



| | |
|------------------|---|
| Title | せん断変形と偏心曲げモーメントを受ける免震積層ゴムの力学挙動解析 |
| Author(s) | 石井, 建; Ishii, Ken; 菊地, 優 他 |
| Citation | 日本建築学会構造系論文集, 75(647), 87-93 https://doi.org/10.3130/aijs.75.87 |
| Issue Date | 2010-01 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/50348 |
| Rights | 日本建築学会 |
| Type | journal article |
| File Information | JSCE75-647_87-93.pdf |



せん断変形と偏心曲げモーメントを受ける免震積層ゴムの力学挙動解析

A NEW ANALYTICAL MODEL FOR SEISMIC ISOLATION BEARINGS SUBJECT TO ECCENTRIC BENDING MOMENTS AND SHEAR DEFORMATION

石井 建*, 菊地 優**, 北村佳久***, 仲村崇仁****

*Ken ISHII, Masaru KIKUCHI, Yoshihisa KITAMURA
and Takahito NAKAMURA*

This paper presents a new analytical model for predicting the behavior of elastomeric seismic isolation bearings subject to combined eccentric bending moments and shear deformation. The mechanical model consists of a series of axial springs at the top, mid-height and bottom of the isolator. The model can account for end rotations of the isolator, and the overall isolator rotational stiffness can include the influence of the variation of vertical load on the isolator and the imposed shear deformation. To identify the mechanical characteristics of isolators, static bending tests under various combinations of vertical load and shear deformation were performed. The results of analyses using the new model show very good agreement with experimental observations.

Keywords : *Seismic isolation, Rubber bearings, Rotational Stiffness, Non-linear hysteresis model*

免震, 積層ゴム, 回転剛性, 非線形復元力モデル

1. はじめに

免震積層ゴムの建物内への設置は、通常、積層ゴム上下面の水平を確保するために、上下を剛強な基礎梁で挟み込む方法がとられる。一方、免震構造のコストダウンの目的から基礎梁をなくした杭頭免震や、建物の外周部の柱とその直下の積層ゴムの外面を合わせて配置することによって有効な床面積を確保するなどの工夫が試みられている。このような積層ゴムの設置状況では、積層ゴムに偏心曲げモーメントが作用したり、上下面に回転変形が生じたりすることが想定され、従来の力学特性評価手法では、これらの状態を考慮した特性を表現できない可能性がある。

様々な荷重条件や変形状態が組み合わされた場合の積層ゴムの力学的挙動を追跡することを目的として、現在までに以下のような研究が行われている。飯塚¹⁾は積層ゴムの端部回転が剛性に及ぼす影響を把握する目的で、積層ゴム端部の回転に関する自由度を考慮し、Haringx 理論²⁾に基づく積層ゴムの剛性マトリクスを導いた。浅野・嶺脇³⁾は、積層ゴムは作用する曲げモーメントがある大きさに至ると急激に回転角が増加する曲げ特性を持ち、その曲げモーメントは導入面圧によって変化することを実験から明らかにした。これにより、数値解析で積層ゴムの端部回転を扱う場合は、荷重条件に応じ

た非線形復元力の設定が必要であることが明確となった。三山⁴⁾はせん断変形に応じた剛性変化を表現する係数を剛性マトリクスに取り入れたモデル(剛棒ばねモデル)を提案し、積層ゴムに生じる水平変位と上面回転角および軸力を連動して増減させた実験の数値解析を行った。飯塚・高岡⁵⁾は積層ゴムの上下端の回転ばねと中間部のせん断ばねで表現する Koh-Kelly Model⁶⁾を直接接続することで端部回転を許容し、非線形解析への拡張が容易なモデル(ばね-剛体離散型モデル)を提案した。山本等⁷⁾は Koh-Kelly Model の上下端部の回転ばねを並列多軸ばねに置き換えることで、軸力の変動をせん断・曲げ特性に反映させられるモデル(並列多軸ばねモデル)を提案し、水平加力を想定した大変形領域における挙動解析を行った。

