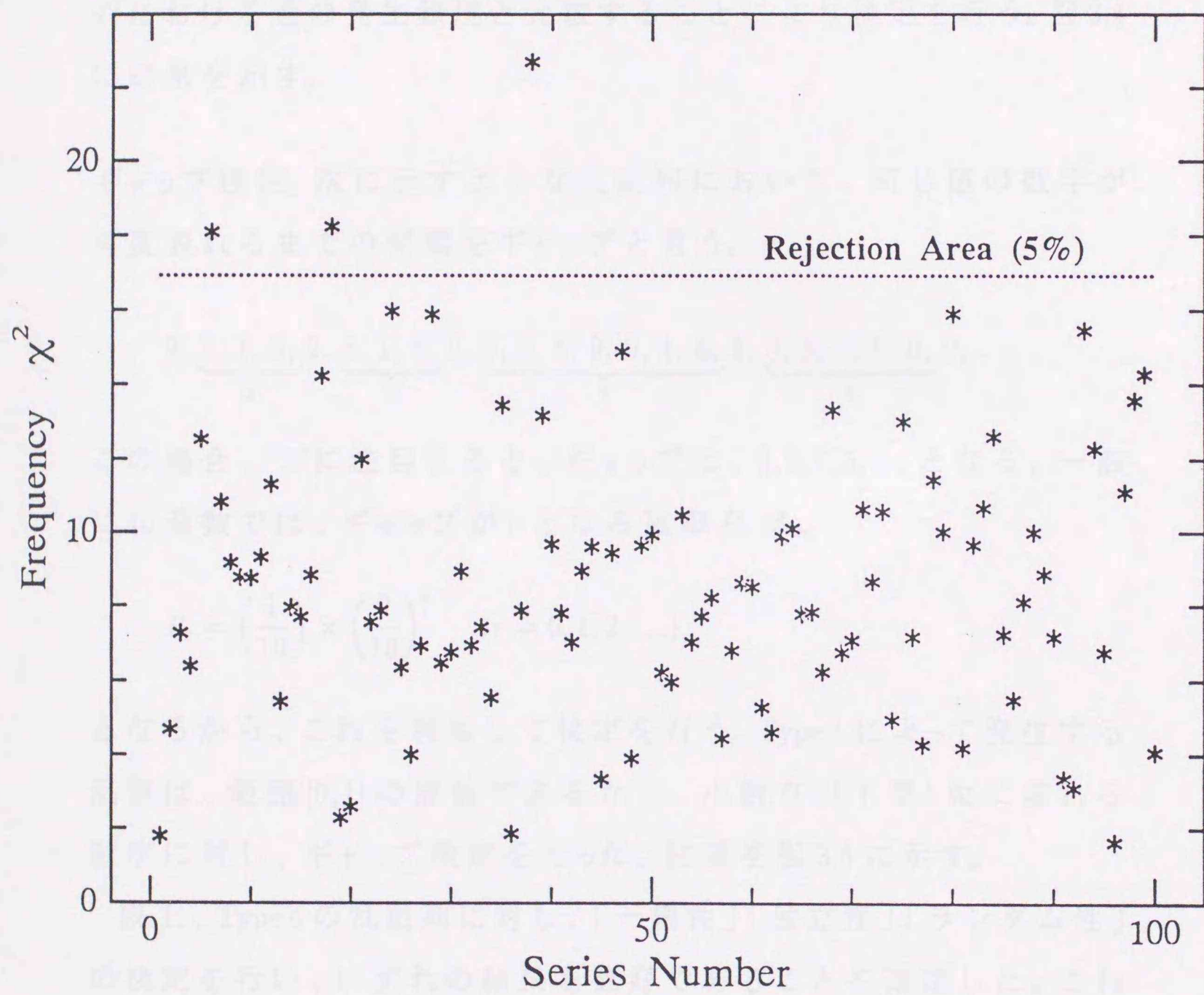


図 3.3: 頻度検定

$$\frac{2n(d^2 + 3d + 1)}{(d + 3)!} - \frac{2(d^3 + 3d^2 - d - 4)}{(d + 3)!}$$

となることが知られている [31]。これらを実際に発生させた乱数列における連の発生頻度と比較することにより検定を行う。図 3.4 に結果を示す。

ギャップ検定 次に示すような乱数列において、同じ値の数字が再度表れるまでの間隔をギャップと言う。

$$2, \underbrace{7, 1, 8}_3, 2, \underbrace{8, 1, 8}_3, 2, \underbrace{8, 4, 5, 9, 0, 4, 5}_7, 2, \underbrace{3, 5, 3, 6, 0}_5, 2, \dots$$

この場合、“2”に注目すると、ギャップは、3, 3, 7, 5, ... となる。一般に10進数では、ギャップが r となる確率 P_r は、

$$P_r = \left(\frac{1}{10}\right) \times \left(\frac{9}{10}\right)^r \quad (r = 0, 1, 2, \dots)$$

となるから、これを利用して検定を行う。Type4 によって発生する乱数は、範囲 $[0, 1]$ の実数であるから、小数点以下第1位に表れる数字に対し、ギャップ検定を行った。結果を図 3.5 に示す。

以上、Type4 の乱数列に対し、「一様性」「独立性」「ランダム性」の検定を行い、いずれの結果も良好であることを確認した。これらの検定は、決して完全なものでは有り得ないが、発生した乱数列の性質をこれらの検定により、把握しておくことは、最低限必要である。

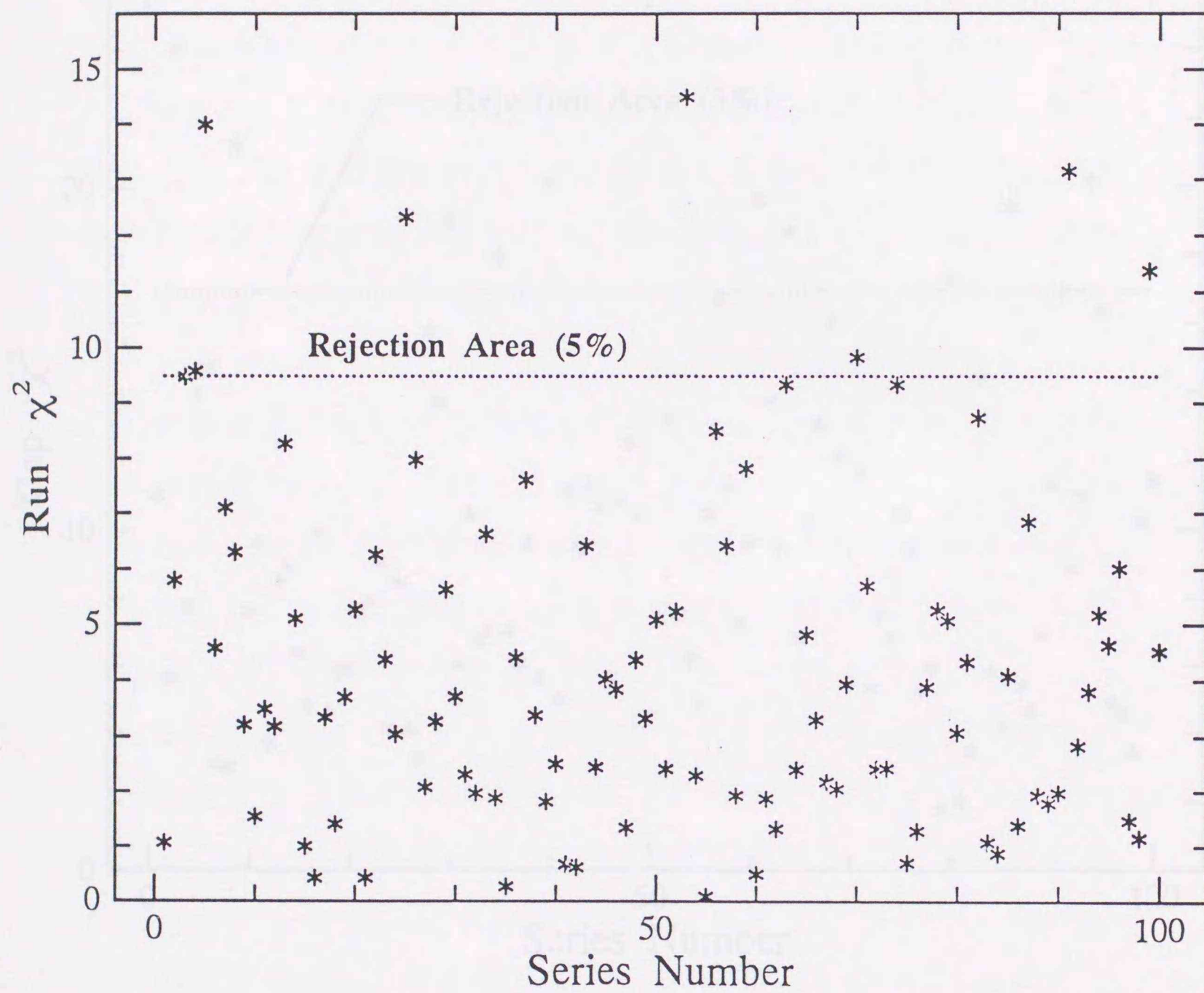


図 3.4: 連の検定

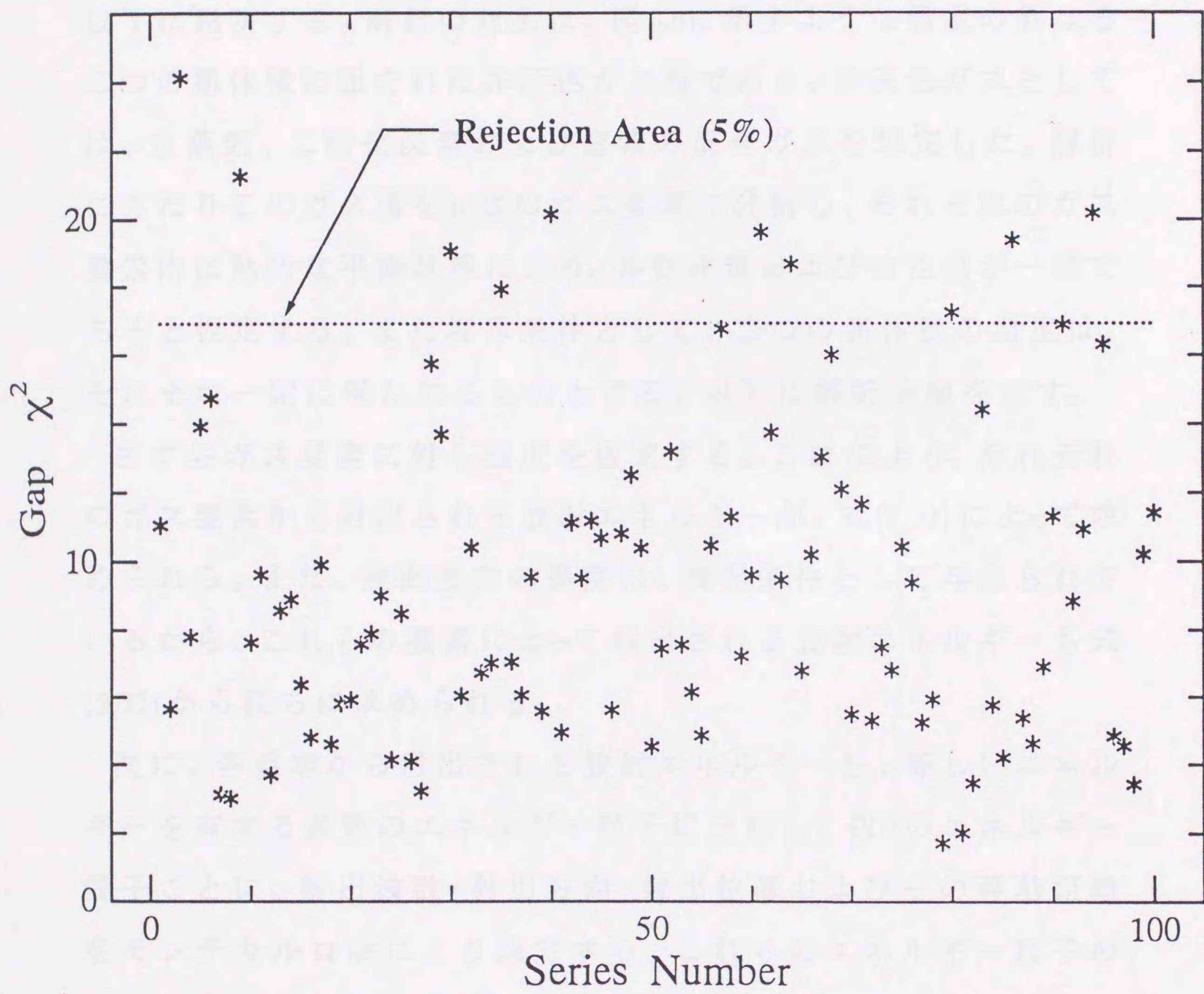


図 3.5: ギャップ検定

3.1.3 放射熱伝達解析への適用

モンテカルロ法による一次元非灰色放射熱伝達の解析手法を以下に説明する。解析の対象は、図3.6に示すような温度の異なる二つの黒体壁に囲まれた非灰色ガス層である。非灰色ガスとしては、水蒸気、二酸化炭素および窒素の混合ガスを想定した。解析にあたりこのガス層を n 個のガス要素に分割し、それぞれのガス要素内は熱的な平衡状態にあり、各物理量および物性値が一様であると仮定する。また境界条件として、二つの黒体壁の温度は、それぞれ一定に保たれるものとする。以下に解析手順を示す。

まず各ガス要素に対し温度を仮定する。これにより、それぞれのガス要素から射出される放射エネルギーが、式(2.33)によって求められる。また、壁面要素の温度は、境界条件として与えられているから、これらの要素によって射出される放射エネルギーも式(2.32)から直ちに求められる。

次に、各要素から射出される放射エネルギーを、等しいエネルギーを有する多数のエネルギー粒子に分割し、個々のエネルギー粒子ごとに、射出波数・射出方向・射出位置およびその移動距離をモンテカルロ法により決定する。これらのエネルギー粒子の移動過程を追跡し、その吸収位置を求めることにより、それぞれのエネルギー粒子の吸収要素が明らかになる。

以上から各ガス要素におい射出・吸収される放射エネルギーが求められる。各ガス要素が熱的な平衡状態にあることから、これらのガス要素で射出される放射エネルギーと吸収される放射エネルギーは等しくなる。もし、あるガス要素において、これらの

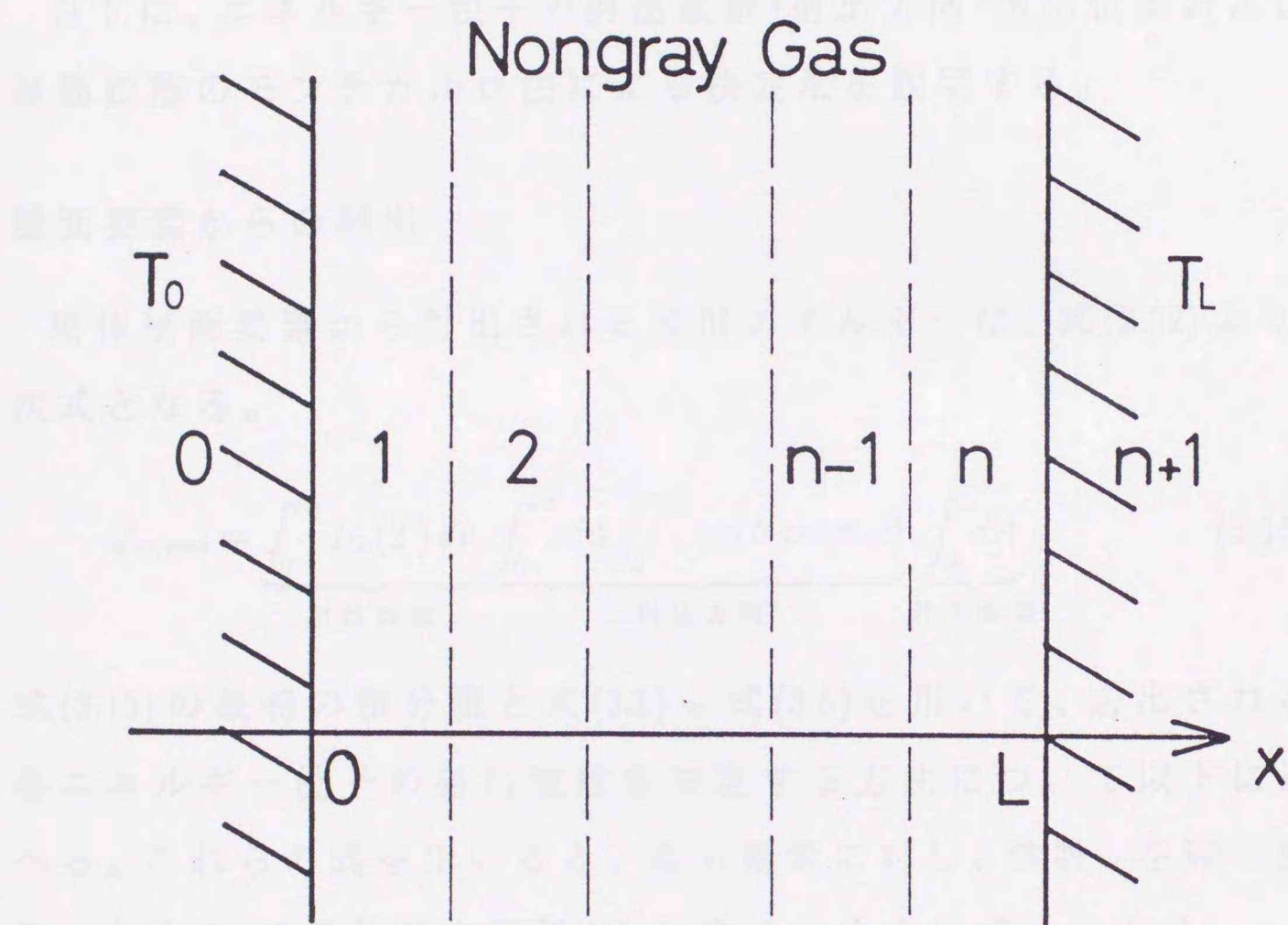


图 3.6: 一次元解析系

放射エネルギーがバランスしていなければ、先に仮定したガス要素温度を修正し、再びエネルギー粒子の追跡を行う。これを各ガス要素で射出・吸収される放射エネルギーがバランスするまで繰り返すことにより、ガス層の温度分布が求められる。以上の手順を図 3.7 にまとめる。

以下に、エネルギー粒子の射出波数・射出方向・射出位置および移動距離のモンテカルロ法による決定法を説明する。

壁面要素からの射出

黒体壁面要素から射出される放射エネルギーは、式 (2.32) より、次式となる。

$$Q_{w,emi} = \underbrace{\int_0^\infty I_{b\nu}(T) d\nu}_{\text{射出波数}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta}_{\text{射出方向}} \underbrace{\int_A dA}_{\text{射出位置}} \quad (3.15)$$

式 (3.15) の最初の積分項と式 (3.1) ~ 式 (3.5) を用いて、射出される各エネルギー粒子の射出波数を決定する方法について以下に述べる。これらの式を用いると、壁面要素に対し、波数 ν を確率変数とした $I_{b\nu}$ の累積分布関数 W_ν が次式のように求められる。

$$W_\nu(\nu) = \frac{\int_0^\nu I_{b\nu}(T) d\nu}{\int_0^\infty I_{b\nu}(T) d\nu} \quad (3.16)$$

この逆関数 W_ν^{-1} に 0 ~ 1 間の一様乱数 $\{\xi_\nu\}$ を与えることにより、壁面から射出される各エネルギー粒子の射出波数が順に決定される。

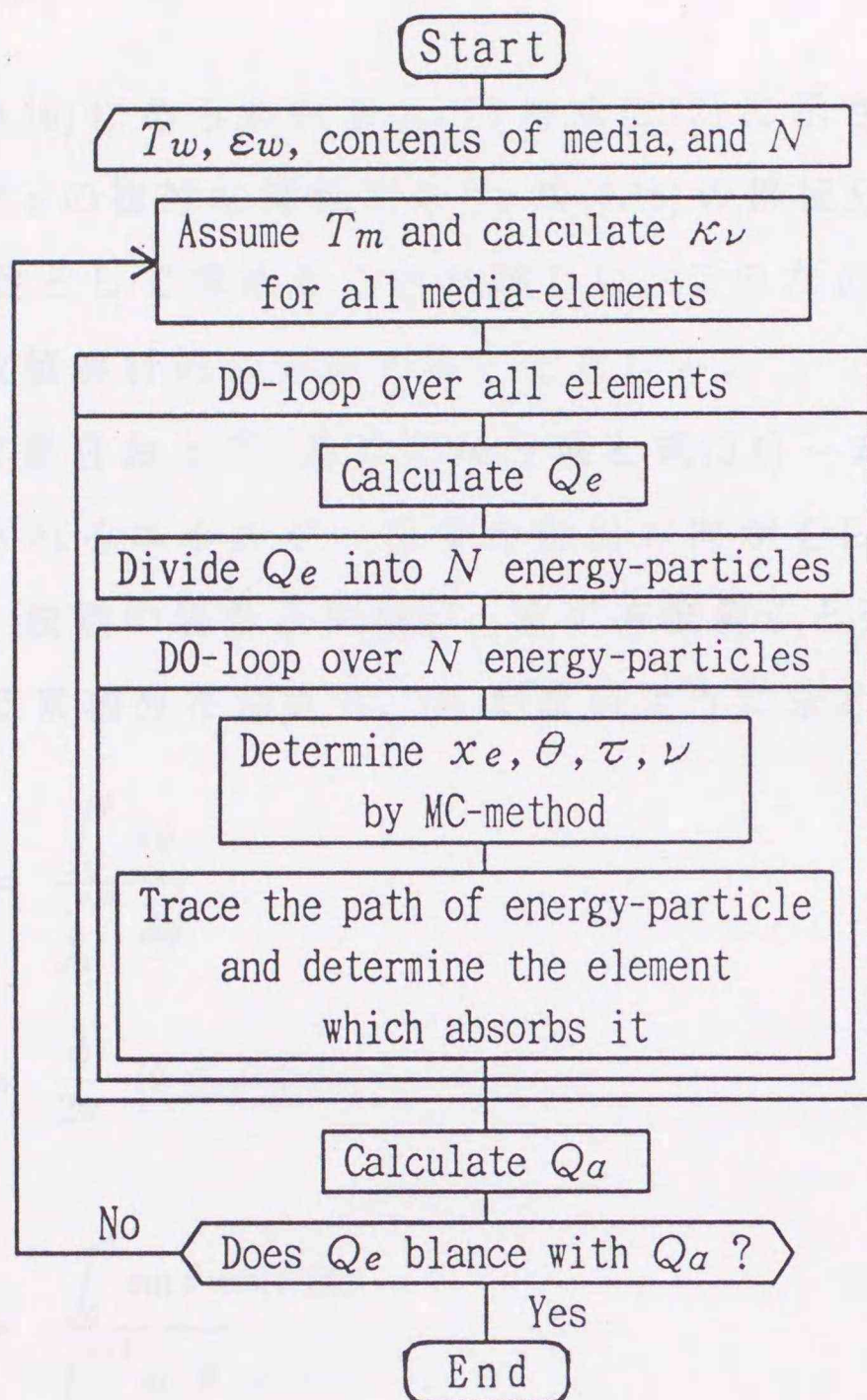


図 3.7: 一次元非灰色放射解析解析手順

$$\nu = W_\nu^{-1}(\xi_\nu) \quad (3.17)$$

ここで、式(3.16)にあらわれる $I_{b\nu}(T)$ は式(2.12)に示されるような温度 T と波数 ν の複雑な関数であり、式(3.16)の累積分布関数を単純な形の関数として求めることは難しい。このため、式(3.17)の逆関数は、数値解析的に算出することとなる。

式(3.15)の2番目および3番目の積分項と式(3.1)～式(3.5)を用いると、射出されるエネルギー粒子の射出方向がを以下のように決定できる。波数の場合と同様に、まず方位角 ϕ と天頂角 θ を確率変数とする累積分布関数 W_ϕ, W_θ が次のように求められる。

$$\begin{aligned} W_\phi(\phi) &= \frac{\int_0^\phi d\phi}{\int_0^{2\pi} d\phi} \\ &= \frac{\phi}{2\pi} \quad (0 \leq \phi \leq 2\pi) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} W_\theta(\theta) &= \frac{\int_0^\theta \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta} \\ &= \sin^2 \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi/2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

関数 W_ϕ, W_θ の逆関数は、波数の場合と異なり、容易に求められる。よって壁面要素から射出される各エネルギー粒子の射出方向、すなわち方位角 ϕ と天頂角 θ は、0～1の間の一様乱数 ξ_ϕ, ξ_θ を用いて次式から決定される。

$$\phi = \mathcal{W}_\phi^{-1}(\xi_\phi) = 2\pi\xi_\phi \quad (3.20)$$

$$\theta = \mathcal{W}_\theta^{-1}(\xi_\theta) = \arcsin(\xi_\theta^{1/2}) \quad (3.21)$$

ただし、本章では解析の対象が一次元系であるため、モンテカルロ法による方位角 ϕ の決定は不要となる。

ガス要素からの射出

ガス要素から射出される放射エネルギーは、式(2.33)より、次式となる。

$$Q_{g,emi} = \underbrace{\int_0^\infty \rho\kappa_\nu I_{b\nu}(T) d\nu}_{\text{射出波数}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta}_{\text{射出方向}} \underbrace{\int_V dV}_{\text{射出位置}} \quad (3.22)$$

壁面要素からの射出と同様に、最初の積分項から波数 ν を確率変数とした累積分布関数 $\mathcal{G}_\nu$ が求められ、これより $0 \sim 1$ の間の一様乱数 ξ_ν を用いて射出波数が決定される。

$$\mathcal{G}_\nu(\nu) = \frac{\int_0^\nu \rho\kappa_\nu I_{b\nu}(T) d\nu}{\int_0^\infty \rho\kappa_\nu I_{b\nu}(T) d\nu} \quad (3.23)$$

$$\nu = \mathcal{G}_\nu^{-1}(\xi_\nu) \quad (3.24)$$

先にも述べた通り、式(3.23)にあらわれる $I_{b\nu}$ は、温度 T と波数 ν の複雑な関数であり、さらにガスの単色吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ は、式(2.58)によって求められる温度 T 、圧力 p および波数 ν の非常に複雑な関数である。このため、 $\mathcal{G}_\nu^{-1}$ は、壁面要素と同様数値解析的に算出さ

れる。実際の計算にあたり、この逆関数の計算が、各エネルギー粒子のパラメータの決定に要する計算時間の大部分を占めている。第4.1.1節では、この部分の計算時間の短縮の方法について述べる。

壁面要素からの射出と同様に、式(3.22)の二番目の積分項より、ガス要素から射出されるエネルギー粒子の射出方向、すなわち方位角 ϕ と天頂角 θ が決定される。ここで ξ_ϕ, ξ_θ は0~1の間の一様乱数である。

$$\begin{aligned} G_\phi(\phi) &= \frac{\int_0^\phi d\phi}{\int_0^{2\pi} d\phi} \\ &= \frac{\phi}{2\pi} \quad (0 \leq \phi \leq 2\pi) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} G_\theta(\theta) &= \frac{\int_0^\theta \sin \theta \, d\theta}{\int_0^\pi \sin \theta \, d\theta} \\ &= \frac{1 - \cos \theta}{2} \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\phi = G_\phi^{-1}(\xi_\phi) = 2\pi\xi_\phi \quad (3.27)$$

$$\theta = G_\theta^{-1}(\xi_\theta) = \arccos(1 - 2\xi_\theta) \quad (3.28)$$

ただし、方位角 ϕ については解析系が一次元であるので、これを決定する必要はない。

式(3.22)の最後の積分項より、エネルギー粒子の射出位置が決定される。 i 番目のガス要素が $(x_i \leq x \leq x_{i+1})$ に位置するものとし、解析系が一次元であることを考慮すると、射出位置 x は、

$$\begin{aligned} G_x(x) &= \frac{\int_{x_i}^x dx}{\int_{x_i}^{x_{i+1}} dx} \\ &= \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$x = G_x^{-1}(\xi_x) = x_i + (x_{i+1} - x_i)\xi_x \quad (3.30)$$

のように決定される。ここで ξ_x は0～1の間の一様乱数である。

吸収位置の決定

式(2.39)より、光子が分子に衝突、すなわち吸収されることなく距離 s を移動する確率が与えられる。ここで、これまでに考えてきたエネルギー粒子を同じ波数を有し同じ方向に進行する光子の集合体と考えると、エネルギー粒子が吸収されずに距離 s を移動する確率も式(2.39)で与えられる。従って、距離 s までに吸収される確率、すなわち累積確率分布 P は、式(3.31)のようにあらわされる。ここで、エネルギー粒子の幾何学的な移動距離 s を光学距離 $\tau (= \rho \kappa_\nu s)$ で置き換えている。この P を0～1の間の一様乱数 ξ_τ と等しいと置くことにより、エネルギー粒子の移動の光学距離 τ を決定することができる。

$$P(\tau) = 1 - \exp(-\tau) \quad (3.31)$$

$$\tau = -\ln(1 - \xi_\tau) \quad (3.32)$$

モンテカルロ法によって、その射出波数・射出方向・射出位置を決定されたエネルギー粒子は、これに従いガス層内を移動し、その移動経路に沿ってガスの単色吸収係数 $\rho\kappa_\nu$ を積分した光学距離（次式）が、式(3.32)で決定された光学距離 τ と等しくなる点で吸収される。また、移動中にエネルギー粒子が壁面に達した場合、壁面を黒体と仮定しているので、そのエネルギー粒子は壁面に吸収される。

$$\int_0^s \rho\kappa_\nu ds = \tau \quad (3.33)$$

以上から、各射出エネルギー粒子の吸収位置が求められ、各要素間のエネルギーの授受を求めることができる。

ガス要素温度の修正

説明を容易にするため、各要素に要素番号を割り振る。低温側の壁面要素を0とし、高温側の壁面要素を $n+1$ とする。ガス要素に対しては、低温壁側から順に $1, 2, \dots, n$ とする。

i 番目のガス要素から射出される放射エネルギー $Q_{emi}(i)$ は、式(3.22)右辺の各積分項を数値的あるいは解析的に解くことにより、次式によって算出される。

$$\begin{aligned} Q_{emi}(i) &= \int_0^\infty \rho\kappa_\nu I_{b\nu}(T_i) d\nu \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_V dV \\ &= 4\Delta V \rho\bar{\kappa}_p \sigma T_i^4 \end{aligned} \quad (3.34)$$

ここで、 $\overline{\kappa_p}$ は Planck の平均吸収係数であり、次式により定義される。

$$\overline{\kappa_p} = \frac{\int_0^\infty \kappa_\nu I_{b\nu} d\nu}{\int_0^\infty I_{b\nu} d\nu} \quad (3.35)$$

また、前節で述べたように、エネルギー粒子の追跡により各要素間のエネルギーの授受が求められる。要素 j から射出され、要素 i に吸収される放射エネルギーを $Q(j \rightarrow i)$ とすると、 i 番目のガス要素によって吸収される放射エネルギーは、次式となる。

$$Q_{abs}(i) = \sum_{j=0}^{n+1} Q(j \rightarrow i) \quad (3.36)$$

さて、各ガス要素 ($i = 1 \sim n$) に対し仮定した温度 T_i が適当であれば、式(3.34)および式(3.36)から求められる射出エネルギーと吸収エネルギーは釣り合うが、これらのエネルギーが釣り合わない場合、仮定した温度を修正し、新たなガス要素温度を仮定しなくてはならない。このため本解析では各ガス要素において、式(3.36)から求められる吸収エネルギーと等しいエネルギーが射出されるようにガス要素温度の修正を行っている。つまり、あるガス要素に対し、修正前の温度を T_{old} 、修正された温度を T_{new} とすると、

$$Q_{emi}(T_{new}) = Q_{abs}(T_{old}) \quad (3.37)$$

が成り立つように T_{new} を決定するのである。式(3.34)を用いると、式(3.37)は次式のように書き換えられる。

$$4 \Delta V \rho \overline{\kappa_p} \sigma T_{new}^4 = Q_{abs}(T_{old}) \quad (3.38)$$

ここで、 $\overline{\kappa_p}$ は T_{new} の関数であるが、 $T_{new} \simeq T_{old}$ であれば、

$$\overline{\kappa_p}(T_{new}) \simeq \overline{\kappa_p}(T_{old}) \quad (3.39)$$

が成り立つと考えられる。これより、式(3.38)は次のように変形され、修正されたガス要素温度が容易に求められる。

$$\begin{aligned} T_{new} &= \left\{ \frac{Q_{abs}(T_{old})}{4 \Delta V \rho \overline{\kappa_p} \sigma} \right\}^{1/4} \\ &= \left\{ \frac{Q_{abs}(T_{old})}{4 \Delta V \rho \overline{\kappa_p} \sigma T_{old}^4} \right\}^{1/4} T_{old} \\ &= \left\{ \frac{Q_{abs}(T_{old})}{Q_{ems}(T_{old})} \right\}^{1/4} T_{old} \end{aligned} \quad (3.40)$$

3.1.4 一次元系における解析結果

本節では、先に示したモンテカルロ法による非灰色ガス放射熱伝達の解析手法の妥当性を確かめるため、Modest [23] による解析結果との比較を行う。つぎに、いくつかの解析条件に対する本解析の一次元系における解析結果を示す。

解析手法の妥当性

近年、放射熱伝達の分野においては、非灰色ガスに関する研究が多数報告されている。また、光学測定器の分析能力の向上と共に、より精密な実験結果が得られるようになった。また解析に関し

ては、本解析のような温度の異なる二つの黒体壁面間に非灰色ガス層を配した単純な一次元系において、このガス層の温度分布を求めた例として、Howell [46] のモンテカルロ法による高温・高圧の水素に対する解析結果と、Modest [23] の灰色ガス吸収係数の加重和 (weighted sum of gray gas) を非灰色ガスの吸収係数として用いた解析結果が報告されている。

ここでは、解析手法の妥当性を確認するための比較の対象として、Modest による解析結果を用いる。Modest は文献 [23] の中で、非灰色ガスに対する吸収係数として、図 3.8 に示すような仮想的な 1 つの吸収バンドを仮定し、これを次式により算出している。

$$\kappa_{\nu} = \overline{\kappa_g} \exp \left\{ -\frac{2|\nu - \nu_0|}{\omega} \right\} \quad (3.41)$$

ここで、吸収バンドの中心波数 ν_0 および吸収バンド幅パラメータ ω の値は、それぞれ次のように与えられる。また、吸収バンドの中心波数における吸収係数の値 $\overline{\kappa_g}$ は定数であり、温度・圧力・波数によらず一定値としている。

$$\begin{cases} \nu_0 = 3000 \text{ cm}^{-1} \\ \omega = 200 \text{ cm}^{-1} \end{cases}$$

従って、Modest が用いたガスの吸収係数は、温度・圧力に依存しない波数のみの関数である。

式 (3.41) から求められるガスの吸収係数を用い、Modest の解析と同じ条件において、本解析手法による解析を行い、その結果と Modest が示す厳密解との比較を行った。

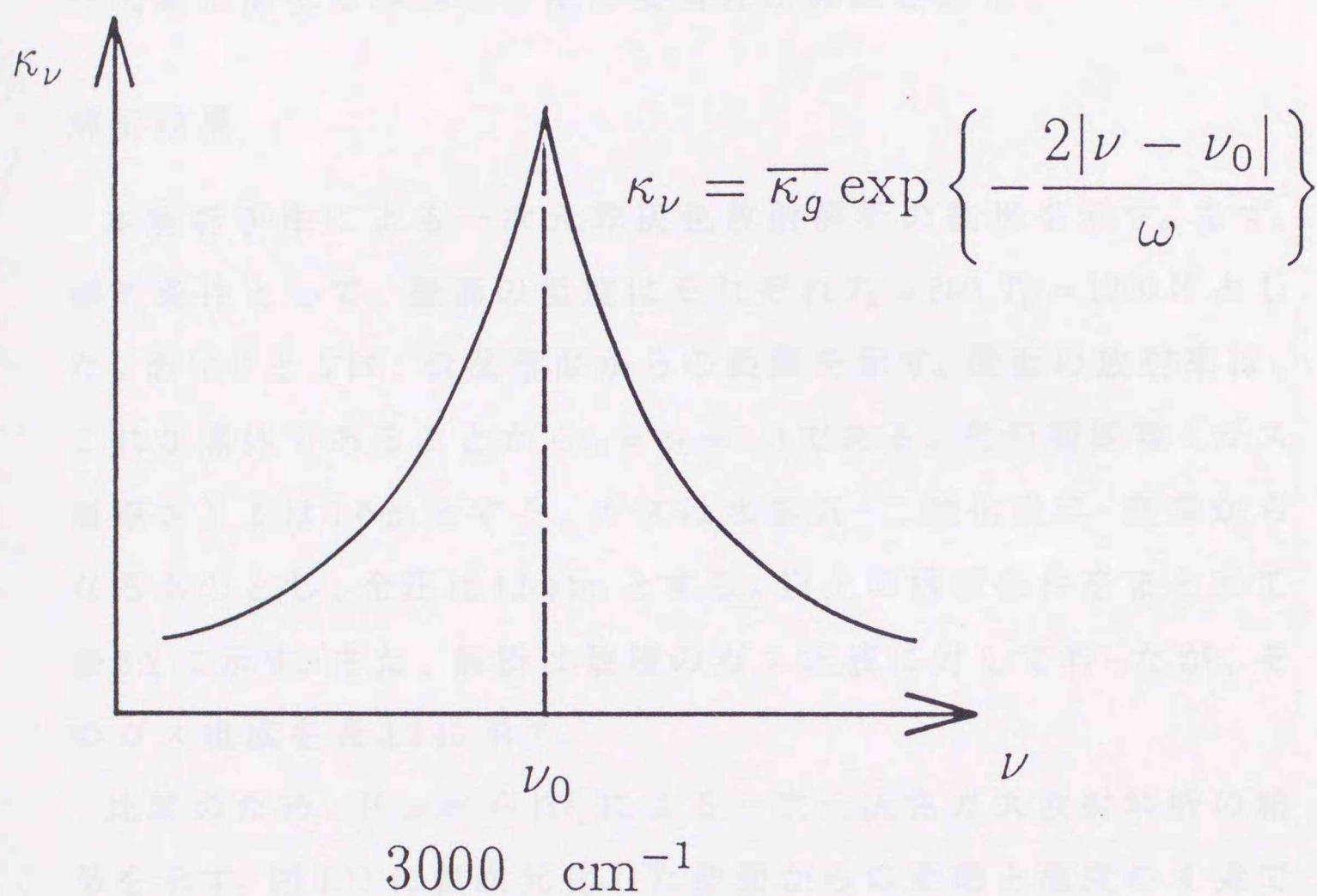


図 3.8: Modest による仮想的な吸収バンド

この結果を図 3.9 と図 3.10 に示す。解析は $\kappa_g L = 10, 100$ の 2 種類の条件に対し行ったが、何れの条件においても本解析による結果は、厳密解と非常によい一致を示した。これより非灰色ガス放射熱伝達に関する本解析手法の妥当性が確認された。

解析結果

本解析手法による一次元非灰色放射解析の結果を示す。まず、解析条件として、壁面の温度はそれぞれ $T_0 = 800, T_L = 1200$ K とした。添字 0 と L は、低温壁面からの距離を示す。壁面の放射率は、これが黒体であることから $\varepsilon_0 = \varepsilon_L = 1.0$ である。壁面間距離（ガス層厚さ） L は 1.0 m とする。ガスは水蒸気・二酸化炭素・窒素からなるものとし、全圧は 1.0 atm とする。以上の解析条件をまとめて表 3.2 に示す。また、解析は数種のガス組成に対して行ったが、そのガス組成を表 3.3 に示す。

比較のため、Heaslet ら [37] による一次元灰色ガス放射解析の結果を示す。図 3.11 に無次元化した壁面からの距離と温度の 4 乗で無次元化したガス温度の関係を示す。これより、灰色解析による解析結果は、以下の特徴を有することが分かる。無次元温度は無次元距離 0.5 の位置において値 0.5 を取り、ガス層の光学厚さ（ガス層厚さと吸収係数の積）の値によって傾きが変化する直線的な分布を示す。また、壁面温度と壁面近傍のガス温度は不連続であり、この温度のずれはガス層の光学厚さが薄くなるにつれ大きくなっている。

以下に表 3.2 および表 3.3 に示した解析条件による非灰色ガス

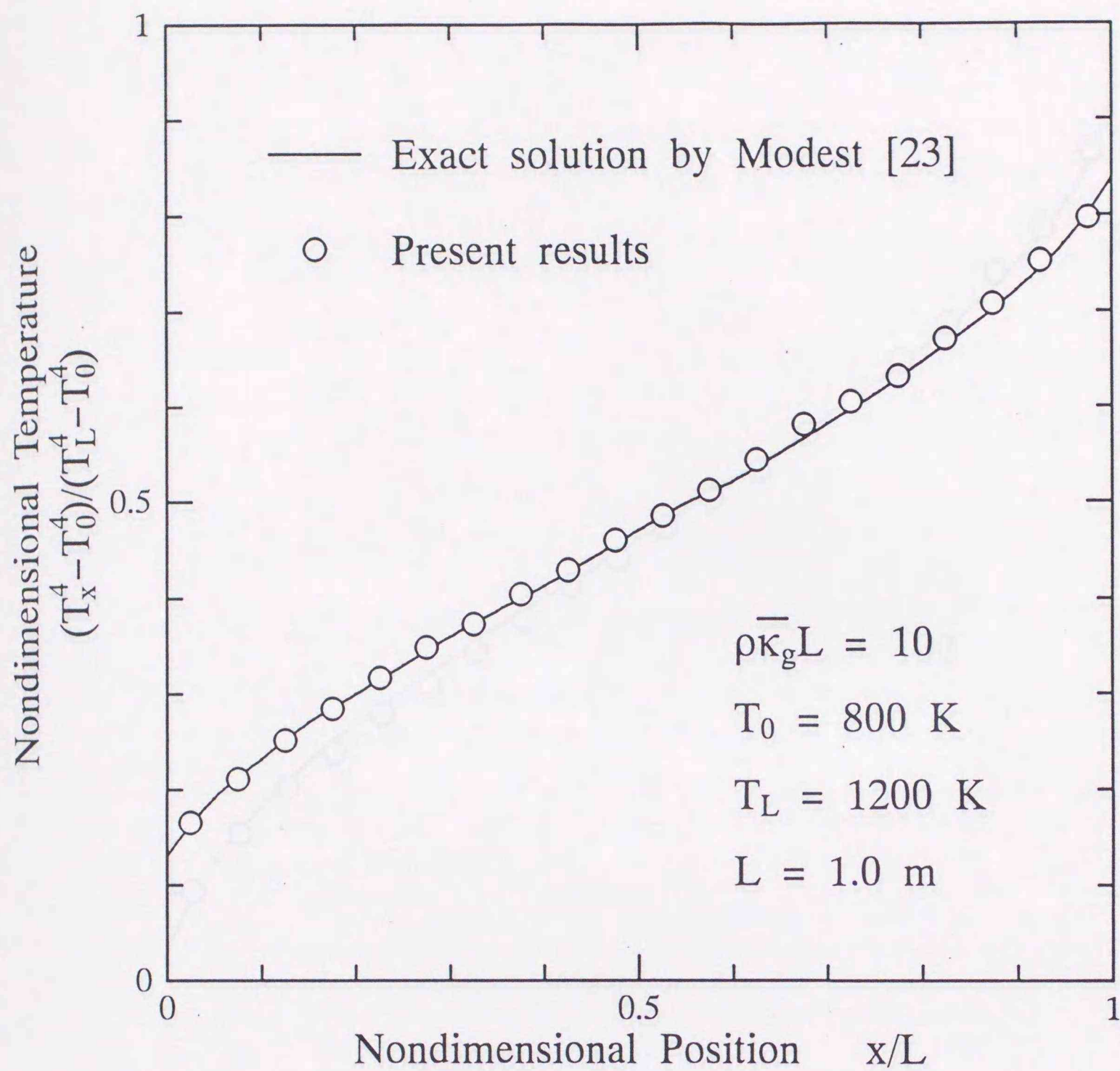


図 3.9: Modest による解析結果との比較($\rho \bar{\kappa}_g L = 10$)

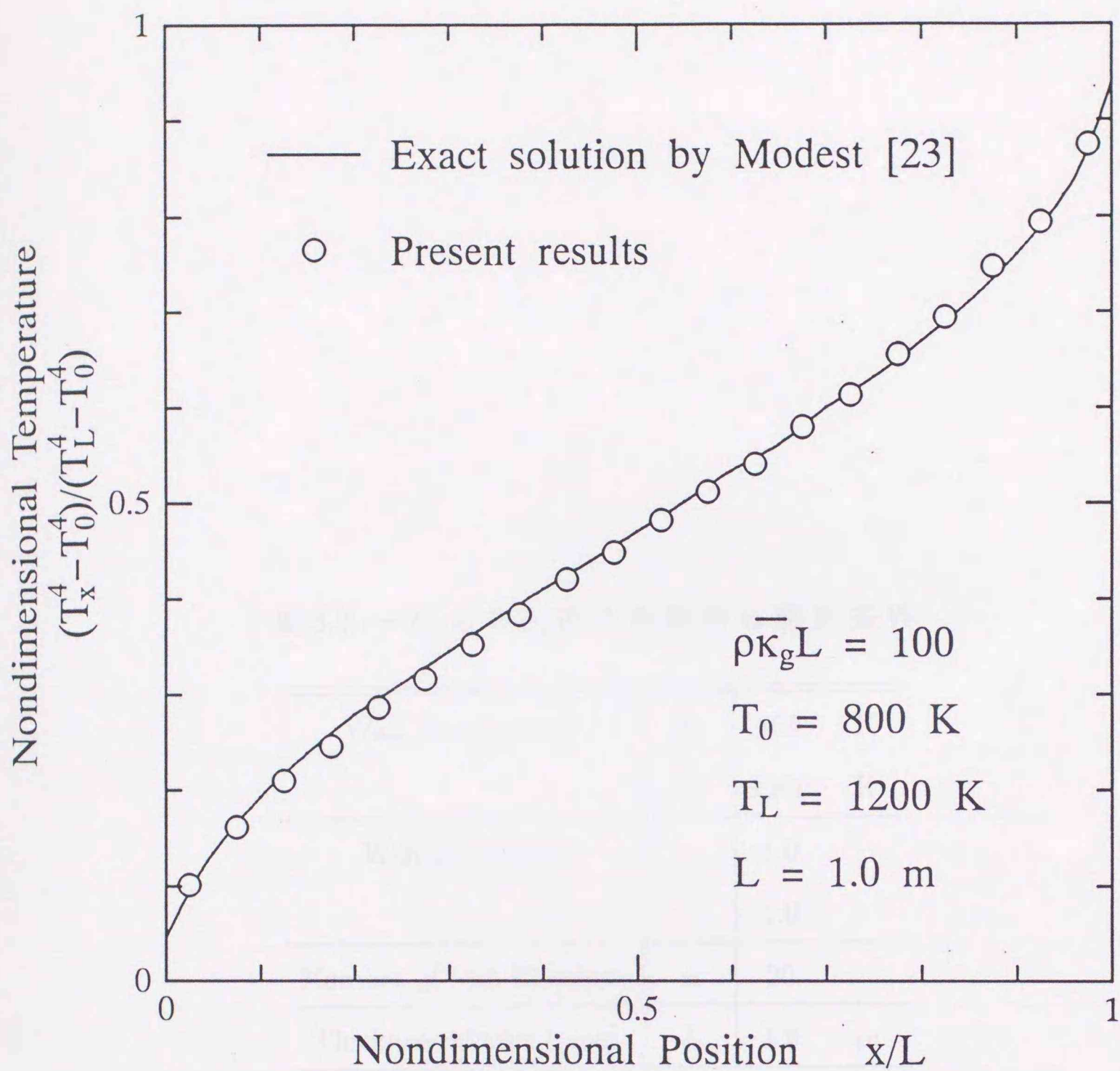


図 3.10: Modest による解析結果との比較($\rho \bar{\kappa}_g L = 100$)

表 3.2: 一次元非灰色放射解析の解析条件

Wall Temperature	T_0	800	K
	T_L	1200	K
Wall Emissivity	ϵ_0	1.0	
	ϵ_L	1.0	
Number of Gas Elements	n	20	
Thickness of Gas Layer	L	1.0	m
Gas Components	$\text{H}_2\text{O}, \text{CO}_2, \text{N}_2$		
Total Gas Pressure	p_{total}	1.0	atm

表 3.3: 解析条件（ガス組成）

Partial Pressure [atm]	$p_{\text{H}_2\text{O}}$	p_{CO_2}	p_{N_2}
Run 1	0.1	0.1	0.8
Run 2	0.2	0.2	0.6
Run 3	0.3	0.3	0.4
Run 4	0.4	0.4	0.2
Run 5	0.5	0.5	0.0

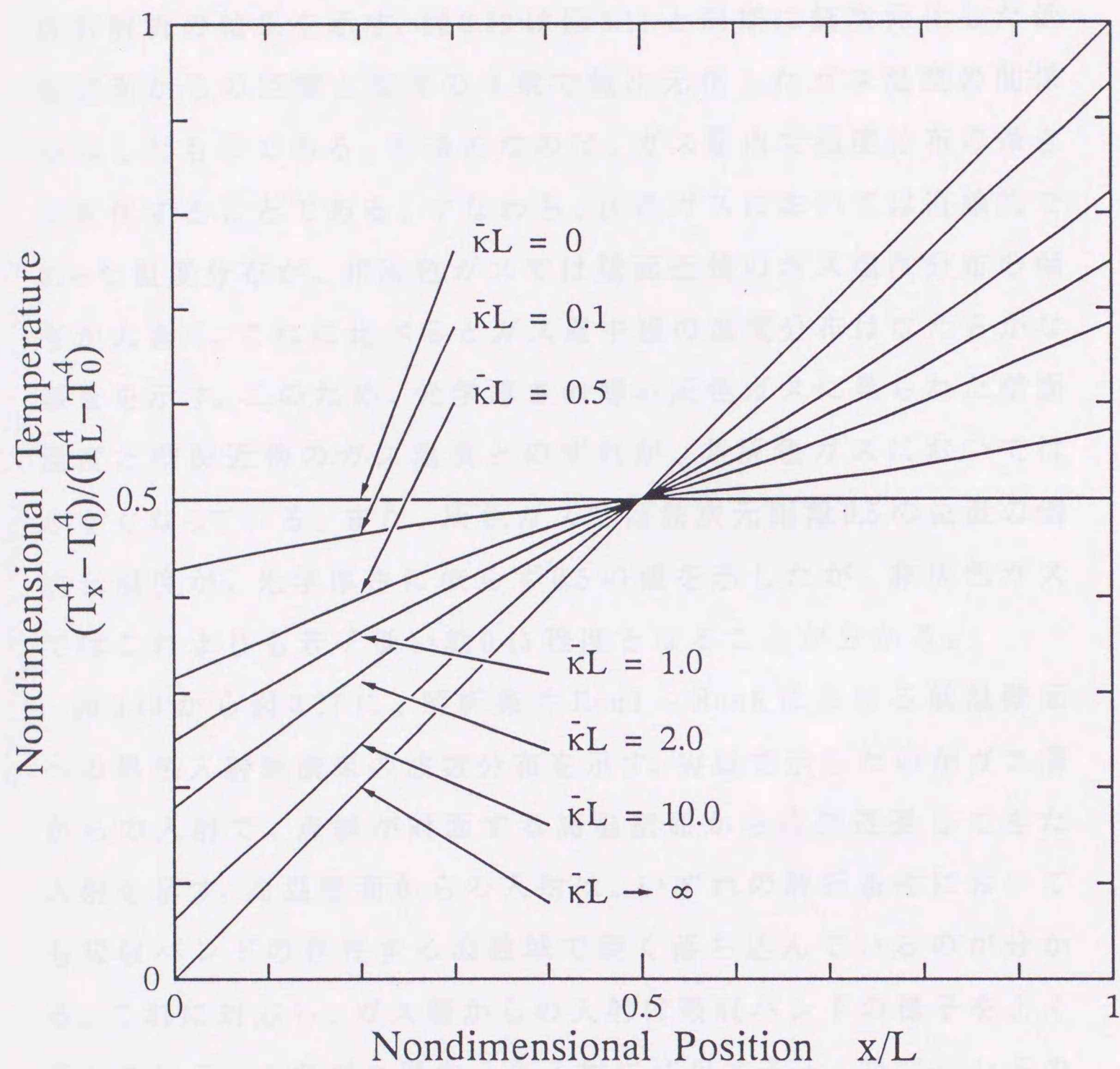


図 3.11: 灰色ガスの無次元温度分布

放射解析の結果を示す。図 3.12 は図 3.11 と同様に無次元化した低温壁面からの距離と温度の 4 乗で無次元化したガス温度の関係を示したものである。特徴的なのは、ガス層内で温度分布の傾きが変化することである。すなわち、灰色ガスにおいては直線的であった温度分布が、非灰色ガスでは壁面近傍のガス温度分布の傾きが大きく、これに比べるとガス層中程の温度分布はなだらかな傾きを示す。このため、光学厚さの薄い灰色ガスに見られた壁面温度と壁面近傍のガス温度とのずれが、非灰色ガスにおいては小さくなっている。また、灰色ガスでは無次元距離 0.5 の位置の無次元温度が、光学厚さに依らず 0.5 の値を示したが、非灰色ガスではこれよりも若干低い約 0.45 程度となることが分かる。

図 3.13 から図 3.17 に、解析条件 Run1 ~ Run5 における低温壁面への単色入射熱流束の波数分布を示す。実線で示したのがガス層からの入射で、点線が対面する高温壁面から直接透過してきた入射を示す。高温壁面からの入射は、いずれの解析条件においても吸収バンドの存在する波数域で鋭く落ち込んでいるのが分かる。これに対応し、ガス層からの入射は吸収バンドの様子をよく示している。このガス層からの入射に注目すると、吸収バンドの代表波数（吸収係数が最大となる波数）付近で分布が V 字形に落ち込みを示しているのが確認される。この様子は、吸収ガス（水蒸気・二酸化炭素）の濃度に高い Run3 ~ Run5 において顕著に見られ、波数 2400 cm^{-1} 付近にその代表波数を持つ $4.3\text{ }\mu\text{m}$ バンドでは、いずれの条件においても確認される。これは、牛島 [38] の報告にもあるように、吸収係数が各バンドの代表波数のまわりに

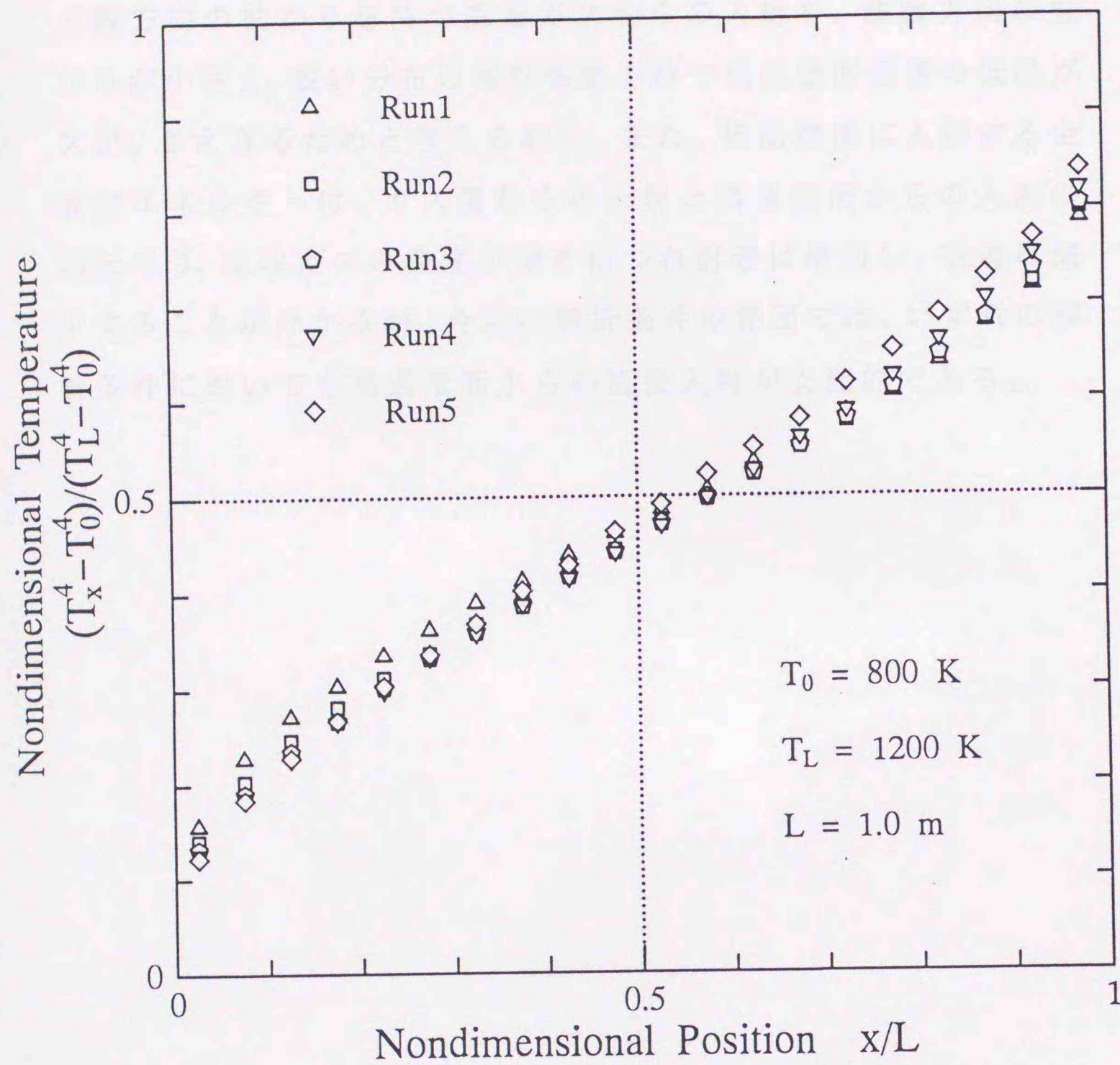


図 3.12: 非灰色ガスの無次元温度分布

波数方向の広がりを持つ高温ガスからの入射を、波数方向の広がりが小さく、鋭い分布の吸収係数を持つ低温壁面近傍の低温ガスが、さえぎるためと考えられる。また、低温壁面に入射する全放射エネルギーは、ガス層からの入射と高温壁面からの入射の和となり、吸収ガスの濃度が増すにつれ前者は増加し、後者は減少することが分かるが、今回の解析条件の範囲では、いずれの解析条件においても高温壁面からの直接入射が支配的である。

