HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ロバストモデルマッチングによる柔軟構造物の位置・姿勢制御系設計に関する研究
Author(s)	花島, 直彦
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第3394号
Issue Date	1994-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3076665
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/50011
Type	doctoral thesis
File Information	000000272698.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学位論文

ロバストモデルマッチングによる柔軟構造物の位置・姿勢制御系設計に関する研究

宿島直彦

(1)

学位論文

ロバストモデルマッチングによる
柔軟構造物の位置・姿勢制御系設計
に関する研究

花島 直彦

表記法

$\boldsymbol{R}^n$ ..... n 次の実数ベクトル

$\boldsymbol{R}^{n\times m}$ ..... n 行 m 列の実数行列

$\boldsymbol{F}^{n\times m}$ ..... n 行 m 列の多項式行列

$\boldsymbol{M}^{n\times m}$ ..... n 行 m 列の有理関数行列

G_{ab} ..... システム G の a から b までの伝達関数行列

$.^T$ ..... 行列の転置

$.^*$ ..... 行列の共役転置

$\|\cdot\|$ ..... 行列のノルム

目次

1 はじめに 1

1.1 柔軟構造物の制御問題 5

1.1.1 制御系設計のための近似モデル 6

1.1.2 モデルの不確かさと制御問題 9

1.1.3 スピルオーバ対策とロバスト制御 11

1.2 ロバストモデルマッチングについて 15

1.2.1 等価外乱と基底等価外乱 15

1.2.2 制御系の構成 18

1.2.3 ロバスト補償器の構成 19

・Zeroing 法 - 最小位相系の場合 21

・最適化法 - 非最小位相系への対応 24

1.2.4 ロバストモデルマッチングの特徴 26

1.2.5 柔軟構造系への応用 27

2 非最小位相系の柔軟構造物への適用 29

2.1 ロバストモデルマッチングの拡張 31

2.1.1 制御対象の設定 31

2.1.2 等価外乱の拡張 32

2.1.3 加法的変動に対する安定性の考察 33

2.1.4 モードに着目した評価関数の導入 37

2.1.5 ロバスト補償器の設計手順 39

2.2 設計例 41

2.2.1 モデルマッチング系 41

2.2.2 ロバスト補償器の設計 45

2.2.3 シミュレーション 54

3 Collocated feedback 系への適用 60

3.1 Collocation 系の記述 64

3.2 DVFB 制御を保持するロバスト補償器 66

3.3 実験による検証 72

3.3.1 実験装置 72

3.3.2 設計 76

3.3.3 実験結果 81

4 おわりに 87

謝辞 90

参考文献 93

第１章

はじめに

例えば，地面に平らに置いてある薄い鉄板を持ち上げるとき，この鉄板の片方の端を持つと，この鉄板はしなってしまいまっすぐにはならない．また，薄い鉄板よりももっと頑丈な飛行機の翼であっても，飛行中は翼の周りの空気の流れによって上下に揺れている．このように，動かしたときに「しなり」や「揺れ」が顕著にあらわれる構造物を，柔軟構造物と呼ぶ．最近，ロボットマニピュレータや宇宙機などの分野で，無視できない柔軟性を持つ機器が現れており，その制御について研究がされている．

柔軟構造物の制御の難しさは，その低剛性に起因する弾性振動が生じることにある．柔軟構造物の位置決めや姿勢を変える

などの制御をする場合，弾性振動を抑制しつつその動作を完了する必要がある．このような柔軟構造物の制御の研究は特に航空宇宙の分野などで盛んであるが，このような研究がされる背景として，宇宙構造物が打ち上げコスト軽減などの理由で非常に軽量化され，そのうえ大型化する傾向にあり，その剛性を高めることが困難であること，その一方でこれらの制御に対してこれまで以上の制御性能が求められていることなどがあげられる (Fig.1-1,1-2).

このような柔軟構造物の制御に対する要求に応えるために，これまで培われてきた現代制御の成果を活かそうと考えるのは当然であろう．柔軟構造系は非線形偏微分方程式で記述される分布系であるため，現代制御理論を適用するためには線形化だけなく集中化が不可欠である．柔軟構造物の解析に関して，モード解析や有限要素法などの手法が発達し，柔軟系の持つ弾性振動を適当なバネ系に置き換えることで，柔軟構造物のモデルを集中系として表現する手法が確立し，現代制御理論の応用に関する研究が盛んとなった．しかし，ここで制御系の設計に用いる数式モデルと実際の柔軟構造系の間の差が，実際の制御系に悪影響を及ぼすという問題が指摘され，この問題がここ１０数年間の大きな関心時であった．本論文はこのような柔軟構造物の

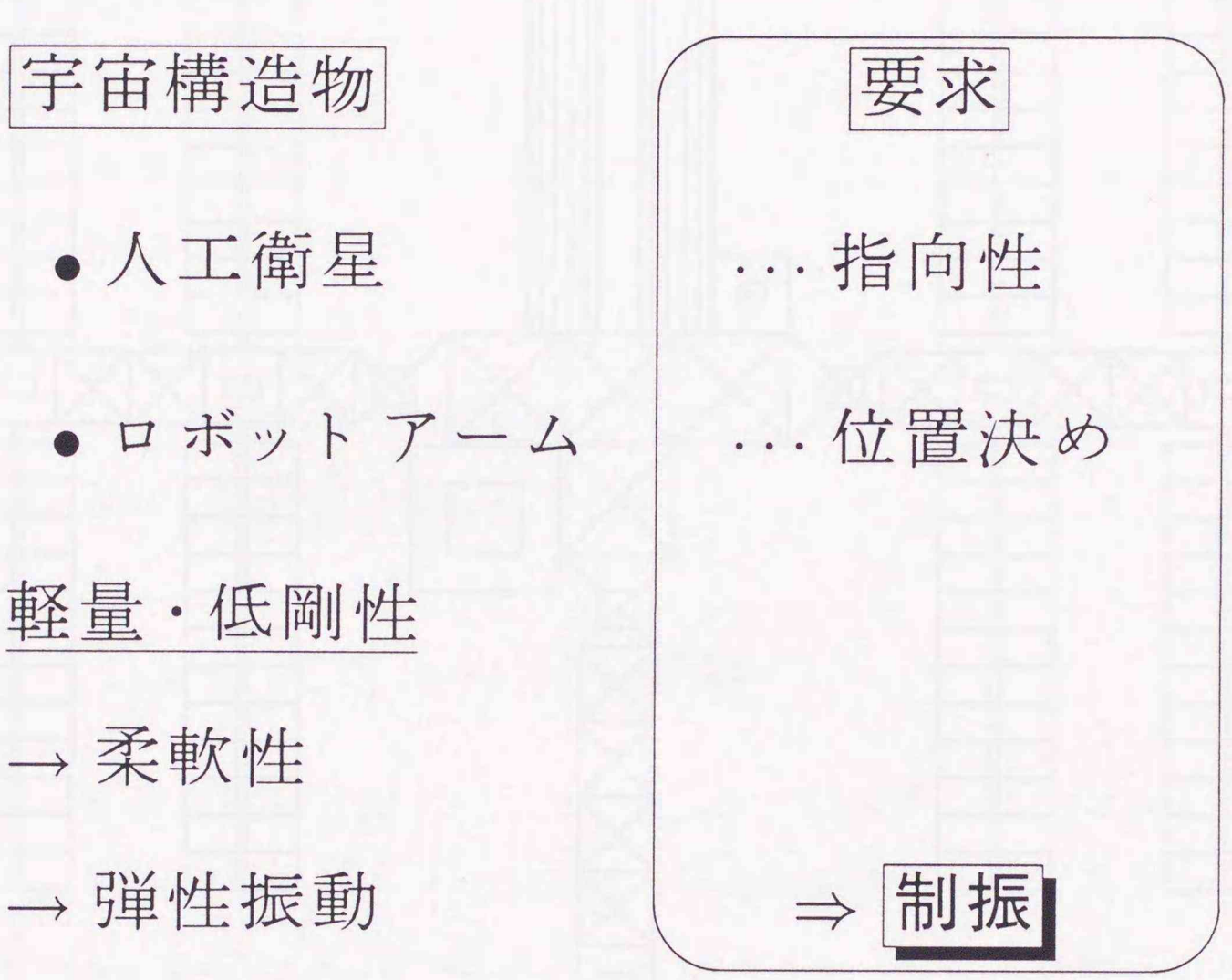


Fig. 1-1: The request to the control of flexible structures.

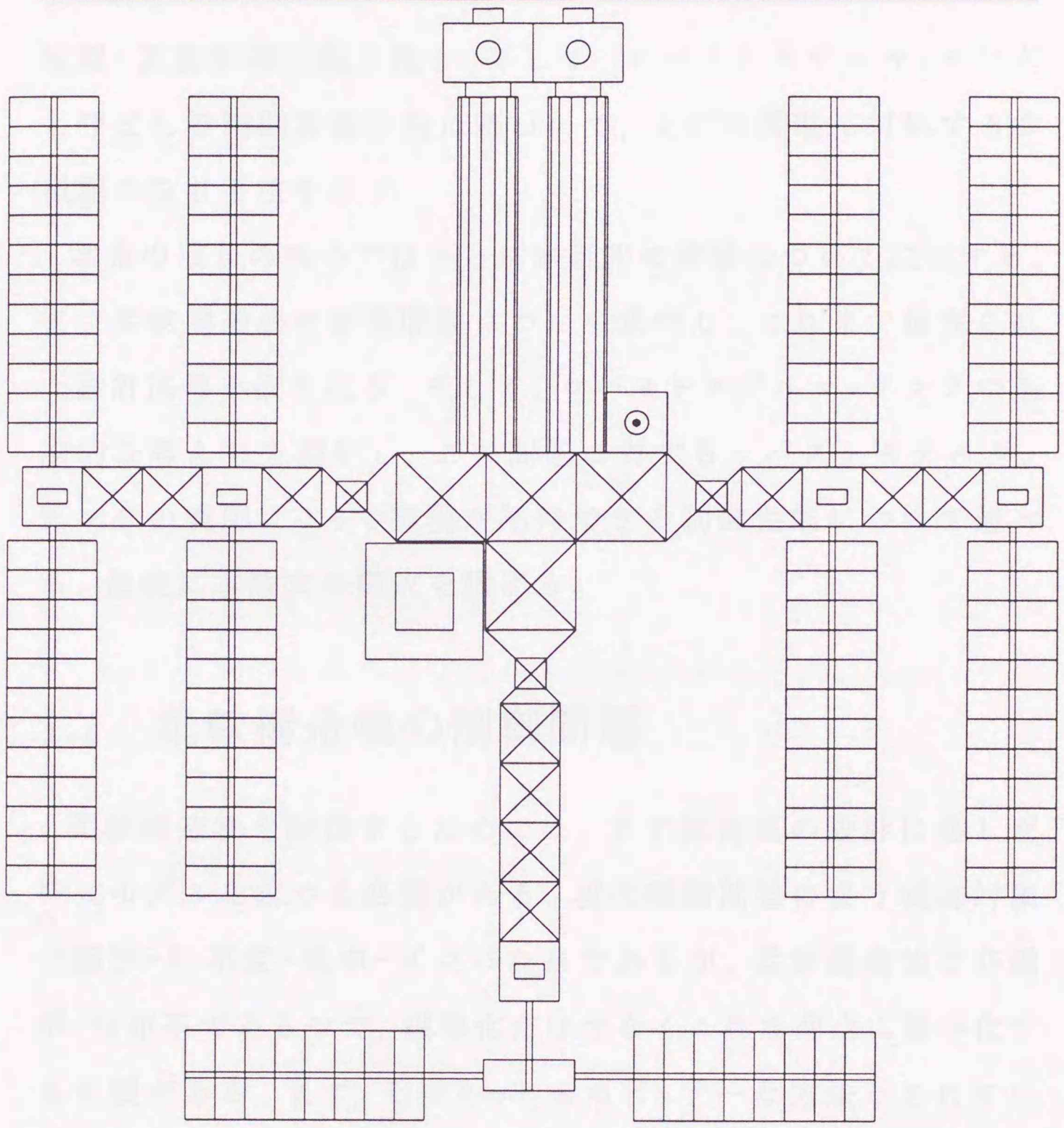


Fig. 1-2: The image of a space station.

位置・姿勢制御を取り扱う．そして，ロバストモデルマッチングと呼ばれる制御系設計論に基づいて，上記の問題に対処する2種類の設計手法を示す．

本章の残りの部分ではさらに本研究の背景について説明する．まず柔軟構造物の制御問題について説明し，これまで提案された設計法等を振り返る．そして，ロバストモデルマッチングの基本的な考え方を説明し，この問題に対するロバストモデルマッチングの適用によって実現が期待できる制御性能について述べる．最後に本論文の構成を掲げる．

1.1 柔軟構造物の制御問題

柔軟構造物を制御するためには，まず制御系の設計に適した数式モデルを求める必要がある．現代制御理論の扱う制御対象は線形・時不変・集中・プロパな系であるが，柔軟構造物は非線形・分布系であるので，線形化だけでなくこれを適当に集中化する必要がある．まず，そのもっともポピュラーな方法とされているモード解析の手順を大型宇宙構造物を例に取り簡単に説明する[1) 2)]．

1.1.1 制御系設計のための近似モデル

大型宇宙構造物の運動はそれ全体の，あるいはある基準点の並進・回転運動と，柔軟性に起因する弾性振動[注1]に大別できる．基準点の位置・姿勢角度は時間のみの関数となり，前者は集中定数系として常微分方程式によって，大型宇宙構造物のある点の弾性変位は場所と時間の関数となり，後者は分布定数系として偏微分方程式によって記述される．偏微分方程式を含むモデルは現代制御理論に基づく制御系設計に適さない．そこで場所と時間の関数である弾性変位を場所の関数と時間の関数に変数分離し，場所の関数を適当な関数系（直交・正規化されたもの）を用いて展開することによって（モード展開），偏微分方程式を常微分方程式に変換する．この変換によって分布定数系は無限次元の減衰項の小さい振動方程式で表される．現実には無限次元のままではこのモデルを取り扱うことができないので，実際の用途に即し，適当な次元でこのモデルを打ち切る低次元化を行う．このモデルは，柔軟構造物の解析を行うもう一つの重要な手法である有限要素法の結果と一致することが知られており，その

注1 剛性の低い物質に力を加えるとたわみを生じるが，この力を取り去ると，たわむことで蓄えられていた弾性復元力が働き振動が生じる．これを弾性振動と呼ぶ．

妥当性が認められている(Fig.1-3) [3].

以上のようにして得られた柔軟構造物の線形モデルを伝達関数表現すると次のようになる．ただし，入力として柔軟系に加えられるトルク，出力として変位をとっている．

$$\sum_{j=1}^{k} \frac{c_{rj} b_{rj}^T}{s^2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{c_{fi} b_{fi}^T}{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + {\omega_i}^2} \tag{1.1}$$

(1.1)式の第一項目の級数和は剛体モードと呼ばれ，柔軟構造物の並進･回転運動を表す．第二項目の級数和は振動モードと呼ばれ[4]，ω_i は各振動モードの振動周波数で，$0 < \omega_1 < \cdots < \omega_i < \omega_{i+1} < \cdots \omega_n$ の関係を満たす．ξ_i は振動モードの減衰定数で $10^{-3\sim-4}$ のオーダーという非常に小さな値をとる．b_{rj} と b_{fi} は入力から各モードにかかるゲイン，c_{rj} と c_{fi} は各モードから出力にかかるゲインである．

制御系の解析･シミュレーションを行う場合はこのモデルの振舞いが実際の柔軟構造物のものと合うように(1.1)式の n を決定できるが，このモデルを基に制御系を設計する場合は制御器の次数の制限から第 n 次モードまでモデルに含めることができず，適当な次数でさらに低次元化を行う必要がある．つまり，$0 \leq \hat{n} \ll n$ である整数 $\hat{n}$ をとり，(1.1)式の第 n 次モードのうち第 $\hat{n}$ 次モードまでを制御に用いるモデルとする．このとき，制御に用いるモ

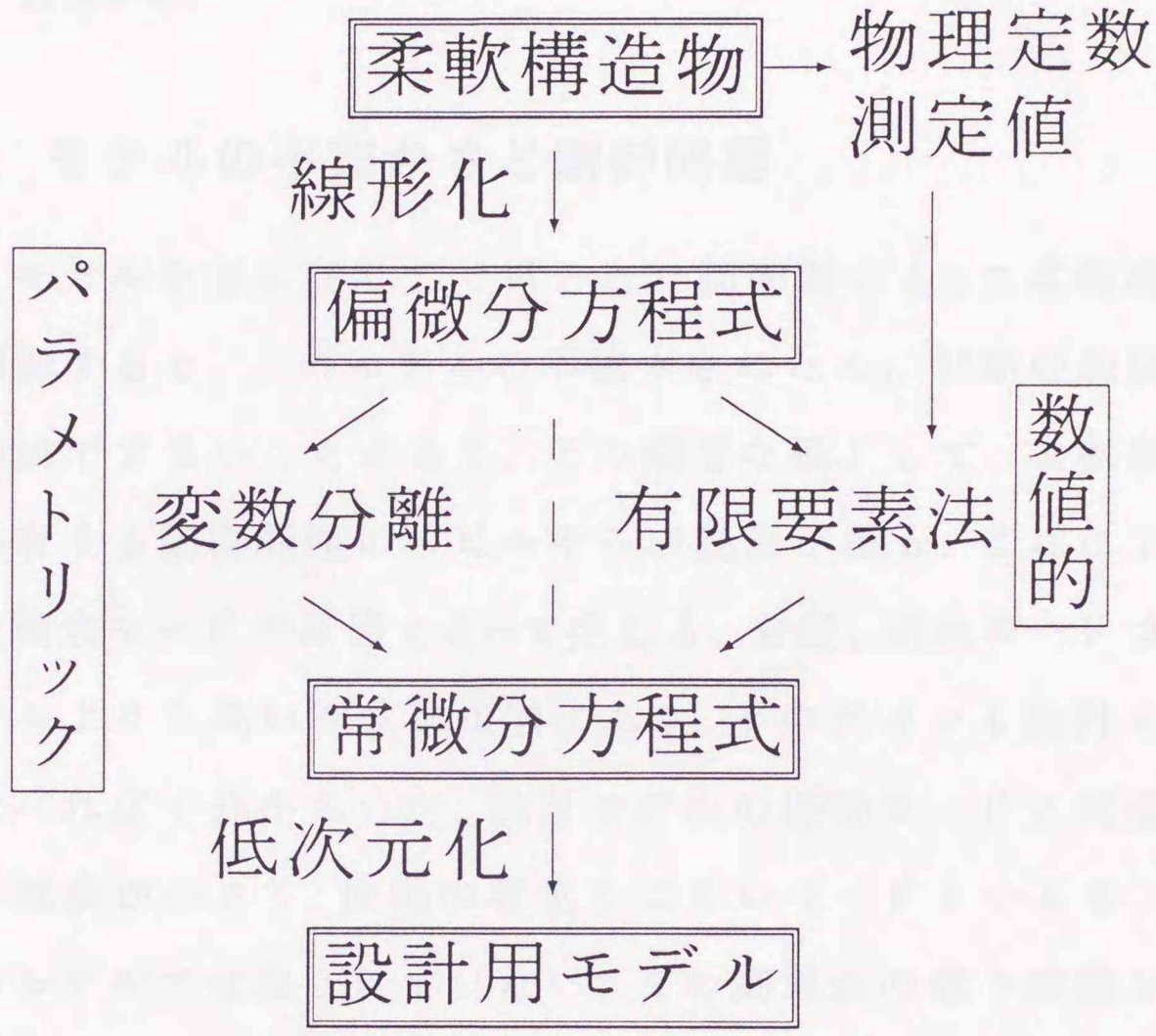


Fig. 1-3: Modeling procedures of the flexible structures.

デルを制御モデル，低次元化で切り捨てたモードを剰余モードと呼ぶ (Fig.1-4).

1.1.2 モデルの不確かさと制御問題

このモデルを基に設計して得られた制御器によって柔軟構造物を制御すると，このモデルの不確かさのために初期の制御性能を達成できないことがある．その顕著な例として，柔軟構造物が共有する制御問題にスピルオーバ現象がある．これは上で述べた剰余モードが原因となって生じる．普通，剰余モードは設計モデルよりも高い周波数領域にあり，そのゲインも設計モデルに比べれば十分小さいが，設計モデルの振動モードと同様に非常に減衰が小さく，振動の収まりにくいモードといえる．設計時のモデルでは表されていない，その高周波の微小振動が実際の制御系では現れ，これを制御器が増幅してしまい，制御系の性能を悪化，時には全系を不安定化してしまう[5,6].