以上に述べた既往の研究を概観すると、依然として、偏心曲げモーメントを受ける積層ゴムの挙動解析に関して、一定のせん断変形が生じた状態における曲げモーメント-回転角関係の再現という課題が残されている。積層ゴムの端部に回転を与える場合、高さ方向には逆対称以外の曲げモーメント分布が生じるため、上下方向の対称性を仮定することは適当でない。また、積層ゴスを架構に組み込んだ状態での数値解析を行うためには、荷重や変形の条件に応じた特性変化を表現可能な力学モデルとすることが望ましい。そこで、本研

* 北海道大学大学院工学研究科 大学院生

** 北海道大学大学院工学研究科 教授・博士(工学)

*** 清水建設設計本部

**** オイレス工業(株)技術開発部 研究員・修士(工学)

Graduate Student, Graduate School of Engineering, Hokkaido University

Prof., Graduate School of Engineering, Hokkaido University, Dr. Eng.

Design Division, Shimizu Corporation

Research Engineer, Research & Development Division, Oiles Corporation, M. Eng.

究では以上に述べた課題を解決できる力学モデルを新たに提案し、積層ゴムに偏心曲げモーメントを与えた実験結果⁸⁾を再現することによって、力学モデルの妥当性を検証する。提案モデルに必要なとされる具体的な機能は次の三点にまとめられる。①積層ゴムの端部がせん断変形とは無関係に回転する場合の曲げモーメント-回転角関係を表現できる。②高さ方向に逆対称以外の曲げモーメント分布が生じる場合に対応できる。③導入面圧およびせん断変形の変動による回転特性の変化を、荷重・変形条件に基づいて自動的に追跡できる。

2. 力学モデルの定式化

せん断変形と偏心曲げモーメントが作用した積層ゴム内の曲げモーメント分布を想定して、本研究では図1に示す力学モデルを考える。この力学モデルは、積層ゴムの断面を短冊状に N 分割し、各分割部分を表現する軸ばねを並列に配した並列多軸ばね層をモデル内の上下端部(節点 a-m 間, n-b 間)に設けた従来の並列多軸ばねモデル⁷⁾に対して、中間部(節点 m'-n' 間)に並列多軸ばね層を追加している。各層の並列ばねに後述する非線形復元力を与えることで、積層ゴムの曲げに対する力学的挙動を表現する。また、中間層の並列ばねにより、積層ゴムの上下端部だけでなく高さ方向中間部においても曲げモーメントが生じ、非線形化に至るような状態を考慮することができる。提案モデルにおいて、並列ばね層の間は積層ゴム高さを表す剛体要素で接続し、中間層の材軸中央部にはせん断方向と軸方向に有効なばねを配している。積層ゴムの端部に相当する節点 a と b は水平・鉛直・回転の3自由度を持つ。内部的な節点 m と n は水平方向の変位がそれぞれ節点 a と b に等しく、鉛直・回転の2自由度を持つ。変位の生じていない状態において節点 a と m, m' と n', b と n はそれぞれ同一座標に位置し、節点 m-m' 間, n'-n' 間の剛体要素長さは、積層ゴム高さ h の半分ずつである。高さ方向の中間部に位置する節点 m' と n' は水平・鉛直・回転の3自由度を持つ。

図2に節点 a-m 間における力と変位の成分を示す。節点 a-m 間の並列ばねにおける i 番目のばねの相対変位増分 $\Delta_i \delta_{am}$ は、節点 a と m における変位増分を用いて次式で表される。

$$\Delta_i \delta_{am} = \begin{bmatrix} -1 & -i l_{am} & 1 & i l_{am} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{am} \quad (1)$$

ここで、

$$\Delta \mathbf{u}_{am} = \left\{ \Delta v_a \quad \Delta \theta_a \quad \Delta v_m \quad \Delta \theta_m \right\}^T$$