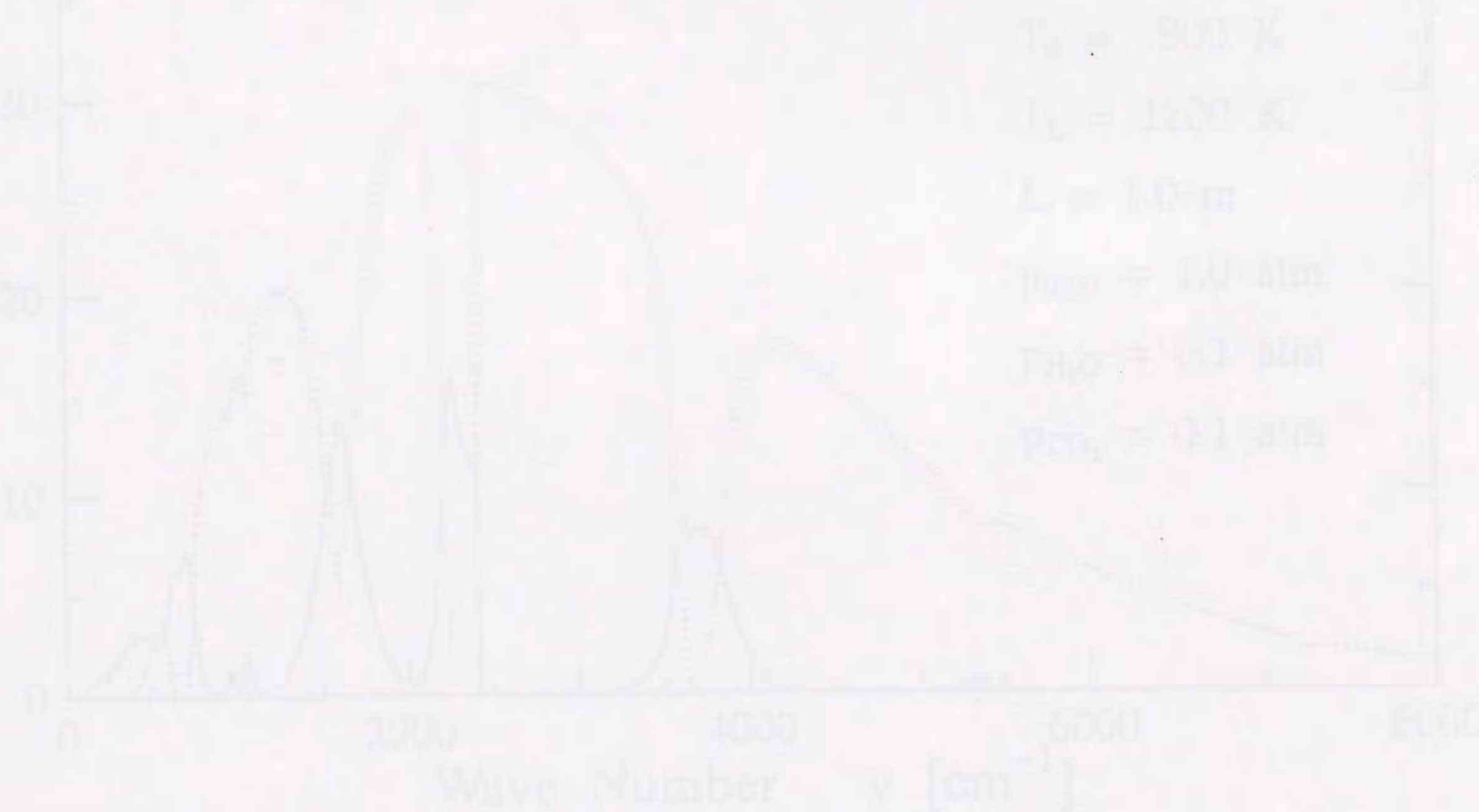


図 3-12 低温壁面からの放射エネルギーの分布 (単位: W/cm^2)

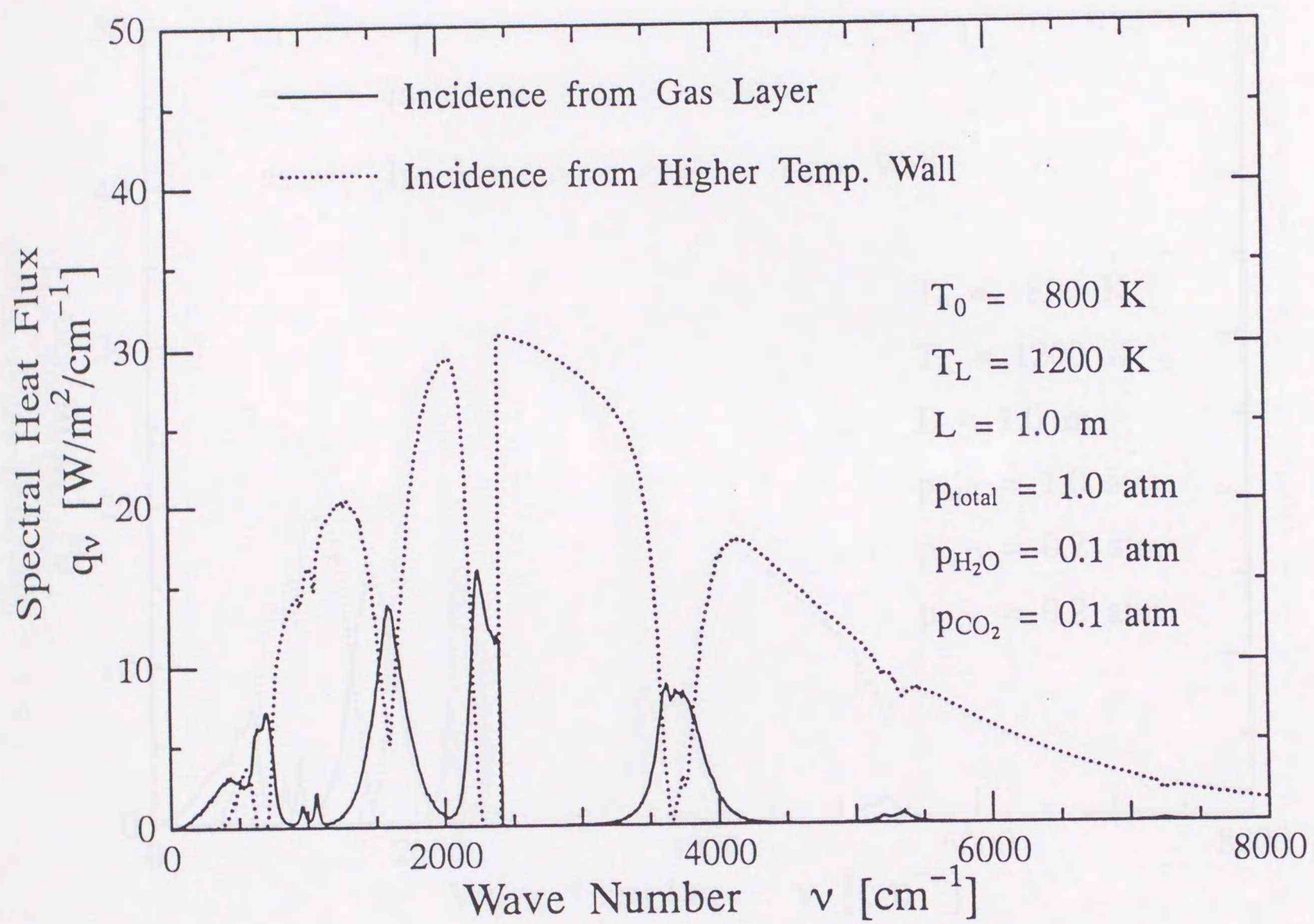


図 3.13: 低温壁面への単色入射熱流束 (Run 1)

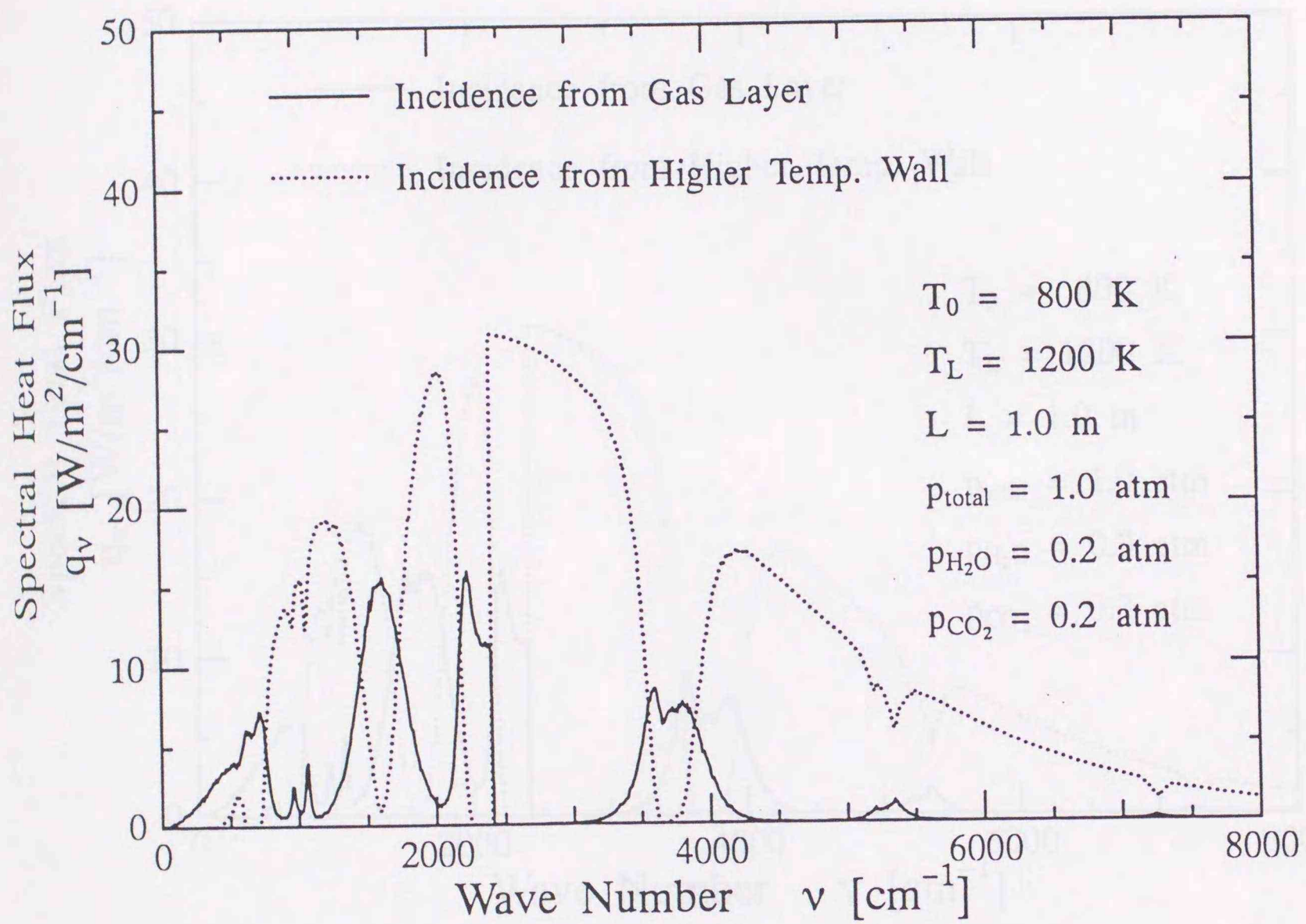


図 3.14: 低温壁面への単色入射熱流束 (Run 2)

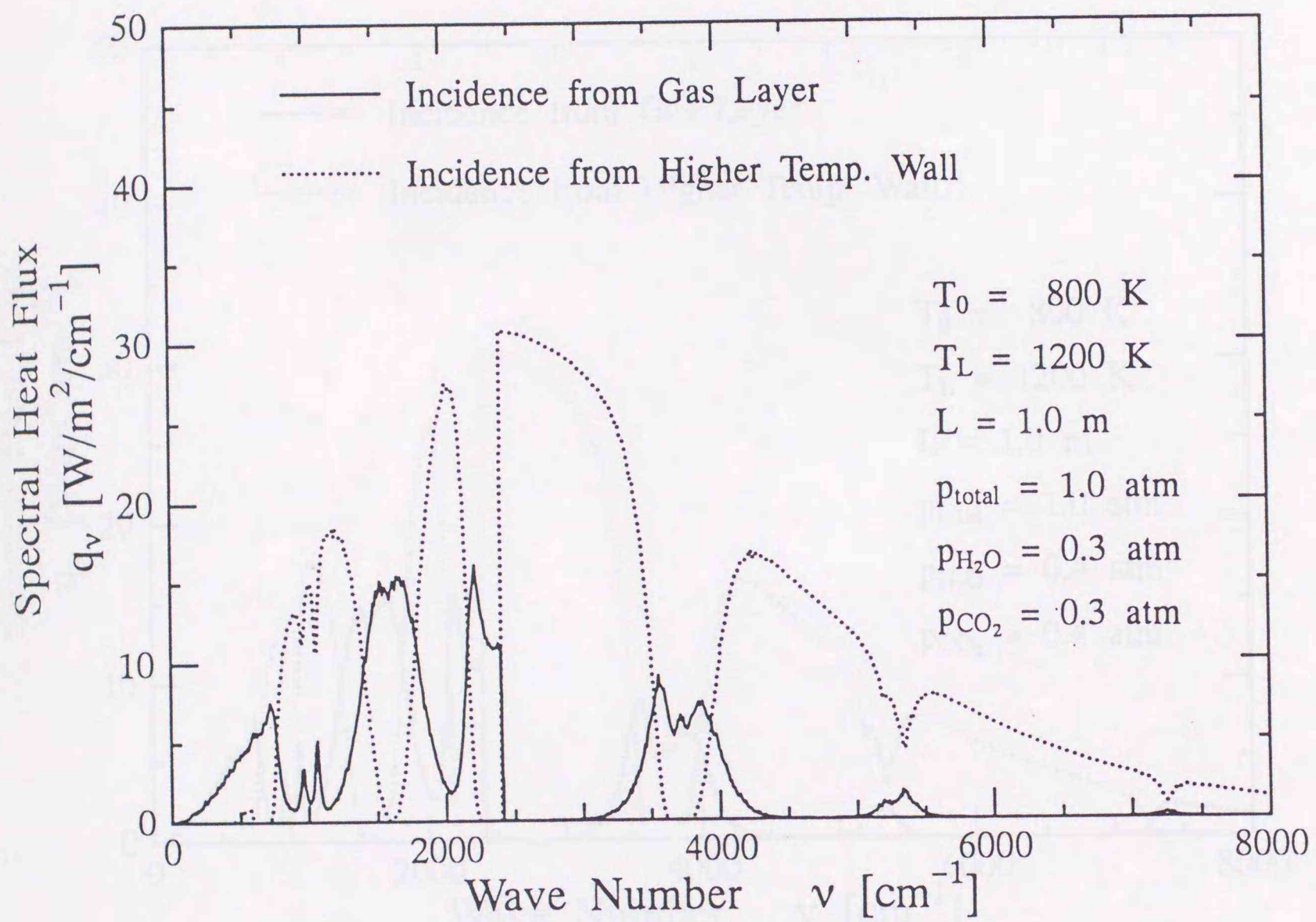


図 3.15: 低温壁面への単色入射熱流束 (Run 3)

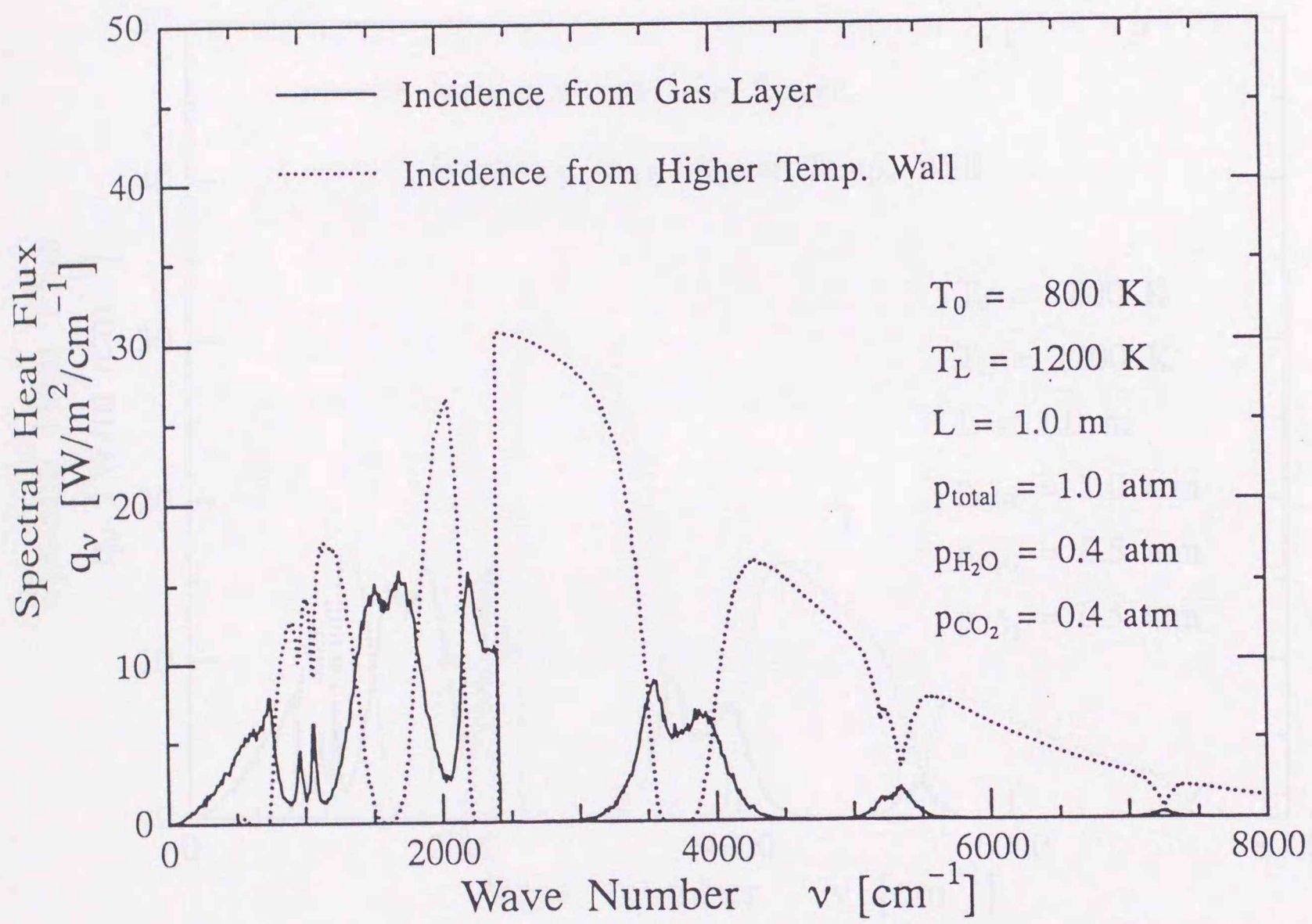


図 3.16: 低温壁面への単色入射熱流束 (Run 4)

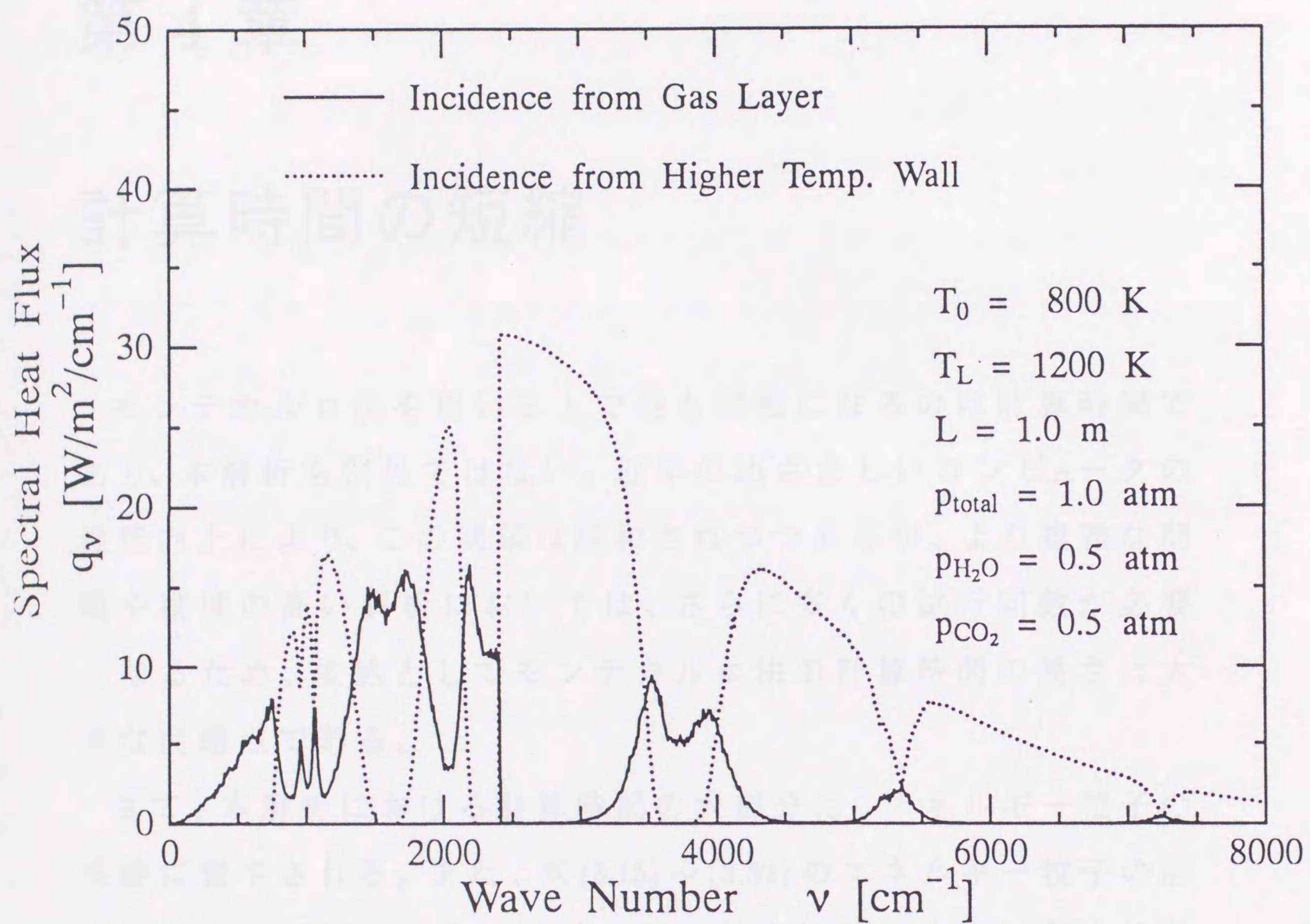


図 3.17: 低温壁面への単色入射熱流束 (Run 5)

第 4 章

計算時間の短縮

モンテカルロ法を用いる上で最も問題になるのは計算時間であり、本解析も例外ではない。近年のめざましいコンピュータの性能向上により、この問題は緩和されつつあるが、より複雑な問題や精度の高い解析においては、さらに多くの試行回数が必要となるため、依然としてモンテカルロ法の計算時間の長さは大きな問題点である。

さて、本解析における計算時間の大部分は、エネルギー粒子の追跡に費やされる。また、式(3.15)～(3.32)のエネルギー粒子の射出に関するパラメータの決定では、射出波数の決定に要する計算時間が最も長い。そこで本論文では、このような特徴を踏まえた上で、二つの点から計算時間の短縮を試みた。一つは決定論的計算法および加速緩和法の導入によるアルゴリズムの改良、二つ目はアルゴリズムの並列化による高並列計算機の利用によるものである。以下に具体的な方法および結果を示す。

4.1 決定論的方法と加速緩和法

4.1.1 決定論的計算法

決定論的計算法の導入による計算時間の短縮について説明する。これは、各種の確率分布に従う、相互に独立な一組のパラメータによって値が決定される状態点を求めることに関し、純粹のモンテカルロ法ではこれらのパラメータ全てをモンテカルロ法により確率論的に求めているが、これらのパラメータの一つを決定論的計算法により規則的にその値を決定するものである。

m 個の独立なパラメータに対し、その値の決定をモンテカルロ法によって行った場合、前述のように、これらのパラメータから算出される多数の状態点の値が、各パラメータが正しい確率分布に従ったときの状態点の値からどれだけずれているかをあらわす誤差 ζ は、パラメータの個数 m に関わらず試行回数（状態点を求めた回数） N の $-1/2$ 乗に比例する。これに対し、各パラメータの値をそれぞれが従うべき確率分布に比例した回数だけ規則的に生起する決定論的計算法を用いた場合、誤差 ζ は試行回数 N の $-1/m$ 乗に比例することが知られている [30]。よって独立なパラメータの個数 m が3以上では、試行回数 N の増加による誤差 ζ の低減を考えると、モンテカルロ法の方が決定論的計算法よりも有利となる。

ここで、 $m \geq 3$ において一つのパラメータのみ決定論的方法で値を決定し、残りの $(m-1)$ 個のパラメータの値をモンテカルロ法によって決定する場合、このパラメータの値の決定をモンテカ

ルロ法から決定論的方法に変更することにより、決定された値の確率分布からのずれによる状態点の誤差は、試行回数 N の $-1/2$ 乗に比例して減少していたものが、 -1 乗に比例して減少することになる。従って $m \geq 3$ の場合、一つのパラメータの値を決定論的に決めることは、計算時間の短縮に対し、非常に有効な手段であると思われる。また、一般に一試行あたりに要する計算時間は、決定論的計算法の方が短く、上記の方法はさらに有効性が高くなる。

さて、モンテカルロ法により値を決定している複数の独立なパラメータの一つに対し、決定論的計算法を適用し、規則的にその値を決定する場合、これによってパラメータ間の独立性が失われることはない。これを利用し、解析中モンテカルロ法によってその値を決定していたパラメータの内、その決定に最も計算時間を必要とする射出波数について決定論的計算法を適用することとした。これ以外のパラメータの値は全てモンテカルロ法によって独立に決定されるので、パラメータ間の独立性は保たれる。これに伴うアルゴリズムの変更を図 4.1 にフロー・チャートとして示す（図 3.7 参照）。外側の DO ループが決定論的計算法により各エネルギー粒子の波数を決定する部分で、内側の DO ループがモンテカルロ法により各エネルギー粒子の他のパラメータを決定する部分である。図 4.2 は決定論的計算法による射出波数の決定を模式的に示した図である。吸収バンドを微小幅 $d\nu$ の波数帯に分割し、各波数帯の放射エネルギーに相当する個数のエネルギー粒子を順に射出することにより射出波数が規則的に決定される。

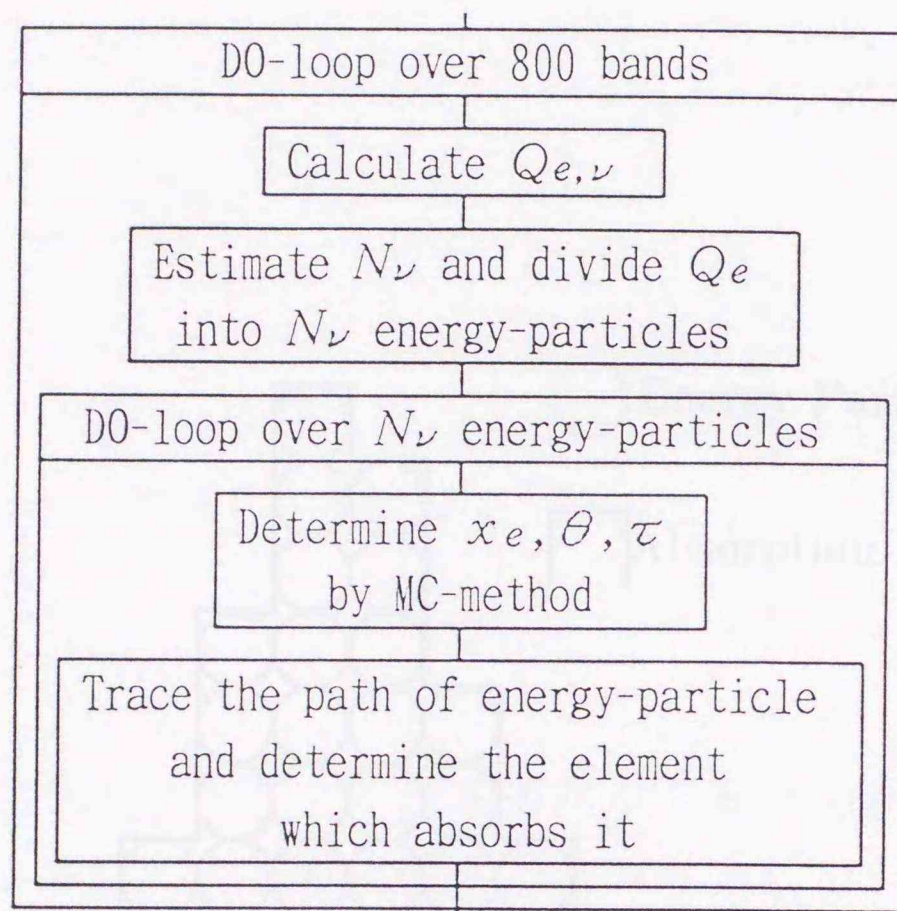


図 4.1: 決定論的計算法の導入によるアルゴリズムの変更

4.1.2 加減法

本稿所では、決定論的計算法の手続きは、式(4.10)によるガス
密度の値を式(4.11)の吸収係数、透過係数 $\tau(\geq 1)$ を算出
することにより射出力を算出する。これに於ける透過係数の
値は、

$$\tau = \left\{ \frac{Q_{\text{abs}}(\nu)}{Q_{\text{em}}(\nu)} \right\} \quad (4.11)$$

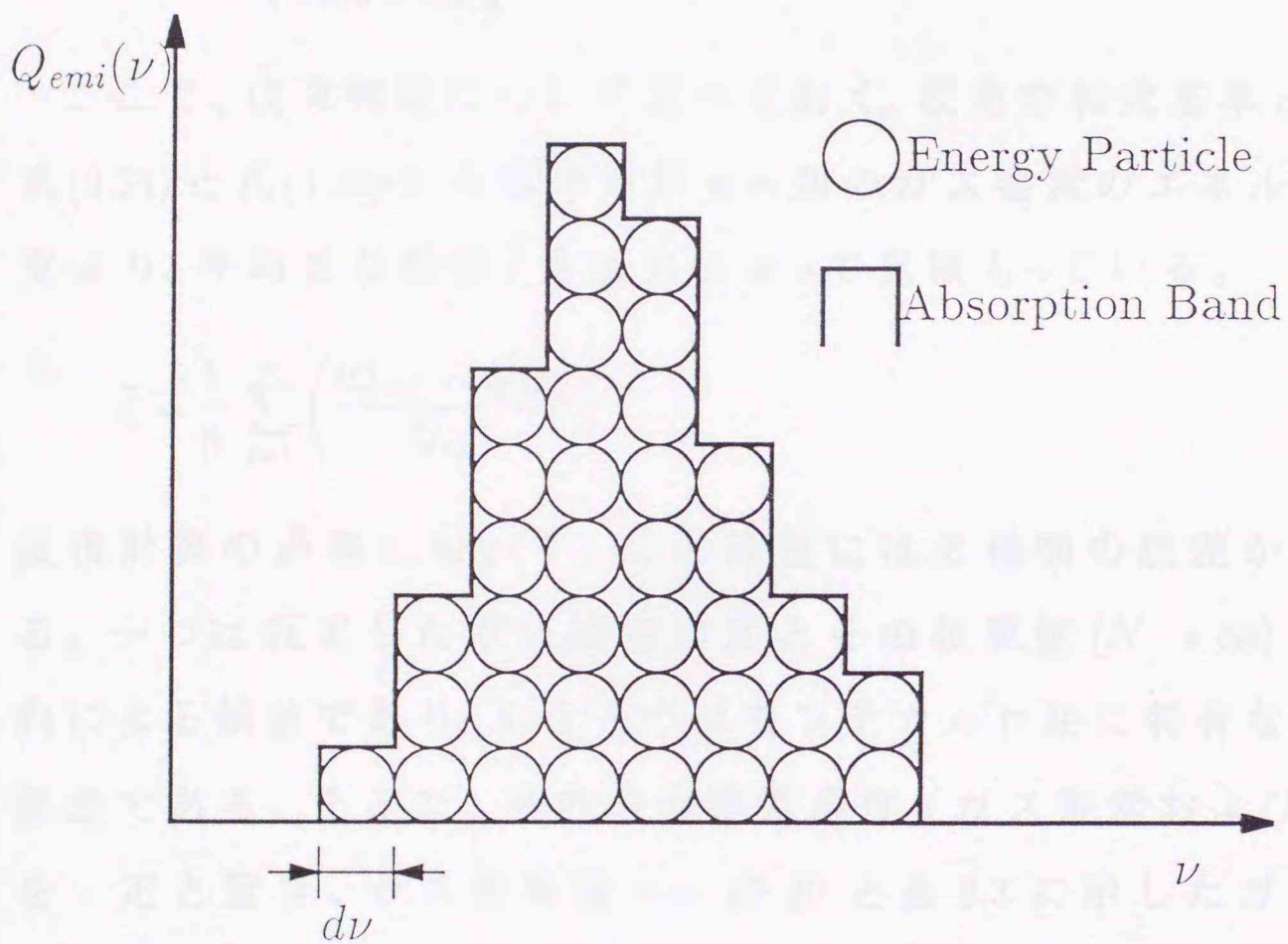


図 4.2: 決定論的計算法による射出波数の決定

4.1.2 加速緩和法

本解析では、決定論的方法の導入とは別に、式(3.40)によるガス要素温度の修正を次式のように書き改め、加速係数 $a(\geq 1)$ を導入することにより解の収束を加速し、これに要する反復計算回数の低減を計った。

$$T_{new} = \left\{ \frac{Q_{abs}(T_{old})}{Q_{emi}(T_{old})} \right\}^{a/4} T_{old} \quad (4.1)$$

ここで、収束判定について述べておく。収束の判定基準として、式(3.34)と式(3.36)から求められる n 個のガス要素のエネルギー収支より、平均的な残差 $\bar{\zeta}$ を次式によって見積もっている。

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{|Q_{emi} - Q_{abs}|}{Q_{emi}} \right)_i \quad (4.2)$$

反復計算の過程において、この残差には2種類の誤差が含まれる。一つは仮定したガス要素温度とその収束値($N \rightarrow \infty$)とのずれによる誤差であり、もう一つはモンテカルロ法に特有な統計的誤差である。そこで、系内の全要素温度(ガス要素および壁面)を一定と置き、ガス要素数 $n = 10, 20$ と表3.3に示したガス組成Run1, Run3, Run5に対する解析を行い、試行回数 N と残差 $\bar{\zeta}$ の関係を図4.3にまとめた。ここで、系内の温度が一定であることから、ガス要素温度には収束値を与えたことになり、この残差にはモンテカルロ法による統計的誤差のみが含まれる。

本解析では、ガス要素温度の収束計算の過程で、式(4.1)より算出される残差を試行回数 N に対応して図4.3から決定される値と

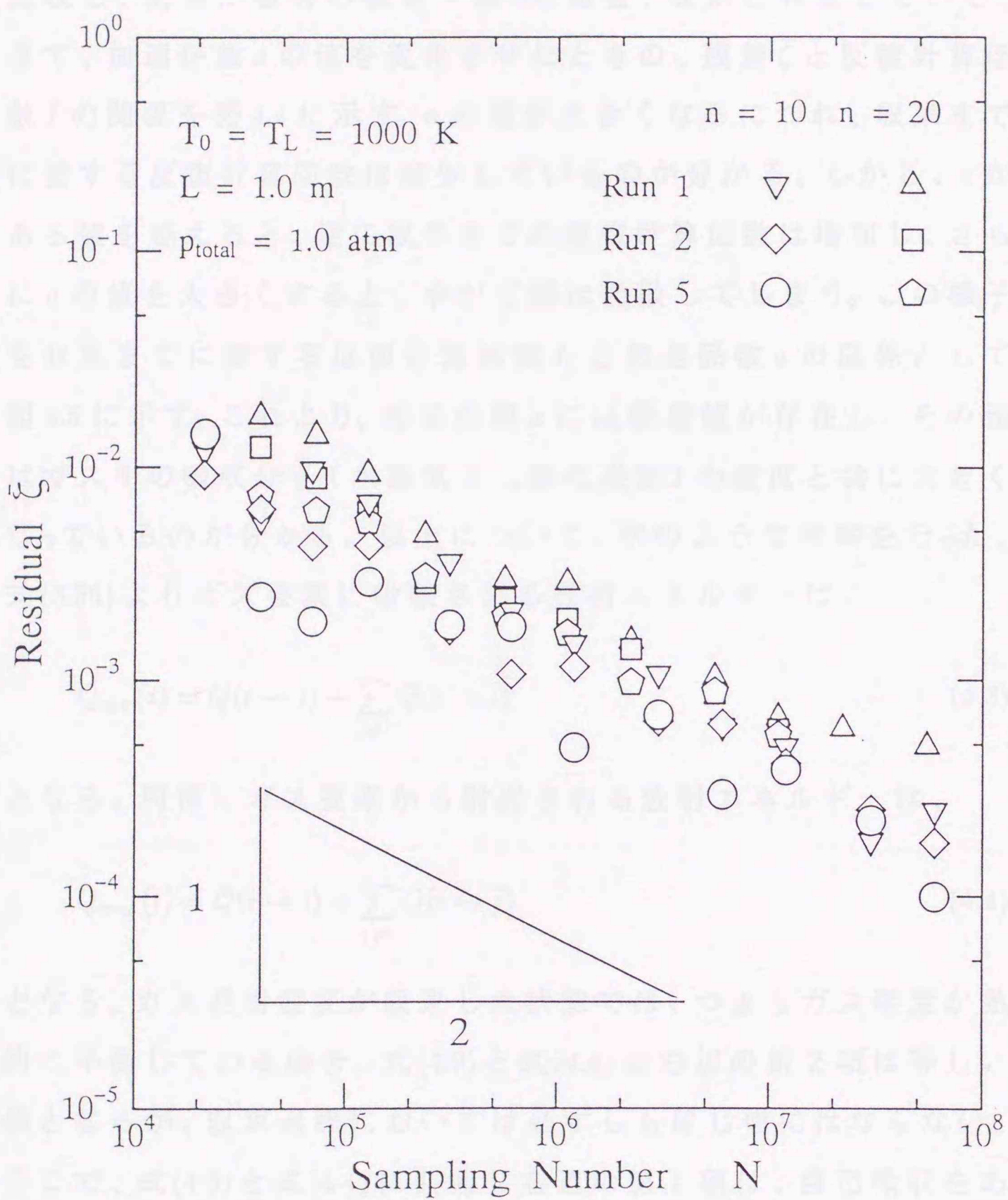


図 4.3: 統計的誤差と試行回数との関係

比較し、前者が後者の値を下回った場合、収束と判定している。さて、加速係数 a の値を変化させたときの、残差 $\bar{\epsilon}$ と反復計算回数 I の関係を図 4.4 に示す。 a の値が大きくなるにつれ、収束までに要する反復計算回数は減少しているのが分かる。しかし、 a がある値を越えると、逆に収束までの反復計算回数は増加し、さらに a の値を大きくすると、やがて解は発散してしまう。この様子を収束までに要する反復計算回数 I_c と加速係数 a の関係として図 4.5 に示す。これより、加速係数 a には最適値が存在し、その値はガス中の吸収分子（水蒸気と二酸化炭素）の濃度と共に大きくなっているのが分かる。以上について、次のような考察を行った。式(3.36)よりガス要素に吸収される放射エネルギーは、

$$Q_{abs}(i) = Q(i \rightarrow i) + \sum_{j \neq i} Q(j \rightarrow i) \quad (4.3)$$

となる。同様にガス要素から射出される放射エネルギーは、

$$Q_{emi}(i) = Q(i \rightarrow i) + \sum_{j \neq i} Q(i \rightarrow j) \quad (4.4)$$

となる。ガス要素温度が収束した状態では、つまりガス要素が熱的に平衡している場合、式(4.3)と式(4.4)の右辺の第2項は等しい値となるが、収束過程においては必ずしも同じ値にはならない。ここで、式(4.3)と式(4.4)に共通な右辺の第1項は、自己吸収をあらわしており、要素間の熱伝達には全く関与しない値である。しかし、式(4.1)によるガス要素温度の修正を行う場合、この項は計算を安定させる方向に作用する。つまり、自己吸収が大きくなる

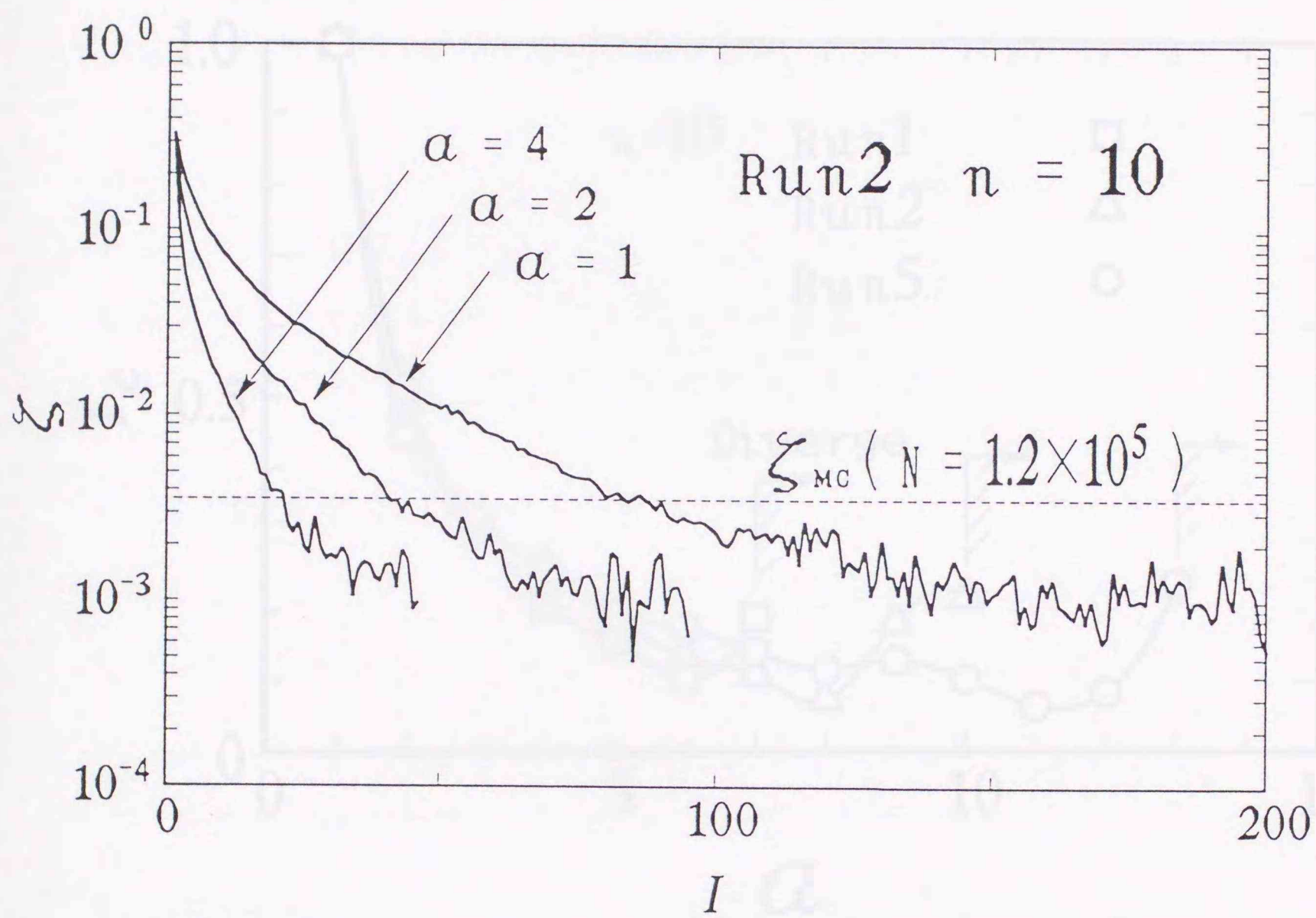


図 4.4: 残差と反復計算回数の関係

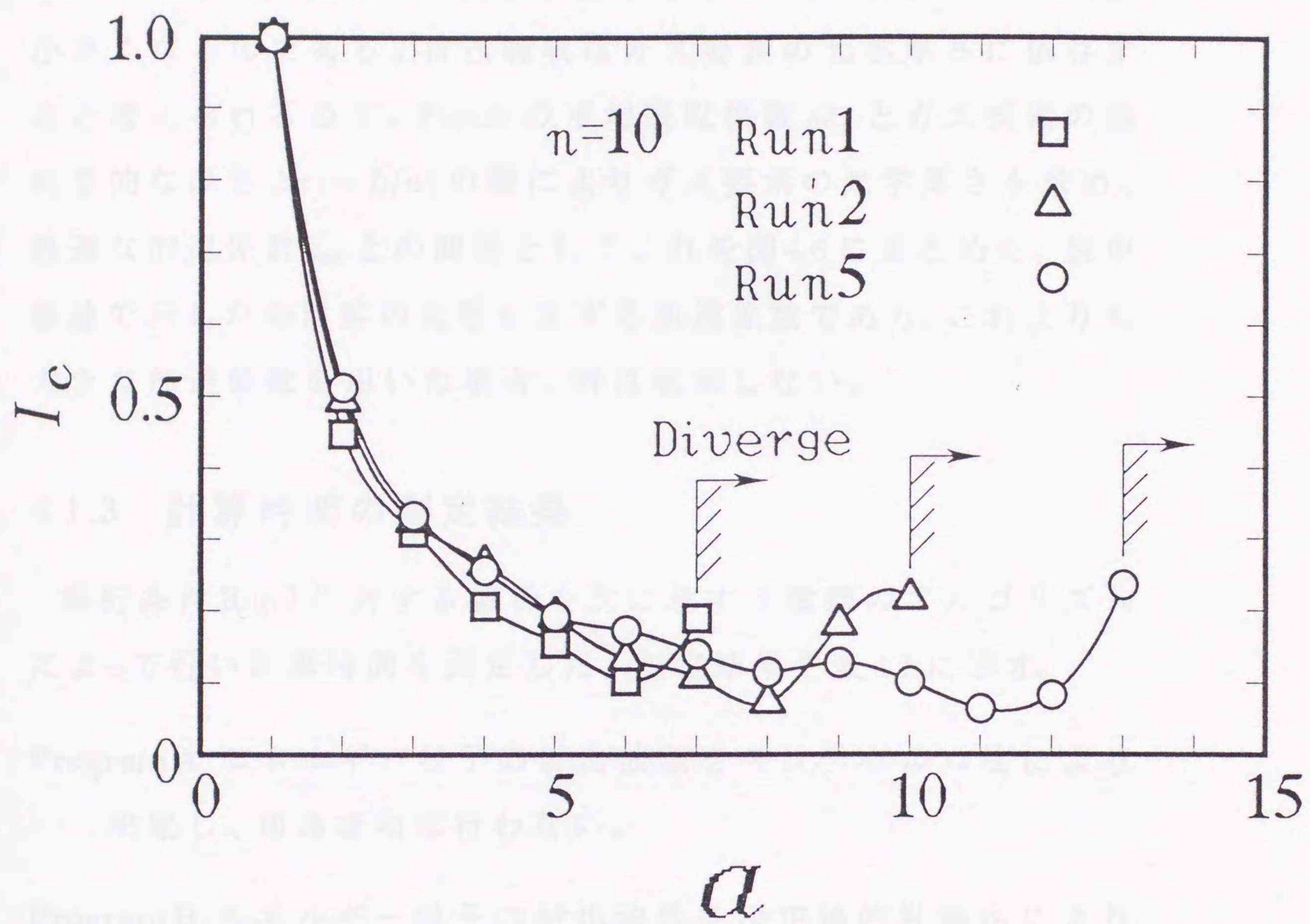


図 4.5: 収束までの反復計算回数と加速係数の関係

と式(4.1)右辺の括弧内の値が1に近くなるため、加速係数 a を大きくしても反復計算は発散し難くなる。これに対し、自己吸収が小さくなると反復計算は発散し易くなり、最適な加速係数の値が小さくなるのである。自己吸収はガス要素の光学厚さに依存すると考えられるので、Planckの平均吸収係数 $\rho\bar{\kappa}_p$ とガス要素の幾何学的な厚さ $\Delta x (= L/n)$ の積によりガス要素の光学厚さを求め、最適な加速係数 a_{op} との関係としてこれを図4.6にまとめた。図中破線で示したのは解の発散が生ずる加速係数であり、これよりも大きな加速係数を用いた場合、解は収束しない。

4.1.3 計算時間の測定結果

解析条件Run2に対する解析を次に示す3種類のアルゴリズムによって行い計算時間を測定した。測定結果を表4.1に示す。

Program A エネルギー粒子の射出波数をモンテカルロ法により決定し、加速緩和は行わない。

Program B エネルギー粒子の射出波数を決定論的計算法により決定し、加速緩和は行わない。

Program C エネルギー粒子の射出波数を決定論的計算法により決定し、加速緩和を行う。

エネルギー粒子の射出波数の決定をモンテカルロ法から決定論的計算法に変更したところ、計算時間が約1/9に短縮された(表4.1のProgram A $\rightarrow$ Program B)。また、ガス要素温度の修正において加速

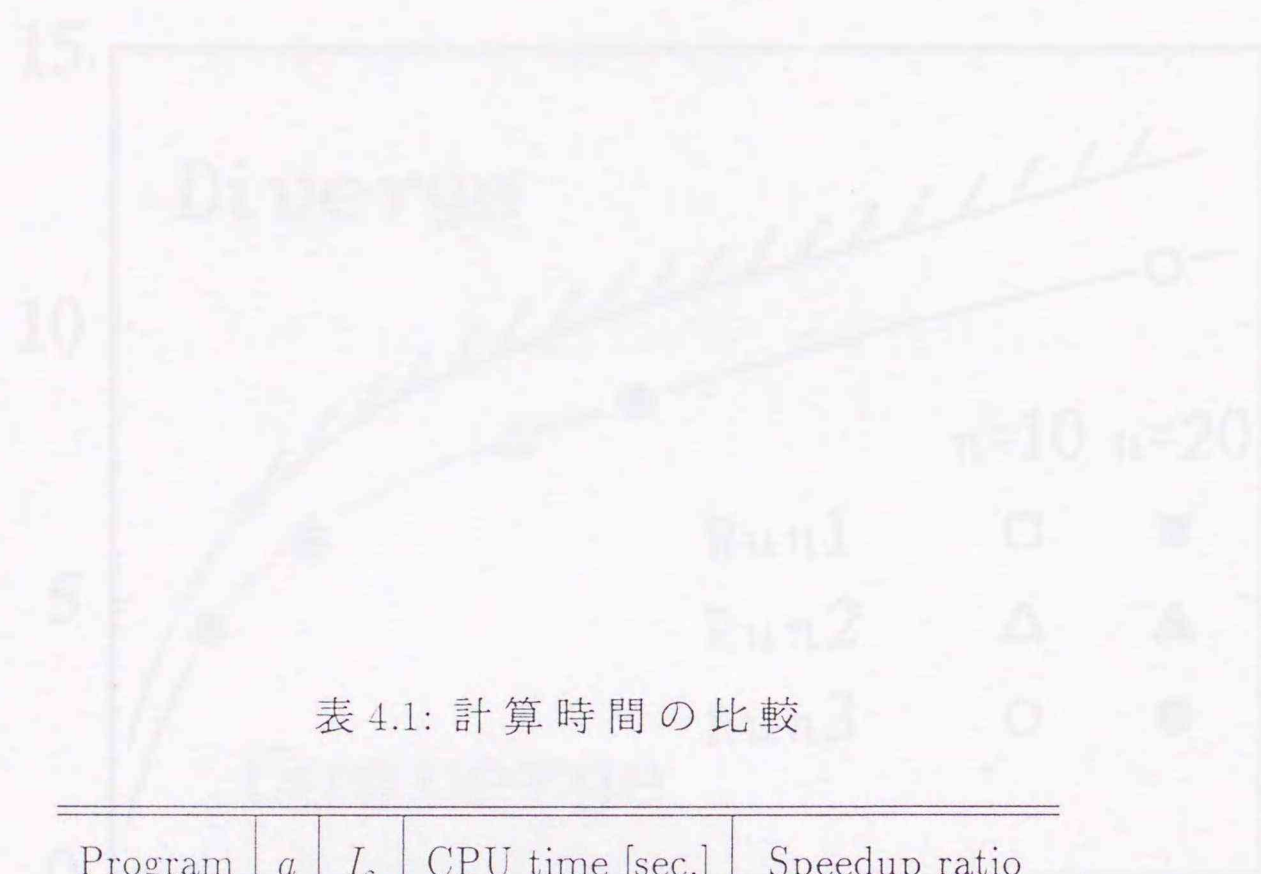


表 4.1: 計算時間の比較

Program	a	I_c	CPU time [sec.]	Speedup ratio
A	1	77	14947.30	$\equiv$ 1.00
B	1	77	1671.27	$\approx$ 8.95
C	6	18	390.37	$\approx$ 38.29

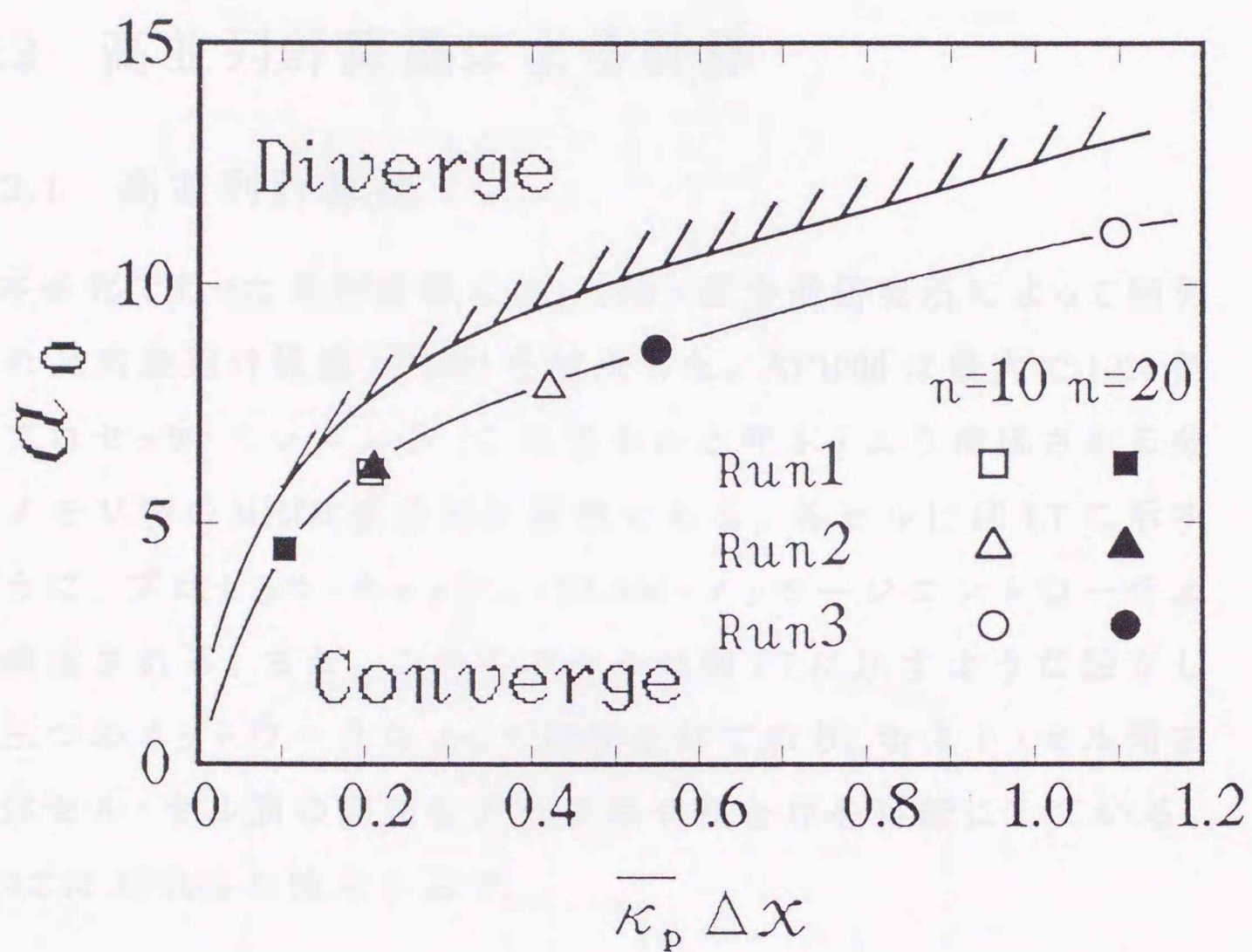


図 4.6: 最適な加速係数と光学厚さの関係

係数 a として6を与え加速緩和を行ったところ、収束に至るまでの計算回数が約1/4に減少し(表4.1のProgram A,B → Program C)、計算時間は約1/38にまで短縮された(表4.1のProgram A → Program C)。