これ以外のモデルの不確かさにはパラメータ誤差がある．これは，例えば(1.1)式でいうと，ω, η, b, cのパラメータに含まれる不確かさをいう．これは柔軟構造物に特有のものではないが，設計モデルの振動モードは非常に減衰が低いので，やはり設計時に注意が必要である．パラメータ誤差が影響する周波数領域

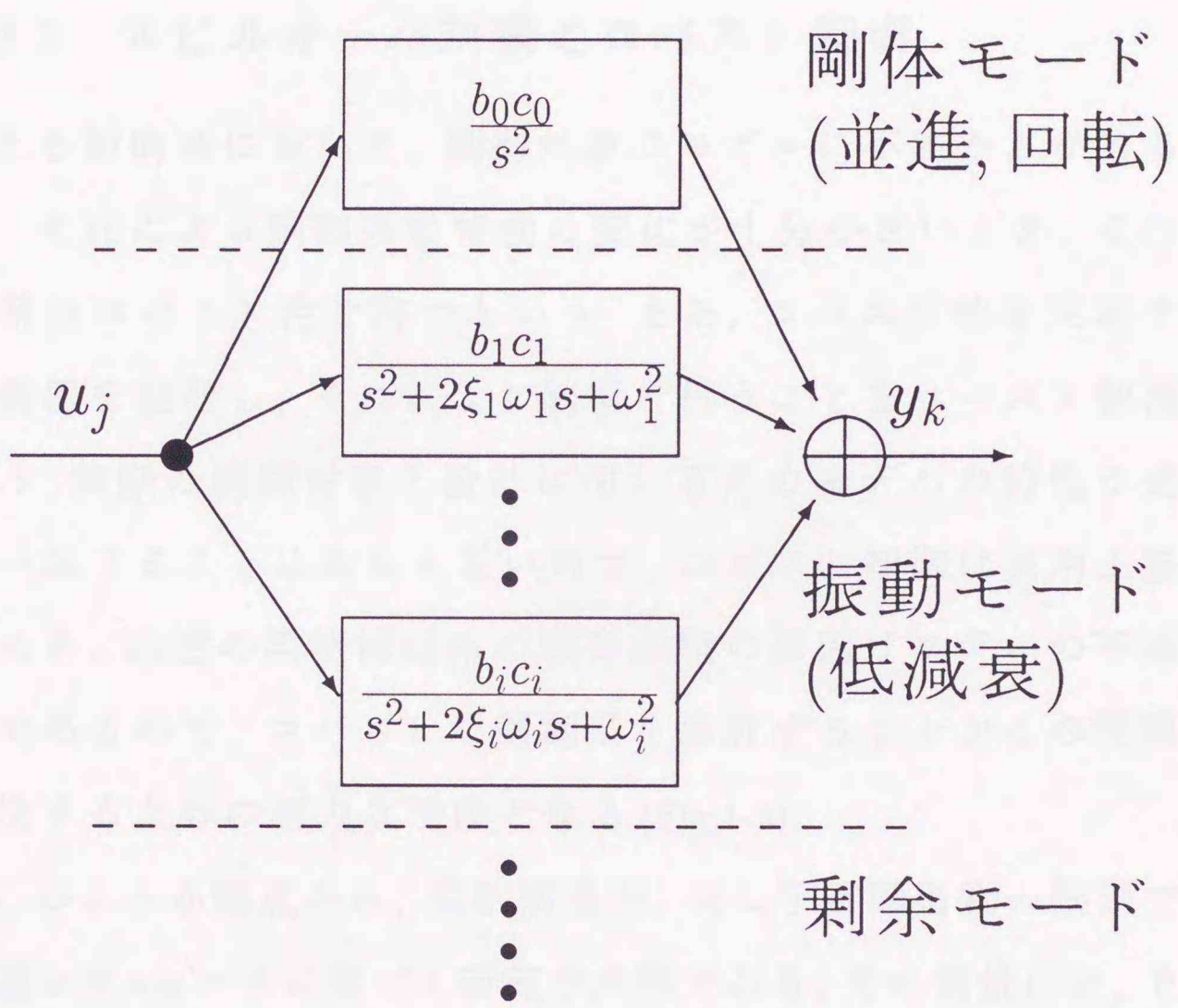


Fig. 1-4: The transfer function of the linear model.

は設計モデルの振動モード付近にあり，剰余モードに比べ低い周波数領域にある．

1.1.3 スピルオーバ対策とロバスト制御

ある制御系において，制御対象のモデルに不確かさがあるとき，それによる制御系の特性の変化が十分小さいとき，その制御系はロバスト性を持つという．また，ロバスト性を実現する制御器を設計し，それにより制御を行うことをロバスト制御という．実際の制御対象と設計に用いるそのモデルの特性が完全に一致することはありえないので，ロバスト制御は実用上重要である．前述の柔軟構造系の制御問題の原因はモデルの不確かさであるので，ロバストな制御系を設計することがこの問題を解決するための有力な手段となる (Fig.1-5).

このような観点から，柔軟構造物，特に宇宙構造物の制御では最適レギュレータに基づく研究が大勢である．その背景には，そのロバスト性の他に，最適レギュレータ理論が容易に多入力多出力系の制御を扱えること，これまで広く研究されておりその蓄積が大きいことがある．しかし，最適レギュレータ，あるいは全状態が測れない場合にカルマンフィルタの状態推定機能を利用するLQG (Linear Quadratic Gausian) におけるロバスト性は柔軟構造物の制御

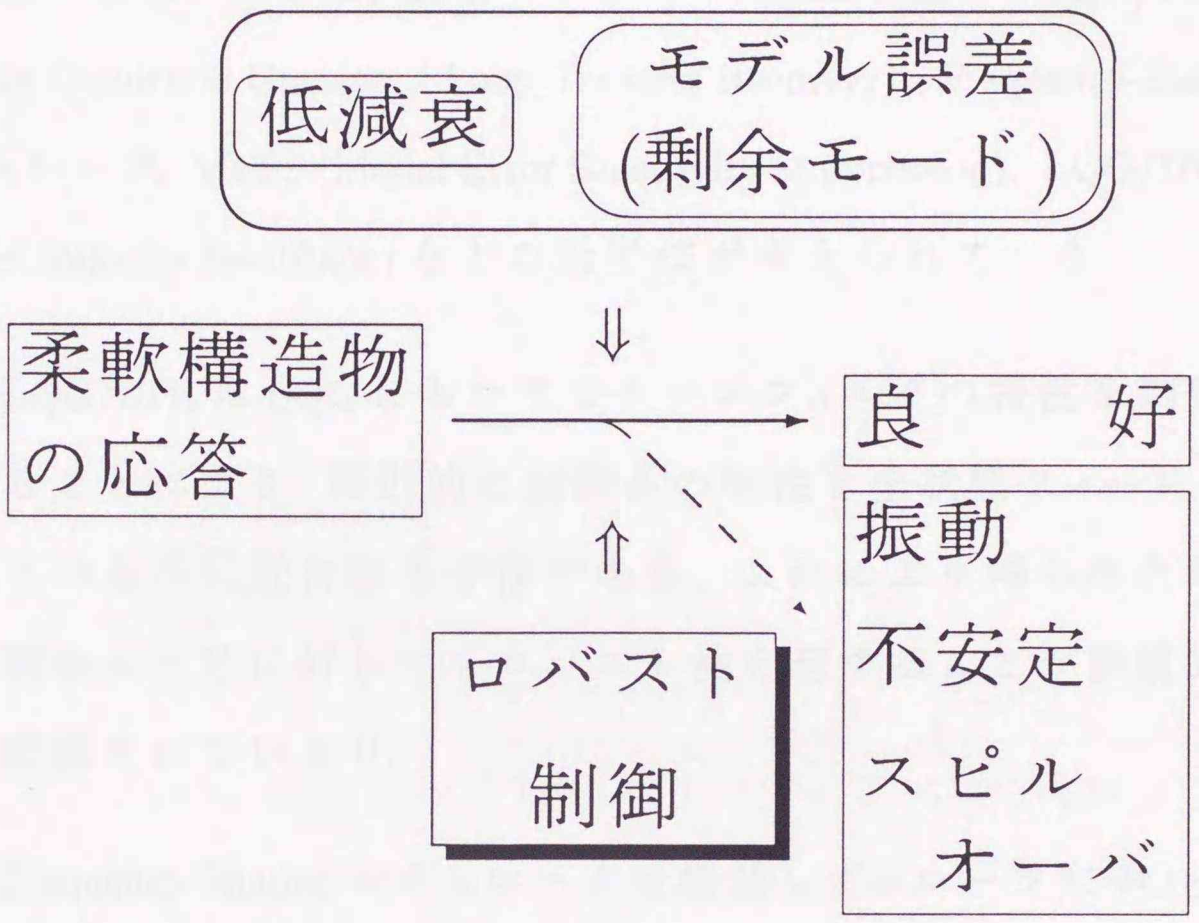


Fig. 1-5: The role of robust control of the flexible structures.

では十分ではなく，先ほど述べたスピルオーバ現象の発生が大きな問題となる．そこで，最適レギュレータ理論を基に，LQG/LTR [7] (Linear Quadratic Gausian / Loop Transfer Recovery)，Frequency-Shaped レギュレータ，MESS (Modal Error Sensitivity Suppression)，LQG/DVFB (Direct Velocity FeedBack) などの設計法が考えられている．

- LQG/LTR は LQG においてカルマンフィルタの特性を調整することにより，漸近的に制御系の特性を全状態フィードバックのものに近付ける手法である．これにより得られた系は剰余モードに対してもロバスト性を有することが数値的に確認されている [1]．

- Frequency-Shaped レギュレータは最適レギュレータにおいて，その評価関数の重みに周波数依存性を持たせたものである．これは，柔軟構造物のモデルの不確かさの周波数領域における特徴に着目し，制御系の周波数特性を周波数依存の重みによって調整することを目的としている [8]．

- MESS は剰余モードの中でモデル化できる部分の状態量を LQG の評価関数に含めることで，そのモードに関連したスピルオーバを抑制するというものである．この評価関数の変更は操作量の重み行列の非対角要素の重み増加を行うこ

とに等しい．[1,2,9]

- LQG/DVFB は，まず柔軟構造系の減衰を増加する DVFB 制御 (センサからの速度情報を直接ネガティブフィードバックする制御) を施し[10]，柔軟構造物の安定性を増しておいてから，このシステムを新たな制御対象とみなし LQG によって制御系を構成するものである．このような安定性を増加する制御と制御性能の向上を図る制御により，2 階層の制御系を構成する姿勢制御系を Low Authority Control & High Authority Control (LAC/HAC) と呼ぶ[1,11]．

また，ロバスト制御におけるアプローチとして H_∞ 制御を用いる方法もある[12]．H_∞ 制御は近年飛躍的に発展した制御理論で，制御系の伝達関数行列の H_∞ ノルムを評価関数として，この値を最小（または，ある値以下）にする（準）最適制御器を求めるものである．H_∞ ノルムにより記述されたロバスト安定条件を利用することでロバスト安定性の高い制御系が設計可能である．また，柔軟構造物のモデルの不確かさは周波数領域で特徴的であり，H_∞ 制御によって周波数領域の設計を行うことにより，有効な制御系の設計が可能である．H_∞ 制御によるアプローチは，H_∞ 制御をそのまま適用する方法のほか，上記の DVFB 制御と併用

しLAC/HACのHACとして用いることが考えられている[13].

1.2 ロバストモデルマッチングについて

この節ではロバストモデルマッチングの概念，標準的な設計法等について説明する[14-18].

フィードバック制御系において，制御対象がノミナルな場合と制御対象が変動した場合の間の操作量，状態量，観測量の偏差は，ノミナルな制御対象を用いた制御系において制御対象の適当な位置に等価的に仮想的な外乱(等価外乱と呼ぶ)が加えられて生じたものと考えることができる．ロバストモデルマッチングの原理は，この等価外乱を打ち消すような信号を発生するロバスト補償器を既存の制御系に付加することによって，目標値応答特性を変えずにロバスト性を向上させることである．

1.2.1 等価外乱と基底等価外乱

ロバストモデルマッチングの構成について述べる前に等価外乱についてまとめておこう．制御対象を状態方程式表現すると等価外乱とは次式の $d_1 \in \boldsymbol{R}^n, d_2 \in \boldsymbol{R}^{m+s}$ で表される外乱入力である．

$$\dot{x} \quad = Ax + Bu + d_1$$

$$y^* = C^*x + D^*u + d_2 \tag{1.2}$$

ここで，$x \in \boldsymbol{R}^n$ は状態変数，$u \in \boldsymbol{R}^m$ は操作量，$y^* \in \boldsymbol{R}^{m+s}$ は制御量 $y \in \boldsymbol{R}^m$ とそれ以外の観測量 $\bar{y} \in \boldsymbol{R}^s$ からなる合成ベクトルである．制御対象を P という文字で表記し，(1.2) 式を伝達関数表現すると次のようになる．

$$y^* = P_{uy^*}\, u + P_{d_1 y^*}\, d_1 + d_2. \tag{1.3}$$

等価外乱を $d = [d_1^T, d_2^T]^T \in \boldsymbol{R}^{n+m+s}$ のようにまとめて，

$$y^* = P_{uy^*}\, u + P_{dy^*}\, d\,. \tag{1.4}$$

(1.4) 式の第 1 項はノミナルな場合の観測量を，第 2 項目はノミナルな場合の観測量と実際の観測量のずれを表す．このずれを $g^* \in \boldsymbol{R}^{m+s}$ とすると，次式のように表わせる．

$$g^* \equiv y^* - P_{uy^*}\, u = P_{dy^*}\, d \tag{1.5}$$

この場合，g^* の次元は y^* と同じく $m+s$ であるが，d の次元はこれより大きく $n+m+s$ である．全ての g^* を表すためには $m+s$ 次元の等価外乱で十分であるので，d のかわりに新たな等価外乱 $\bar{d} \in \boldsymbol{R}^{m+s}$ を定義する．$\bar{d}$ から y^* までの伝達関数行列 $P_{\bar{d}y^*}$ は次のように決める．まず，P_{uy^*} と P_{dy^*} は次のように多項式行列によっ

て左分解できる[19].

$$[P_{uy^*}, P_{dy^*}] = D_P^{-1} [N_{uy^*}, N_{dy^*}] \tag{1.6}$$

ここで，$N_{uy^*} \in \boldsymbol{F}^{(m+s)\times m}$，$N_{dy^*} \in \boldsymbol{F}^{(m+s)\times(n+m+s)}$，$D_P \in \boldsymbol{F}^{(m+s)\times(m+s)}$.

D_P は行プロパで

$$\det(D_P) = \det(sI - A) \tag{1.7}$$

を満たす．これより，$P_{\bar{d}y^*}$ を

$$P_{\bar{d}y^*} = D_P^{-1} \tag{1.8}$$

のように定義する．$P_{\bar{d}y^*}$ の列ベクトルは P_{dy^*} の列ベクトルの基底をなすことから，特に $\bar{d}$ を基底等価外乱と呼ぶ．また，(1.6)，(1.8) 式から次の関係が得られる．

$$\bar{d} = N_{dy^*} d \tag{1.9}$$

$P_{\bar{d}y^*}$ の実現は次の状態方程式で表される．

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + B_d \bar{d}_1 \\ y^* &= C^* x + D^* u + D_d^* \bar{d}_2 \end{aligned} \tag{1.10}$$

これをラプラス変換してまとめると，

$$y^* = P_{dy^*} \begin{bmatrix} B \\ D^* \end{bmatrix} u + P_{dy^*} \begin{bmatrix} B_d \\ D_d^* \end{bmatrix} \bar{d} \tag{1.11}$$

ただし，
$$P_{dy^*} = \left[C^*(sI - A)^{-1}, I \right]. \tag{1.12}$$

(1.2) 式も同様に変形し，

$$y^* = P_{dy^*} \begin{bmatrix} B \\ D^* \end{bmatrix} u + P_{dy^*} d \tag{1.13}$$

(1.11) 式と (1.13) 式の辺々を引くと，d と $\bar{d}$ のもう一つの関係式

$$P_{dy^*}(d - \begin{bmatrix} B_d \\ D_{d^*} \end{bmatrix} \bar{d}) = 0 \tag{1.14}$$

が得られる．(1.14) 式の $d - \left[B_d^T, D_{d^*}^T\right]^T \bar{d}$ は $P_{dy^*}^T$ の各列ベクトルのはる部分空間と直交するベクトルである．

1.2.2 制御系の構成

ロバストモデルマッチングによる制御系の構成図を Fig.1-6 に示す．各システムの伝達関数表現は制御対象を P，既存の制御器を C，*RobustCompensator* と記したロバスト補償器を含まない既存の制御系全系を W，ロバスト補償器を含む制御系全系を ${}_RW$ と表す．各信号の意味は，$r \in \boldsymbol{R}^m$ は目標値入力，$u \in \boldsymbol{R}^m$ は操作量，$y \in \boldsymbol{R}^m$ は制御量，$\bar{y} \in \boldsymbol{R}^s$ は制御量以外の観測量，$v \in \boldsymbol{R}^m, \bar{v} \in \boldsymbol{R}^s$ はそれぞれ $y, \bar{y}$ に加わる仮想的な入力信号，$w \in \boldsymbol{R}^m, \bar{w} \in \boldsymbol{R}^s$ は既存の制御器へのフィードバック入力，$z \in \boldsymbol{R}^m$ は既存の制御器の出力信号，$vl \in \boldsymbol{R}^m$ は z に加わる仮想的な入力信号，$h \in \boldsymbol{R}^m$ はロ

バスト補償器の出力信号である．hの既存の制御器への入力点は，C_{hz}が逆行列を持ち，C_{hz}^{-1}が行プロパな多項式行列で，その行列式がCの特性式となるように選ぶ．また，yと$\bar{y}$，wと$\bar{w}$，vと$\bar{v}$を合成したベクトルをそれぞれy^*，w^*，v^*のように表す．例えば，$y^* = [y^T, \bar{y}^T]^T$である．

1.2.3 ロバスト補償器の構成

制御系の応答特性をロバストにするために，Fig.1-6のロバスト補償器には，基底等価外乱を推定し，基底等価外乱より生成する等価外乱から制御系を低感度化する機能を持たせる．この機能を実現する主要な2つの設計法を次にあげる．一つはZeroing法と呼ばれ，制御対象が最小位相系[注2]であるときに適用できる手法である．この方法によれば制御系の感度を望みの周波数帯で任意に低くでき，実システムへの応用例も報告されている[20-22]．

もう一つは最適化による手法で，これは非最小位相系にも適用でき，制御系の伝達関数行列$W_{\bar{d}y}$のなんらかのノルムを最小化，あるいは十分小さくするようにロバスト補償器を設計する

[注2]制御対象の零点がs平面の右半面に存在しないことをいう．

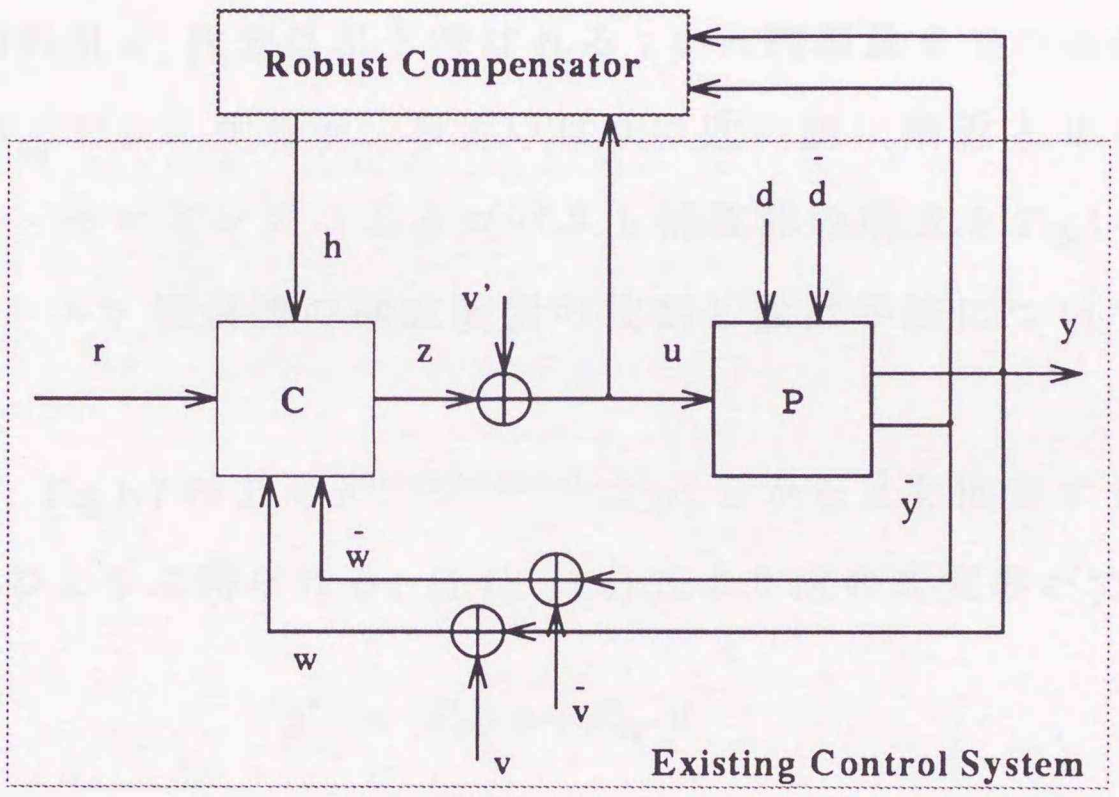


Fig. 1-6: Control system via Robust Model Matching.

ものである[23,24]. それらの標準的なロバスト補償器の設計手法について述べる.

・Zeroing法 - 最小位相系の場合

この手法のコンセプトは制御対象の不確かさや変動を代表する等価外乱 $\hat{d}$ (代表外乱と呼ばれる) から制御量までの伝達関数行列 $W_{\hat{d}y}$ を0にするか, あるいは0に近い値に漸近させることである. ゼロイングによるロバスト補償器の構成をFig.1-7に示す. ロバスト補償器の構成要素の役割と設計手法について説明しよう.