(1)式において、 $i l_{am}$ は並列ばねの中心軸から i 番目のばねまでの距離であり、積層ゴム断面中心から i 番目の分割部分重心までの距離に相当する。このばねに関する軸方向力増分 $\Delta_i f_{am}$ は、ばね定数 $i k_{am}$ を用いて次式で書ける。

$$\Delta_i f_{am} = i k_{am} \Delta_i \delta_{am} \quad (2)$$

並列ばね層両端の節点における力の増分は、各ばねの内力増分の和となる。節点 a および m における軸力と曲げモーメントの増分は、次式で算出できる。

$$\Delta p_a = -\Delta p_m = -\sum \Delta_i f_{am} \quad (3)$$

$$\Delta m_a = -\Delta m_m = -\sum \Delta_i f_{am} \cdot i l_{am} \quad (4)$$

以上より、節点 a-m 間における力と変位の関係が下式で表される。

$$\Delta \mathbf{f}_{am} = \mathbf{K}_{am} \Delta \mathbf{u}_{am} \quad (5)$$

ここで、

$$\Delta \mathbf{f}_{am} = \left\{ \Delta p_a \quad \Delta m_a \quad \Delta p_m \quad \Delta m_m \right\}^T$$

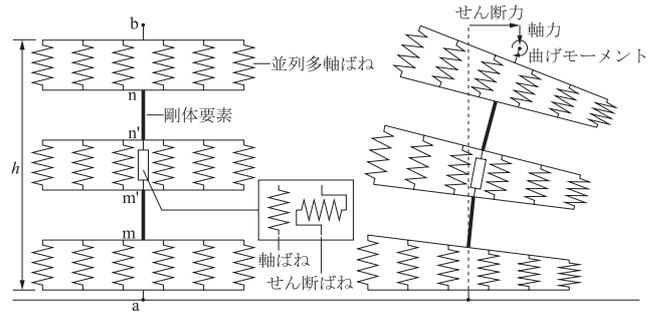


図1 三層並列多軸ばねモデル

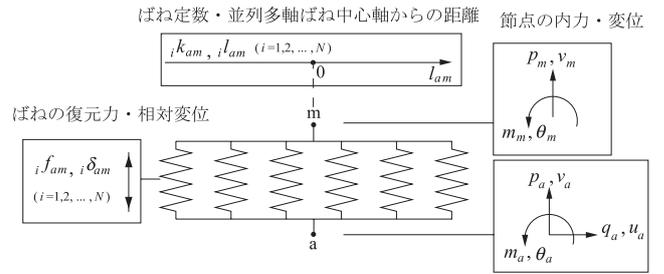


図2 力学モデルの力と変位の関係(節点 a-m 間)

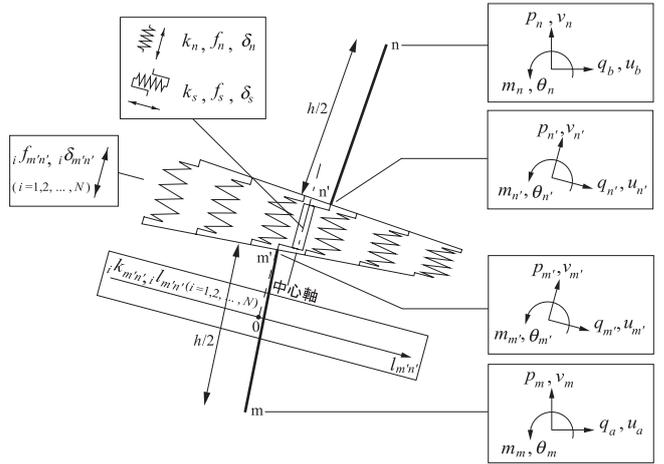


図3 力学モデルの力と変位の関係(節点 m-n 間)

$$\mathbf{K}_{am} = \begin{bmatrix} 1k_{am} & 2k_{am} & -1k_{am} & -2k_{am} \\ & 3k_{am} & -2k_{am} & -3k_{am} \\ & & 1k_{am} & 2k_{am} \\ \text{sym.} & & & 3k_{am} \end{bmatrix}$$

$$1k_{am} = \sum i k_{am}, \quad 2k_{am} = \sum i k_{am} \cdot i l_{am}, \quad 3k_{am} = \sum i k_{am} \cdot i l_{am}^2$$