4.2 高並列計算機による計算

4.2.1 高並列計算機

本研究で行った並列計算には、(株)富士通研究所によって開発された高並列計算機AP1000を使用した。AP1000は最大で1024個のプロセッサ・エレメント(これをセルと呼ぶ)より構成される分散メモリ型のMIMD型並列計算機である。各セルは図4.7に示すように、プロセッサ・キャッシュ・DRAM・メッセージコントローラより構成される。また、これらのセルは図4.7に示すような独立した三つのネットワークによって接続されており、ホスト・セル間またはセル・セル間の高速なデータのやりとりを可能にしている。表4.2にAP1000の諸元を示す。

4.2.2 プログラムの並列化

並列計算機を利用するためには、プログラムの並列化[39,40]が必要となる。つまり一つのプロセッサで行っている処理を適当に分割し¹、これを複数のプロセッサ(セル)に分散して並列に実行

¹これには事象分割、アルゴリズム分割および領域分割によるものが考えられる。本解析では各エネルギー粒子の挙動が独立であることから、事象分割を用いている。

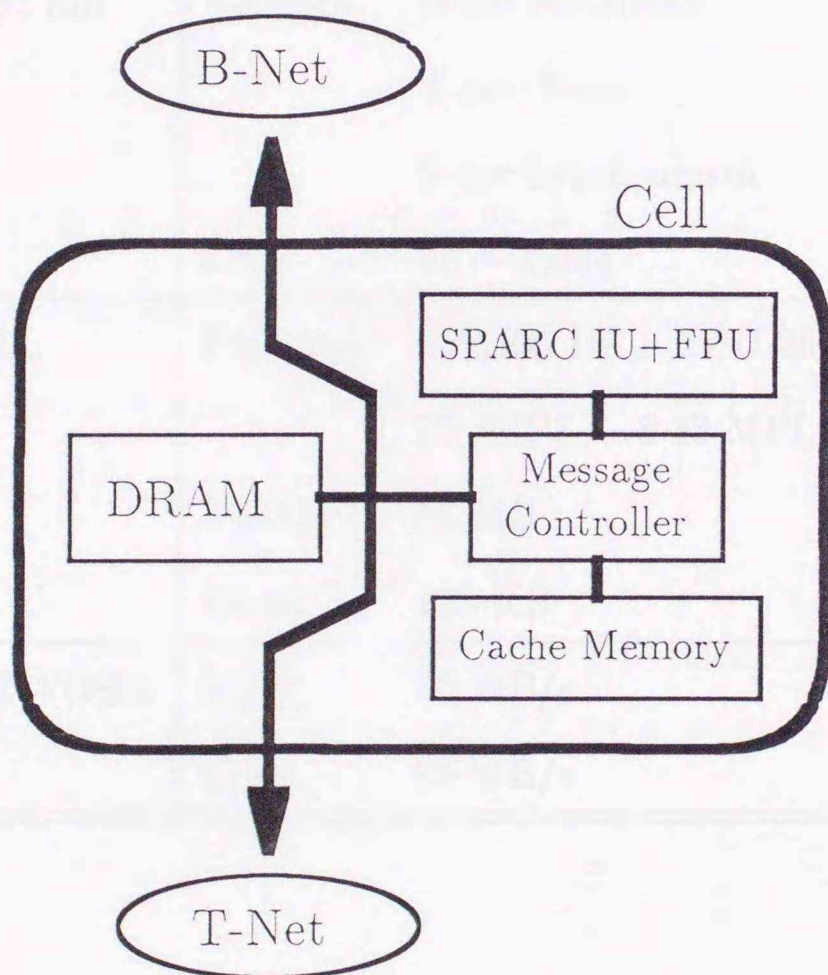
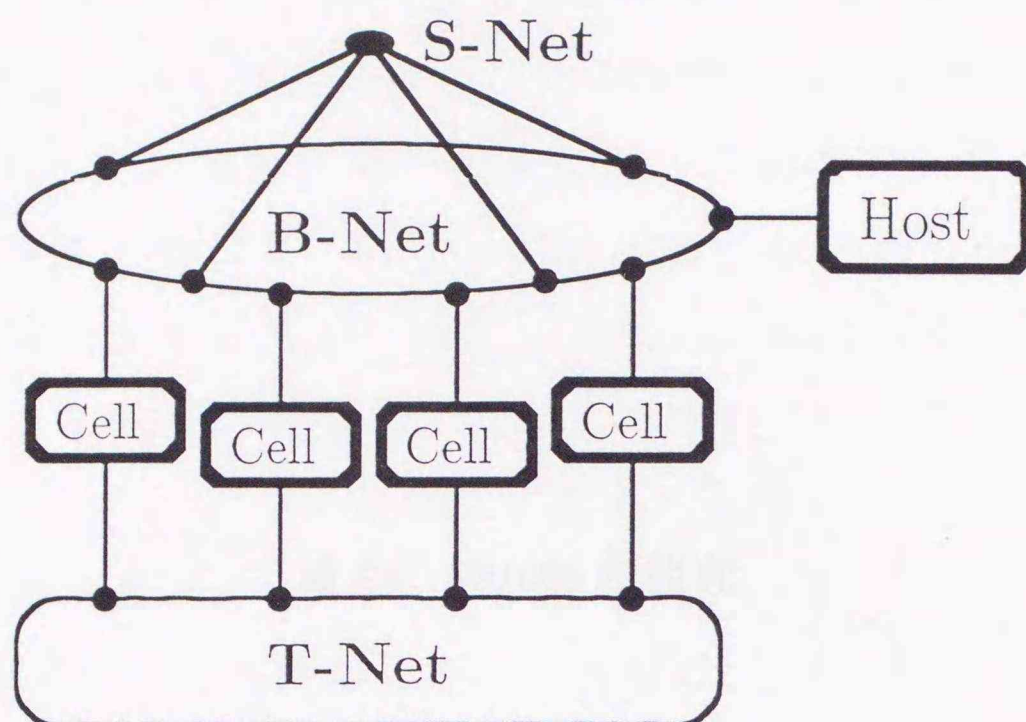


図 4.7: AP1000 の構成

表 4.2: AP1000 の諸元

SYSTEM	Network	B-net:Broadcast
		T-net:Truss
		S-net:Synchronism
		Cells 64 ~ 1,024
CELL	Processor	SPARC IU + FPU 25MHz ₂
		15 MIPS + 8.33 MFLOPS
	DRAM	16 MB
	Cache	128 KB
NETWORK	B-net	50 MB/s
	T-net	25 MB/s

するようプログラムを変更するのである。この際、分割された処理は相互に独立であり、各処理の実行時間が一様であることが望ましい。分割された処理の間に何らかの依存関係がある場合、それらを実行しているセル間で同期を取る必要が生ずる。また、並列計算に要する時間は、各セルで実行される処理の中で最も長い処理時間を要するものに律速される。このため各処理の実行時間に大きな開きがあると、先にその処理を終えたセルは待ち状態となる。これらにより発生するアイドル・タイムは、後述の速度向上率を低下させる。

さて、本解析では前述のように、放射による熱エネルギー交換をシミュレートするため、光子を模擬したエネルギー粒子を放射輸送方程式に従って追跡している。この追跡にあたり、エネルギー粒子間の相互干渉は無視できるものとしている。つまり、エネルギー粒子同士の衝突により、その移動経路等が変化することはなく、各エネルギー粒子の移動過程は独立なものとなる。本節ではこのエネルギー粒子の独立性から、その追跡に対する処理を粒子ごとに分割し、実行を複数のセルに分散させることによりプログラムの並列化を行った。本節の最初にも述べたように、計算時間の大部分はこのエネルギー粒子の追跡処理によるものであるから、これに対する並列化は、非常に有効な計算時間の短縮となることが予想される。

4.2.3 実効時間の測定結果

図 4.8 に並列化した解析アルゴリズムをフロー・チャートによって示す。図中に示した $t_1 \sim t_4$ は各プロセスの実行時間に対応している。 t_1 はホスト・プロセス、 t_2 はホストからセルへの通信、 t_3 はセル・プロセス、 t_4 はセルからホストへの通信および同期の実行時間をあらわす。解析にあたっては、各プロセスの実行時間を測定することが目的なので、系内の温度を一定とし、反復計算は行わないこととした。表 4.3 にセル数 1 ~ 64 に対する各プロセスの実行時間の計測結果を示す。ただし、 t_2 および t_3 については平均値を示している。これより、セル数を 64 とした場合、総計算時間はセル数 1 の場合の約 1/63 にまで短縮される。表中の速度向上率 S_p は次のように定義される。

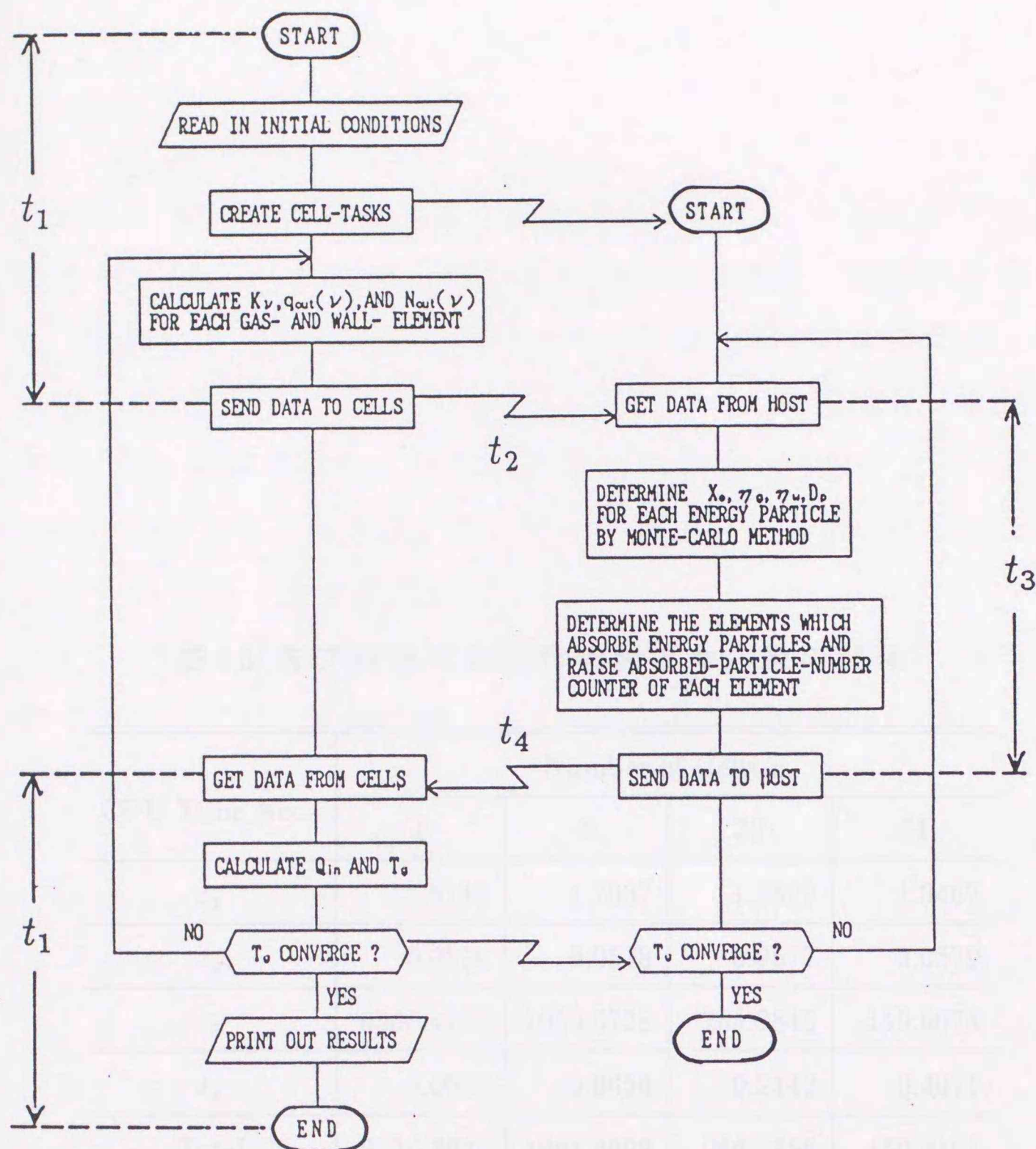
$$S_p \equiv \frac{t_s + t_p}{t_s + (t_p/n)} \quad (4.5)$$

ここで、 t_s は逐次処理の実行時間 ($t_1 + t_2 + t_4$)、 t_p は並列処理の実行時間 (t_3)、 n はセル数をあらわす。また、

$$P \equiv \frac{t_p}{t_s + t_p} \quad (4.6)$$

で定義される並列化率を用いると、式 (4.5) は次のように書き換えられる。

$$S_p = \frac{1}{(1 - P) + (P/n)} \quad (4.7)$$



HOST

CELL

図 4.8: 並列化アルゴリズムのフロー・チャート

表 4.3: 各プロセスの実行時間とセル数の関係

CPU Time [sec.]	Number of Cells n			
	1	9	32	64
t_1	1.3148	1.7037	1.3522	1.3467
t_2	0.0576	0.0578	0.0577	0.0579
t_3	9535.4164	1059.5728	264.8845	149.0074
t_4	0.0037	0.0656	0.2442	0.4071
Total	9536.7925	1061.3999	266.5386	150.8191
P	1.000	0.998	0.994	0.988
S_p	1.0	8.879	26.841	36.446
N/n	61,906,037	6,878,450	1,719,611	967,279

図 4.9 に、式 (4.7) より算出される速度向上率 S_p と並列化率 P の関係をセル数 $n = 1, 9, 32, 64$ に対し示す。 $n > 1$ の場合、速度向上率 S_p は、並列化率 P が 1 に近づくほど大きな値となり、この傾向はセル数 n が大きいほど顕著である。例えば、 $n = 64$ の場合、並列化率 P が 0.9 を越えてから速度向上率 S_p の値は、急激に上昇する。逆に、並列化率 P の値が 1 から少しでも減少すると、速度向上率 S_p は急激に低下するのである。

さて、図 4.10 に速度向上率 S_p とセル数 n の関係を示す。図中点線で示したのは、並列化率 P を 1 とした場合の理想的な速度向上率である。表 4.3 の測定値より算出した速度向上率 S_p をこれと比較すると、セル数 n の増加と共に後者の値は前者を下回り、 $n = 64$ では前者の約 60% 弱となる。この原因として、セル数 n の増加に伴う並列化率 P の低下が考えられる。そこで、図 4.11 に並列化率 P とセル数 n の関係を示す。図より並列化率 P は、セル数の増加に伴い僅かではあるが直線的にその値を減少しているのが分かる。先にも示したように、1 付近での並列化率 P の低下は、それが僅かであっても速度向上率 S_p を著しく減少させるのである。

以下では、この並列化率 P の低下がどのように生じているのかを考えてみたい。図 4.12 は、各プロセスの実行時間とセル数 n の関係を示したものである。図よりセル・プロセスの実行時間は、セル数 n に反比例して減少していることが分かるが、これは 1 セル当たりのエネルギー粒子数 N/n がセル数 n に反比例するためと考えられる。ホスト・プロセスの実行時間およびホストからセルへの通信時間は、セル数 n に依らずほぼ一定の値を取っている。

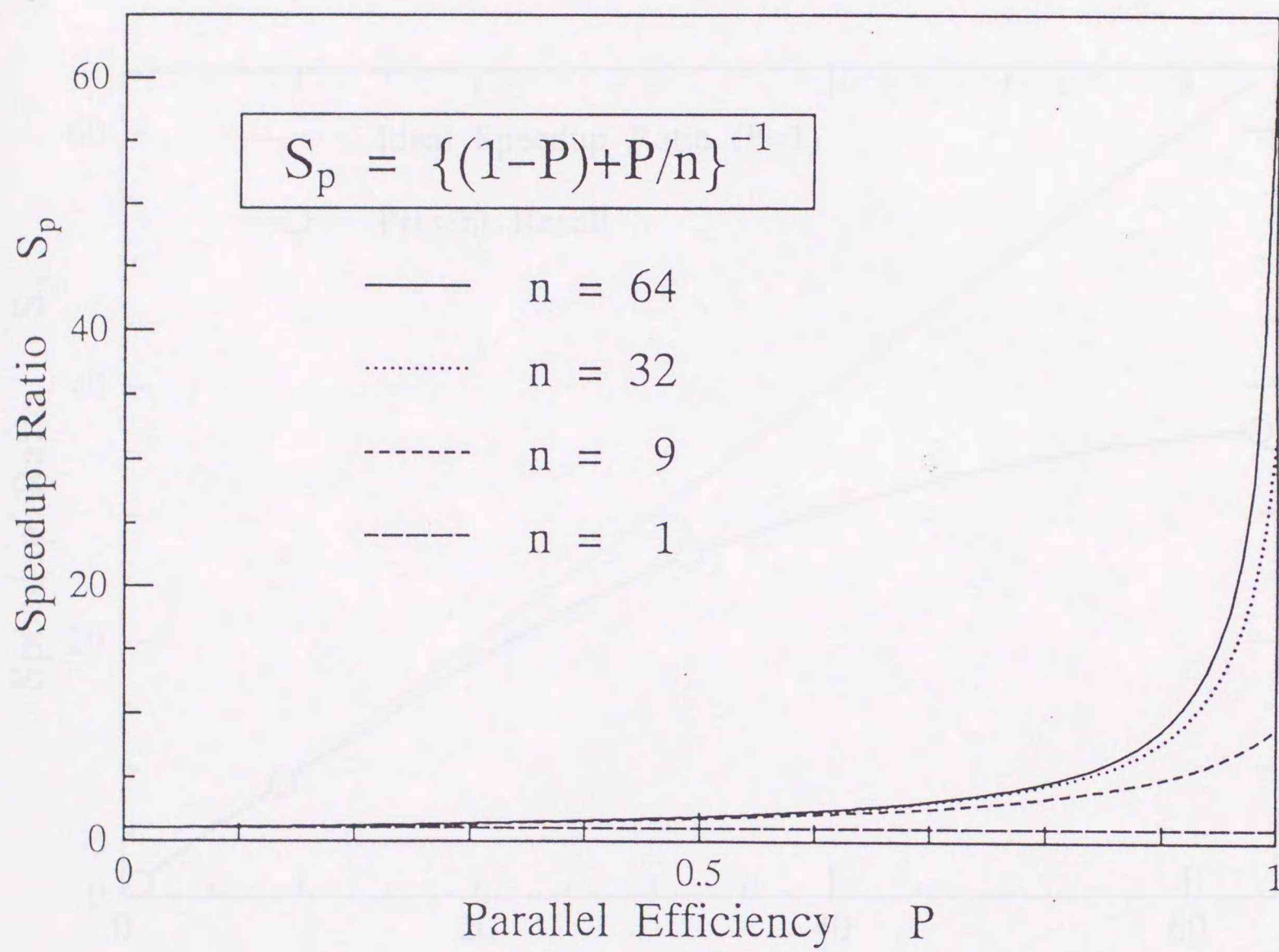


図 4.9: 速度向上率と並列化率の関係

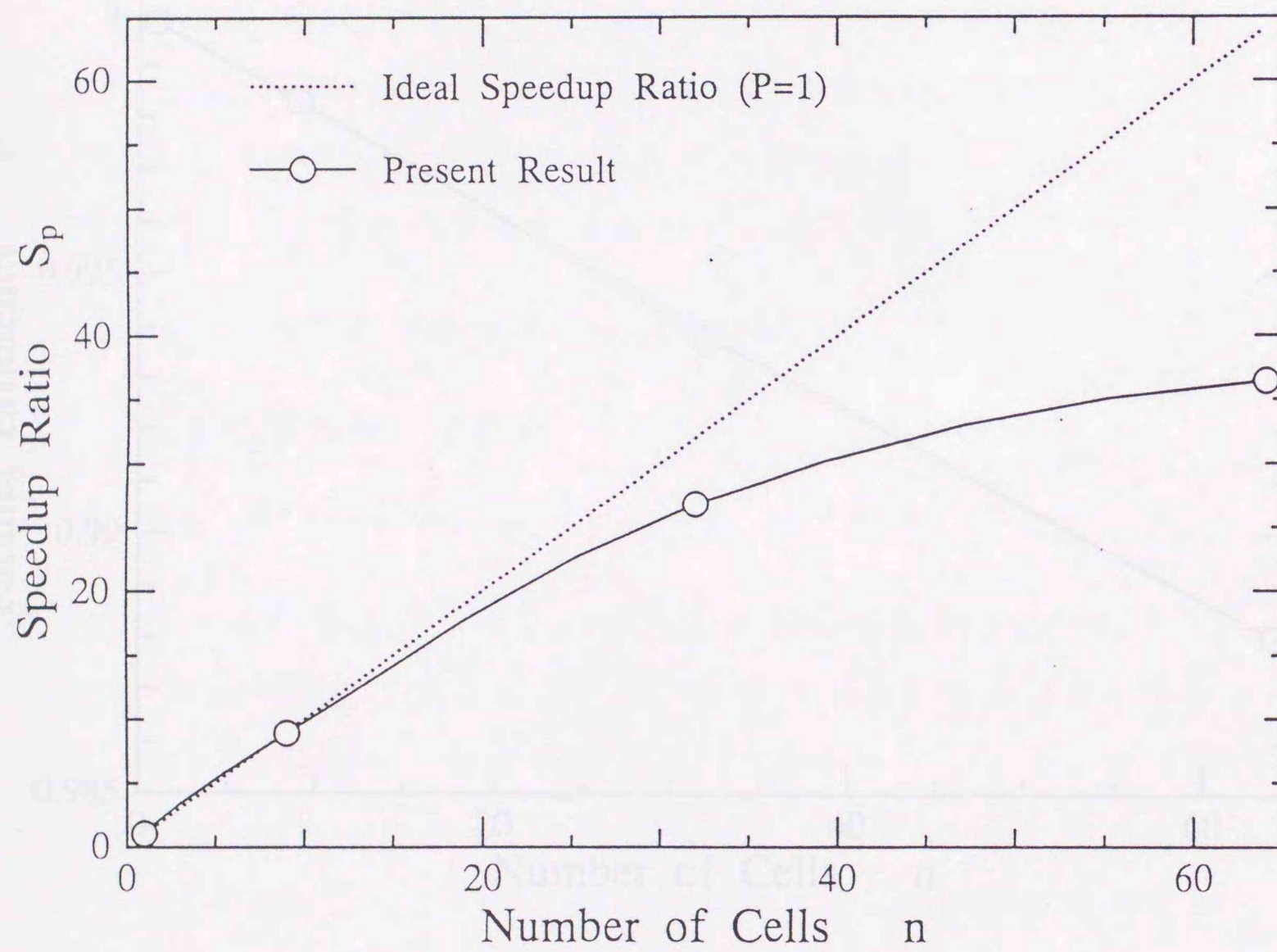


図 4.10: 速度向上率とセル数の関係

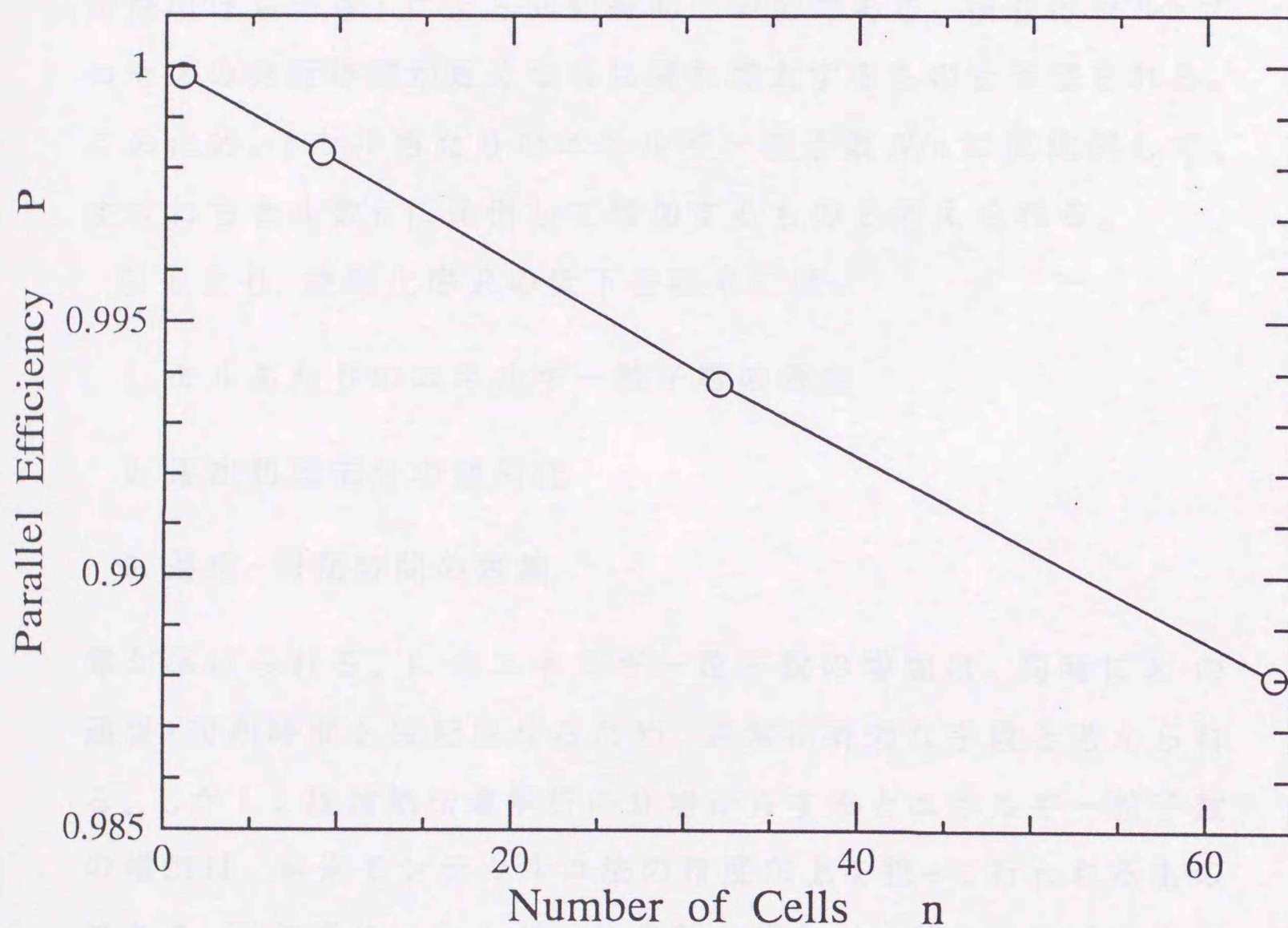


図 4.11: 並列化率とセル数の関係

これに対し、セルからホストへの通信・同期時間は、セル数 n にほぼ比例して増加している。これには二つの理由が考えられる。一つはネットワーク上のトラフィックの増加による通信時間の増加、もう一つはセル・プロセスの実行時間のずれ（プロセス終了時間のばらつき）による同期時間の増加である。後者はセル・プロセスの実行時間が短くなるに連れ増大するものと予想される。このため、1セル当たりのエネルギー粒子数 N/n に反比例して、すなわちセル数 n に比例して増加するものと考えられる。

以上より、並列化率 P の低下を防ぐには、

1. セルあたりのエネルギー粒子数の増加
2. 逐次処理部分の並列化
3. 通信・同期時間の短縮

等が挙げられる。1. のエネルギー粒子数の増加は、同時に 3. の通信・同期時間も短縮させるため、非常に有効な手段と考えられる。しかし、放射熱伝達解析の立場からするとエネルギー粒子数の増加は、本来モンテカルロ法の精度向上を狙って行われるものであり、不必要なエネルギー粒子数の増加は、単に計算時間を増大させるだけである。とは言え、従来の逐次処理では、長い計算時間の原因であった粒子数の増加が、並列処理においては逆に並列化率・速度向上比を改善し、計算時間の短縮につながっているのである。これは、より複雑な高次の解析を想定した場合、非常に有効な特性と言えよう。2. の逐次処理部分の並列化として、図 4.8 より二つの逐次処理部分が並列化の対象として考えられる。一つ

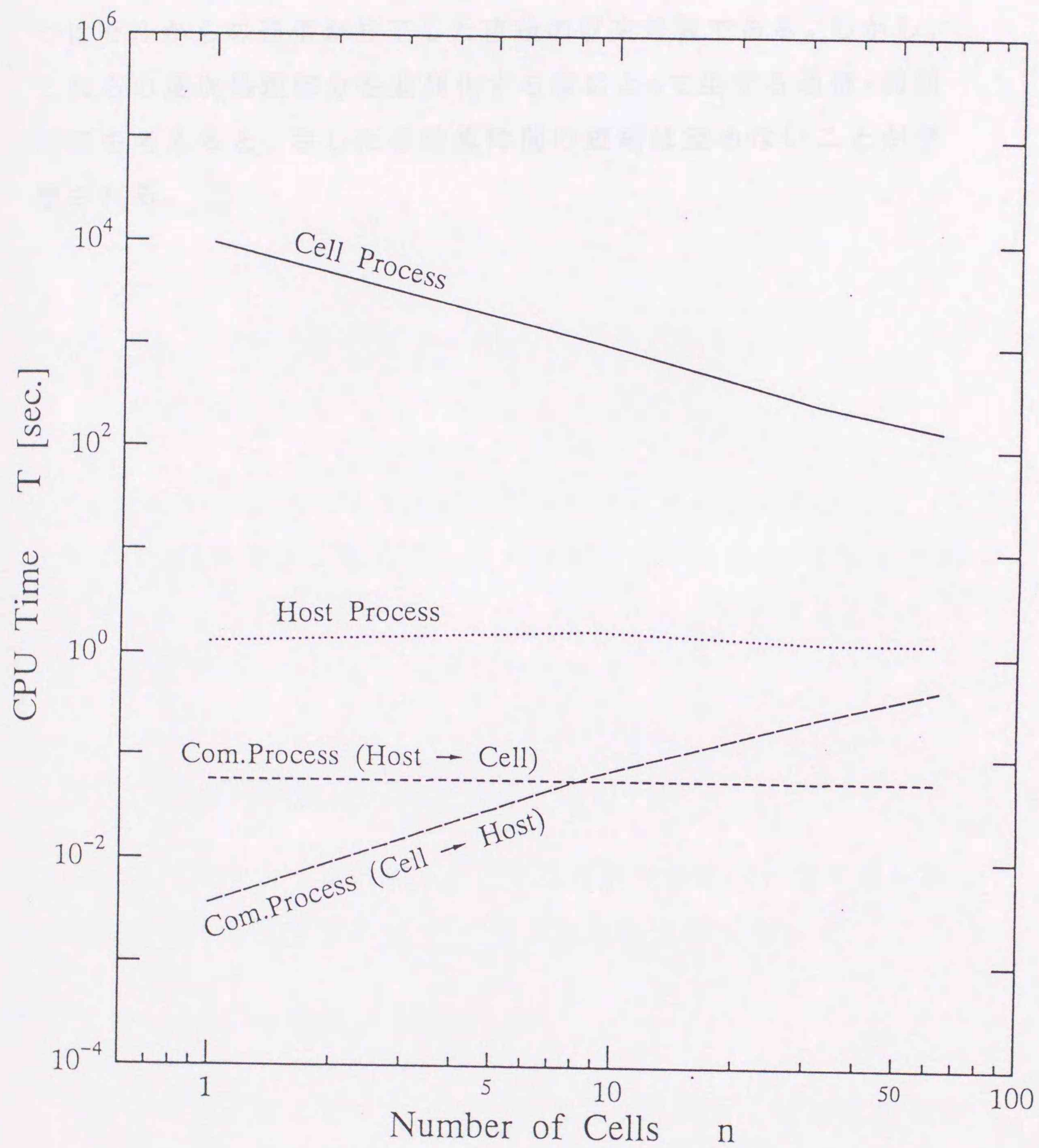


図 4.12: プロセス実行時間とセル数の関係

はホストからの通信の直前に行われる吸収係数等の計算、もう一つはセルからの通信が終了した直後の収束計算である。しかし、これらの逐次処理部分を並列化する事によって生ずる通信・同期時間を考えると、さしたる計算時間の短縮は望めないことが予想される。

放射・対流共存熱伝達解析

本章までに述べた非時空有限要素法を用いて、放射・対流共存熱伝達解析を行うことができる。本章では、これに対する数値解析手法を説明し、数値解析の精度を評価する。

5.1 基礎方程式および解析手法

図5.1に示すような領域において、放射・対流共存熱伝達解析を行う。この場合、基礎方程式は次の通りである。

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla T + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla T + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla T$$

左辺は熱容量によるエネルギー変化、右辺第1項は熱伝導によるエネルギー変化、第2項は対流によるエネルギー変化、第3項は放射によるエネルギー変化を表す。

第 5 章

放射・対流共存熱伝達解析

前章までに述べた非灰色ガス放射熱伝達解析手法を適用し、本章では、非灰色ガスの高温軸対称噴流に対する放射・対流共存熱伝達解析を行った。この章では、これに対する基礎式および解析手法を説明し、続いてその解析結果を示す。

5.1 基礎方程式および解析手法

図 5.1 に示すような系において、定常軸対称噴流に対する放射・対流共存熱伝達解析を行った。次に熱輸送方程式を示す。

$$\operatorname{div}(\rho c_p \mathbf{u} T) = \operatorname{div}(\rho c_p a \operatorname{grad} T) + S_h \quad (5.1)$$

左辺は対流によるエンタルピー輸送項、右辺第 1 項は温度勾配による熱拡散項、放射熱伝達による影響は右辺第 2 項の生成項で取り扱う。

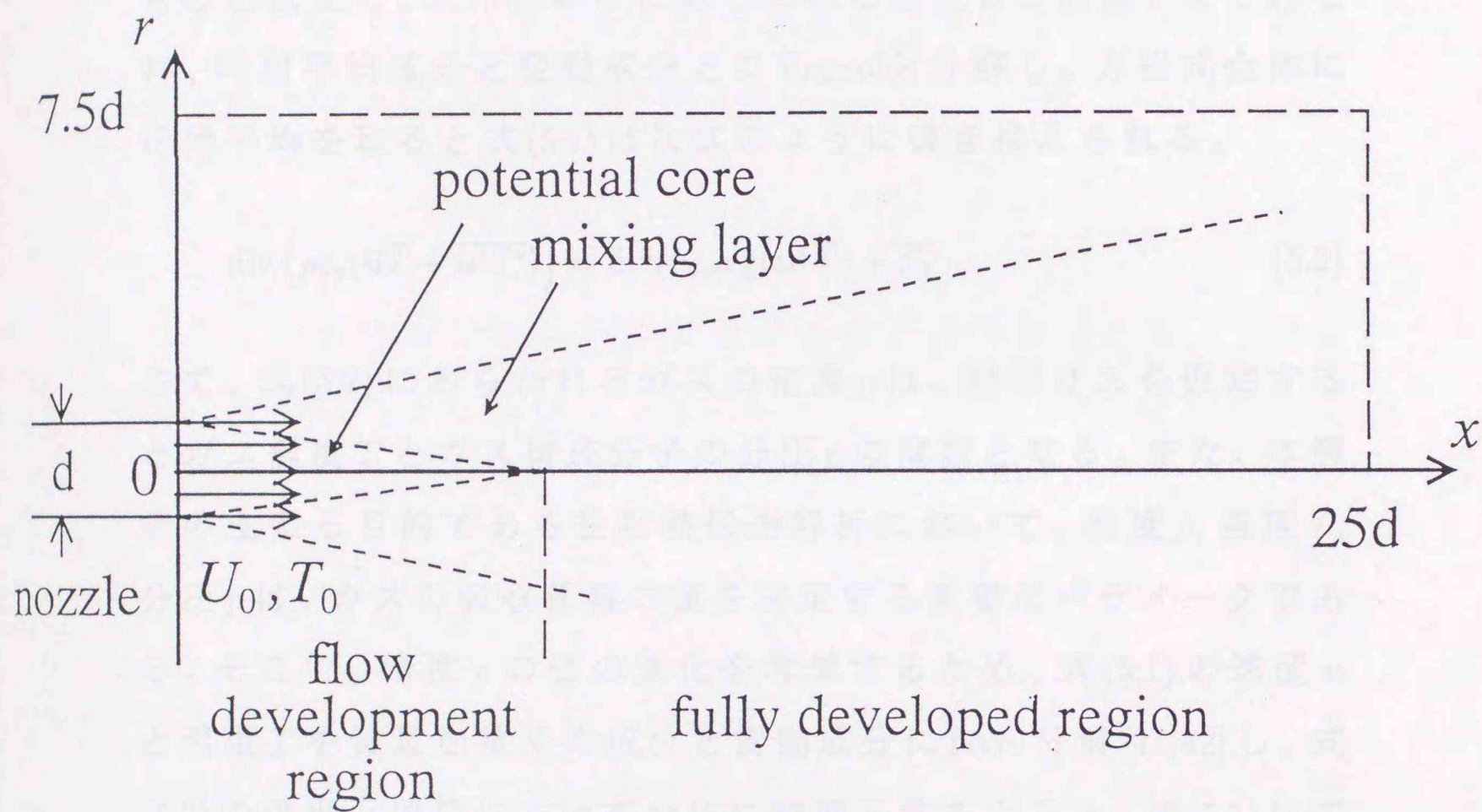


図 5.1: 軸対称噴流に対する解析系

噴流等の自由せん断流は、壁面の影響を受けないため非常に不安定であり、内部流れに比べるとかなり低い Reynolds 数から乱流に遷移する。本解析条件においては Reynolds 数が 10^3 程度なので、流れは乱流と考えられる。そこで、まず流体ガスが非圧縮であるものと仮定し、式(5.1)の中にあられる速度 u と温度 T をそれぞれ、時間平均成分と変動成分とに Reynolds 分解し、方程式全体に時間平均を取ると式(5.1)は次式のように書き換えられる。

$$\operatorname{div} \left\{ \rho c_p (\bar{u} \bar{T} + \overline{u' T'}) \right\} = \operatorname{div}(\rho c_p a \operatorname{grad} \bar{T}) + \bar{S}_h \quad (5.2)$$

さて、式(5.2)にあられるガスの密度 ρ は、理想ガスを仮定するとガス温度 T とガス構成分子の分圧 p の関数となる。また、本解析の主たる目的である放射熱伝達解析において、密度 ρ 、温度 T 、分圧 p は、ガスの吸収係数の値を決定する重要なパラメータである。そこで、密度 ρ の値の変化を考慮するため、式(5.1)の速度 u と温度 T を質量加重平均成分と変動成分に Favre 分解 [41, 42] し、式(5.2)の導出と同様に方程式全体に時間平均をとると、式(5.1)は式(5.2)の $\rho, \bar{u}, \bar{T}, u', T'$ を $\bar{\rho}, \tilde{u}, \tilde{T}, u'', T''$ で置き換えた形の次式となる。

$$\operatorname{div} \left\{ \bar{\rho} c_p (\tilde{u} \tilde{T} + \overline{u'' T''}) \right\} = \operatorname{div}(\bar{\rho} c_p a \operatorname{grad} \tilde{T}) + \bar{S}_h \quad (5.3)$$

ここで、乱流熱流束 $\bar{\rho} c_p \overline{u'' T''}$ に対し、勾配拡散型のモデルが成り立つものとし、渦温度伝導率 a_t を導入すると、乱流熱流束は、次式となる。

$$\bar{\rho} c_p \overline{u'' T''} = \bar{\rho} c_p a_t \operatorname{grad} \tilde{T} \quad (5.4)$$

これより式(5.3)は、次のように書き換えられる。ただし、平均操作を示す記号は省略した。

$$\operatorname{div}(\rho c_p \mathbf{u} T) = \operatorname{div} \{ \rho c_p (a + a_t) \operatorname{grad} T \} + S_h \quad (5.5)$$

ガスを構成する分子 i の質量分率を w_i とすると、式(5.5)によく似た形の物質輸送方程式が得られる。

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u} w_i) = \operatorname{div} \{ \rho (D + D_t) \operatorname{grad} w_i \} \quad (5.6)$$

ここで D は物質拡散係数、 D_t は渦物質拡散係数である。この方程式より求められる w_i と、次式に示すガスの状態方程式からガスの密度が算出される。

$$\rho = p / \left\{ \sum_i \left(\frac{w_i}{M_i} \right) R T \right\} \quad (5.7)$$

ここで、 M_i は分子 i の分子量、 R は一般ガス定数である。

式(5.5)と式(5.6)にあらわれる速度場は、実験式[43]により求めた。ノズル出口断面においては $u = U_0$ で一様とし、展開領域($x = 0 \sim 5d$)のポテンシャル・コア外側を取り囲む混合層に対しては、 u の分布を余弦曲線によって近似し、完全発達領域($x = 5d \sim$)に対しては、Görtler型の解を用いた。

• 流れの展開領域

$$u = \begin{cases} U_0 & (0 \leq r \leq r_1) \\ \frac{U_0}{2} \left\{ \cos \left(\frac{r-r_1}{r_2-r_1} \right) \pi + 1 \right\} & (r_1 \leq r \leq r_2) \\ 0 & (r_2 \leq r) \end{cases} \quad (5.8)$$

ただし、 $r_1 = 0.95r_0 - 0.097x$

$$r_2 = 1.07r_0 + 0.157x$$

• 完全発達領域

$$u = u_m \frac{64}{\{8 + (\sigma r/x)^2\}^2} \quad (5.9)$$

$$\text{ただし、 } u_m = \frac{\sigma r_0}{1.61x} U_0$$

ここで、 r_0 はノズル半径 ($r_0 = d/2$)、 U_0 は噴流の噴出速度である。
式(5.9)の σ には、18.5～23.6程度の実験値が示されているが、本解析では文献[43]に従い $\sigma = 20.3$ を用いた。

また、式(5.5)と式(5.6)の拡散項にあらわれる渦拡散係数は、Plandtlの混合距離モデルにより渦動粘性係数 ν_t を算出し、乱流Plandtl数 Pr_t と乱流Schmidt数 Sc_t を導入することにより、次式によって求めている。

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \quad (5.10)$$

$$a_t = \frac{\nu_t}{Pr_t} = \frac{l_m^2}{Pr_t} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \quad (5.11)$$

$$D_t = \frac{\nu_t}{Sc_t} = \frac{l_m^2}{Sc_t} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \quad (5.12)$$

Plandtl [44] によれば、静止流体中へ噴出する軸対称噴流に対する混合距離 l_m は、主流方向の速度 u が対称軸上の速度 u_m の 1% となる点から対称軸までの距離を δ とすると、

$$l_m = 0.075\delta$$

となり、乱流 Plandtl 数 Pr_t 、乱流 Schmidt 数 Sc_t は、同じ値を取り、

$$Pr_t = Sc_t = 0.7$$

となることが示されている。

式(5.5)の生成項にあらわれる放射による効果は、前章までに示したように、ガスの非灰色性を考慮し、モンテカルロ法によって求めている。

以上、式(5.5)に示す熱輸送方程式をガスの状態方程式および式(5.6)に示す物質輸送方程式と共に解くことにより、噴流内の温度分布、噴流周りの放射熱流束等が求められる。

以下に、式(5.5)の熱輸送方程式および式(5.6)の物質輸送方程式を二次元円筒座標において書き改めたものを示す。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho c_p u T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho c_p r v T) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho c_p (a + a_t) \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \rho c_p (a + a_t) r \frac{\partial T}{\partial r} \right\} + S_h \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho u w_i) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v w_i) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho (D + D_t) \frac{\partial w_i}{\partial x} \right\} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \rho (D + D_t) r \frac{\partial w_i}{\partial r} \right\} \end{aligned} \quad (5.14)$$

本解析では、この微分方程式を Patankar の示す方法 [45] を用い、コントロール・ボリューム法とハイブリッド法により離散化し、得られた温度 T 、質量分率 w_i に対する代数方程式を TDMA によって解いている。

5.2 解析結果

本章では、先にその基礎式および解析手法を説明した非灰色ガスの高温軸対称噴流に対する放射・対流共存熱伝達解析を行い、解析結果を示す。まず解析系の境界条件と解析条件を示し、各解析条件ごとに結果を示す。

5.2.1 解析条件

解析は図 5.1 に示した二次元円筒座標系において行ったが、微分型輸送方程式の離散化および放射熱伝達解析に用いた解析格子を図 5.2 に示す。円形ノズルの直径を d とし、ノズル出口断面の中心に原点を取ると、解析の対象となる領域は主流方向 (x 方向) に $25d$ 、これと垂直な方向 (r 方向) に $7.5d$ である。解析にあたってはこれを x 方向に 50, r 方向に 30 の等間隔格子に分割した。式 (5.13) に示した熱輸送方程式の境界条件を以下に示す。

- 熱輸送方程式の境界条件

$$x = 0, 0 \leq r < d/2 \quad ; \quad T = 1000 \text{ K}$$

$$x = 0, d/2 \leq r < 7.5d \quad ; \quad T = 300 \text{ K}$$

$$r = 7.5d \quad ; \quad T = 300 \text{ K}$$

式 (5.13) の熱輸送方程式の右辺にあらわれる放射項については、系の外部境界面において、解析領域外の環境との放射エネルギー授受を考慮する必要がある。これに対し、本解析では境界面に黒体の多孔質面を置いた。本来ならば解析領域を取り囲む環境が放射するエネルギーと同等の放射エネルギーを各波数域ごとに設定するべきであるが、外部環境温度が 300 K と比較的低いことと、計算が繁雑になるのを避けるため、ノズル出口断面を除いてはその温度を 0 K とした。以下にこれをまとめて示す。

- 放射熱伝達に関する境界条件

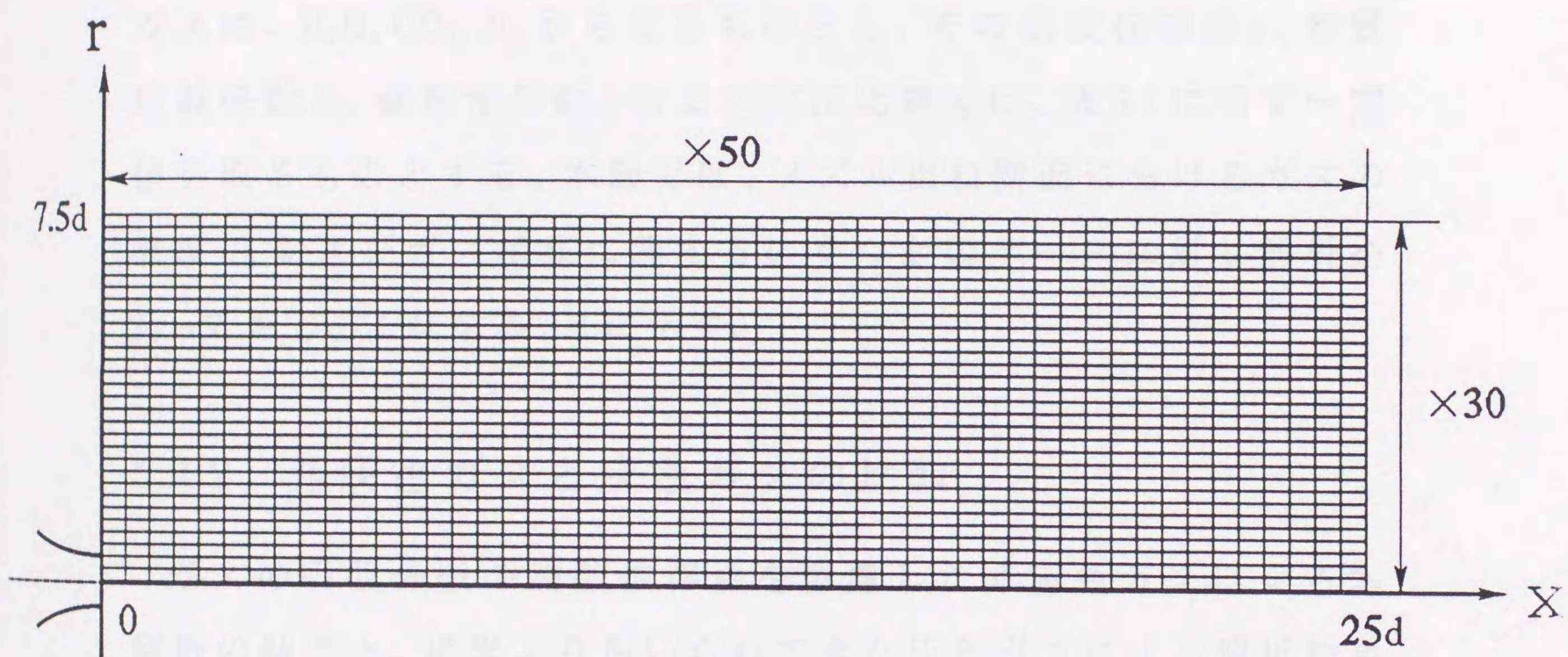


図 5.2: 解析格子

$$x = 0, 0 \leq r < d/2 \quad ; \quad T = 1000 \text{ K}, \varepsilon = 1.0$$

$$x = 0, d/2 \leq r < 15d \quad ; \quad T = 0 \text{ K}, \varepsilon = 1.0$$

$$x = 25d \quad ; \quad T = 0 \text{ K}, \varepsilon = 1.0$$

$$r = 7.5d \quad ; \quad T = 0 \text{ K}, \varepsilon = 1.0$$

ノズル直径 d は 0.1 m とし、ノズル出口断面におけるガスの噴出速度 U_0 は 1.0 m/s とした。また、ノズルより噴出される非灰色ガスは、 H_2O , CO_2 , N_2 からなるものとし、その温度伝導率 α 、物質拡散係数 D 、動粘性係数 ν および定圧比熱 c_p は、表 5.1 に示す一定値を取るものとする。本節では、ノズル出口断面におけるガスの温度 T_0 およびガス組成に関するいくつかのケースに対し解析を行っており、これを表 5.2 に示す。

5.2.2 非灰色ガスと灰色ガスの比較

ガスの吸収係数の波数依存性を考慮した非灰色ガスによる本解析の結果と、従来より用いられてきた灰色ガスによる解析結果との比較を行った。灰色ガスの放射解析に必要な灰色ガスの吸収係数は、各解析格子と対応するコントロール・ボリュームにおいて式 (3.35) で定義される Planck の平均吸収係数を求め、これを用いた。従って解析に用いられる灰色ガスの吸収係数は、全てのコントロール・ボリュームにおいて一定値とはならず、各コントロール・ボリュームのガス温度およびガス組成によってその値が変

表 5.1: 解析条件

Number of Grids	$x \times r$	50×30	
Nozzle Diameter	d	0.1	m
Efflux Velocity	U_0	1.0	m/s
Initial Gas Temp.	T_0	500, 1000, 1500	K
Gas Components	$\text{H}_2\text{O}, \text{CO}_2, \text{N}_2$		
Thermal Diffusivity	a	0.86×10^{-4}	m^2/s
Mass Diffusivity	D	0.86×10^{-4}	m^2/s
Kinematic Viscosity	ν	0.60×10^{-4}	m^2/s
Specific Heat	c_p	1.00×10^3	$\text{J/kg} \cdot \text{K}$

表 5.2: 噴出ガス温度とガス組成

	T_0 [K]	$p_{\text{H}_2\text{O}} / p_{\text{CO}_2} / p_{\text{N}_2}$ [atm]
Case 1	1000	0.1 / 0.1 / 0.8
Case 2	1000	0.3 / 0.3 / 0.4
Case 3	1000	0.5 / 0.5 / 0.0
Case 4	500	0.1 / 0.1 / 0.8
Case 5	1500	0.1 / 0.1 / 0.8

化する¹。以下に Case1 とこれに対応する灰色ガスの解析を行い、両者の解析結果を比較した。図 5.3 に中心軸上のガス温度分布を示す。また、図 5.4 ~ 5.6 に $x = 0.725, 1.475, 2.225\text{m}$ における r 方向のガス温度分布を示す。全ての解析領域にわたり非灰色ガスの温度は灰色ガスの温度を下回っているのが分かる。

この両者の差は、放射による冷却効果の差と考えられる。つまり、非灰色ガスに比べ灰色ガスは噴流の外に放射エネルギーを逃がしにくいのである。この傾向は、図 5.8 に示す $r = 0.75\text{ m}$ の仮想的な面（図 5.7 参照）における放射熱流束分布にもあらわれており、非灰色ガスによる解析結果と灰色ガスによる解析結果は定性的には同じような分布の形をしているが、定量的に後者は前者の半分以下となる。

以上から、高温ガス噴流の熱伝達解析において、Planck の平均吸収係数を用いた灰色ガスにより放射項を評価すると、十分な放射冷却効果を見積もることができず、噴流内の温度分布は中心軸に近いほど高い値が見積もられる。また、噴流周りへの放射熱流束はかなり低く見積もられることになる。

5.2.3 噴出ガス温度の影響

円形ノズルより噴出される非灰色ガスの温度 T_0 が噴流内の温度分布および噴流周りへの放射熱流束に対し、どのように影響するかを調べた。解析条件は表 5.2 の Case1, Case4 および Case5 によ