まず, Fig.1-7の $\Gamma \in \boldsymbol{F}^{(m+s)\times(2m+s)}$ は y^*, u から $\bar{d}$ を推定する要素で, 次のように得られる. (1.4), (1.6)式より次の式変形ができる.

$$\begin{aligned} y^* &= P_{uy^*}\, u + P_{dy^*}\, d \\ &= D_P^{-1}\,(\, N_{uy^*}\, u + N_{dy^*}\, d) \end{aligned}$$

(1.9)式より d を $\bar{d}$ に置き換えて,

$$y^* = D_P^{-1}\,(\, N_{uy^*}\, u + \bar{d}) \tag{1.15}$$

$\bar{d}$ についてまとめると

$$\bar{d} = D_P\, y^* - N_{uy^*}\, u \tag{1.16}$$

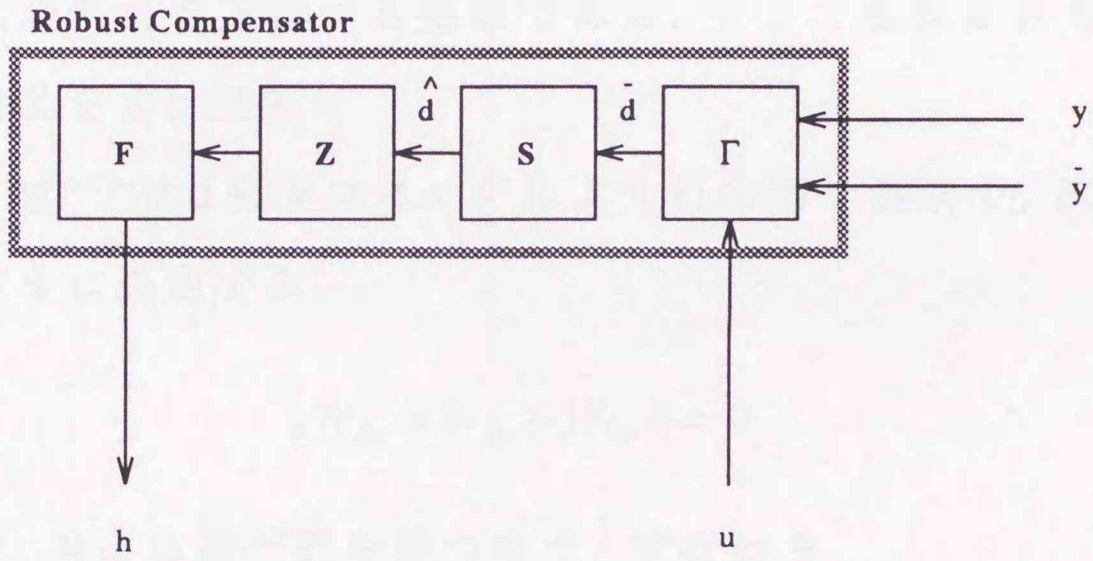


Fig. 1-7: Robust Compensator via Zeroing method.

のように表される．この式は，y^* と u より $\bar{d}$ を推定できることを示すので，結局 Γ は

$$\Gamma = \left[\begin{array}{cc} D_P, & -N_{uy^*} \end{array} \right] \tag{1.17}$$

のように構成される．

$S \in \boldsymbol{R}^{p\times(m+s)}$ は推定された基底等価外乱から，打ち消したい p 個の代表外乱を選択する要素である．ここで生成された p 次の代表外乱を $\hat{d}$ と表す．

$Z \in \boldsymbol{M}^{m\times p}$ は $\hat{d}$ をゼロイングにより打ち消す要素で，次式を満たすように決定する．

$$_RW_{\hat{d}y} = W_{\hat{d}y} + W_{hy}Z = 0 \tag{1.18}$$

ここで，W_{hy} は逆行列を持つので，すなわち

$$Z = -W_{hy}^{-1}W_{\hat{d}y} \tag{1.19}$$

である．Z の極は W_{hy} と $W_{\hat{d}y}$ の極が互いに相殺し，W_{hy} の零点，すなわち P_{uy} の零点のみとなる．したがって，最小位相系の仮定から Z は安定な要素である．

$F \in \boldsymbol{M}^{m\times m}$ はロバストフィルタと呼ばれ，安定かつロバスト補償器を含めた制御器全体がプロパであるように定める．F のバ

ンド幅によってロバスト補償器の効果のある周波数帯を指定できる.

ロバスト補償器を付加した後の全系の安定性であるが, Γ は基底等価外乱 $\bar{d}$ を推定するオブザーバの機能を持ち, ロバスト補償器全体が操作量から不可制御になるため, ロバスト補償器の極が制御系全系の極に付け加わるかたちになる. したがって, ロバスト補償器を安定に設計しさえすれば, 制御系の安定性が保証される. この場合, ロバスト補償器の各要素は, Γ, S がダイナミクスを持たず, Z, F が安定であるので, ロバスト補償器は全体で安定となり, ロバスト補償器付加後の制御系はかならず安定になる.

・最適化法 - 非最小位相系への対応

ゼロイング法は ${}_RW_{\dot{d}y}$ を望むだけ 0 に漸近できるという優れた特徴を持つが, これは最小位相の制御対象にしか適用できない. なぜならば, P_{uy} が右半平面に零点を持つ場合, (1.18) 式の W_{hy} が不安定零点を持ち, Z が不安定になって, 制御系の安定性が崩れるためである. そのため, 非最小位相系に対してロバストモデルマッチングを適用するためには, 新たなロバスト補償器の設計法が必要である. その一つが, ここで説明する最適化法で

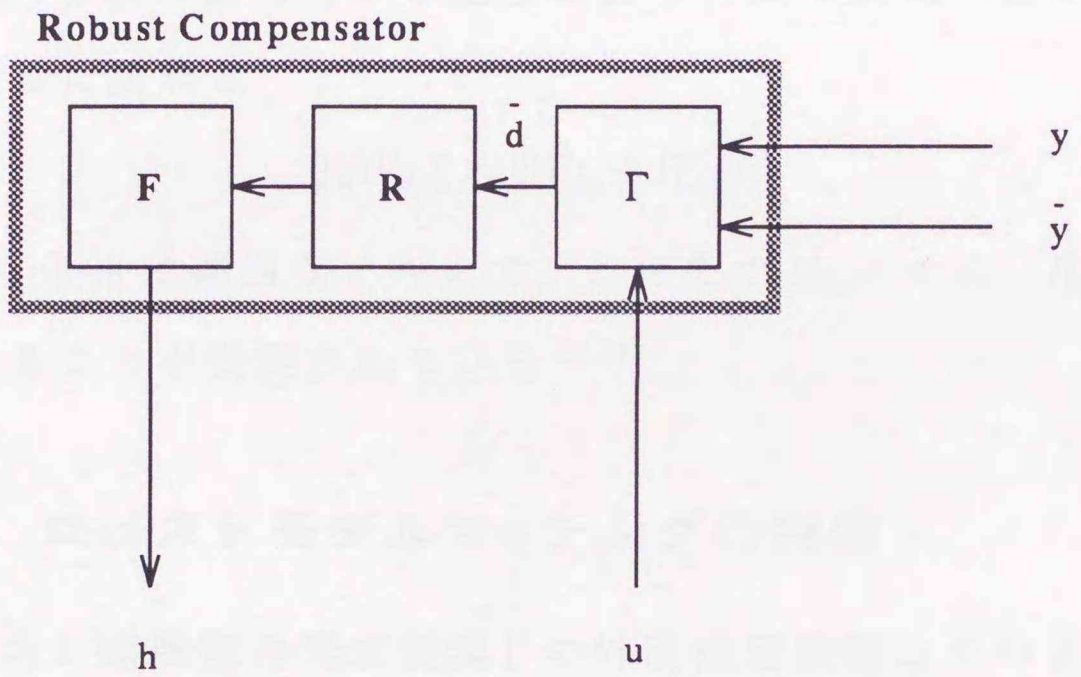


Fig. 1-8: Robust Compensator via Optimization.

ある．以下にその説明を述べる．

Fig.1-8は最適化法によるロバスト補償器の構成図である．図中のΓとFはFig.1-7と同じように構成する．残ったRは制御器全体のプロパ性が保証されるような相対次数を持ち，全系の安定性のためにその極が左半平面にあるように適当にパラメトライズし，等価外乱に対する感度改善のために次式の値が最小になるように決める．

$$\|{}_R W_{\bar{d}y}\| = \|W_{\bar{d}y} + W_{hy} R\| \tag{1.20}$$

ここで，$\|\cdot\|$は適当なノルムで，これまでH_∞ノルム，H_2ノルムを用いることが提案されている[23,24]．

1.2.4 ロバストモデルマッチングの特徴

ロバスト補償器の構成要素Γの外乱推定機能は次のようなロバストモデルマッチングの特徴を生んでいる．すなわち，Γのオブザーバの機構はロバスト補償器全体を操作量から不可制御とし，ロバスト補償器がロバストモデルマッチング以前の制御系の目標値応答を変化しない結果となる．このことは，制御対象が設計に用いたノミナルなモデルの場合には(1.16)式で推定される$\bar{d}$が0となり，これに従いロバスト補償器の出力も0となることからも定性的に理解できる．

つまり，ロバスト補償器付加前の制御系で設計者が望みの目標値応答を，モデルマッチングなどの手法で実現しておけば，ロバスト補償器の付加によってロバスト性が向上し，しかし，目標値応答は変化しないという系が得られる．「ロバストモデルマッチング」の名前は，正にこのような特徴を端的に表している．

1.2.5 柔軟構造系への応用

冒頭に述べたように柔軟構造系の制御系の設計ではロバスト制御が重要である．位置・姿勢制御を行うとなるとさらに，目標値追従性も要求される．ロバストモデルマッチングでは望みの目標値応答をロバストにできるため，このような要求の達成が容易である．これが，本研究の動機の一つである．

しかし，これまでのロバストモデルマッチングでは制御系の応答特性のロバスト性のみに着目し，ロバストな安定性を十分に考慮する設計法が提案されていなかった．ロバスト補償器は既存の系にフィードバック制御器として付加されるため，制御対象の変動に対する感度特性だけではなく安定性をも変えてしまう．特に，柔軟構造系の制御ではその弾性振動を抑制し，不安定現象を発生させないことが重要であるため，ロバストモデルマッチングの適用の際にはロバスト安定性に十分な考慮が必要

である.

本論文の残りの部分では，ロバストな安定性を実現するロバスト補償器の設計法の提案を行い，シミュレーションまたは実験を行った結果を示している．以下の構成を次に述べる．

第2章では非最小位相系も扱える一般的な手法の提案を行う．これは，ロバスト補償器の最適化法をベースとし，(1.20)式の代わりに，ロバスト安定性に基づく指標に従い未定パラメータを決定する手法である．シミュレーションでは柔軟人工衛星のモデルに本手法を適用した例を示した．

第3章では既存のcollocated feedback制御系に対し，その特徴を生かしながらロバストモデルマッチングを適用する方法を示す．Collocated feedback制御系は最小位相系であるので，ロバスト補償器の設計にはゼロイング法が使えるが，このときある条件を満足させることで，collocated feedback制御系において柔軟構造物の減衰率を増加させる機能を，ロバストモデルマッチング後の制御系において保持することができる．この機能の働きを確かめるために，片持ち梁を回転させる実験を行った．

第4章は本論文のまとめである．

第2章

非最小位相系の柔軟構造物への適用

一般的な柔軟構造物では，モデル(1.1)式が複素平面上の右半平面に零点を持つことが多い．この場合，ロバストモデルマッチングの設計では，非最小位相系に適用可能なロバスト補償器の設計法である最適化法を用いる．ところが，この手法におけるロバスト安定性の議論はこれまでされていなかった．ここでは，ロバスト補償器の設計パラメータを制御系の安定性に考慮して決定するために，次のような考えから，モード情報を活用する手法を提案する．

先に述べたようにロバストモデルマッチングでは，設計時に制御系全系の極配置がわかっている．極はモードを表すことから，このことは設計時に制御系のモード情報が既知であることを意味する．また，柔軟構造物のモデル誤差は振動モードで構成されており，これについても設計時にはある程度の知識が得られているものと考える．ロバスト補償器の設計時に，制御系のモード情報とモデル誤差のモード情報の両方が既知であるので，このモード情報を設計に活かすことで，不足しがちなモデル誤差に対する安定性に配慮した設計が可能であると考える．そこでここでは，ロバスト補償器の最適化法に，安定性を指標とし，モード情報の活用が可能な新しい評価関数を導入する．

また，第1章であげたモデル(1.1)式はアクチュエータから変位までの伝達関数行列であったが，実際には速度まで測れるとする場合が多い．また，柔軟構造物の線形制御モデルには(1.2)式で定義された等価外乱では表現されない低次元化誤差が存在し，ロバストモデルマッチングを適用するためには，これを表現できるように等価外乱を拡張することも必要である．

第2.1節ではまず，ここで用いる制御対象のモデルを設定し，低次元化誤差に対する等価外乱の定義について述べた後，制御対象の不確かさに対する制御系の安定性についての考察を行い，

これに基づき新しい評価関数を導入し，最後にロバスト補償器を制御系のモードに着目して設計する手順をまとめる．第2.2節ではこの手法を柔軟人工衛星のモデルに適用し，シミュレーションを行う．

2.1 ロバストモデルマッチングの拡張

2.1.1 制御対象の設定

柔軟構造物に加えられるトルクを操作量，変位を制御量とし，制御量以外の変位や速度も測れるとき，(1.1)式を基に次のように制御対象を表わす．

$$P_{uy^*} = \chi\left(\sum_{j=1}^{k}\frac{c_{rj}b_{rj}^T}{s^2} + \sum_{i=1}^{n}\frac{c_{fi}b_{fi}^T}{s^2+2\xi_i\omega_i s+{\omega_i}^2}\right) \tag{2.1}$$

ここで，u，y^* は(1.2)式，ω_i，ξ_i，b，c は(1.1)式と同様である．ただし，b，c は適当な次元のベクトルである．$\chi \in \boldsymbol{F}^{(m+s)\times(m+s)}$ は対角行列で，y^* のある要素が変位を表すとき，これに対応する χ の対角要素は1，速度を表すときは s である．

2.1.2 等価外乱の拡張

まず, 制御対象のモデルにおいて, 制御モデルを P^C, 剰余モードを P^R と表すと (2.1) 式は次のようになる.

$$P_{uy^*} = P^C_{uy^*} + P^R_{uy^*} \tag{2.2}$$

そして, (1.3) 式に (2.2) 式を代入すると,

$$y^* = P^C_{uy^*}\, u + P^R_{uy^*}\, u + P_{d_1 y^*}\, d_1 + d_2. \tag{2.3}$$

ここで, $P^R_{uy^*}\, u$ を d_2 と同様に観測量のずれを表す外乱信号と解釈し,

$$d_2^+ = d_2 + P^R_{uy^*}\, u \tag{2.4}$$

のようにまとめて表すことができる. これに準じて等価外乱 d を次式のように定義し直すと,

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2^+ \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

(2.3) 式を (1.4) 式の形に書くことができる. したがって, (1.4) 式以降の議論が不都合なく展開され, ロバストモデルマッチングの設計手順にはなんら変更の必要はなく, (2.4), (2.5) 式により低次元化誤差を含む制御対象に対して等価外乱を自然な形で拡張ができる.

2.1.3 加法的変動に対する安定性の考察

(2.1)式のモデルは各モードの和となっているため，このモデルの不確かさを加法的変動として表現することは妥当な考えであろう．ここではこの加法的変動に対するロバスト安定性について考察する．この考察により得られる知見は後に提案する手法の主要なコンセプトを与えている．

Fig.1-6 のロバスト補償器を含まない既存の制御系を Fig.2-1 のように描き直すと，Fig.2-1 の制御系で次の関係式が成り立つ[25]．

$$\det(I_m - C_{w^*z}\,\tilde{P}_{uy^*}) \;=\; \det(I_m - C_{w^*z}\,P_{uy^*})$$
$$\det(I_m - W_{v^*u}\,\Delta P_{uy^*}) \qquad (2.6)$$

I は添字の大きさの単位行列，$\tilde{P}_{uy^*}$ は変動後の制御対象，$\Delta P_{uy^*} = \tilde{P}_{uy^*} - P_{uy^*}$ は制御対象の加法的変動を表す．また，制御対象の変動にかかわらず，制御系が $well-posed$ の条件を満たしていると仮定する．

$P, \tilde{P}, C, W, \tilde{W}$ の各システムの特性多項式をそれぞれ D_P, $\tilde{D}_P$, D_C, D, $\tilde{D}$ とし，$\gamma, \tilde{\gamma}$ を適当な実数とすると，制御系の開ループ特性伝達関数行列の行列式において，

$$\det(I_m - C_{w^*z}\,P_{uy^*}) = \gamma\,\frac{D}{D_P\,D_C} \qquad (2.7)$$

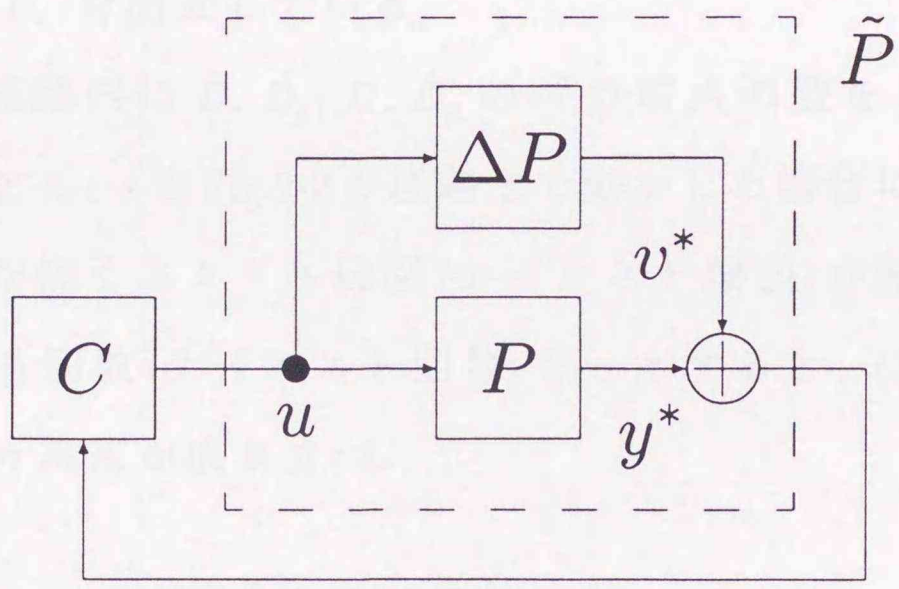


Fig. 2-1: The control system with an additive perturbation.

$$\det(I_m - C_{w^*z}\,\tilde{P}_{uy^*}) = \tilde{\gamma}\,\frac{\tilde{D}}{\tilde{D}_P\,D_C} \tag{2.8}$$

の関係が成立することから[26]，(2.6)式は

$$\det(I_m - W_{v^*u}\,\Delta P_{uy^*}) = \frac{\tilde{\gamma}\,\tilde{D}\,D_P}{\gamma\,D\,\tilde{D}_P} \tag{2.9}$$

となる．ここで，(2.9)式の左辺の分母にはD_Cが含まれないので，右辺でD_Cを消去している．

Fig.2-2の経路内に$\tilde{D}$, D_p, D, $\tilde{D}_p$の持つ零点の数をそれぞれ，$i_{\tilde{D}}, i_P, i_D, i_{\tilde{P}}$とし，$s$をFig.2-2の経路上で動かした場合に，$\det(I_m - W_{v^*u}\,\Delta P_{uy^*})$が描くベクトル線図(ナイキスト線図)が原点を反時計方向に回る回数(ナイキスト回数)をαとすると，(2.9)式と偏角の原理から次式が成り立つ．

$$\alpha = -i_{\tilde{D}} - i_P + i_D + i_{\tilde{P}} \tag{2.10}$$

さらに，Dは安定多項式なのでi_Dは零，制御対象が変動した後の制御系の安定であることと$i_{\tilde{D}}$が零であることが等価であることから，制御対象の加法的変動に対して制御系が安定であるための必要十分条件は，

$$\alpha = -i_P + i_{\tilde{P}} \tag{2.11}$$

である．

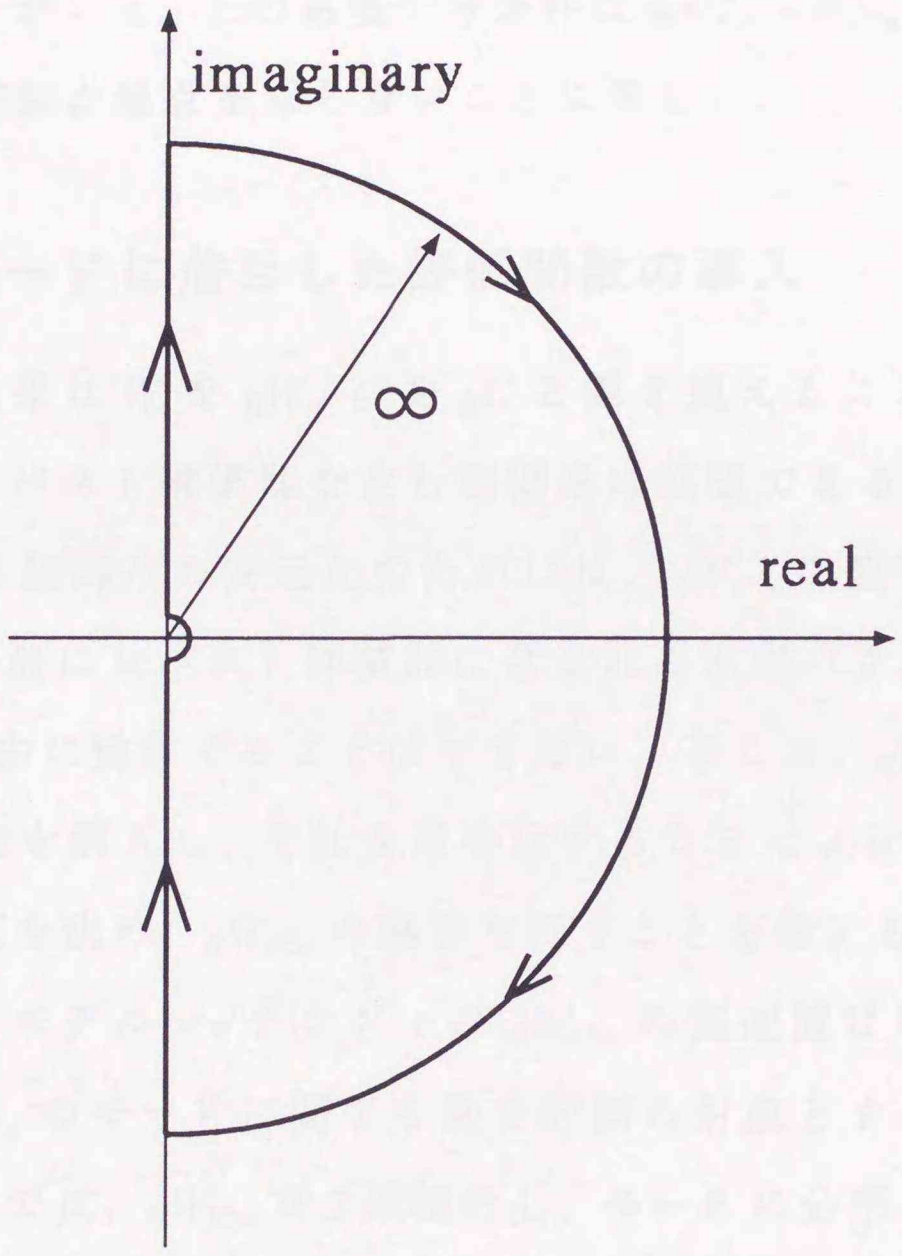


Fig. 2-2: The path of the Nyquist plot.