節点 n-b 間における力と変位の関係も同様であり、以上の式における添え字 a と m をそれぞれ n と b に置き換えて次式が得られる。

$$\Delta \mathbf{f}_{nb} = \mathbf{K}_{nb} \Delta \mathbf{u}_{nb} \quad (6)$$

図3に節点 m-n 間における力と変位の成分を示す。節点 m', n' は剛体部分を除いた力学モデル中央部の節点であり、節点 m'-n' 間における座標軸を並列ばね層中心軸の傾きに応じて回転させるとき、節点 m'-n' 間のせん断ばね定数 K_s 、軸ばね定数 K_n 、回転ばね定数 K_r を用いて下式が成り立つ。

$$\Delta \mathbf{f}_{m'n'} = \mathbf{K}_{m'n'} \Delta \mathbf{u}_{m'n'} \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{f}_{m'n'} &= \left\{ \Delta q_{m'} \quad \Delta p_{m'} \quad \Delta m_{m'} \quad \Delta q_{n'} \quad \Delta p_{n'} \quad \Delta m_{n'} \right\}^T \\ \Delta \mathbf{u}_{m'n'} &= \left\{ \Delta u_{m'} \quad \Delta v_{m'} \quad \Delta \theta_{m'} \quad \Delta u_{n'} \quad \Delta v_{n'} \quad \Delta \theta_{n'} \right\}^T \\ \mathbf{K}_{m'n'} &= \begin{bmatrix} K_s & 0 & 0 & -K_s & 0 & 0 \\ & K_n & 0 & 0 & -K_n & 0 \\ & & K_r & 0 & 0 & -K_r \\ & & & K_s & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & K_n & 0 \\ & & & & & K_r \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$K_s = k_s, \quad K_n = \sum_i k_{m'n'} + k_n, \quad K_r = \sum_i k_{m'n'} \cdot i l_{m'n'}^2$$

ここで、 k_s および k_n はそれぞれ節点 m' - n' 間中央部のせん断ばねおよび中央部の軸ばねのばね定数である。中央部軸ばねは並列ばね層の中心軸上に配置されるため、回転ばね定数 K_r には寄与しない。

続けて、節点 m' - n' 間の力と変位の関係を、節点 m - n 間の力と変位の関係に変換する。節点 m' - n' 間の各ばねは中心軸とともに傾くため、それらの復元力は傾きに応じ水平・鉛直方向に分散して節点 m および n に作用する。また、各ばねの相対変位は、節点 m と n の相対変位から剛体要素により生じる変位を差し引いたものとなる。これらの有限変位による幾何学的関係および $P - \Delta$ 効果を考慮すると、節点 m と m' 、 n と n' における力と変位は変換行列 \mathbf{T} を用いて次式で関係付けられる⁷⁾。

$$\Delta \mathbf{u}_{m'n'} = \mathbf{T} \Delta \mathbf{u}_{mn}, \quad \Delta \mathbf{f}_{mn} = \mathbf{T}^T \Delta \mathbf{f}_{m'n'} \quad (8)$$

ここで、

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{f}_{mn} &= \left\{ \Delta q_a \quad \Delta p_m \quad \Delta m_m \quad \Delta q_b \quad \Delta p_n \quad \Delta m_n \right\}^T \\ \Delta \mathbf{u}_{mn} &= \left\{ \Delta u_a \quad \Delta v_m \quad \Delta \theta_m \quad \Delta u_b \quad \Delta v_n \quad \Delta \theta_n \right\}^T \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{h}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\theta_m & 1 & \frac{\delta_s}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{h}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\theta_n & 1 & -\frac{\delta_s}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

変換行列 \mathbf{T} における δ_s は中央部せん断ばねの伸びに対応し、次式で算出される。

$$\delta_s = u_{n'} - u_{m'} = (u_b - u_a) + \frac{h}{2} \cdot (\theta_n + \theta_m)$$

変換行列を求める際、回転角 θ_m および θ_n は微小であると仮定し、 $\sin \theta \simeq \theta$ 、 $\cos \theta \simeq 1$ の近似を用いた。(7)、(8)式を用いて、節点 m - n 間における力と変位の関係が次式で表される。

$$\Delta \mathbf{f}_{mn} = \mathbf{K}_{mn} \Delta \mathbf{u}_{mn} \quad (9)$$

ここで、

$$\mathbf{K}_{mn} = \mathbf{T}^T \mathbf{K}_{m'n'} \mathbf{T}$$

(5)、(6)、(9)式を節点 a と b に関する力 \mathbf{f}_{ex} と変位 \mathbf{u}_{ex} 、および節点 m と n に関する力 \mathbf{f}_{in} と変位 \mathbf{u}_{in} を用いて整理すると、本モデルの要素全体としての剛性行列を以下のように表現できる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{f}_{ex} \\ \Delta \mathbf{f}_{in} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{ex} \\ \Delta \mathbf{u}_{in} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