¹本論文中的非灰色と灰色の区別は波数依存性の点にあり、このように吸収係数の値が空間的な分布を有する場合でも灰色と呼ぶこととする。

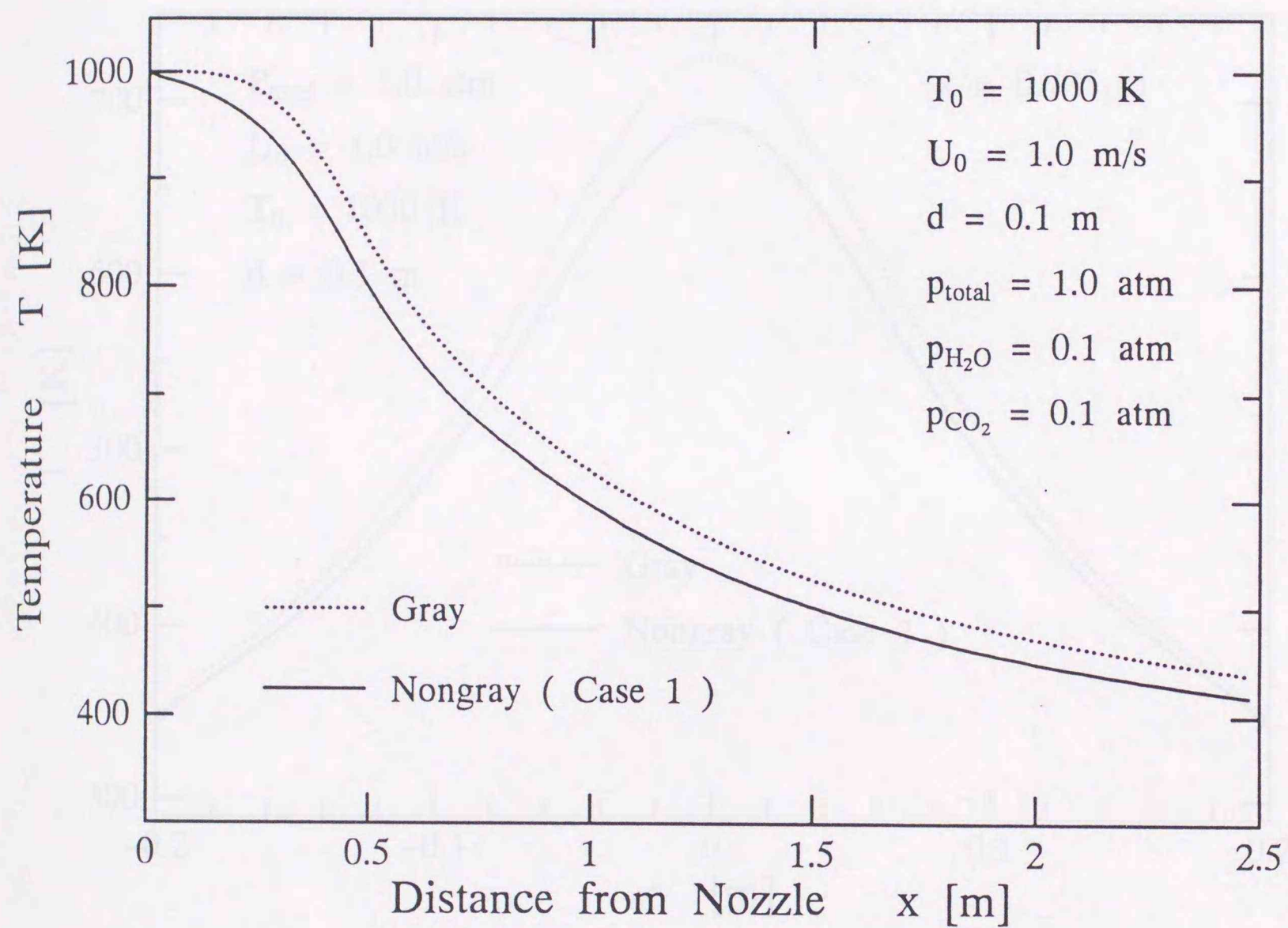


図 5.3: 中心軸上のガス温度分布

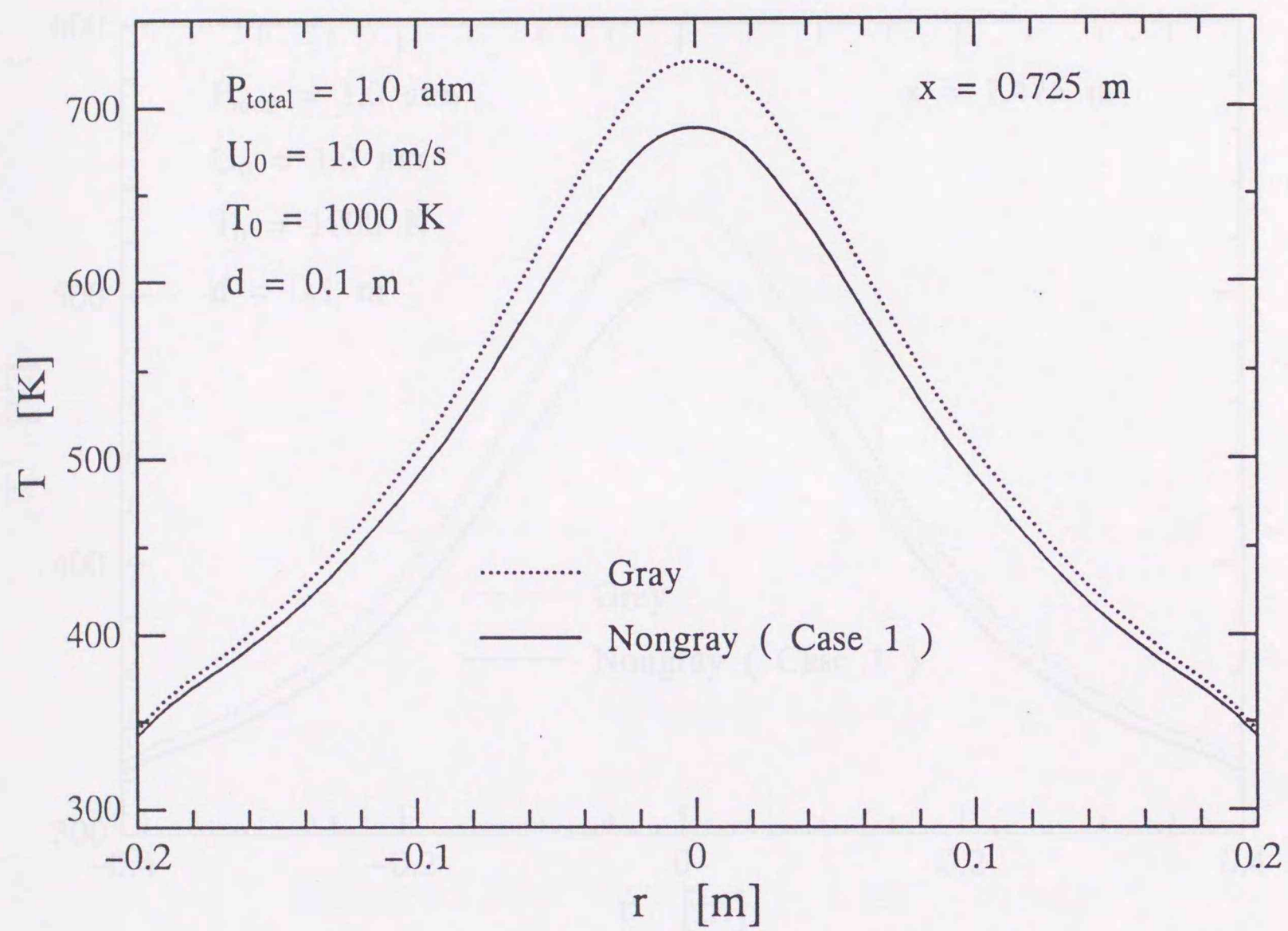


図 5.4: 半径方向のガス温度分布 ($x = 0.725\text{m}$)

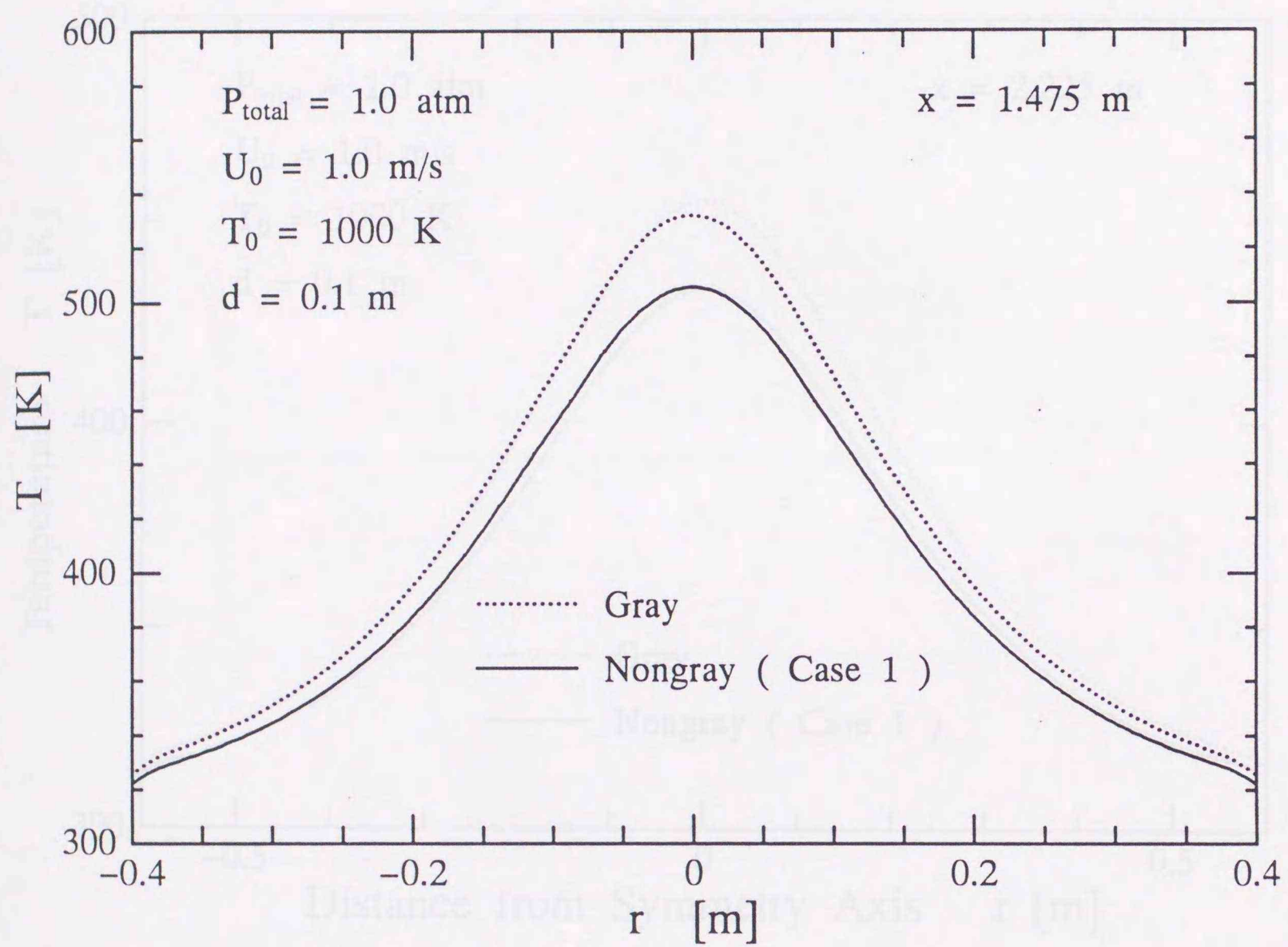


図 5.5: 半径方向のガス温度分布 ($x = 1.475\text{m}$)

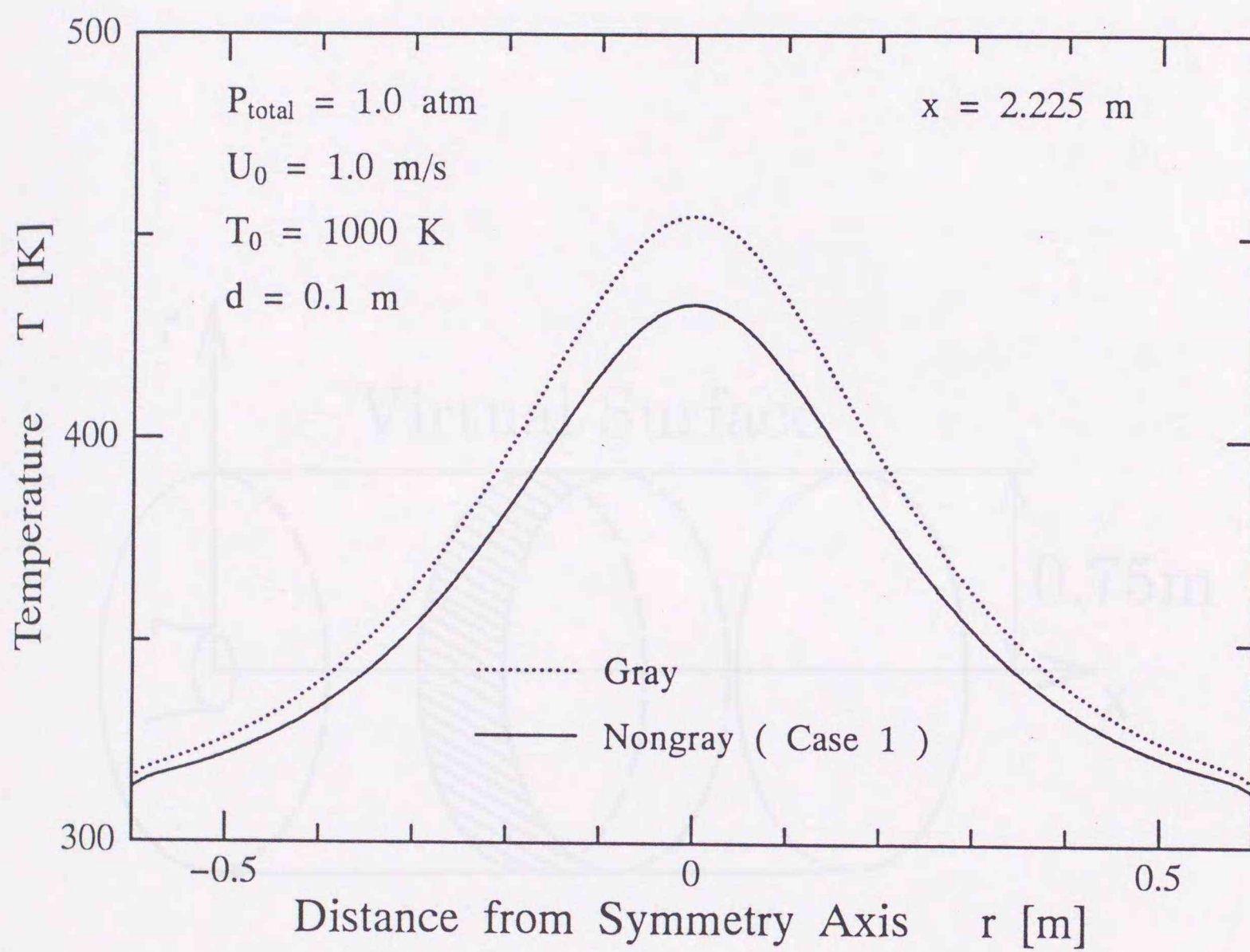


図 5.6: 半径方向のガス温度分布 ($x = 2.225\text{m}$)

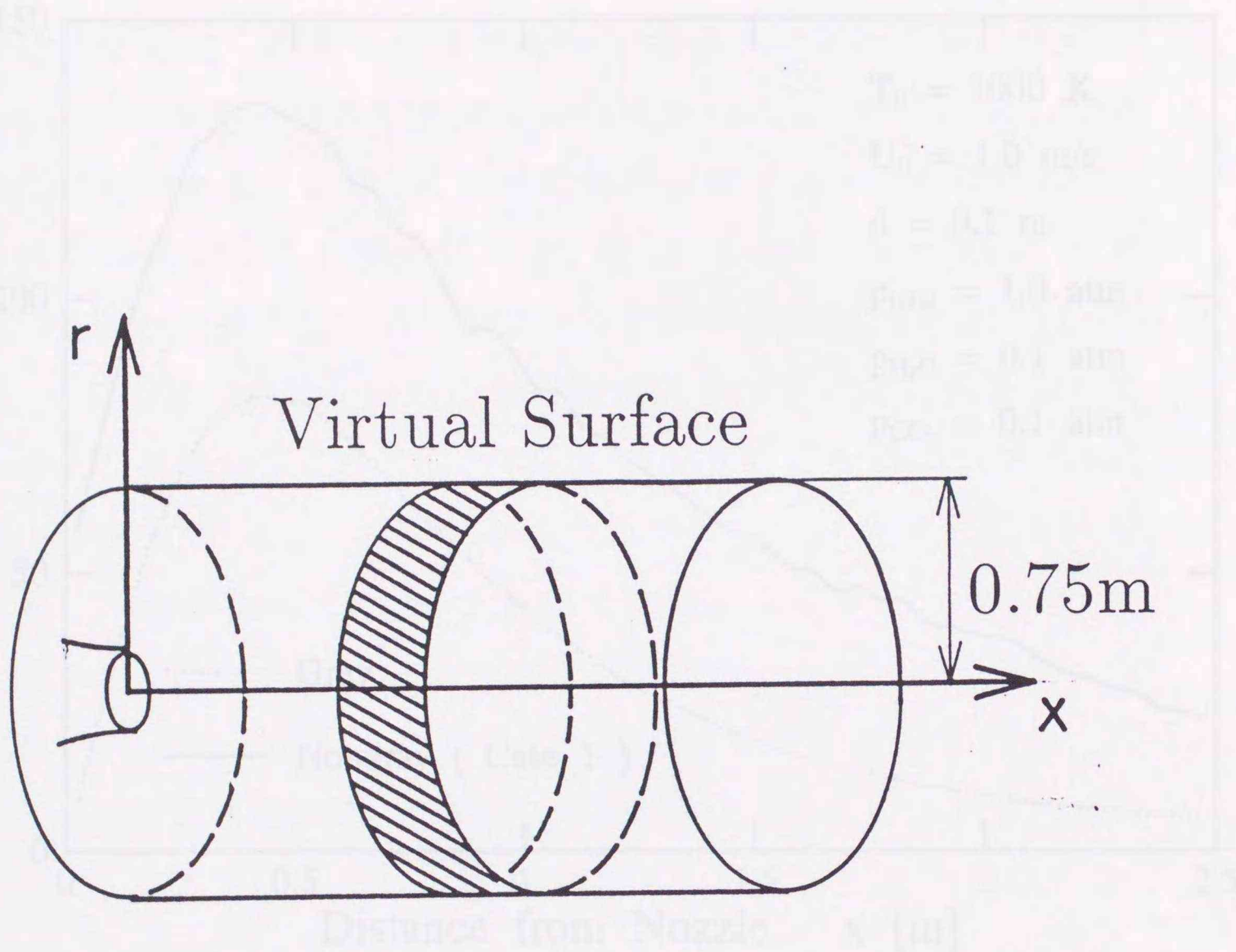


図 5.7: 仮想的な受熱面

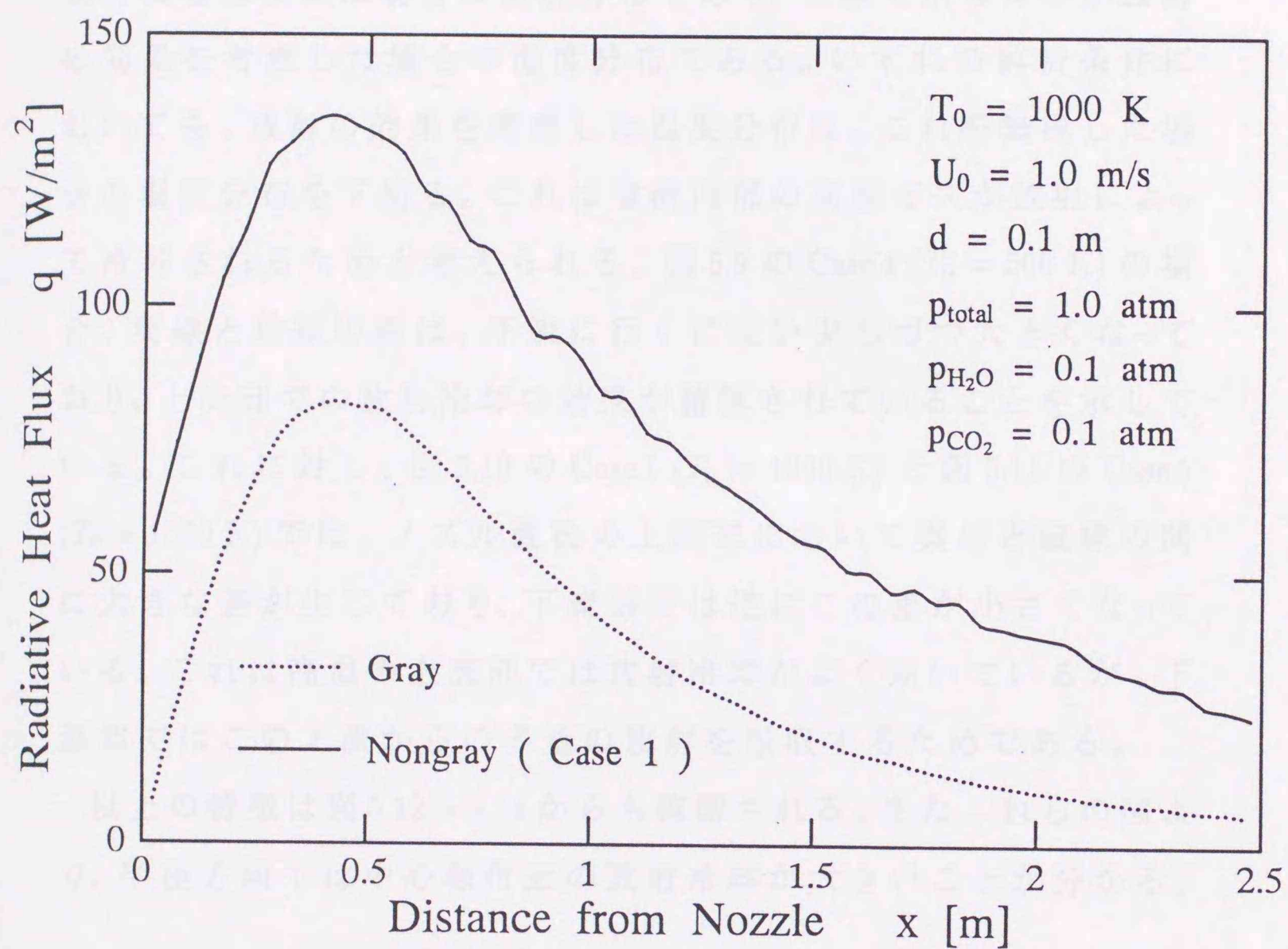


図 5.8: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における放射熱流束

るものとする。それぞれの解析条件に対し、図 5.9 5.10 および 5.11 に中心軸上の温度分布を図 5.12 5.13 および 5.14 には $x = 0.225, 1.225, 2.225$ m における半径方向の温度分布を示す。実線で示したのが、放射項を無視した場合の温度分布であり、点線で示したのが放射の効果を検討した場合の温度分布である。いずれの解析条件においても、放射の効果を検討した温度分布は、これを無視した場合の温度分布を下回る。これは噴流内部の高温ガスが放射によって冷却されるためと考えられる。図 5.9 の Case 4 ($T_0 = 500$ K) の場合、実線と破線の差は、下流に行くに従い少しずつ大きくなっており、上流部での放射冷却の効果が積算されていることを示している。これに対し、図 5.10 の Case 1 ($T_0 = 1000$ K) と図 5.11 の Case 5 ($T_0 = 1500$ K) では、ノズル直後の上流部において実線と破線の間に大きな差が生じており、下流部では逆にこの差が小さくなっている。これは高温の上流部では放射冷却がよく効いているが、下流部ではこの上流からの多量の放射を吸収するためである。

以上の特徴は図 5.12 ~ 5.14 から確認される。またこれらの図より、半径方向では中心軸付近の放射冷却が大きいことが分かる。

図 5.15 に $r = 0.75$ m の位置に置かれた仮想的な面に入射する放射熱流束を示す。これより Case 4 および Case 5 では、 $x = 0.5$ m 付近に放射熱流束分布のピークがあらわれている。これに対し、Case 1 では、はっきりとしたピークは確認されず $x \geq 0.5$ m においてほぼ一定値をとる。

図 5.16 ~ 5.23 および図 5.24 ~ 5.31 に上記の仮想面 ($r = 0.75$ m) に入

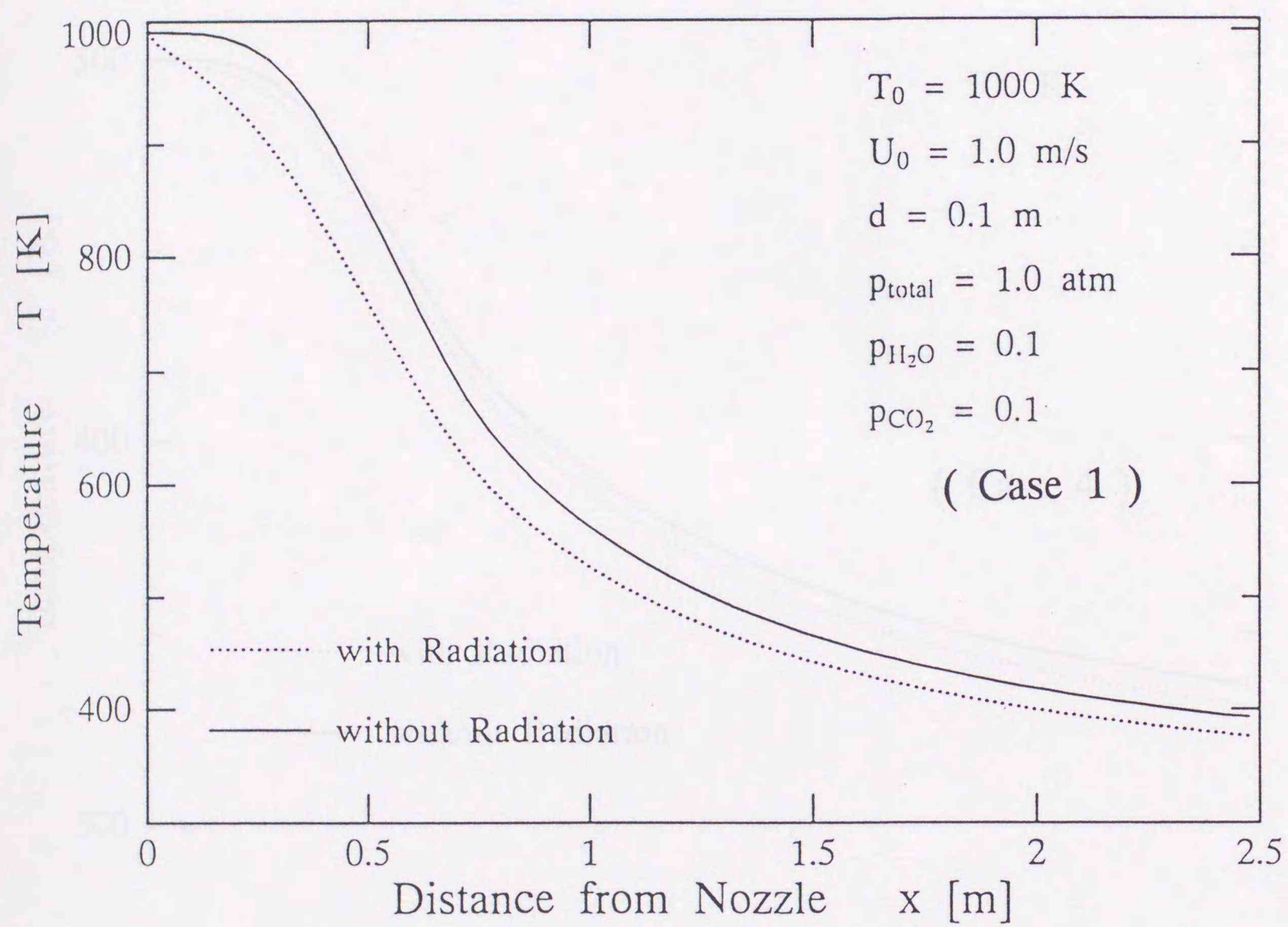


図 5.9: 中心軸上のガス温度分布 (Case1)

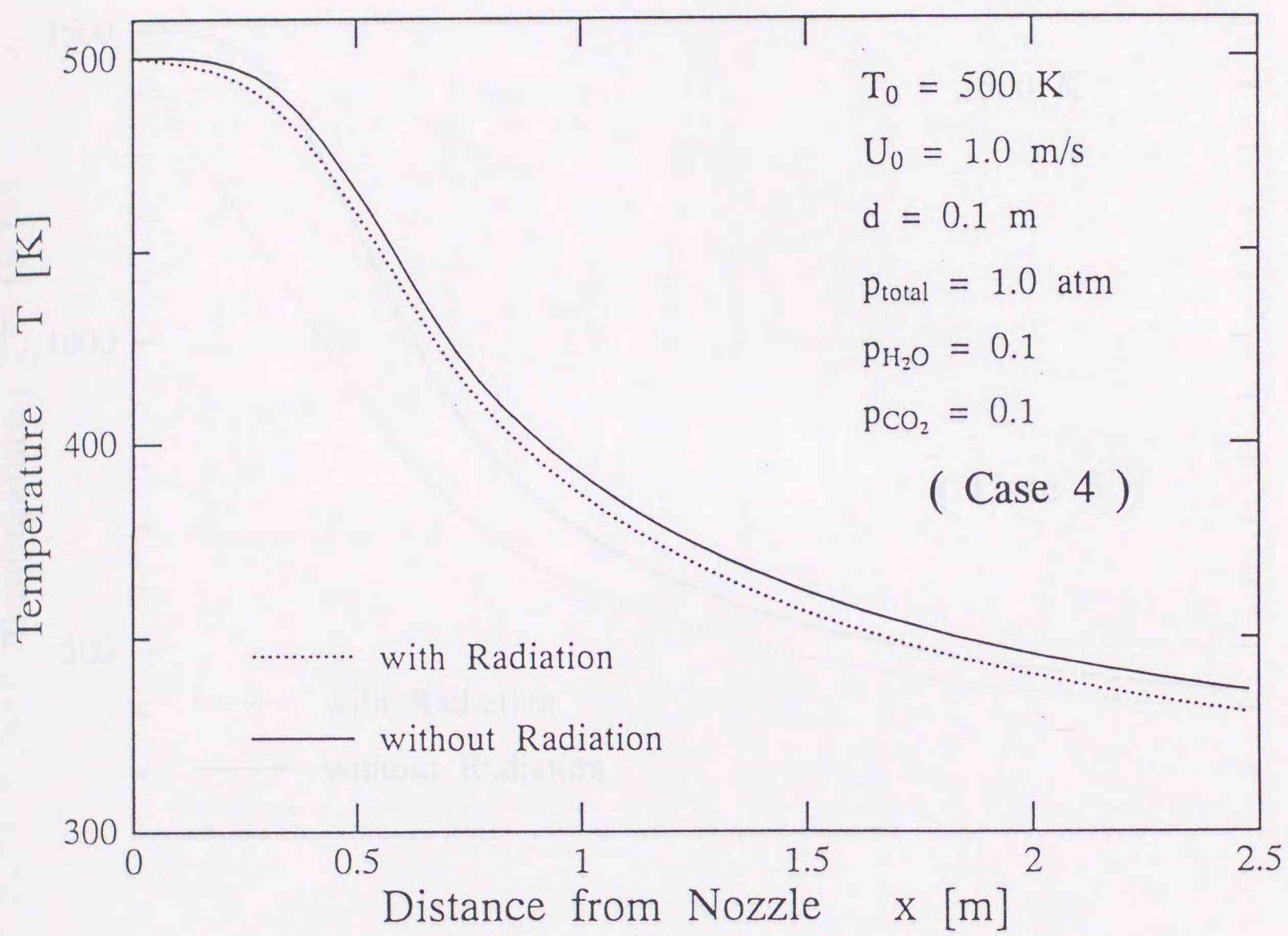


図 5.10: 中心軸上のガス温度分布 (Case 4)

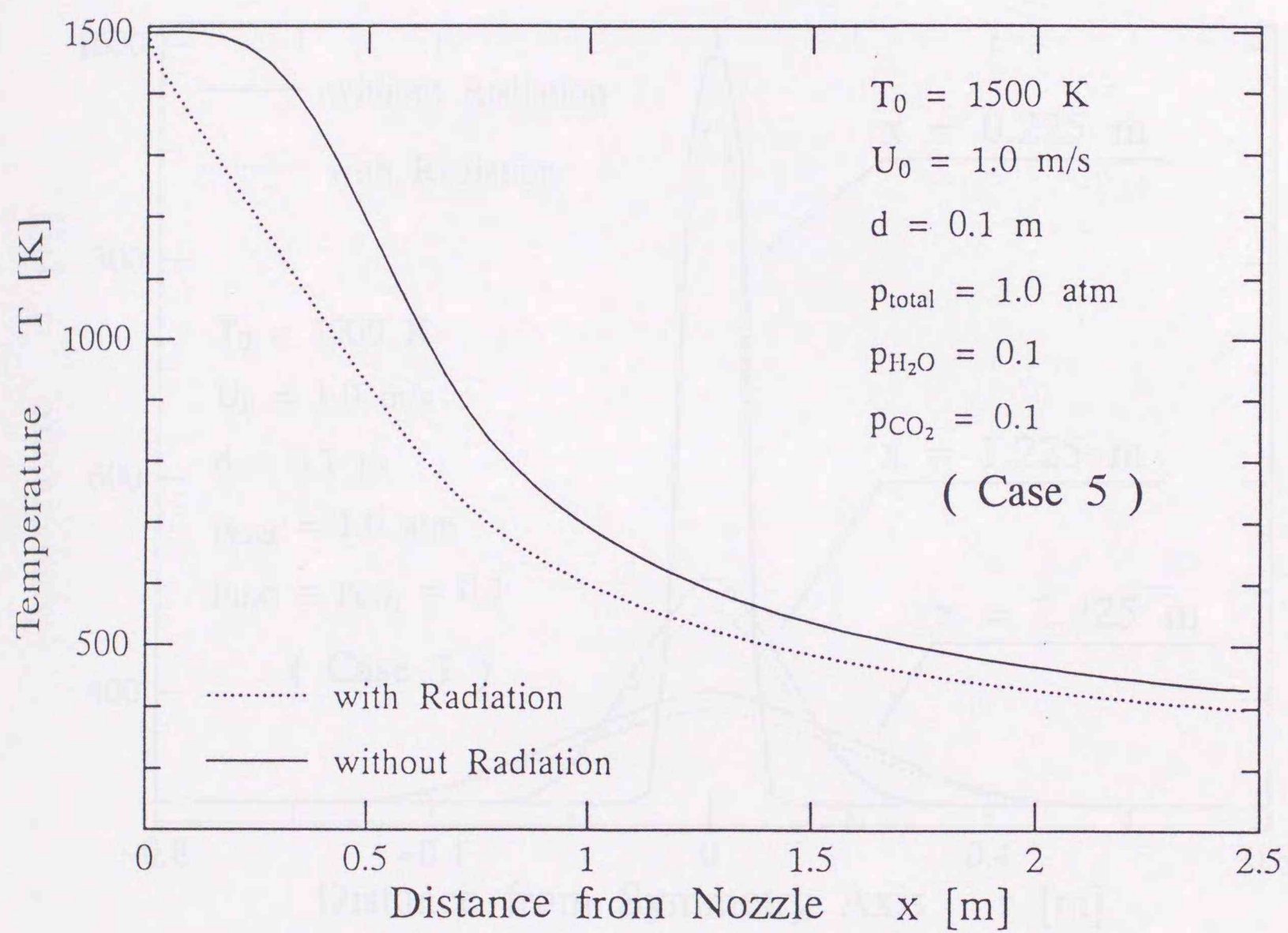


図 5.11: 中心軸上のガス温度分布 (Case 5)

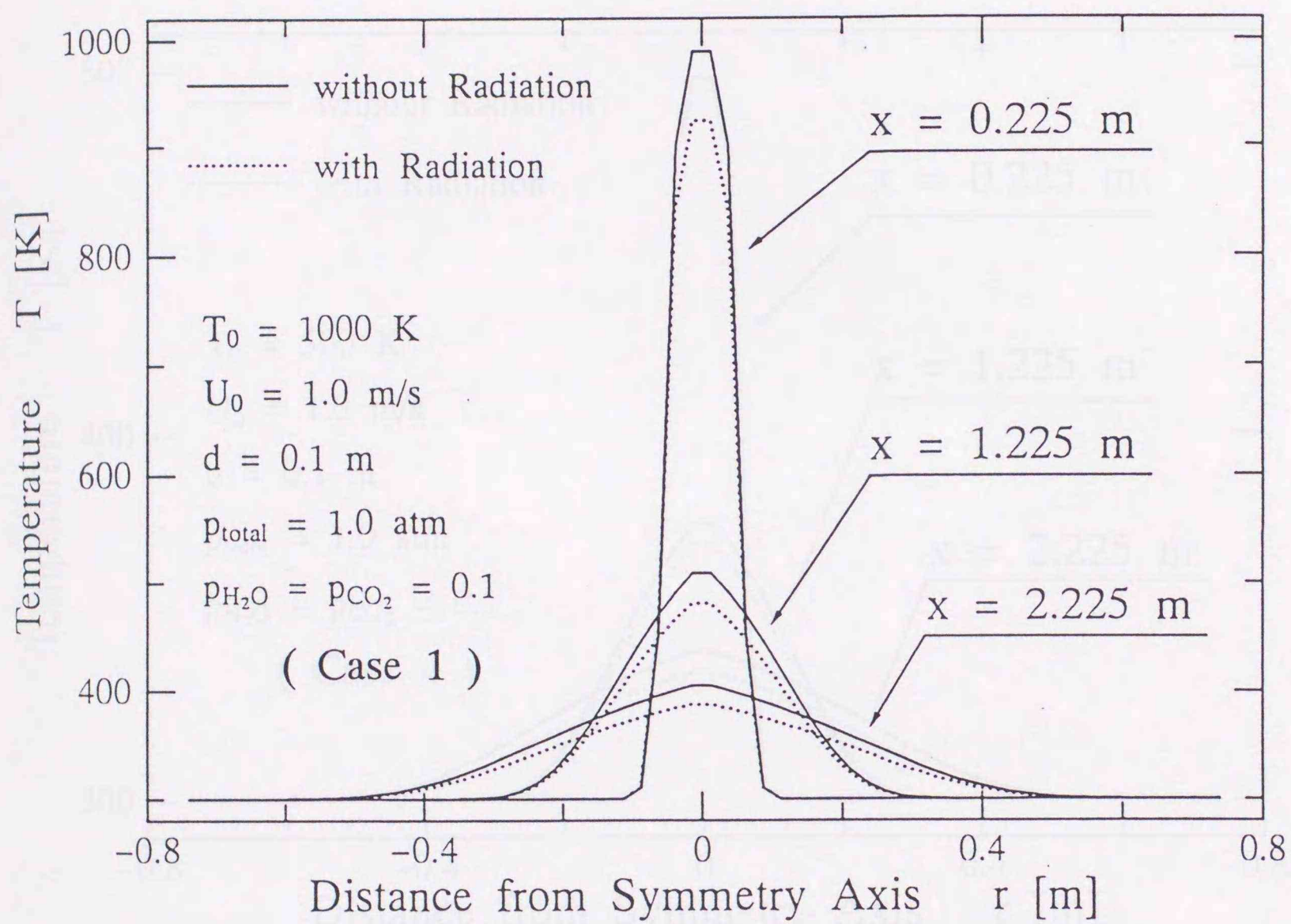


図 5.12: 半径方向のガス温度分布 (Case1)

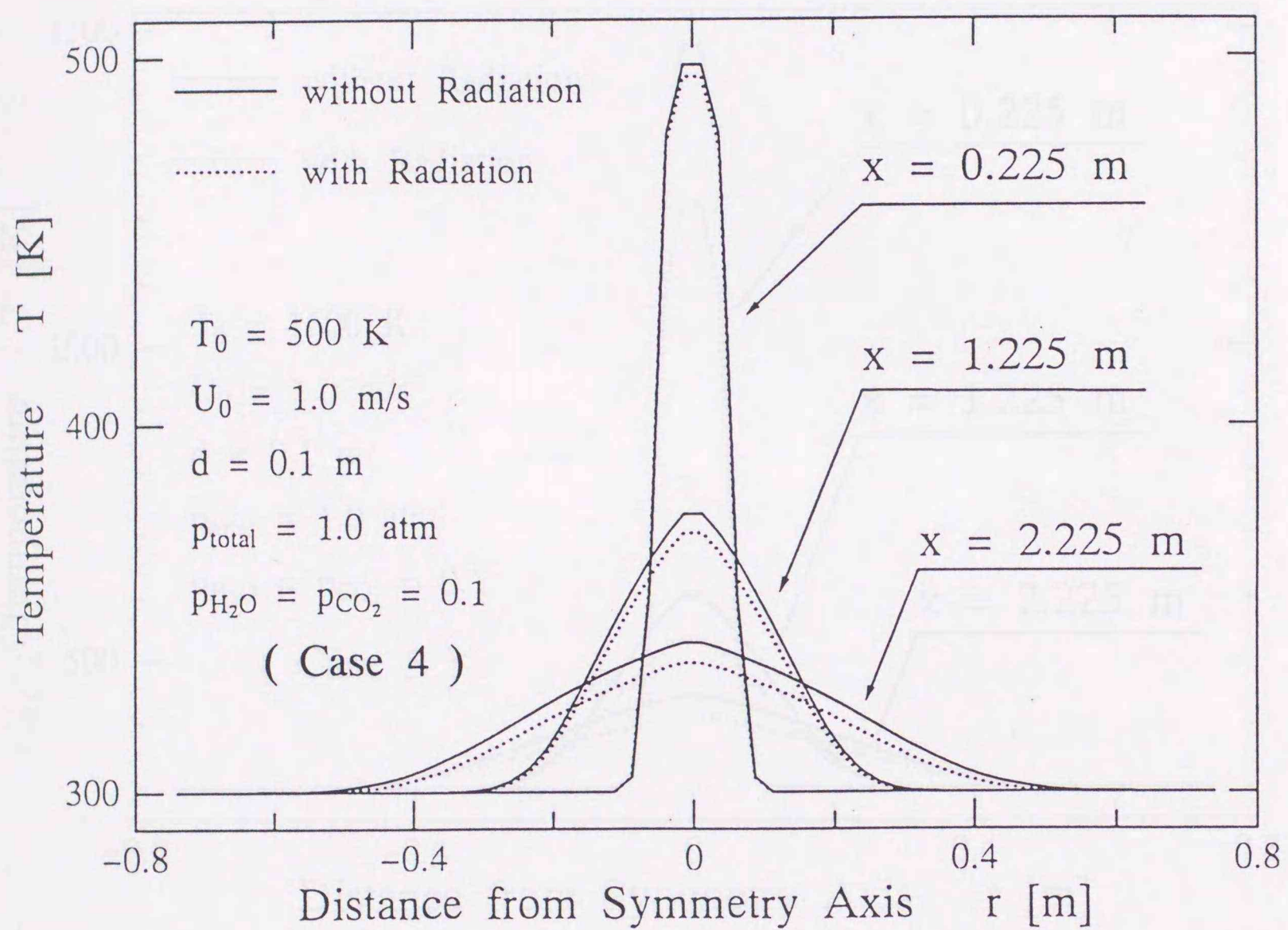


図 5.13: 半径方向のガス温度分布 (Case 4)

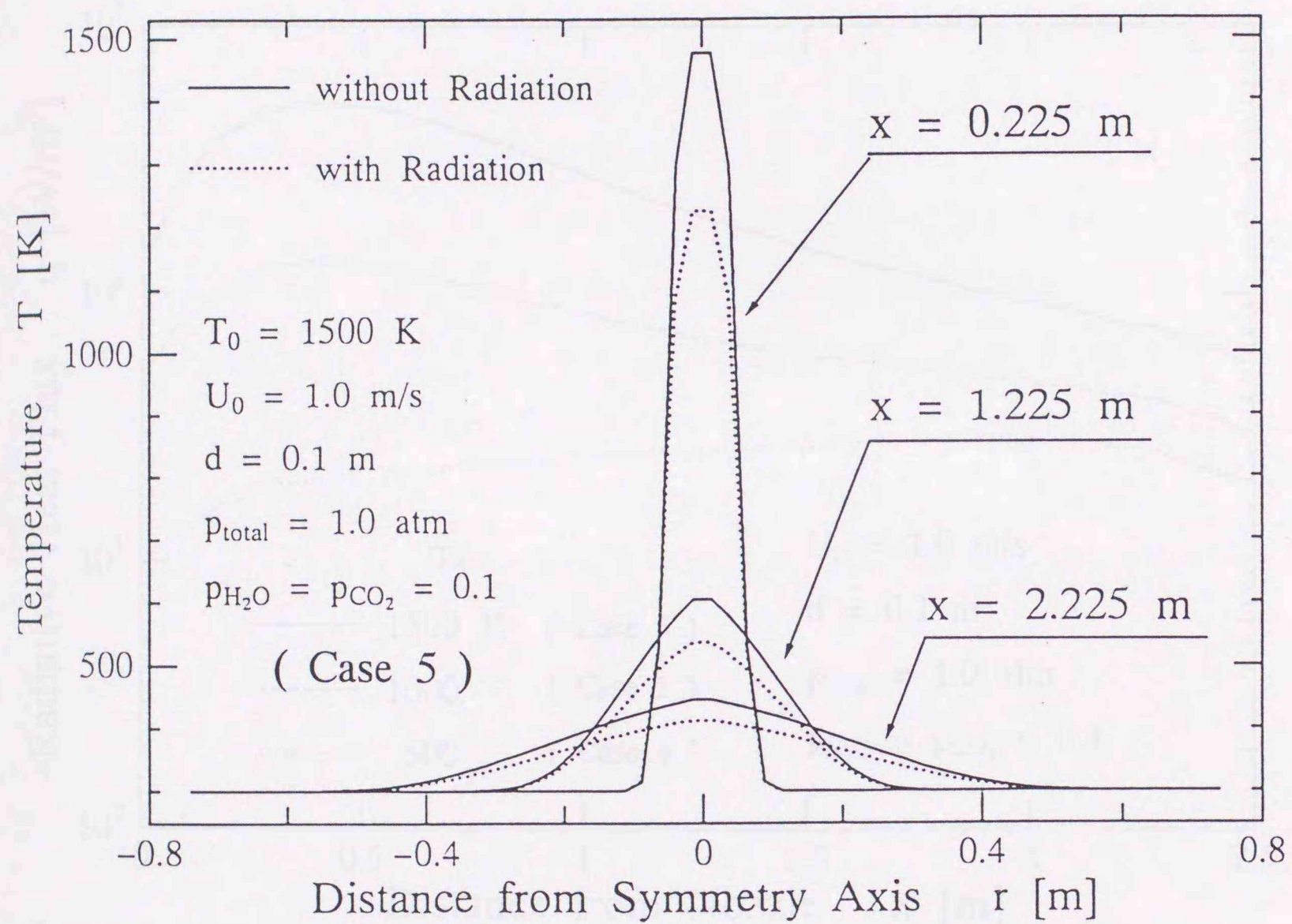


図 5.14: 半径方向のガス温度分布 (Case 5).

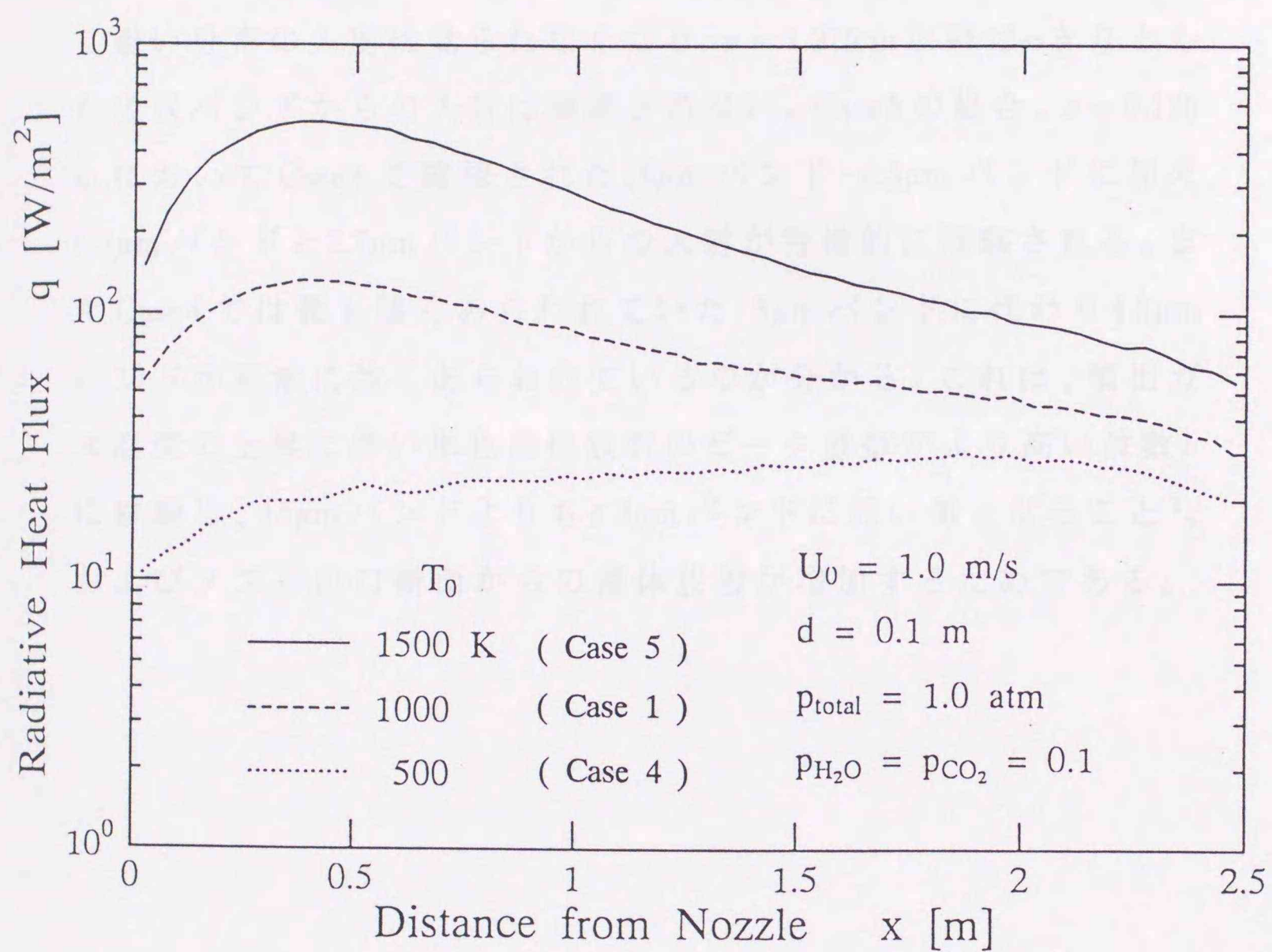


図 5.15: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における放射熱流束

射する単色放射熱流束分布を Case4 と Case5 について示す。Case4 の $x = 0.125, 0.375$ m では、回転バンド・ $15\mu\text{m}$ バンド・ $4.3\mu\text{m}$ バンドでの入射が特徴的である。特に $15\mu\text{m}$ バンドからの入射が強くあらわれているのが分かる。 x の値が増すにつれ吸収バンドによる強く鋭い分布の入射は見られなくなり、 $x = 1.275$ m 以降はっきりとした吸収バンドからの入射は確認されない。Case5 の場合、 $x = 0.125$ m において Case4 で確認された $15\mu\text{m}$ バンド・ $4.3\mu\text{m}$ バンドに加え $6.3\mu\text{m}$ バンドと $2.7\mu\text{m}$ バンドからの入射が特徴的に観察される。また Case4 では最も強くあらわれていた $15\mu\text{m}$ バンドに代わり $4.3\mu\text{m}$ バンドが非常に強くあらわれているのが分かる。これは、噴出ガス温度の上昇に伴い単色黒体放射のピーク波数がより高い波数 ν に移動し、 $15\mu\text{m}$ バンドよりも $4.3\mu\text{m}$ バンドに近い値となること²、およびノズル出口断面からの黒体放射が増加するためである。

²Wien の変位則によれば $15\mu\text{m}$ 付近にピークを有するのは、約 330 K の黒体放射であるのに対し、 $4.3\mu\text{m}$ 付近にピークを持つのは約 1140 K の黒体放射である。

5.2.4 ガス組成の影響

噴出ガスは、表 5.1 にも示したように、水蒸気、二酸化炭素および窒素から成る。放射エネルギーの吸収・射出に直接関与する吸収ガスは、水蒸気と二酸化炭素である³。本節ではこれらの成分の違いによる影響を見るため、表 5.2 に示す Case 1, Case 2 および Case 3 のガス組成に対し解析を行った。以下にその結果を示す。

それぞれの解析条件における中心軸温度を図 5.32 に、 $x = 0.225, 1.225, 2.225$ m における半径方向の温度分布を図 5.33 ~ 5.35 に示す。実線で示したのが、放射項を無視した場合の温度分布であり、点線・破線・長破線はそれぞれ Case 1, Case 2, Case 3 の温度分布を示す。前節と同様、放射の効果を考慮した温度分布は、放射冷却により、これを無視した場合の温度分布を下回る。いずれの解析条件においても、その差は上流部および中心軸付近で大きく観察される。また、噴出ガス中の吸収ガスの分圧（濃度）が増加するにつれ、この傾向は強くなっている。以上から、放射による冷却効果は、ガス中の吸収ガス濃度が高いほど大きく、また濃度と温度の高い上流部および中心軸付近で強く観察されることが予想される。