ここでは，(2.1)式から制御対象は原点に極を持つが，Fig.2-2 のように原点を迂回するような経路を考えることで，$i_P = i_{\tilde{P}} = 0$ であることがいえ，上の必要十分条件は $\det(I_m - W_{v^*u}\,\Delta P_{uy^*})$ のナイキスト線図が原点を回らないことに等しい．

2.1.4 モードに着目した評価関数の導入

前節の結果は W を ${}_RW$，C を ${}_RC$ と置き換えることによって，Fig.1-6 のロバスト補償器を含む制御系に拡張できる．加法的変動に対する制御系の安定化のためには，${}_RW_{v^*u}$ の整形が重要であるが，一般にロバスト補償器に含まれる未定パラメータでは ${}_RW_{v^*u}$ を自由に整形することはできない．そこで，${}_RW_{v^*u}$ に関する評価関数を導入し，それを最小化することによって未定パラメータの値を決め，${}_RW_{v^*u}$ の整形を行うことを考える．

ロバストモデルマッチングでは ${}_RW_{v^*u}$ の極配置は既知であるので，${}_RW_{v^*u}$ のモードに関する量を評価の対象とすることができる．ここでは，${}_RW_{v^*u}$ を2乗積分し，モードに分解したものをモードエネルギーと捕らえ，その重み付けした和を評価関数とする．評価関数のモード毎の重みを系の安定性を見ながら調整することによって，${}_RW_{v^*u}$ を整形することができる．

すなわち評価関数を次のように定義する．まず，実数対角行

列 Θ_I, Θ_O を用意し次式によって，有理関数 $G(\omega, \rho) \in \boldsymbol{M}^{m\times m}$ を求める．

$$G(\omega,\rho) = trace(\{\Theta_O\ {}_R W_{v^*u}\ \Theta_I\}^*\ \{\Theta_O\ {}_R W_{v^*u}\ \Theta_I\}) \tag{2.12}$$

ここで，* は複素共役転置をあらわす．$\Theta_I \in \boldsymbol{R}^{(m+s)\times m}$ は入力，$\Theta_O \in \boldsymbol{R}^{m\times(m+s)}$ は出力にかかる重みである．ρ はロバスト補償器の未定パラメータを表し，${}_R W_{v^*u}$ における各パラメータの次数は1次であるとする．

$\omega \to \infty$ のときの G の値を g_0 とし，$G - g_0$ を ω^2 に関して部分分数 g_i に分解し，g_i を ω に関して τ_1 から τ_2 まで積分して，実数重み σ_i を乗じ加え，評価関数 $H(\rho)$ を得る．

$$H(\rho) = \sum_{i=0}^{n_D} \sigma_i \int_{\tau_1}^{\tau_2} g_i(\omega,\rho)\, d\omega \tag{2.13}$$

ここで，n_D は ${}_R W_{v^*u}$ の特性式 D の次数，重み $\Theta_I, \Theta_O, \sigma_i$ の各要素は非負であるとする．

ρ に関する $H(\rho)$ の最小値を H_{opt} と書き，このときの ρ を ρ_{opt} と記す．${}_R W_{v^*u}$ の ρ の次数はそれぞれ1次であるので，$H(\rho)$ の ρ の次数は高々2次であり，ρ の各パラメータについて $H(\rho)$ を偏微分し，最小値を求める手法で容易に H_{opt}, ρ_{opt} を計算することができる．

この評価関数 $H(\rho)$ の意味であるが，$g_0 = 0$ であるとき，$\tau_1 \to -\infty$，$\tau_2 \to +\infty$，$\Theta_I = I_{m+s}$，$\Theta_O = I_m$，$\sigma_i = 1$ とすると，$H(\rho)^{1/2}/(2\pi)$ は ${}_RW_{v^*u}(j\omega)$ の H_2 ノルムに等しい．H_2 ノルムはインパルス入力に対する出力信号のパワーを表すことから，$H(\rho)$ も ${}_RW_{v^*u}$ のパワーに関する指標を示し，評価関数の重みは次のような役割を果たす．

次に評価関数に含まれる各パラメータの意味であるが，積分範囲 $[\tau_1, \tau_2]$ は ${}_RW_{v^*u}$ のパワーを小さくする周波数帯を示し，また，${}_RW_{v^*u}$ の零点の存在範囲を決める傾向があるので${}_RW_{v^*u}$ の大まかな周波数特性を定めるのに役立つ．Θ_I は入力信号間，Θ_O は出力信号間のバランスを表し，${}_RW_{v^*u}$ の各要素間のゲインの調節ができる．σ_i は各モード間のパワーのバランスを表し，モード周波数付近の周波数特性を変える傾向があるので，${}_RW_{v^*u}$ の周波数特性を微調整する役割を持つ．

2.1.5 ロバスト補償器の設計手順

前節の評価関数を利用したロバスト補償器の設計の手順を以下にまとめる．この方法は，得られた制御系の安定性を評価し，${}_RW_{v^*u}$ の整形の方針を立て，評価関数の重みを決定するという3段階のプロセスからなり，これらをステップ 1,2,3 と各段階に分

けて説明する.

[step 1] ロバスト補償器の付加によって得られた制御系の安定性は，2.1.3節の結果から，ナイキスト線図やボード線図を利用して$\det(I_m - {}_R W_{v^*u}\,\Delta P_{uy^*})$の周波数特性を調べることにより評価できる．ナイキスト線図では，原点を回らないことが安定条件であり，柔軟構造系の振動モードが円状に描かれることから，モード毎の安定性を視覚的に把握することができる．ボード線図では，ゲイン線図は原点からのナイキスト線図の距離と等しいので，周波数ごとの安定性の度合を表し，位相線図はナイキスト線図の原点を中心とした回転の様子を表し，周波数ごとの制御系の安定性を捕らえることができる．

[step 2] もし，安定性が不足していれば，${}_R W_{v^*u}$を整形し直す必要がある．${}_R W_{v^*u}$の周波数応答をボード線図などで検討し，安定性の不足している周波数領域で${}_R W_{v^*u}$のゲインや位相をどのように変えるか方針を立てる．

[step 3] 次にこの方針を基に評価関数の重みτ, Θ, σを決定，調節し，$H(\rho)$を最小にするρ_{opt}を求める．

先に述べたようにロバスト補償器に含まれる未定パラメータでは，${}_RW_{v^*u}$ を自由に整形することはできないため，上記のプロセスを繰り返しても十分な安定性が得られないことがある．このときは，ロバストフィルタ F のバンド幅を狭め，再度，上記のプロセスを行う．F のバンド幅を狭めていくと，ロバスト補償器の効果が小さくなり，制御系がロバストモデルマッチング以前の系に漸近する．したがって，最悪でもロバスト補償器を付加する前の系のロバスト安定性は保証される．

2.2 設計例

ここでは，モデルマッチングによって得られている柔軟人工衛星の姿勢制御系に対し，前節で述べた手法によってロバストモデルマッチングを行い，シミュレーション結果を示す．

2.2.1 モデルマッチング系

モデルマッチングでは Fig.2-3 のような片持ち梁の形状を持つ文献 13) の柔軟人工衛星実験装置を制御対象とし，アクチュエータによるトルクが衛星本体を回転させ，柔軟梁の先端に配置されたミッションを目標角度回転し静止させる系が構成されている

とする．

制御対象のモデルは(2.1)式で記述され，アクチュエータのトルクを操作量u，ミッションの姿勢角度を制御量y，本体の姿勢角度を観測可能量$\bar{y}$とする．観測量が全て変位であることから，

$$\chi = \mathrm{diag}(1,\ 1) \tag{2.14}$$

文献13)より，剛体モードのパラメータは

$$k = 1 \tag{2.15}$$

$$\mathrm{b}_r = (1.56) \tag{2.16}$$

$$\mathrm{c}_r = \begin{pmatrix} 1.56 \\ \\ 1.56 \end{pmatrix} \tag{2.17}$$

振動モードの5次モードまでのパラメータは

$$n = 5 \tag{2.18}$$

$$\omega = (\,13.5 \quad 44.3 \quad 123 \quad 247 \quad 415\,) \tag{2.19}$$

$$\xi = (\,0.002 \quad 0.002 \quad 0.002 \quad 0.002 \quad 0.002\,) \tag{2.20}$$

$$\mathrm{b}_f = (\,2.94 \quad 1.10 \quad 0.38 \quad 0.19 \quad 0.11\,) \tag{2.21}$$

$$\mathrm{c}_f = \begin{pmatrix} -3.17 & 9.50 & -15.5 & 21.3 & -26.9 \\ \\ 2.94 & 1.10 & 0.38 & 0.19 & 0.11 \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

である．ここで，ω_iを左から番号の若い順に並べた行列をωのようにサフィックスを省略して記している．

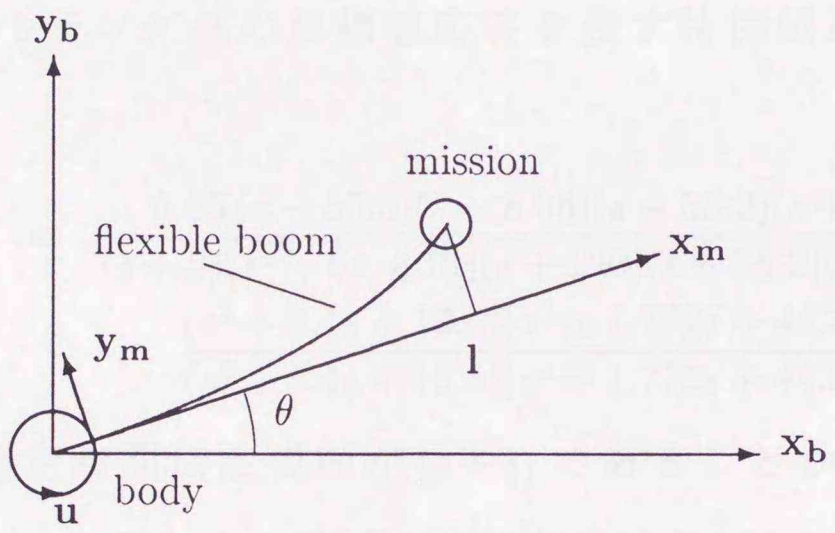


Fig. 2-3: The structure of the flexible satellite.

制御モデル $P^C_{uy^*}$ は振動モードを2次モードまで用い，3次以上のモードを剰余モード $P^R_{uy^*}$ とする．応用の際には実際的な変動を考慮することが重要であるが，本例題では設計手順をわかりやすく説明するため，$P^C_{uy^*}$ のパラメータ誤差として次のような単純な変動を考慮する．すなわち ω に -10%，-20%，-30%，$+10\%$，$+20\%$，$+30\%$，または b_r，c_r に -20%，$+50\%$ の誤差がある8つの場合を考え，これらを順に P_{v1}, P_{v2}, $\cdots$ と呼ぶ．

モデルマッチング系の目標値応答を表す特性伝達関数 W_{ry} を次式に示す．

$$W_{ry} = \frac{6.05\,(s-55.3)(s-8.96)(s+55.2)(s+8.93)}{(s+3)(s^2+6s+10)(s+100)(s+55.2)(s+8.93)} \frac{(s^2+5.4s+13.5)(s^2+1.772s+44.3)}{(s^2+5.4s+13.5)(s^2+1.772s+44.3)} \tag{2.23}$$

この系の制定時間は主要極が $(s+3)$ であることから約3～4秒となっている．モデルマッチング制御器を次式に示す．

$$C_{rz} = \frac{1.699s^4+12.19s^3+3669s^2+18570s+625700}{s^4+180s^3+9070s^2+159700s+801300} \tag{2.24}$$

$$C_{w^*z} = \frac{[0.9043s^4-1275s^3+22010s^2-631000s-1315000,\ -45.52s^4-689.3s^3-22290s^2-58890s+689400]}{s^4+180s^3+9070s^2+159700s+801300} \tag{2.25}$$

$$C_{hz} = \frac{1}{s^4+180s^3+9070s^2+159700s+801300} \tag{2.26}$$

2.2.2 ロバスト補償器の設計

モデルマッチング系では$P_{v1} \sim P_{v8}$の変動に対して安定であるが，目標値応答が振動的であり，ステップ状の入力トルク外乱に対して定常偏差がある．ここでは，この系にFig.1-8のロバスト補償器を付加し，$P_{v1} \sim P_{v8}$の変動に対する安定性を保持しつつ，これらの変動や外乱トルクに対して目標値応答の変化が小さくすることを設計目標としてロバストモデルマッチングを行う．

Γは(1.17)式より，

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 6.344e^7 s^2 + 9.828e^6 s + 4.030e^{10}, \\ -5.943e^4 s^3 - 9.633e^8 s^2 - 1.869e^8 s - 6.118e^{11}, \\ 2.408e^4 s^3 - 3.911e^8 s^2 - 9.828e^6 s - 4.030e^{10}, \\ 5.938e^9 s^2 + 1.869e^8 s + 6.118e^{11}, \\ -2.959e^5 s + 4.580e^9 \\ 2.114e^5 s - 6.953e^{10} \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

Γは各行次数が3の多項式行列，(2.26)式よりC_{hz}の相対次数が4であることから，$F \cdot R$は(分子行列の列次数)－(分母の次数)が1以下であれば制御器のプロパ性を満足する．F，Rを下のようにパラメトライズする．

$$F = \frac{-f_R}{s - f_R} \tag{2.28}$$

$$R = \left[\rho_{12}s^2 + \rho_{11}s + \rho_{10}, \quad \rho_{22}s^2 + \rho_{21}s + \rho_{20}\right] \tag{2.29}$$

最終的な制御器の次数は5次である．これに，定常特性のロバスト性を得るために文献19)の方法を適用すると，ρ_{10}, ρ_{20} は

$$\begin{aligned} \rho_{10} &= 355.7 \\ \rho_{20} &= 22.43 \end{aligned} \tag{2.30}$$

と求められる．

次に2.1.5節の手順によって，残された ρ_{11}, ρ_{12}, ρ_{21}, ρ_{22} の4つのパラメータを求める．Table 2-1 に f_R と評価関数の重みを変えて設計した3つの例をcase A,B,C としてあげる．σ の右の欄の数字は重み σ がかかるモードを表し，g_0 の定数項の部分を ∞ と表している．

case A,B ではロバストフィルタのバンド幅をコントロールバンドより広くし $f_R = -20$, case C では狭くし $f_R = -2$ とした．(2.22)式より剰余モードとした3次モード以上の出力のゲインに40倍以上の差がある．これを考慮し入力重み Θ_I を $\mathrm{diag}(10, 1)$ とした．${}_RW_{v^*u}$ の極がs平面上で半径100の円内にあり，${}_RW_{v^*u}$ の零点もこの範囲にあるように積分範囲を $[-100, 100]$ にした．

case A はモード毎の重み σ を全て1にした例で P_{v3} で不安定であり，case B は σ を調節して安定化した例である．この過程を順

Table 2-1: The parameters of case A, B and C

case		A	B	C
f_R		-20	-20	-2
Θ_I		diag(10, 1)	diag(10, 1)	diag(10, 1)
Θ_O		diag(1)	diag(1)	diag(1)
τ_1		-100	-100	-100
τ_2		100	100	100
σ_0	∞	1	1	1
σ_1	-3	1	1	1
σ_2	-8.93	1	0.8	1
σ_3	-55.2	1	1	1
σ_4	-100	1	1	1
σ_5	f_R	1	1.2	1
σ_6	$-2.7 \pm 13.43i$	1	1	1
σ_7	$-0.886 \pm 44.29i$	1	1	1
σ_8	$-3 \pm i$	1	1	1
ρ_{12}		$-1.580e^{-6}$	$-6.650e^{-7}$	$-1.396e^{-1}$
ρ_{11}		$7.421e^{-2}$	$1.131e^{-1}$	$-2.679e^{-3}$
ρ_{22}		$-4.975e^{-7}$	$-6.290e^{-7}$	$-1.305e^{-7}$
ρ_{21}		$6.329e^{-3}$	$8.893e^{-3}$	$-3.240e^{-5}$

を追って示す.

[step 1] Fig.2-4 のナイキスト線図から P_{v1}, P_{v2}, P_{v3} と変動が大きくなるにつれて 2 次モードを表す円が左に回転し，P_{v3} で原点を回っている. Fig.2-5 のボード線図によりその周波数を調べると，位相が 0 度から-360 度に変化している約 $30rad/sec$ 付近であることがわかる.

[step 2] Fig.2-6 より $30rad/sec$ 付近で ${}_RW_{v^*u}$ の (1,2) 要素に比べて (1,1) 要素の位相の傾きが大きくなっており，この周波数帯での位相特性の改善が必要であると考えられる.

[step 3] そこで，$30rad/sec$ に近い -20 のモードにかかる重み σ_5 を調整して制御器を求めると，P_{v3} に関しては安定な系となった.

得られた系は 1 次モードに関する安定度が低かったので σ_2 も上記のように調整し case B の系が得られた. ${}_RW_{v^*u}(1,1)$ の位相特性が Fig.2-7 のように改善され，P_{v3} に対して制御系が安定となっている様子が Fig.2-8 よりわかる.

case C は σ が全て 1 で $P_{v1} \sim P_{v8}$ の変動に対し安定であった.

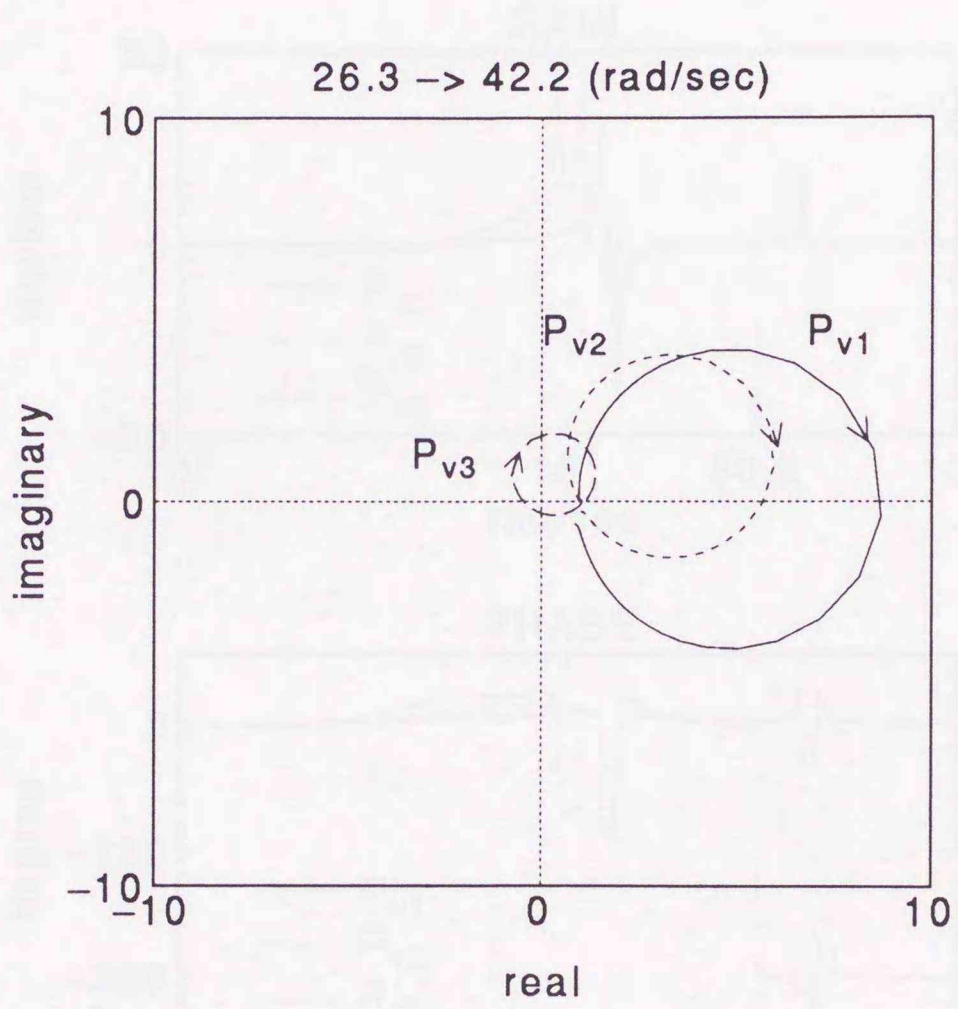


Fig. 2-4: The Nyquist plots in case A with P_{v1}, P_{v2}, and P_{v3} (only 2nd mode).