³窒素はそれ自体、放射の吸収・射出を行わないが、吸収ガスの吸収バンドの幅を拡げる。

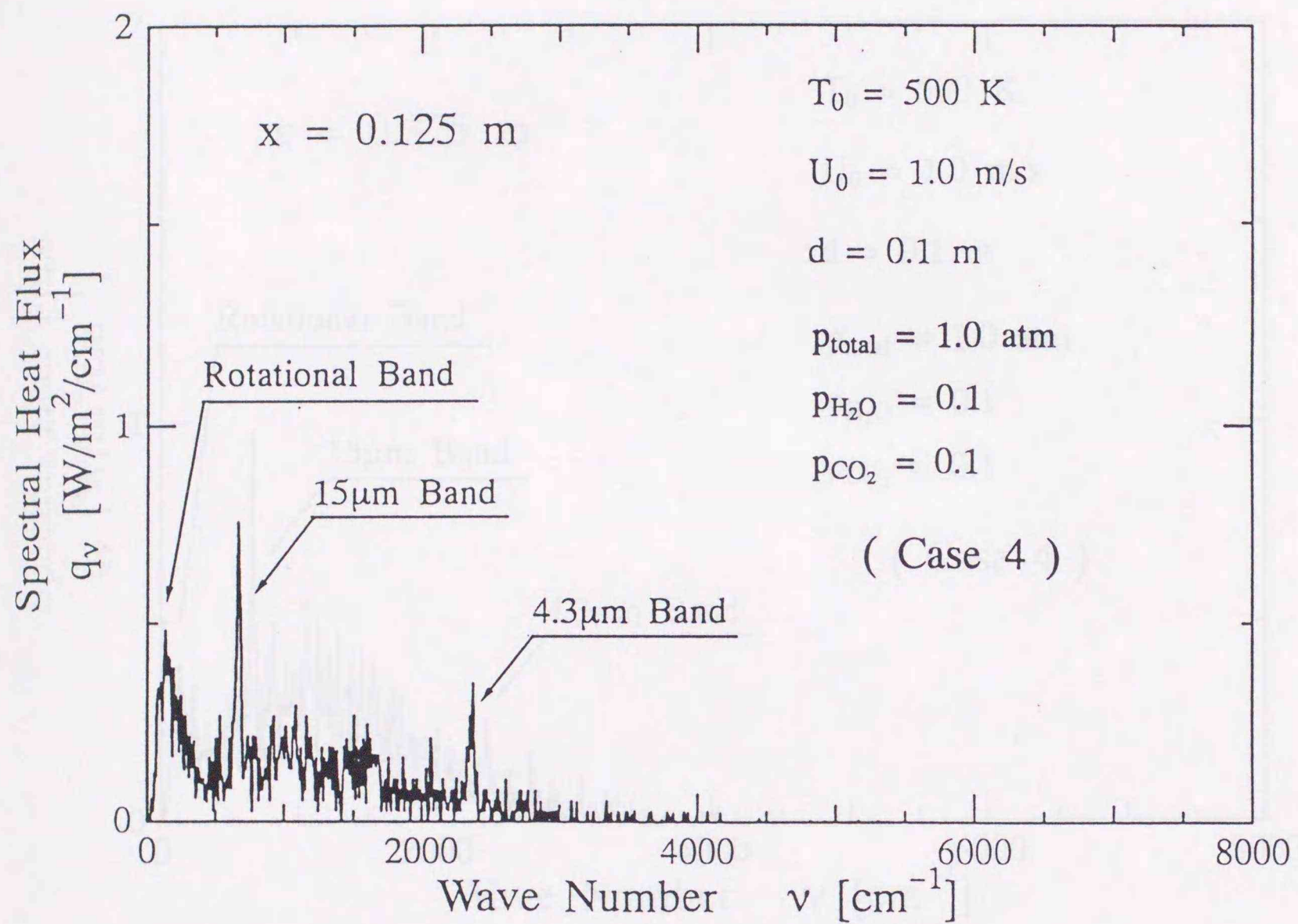


図 5.16: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

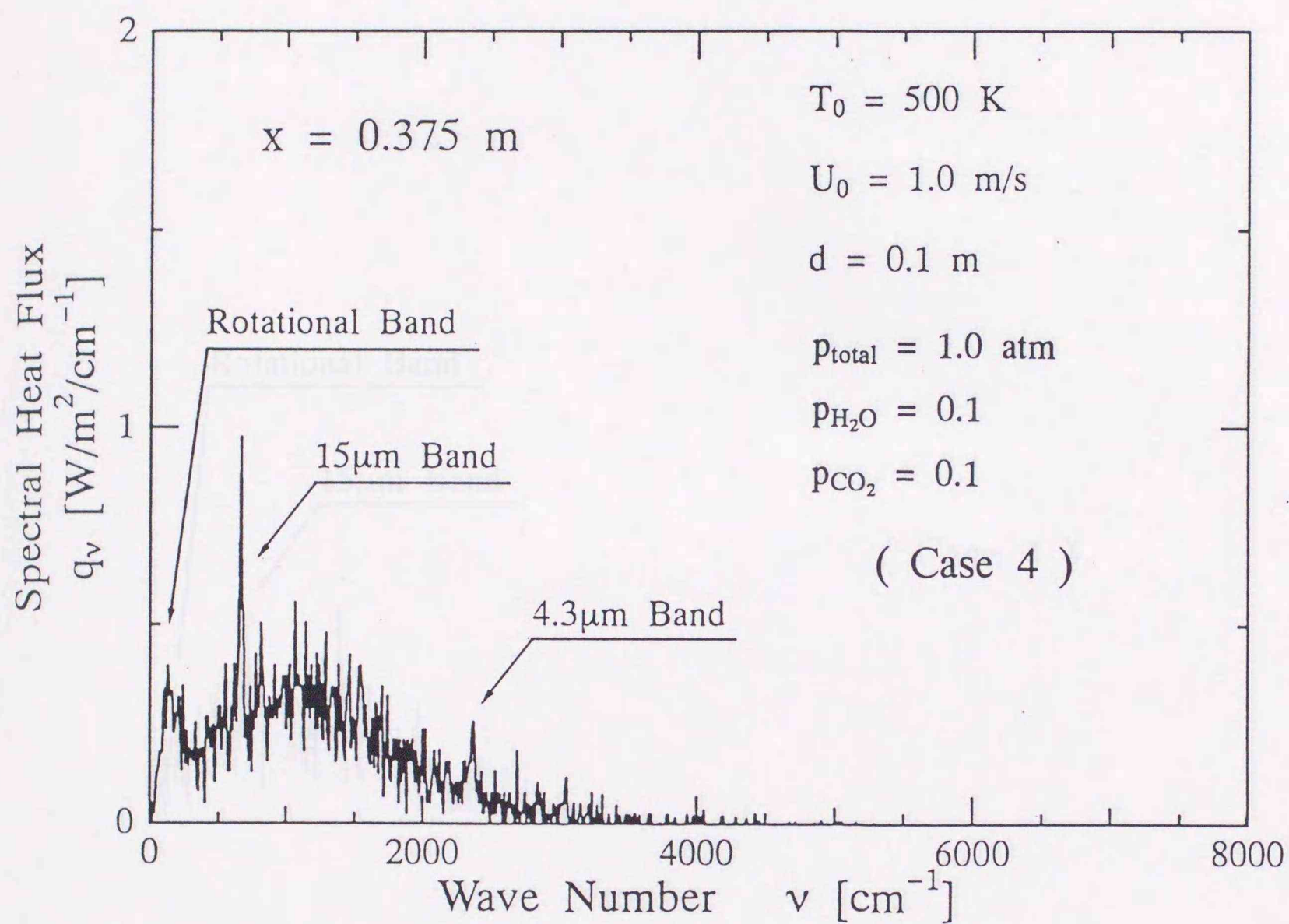


図 5.17: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

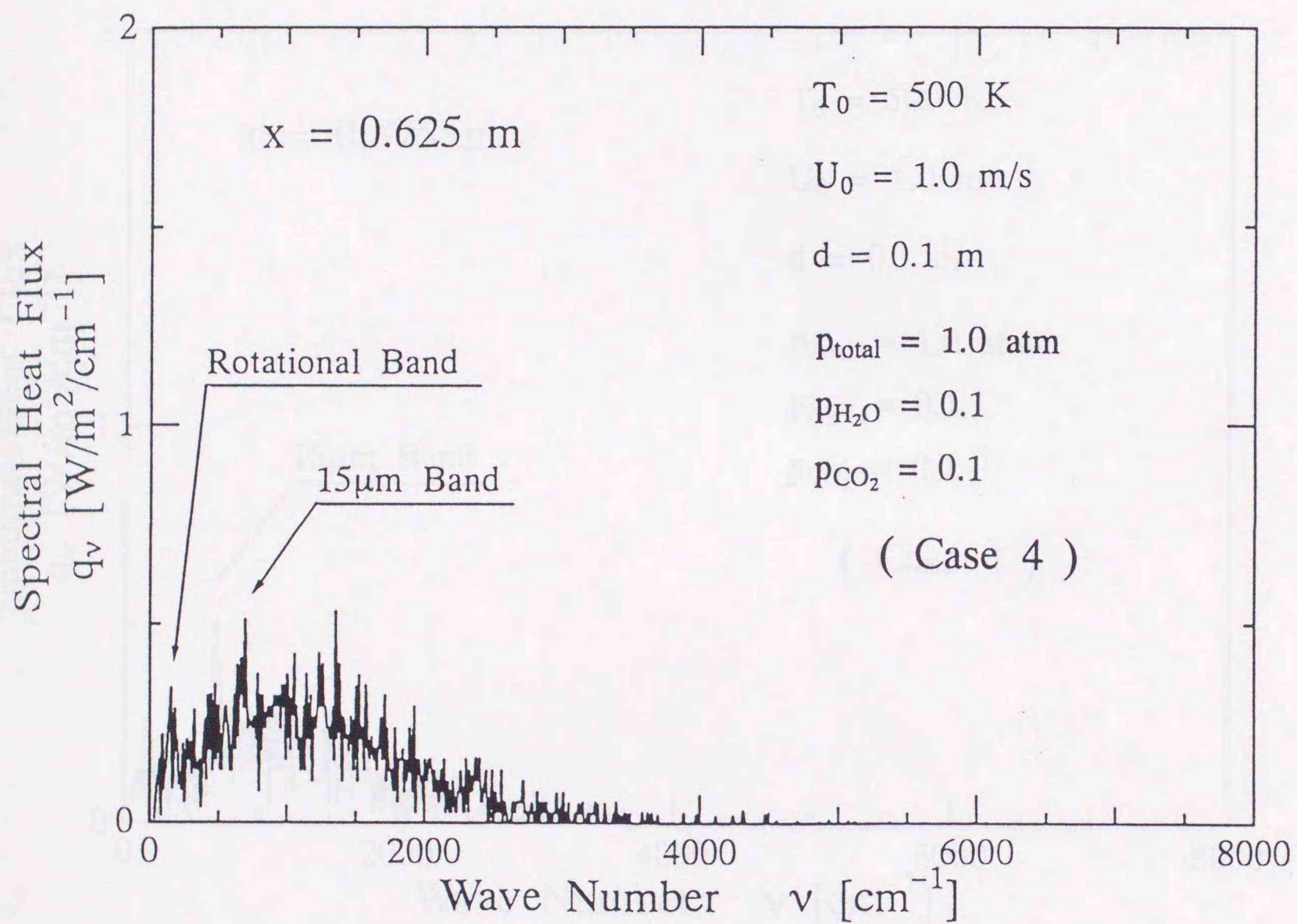


図 5.18: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

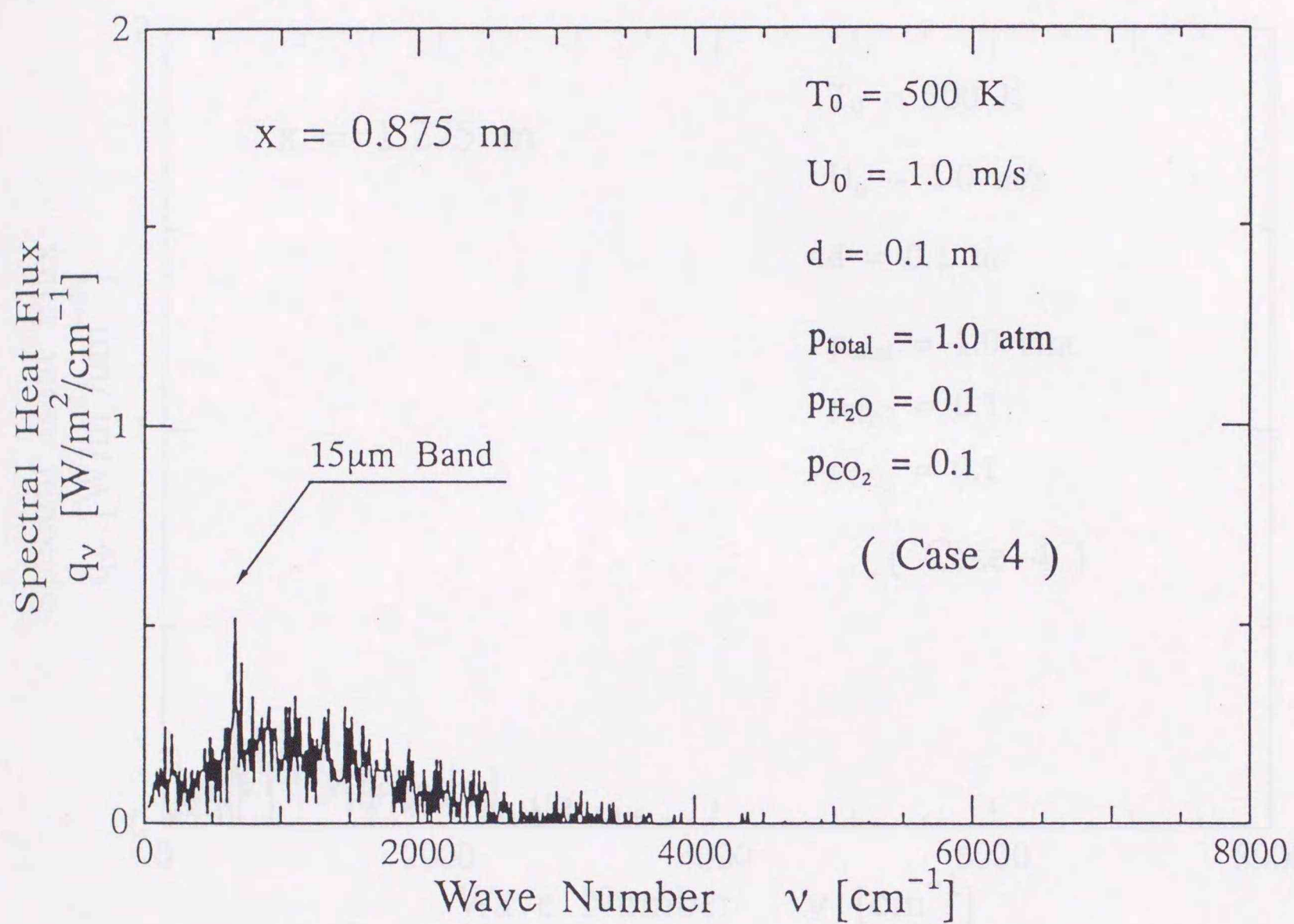


図 5.19: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

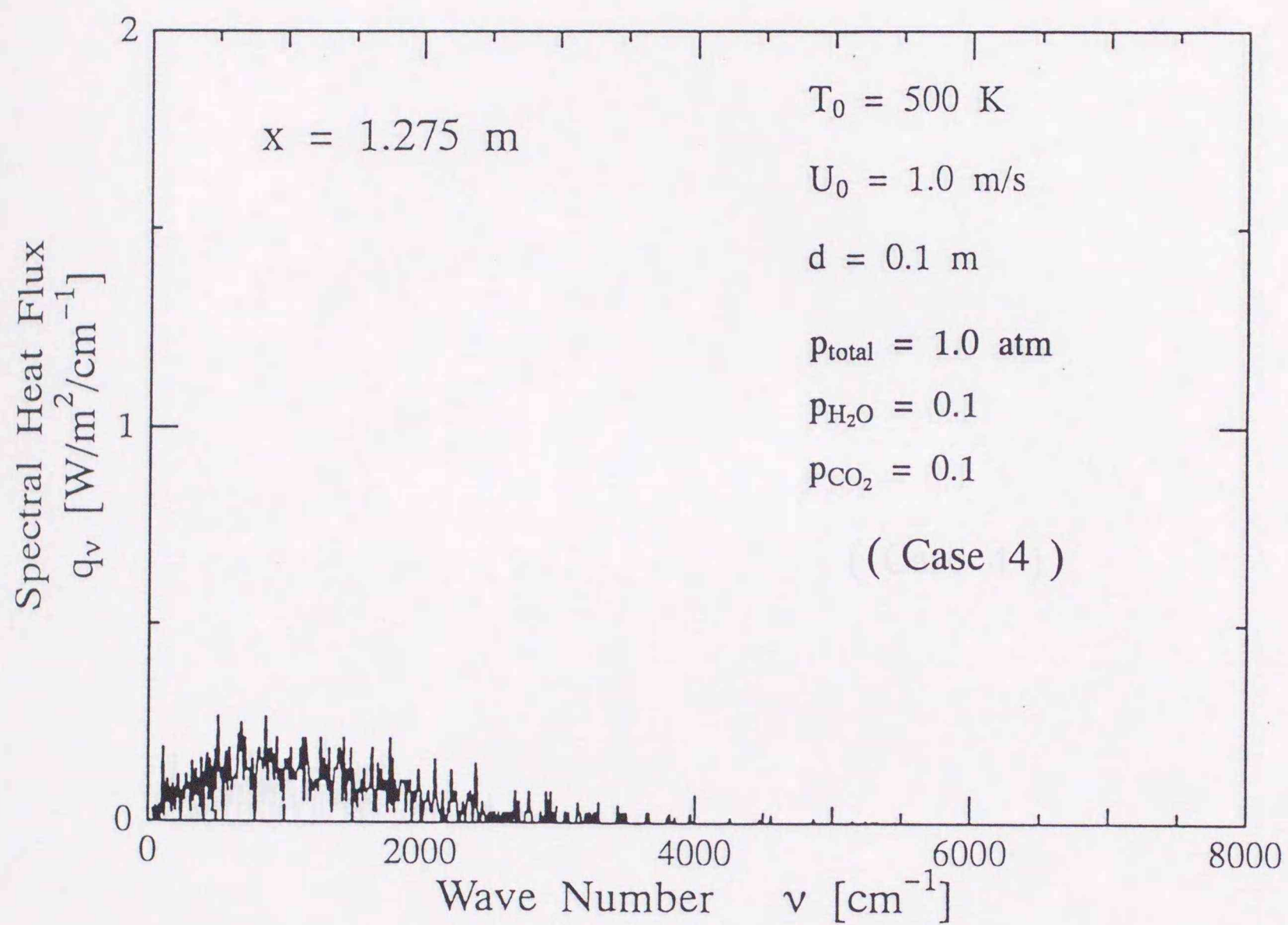


図 5.20: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

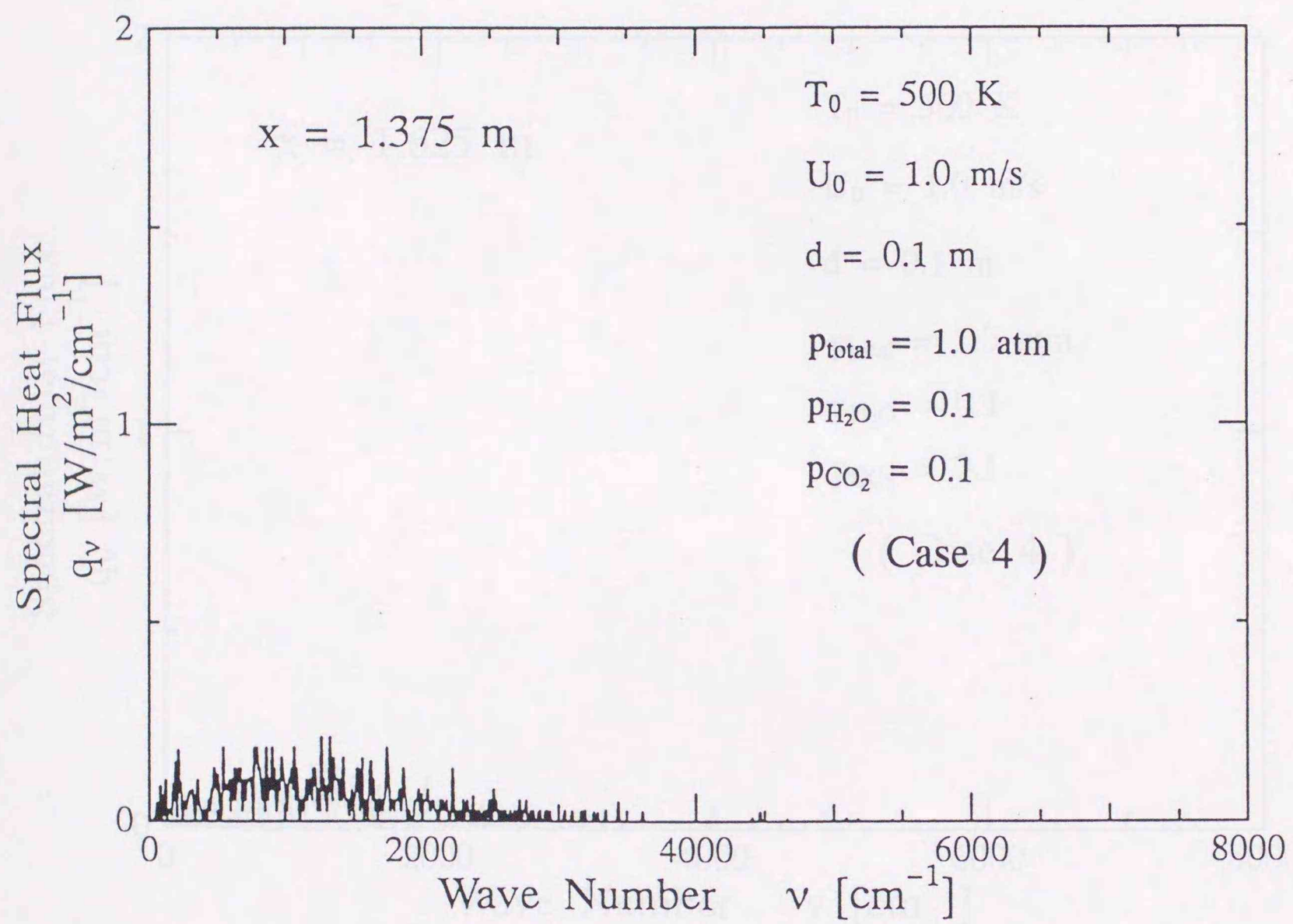


図 5.21: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

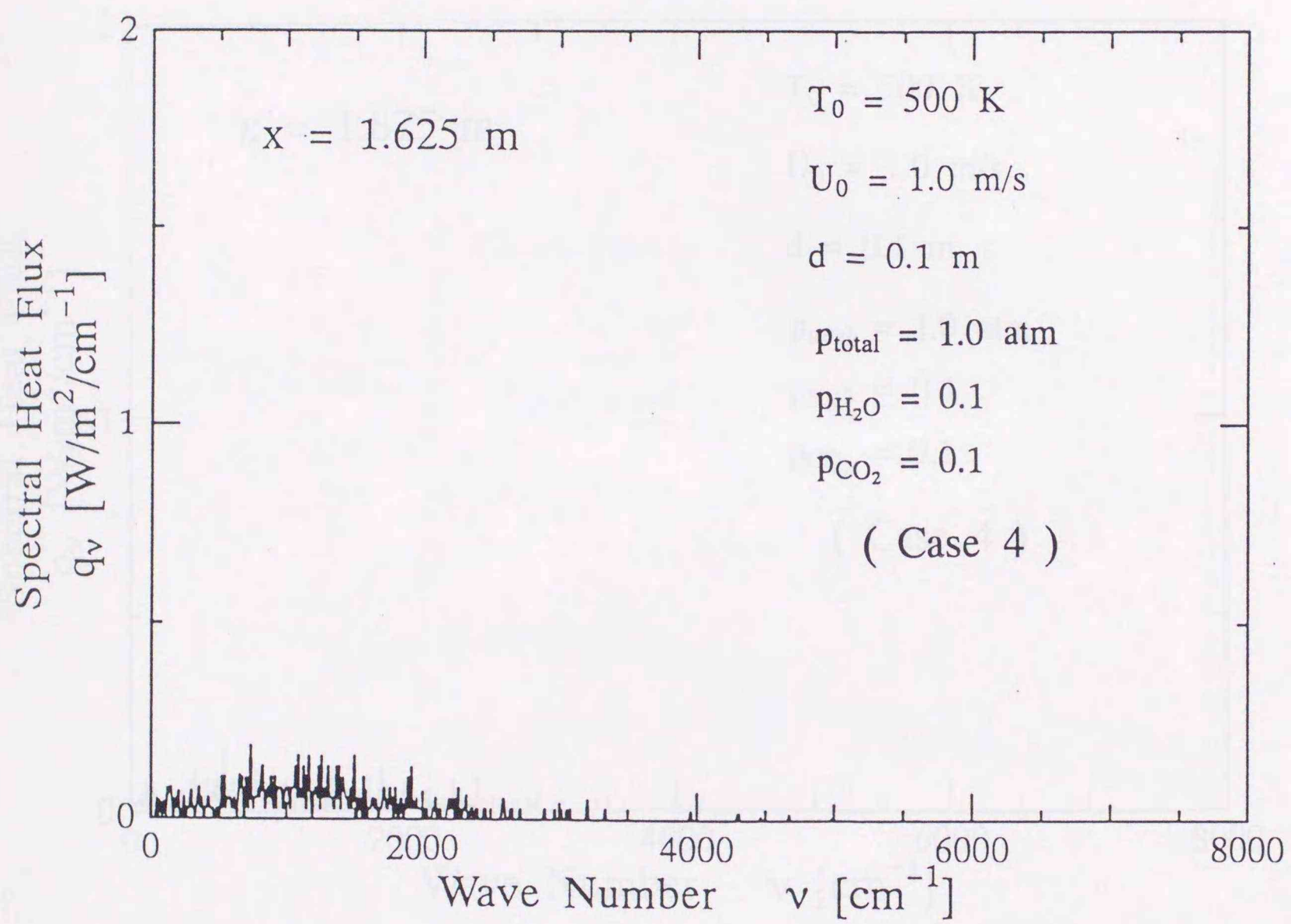


図 5.22: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

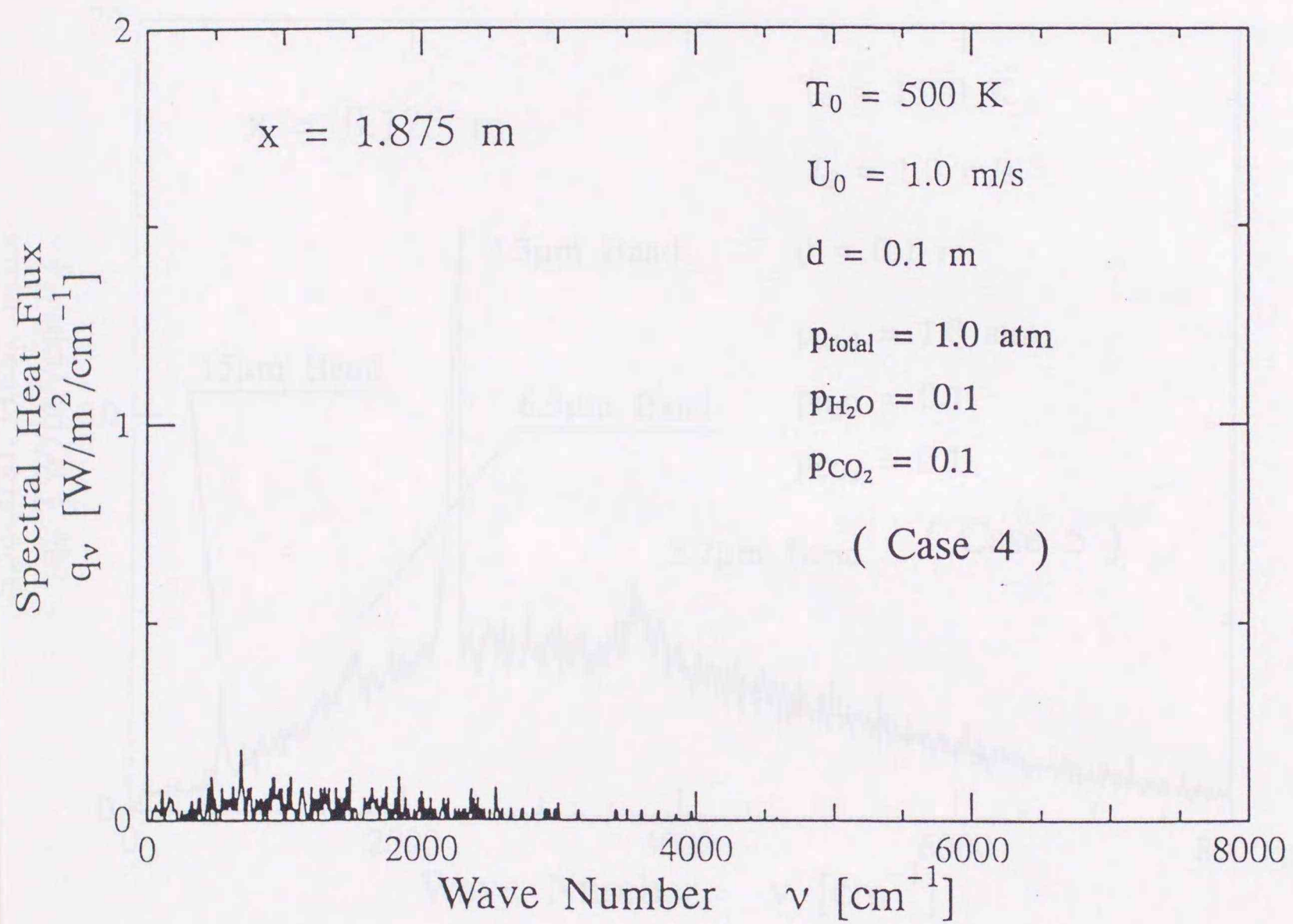


図 5.23: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

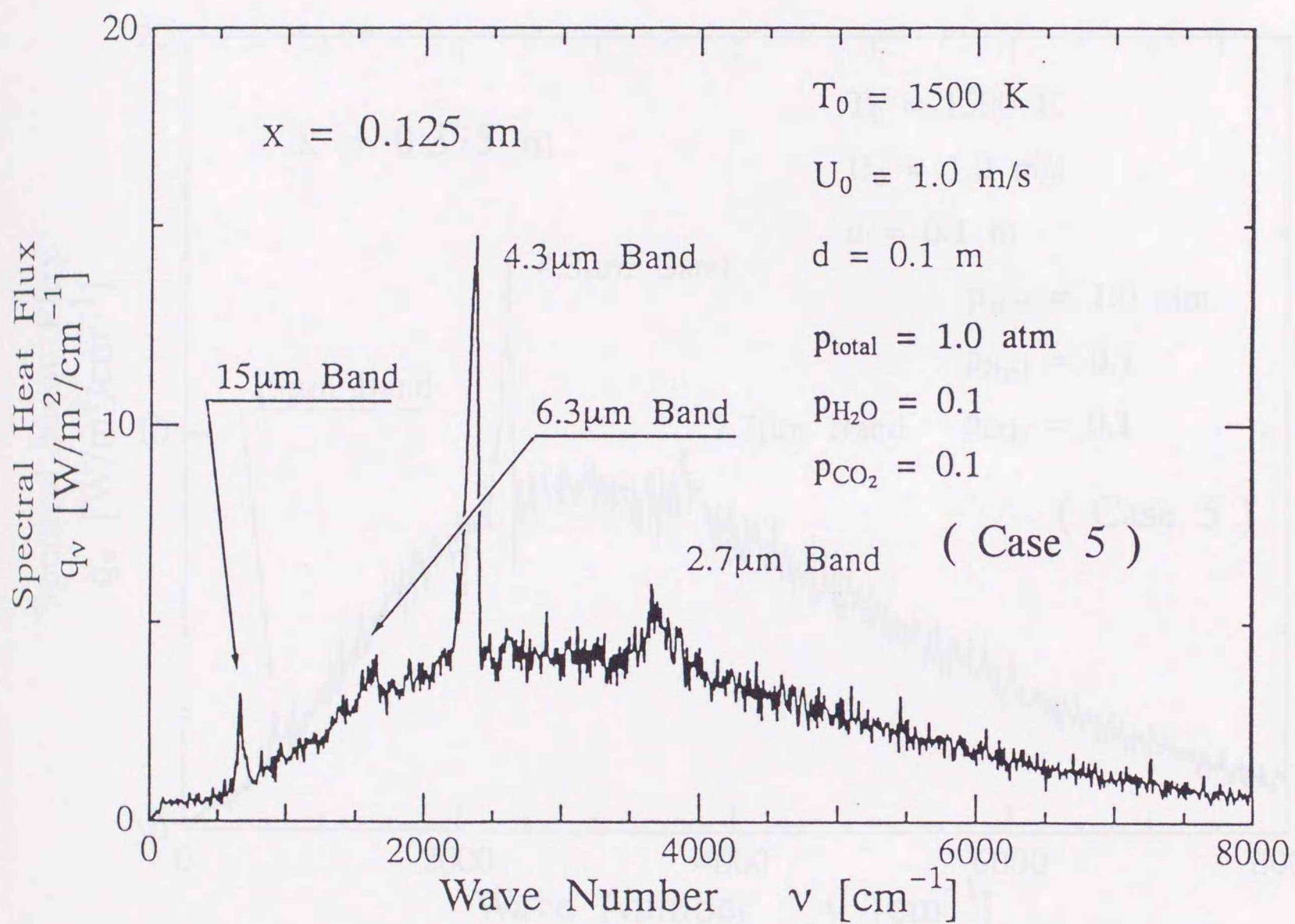


図 5.24: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

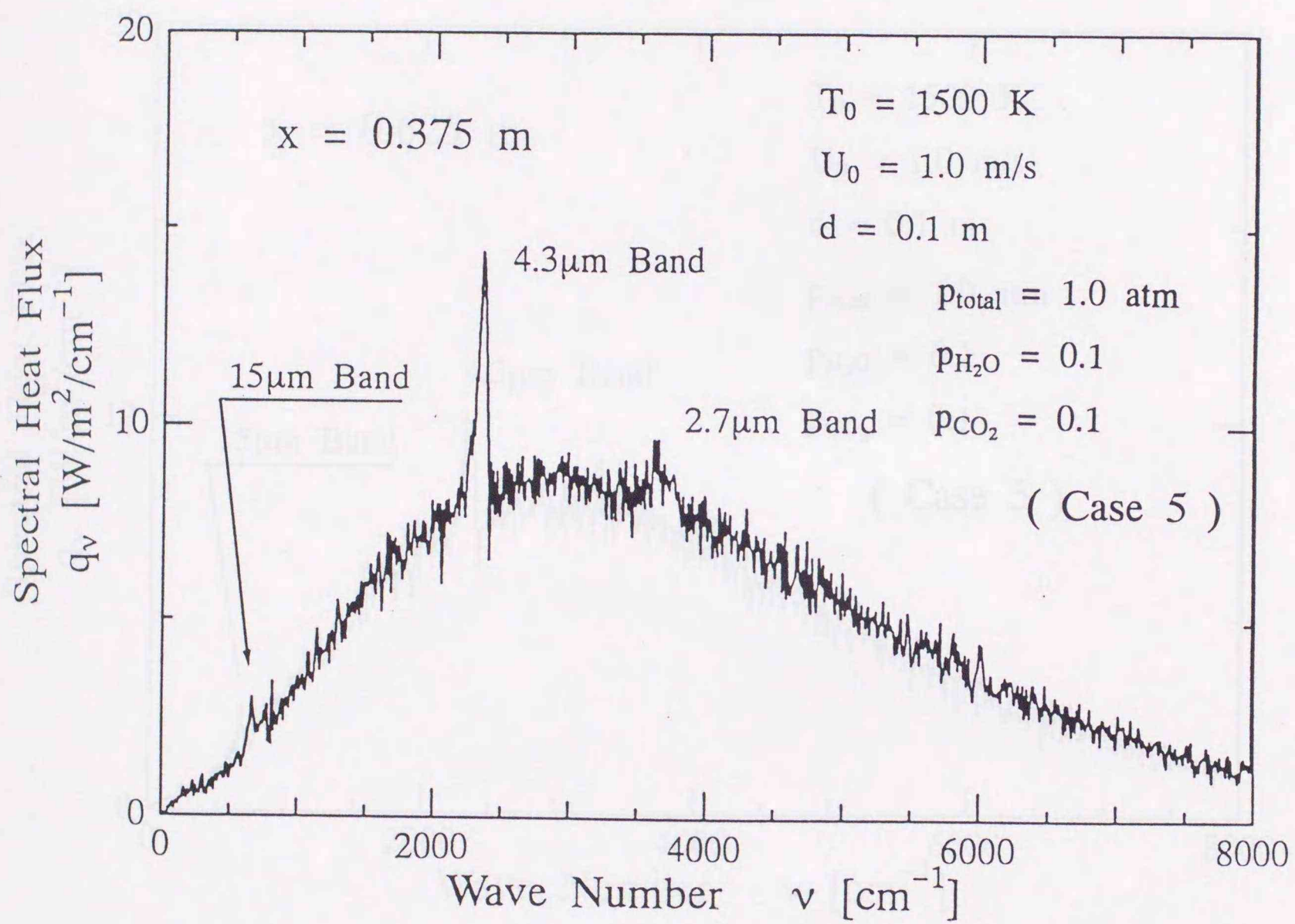


図 5.25: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

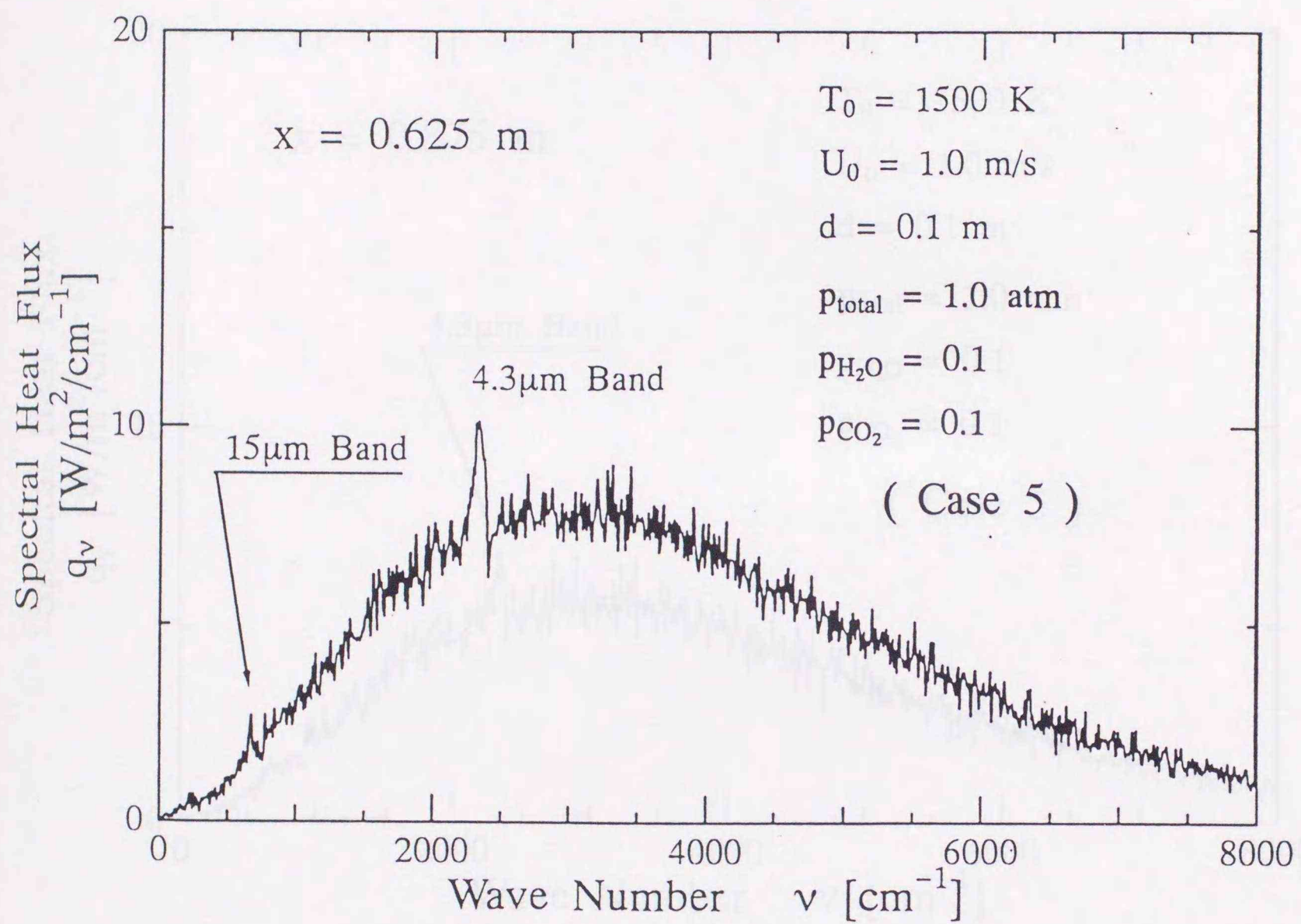


図 5.26: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

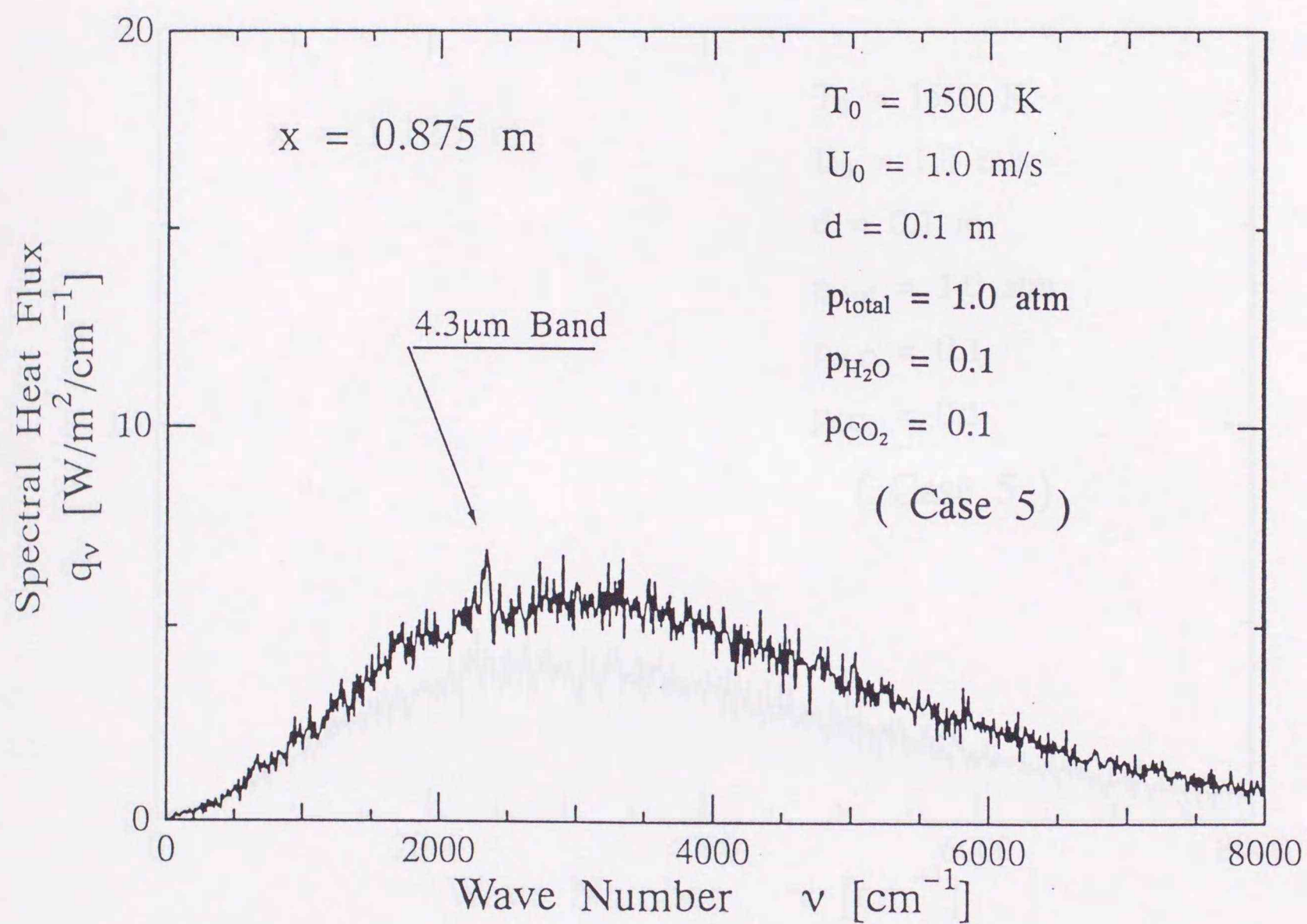


図 5.27: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

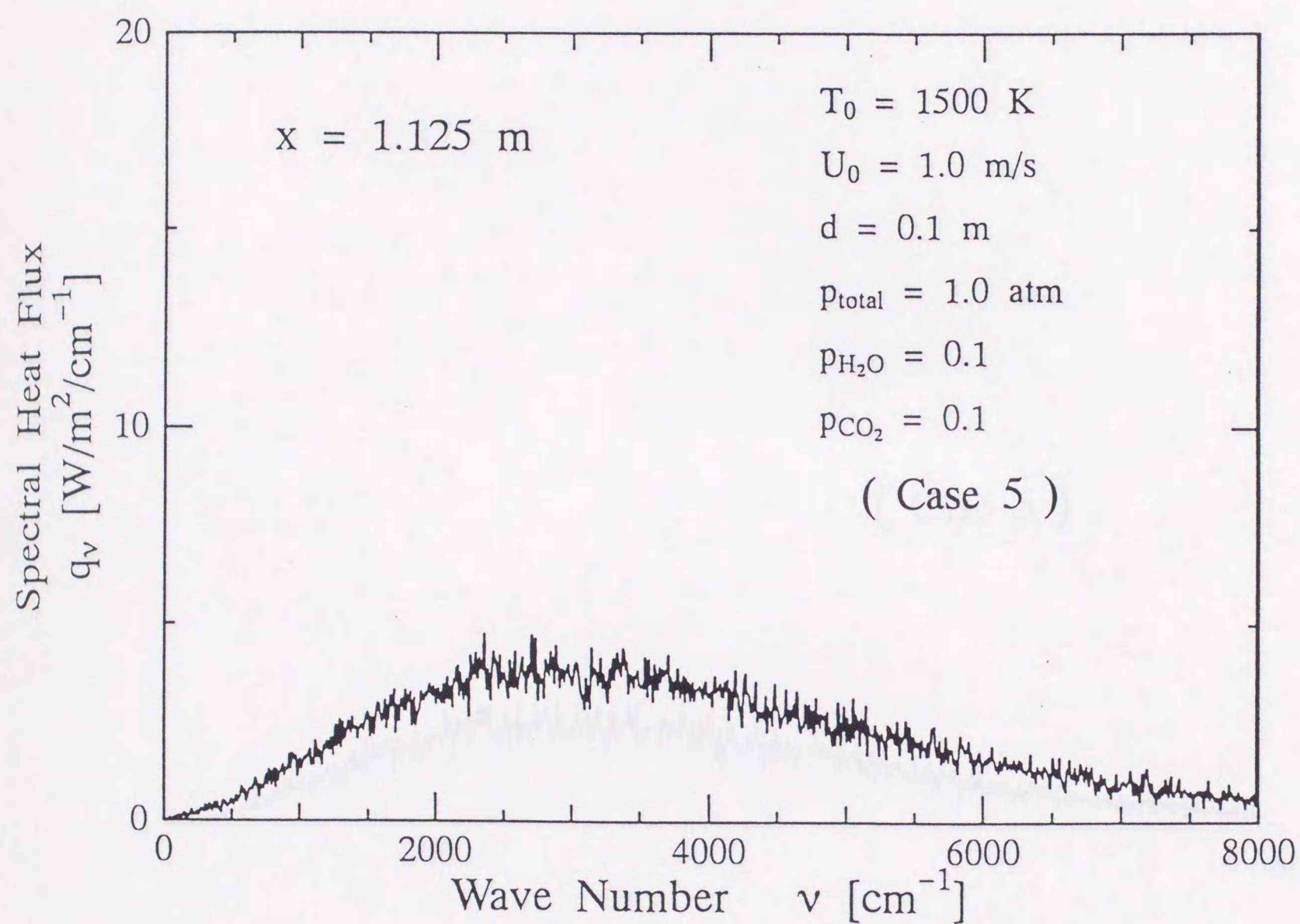


図 5.28: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

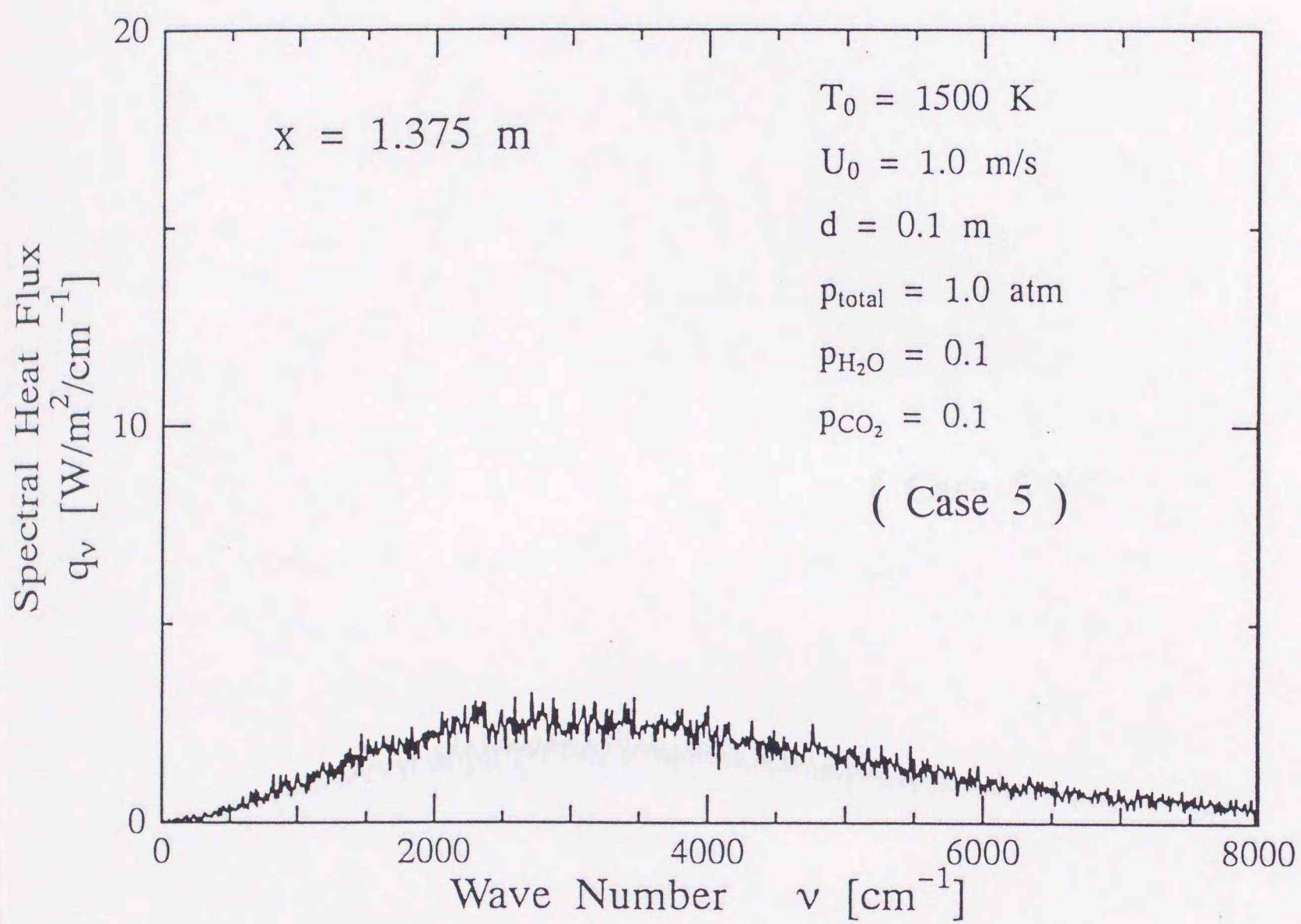


図 5.29: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

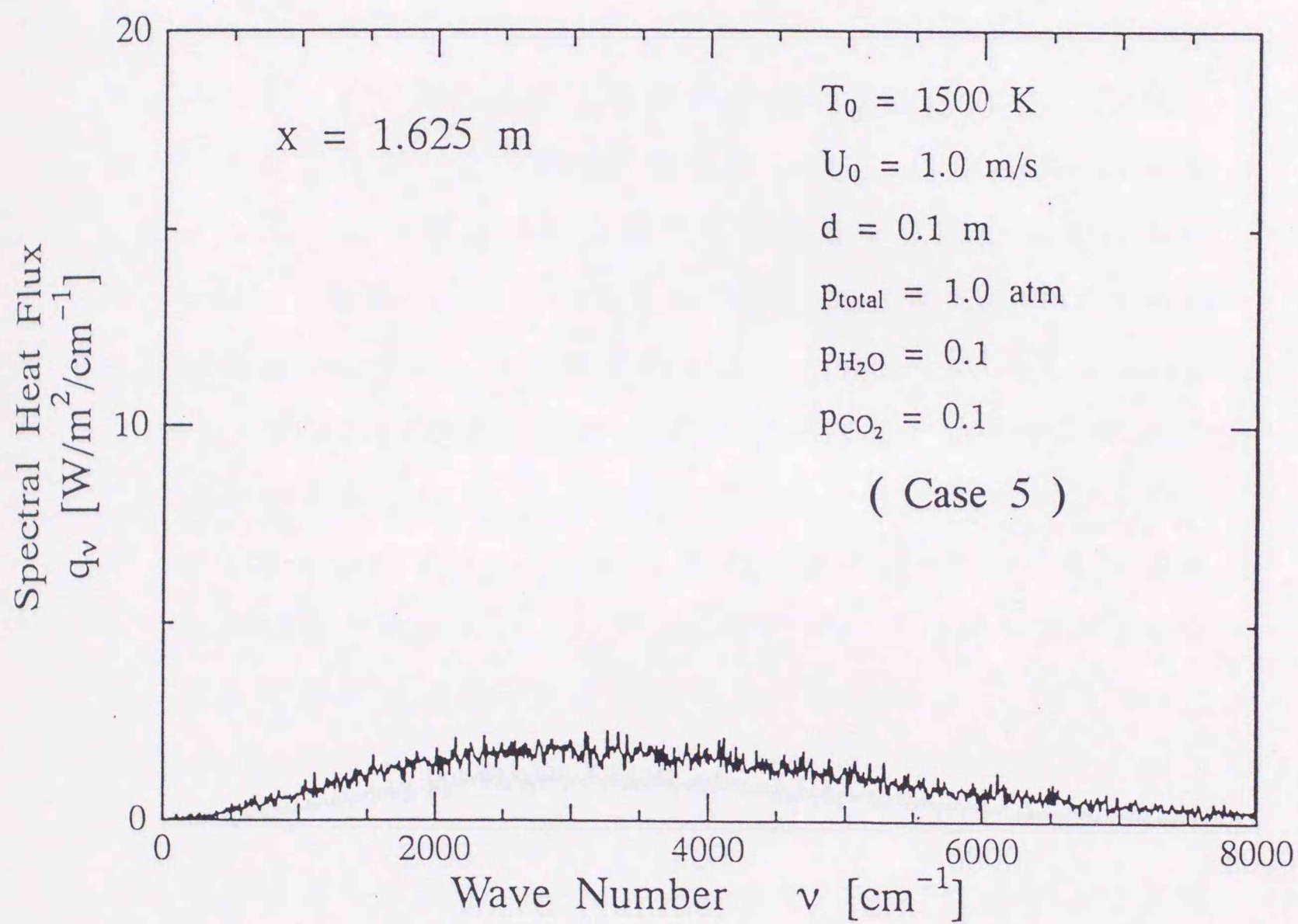


図 5.30: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

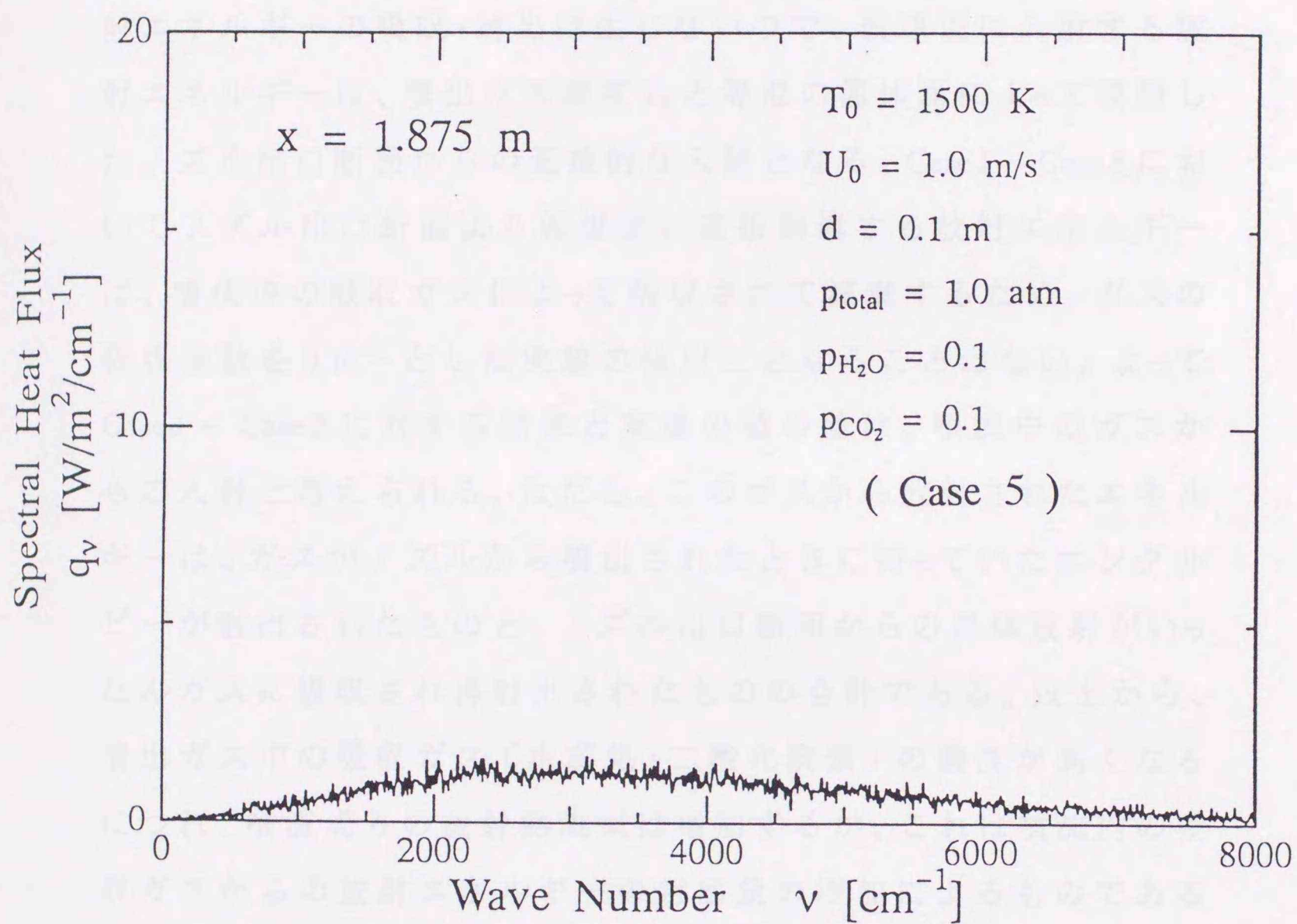


図 5.31: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

図 5.36 に $r = 0.75 \text{ m}$ の位置に設けた仮想面に入射する放射熱流束を示す。点線・破線・長破線はそれぞれ Case 1, Case 2, Case 3 に対応している。実線は噴出ガス中に吸収ガスが存在しない、すなわち吸収係数を 0 m^{-1} とした解析結果である。この場合、ガスによる放射エネルギーの吸収・射出は生じないので、仮想面に入射する放射エネルギーは、噴出ガス温度 T_0 と等温の黒体面によって模擬したノズル出口断面からの直接的な入射となる。Case 1 ~ Case 3 においてノズル出口断面より仮想面に直接到達する放射エネルギーは、噴流中の吸収ガスによって吸収されて減衰するため、ガスの吸収係数を 0 m^{-1} とした実線の値以上となることはない。よって Case 1 ~ Case 3 に対する結果と実線の値の差は、噴流中のガスからの入射と考えられる。ただし、このガスから放射されたエネルギーは、ガスがノズルから噴出されたときに持っていたエンタルピーが射出されたものと、ノズル出口断面からの黒体放射がいったんガスに吸収され再射出されたものの合計である。以上から、噴出ガス中の吸収ガス（水蒸気・二酸化炭素）の濃度が高くなるにつれ、噴流周りの放射熱流束は増加するが、これは噴流内の吸収ガスからの放射エネルギーの射出量の増加によるものであることが分かる。またこれは、先の噴流内温度分布の低下に対して示した放射による冷却効果の予想とも一致する。

図 5.37 ~ 5.44、図 5.45 ~ 5.52 および図 5.53 ~ 5.60 はそれぞれ Case 1, Case 2, Case 3 に対する仮想面に入射する単色放射熱流束を示したものである。いずれの解析条件においても、 $x = 0.625 \text{ m}$ 付近までは回転バンド・ $15 \mu\text{m}$ バンド・ $4.3 \mu\text{m}$ バンド・ $6.3 \mu\text{m}$ バンドおよび $2.7 \mu\text{m}$