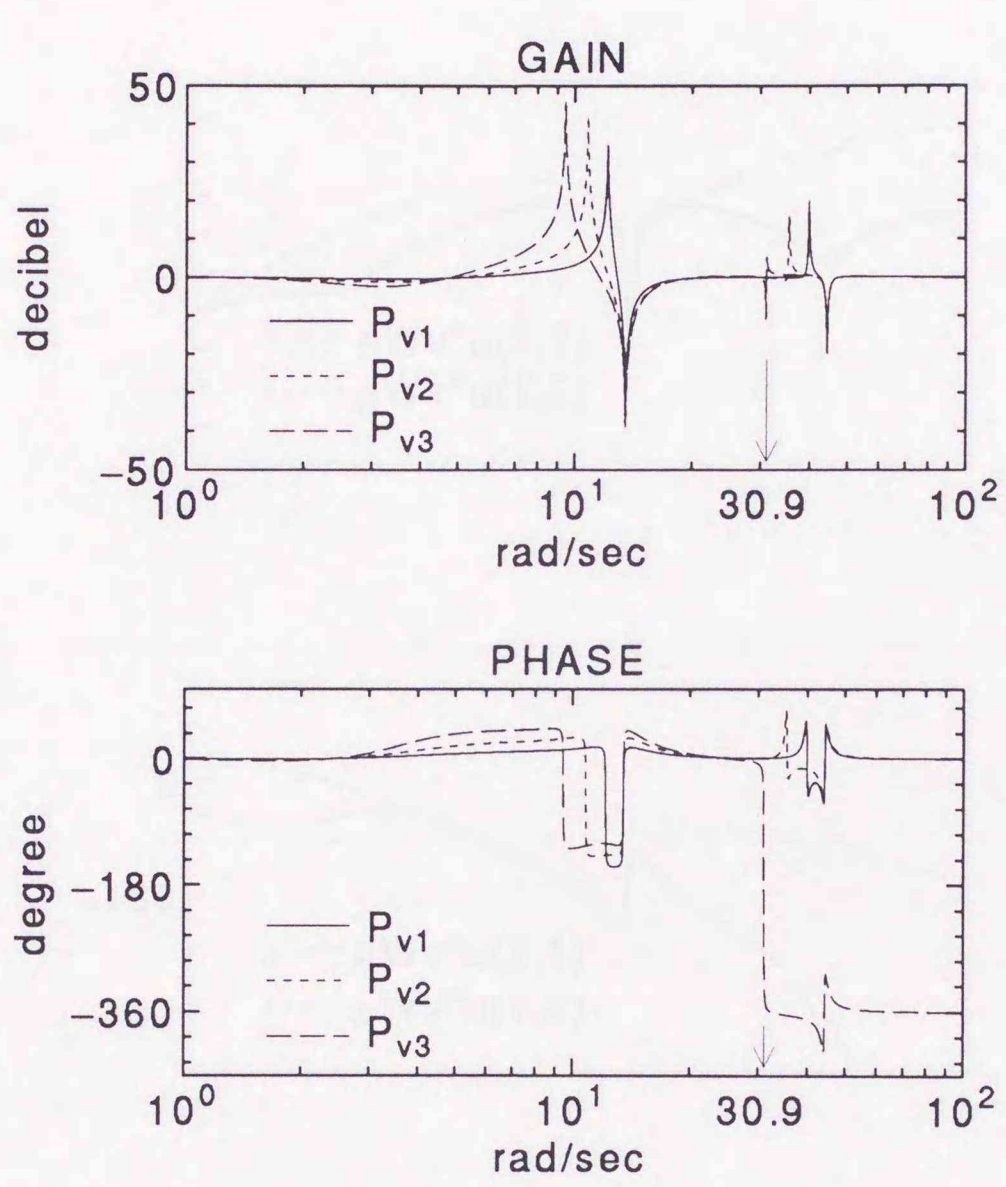


Fig. 2-5: The Bode plots of $\det(I -_R W_{v^*u} \Delta P_{uy^*})$ in case A.

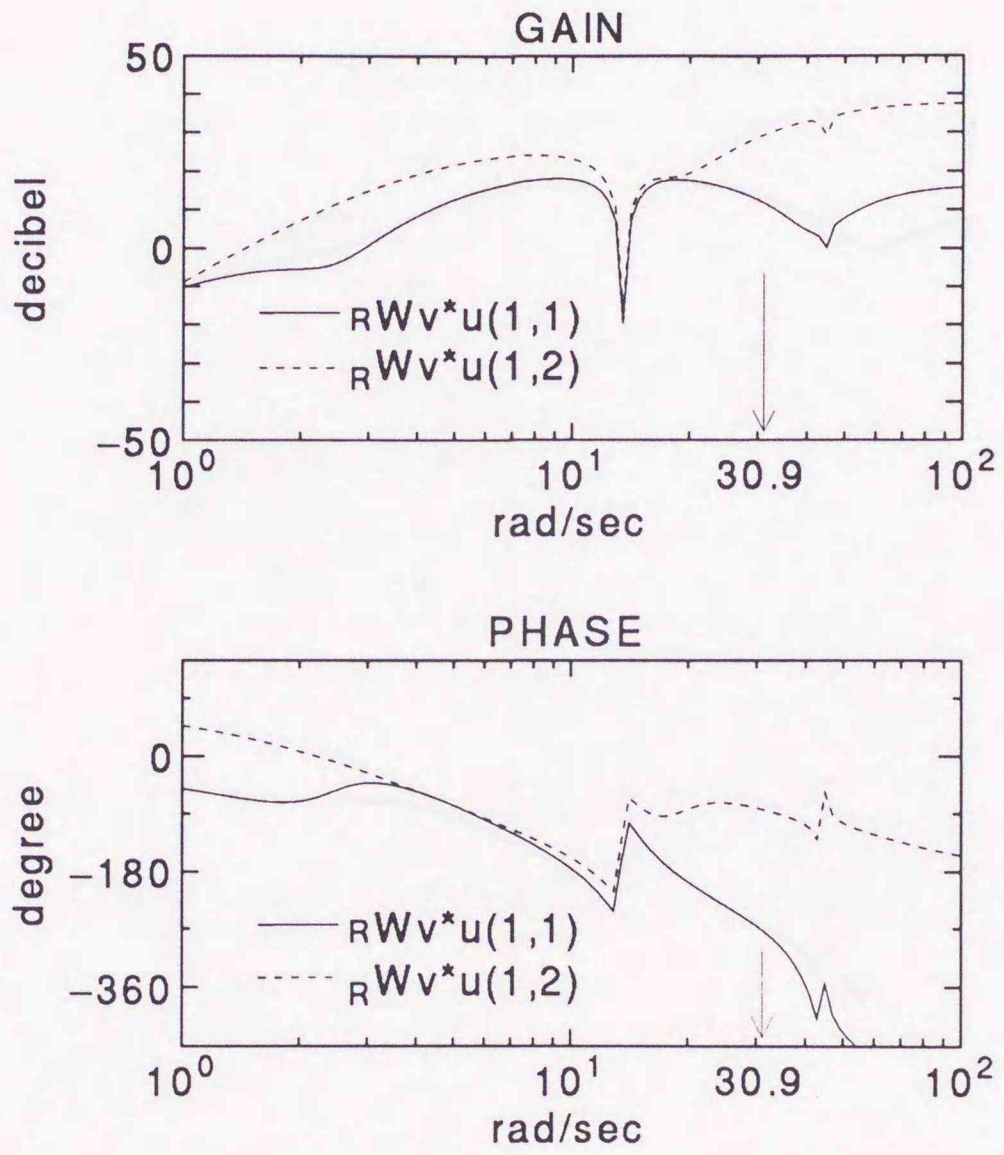


Fig. 2-6: The Bode plots of ${}_RW_{v^*u}$ in case A.

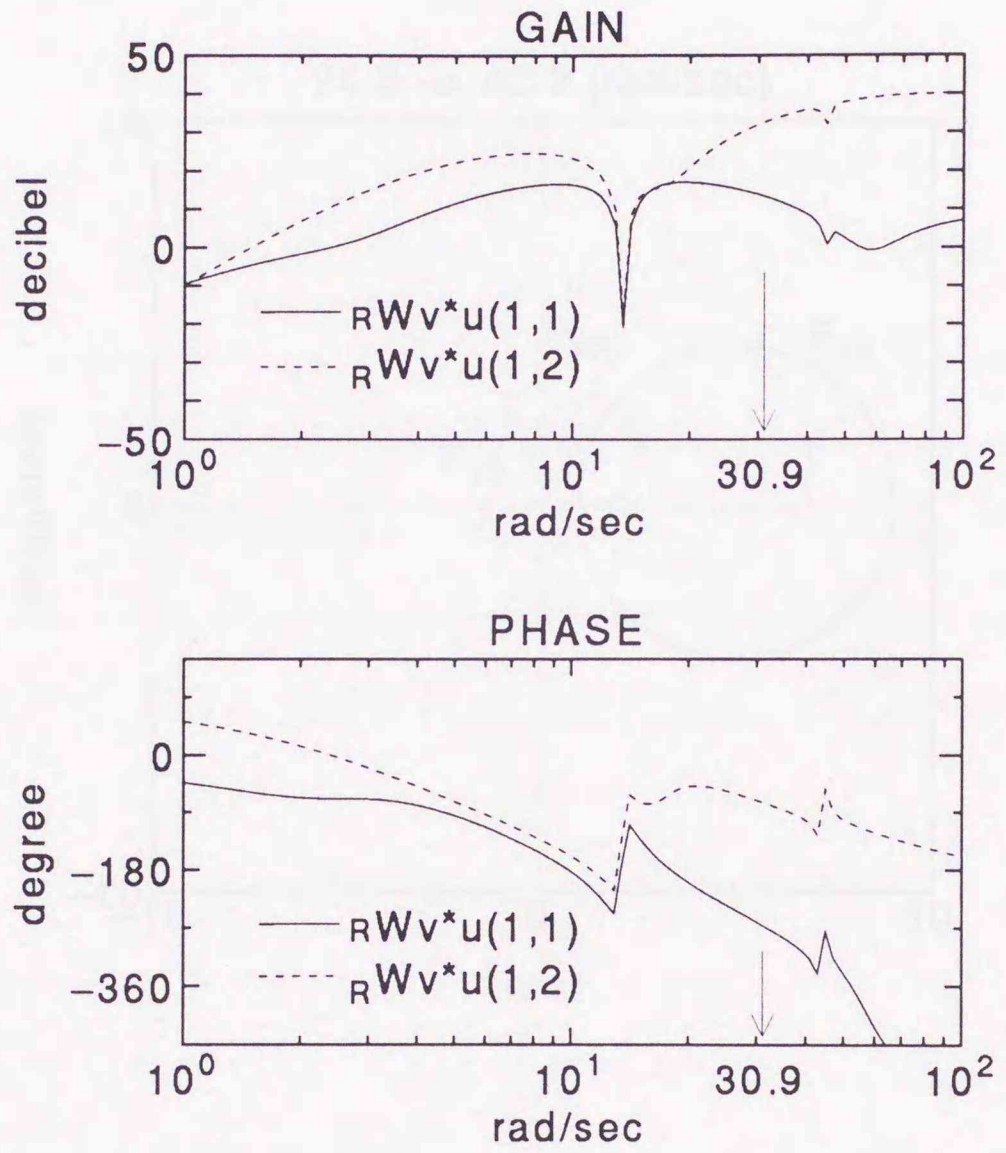


Fig. 2-7: The Bode plots of ${}_RW_{v^*u}$ in case B.

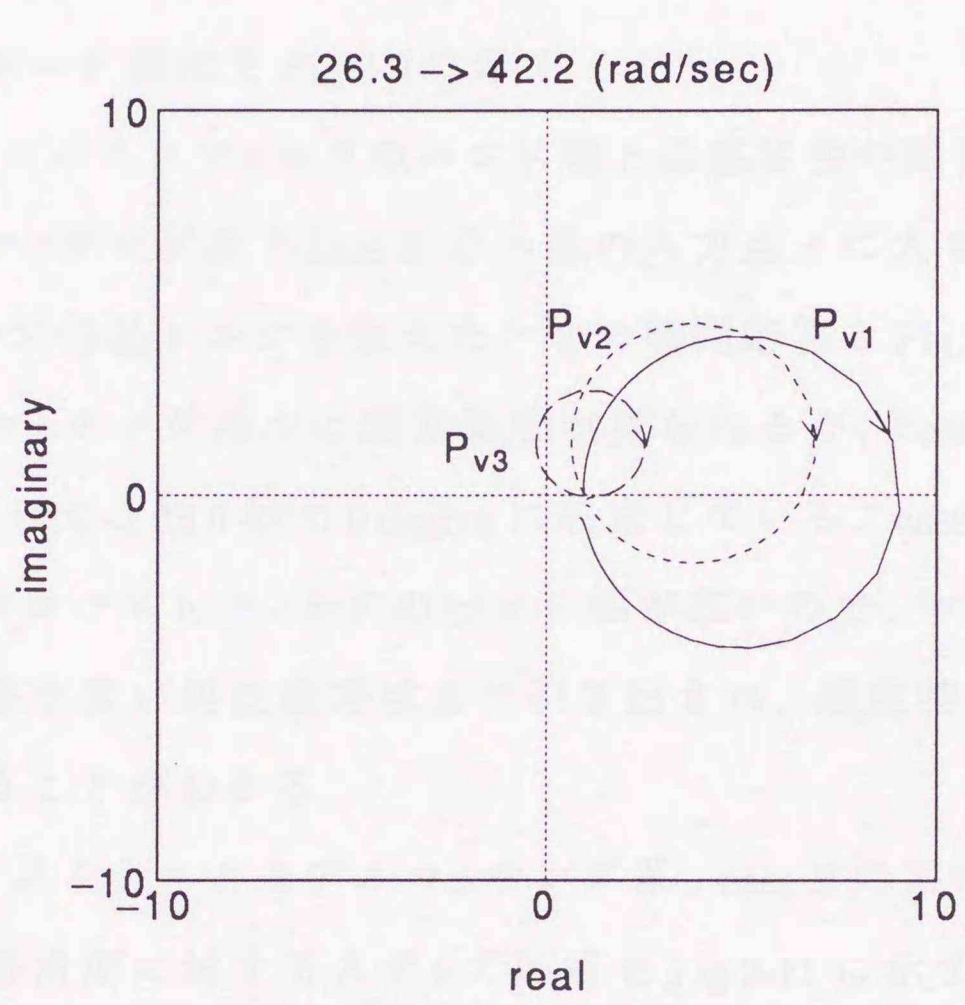


Fig. 2-8: The Nyquist plots in case B with P_{v1}, P_{v2}, and P_{v3} (only 2nd mode).

2.2.3 シミュレーション

ミッションの質量を2倍にしたモデルを用いてシミュレーションを行った．設計用モデルを P_{uy}，シミュレーション用のモデルを $\tilde{P}_{uy}$ としたボード線図を Fig.2-9 に示す．

まず，ロバストフィルタのバンド幅と低感度性の関係を調べる．モデルマッチング系と case B, C の系の入力点 v' に大きさ 0.01 N·m のステップ外乱トルクを加えたときの時間応答を Fig.2-10 に示す．モデルマッチング系では定常偏差が見られるが，case B では約3秒，case C では約6秒で0 degree に収束している．case C より case B の方がロバストフィルタのバンド幅が広いので，ロバスト補償器の効果が広い周波数帯域まで引き出され，感度特性が改善されていることがわかる．

次に，ノミナルとモデルマッチング系，case B の系の1 degree の目標姿勢角度に対するステップ応答を Fig.2-11 に示す．ロバスト補償器をモデルマッチング系に付加することによって，オーバーシュートが少なくなり，ノミナル時に近い応答が得られている．

Fig.2-12 に文献 13) の設計例であげられている DVFB 制御と H_∞, H_2 制御を組み合せた制御器の外乱トルク応答を示す．H_∞, H_2 制御の例は1自由度系であるので2自由度系の本設計例とは目標値応答による比較はできないが，Fig.2-10 と Fig.2-12 の外乱トル

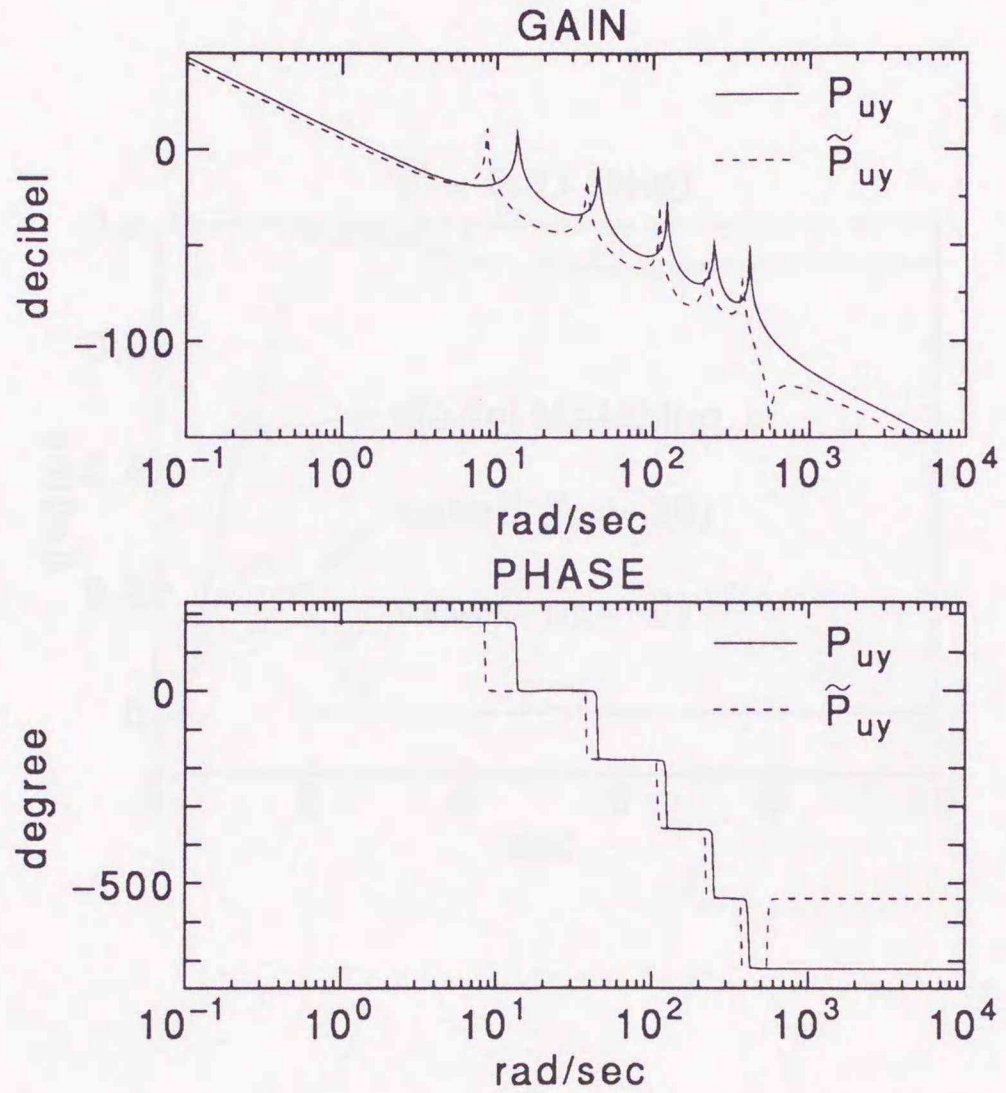


Fig. 2-9: The Bode plots of P_{uy} and $\tilde{P}_{uy}$.

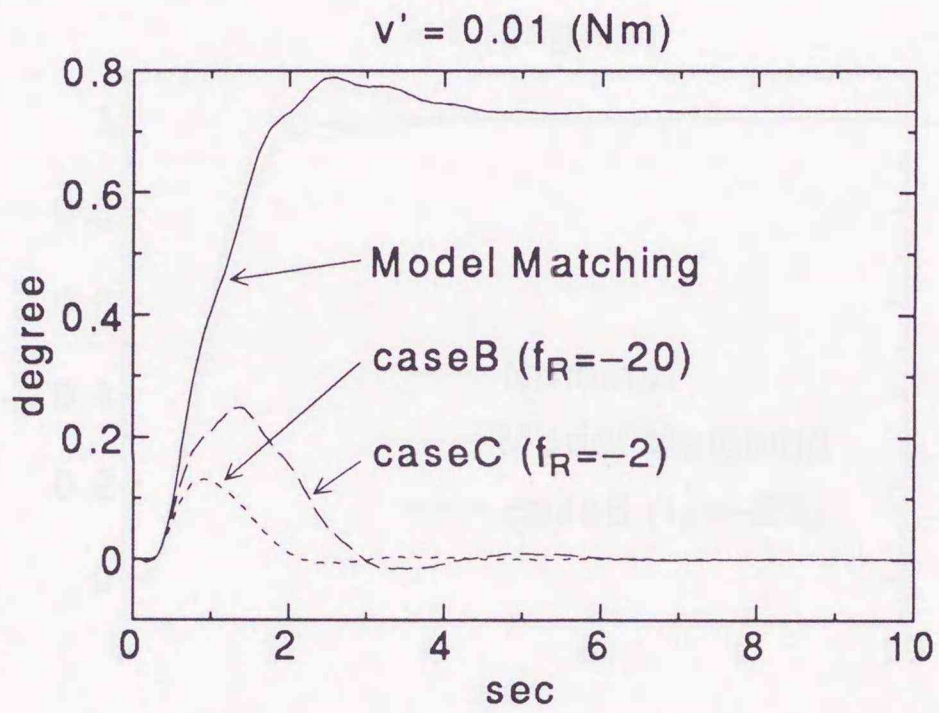


Fig. 2-10: The step responses of model matching, case B, and case C to 0.01 Nm torque disturbance.

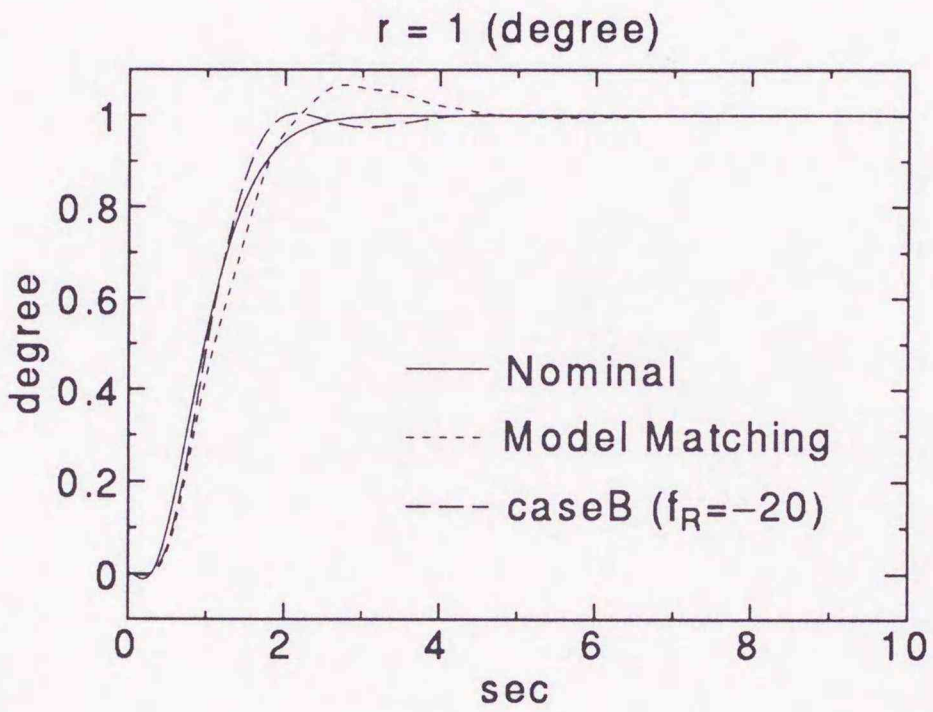


Fig. 2-11: The step responses of nominal, model matching, and case B to 1 degree reference input.