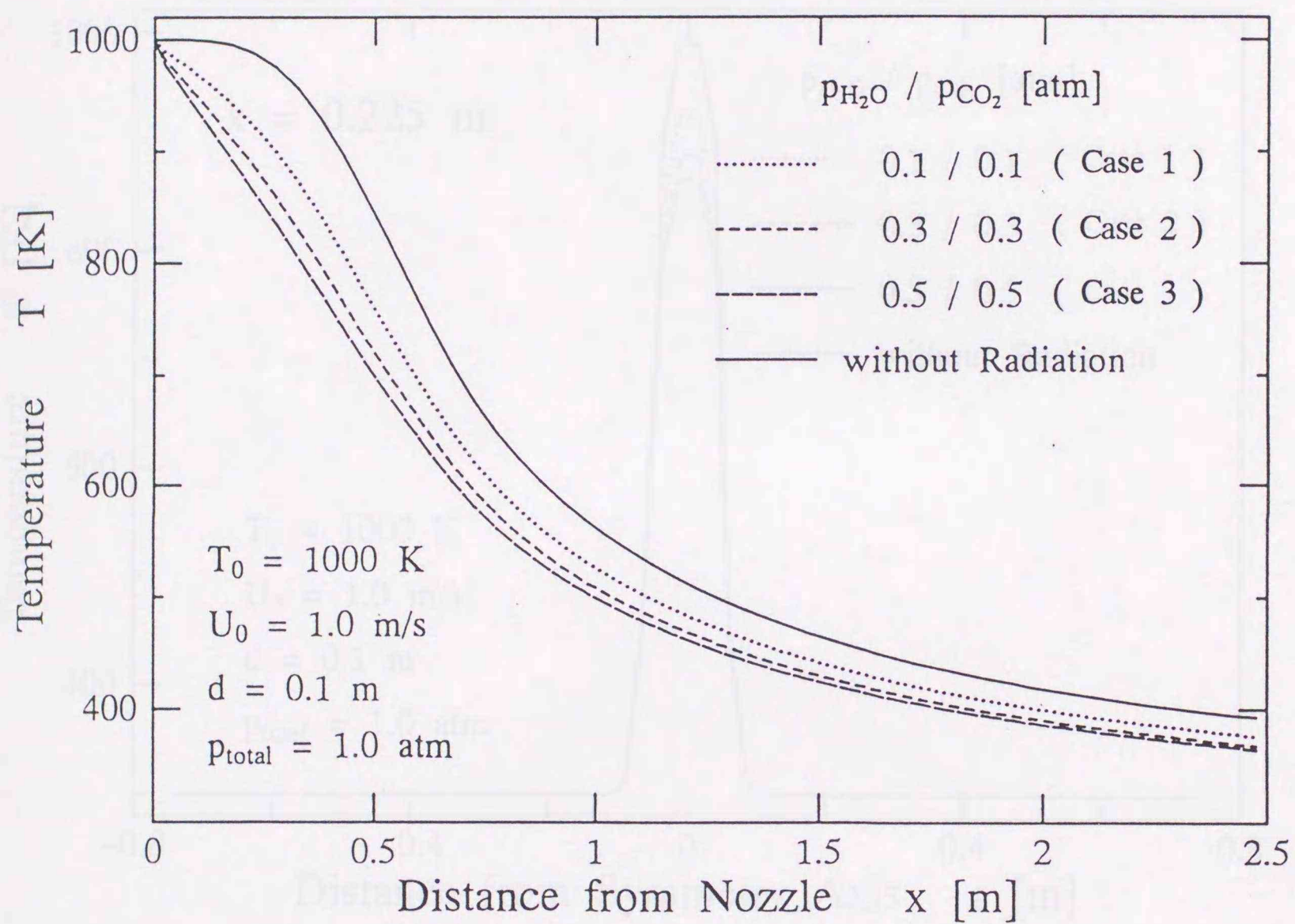


図 5.32: 中心軸上のガス温度分布

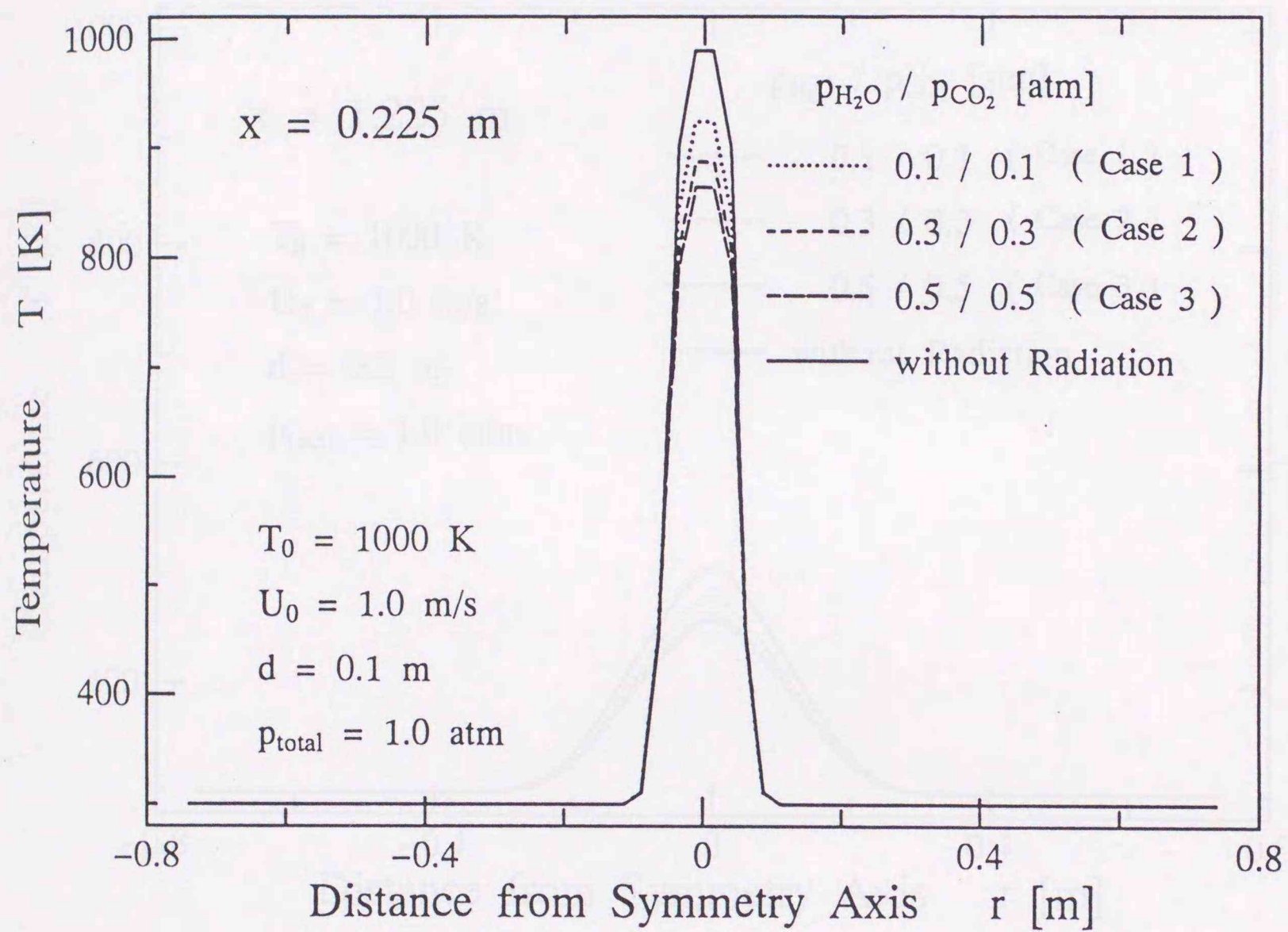


図 5.33: 半径方向のガス温度分布 ($x = 0.225 \text{ m}$)

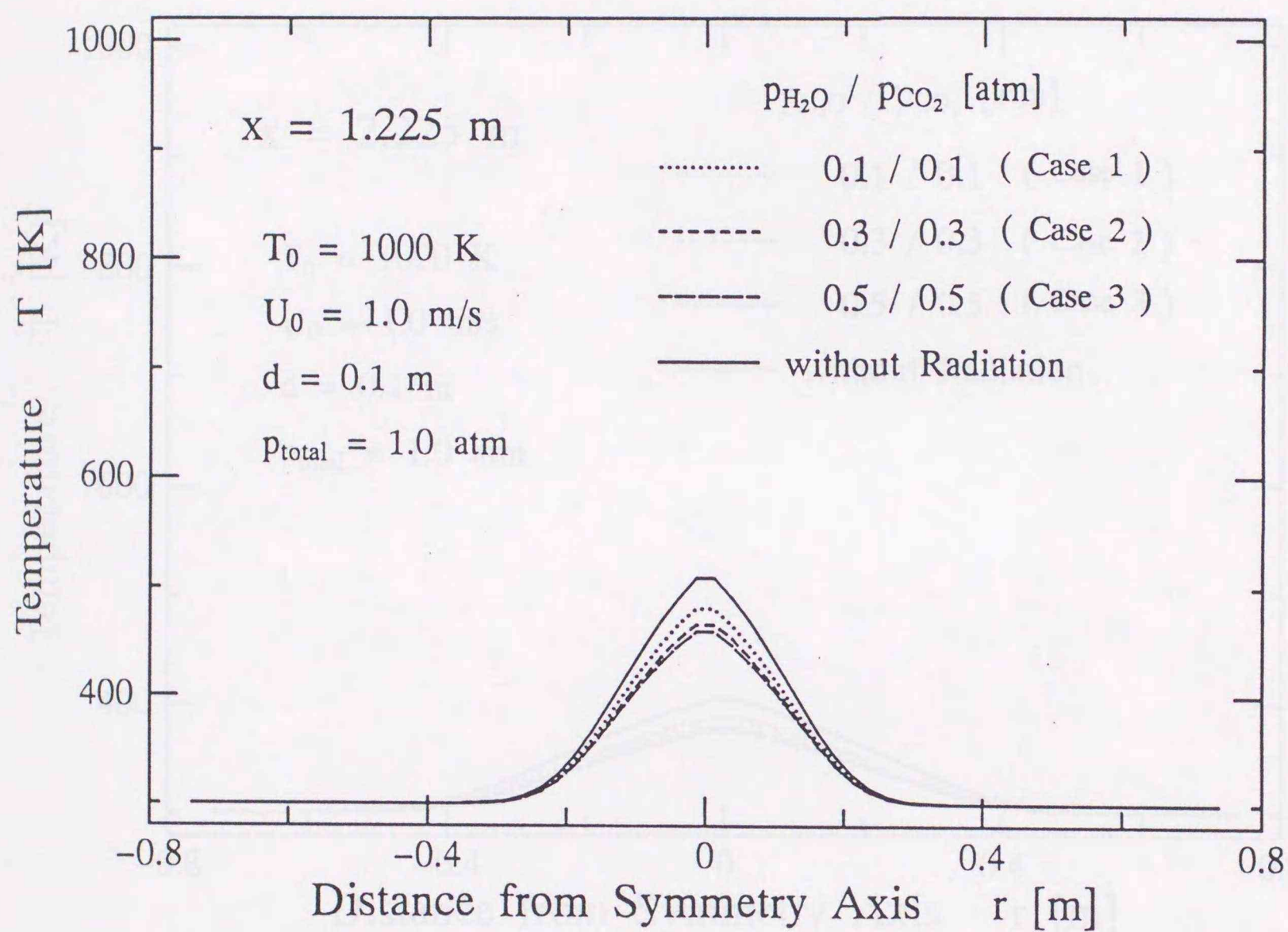


図 5.34: 半径方向のガス温度分布 ($x = 1.225 \text{ m}$)

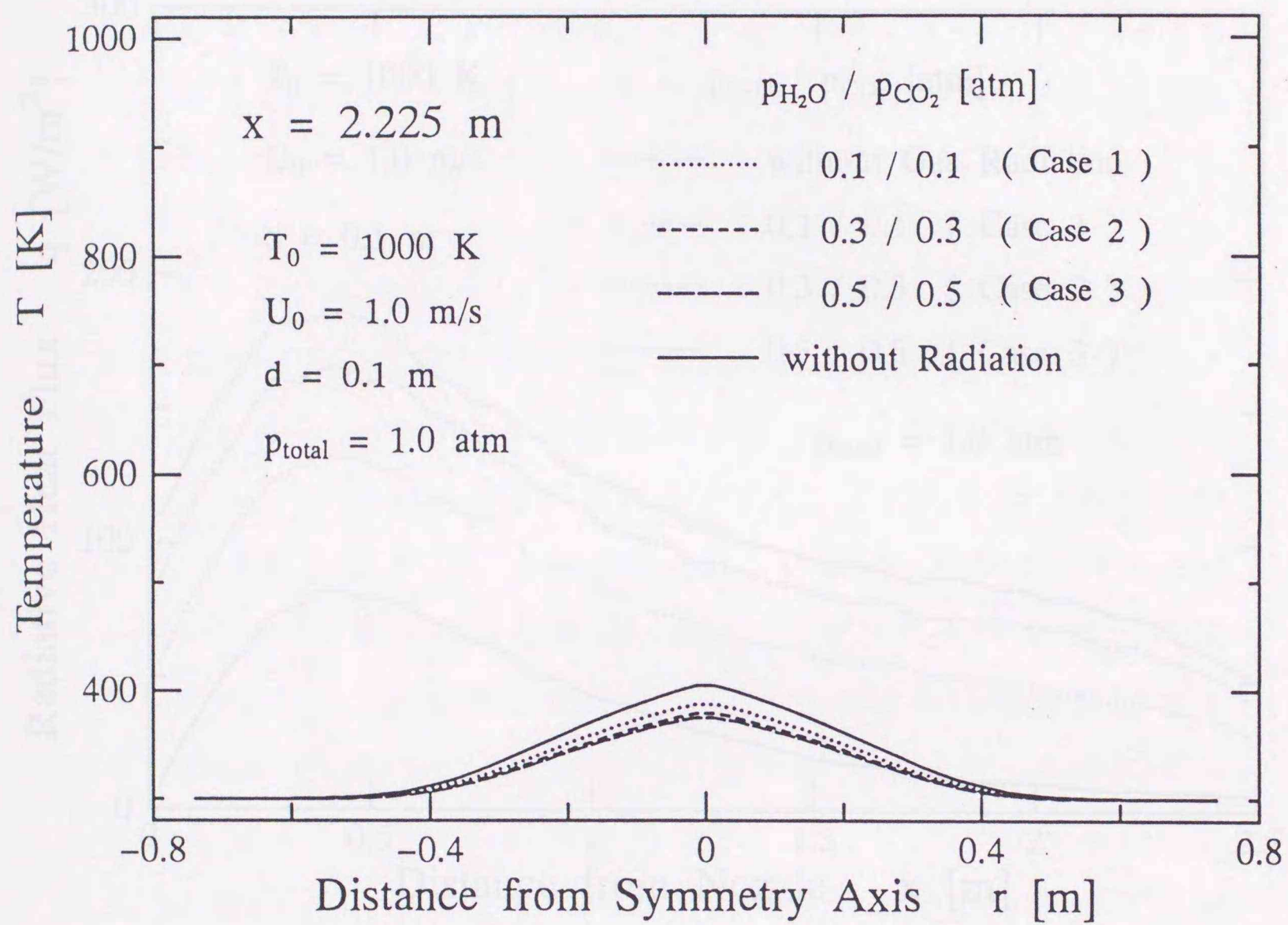


図 5.35: 半径方向のガス温度分布 ($x = 2.225 \text{ m}$)

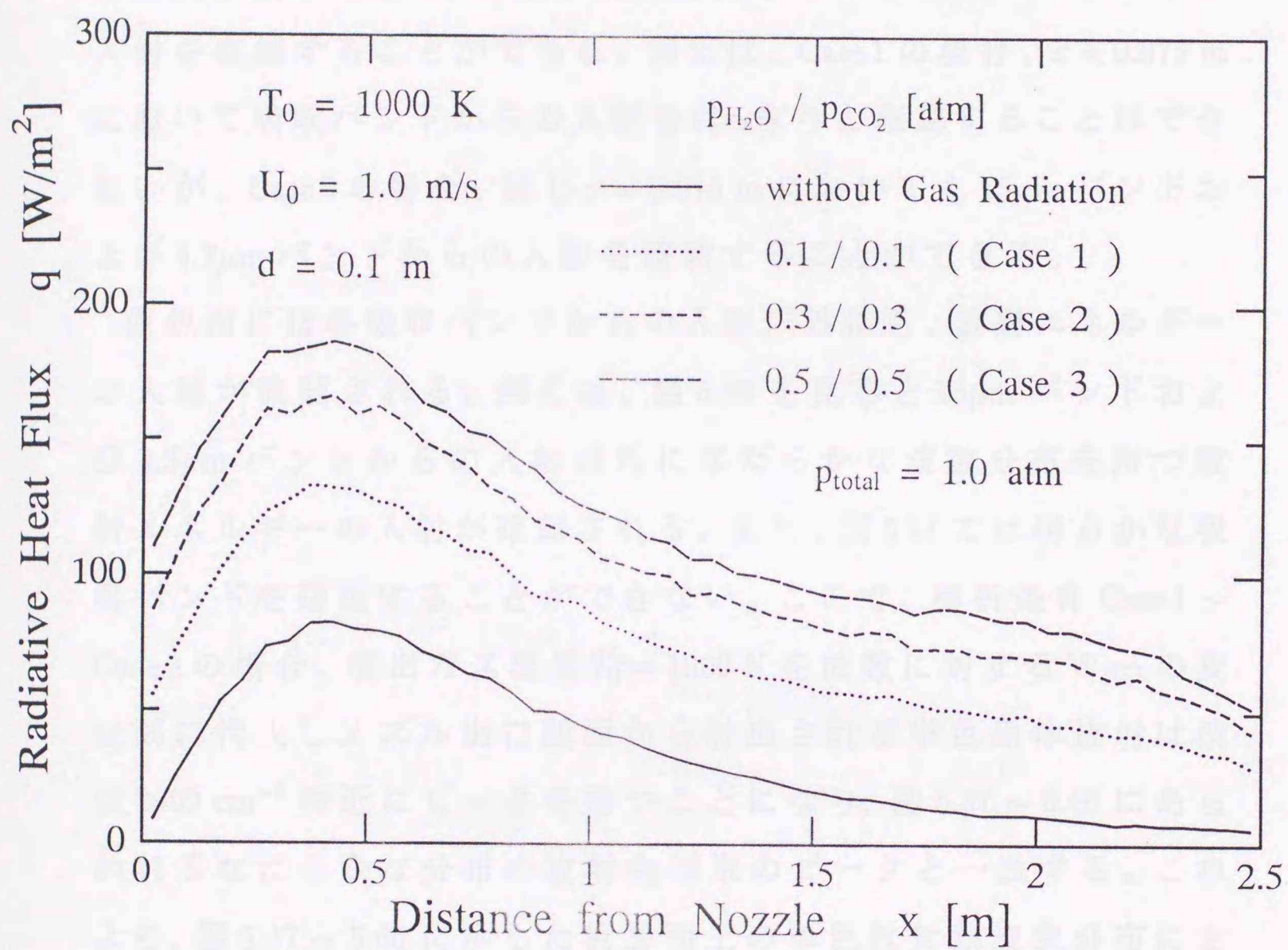


図 5.36: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における放射熱流束

バンドからの入射が観察され、特に $15\mu\text{m}$ バンド・ $4.3\mu\text{m}$ バンドからの入射は非常に鋭い波数分布を持っている。 x の値が増すにつれ各吸収バンドからの入射は弱くなるが、噴出ガス中の吸収ガス濃度が高い場合、 x の値が比較的大きくても吸収バンドからの入射を確認することができる。例えば、Case1 の場合、 $x = 0.875\text{ m}$ において吸収バンドからの入射をはっきりと確認することはできないが、Case3 の場合、同じ $x = 0.875\text{ m}$ においても $15\mu\text{m}$ バンドおよび $4.3\mu\text{m}$ バンドからの入射を確認することができる。

仮想面には各吸収バンドからの入射以外にも、放射エネルギーの入射が確認される。例えば、図 5.38 を見ると $15\mu\text{m}$ バンドおよび $4.3\mu\text{m}$ バンドからの入射以外になだらかな波数分布を持つ放射エネルギーの入射が確認される。また、図 5.41 では明らかな吸収バンドを確認することができない。ここで、解析条件 Case1 ~ Case3 の場合、噴出ガス温度 $T_0 = 1000\text{ K}$ を波数に対する Wien の変位則に代入しノズル出口断面から射出される単色黒体放射は波数 2000 cm^{-1} 付近にピークを持つことになり、図 5.37 ~ 5.60 にあらわれるなだらかな分布の放射熱流束のピークと一致する。これより、図 5.37 ~ 5.60 に示した仮想面上の単色放射熱流束分布において、各吸収バンド間の波数域を埋める入射は、黒体面と仮定したノズル出口断面からの黒体放射が、吸収バンド以外の波数域を通過して仮想面に直接入射したものと分かる。