ク応答により低感度性を比較すると，case B, C は H_∞，H_2 制御の例に比べて同等かそれ以上の低感度性を持つことがわかる．特に，本手法ではロバストフィルタのバンド幅によって外乱応答の収束速度を容易に調整できるという特徴がある．

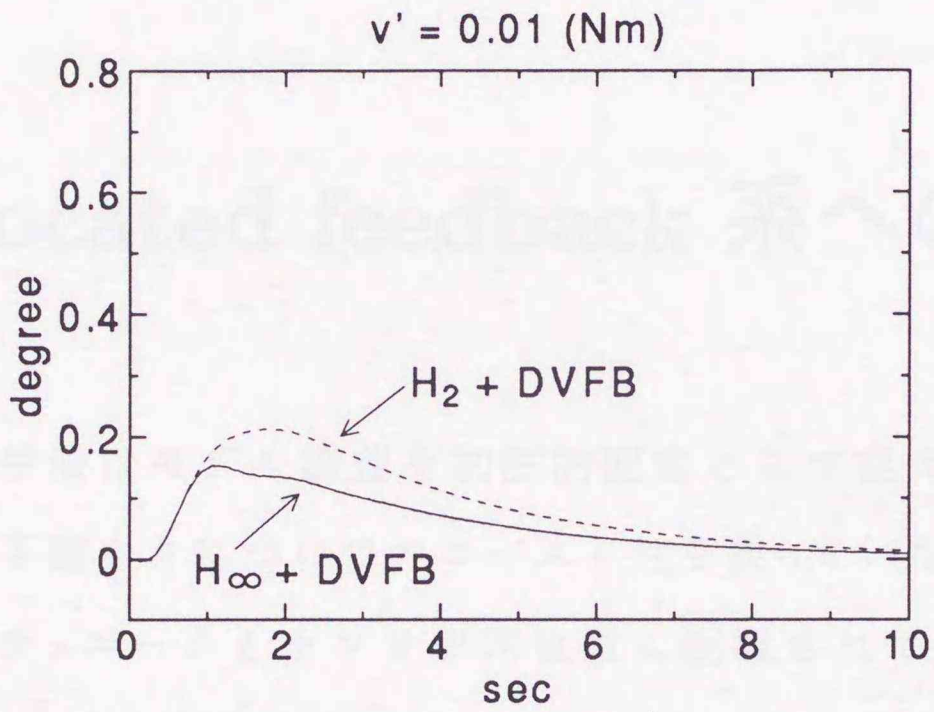


Fig. 2-12: The step responses of H_∞ and H_2 with DVFB control to 0.01 Nm torque disturbance.

第 3 章

Collocated feedback 系への適用

前章の手法はモデル誤差を加法的変動として捉えており，非構造的な不確かさについてのロバスト性を扱っていた．これと違い，アクチュエータとセンサが同位置に配置されている柔軟構造系に対し，その構造を積極的に利用することによって安定性を保証する手法に，collcated feedback 制御がある．Collocated feedback 制御は，DVFB (Direct Velocity FeedBack) 制御 [10] や DVDFB (Direct Velocity and Displacement FeedBack) 制御 [27]等の制御の総称であり，センサの信号をアクチュエータに直接ネガティブ定係数フィードバックするものである．アクチュエータとセンサを同位置に配することを collocation というが，これが collocated feedback と呼ばれ

る由縁であると考える.

DVFB制御の概念図をFig.3-1に示す. DVFB制御はDirect Velocity FeedBackの名のとおり, センサで測られた速度成分を定数倍して直接アクチュエータにネガティブフィードバックするものである. DVFB制御は特に柔軟構造物の振動モードの減衰を増加する働きを持つ. DVDFB制御の概念図を図3-2に示す. DVDFB制御もDirect Velocity and Displacement FeedBackの名のとおり, センサで測られた速度成分と変位成分を定数倍して直接アクチュエータにネガティブフィードバックするもので, DVFB制御に変位分のフィードバックループを付け加えた形である.

Collocated feedback制御の特徴として, 柔軟構造物における安定性が理論的に証明されており, 先に述べたスピルオーバなどの現象を回避できること, そのうえ制御則が簡単であることが挙げられる. したがって, collocated feedback制御ははかなり実用的な手法であり, 実際にロケットの制御にも用いられている[5]. また, これを大型宇宙構造物の制御に適用するために, collocationの条件が成立するアクチュエータの開発, 構造物の機構の研究が行われている[28].

Collocation系は最小位相であることが知られており, その意味からも制御に都合のよい性質を持つ. Collocated feedback制御の

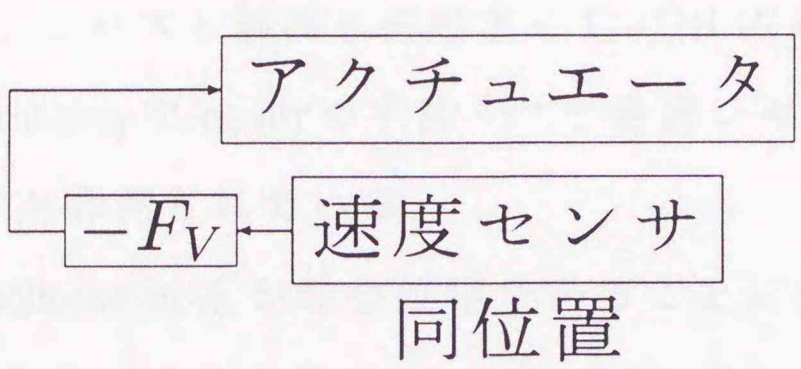


Fig. 3-1: DVFB 制御

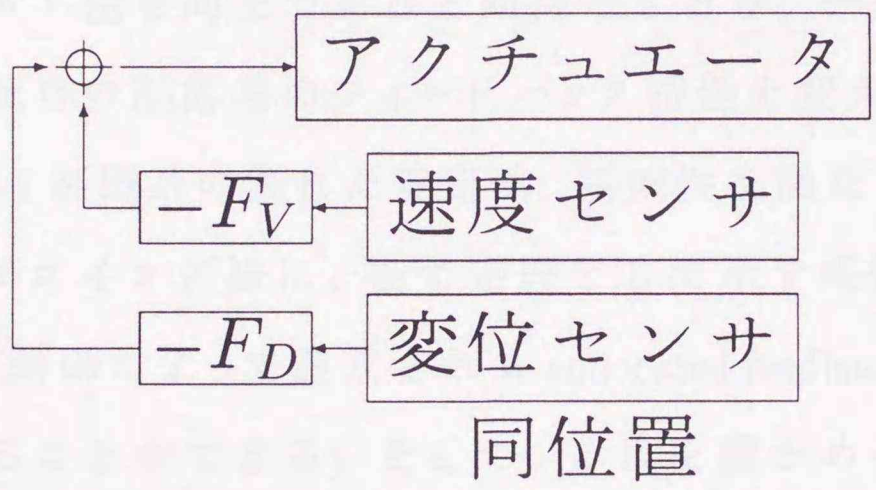


Fig. 3-2: DVDFB 制御

有効性は既に多くの研究で明らかであるが，それのみではトルク外乱，モデル誤差に対する低感度特性が十分に得られないことが指摘され，ロバスト制御と併用するLAC/HAC (Law Authority Control/ High Autority Control) の手法[1,11]や最適レギュレータの逆問題の応用[27]が研究されている．

ここでは，collocation系が最小位相であることに着目し，ゼロイング法によるロバストモデルマッチングをcollocated feedback制御系に適用することを考える．ゼロイング法によるロバストモデルマッチングによって柔軟構造物のトルク外乱，モデル誤差等に対するロバスト性を向上できると期待できるが，一般にロバスト補償器は既存の制御系のフィードバック特性を変えるため，collocated feedback制御系の優れた安定性，制振性を損なう恐れがある．しかしゼロイング法に，後で定理として示す条件を付すことで，DVFB制御によって達成されるcollocated feedbackの制振効果を保持することができる．そして，これを確かめるため片持ち柔軟アームの位置制御系を構成し，実験によりこの手法の効果を検討した．

この手法によって設計される制御系は先に述べたLAC / HACと呼ばれる2階層の制御系となっており，全周波数帯域で減衰を増加をするDVFB制御がLAC，低周波数帯域で感度を低減する

ロバスト補償器がHACという役割を持つ．他のLAC / HACの手法がDVFB制御系を改めて制御対象としてロバスト制御を施すのに対し，この手法ではDVFB制御をそのまま制御器として活かし，ロバスト補償器を付加するという異なるプロセスをふむ．

第3.1節では本論文で扱う制御対象であるcollocation系について説明する．第3.2節ではDVFB制御を保持するためのロバスト補償器の設計条件を示し，本手法の特徴をまとめる．第3.3節では柔軟アーム実験装置を用いて位置制御系を設計し，実験による検証を行う．

3.1 Collocation 系の記述

Collocation系は次の力学系2階微分方程式によって表される柔軟構造物である．

$$M\ddot{q} + L\dot{q} + Kq = Vu$$

$$y = V^T q$$

$$\bar{y} = V^T \dot{q} \tag{3.1}$$

ここで，$q \in \boldsymbol{R}^{\bar{n}}$ は位置や角度の変位，$u \in \boldsymbol{R}^m$ はアクチュエータから加えられる力やトルクの操作入力，$y, \bar{y} \in \boldsymbol{R}^m$ (したがって $s = m$) はそれぞれ，センサから得られる変位，速度である．

$M \in \boldsymbol{R}^{\bar{n}\times\bar{n}}$ は慣性を表す正定対称行列，$L,K \in \boldsymbol{R}^{\bar{n}\times\bar{n}}$ はそれぞれ減衰，剛性を表す半正定対称行列，$V \in \boldsymbol{R}^{\bar{n}\times m}$ はアクチュエータの配置によって決まる列最大ランクを持つ行列である．ここでは，センサとアクチュエータを同位置に配置する collocation が成り立っていると仮定しているので，センサの配置を示す行列は V^T と表される．また，L,K,V は次のランク条件を満足していると仮定する．

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} L, & V \end{bmatrix} = \bar{n} \tag{3.2}$$

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} K, & V \end{bmatrix} = \bar{n} \tag{3.3}$$

(3.1) 式の系は collocation 系であるので最小位相系であること[29]，V が列最大ランクを持つことから (3.1) 式の u から y までの伝達関数行列は正則であること，そして，(3.2), (3.3) 式が成立する場合，(3.1) 式の系の剛体モードは可制御可観測であることがいえる[29]．もし，弾性振動に可制御可観測ではないモードがあっても低次元化においてそのモードを切り捨てることができる．ここでは (3.1) 式が剛体モード，振動モードを含め可制御可観測であると仮定する．

ここで示した collocation 系の表現は，第 1 章で示した (1.1) 式でいえば $b=c$ としたものに相当する．

3.2 DVFB 制御を保持するロバスト補償器

(3.1) 式の制御対象に対して系の安定性を保証する制御則に，アクチュエータに同置されたセンサにより測られる物理量を直接ネガティブフィードバックする collocated feedback 制御がある [27,30]. Collocated feedback 制御を Fig.1-6 の形式で伝達関数表現すると，次式のように表せる．

$$[C_{rz}, C_{wz}, C_{\bar{w}z}, C_{hz}] = [F_D, -F_D, -F_V, I_m] \tag{3.4}$$

ここで $F_D, F_V \in \boldsymbol{R}^{m\times m}$. (3.2), (3.3) 式が成り立ち，$F_D$, F_V が正定対称行列であるとき，システムパラメータやフィードバックパラメータの値に関わらず閉ループ系の安定性が保証される (DVDFB 制御)．また，このときの速度フィードバックは弾性振動に対する減衰付加による振動抑制効果を持ち，DVFB 制御と呼ばれる．一般に，collocated feedback 制御のみでは，例えばステップ状の外乱の除去特性を持たないなど低感度特性が十分ではない．ここでは，その感度特性の向上のためにロバストモデルマッチングの適用する．Collocated feedback 制御系が最小位相系であることに着目すると，ゼロイング法によるロバスト補償器の設計が可能であるが，さらに，以下に示す定理では，ロバスト補償器付加後の制御系で collocated feedback 制御の制振効果を残すために，

DVFB制御を保持するためのゼロイング法に対する設計条件を示している．まず，定理の証明で用いる伝達関数行列の関係式を補題として示したあと，この定理を示す．

補題 1 Fig.1-6 のロバスト補償器を含まない制御系において次の伝達関数行列の関係式が成立する．

$$W_{hy} = P_{uy}(I_m - C_{wz}P_{uy} - C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}})^{-1}C_{hz} \tag{3.5}$$

$$W_{vy} = P_{uy}(I_m - C_{wz}P_{uy} - C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}})^{-1}C_{wz} \tag{3.6}$$

$$W_{\bar{v}y} = P_{uy}(I_m - C_{wz}P_{uy} - C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}})^{-1}C_{\bar{w}z} \tag{3.7}$$

$$W_{\bar{d}y} = [I_m + W_{vy}, W_{\bar{v}y}]\,P_{\bar{d}y^*} \tag{3.8}$$

（証明）Fig.1-6 の制御系の構成図から直接得られる． ■

定理 1 Fig.1-6 の既存の制御系が collocated feedback 制御系であるとき，ロバスト補償器を含む制御系全系（ロバストモデルマッチング系）がDVFB制御を保持するための十分条件はロバスト補償器がゼロイング法によって構成され，その要素 S, F がそれぞれ次の式を満足することである．

i)

$$S = I_{2m} \tag{3.9}$$

ii)

$$F = fI_m \tag{3.10}$$

ここで，f は安定でプロパな有理関数．

（証明）

DVFB 制御は (3.4) 式の $C_{\bar{w}z}$ の部分である．ロバスト補償器を付加した後の制御器全体の伝達関数行列を ${}_RC$ の記号で表すと，$C_{\bar{w}z}$ と ${}_RC_{\bar{w}z}$ が等しければロバストモデルマッチング系が DVFB 制御を保持するといえる．以下では，実際に ${}_RC_{\bar{w}z}$ を計算することによってこれを示す．

(3.9)式は $\hat{d}$ として $\bar{d}$ の全てを選択することを意味することから，

$$\hat{d} = \bar{d} \tag{3.11}$$

が成り立つので (1.18) のゼロイングの式は

$$W_{\bar{d}y} + W_{hy}Z = 0 \tag{3.12}$$

と表せる．(3.8)，(3.12) 式より

$$\begin{aligned} Z &= -W_{hy}^{-1}W_{\bar{d}y} \\ &= -\left[W_{hy}^{-1} + W_{hy}^{-1}\,W_{vy},\, W_{hy}^{-1}W_{\bar{v}y}\right] P_{\bar{d}y^*}. \end{aligned} \tag{3.13}$$

ここで，(3.5)，(3.6)，(3.7) 式より

$$W_{hy}^{-1}W_{vy} = C_{hz}^{-1}C_{wz} \tag{3.14}$$

$$W_{hy}^{-1}W_{\bar{v}y} = C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z} \tag{3.15}$$

が成り立つので，Z は次式のように求められる．

$$Z = -\left[W_{hy}^{-1} + C_{hz}^{-1}C_{wz},\, C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z}\right] P_{\bar{d}y^*} \tag{3.16}$$

ロバスト補償器を R の文字で表し伝達関数表現すると，(1.17)，(3.9)，(3.10)，(3.16) 式より

$$\begin{aligned}[R_{yh},\, R_{\bar{y}h},\, R_{uh}] &\equiv FZS\Gamma \\ &= -f\left[W_{hy}^{-1} + C_{hz}^{-1}C_{wz},\, C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z}\right] \\ &\qquad P_{\bar{d}y^*}\,[D_P,\, -N_{uy^*}]\end{aligned} \tag{3.17}$$

(1.8) 式の関係に留意すると，

$$\begin{aligned}P_{\bar{d}y^*}\,[D_P,\, -N_{uy^*}] &= [I_{2m},\, -P_{uy^*}] \\ &= \left[\begin{array}{c|c|c} I_m & \emptyset & -P_{uy} \\ \hline \emptyset & I_m & -P_{u\bar{y}} \end{array}\right]\end{aligned} \tag{3.18}$$

が成り立ち，(3.17) 式は次のように変形できる．

$$R_{yh} = -f\left[W_{hy}^{-1} + C_{hz}^{-1}C_{wz}\right] \tag{3.19}$$

$$R_{\bar{y}h} = -f \cdot C_{hz}^{-1} C_{\bar{w}z} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned} R_{uh} &= f\,(\,W_{hy}^{-1} P_{uy} + C_{hz}^{-1} C_{wz} P_{uy} + C_{hz}^{-1} C_{\bar{w}z} P_{u\bar{y}}\,) \\ &= f C_{hz}^{-1}\,(\,(\,I_m - C_{wz} P_{uy} - C_{\bar{w}z} P_{u\bar{y}}) \\ &\qquad\qquad + C_{wz} P_{uy} + C_{\bar{w}z} P_{u\bar{y}}\,) \\ &= f C_{hz}^{-1} \end{aligned} \tag{3.21}$$

したがって，${}_R C_{\bar{w}z}$ は次式のように求められる．

$$\begin{aligned} {}_R C_{\bar{w}z} &= (I_m - C_{hz}\, R_{uh})^{-1}\,(C_{\bar{w}z} + C_{hz}\, R_{\bar{y}h}) \\ &= (1-f)^{-1}\,(C_{\bar{w}z} - f C_{\bar{w}z}) \\ &= C_{\bar{w}z} \end{aligned} \tag{3.22}$$

これより，$C_{\bar{w}z}$ と ${}_R C_{\bar{w}z}$ が等しいことがいえ，定理の条件を満足するロバストモデルマッチング系が DVFB 制御を保持することが示された． ■

本手法では，(3.9) 式で $\hat{d}$ として $\bar{d}$ の全てを用いることを要求しているので，ある特定の等価外乱だけを $\hat{d}$ として選び，そこからの低感度化を達成することはできない．したがって，f が設計者の調整しうる唯一のパラメータといえる．次に，f と制御系の特性の関係について考察する．

${}_R W_{\bar{d}y}$ と $W_{\bar{d}y}$ の間には次の関係がある．

$${}_R W_{\bar{d}y} = (1-f) W_{\bar{d}y} \tag{3.23}$$

また，${}_RC_{rz}$, ${}_RC_{wz}$ は**定理 1** の証明と同様の計算から次式のように得られる．

$$ {}_RC_{rz} = (1-f)^{-1} C_{rz} \tag{3.24} $$

$$ {}_RC_{wz} = C_{wz} - f(1-f)^{-1} W_{v'y}^{-1} \tag{3.25} $$

(3.23) 式において f を 1 に漸近させた場合，${}_RW_{\bar{d}y}$ が 0 に近づくことから，f のバンド幅は低感度特性を得る周波数帯を決めるパラメータである．一方，(3.24), (3.25) 式において f を 1 に漸近させた場合，$(1-f)^{-1} \to \infty$ となり制御器 ${}_RC_{rz}$, ${}_RC_{wz}$ のゲインが非常に高くなる．低い周波数帯域では問題ないが，柔軟構造物の制御では高次の振動モードの安定性のために高い周波数帯域でのハイゲインフィードバックは好ましくない．したがって，低周波帯域で 1 に近く，高周波帯域で 0 に近い周波数特性を持つ適切なバンド幅を持ったロバストフィルタ f の設計が，低感度特性と安定性を両立するために重要である．

このように，全周波数帯域での減衰の増加をする制御と低周波数帯域で感度を低減する制御が独立構成されている 2 階層の制御は LAC/HAC [1,11] と呼ばれている．本手法では**定理 1** の条件によって保持された DVFB 制御が LAC，ロバスト補償器の部分が HAC を表している．設計者は f の設計によって LAC と HAC の兼

ね合いをうまく調整する必要があるといえよう.

3.3 実験による検証

定理1の条件を満たすことによって保持されるDVFB制御の制振効果とロバストフィルターのバンド幅が制振効果へ与える影響を調べるため，片持ち柔軟アームを用い位置制御系を構成し，その実験結果を考察する.

3.3.1 実験装置

実験には文献31)の片持ち柔軟アーム実験装置を使用した. Fig.3-3にその構成を示す. アームは地面と水平に回転し，回転方向のみに柔軟性を持つ. パーソナルコンピュータによる指令値u(操作量)はD/A変換器で電圧値に変換され，モータドライバ，DCモータ，ギアより構成される駆動部を介し，アーム部に回転トルクとして伝えられる. 制御量の回転角度yはロータリエンコーダとカウンタによって計測され，角速度はその差分より求める. 制御器は連続系で設計したものをサンプリング周期10msでサンプラと0次ホールダによって離散化し，C言語によって実現した.

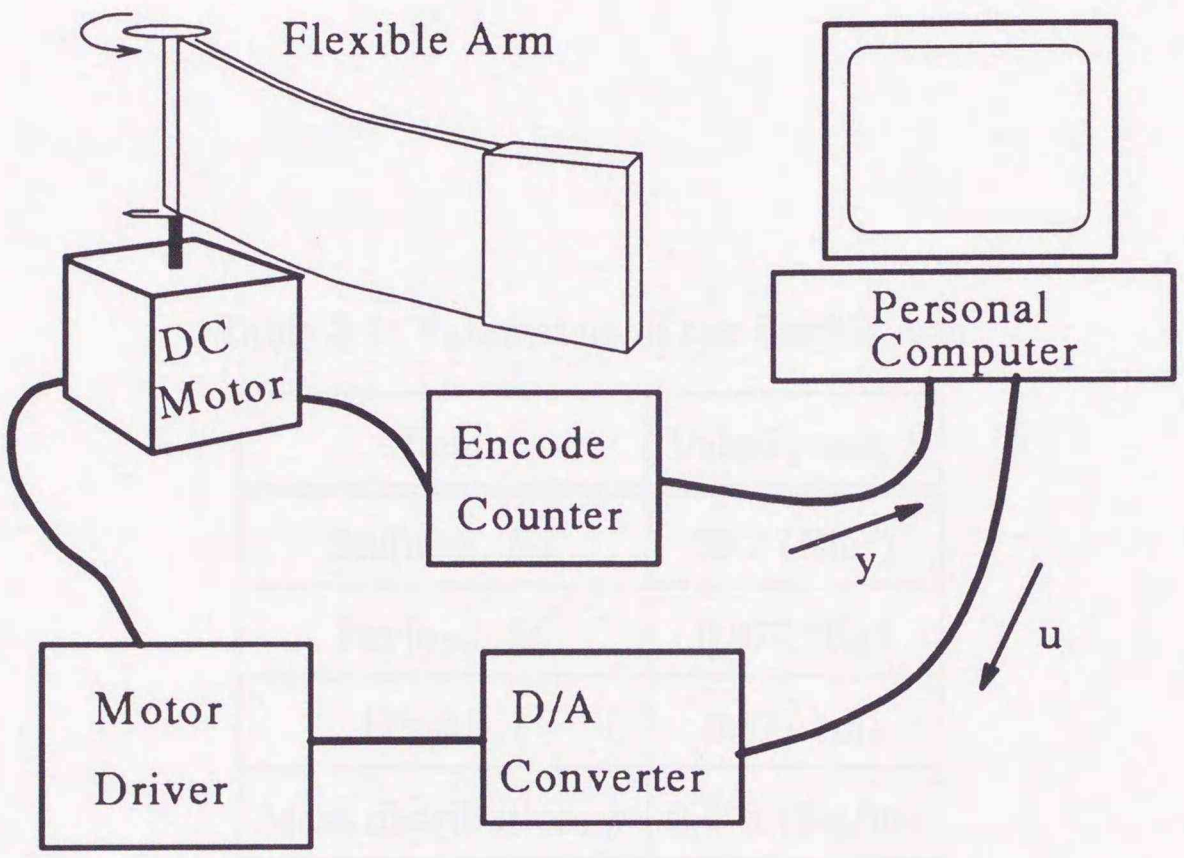


Fig. 3-3: Flexible arm experimental apparatus.

Table 3-1: Parameters of the flexible arm.

Item	Value (unit)
Stiffness, EI	39.2 (Nm^2)
Payload, M	0.977 (Kg)
Length, l	0.877 (m)
Mass distribution, ρ	2.178 (Kg/m)

柔軟体であるアーム部と剛体である駆動部のモデルを別々に求め，この2つのモデルを合成することで実験装置全体のモデルを求めた．アーム部の線形モデルはTable 3-1の物理定数をもとに，よく知られた1リンク柔軟アームのモデリングの方法によって得られる[32,33]．また，駆動部の動特性は周波数応答を測定し，そのボード線図より同定できる．これら2つのモデルを合成したモデルの5次振動モードまでのパラメータを次式に示す．

$$
\begin{aligned}
M &= \left(\begin{array}{c|cc} m_{11} & m_{12} & \\ \hline & 1 & 0 \\ m_{12}^T & & \ddots \\ & 0 & 1 \end{array}\right) \\
m_{11} &= 6.241 \\
m_{12} &= (1.629,\ 2.085\times10^{-1},\ 6.878\times10^{-2}, \\
&\qquad 3.363\times10^{-2},\ 1.983\times10^{-2}) \\
L &= \mathrm{diag}\,(2.500\times10^{2},\ 4.871\times10^{-1},\ 3.464\times10^{1}, \\
&\qquad 3.247\times10^{2},\ 1.367\times10^{3},\ 3.945\times10^{3}) \\
K &= \mathrm{diag}\,(0,\ 1.218\times10^{2},\ 8.661\times10^{3},\ 8.118\times10^{4}, \\
&\qquad 3.418\times10^{5},\ 9.863\times10^{5}) \\
V &= \left(\sqrt{80},\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0\right)^T
\end{aligned}
\tag{3.26}
$$

ここで，アームの弾性振動の減衰率を0.002としている．uからyまでのボード線図をFig.3-4に示す．図の実線は実験装置の周波数応答を測定して得たもの，破線が(3.26)式から計算で求めたものである．双方ともほぼ近い応答となっていることがわかる．

3.3.2 設計

柔軟アームの位置制御系の設計に際し，目標角度0.5 radに3秒以内で整定することを目標とした．制御系設計用のモデルは，(3.26)式中の剛体モードのみとした．これにより，振動1次モード以降は打ち切られ剰余モードとなる．この制御対象に対して，DVFB制御を保持する提案手法の効果を調べる．次式に設計用モデルの伝達関数表現を示す．

$$P_{uy^*} = \frac{\begin{pmatrix} 12.82 \\ 12.82s \end{pmatrix}}{s(s+40.06)} \tag{3.27}$$

まず，collocated feedback制御系を(3.4)式によって構成する．(3.27)式の制御対象の場合，collocated feedback制御のフィードバック係数によって全制御系の極配置を指定できる．ここでは整定時間を3秒としたので制御系の主要極を-2，もう一つの極を-2より小さく-100とし，目標値応答の規範モデルを次式のように決

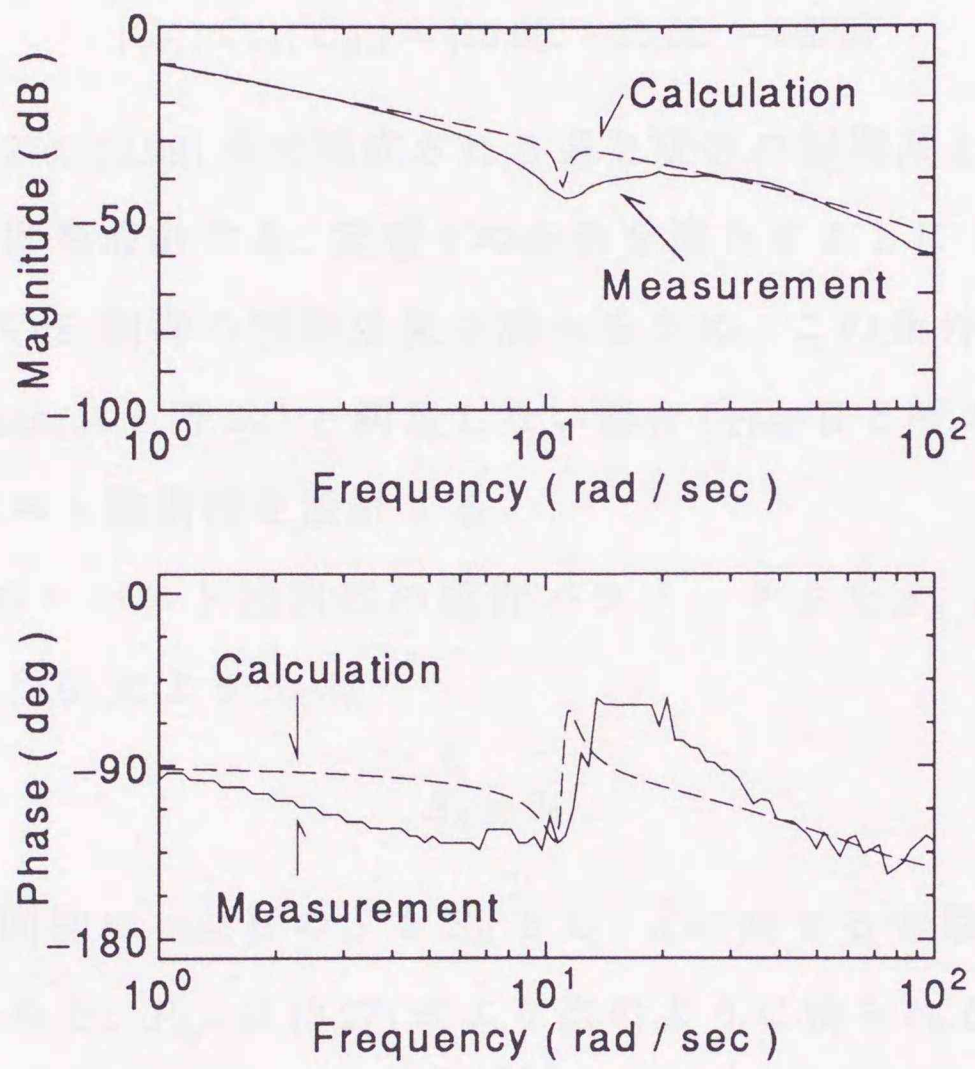


Fig. 3-4: Bode plot between u and y by measurement and calculation.

めた．

$$W_{ry} = \frac{200}{(s+2)(s+100)} \tag{3.28}$$

このモデルは次式の制御器によって実現される．

$$[C_{rz},\, C_{wz},\, C_{\bar{w}z}] = [15.60,\, -15.60,\, -4.833] \tag{3.29}$$

次に(3.27), (3.29)式で構成される系を既存の制御系としてロバスト補償器を設計する．**定理1**の条件を満たすことによって保持されるDVFB制御の制振効果を調べるため，この条件を満足する場合(caseAと呼ぶ)と満足しない場合(caseBと呼ぶ)の2種類のロバスト補償器を設計する．

caseAのロバスト補償器の設計パラメータSをS_Aとすると，**定理1**の(3.9)式よりS_Aは

$$S_A = I_2 \tag{3.30}$$

である．同様にcaseBのSをS_Bとし，$\bar{d}$に関する考察より次のように決めた．$P_{\bar{d}y^*}$は(3.27)式より次のように得られる．

$$P_{\bar{d}y^*} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -(s+40.06) \\ s & 0 \end{bmatrix}}{s(s+40.06)} \tag{3.31}$$

Fig.3-5は(3.31)式における$\bar{d} = [d_1, d_2]^T$の入力点を表した図である．Fig.3-5からわかるようにd_1は入力トルク外乱と等しく，剛

体モードのゲインの不確かさや，柔軟アームの弾性振動が剛体モードへ及ぼすトルクもこれに含まれる．d_2 は角度 y と角速度 $\bar{y}$ 間に入力しており，y と $\bar{y}$ の間にある積分器以外の不確定要素を表す．本実験装置では $\bar{y}$ を y の微分により推定しているので，y と $\bar{y}$ の間の不確定要素は小さく，d_2 の大きさは d_1 に比べ小さいと判断し，case B では d_1 を選択することにした．よって S_B は次のようになる．

$$S_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.32}$$

また，ロバスト補償器のもう一つの設計パラメータであるロバストフィルタ F は，制御器全体をプロパにするため相対次数が 2 次必要であることから，次式のようにパラメトライズした．

$$F = \left(\frac{\alpha}{(s+\alpha)} \right)^2 \tag{3.33}$$

この場合，F はスカラなので自動的に**定理 1** の (3.10) 式を満足する．

こうして設計したロバスト補償器付加後の制御器全体の伝達関数は，case A のとき

$$[{}_R C_{rz},\ {}_R C_{wz},\ {}_R C_{\bar{w}z}] = \left[\frac{15.60s^2 + 31.21\,\alpha\, s + 15.60\,\alpha^2}{s(s+\alpha)}, \right.$$
$$\left. \frac{-(15.60 + 0.07802\,\alpha^2)\, s^2 - (31.21 + 7.958\,\alpha)\,\alpha\, s - 15.60\,\alpha^2}{s(s+\alpha)}, \right.$$

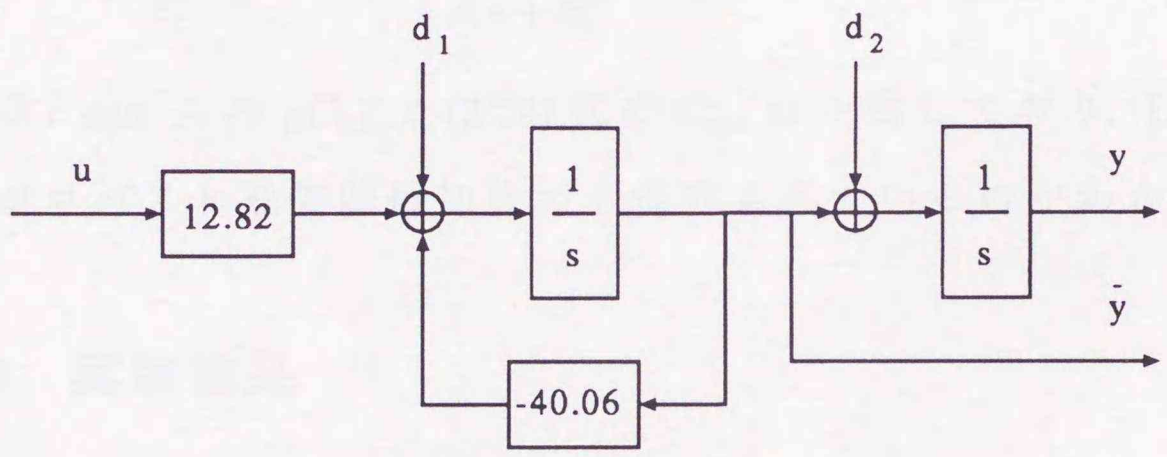


Fig. 3-5: Fundamental equivalent disturbances in block diagram.

$$-4.833\Big] \tag{3.34}$$

case B のとき

$$[{}_RC_{rz},\ {}_RC_{wz},\ {}_RC_{\bar{w}z}] = \Bigg[\frac{15.60\,s^2+31.21\,\alpha\,s+15.60\,\alpha^2}{s(s+\alpha)},$$
$$\frac{-15.60s^2-31.21\,\alpha\,s-15.60\alpha^2}{s(s+\alpha)},$$
$$\frac{-4.833\,s^2-(9.665+0.07802\,\alpha)\,\alpha\,s-7.958\alpha^2}{s(s+\alpha)}\Bigg] \tag{3.35}$$

である．case A の ${}_RC_{\bar{w}z}$ と (3.29) 式の $C_{\bar{w}z}$ が一致しており，DVFB 制御がロバスト補償器付加後でも保存されているのがわかる．

3.3.3 実験結果

Fig.3-6, 3-7, 3-8 に α を 5, 10, 30 としたときのステップ目標値応答を示す．図中には，制御対象がノミナルの系，collocated feedback 制御系 (DVDFB と記した)，case A の系， case B の系の応答と，それらの過渡期の拡大図を示している．

ロバストフィルタのバンド幅を柔軟アームの第1振動モードの振動周波数 (約 15 rad/sec) よりもやや狭く設定し，α= 10 とした場合，case A の応答はノミナルの系の応答に近く，振動も collocated feedback 制御と同程度しか生じていない．DVFB 制御を保持しな

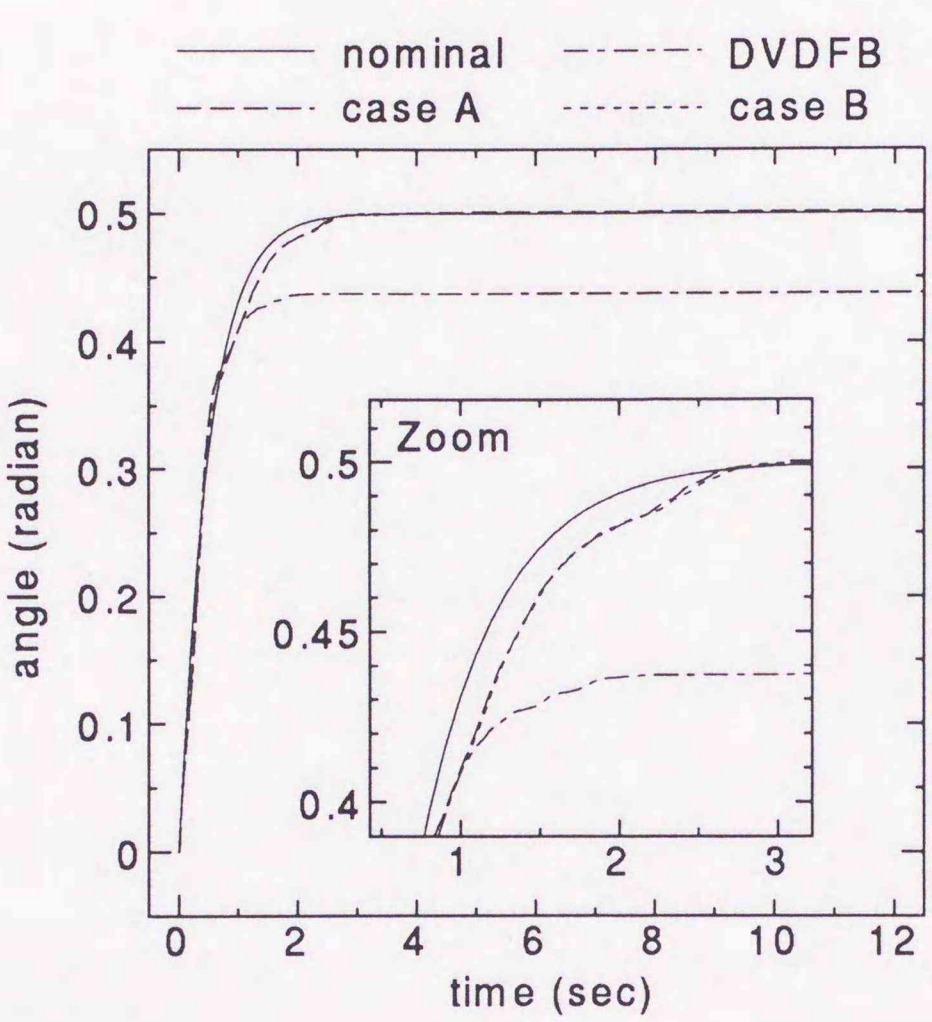


Fig. 3-6: Step responses to 0.5 radian reference input in the case $\alpha = 5$.

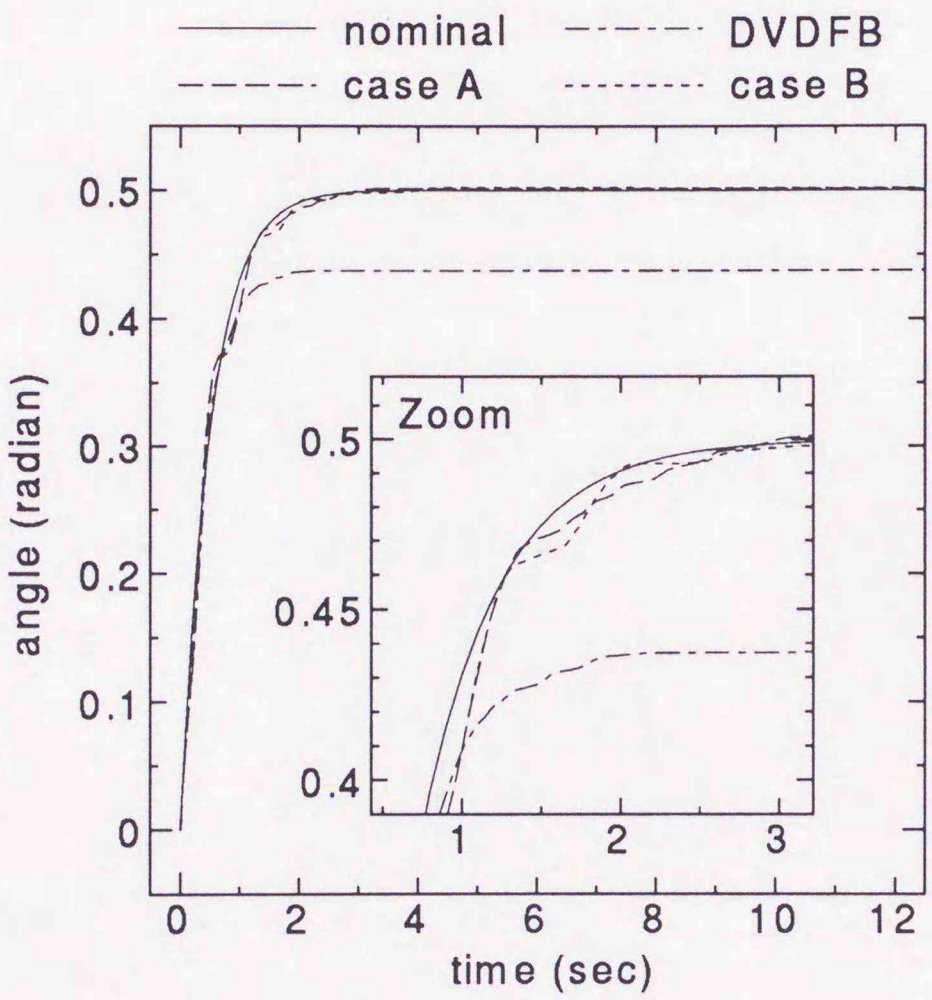


Fig. 3-7: Step responses to 0.5 radian reference input in the case $\alpha = 10$.