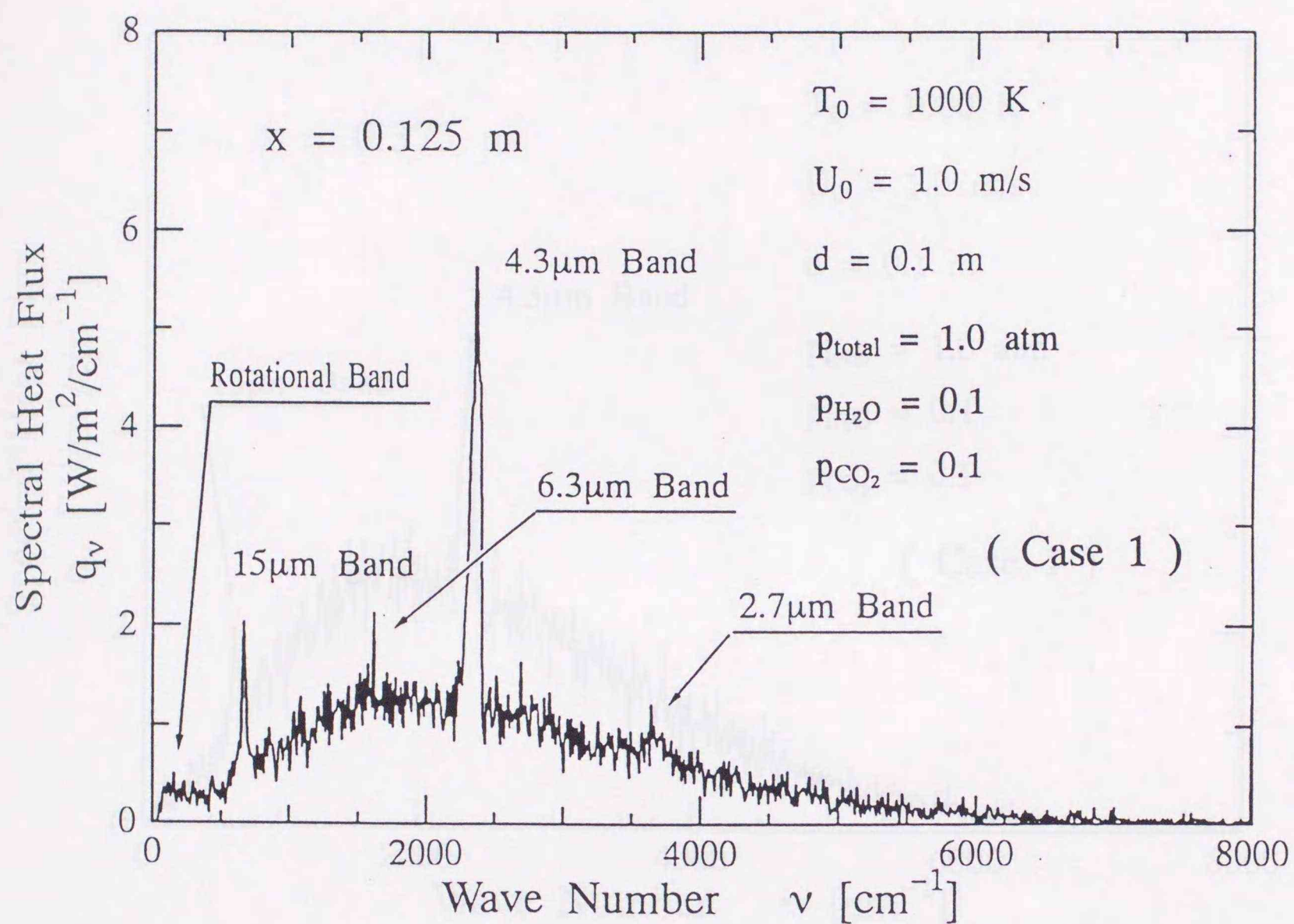


図 5.37: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

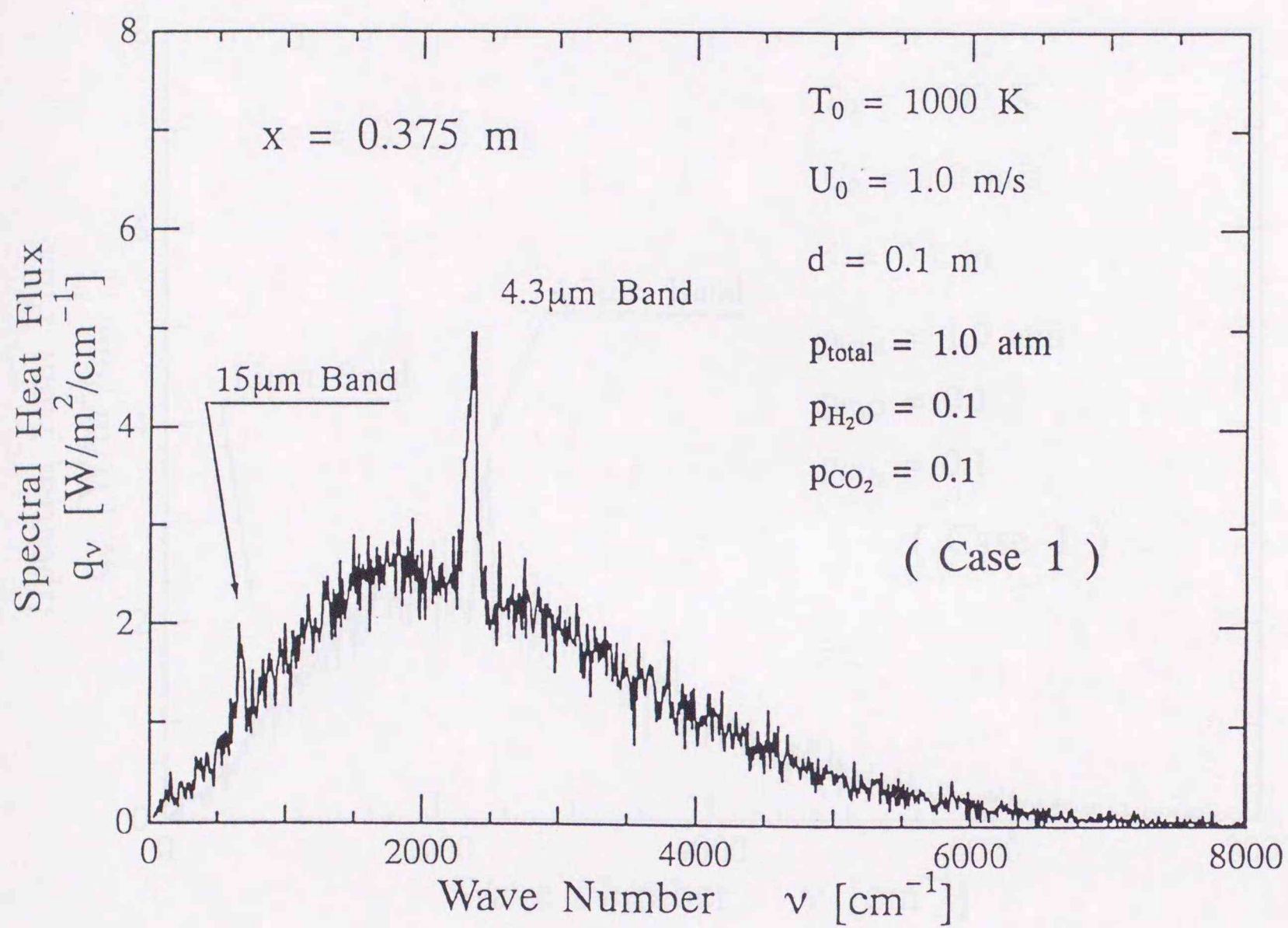


図 5.38: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

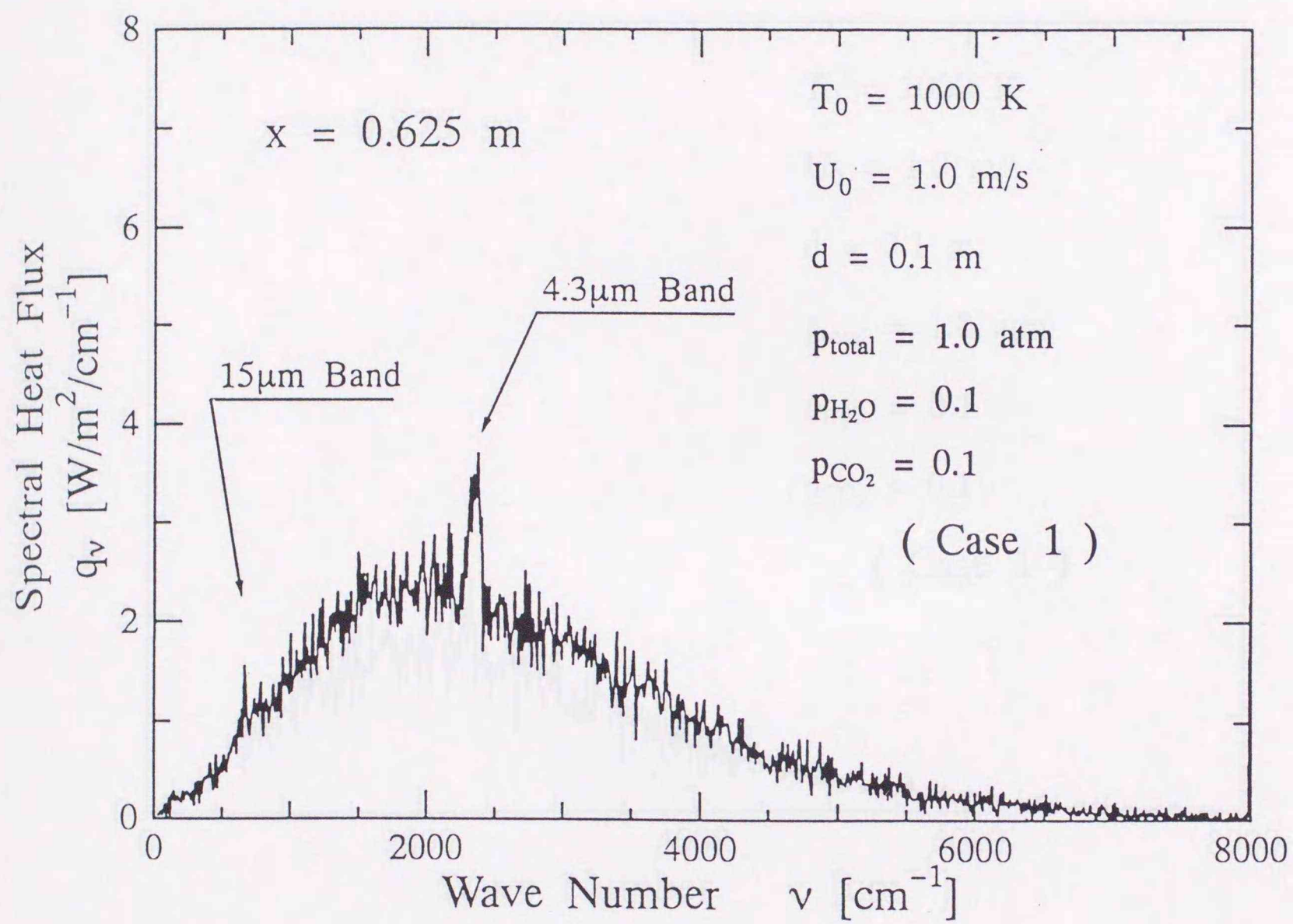


図 5.39: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

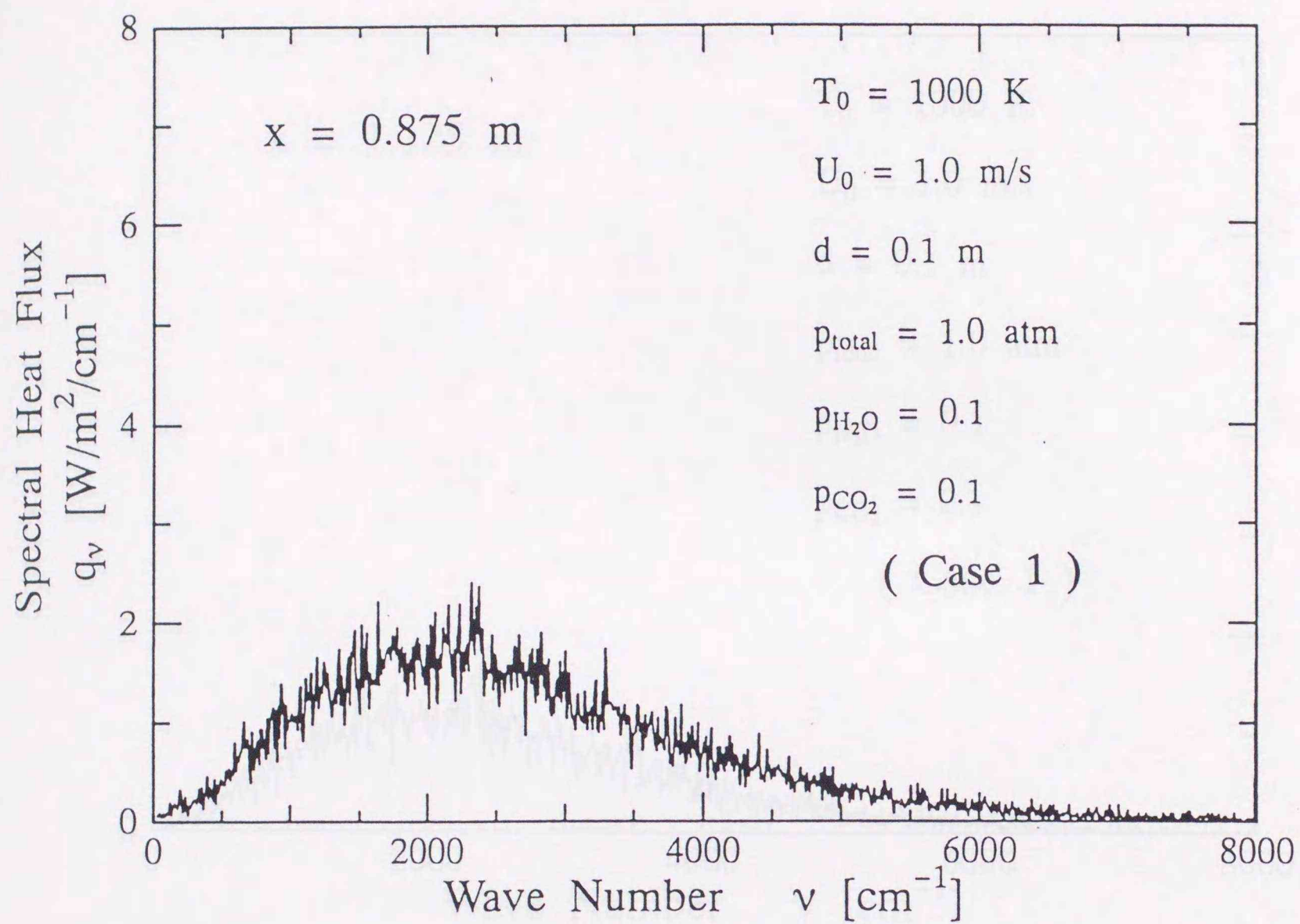


図 5.40: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

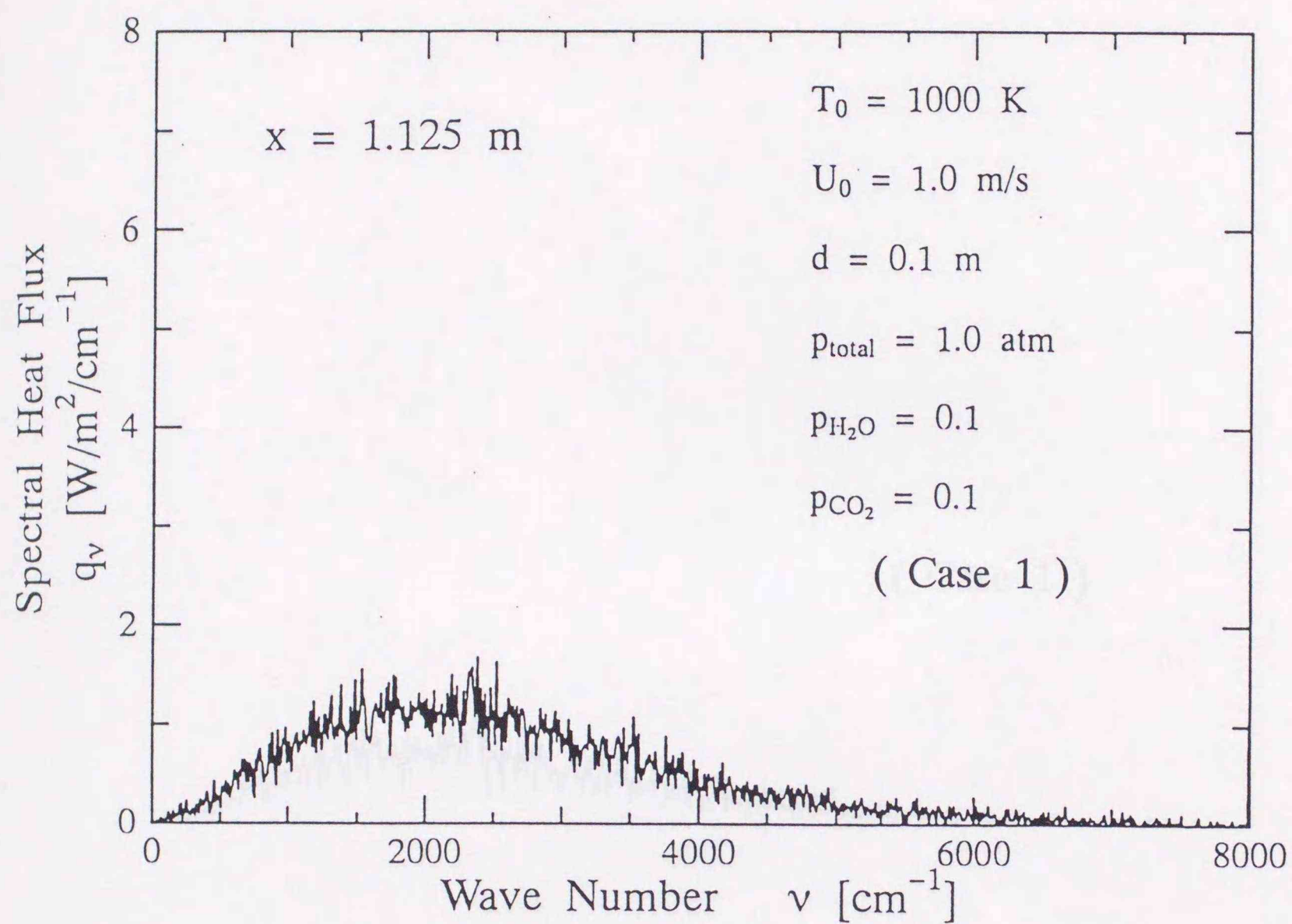


図 5.41: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

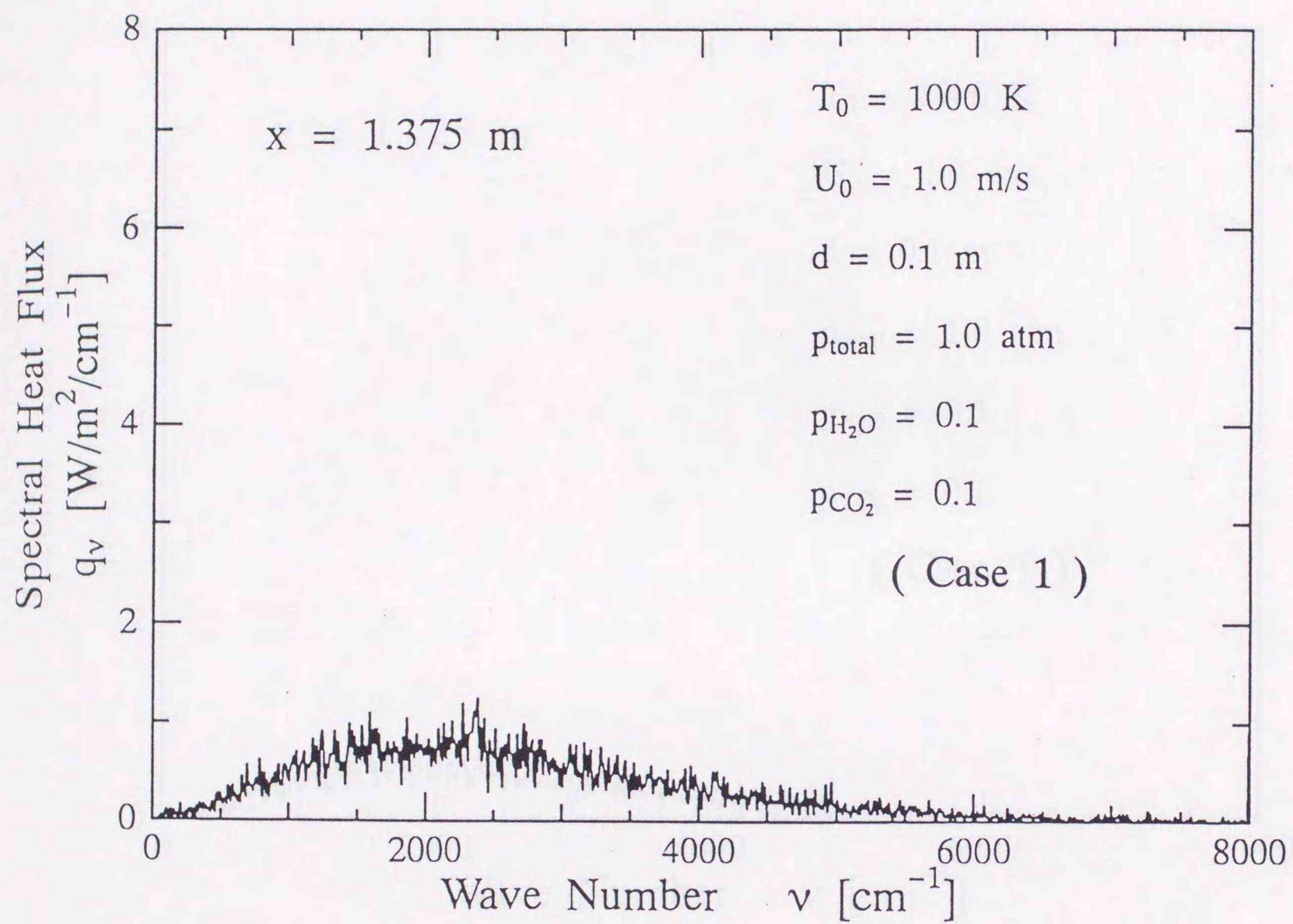


図 5.42: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

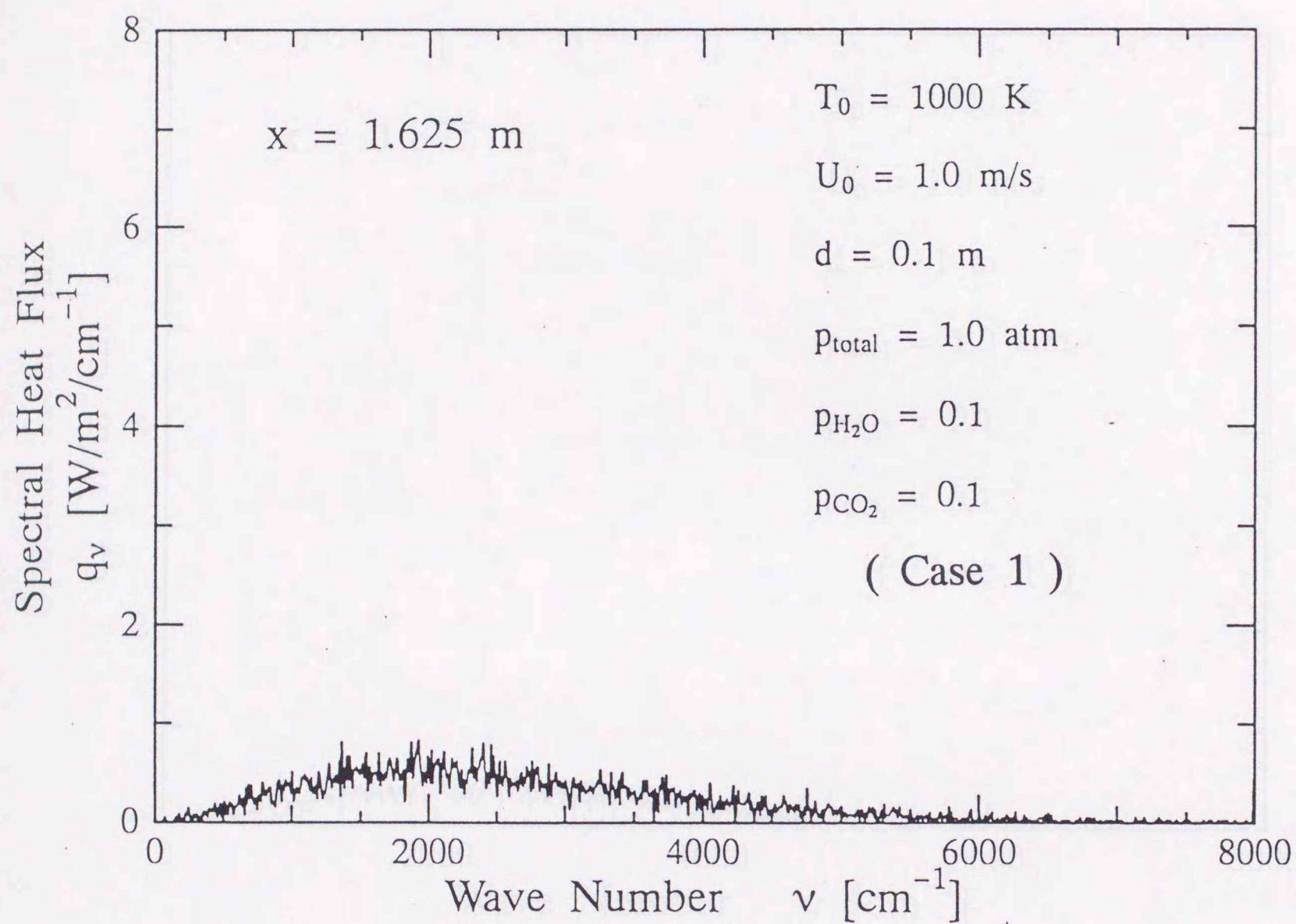


図 5.43: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

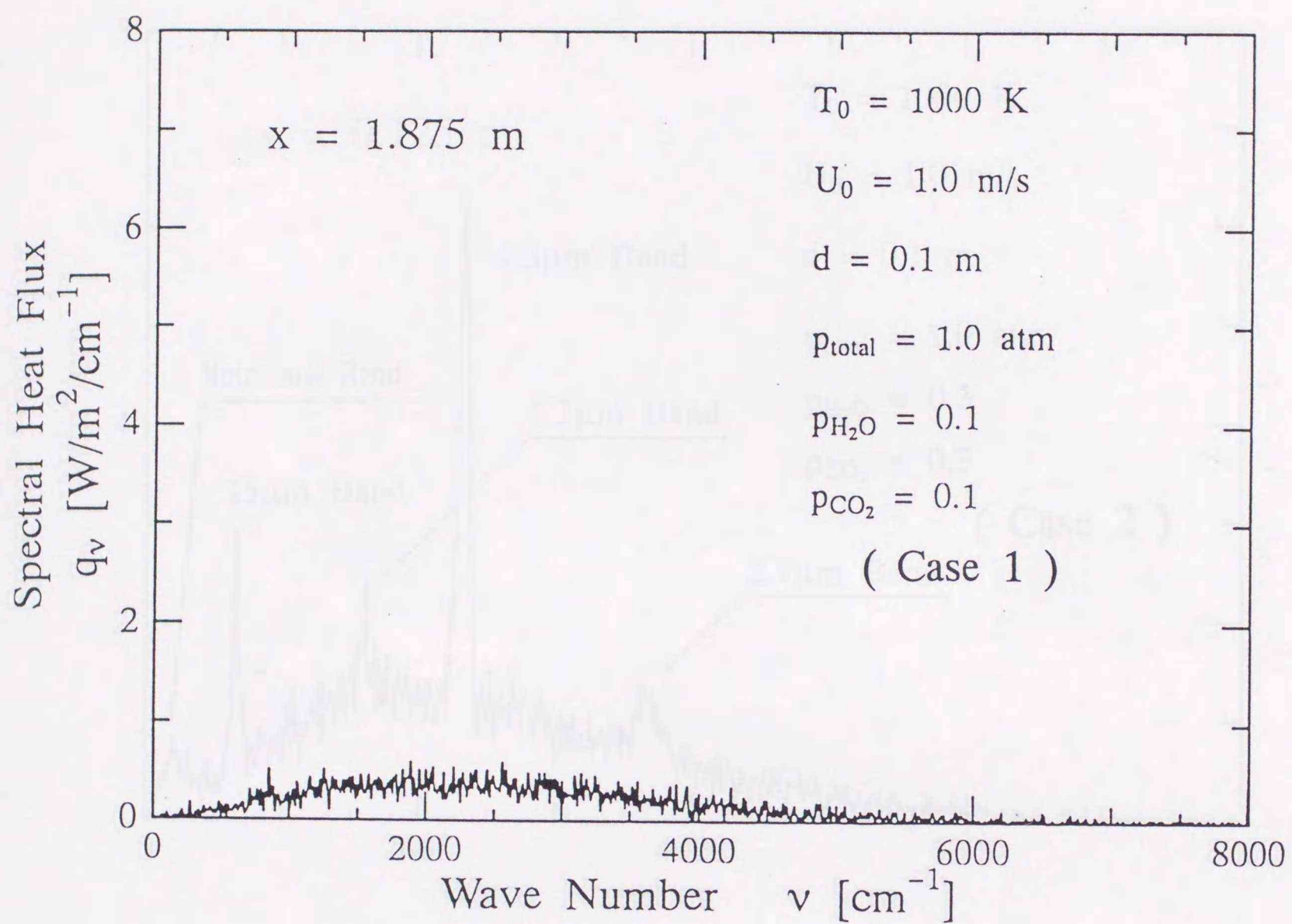


図 5.44: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

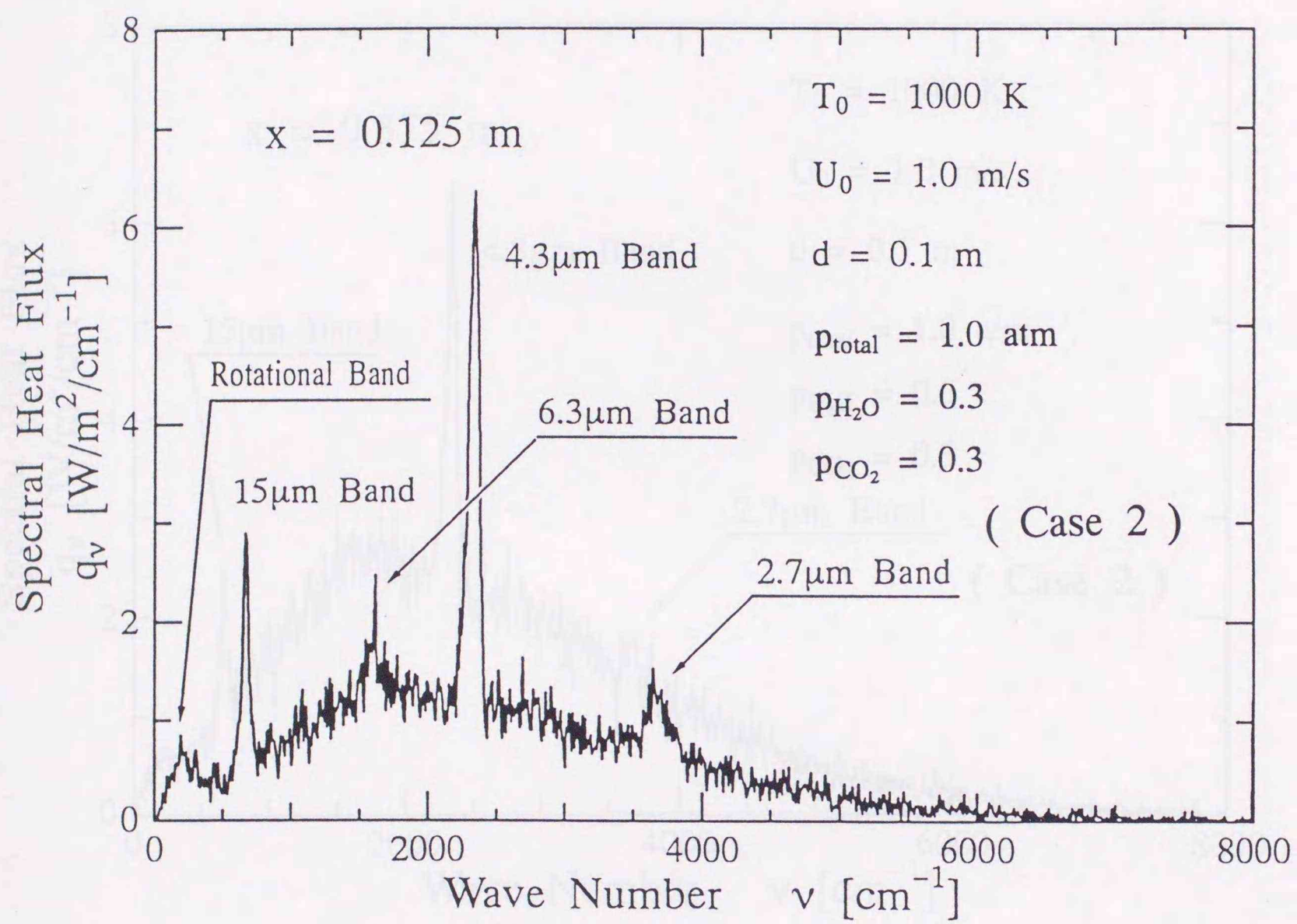


図 5.45: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

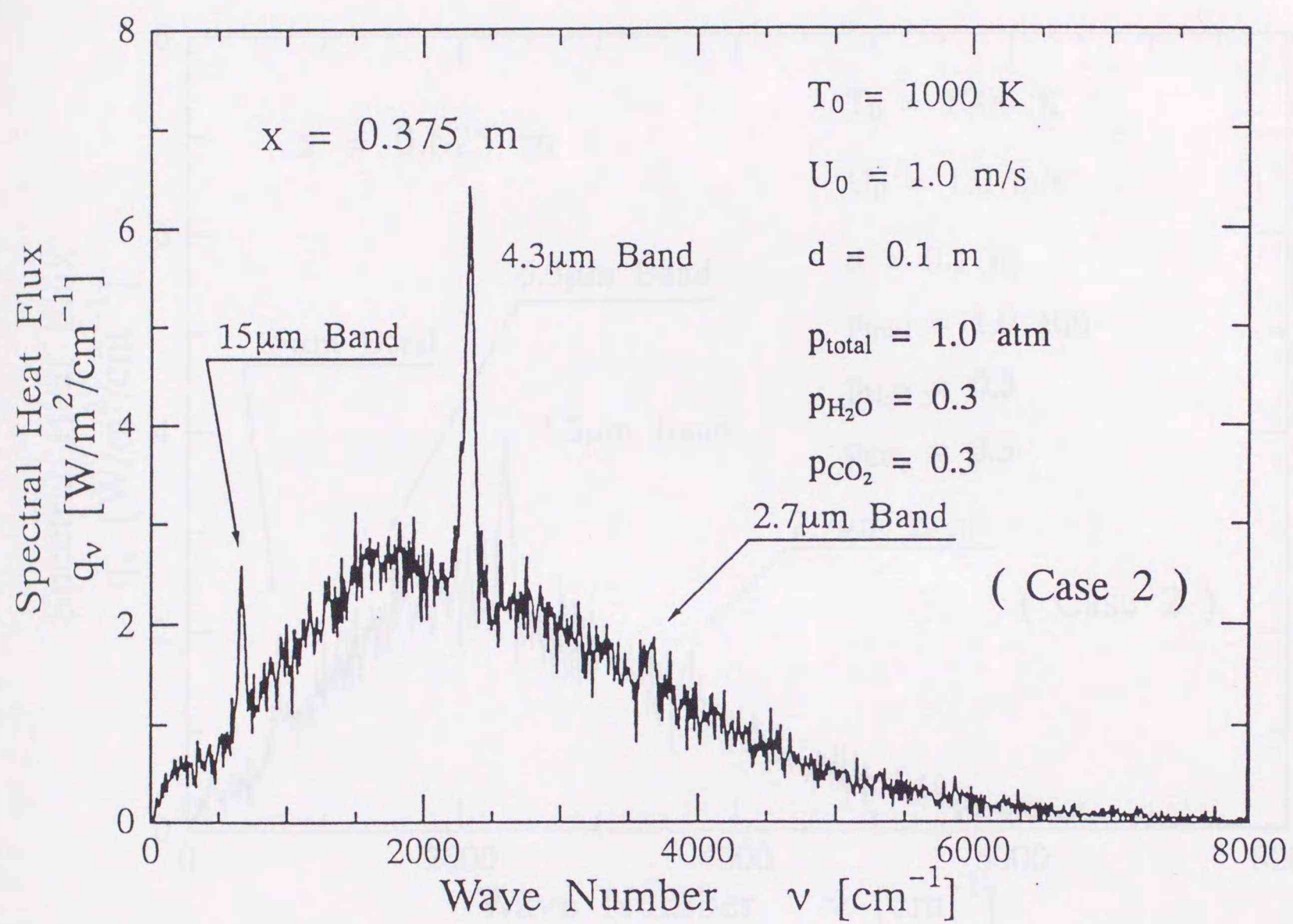


図 5.46: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

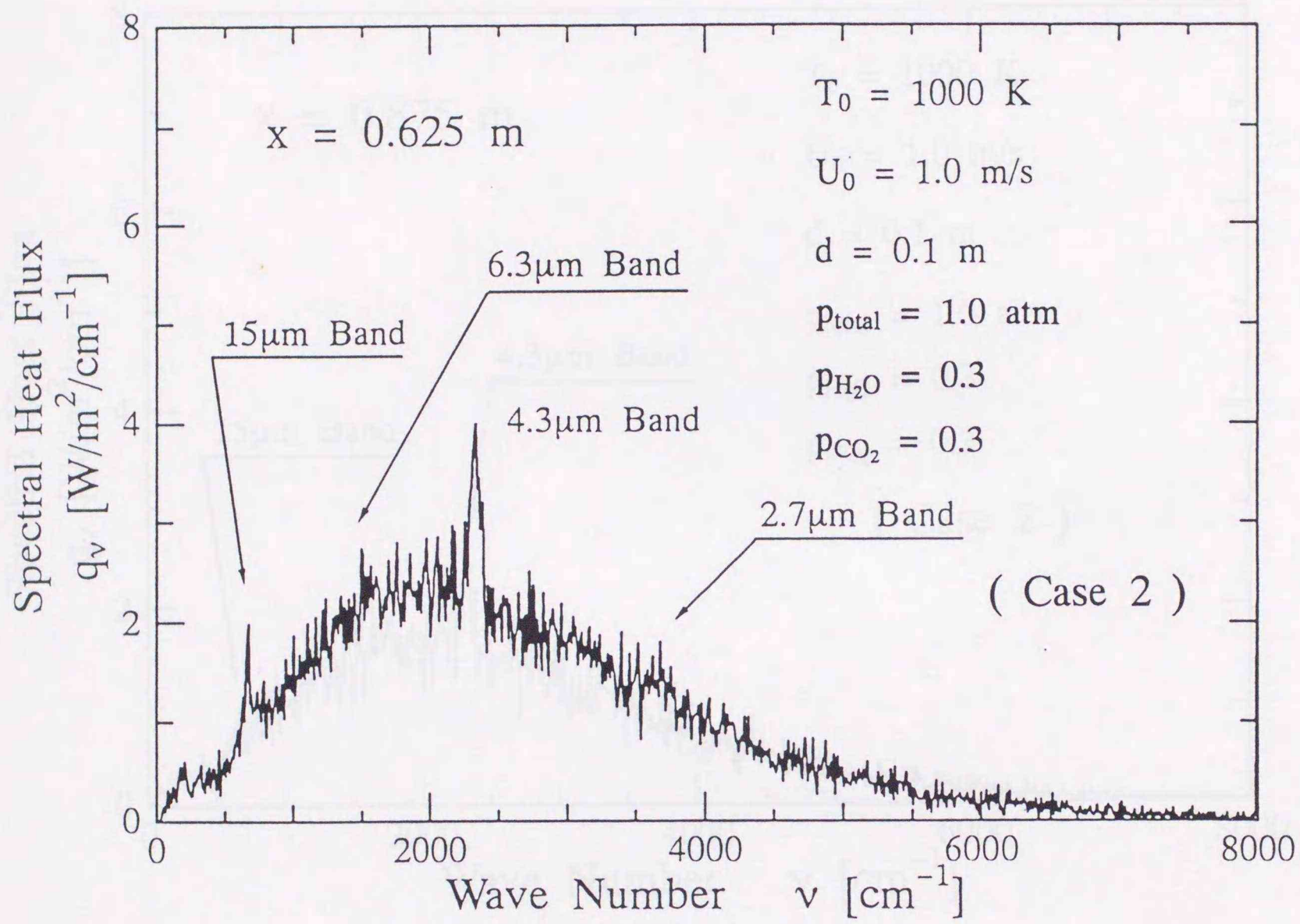


図 5.47: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

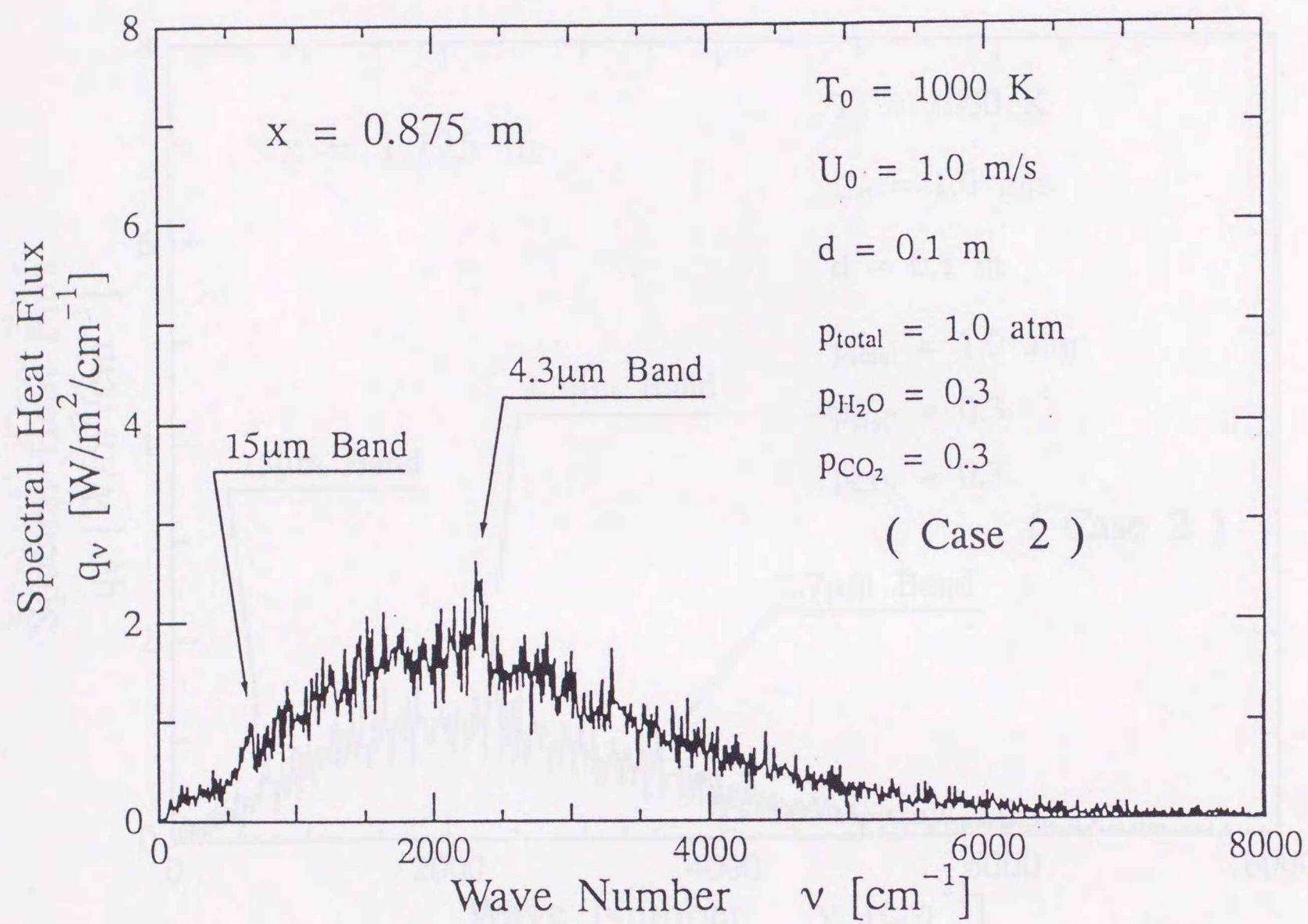


図 5.48: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

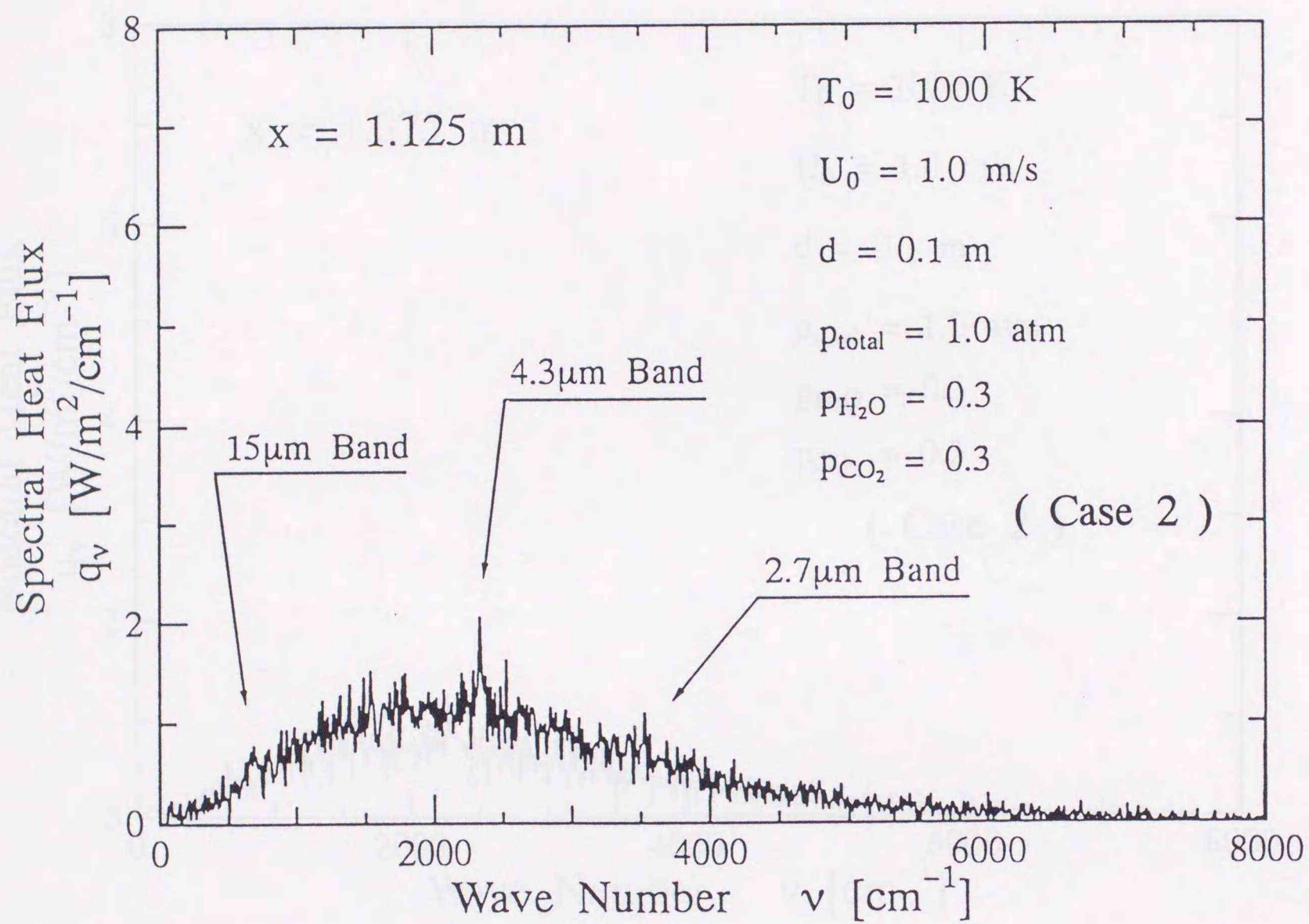


図 5.49: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

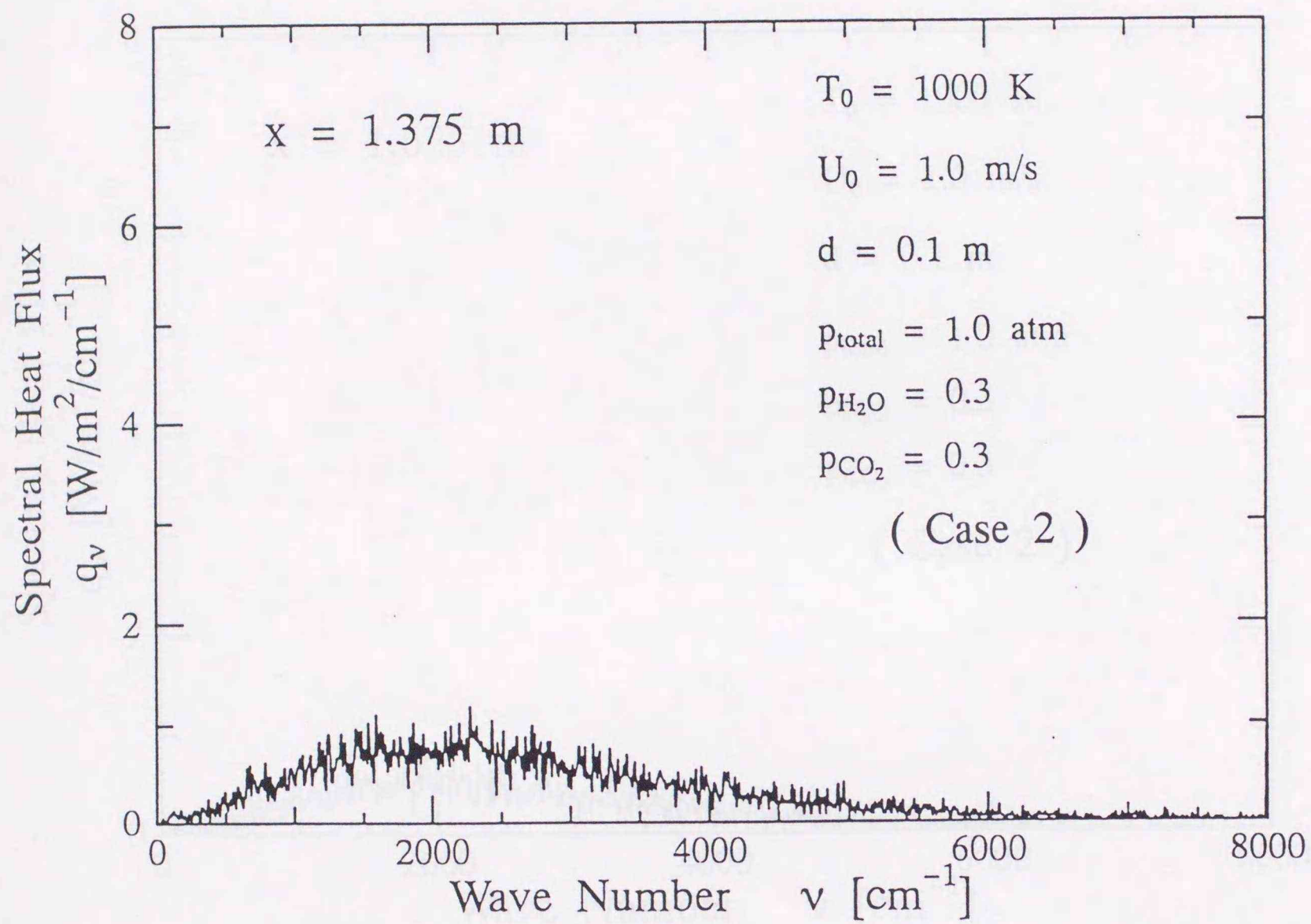


図 5.50: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

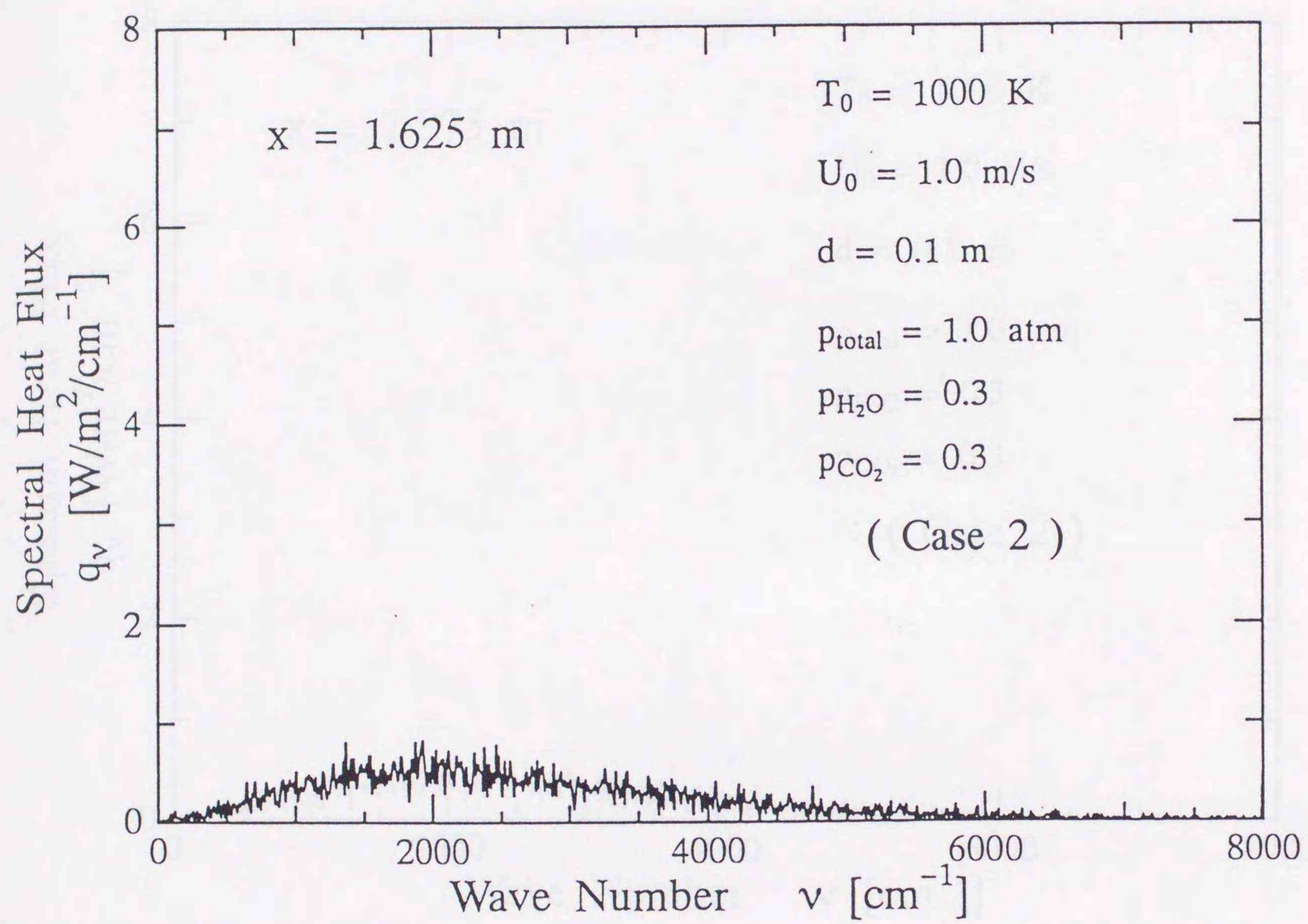


図 5.51: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

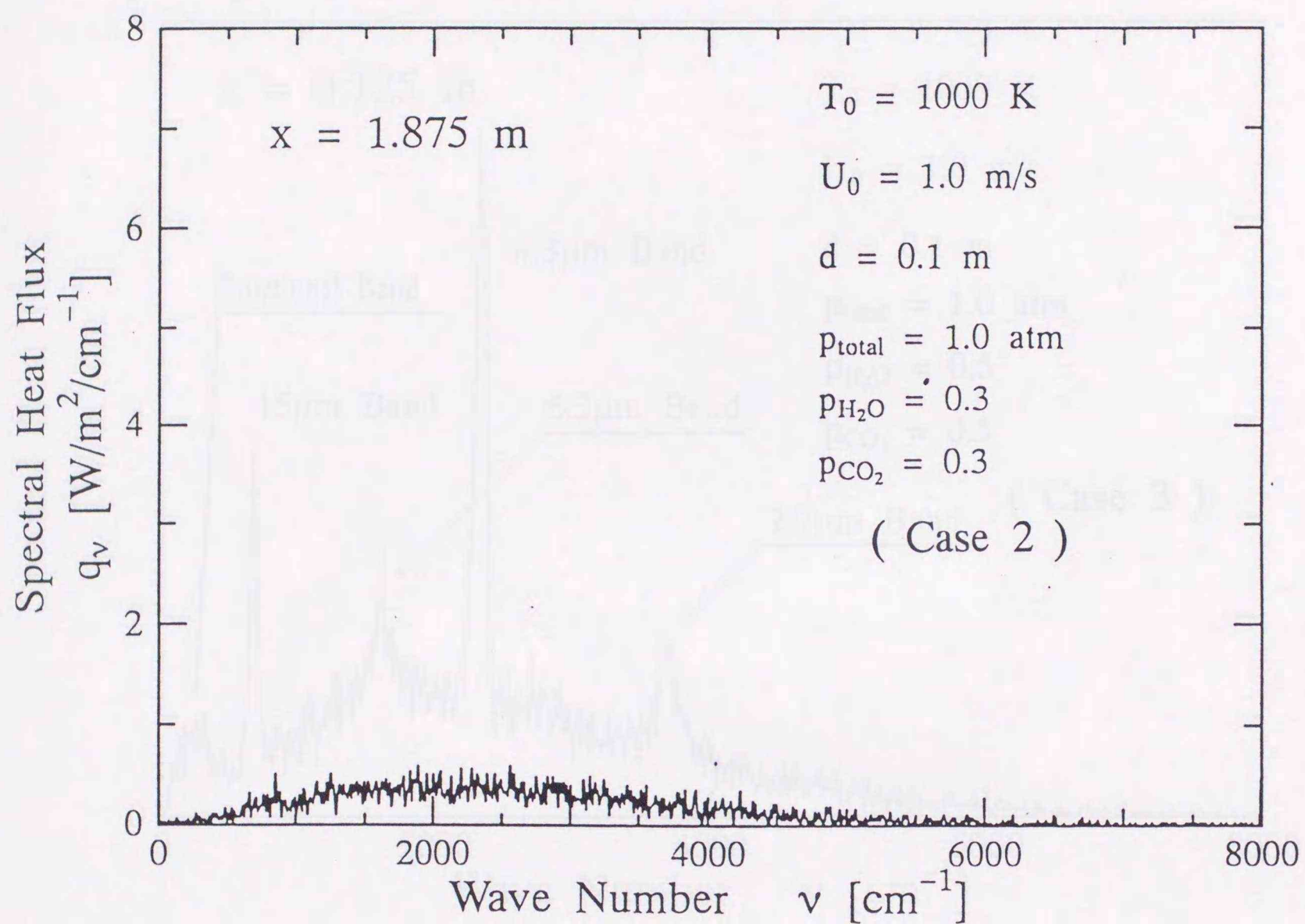


図 5.52: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

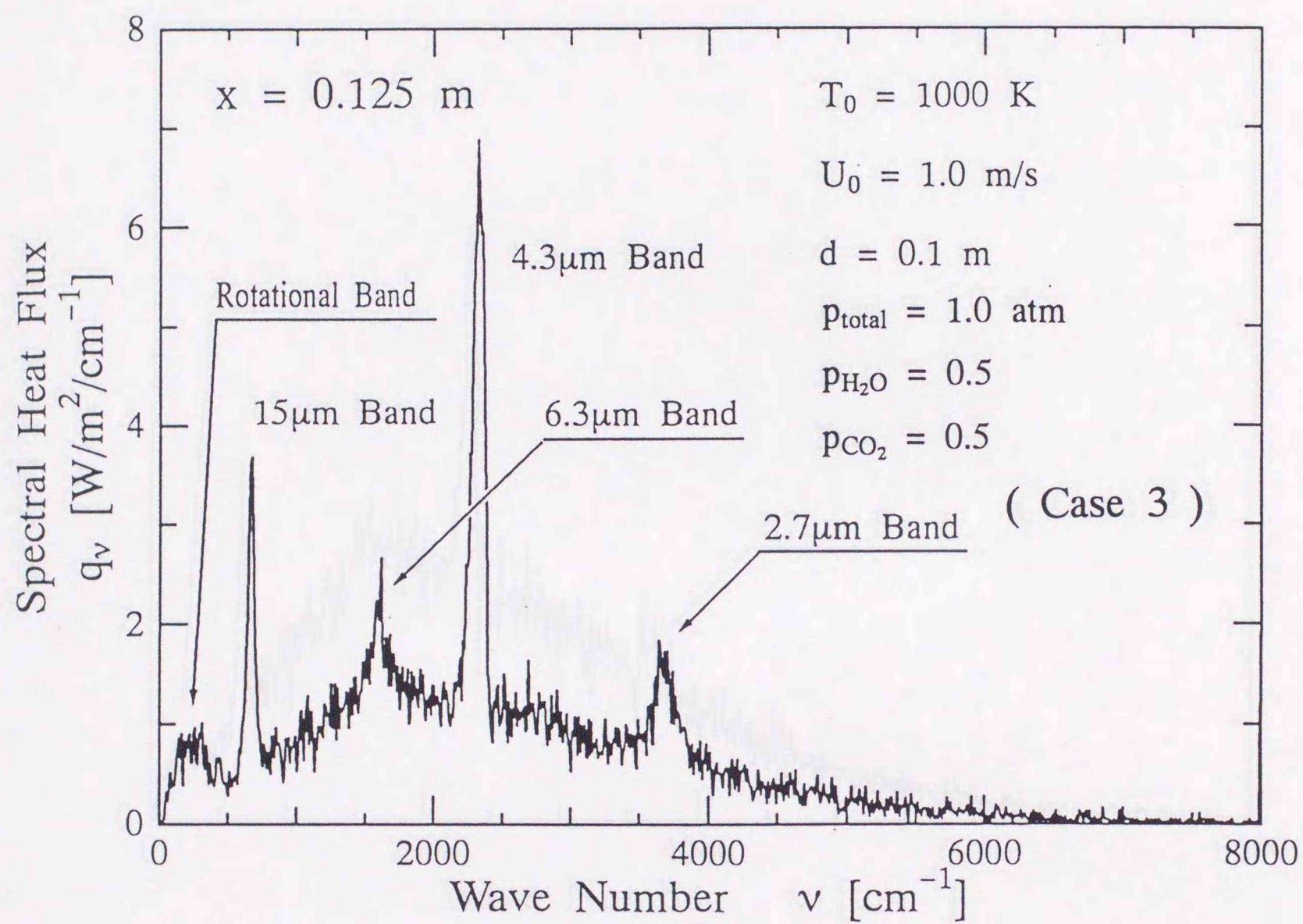


図 5.53: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

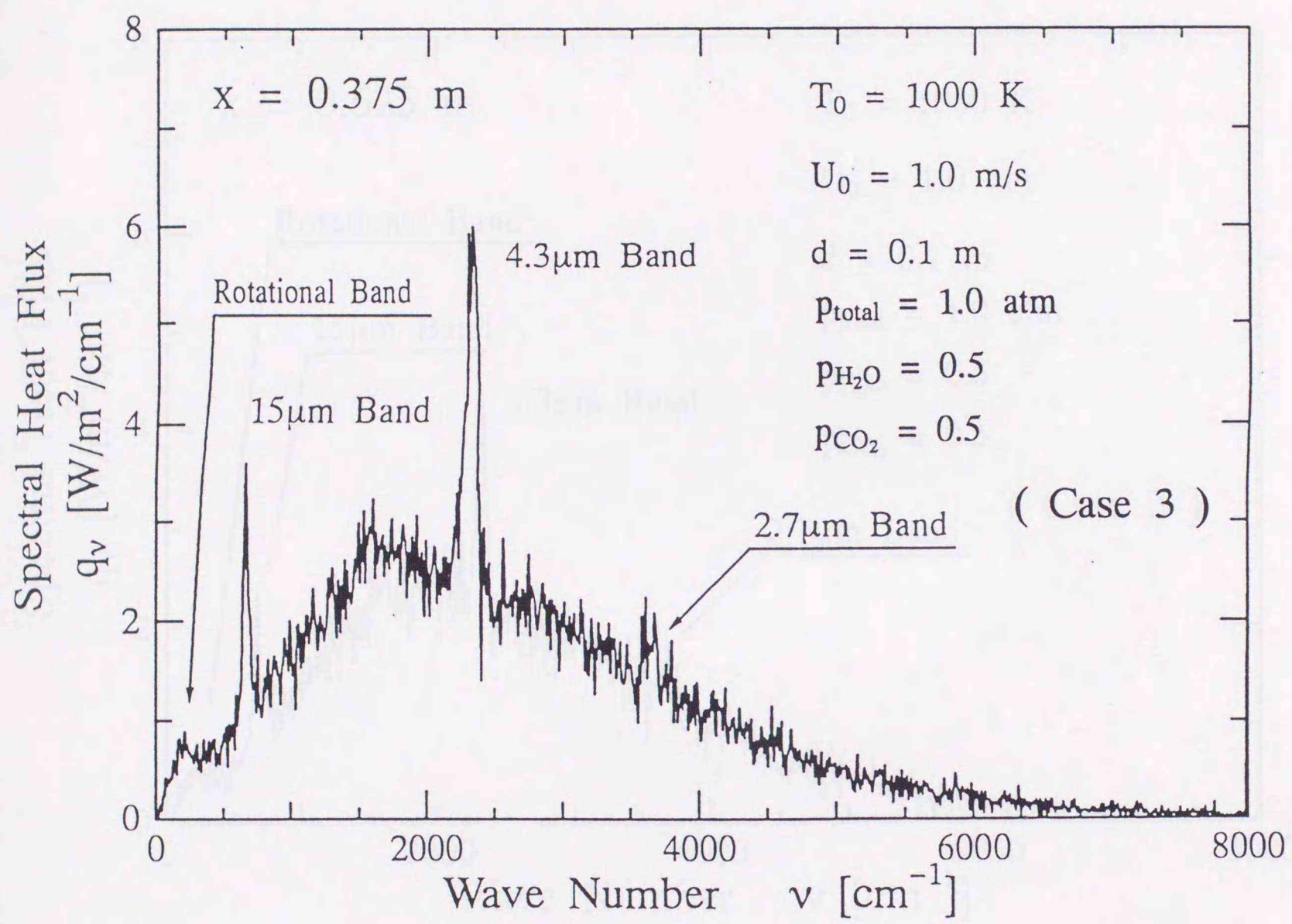


図 5.54: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

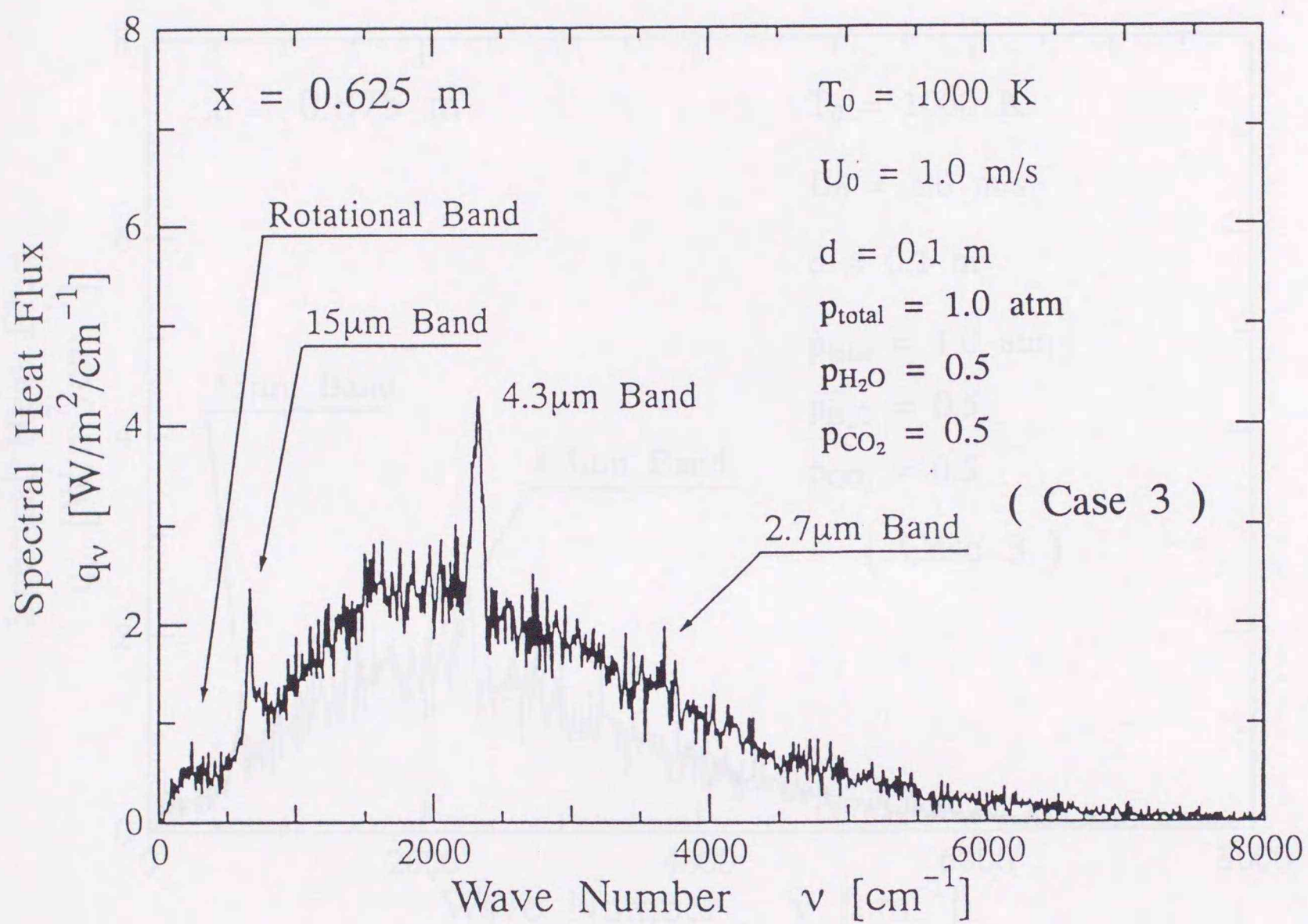


図 5.55: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

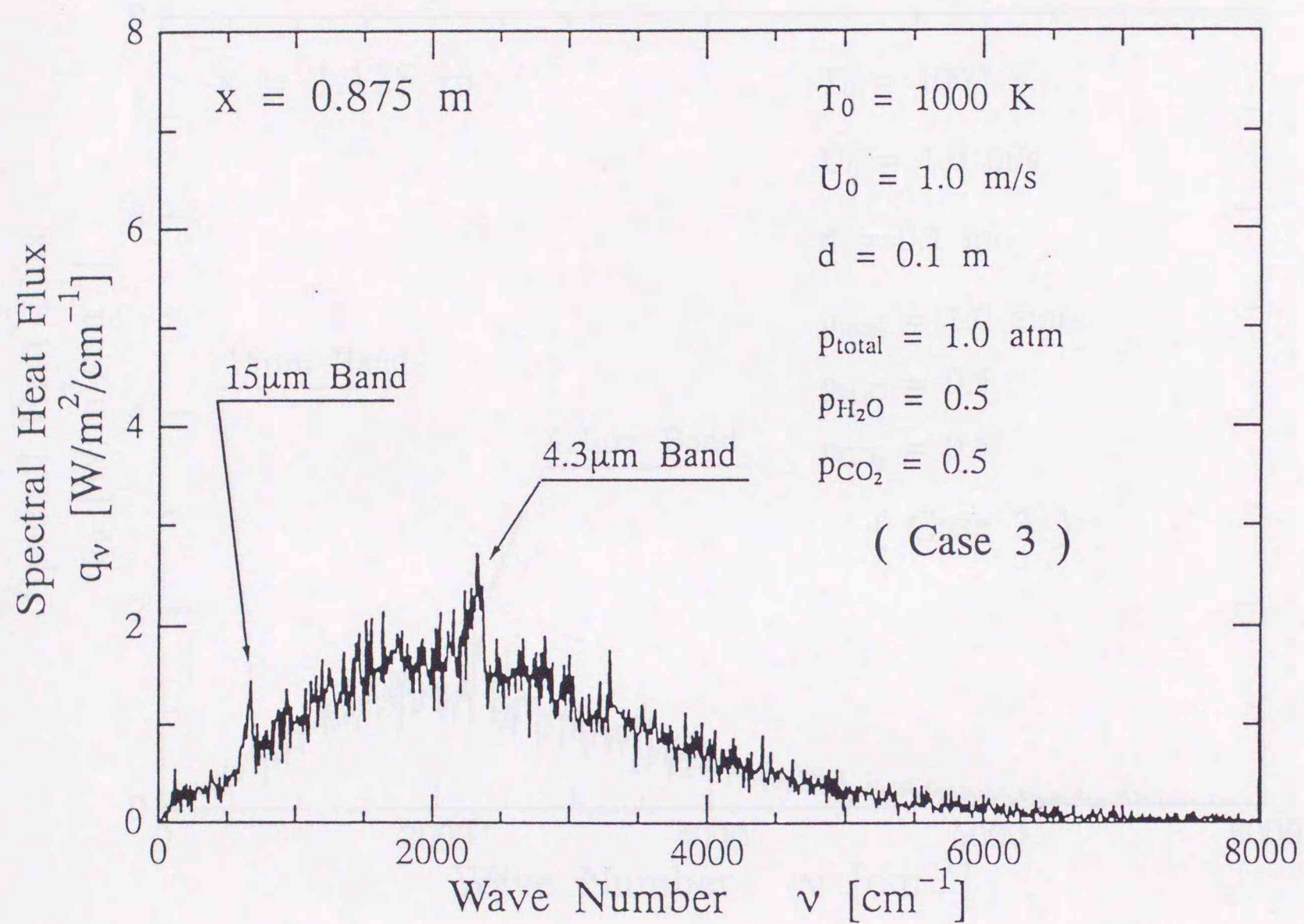


図 5.56: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

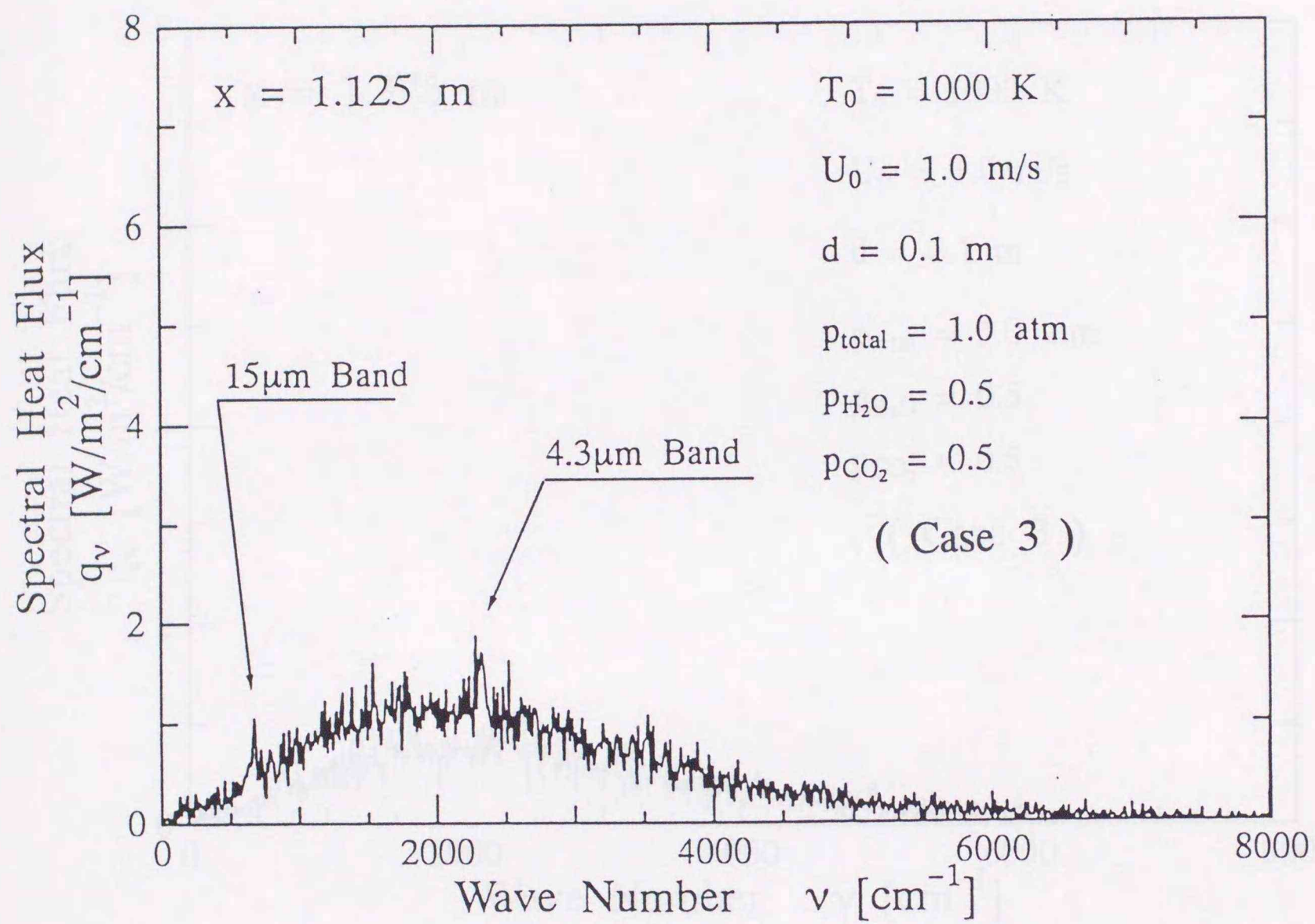


図 5.57: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

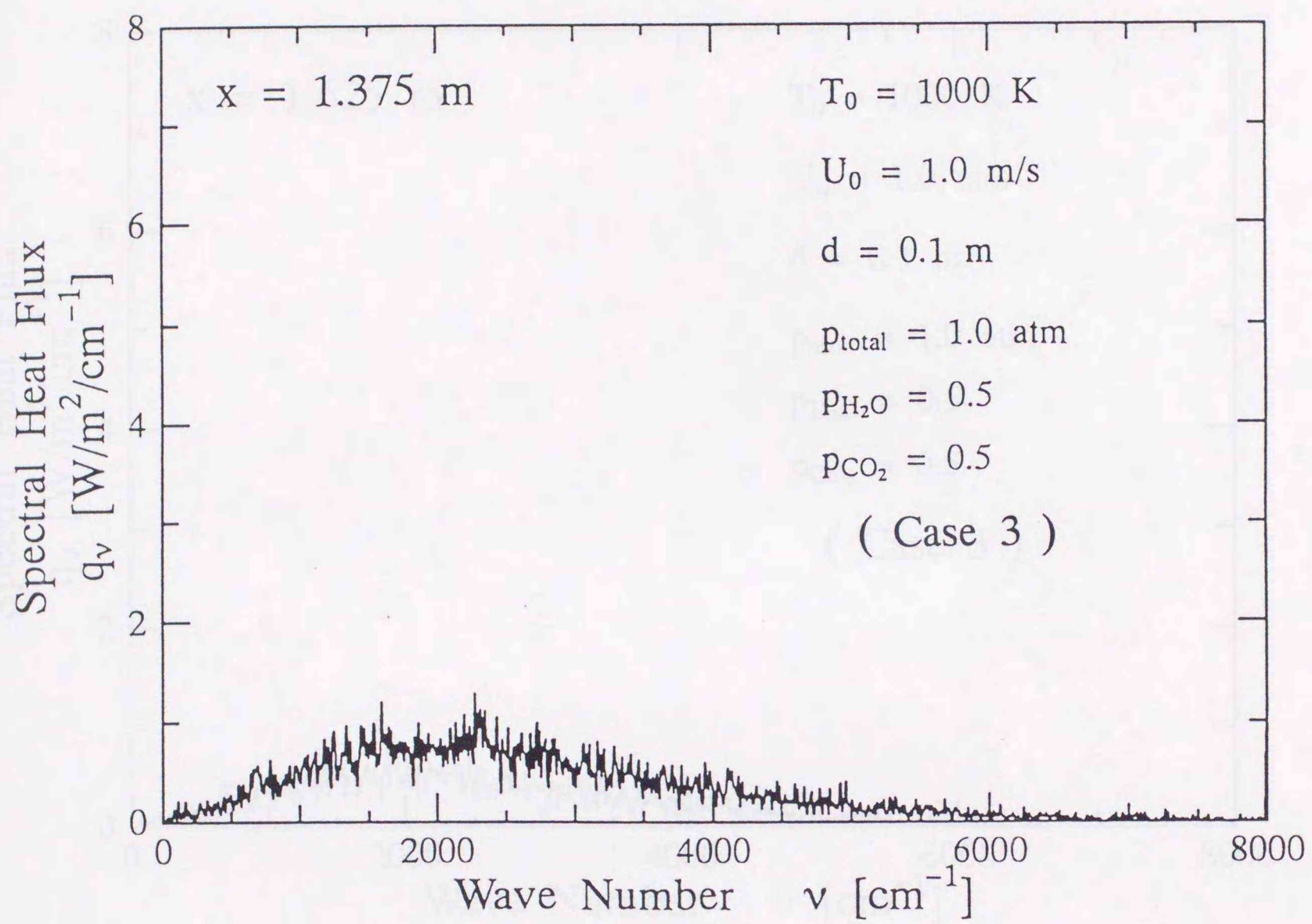


図 5.58: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

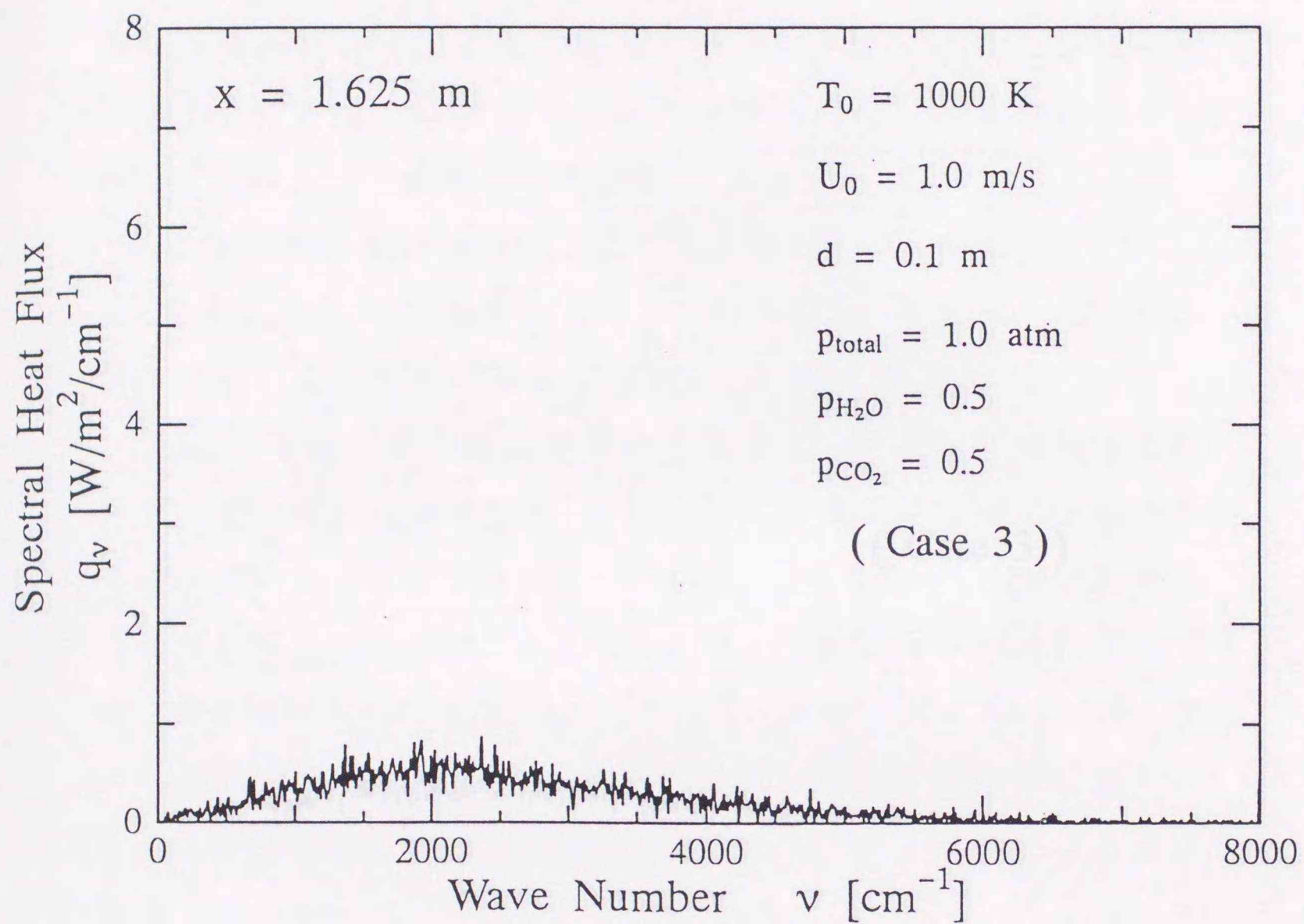


図 5.59: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

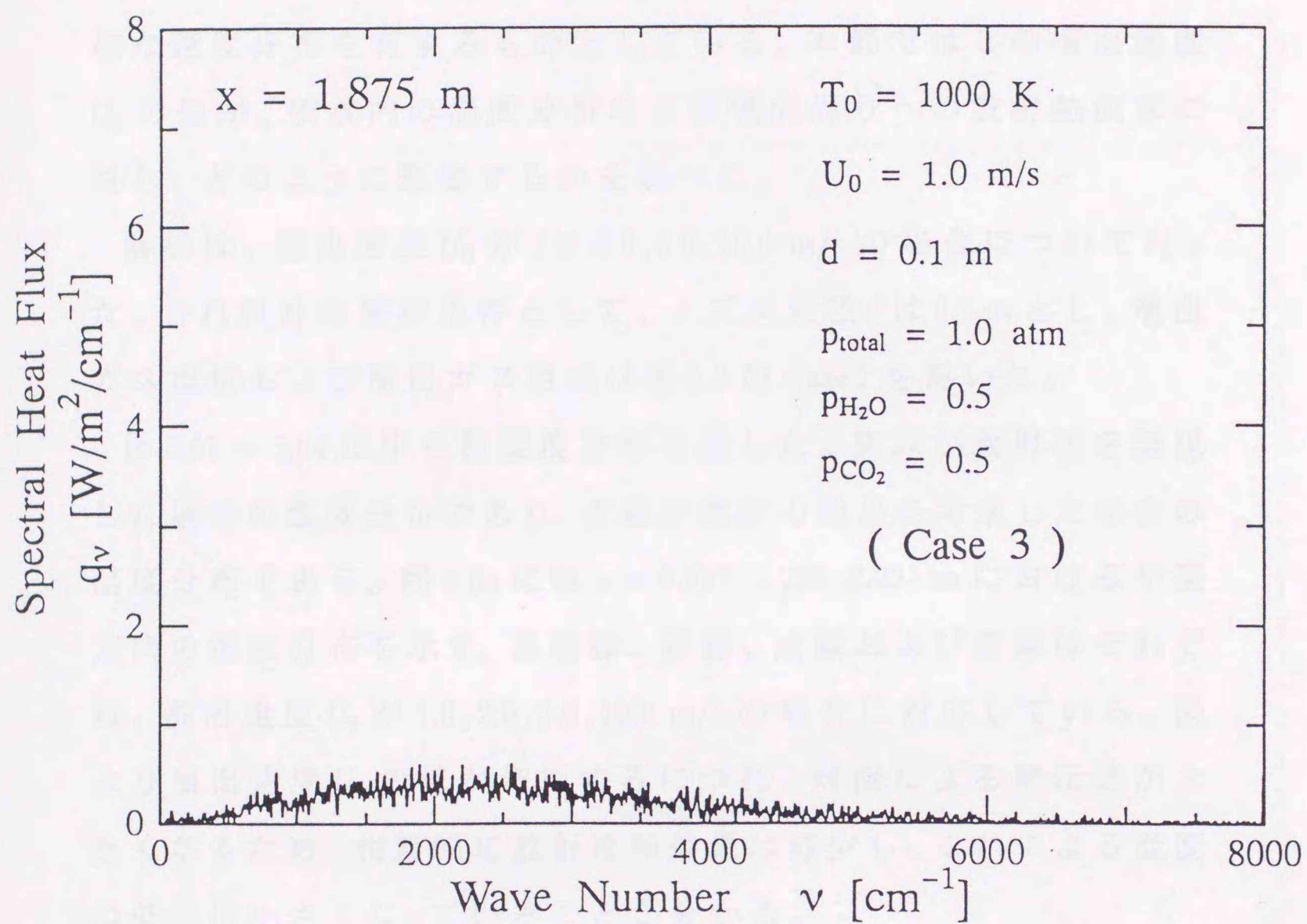


図 5.60: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75\text{m}$) における単色放射熱流束

5.2.4 噴出速度の影響

円形ノズルより噴出されるガスは、ノズル出口断面において一様な速度分布を有するものとしている。本節ではこの噴出速度 U_0 の値が、噴流内の温度分布および噴流周りへの放射熱流束に対し、どのように影響するかを調べた。

解析は、噴出速度 U_0 が 1.0, 2.0, 5.0, 10.0 m/s の場合について行った。これ以外の解析条件として、ノズル直径 d は 0.1 m とし、噴出ガス温度および噴出ガス組成は表 5.2 の Case1 を用いた。

図 5.61 ~ 5.64 に中心軸温度分布を示した。実線が放射項を無視した場合の温度分布であり、点線が放射の効果を検討した場合の温度分布である。図 5.65 には $x = 0.225, 1.225, 2.225$ m における半径方向の温度分布を示す。長破線、破線、点線および実線はそれぞれ、噴出速度 U_0 が 1.0, 2.0, 5.0, 10.0 m/s の場合に対応している。図より噴出速度 U_0 の値が増加するにつれ、対流による熱伝達が大きくなるため、相対的に放射冷却効果は減少し、これによる温度の低下は小さくなっていることが分かる。

図 5.66 に $r = 0.75$ m の位置に置かれた仮想的な円筒面に入射する放射熱流束を示す。これより噴流から外界へ射出される放射熱流束は、噴出速度 U_0 の値と共に増加していることが分かる。つまり、温度分布にあらわれる放射冷却効果の減少は相対的なものであり、噴出速度 U_0 の上昇に伴い、噴流中を対流によって輸送されるエンタルピーが増加するため、放射冷却による温度の低下が減少しても、噴流から外界に射出される放射エネルギーは逆に増加するのである。

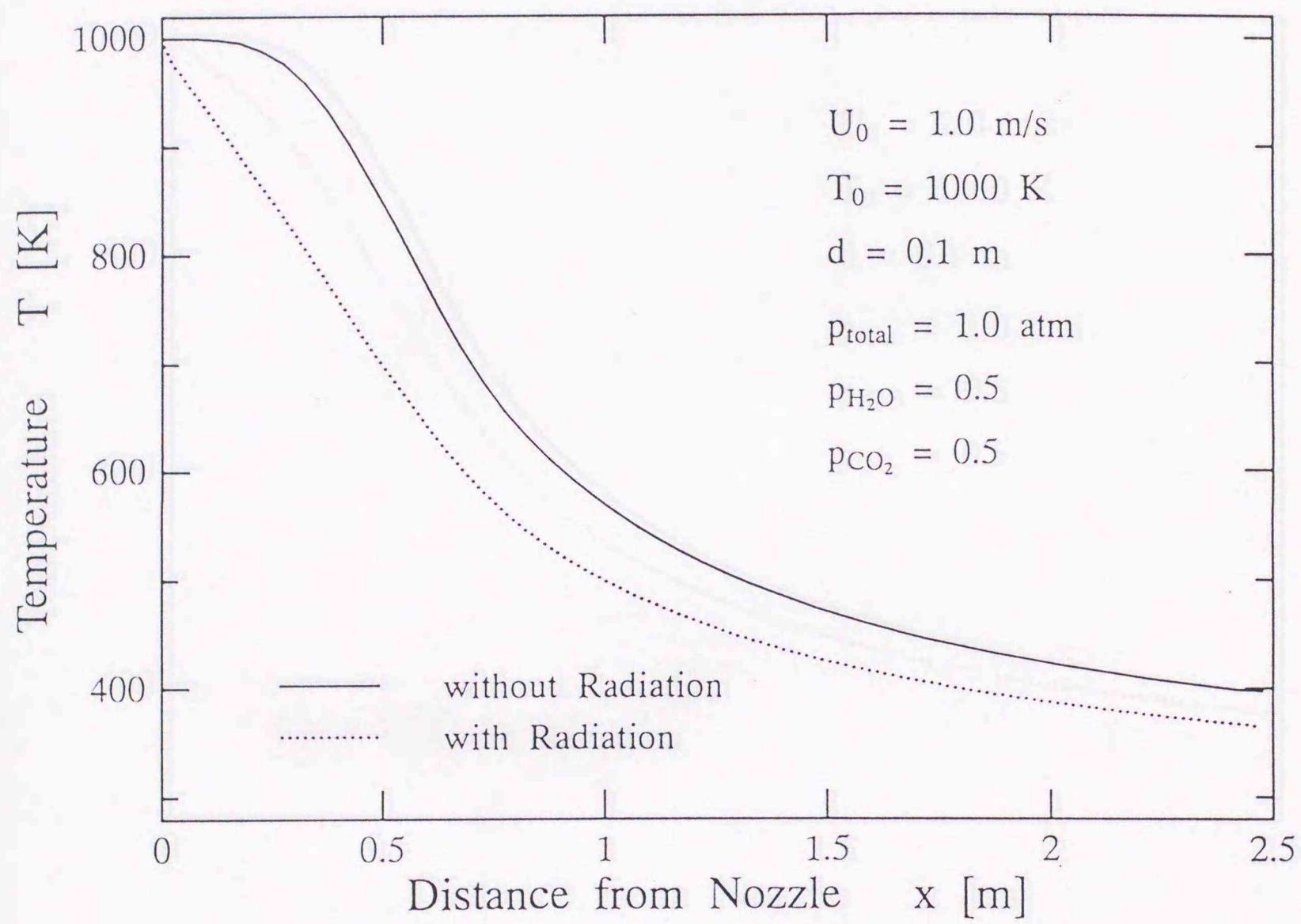


図 5.61: 中心軸上のガス温度分布 ($U_0 = 1.0 \text{ m/s}$)

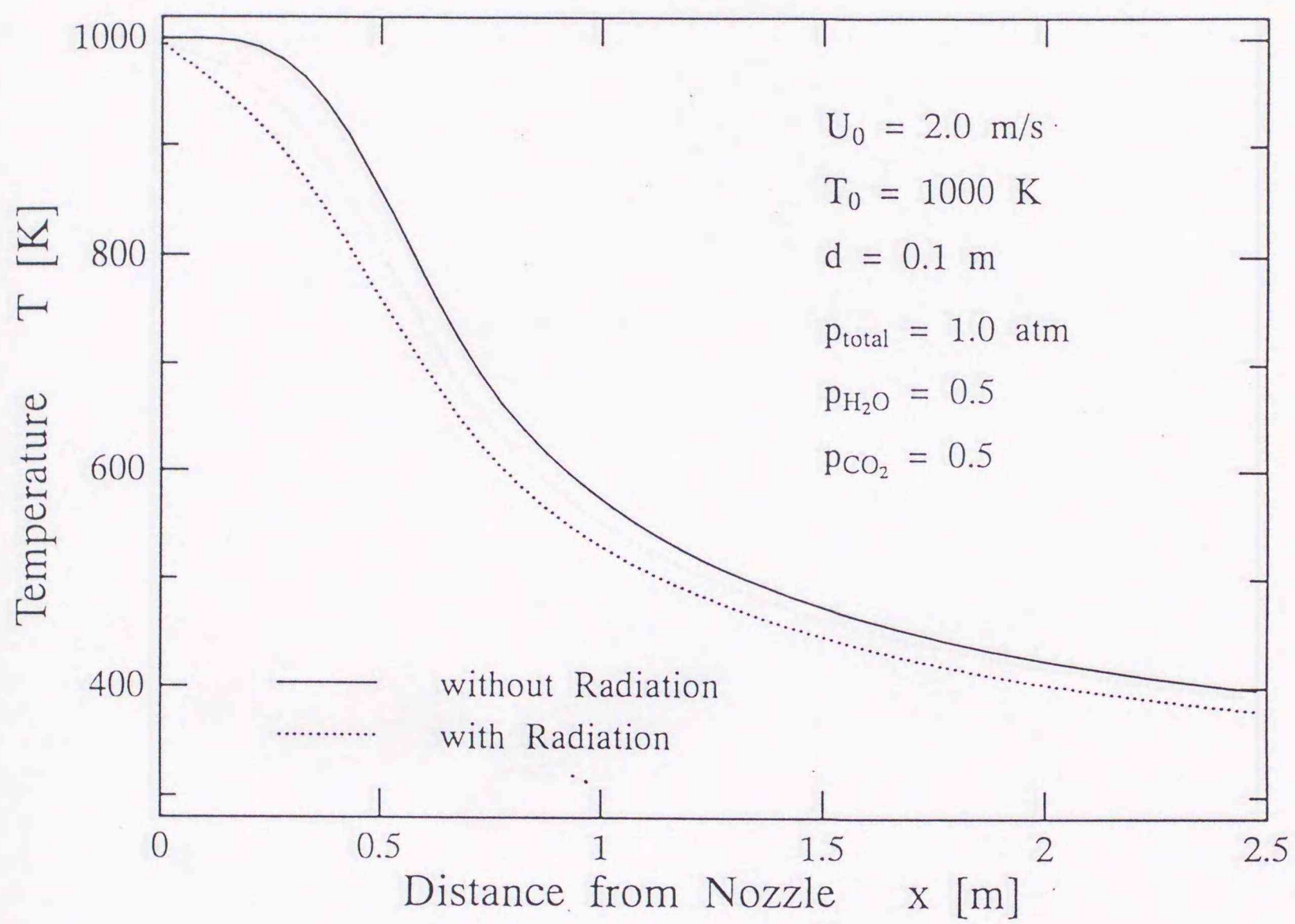


図 5.62: 中心軸上のガス温度分布 ($U_0 = 2.0 \text{ m/s}$)

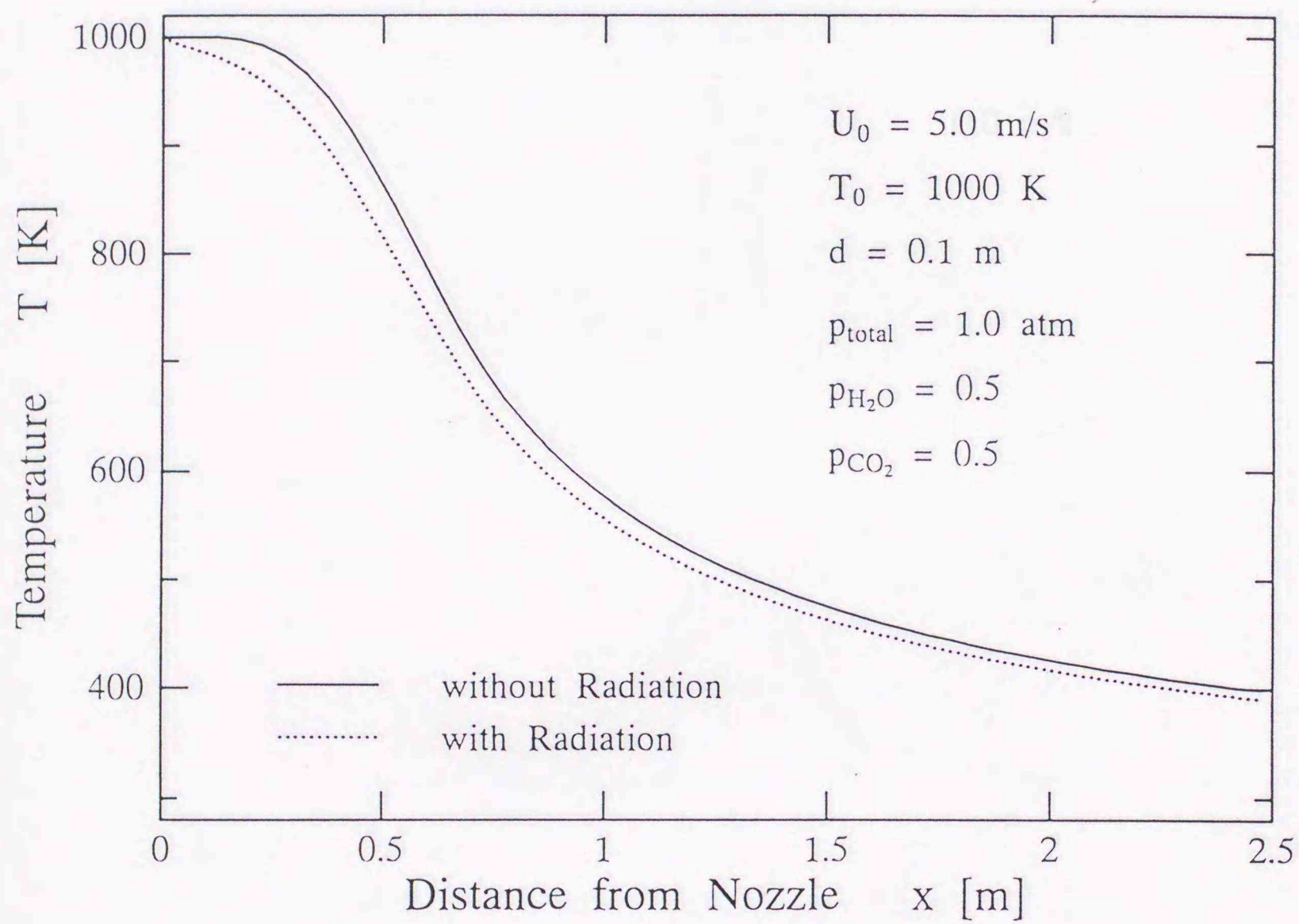


図 5.63: 中心軸上のガス温度分布 ($U_0 = 5.0 \text{ m/s}$)

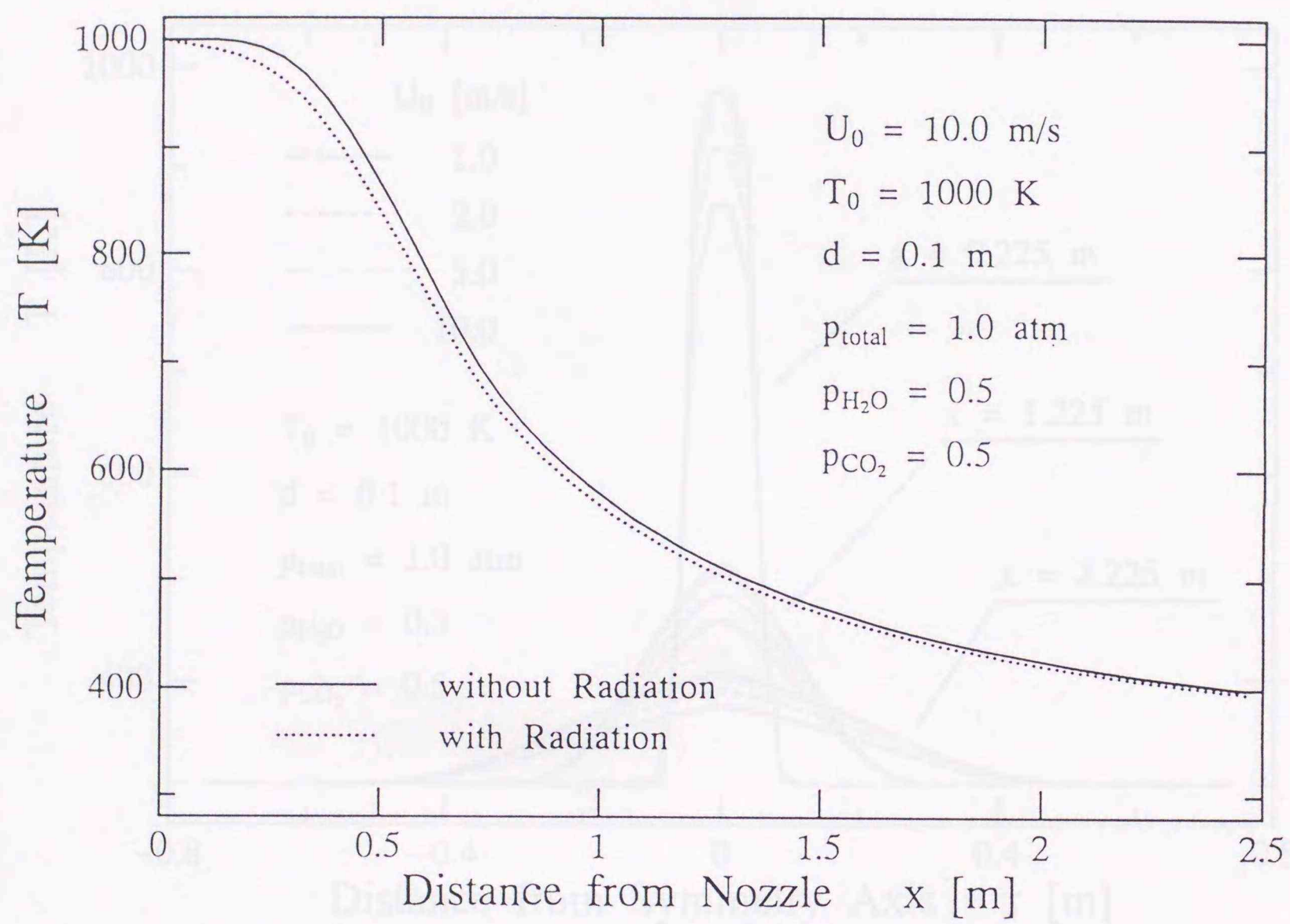


図 5.64: 中心軸上のガス温度分布 ($U_0 = 10.0 \text{ m/s}$)

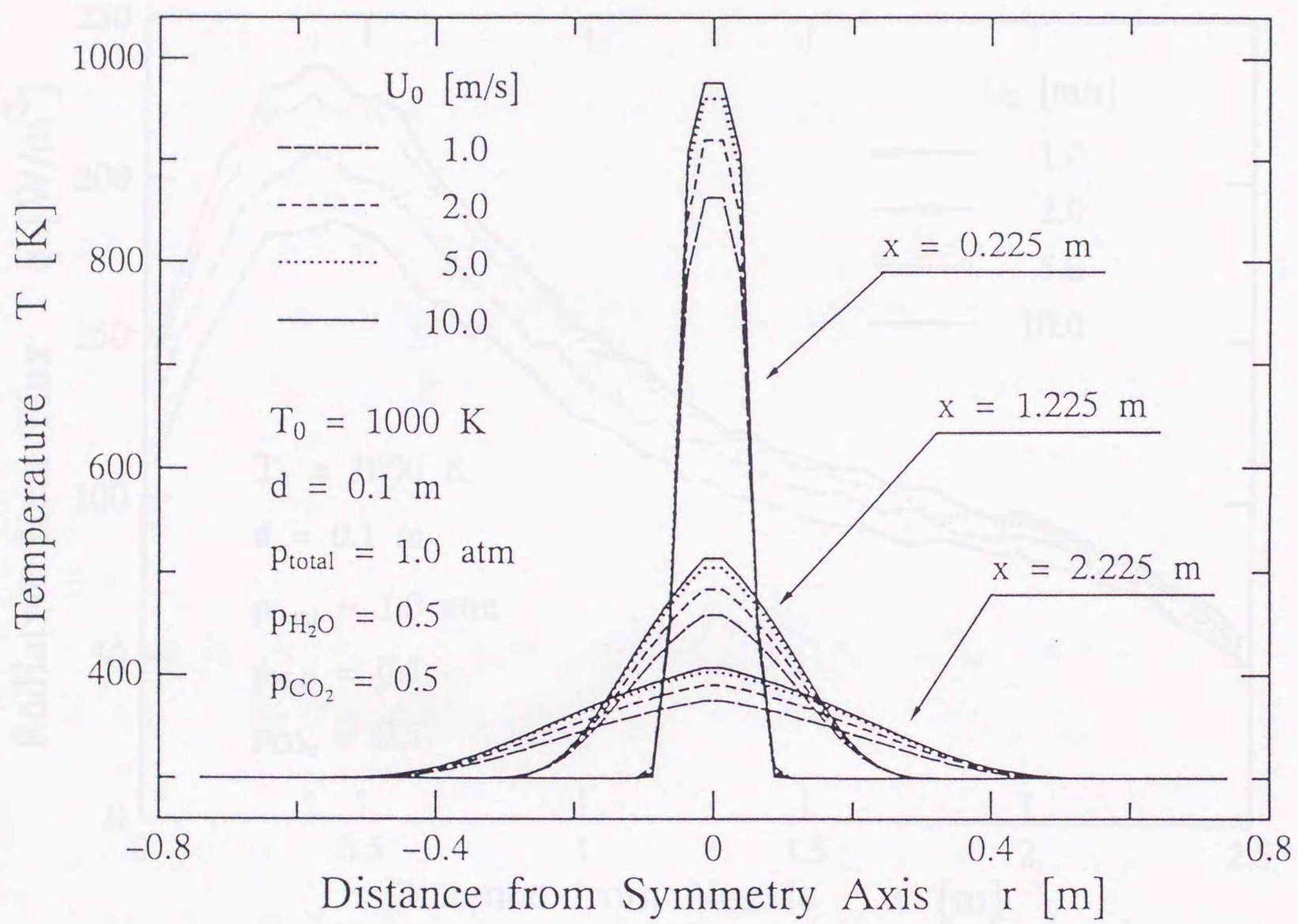


図 5.65: 半径方向のガス温度分布

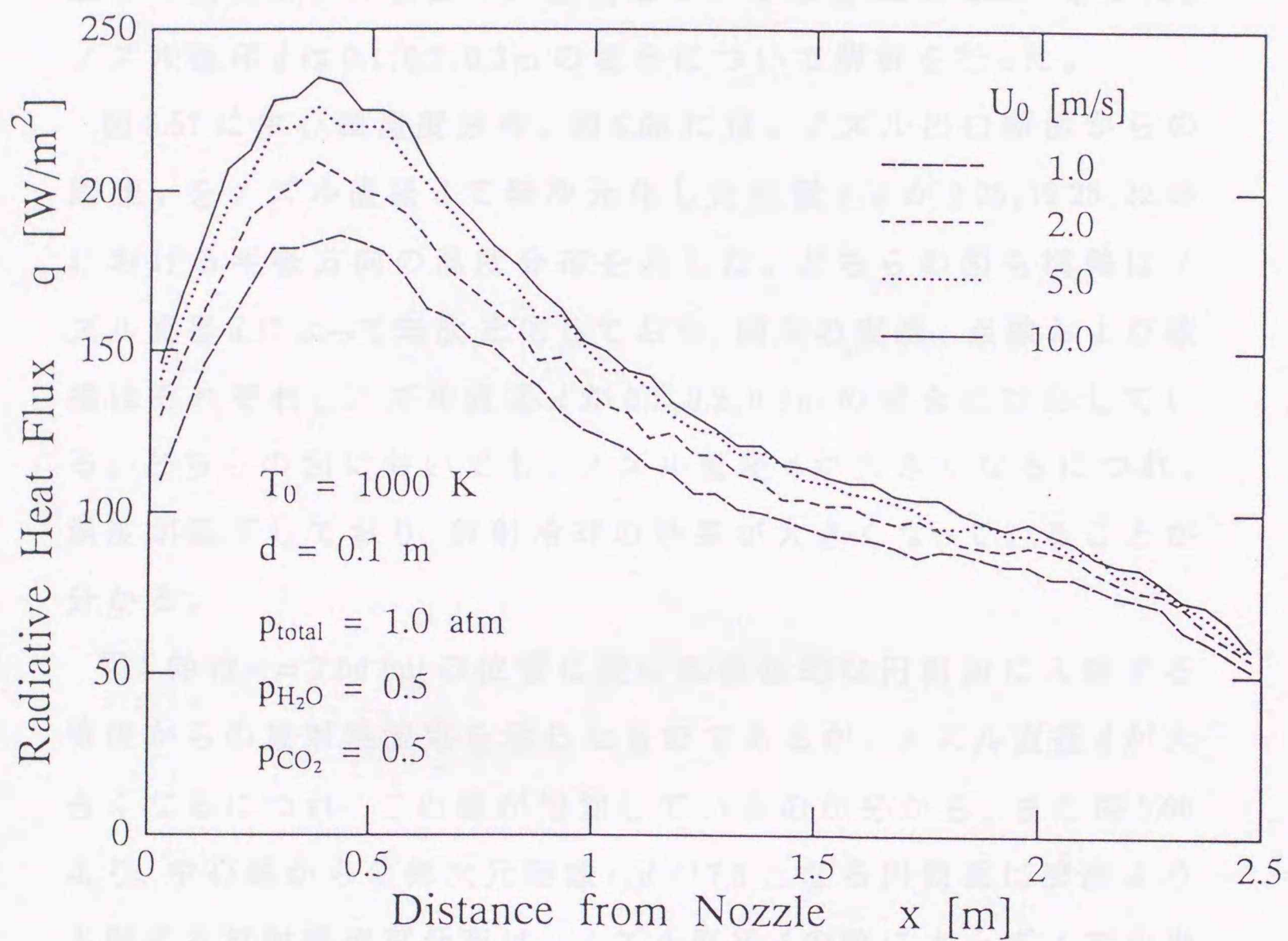


図 5.66: 仮想的な受熱面 ($r = 0.75$ m) における放射熱流束

5.2.5 ノズル径の影響

本節では、円形ノズルの直径 d をパラメータとした解析を行い、その影響を調べた。解析条件は、噴出速度 U_0 を 1.0 m/s とし、噴出ガス温度および噴出ガス組成については表5.2のCase1とした。ノズル直径 d は $0.1, 0.2, 0.3\text{ m}$ の場合について解析を行った。

図5.67に中心軸温度分布、図5.68には、ノズル出口断面からの距離 x をノズル直径 d で無次元化した位置 x/d が $2.25, 12.25, 22.25$ における半径方向の温度分布を示した。どちらの図も横軸はノズル直径 d によって無次元化しており、図中の実線、点線および破線はそれぞれ、ノズル直径 d が $0.1, 0.2, 0.3\text{ m}$ の場合に対応している。どちらの図においても、ノズル直径 d が大きくなるにつれ、温度が低下しており、放射冷却の効果が大きくなっていることが分かる。

図5.69は $r = 7.5d\text{ [m]}$ の位置に設けた仮想的な円筒面に入射する噴流からの放射熱流束を示したものであるが、ノズル直径 d が大きくなるにつれ、この値が増加しているのが分かる。また図5.69より、中心軸からの無次元距離 r/d が 7.5 となる円筒面に噴流より入射する放射熱流束分布は、ノズル直径 d の値によらずノズル出口断面からの無次元距離 x/d が 4 となる位置付近にピークを持つ。

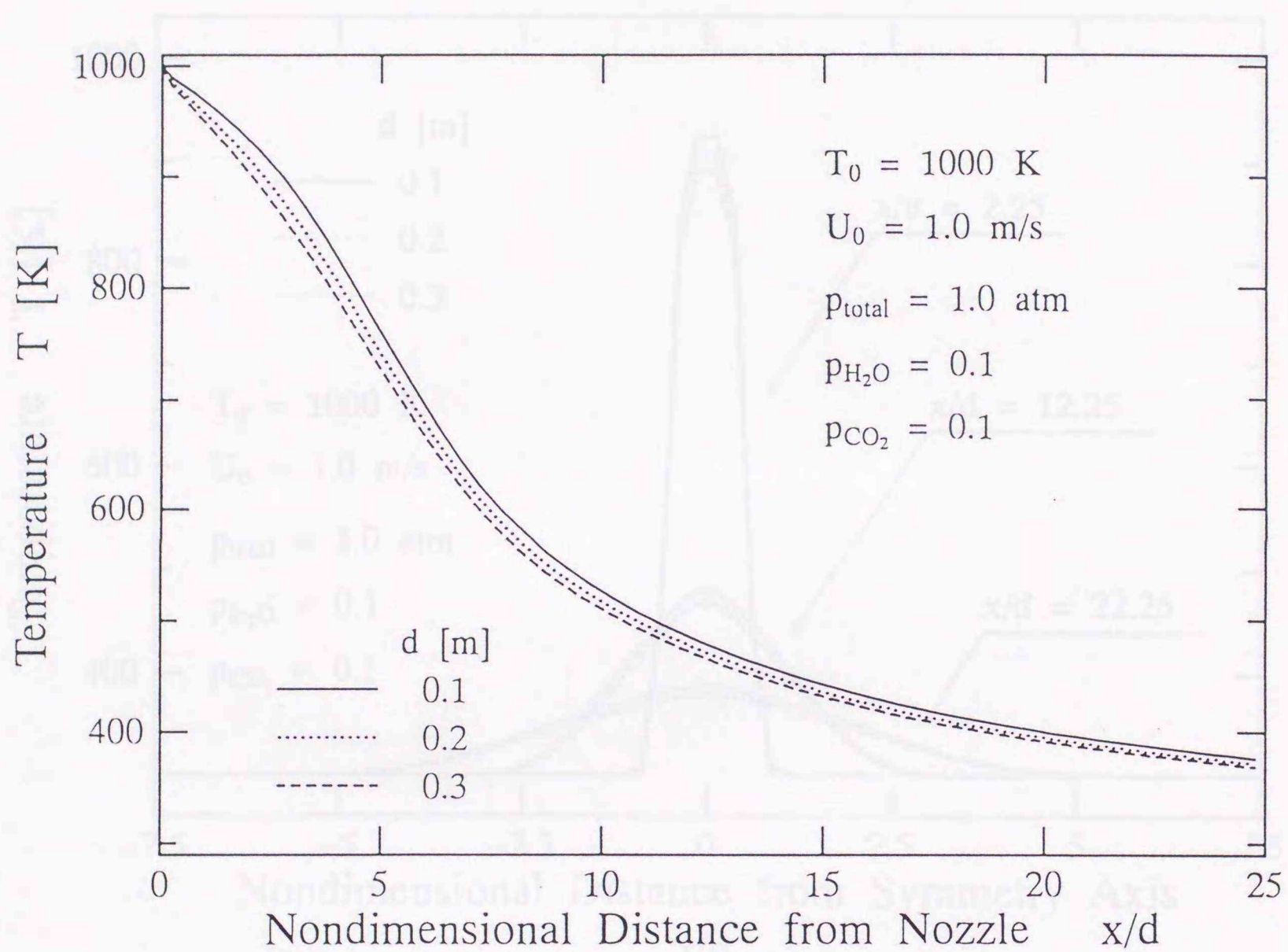


図 5.67: 中心軸上のガス温度分布

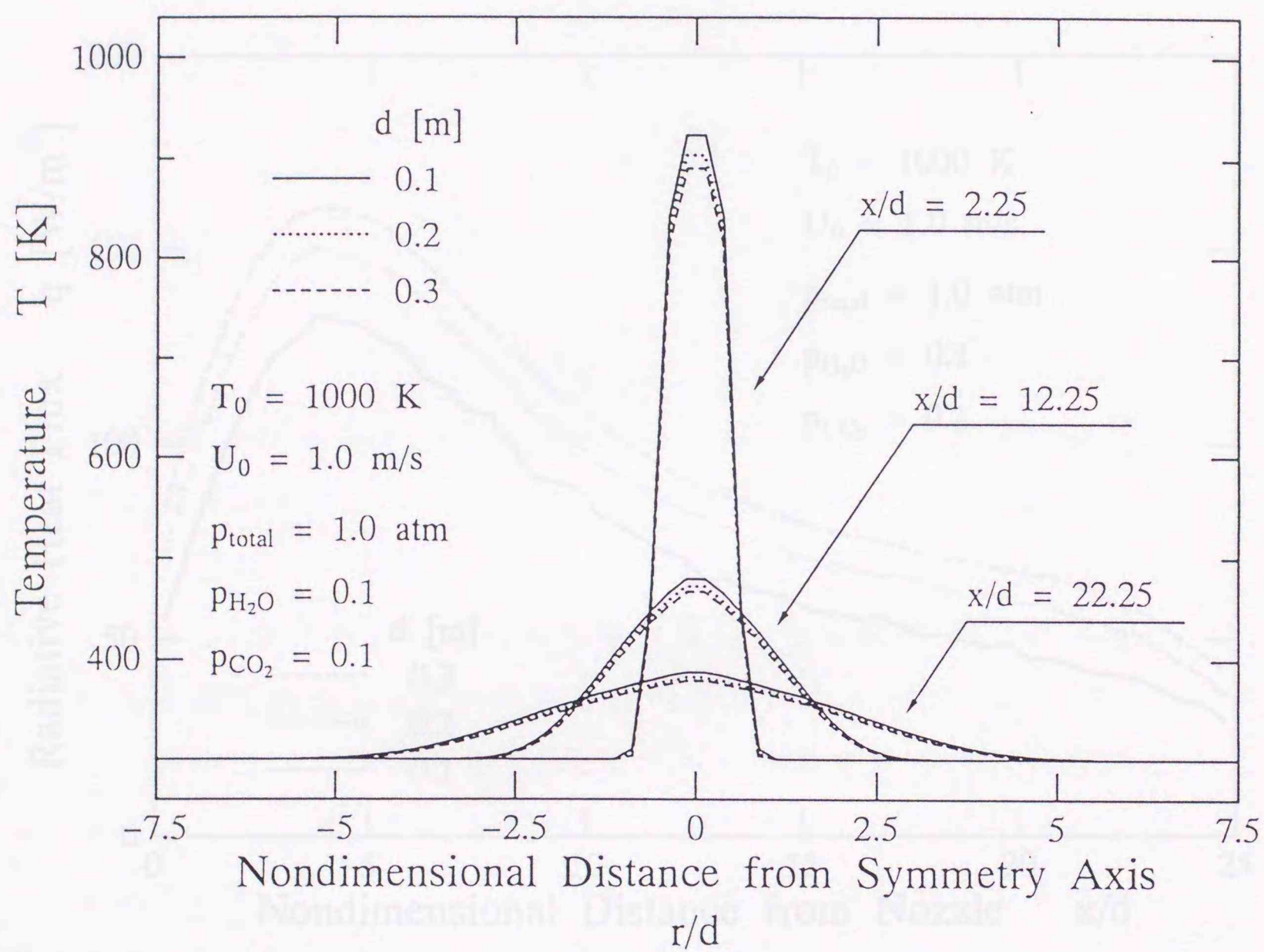


図 5.68: 半径方向のガス温度分布

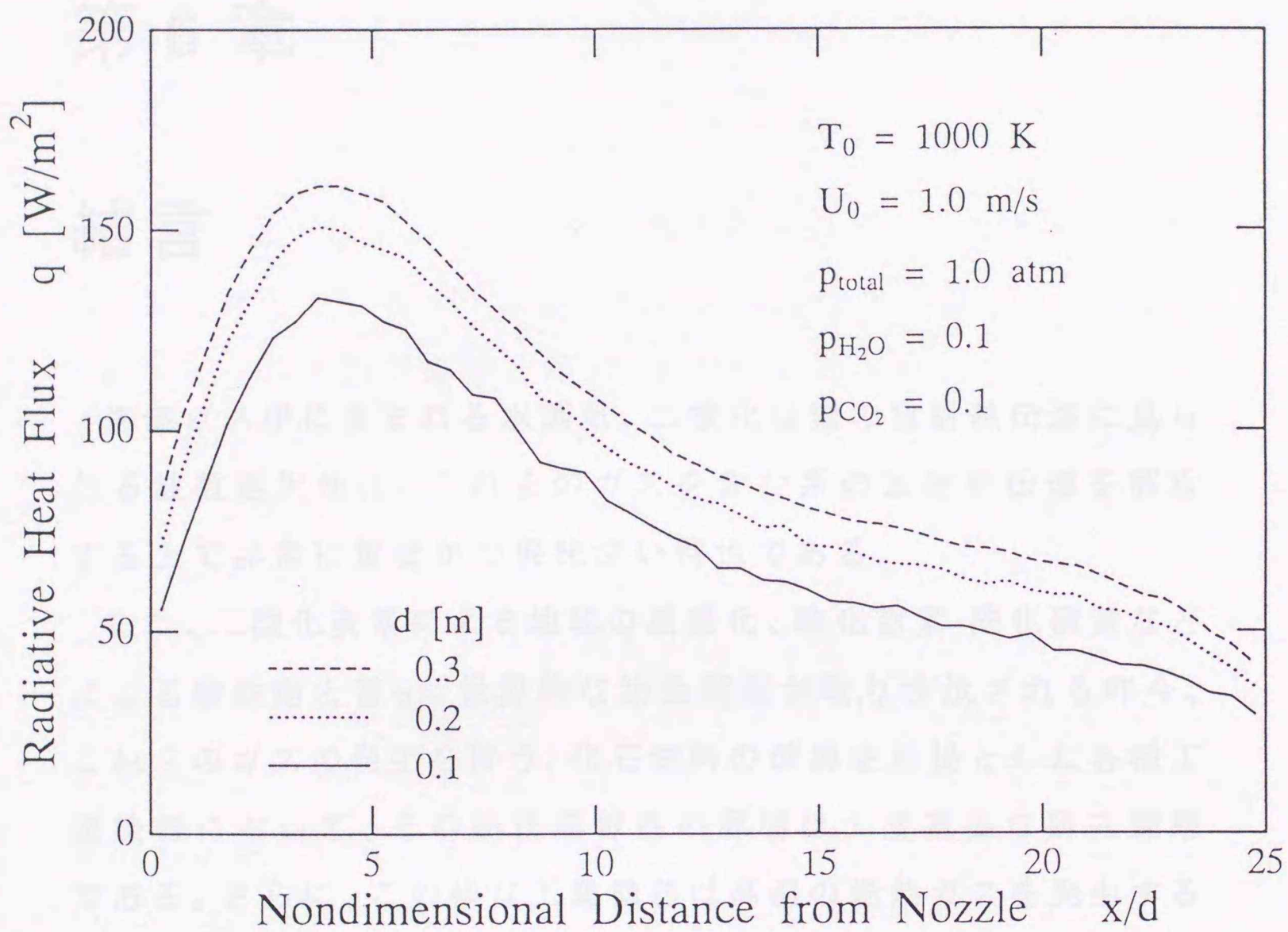


図 5.69: 仮想的な受熱面 ($r/d=7.5$) における放射熱流束

第 6 章

結 言

燃焼ガス中に含まれる水蒸気、二酸化炭素の放射熱伝達に見られる波数選択性は、これらのガスを含む系の放射熱伝達を解析する上で非常に重要かつ興味深い特性である。

また、二酸化炭素による地球の温暖化、酸化窒素・酸化硫黄などによる酸性雨と言った世界的な社会問題が取り沙汰される昨今、これらのガスの発生を伴う、化石燃料の燃焼を前提とした各種工業機器において、その熱伝達特性の解明は大変重要な研究課題である。さらに、このような工業機器は高温の燃焼ガスを発生するため、その熱伝達は、放射が支配的となることが多い。

以上から、ガスの波数選択性を考慮した放射熱伝達解析により、その熱伝達特性を明らかにすることは、工学的な急務である。

本論文では、波数選択性を有するガスの放射熱伝達機構の解明を目的とし、燃焼ガス中に多く含まれる水蒸気、二酸化炭素を対象とした高温非灰色ガスの軸対称噴流における放射・対流共存熱

伝達解析を行った。

以下に各章の要約を示す。

第1章では、緒言として本研究の背景および目的を明らかにし、本研究に関連した従来からの研究についてとりまとめ、本論文の概要を示した。

第2章では、放射に関する基礎事項をとりまとめて示し、第3章以降で取り扱うモンテカルロ法による放射熱伝達解析に対し、放射を光子の挙動の集積と考え、放射熱輸送方程式を導出した。また、輸送方程式中にあらわれる波数依存性を持ったガスの放射物性、すなわちガスの単色吸収係数を求めるために狭域バンドモデルのElsasserモデルを簡略化し、これに指数型広域バンドモデルのモデル・パラメータを適用した。これより水蒸気・二酸化炭素の単色吸収係数を求め、さらにガス層の指向放射率および単色指向放射率に換算したものをHottelらの実験結果をまとめた図[1]およびSLGモデルの計算結果[4]と比較した。これにより以下のことを確認した。

1. 指向放射率に対するElsasserモデルの簡略化の影響は、水蒸気では光学厚さが薄い場合、二酸化炭素では常温付近の温度において大きくなるが、全般的に、この簡略化による影響は小さい。
2. Hottelらの指向放射率の実験値と比較した場合、水蒸気の高温部を除いて本解析で求めた値は実験値よりも若干低い値

をとるが、全般的にはよい一致を示す。

3. 本研究で求めた単色指向放射率の波数分布は、文献 [4] による SLG モデルを用いた計算結果と比較したところ各吸収バンド内の細かな波形を捉えることはできないが、それぞれのガスの各吸収バンド平均的な形状は良好に捉えている。

以上より、簡略化した Elsasser モデルに指数型広域バンドモデルのモデル・パラメータを適用して見積もった水蒸気・二酸化炭素の単色吸収係数は、各吸収バンドでの積分的なエネルギー交換が問題となる放射熱伝達解析においては、十分に実用性があると考えられる。

第 3 章では、まずモンテカルロ法によって用いられる疑似乱数の検討を行った。合同乗積法に基づくいくつかの乱数発生法を紹介した。その内、本解析に用いた発生法による疑似乱数列に数種の検定を行い、その統計的な性質が良好であることを確認した。

続いて温度の異なる二つの黒体壁間に配した単一吸収バンドの仮想非灰色ガス層を対象として、モンテカルロ法による非灰色ガス放射熱伝達解析を行い、同条件の Modest [23] による厳密解と比較したところ、両者は非常により一致を示し、本解析手法の妥当性を確認した。

次に、非灰色ガス放射熱伝達の灰色ガスに対する特徴を調べるため、温度の異なる二つの黒体壁に囲まれた一次元のガス層内放射熱伝達解析を行い、温度の四乗で無次元化したガス温度分布を求め、Heaslet ら [37] による灰色ガスの解析結果と比較を行っ

た。また、同じ解析条件において低温側の壁面に入射する単色放射熱流束を求めた。これらの結果から、灰色ガスと比較した非灰色ガス層内の放射熱伝達の特徴として以下の知見を得た。

1. 灰色ガスにおいては、直線的であった無次元温度分布が、非灰色ガスでは、壁面近傍の温度勾配が大きくなっており、光学厚さの薄い灰色ガスの特徴であった壁面温度と壁面近傍のガス温度のずれが、非灰色ガスにおいては小さくなる。
2. ガス層から低温側の壁面に入射する単色放射熱流束に注目すると、いくつかの吸収バンドにおいて、その代表波数（吸収係数が最大となる波数）付近で、単色放射熱流束の波数分布がM字形を示している。これは、牛島[38]の報告にもあるように、吸収係数が吸収バンドの代表波数の周りに波数方向の広がりを持つ高温ガスからの入射を、吸収係数の波数方向の広がりが小さく、鋭い分布を持つ低温壁近傍の低温ガスがさえぎるためと考えられる。

第4章では、モンテカルロ法の短所とされる長い計算時間を短縮するため、二つの方法を提案している。

一つ目は、モンテカルロ法によって確率論的に値が決定されるパラメータの一つを決定論的計算法により規則的に決定するものである。エネルギー粒子の追跡にあたり、決定すべきパラメータの一つである波数は、その値の決定に必要な累積分布関数の逆関数が単純な形で得られず、他のパラメータに比べると、その

決定には非常に長い計算時間を要する。そこで、この波数の値の決定を累積分布関数に従って、決定論的に行うこととした。これにより、計算時間は約 $1/9$ に短縮された。

また、ガス要素温度の収束を早めるため、ガス要素温度の修正計算に加速緩和を行った。反復計算の回数を減少させる手段として、加速緩和法は非常に有効であるが、最適な加速係数を見積もることは一般に難しい。そこで、ガス要素における放射エネルギーの自己吸収が増加するにつれ、反復計算時のガス要素温度の修正量が減少することに注目し、また自己吸収がガス要素の光学厚さに依存することから、最適な加速係数の値をガス要素の光学厚さと関係付けてまとめた。本論文で対象とした解析条件において、ガス要素の光学厚さから最適な加速係数を見積もり、これによって加速緩和を行ったところ反復計算の回数は約 $1/4$ に減少し、前述の決定論的計算法による効果と合わせ、計算時間は約 $1/38$ にまで短縮された。

二つ目として、高並列計算機を用いた並列計算による計算時間の短縮を試みた。並列計算機を利用にあたっては、各エネルギー粒子の追跡処理が独立であることを利用し、事象分割によりプログラムを並列化した。この結果 64 個の CPU を用いることにより計算時間は約 $1/63$ に短縮された。

本論文では、各プロセスの実行時間および並列計算に伴う通信・同期時間を測定し、並列計算時間の短縮の阻害要因がプログラム中の並列化できない逐次処理部分の存在と、並列化された部分での通信およびセル間の同期時間の存在であることを示し

た。また、この対策として、次が考えられる。

1. セルあたりのエネルギー粒子の処理数の増加
2. 逐次処理部分の並列化
3. 通信・同期時間の短縮

各セルで処理するエネルギー粒子数の増加により、相対的に通信・同期時間が短縮され、結果として並列化の効率は高くなる。並列化の効率を向上させるためにエネルギー粒子を増加させるのは解析本来の目的ではないが、従来の逐次処理では長い計算時間の原因であった粒子数の増加が、並列処理においては逆に並列化の効率を向上させ、計算時間の短縮につながると言う特性は、より複雑な高次の解析において非常に効果的である。

第5章では、高温非灰色ガスの軸対称噴流に対する放射・対流共存熱伝達解析を行った。本章ではまず、その基礎方程式およびその解法を示した。基礎方程式は温度場に対する熱輸送方程式、濃度場に対する物質輸送方程式およびガスの状態方程式である。輸送方程式中の速度場は実験式によって与え、熱輸送方程式中の放射項についてはモンテカルロ法による非灰色放射熱伝達解析から求めている。輸送方程式の離散化は Patankar [45] の示すコントロール・ボリューム法とハイブリッド法によって行った。解析は直径 0.1m の円形ノズルから水蒸気、二酸化炭素および窒素からなる高温ガスを 1.0m/s で噴出させる条件で行った。以下に解析結果を示す。

まず最初に、非灰色ガスと灰色ガスの特性の違いについて調べた。灰色ガスの吸収係数は各コントロール・ボリュームにおける Planck の平均吸収係数を用いた。この結果、全ての解析領域において非灰色ガスの温度は灰色ガスの温度を下回ることが示された。また、 $r = 7.5 \text{ m}$ の境界に設けた仮想的な面に入射する放射熱流束分布を比較すると、定性的には同じような形の分布を示すが、定量的に灰色ガスの値は非灰色ガスの値の半分以下となっている。

以上から次のような結論を得た。

高温ガス噴流の熱伝達解析において、Planck の平均吸収係数を用いた灰色ガスによって放射熱伝達を評価する場合

1. 放射冷却効果が十分に見積もられないため、噴流内の温度分布は中心軸に近いほど高い値が見積もられる。
2. 同様の理由から噴流周りへ射出される放射熱流束は、かなり低い値が見積もられる。

次に、ノズルより噴出される非灰色ガス温度を 500, 1000, 1500 K と変化させ、噴出ガス温度が噴流内の温度分布および噴流軸に平行な半径 0.75 m の仮想的な円筒面に入射する放射熱流束分布と単色放射熱流束分布に対し、どのように影響するかを調べた。比較のため、放射を無視した場合の温度分布も併せて示した。以下に結論を示す。

1. 噴出ガス温度 500 K において、放射を考慮した解析とこれを無視した解析を行った。前者の温度分布は後者のそれを下回っ

ており、その差は下流に行くに従い少しずつ大きくなり、上流部での放射冷却の効果が積算されていることが分かる。

2. 噴出ガス温度 1000, 1500 K において、放射を考慮した解析とこれを見捨てた解析を行った。前者の温度分布は後者のそれより下回っており、その差はノズル直後の上流部において大きく、下流部では小さくなっている。これは高温の上流部において放射冷却効果が強くあらわれ、下流部ではこの上流部からの多量の放射エネルギーを吸収するためである。
3. 半径方向の温度分布より、いずれの噴出ガス温度においても中心軸付近の放射冷却が大きいことが分かる。
4. 仮想的円筒面に入射する放射熱流束は、噴出ガス温度が高くなると共に大きな値をとり、噴出ガス温度 1000, 1500 K の場合、ノズル面から中心軸方向に取った座標 x について、 $x = 0.4$ m 付近にピークを持つ。これに対し、噴出ガス温度 500K の場合、はっきりとしたピークは確認されず $x \geq 0.5$ m では、ほぼ一定値をとる。
5. 仮想的円筒面に入射する単色放射熱流束の波数分布解析結果より、噴出ガス温度が 500K の場合、最も強く観察される吸収バンドは $15\mu\text{m}$ バンドである。これに対し噴出ガス温度が 1500K の場合、 $4.3\mu\text{m}$ バンドが非常に強くあらわれる。これは、噴出ガス温度が 500K から 1500K に変化することにより、ノズル出口断面からの黒体放射が増加し、これに対応する

単色黒体放射のピーク波数が 1024 cm^{-1} から 3073 cm^{-1} に移動するためである。

また、ノズルより噴出される非灰色ガスとしての水蒸気、二酸化炭素および窒素の混合ガスの成分濃度の違いによる影響を調べるため、数種のガス組成について解析を行った。
以下に結論を示す。

1. 非灰色ガス中の吸収ガス（水蒸気および二酸化炭素）の濃度が増加するにつれ、放射冷却による噴流内の温度分布低下が促進される。この傾向は上流部および中心軸付近のガスに強く観察される。これより、放射冷却効果は吸収ガス濃度が高いほど大きく、また濃度と温度の高い上流部および中心軸付近で強くあらわれる。
2. 仮想円筒面に入射する放射熱流束は、吸収ガス濃度が増加するに従い増加し、 $x = 0.4\text{ m}$ 付近でピークをとる。吸収ガス濃度の増加に伴う放射熱流束の増加は、これに伴う放射冷却による温度分布の低下に起因する。
3. 仮想円筒面に入射する単色放射熱流束の波数分布には、明らかな吸収バンドからの鋭いピークを持つ入射と、その間の波数域を埋めるなだらかな波数分布の入射がある。後者のピーク波数は約 2000 cm^{-1} であり、Wien の変位則により求められるノズル出口断面温度 1000 K の単色黒体放射のピークと等しく、よってこれはノズル出口断面からの放射であることが示された。

次に、ノズルより噴出される非灰色ガスの噴出速度による影響を調べるため、いくつかの噴出速度において解析を行った。以下に結論を示す。

1. 噴出速度が上昇するにつれ、放射冷却による噴流内温度分布の低下は抑制される。これは、噴出速度の上昇に伴い、噴流中の対流熱伝達が大きくなり、相対的に放射冷却効果が減少するためである。
2. 仮想円筒面に入射する放射熱流束は、噴出速度が上昇するにつれ増加し、その分布は $x = 0.4 \text{ m}$ 付近にピークを有する。放射冷却による温度の低下が抑制されているにもかかわらず、噴流から外界に射出される放射エネルギーが増加しているのは、噴流中を対流によって輸送されるエンタルピーが増加するためである。

続いて、非灰色ガスを噴出するノズルの寸法による影響を調べるために、円形ノズルの直径 d をパラメータとした解析を行った。以下に結論を示す。

1. ノズル直径 d が大きくなるにつれ、放射冷却による噴流内温度分布の低下は促進される。
2. 中心軸からの無次元距離 r/d が 7.5 となる位置に設けた仮想円筒面に入射する放射熱流束は、ノズル直径 d が大きくなるにつれ増加している。また、その分布はノズル直径 d の値によらず、ノズル出口断面からの無次元距離 x/d が 4 となる位置の付近にピークを持つ。

謝 辞

本論文は、著者が北海道大学大学院工学研究科博士課程に在学中、熱機関学第一講座において行った研究をとりまとめたものである。これにあたり、同講座の谷口博教授、工藤一彦助教授、黒田明慈助教授には終始ご指導ご鞭撻を頂き、ここに衷心より感謝の意を表す。また、北海道大学工学部機械工学科・機械工学第二学科の諸先生には、学部生の時より授業等を通じ多くのご指導を頂いた。ここに深く謝意を表したい。

本論文をまとめるのに際し、北海道大学工学部機械工学科の木谷勝教授、機械工学第二学科の福迫尚一郎教授、北海道大学大型計算機センターの三好克彦教授より適切なご意見を頂いた。また、本論文の審査にあたり、機械工学科の伊藤猷一教授、岸田路也教授、宮本登教授、金内忠彦教授、村山正教授、機械工学第二学科の飯田誠一教授、工学部附属先端電磁流体実験施設の粥川尚之教授より多くのご意見を頂いた。ここに感謝の意を表す次第である。

本研究の一部は、石川島播磨重工(株)との共同研究であり、適切な情報を提供して頂いた同社技術研究所の小幡正一氏に感謝の意を表す。また、本論文の第4章において行った計算は、富士通(株)の高並列計算機AP1000によるものであり、この利用にあたって多くのご助言ご協力を頂いた同社の小坂真一氏、藤崎正英氏に深く感謝の意を表す次第である。

本研究を進めるにあたり、貴重なご助言を頂いた University of

California の Walter W. Yuen 教授、University of Illinois の M. Quinn Brewster 教授に感謝の意を表す。

また、熱機関学第一講座における著者の研究活動に対し多くのご助言を頂いた同講座の持田明野助手、李炳熙助手、須田金文技官に心より感謝の意を表す。さらに、本研究の共同研究者である小林智浩氏、曾我隆志氏、横田洋氏、牛島哲洋氏、並びに研究室を共にした熱機関学第一講座の諸氏に感謝したい。

最後に、熱機関学第一講座の卒業生であり著者の先輩である郭克輝氏、金鎔模氏、福地健氏の諸氏に、そして著者の研究活動を暖かく見守ってくれた母に対し心より感謝する次第である。

平成 6 年 2 月

大 高 円

参考文献

- [1] Hottel, H. C., and Egbert, R. B., The Radiation of Furnace Gases, *Transactions of the ASME*, May.(1941), 297.
- [2] Hottel, H. C., and Egbert, R. B., Radiant Heat Transmission from Water Vapor, *Transactions of American Institute of Chemical Engineers*, vol.38, (1942), 531.
- [3] Edwards, D. K., Absorption by Infrared Bands of Carbon Dioxide Gas at Elevated Pressures and Temperatures, *Journal of the Optical Society of America*, vol.50, No.6, (1960), 617.
- [4] Ludwig, C. B., Malkmus, W., Reardon, J. E., and Thompson, J. A. L., *Handbook of infrared radiation from combustion gases*, NASA, (1973), SP-3080.
- [5] Walters, D. V., and Buckius, R. O., Normal Spectral Emission from Non-homogeneous Mixtures of CO_2 Gas and Al_2O_3 Particulate, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, vol.113, Feb.(1991), 174.
- [6] Tejawani, G. D. T., and Varanasi P., Approximate Mean Absorption Coefficients in the Spectrum of Water Vappor between 10 and 22 Microns at

- Elevated Temperatures, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, vol.10, (1970), 373.
- [7] Chu, K. H., and Greif, R., Theoretical Determination of Band Absorption for Nonrigid Rotation with Applications to CO, NO, N₂O, and CO₂, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, vol.100, May.(1978), 230.
- [8] Leckner, B., Spectral and Total Emissivity of Water Vapor and Carbon Dioxide, *Combustion and Flame*, vol.19, (1972), 33.
- [9] Chan, S. H., and Tien, C. L., Infrared Radiation Properties of Sulfur Dioxide, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, May.(1971), 172.
- [10] Brosmer, M. A., and Tien, C. L., Thermal Radiation Properties of Acetylene, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, vol.107, Nov.(1985), 943.
- [11] Plass, G. N., Models for Spectral Band Absorption *Journal of the Optical Society of America*, vol.48, No.10, (1958), 690.
- [12] Plass, G. N., Useful Representations for Measurements of Spectral Band Absorption, *Journal of the Optical Society of America*, vol.50, No.6, (1960), 868.
- [13] Fox, J. J. and Tate, F. G. H., *International Critical Tables of Numerical Data*, vol.7, (1930), McGraw-Hill Book Company.

- [14] Edwards, D. K., and Menard, W. A., Comparison of Models for Correlation of Total Band Absorption, *Applied Optics*, vol.3, (1964), 621.
- [15] Edwards, D. K., Flornes, B. J., Glassen, L. K., and Sun, W., Correlation of Absorption by Water Vapor at Temperatures from 300 K to 1100 K, *Applied Optics*, vol.4, (1965), 715.
- [16] Edwards, D. K., Glassen, L. K., Hauser, W. C., and Tuchscher, J. S., Radiation Heat Transfer in Nonisothermal Nongray Gases, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, Aug.(1967), 650.
- [17] Edwards, D. K., and Balakrishnan, A., Thermal Radiation by Combustion Gases, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.16, No.1, (1973), 25.
- [18] Edwards, D. K., Molecular Gas Band Radiation, *Advances in Heat Transfer* 12, (1976), 115.
- [19] Edwards, D. K., *Radiation Heat Transfer Notes*, (1981), Hemisphere Publishing Corporation.
- [20] Howell, R. H., and Morris P., Monte Carlo Solution of Radiant Heat Transfer in a Nongrey Nonisothermal Gas with Temperature Dependent Properties, *A.I.Ch.E Journal*, vol.10, No.4, (1964), 562.
- [21] Edwards, D. K., Radiation Interchange in a Nongray Enclosure Containing an Isothermal Carbon-Dioxide-Nitrogen Gas Mixture, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, Feb.(1962), 1.

- [22] Hottel, H. C., and Sarofim, A. F., *Radiative Transfer*, (1967), McGraw-Hill Book Company.
- [23] Modest, M. F., The Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary Solution Methods in Radiative Transfer, *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, vol.113, Aug.(1991), 650.
- [24] 平野昌宏・宮内敏雄・森康夫, ふく射性ガスの非灰色性質を利用したふく射伝熱促進 (第1報, 非流動系における炭酸ガスおよび水蒸気), 日本機化学会論文集, 52-473, B (1986), 190.
- [25] 平野昌宏・宮内敏雄・森康夫, ふく射性ガスの非灰色性質を利用したふく射伝熱促進 (第2報, 非流動系における燃焼ガス), 日本機化学会論文集, 52-473, B (1986), 456.
- [26] Soufiani, A., and Taine, J., Experimental and Theoretical Studies of Combined Radiative and Convective Transfer in CO_2 and H_2O Laminar Flows, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol.32, No.3,(1989), 477.
- [27] 平野昌宏・宮内敏雄・森康夫, ふく射性ガスの非灰色性質を利用したふく射伝熱促進 (第3報, 層流流動系における炭酸ガス), 日本機化学会論文集, 52-485, B (1987), 216.
- [28] 平野昌宏・宮内敏雄・高比良嘉一, 流動系における非灰色ふく射性気体の伝熱解析 (第1報, 気体と吸熱面の温度差が小さい場合), 日本機化学会論文集, 52-480, B (1986), 3043.

- [29] 平野昌宏・宮内敏雄・高比良嘉一, 流動系における非灰色ふく射性気体の伝熱解析 (第2報, 気体と吸熱面の温度差が大きな場合), 日本機化学会論文集, 52-495, B (1987), 3389.
- [30] 津田孝夫, モンテカルロ法とシミュレーション, (1990), 培風館.
- [31] 宮武修・脇本和昌, 乱数とモンテカルロ法, (1988), 森北出版.
- [32] Park, S.K., and Miller, K.W., *Communications of the ACM*, vol.31, (1988), pp.1192-1201.
- [33] Schrage, L., *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol.5, (1979), pp.132-138.
- [34] Knuth, D. E., *Seminumerical Algorithms*, (1981), Addison-Wesley.
- [35] L'Ecuyer, P., *Communications of the ACM*, vol.31, (1988), pp.742-774.
- [36] 村田健郎・小国力・三好俊郎・小柳義夫, 工学における数値シミュレーション, (1988), 丸善.
- [37] Heaslet, M. A., and Robert F. W., Radiative Transport and Wall Temperature Slip in an Absorbing Planar Medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.8, (1965), 979.
- [38] 牛島哲洋, 厚さ方向に物性値分布を有する非灰色ガス層の放射特性解析, 北海道大学工学部機械工学第二学科卒業論文, (平5).
- [39] 横田洋, 非灰色ガス中放射伝熱解析の並列化, 北海道大学大学院工学研究科機械工学専攻修士論文, (平5).

- [40] 富田眞治・末吉敏則, 並列処理マシン, (1989), オーム社.
- [41] Cebeci, T., and Smith, A. M. O., *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, (1974), Academic Press.
- [42] 谷一郎 (編), 流体力学の進歩乱流, (1989), 丸善.
- [43] Rajaratnam, N., 野村安正 (訳), 噴流, (1985), 森北出版.
- [44] Launder, B. E., and Spalding, D. B., *Mathematical Models of Turbulence*, (1972), Academic Press.
- [45] Patankar, S. V., 水谷幸夫・香月正司 (訳), コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, (1985), 森北出版.
- [46] Siegel, R. and Howell, J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, (1981), McGraw-Hill Book Company.
- [47] Tien, C. L., Thermal Radiation Properties of Gases, *Advances in Heat Transfer* 5, (1968), 253.
- [48] 国友孟, 伝熱工学の進展, vol.2, (1974), 203, 養賢堂.