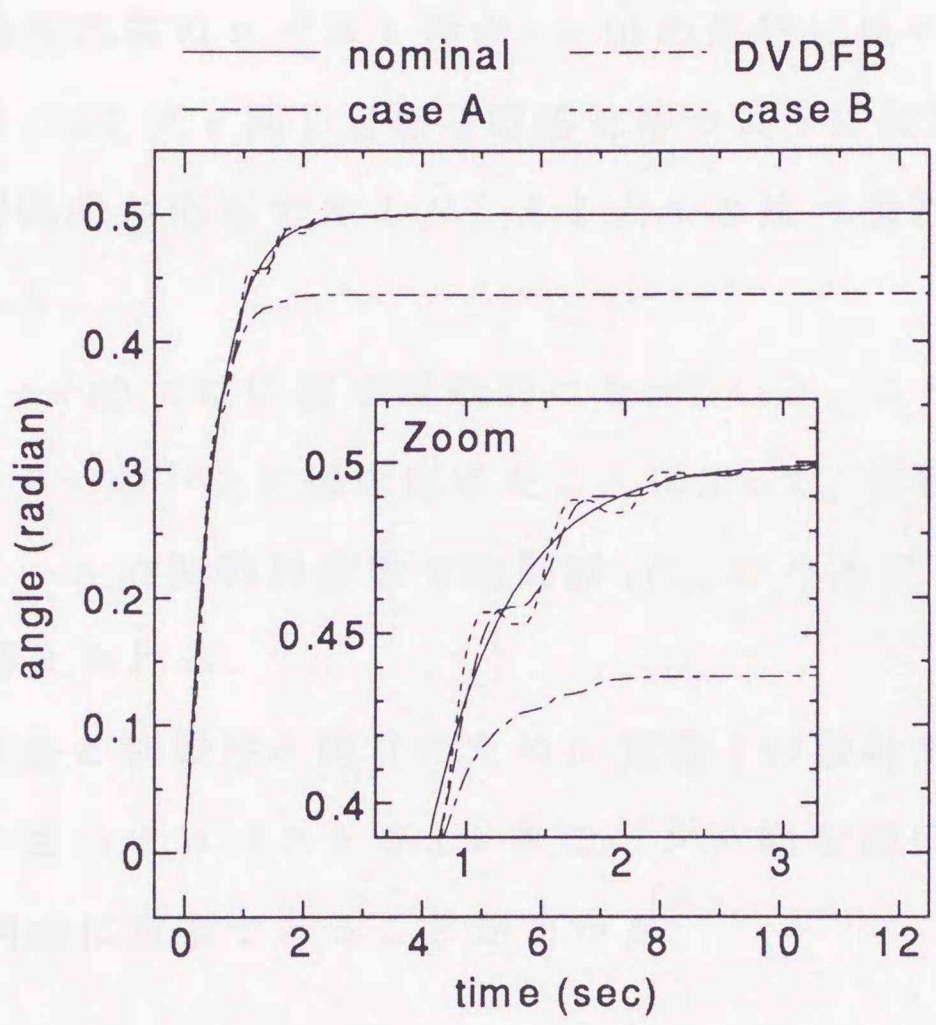


Fig. 3-8: Step responses to 0.5 radian reference input in the case $\alpha = 30$.

いcase Bでは，case Aに比べ大きな振動を生じており，提案したロバスト補償器の設計条件の有効性が明らかである．

$\alpha=5$では，ロバストフィルタのバンド幅が$\alpha=10$よりも狭いため，過渡応答のロバスト性が$\alpha=10$の応答に比べ劣っている．Fig.3-9は(3.28)式と同じ目標値応答を持つように設計した1型のDVFB制御系の応答であるが，ノミナルと比べ過制動な応答になっている．

一方，$\alpha=30$では応答が振動的になっている．これは，ロバストフィルターのバンド幅を広げたことによって，柔軟アームの第1振動モードの振動周波数で制御器${}_RC_{wz}$がハイゲインになったためと考えられる．

低感度性と制振性の両立のために**定理1**の設計条件が有効であるが，さらにロバストフィルタのバンド幅を適切に設定することも同時に重要であることがわかる．

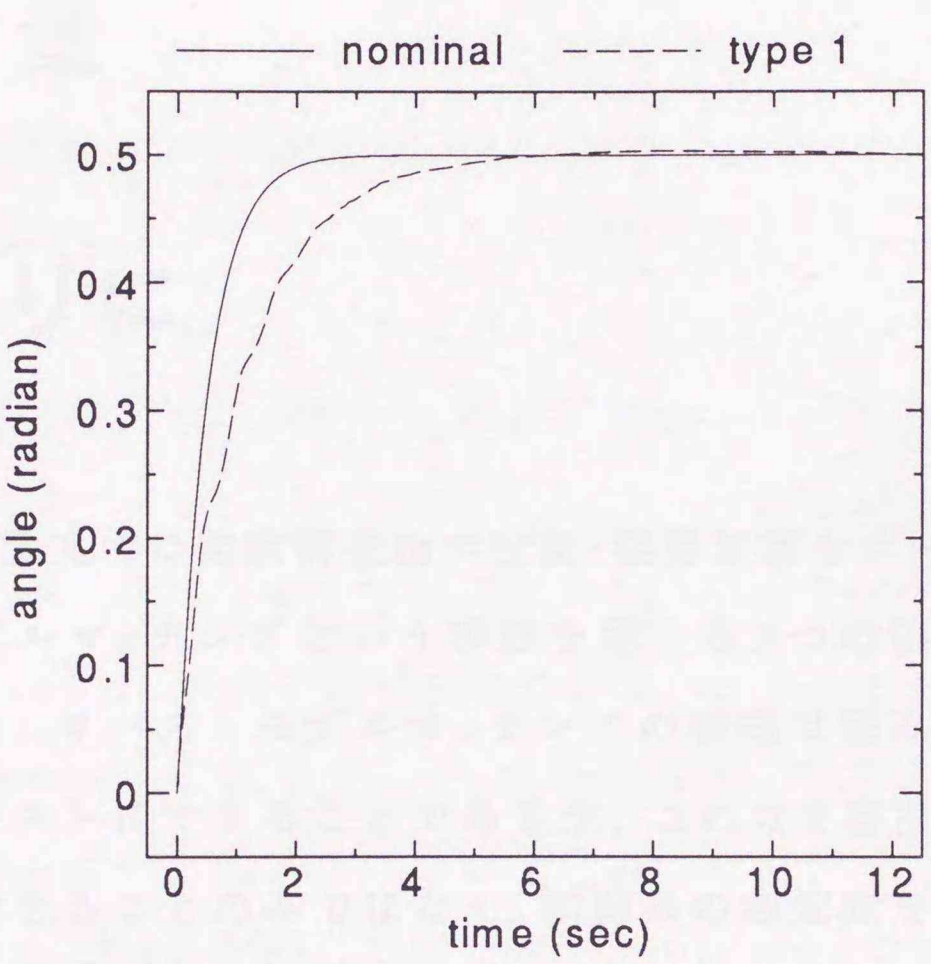


Fig. 3-9: Step responses to 0.5 radian reference input in the case of type 1.

第4章

おわりに

本学位論文では柔軟構造物の位置・姿勢制御をテーマに，ロバストモデルマッチングという手法を用いる2つの制御系設計法を示した．ロバストモデルマッチングの特徴は望みの目標値応答をロバストにできることであるが，これは2自由度の制御系を設計できることのみではなく，制御系の極配置を指定できることも含んでいる．他の最適制御，H_∞制御といったロバスト制御設計法では，ある評価関数の最小化を主眼とするため制御系の極配置を設計パラメータとして陽に指定できない．したがって，ある時間内で外乱応答をゼロに収束させたいなどの要求を満足する制御系の設計が難しい．本論文中でロバスト補償器の

極が制御系の外乱応答を左右する様子を示したように，ロバストモデルマッチングによればこのような要求を極簡単に実現できる．筆者はこの点が本手法の最大のセールスポイントの一つであると考えている．

各章について次のようにまとめる．

第2章では，柔軟構造系にロバストモデルマッチングを適用する上で問題となる，低次元化による誤差の取扱いとモデル化誤差に対する安定性について考察し，ロバストモデルマッチングの枠組を変えずに，この設計法の長所を生かすような拡張や新たな手法の導入をはかった．前者の低次元化による誤差の取扱いについては，等価外乱の考え方を自然に拡張することにより解決可能であった．また，後者の問題については加法的変動に対する制御系の安定条件をもとに，制御器に含まれるパラメータ決定の際に安定性を考慮する手法を提案した．

設計例ではこの手法により，設計時に仮定した変動に対して安定で，制振性を持つ制御系が設計できた．同時に，この系は既存の制御系の目標値応答を保持し，モデル化誤差に対して低感度化されており，ロバストモデルマッチングの特徴が活かされた結果が得られた．

ここで導入した手法はH_∞制御のようにあるクラスの全ての変

動に対するロバスト安定化を保証するものではない．しかし，典型的な変動を考慮することによって，本手法によってもロバスト安定性の高い系の設計が可能であると考えられる．

第3章では，collocated feedback 制御による弾性振動の抑制機能と同時に，低感度特性を実現するためのロバストモデルマッチングの設計条件を示した．また，1リンク柔軟アームを用いた実験を行い，本手法の有効性を示した．

実験では簡単のため剛体モードのみを制御対象の設計用モデルとしたが，本手法は振動モードを含んだモデルにも適用可能である．また，本手法によって得られる制御系は，collocated feedback 制御系にロバスト補償器を付加する構造を持つため，既存の collocated feedback 制御系を利用できる．

謝辞

本学位論文をまとめるにあたり，多くの方々のご指導をいただきました．ここに記して謝意を表します．

北海道大学工学部電気工学科土谷武士教授には研究に対するご指導はもとより，研究者としての姿勢や心構え，信念についてご教示いただきました．深く感謝いたします．

旭川高等工業専門学校長田川遼三郎先生には著者を本研究にお導きいただき，研究内容に対するご指導ご批判，ときには，遅々として進まぬ筆者の研究に叱咤激励をいただきました．厚く感謝いたします．

北海道大学工学部電気工学科田中譲教授には研究分野が異なりましたが，研究の進め方に対しご意見をいただき，また，その独創的な研究と精力的な研究活動で筆者を激励いただきました．深く感謝いたします．

北見工業大学情報工学科助教授栄坂俊雄先生には，日頃の研究から研究論文の校閲に至るまで，様々な相談に乗っていただき，本研究に関して貴重なご意見を数多くいただきました．心より感謝いたします．

北海道大学工学部電気工学科助教授武田毅先生には，研究に関するハードウェアについてお力添えいただきました．深く感謝いたします．

北海道大学工学部電気工学科助手松下昭彦先生には学生時代からのその猛勉強ぶりと研究に対する態度に筆者はしばしば啓発されました．深く感謝いたします．

研究室の同輩の堀勝博氏，柳田美穂氏，山崎博之氏とはお互いの研究について意見を交換する多くの機会を持つことができ，筆者の興味の幅を広げることができました．特に，柳田氏は筆者と研究テーマが近いこともあり，彼との議論は筆者の研究の糧となりました．さらに，多くの先輩・同輩・後輩に大変お世話になりました．心より感謝いたします．

また，本研究の妥当性を実証するにあたり，次の方々にもお世話になりました．

三菱電機株式会社の柏瀬俊夫氏，黒田健氏には文献13)の設計例の資料の提供を快諾いただきました深く感謝いたします．

第3章で使用した柔軟アーム実験装置を製作された室蘭工業大学電気システム工学科の橋本幸男先生には実験装置の使用を快諾していただき，実験装置に関する情報まで提供していただ

きました．心より感謝いたします．

最後に私事ですが，研究の道に進むことを快諾し応援してくれた両親，著者の研究活動の良き理解者であり，サポーターである妻啓子に，心より感謝いたします．

参考文献

1) 土屋, 柏瀬: 大規模宇宙構造物(LSS)の制御, 計測と制御, **26**-10, 855/862 (1987)

2) 狼, 木田, 石島: 大型柔軟宇宙構造物の制御問題, 計測と制御, **23**-1, 69/74 (1984)

3) 狼, 木田, 山口: LSSのダイナミクス, モデリングおよび低次元化, 計測と制御, **26**-10, 845/854 (1987)

4) 木田 隆: 大規模宇宙構造物の制御, 日本ロボット学会誌, **6**-5, 459/462 (1988)

5) 西村敏充: 宇宙における柔軟構造物の動向, 計測と制御, **26**-10, 829/834 (1987)

6) M.J.Balas: Trends in Large Space Structure Control Theory: Fondest Hopes, Wildest Dreams, IEEE Trans. on Auto. Contr., **AC-27**-3, 522/535 (1982)

7) J.C. Doyle and G. Stein: Robustness with Observers, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-24**-4, 607/611 (1979)

8) 木田, 池田, 山口: 高域遮断特性をもたせた最適レギュレータとその大型宇宙構造物の制御への応用, 計測自動制御学会論文集, **25**-4, 448/454 (1989)

9) John R. Sesak, Peter Likins and Thomas Coradetti: Flexible Spacecraft Control by Model Error Sensitivity Suppression, The Journal of the Astronautical Sciences, **XXVII**-2, 131/156 (1979)

10) M.J.Balas: Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structures, J.Guidance and Control, **2**-3, 252/253 (1979)

11) 土屋, 柏瀬, 真鍋: 柔軟衛星の姿勢制御, 計測と制御, **24**-5, 410/416 (1985)

12) M. G. safonov and H. Flashner: MODELING AND ROBUSTNESS ISSUES IN CONTROL DESIGN FOR FLEXIBLE STRUCTURES, in Reprints of American Control Conference, **3**, 2527/2531 (June 1989)

13) 柏瀬, 黒田: H_∞最適制御理論による柔軟宇宙構造物の姿勢制御, 第1回ロバスト制御研究会資料, 1/10 (1989)

14) R.Tagawa: Robust Model-Matching, The Journal of Hokkaido University Computer and Control Research Group, **1**-1, 1/13 (1987)

15) 田川遼三郎: モデルマッチングとロバスト制御, コンピュートロール, **13**, コロナ社, 53/58 (1986)

16) 田川遼三郎: ロバストモデルマッチング, 第 8 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 91/96 (1985)

17) 田川遼三郎: ロバストモデルマッチング (多入力多出力系の場合), 第 9 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 143/148 (1986)

18) 栄坂俊雄: ロバスト制御, 精密工学会誌, **56**-6, 1014/1019 (1990)

19) 田川遼三郎: ロバストな定常特性を得るための必要十分条件と「内部モデル原理」の導出, 第1回ロバスト制御研究会資料, 117/124 (1989)

20) T.Eisaka, Y.Zhong, S.Bai and R.Tagawa: Evaluation of Robust Model Matching for the Control of a DC Servo Motor, International Journal of Control, **50**-2, 479/493 (1989)

21) 矢部, 三宅, 栄坂, 田川: ロバストモデルマッチングによるビデオディスクプレーヤのフォーカスサーボ系設計, 計測自動制御学会論文集, **27**-10, 1159/1166 (1991)

22) 田島, 田川: ロバスト・モデルマッチングによるテープ速度、張力の制御, 第 15 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 313/318 (1992)

23) 栄坂, 田川: 非最小位相系のロバストモデルマッチング, 第16回制御理論シンポジウム, 79/82 (1987)

24) 田川泰敬: ロバストモデルマッチングの拡張 (最小 2 乗法による近似 zeroing ゼロイングの手法の提案), 第 11 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 75/78 (1988)

25) M.Vidyasagar: Control System Synthesis, A Factorization Approach, The MIT Press, 278 (1985)

26) 田川遼三郎: 多入力多出力系の Nyquist 安定判別定理, 第 2 回ロバスト制御研究会資料, 39/44 (1991)

27) 糀谷, 池田, 木田: Collocated Feedback による宇宙構造物の最適制御, 計測自動制御学会論文集, **25**-8, 882/888 (1989)

28) 木田, 山口, 上野, 平子: 大型宇宙構造物のＤＶＦＢ制御一安定性に関する考察およびその地上実験結果一, 計測自動制御学会論文集, **25**-12, 1324/1330 (1989)

29) 池田雅夫: 制御系における零点[III]システム構造と零点, 計測と制御, **29**-5, 441/448 (1990)

30) 木田, 山口, 千田: Collocated Feedback を利用した宇宙構造物の制御系設計, 第21回制御理論シンポジウム資料, 127/130 (1992)

31) 橋本, 土谷: フレキシブルアームによる懸垂物の移動制御, 日本ロボット学会誌, **10**-2, 226/233 (1992)

32) 嘉納秀明: 集中と分布[IV]-近似モデリングの方法-, 計測と制御, **26**-11, 968/976 (1987)

33) 嘉納秀明: フレキシブルアームの分布定数系モデル, 日本ロボット学会誌, **6**-5, 430/435 (1988)

図目次

1-1 The request to the control of flexible structures. 3

1-2 The image of a space station. 4

1-3 Modeling procedures of the flexible structures. 8

1-4 The transfer function of the linear model. 10

1-5 The role of robust control of the flexible structures. 12

1-6 Control system via Robust Model Matching. 20

1-7 Robust Compensator via Zeroing method. 22

1-8 Robust Compensator via Optimization. 25

2-1 The control system with an additive perturbation. 34

2-2 The path of the Nyquist plot. 36

2-3 The structure of the flexible satellite. 43

2-4 The Nyquist plots in case A with P_{v1}, P_{v2}, and P_{v3} (only 2nd mode). 49

2-5 The Bode plots of $\det(I - {}_R W_{v^*u} \Delta P_{uy^*})$ in case A. 50

2-6 The Bode plots of ${}_R W_{v^*u}$ in case A. 51

2-7 The Bode plots of ${}_R W_{v^*u}$ in case B. 52

2-8 The Nyquist plots in case B with P_{v1}, P_{v2}, and P_{v3} (only 2nd mode). 53

2-9 The Bode plots of P_{uy} and $\tilde{P}_{uy}$. 55

2-10 The step responses of model matching, case B, and case C to 0.01 Nm torque disturbance. 56

2-11 The step responses of nominal, model matching, and case B to 1 degree reference input. 57

2-12 The step responses of H_∞ and H_2 with DVFB control to 0.01 Nm torque disturbance. 59

3-1 DVFB 制御 62

3-2 DVDFB 制御 62

3-3 Flexible arm experimental apparatus. 73

3-4 Bode plot between u and y by measurement and calculation. 77

3-5 Fundamental equivalent disturbances in block diagram. . . . 80

3-6 Step responses to 0.5 radian reference input in the case $\alpha = 5$. 82

3-7 Step responses to 0.5 radian reference input in the case $\alpha = 10$. 83

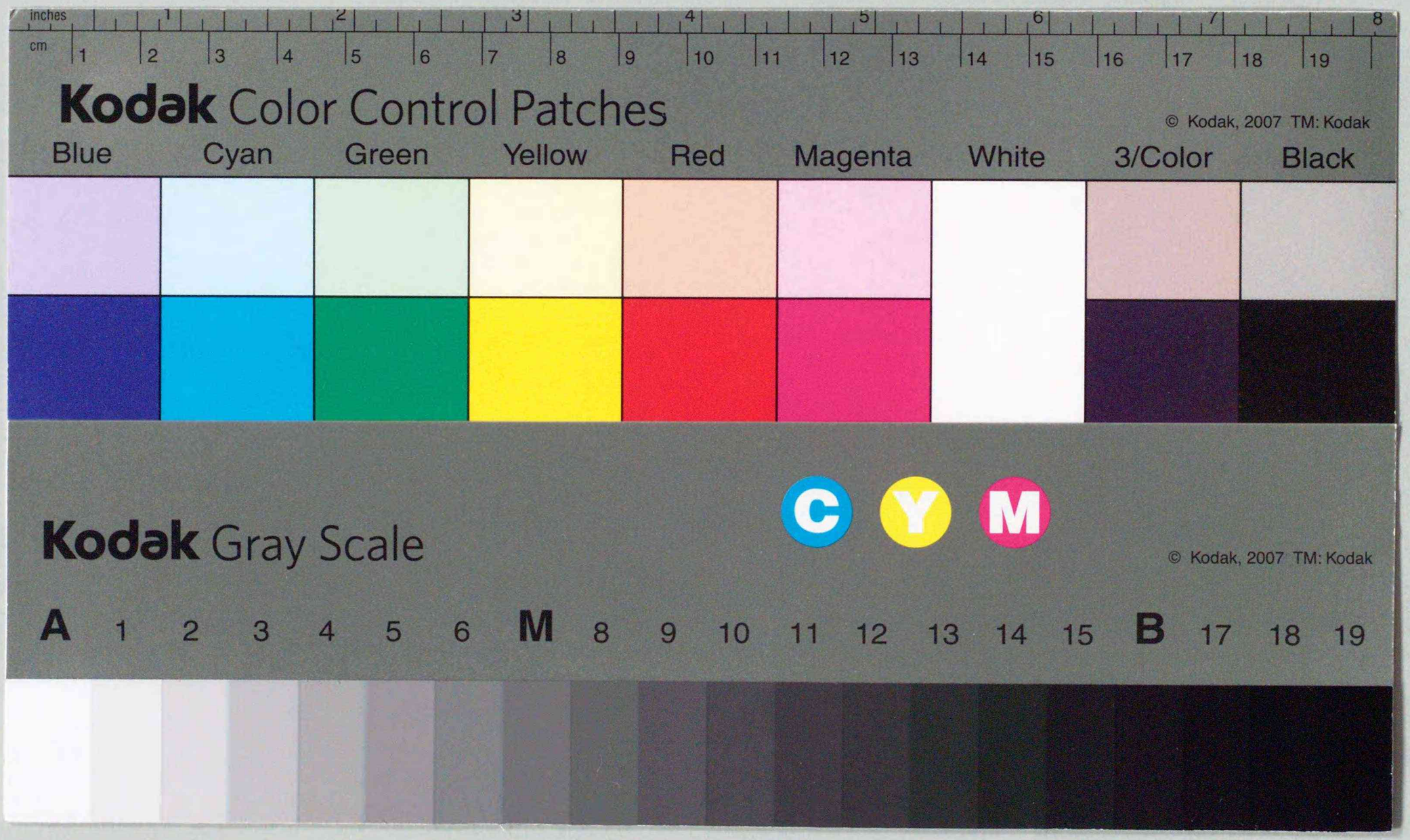
3-8　Step responses to 0.5 radian reference input in the case $\alpha = 30$. 84

3-9　Step responses to 0.5 radian reference input in the case of type 1. 86

表目次

2-1 The parameters of case A, B and C 47

3-1 Parameters of the flexible arm. 74


inches
cm
Kodak Color Control Patches
© Kodak, 2007 TM: Kodak
Blue
Cyan
Green
Yellow
Red
Magenta
White
3/Color
Black
Kodak Gray Scale
C
Y
M
© Kodak, 2007 TM: Kodak
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19