ここで、

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{f}_{ex} &= \left\{ \Delta q_a \quad \Delta p_a \quad \Delta m_a \quad \Delta q_b \quad \Delta p_b \quad \Delta m_b \right\}^T \\ \Delta \mathbf{f}_{in} &= \left\{ \Delta p_m \quad \Delta m_m \quad \Delta p_n \quad \Delta m_n \right\}^T \\ \Delta \mathbf{u}_{ex} &= \left\{ \Delta u_a \quad \Delta v_a \quad \Delta \theta_a \quad \Delta u_b \quad \Delta v_b \quad \Delta \theta_b \right\}^T \\ \Delta \mathbf{u}_{in} &= \left\{ \Delta v_m \quad \Delta \theta_m \quad \Delta v_n \quad \Delta \theta_n \right\}^T\end{aligned}$$

(10)式における \mathbf{K}_{11} 、 \mathbf{K}_{12} 、 \mathbf{K}_{21} 、 \mathbf{K}_{22} は、対応する節点ごとに \mathbf{K}_{am} 、 \mathbf{K}_{mn} 、 \mathbf{K}_{nb} をまとめることで得られる部分行列である。以上により、力学モデルの各節点に関して力の増分と変位の増分の関係を得ることができる。

3. 力学特性の設定

3.1 せん断変形に応じた曲げ特性の評価

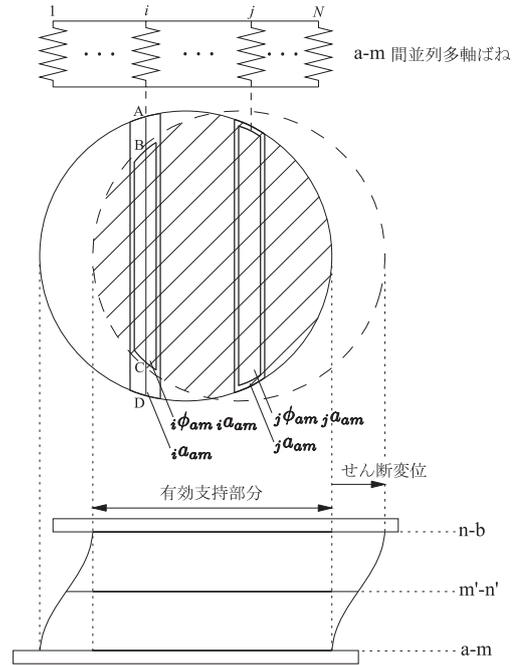


図4 並列ばね部分の有効断面積

提案モデルでは、積層ゴムの実質的な断面積および断面二次モーメントを変動させることにより、せん断変形に応じた曲げ特性の変化を表現する。図4に示す各並列ばね層において、並列ばねを構成するそれぞれのばねは、積層ゴム断面を短冊状に N 分割した各部分の重心位置に取り付けられる。力学モデルの節点 a - m 間、 n - b 間のうち任意の層について、 i 番目の軸ばね断面積 $i a$ には、対応する分割部分の断面積を用いる。また、力学モデルの節点 a - m 間と n - b 間に位置する上下端層の並列ばねは積層ゴムのゴム部分端部における面を、節点 m' - n' 間に位置する中間層の並列ばねは中間高さ位置での面を基準面とする。ここで、積層ゴムに水平変位が生じる場合に、積層ゴムを真上から見てゴム部分上下端が重なる部分を有効支持部分とする。このとき、各並列ばねの基準面における i 番目の分割部分の断面のうち、有効支持部分の面積が占める割合を断面の有効率 $i \phi$ と定義する。このような定義に従った場合、積層ゴムが円形断面を持つとすると、各層における並列ばねの合計有効断面積 A' は次式で与えられる。

$$A' = \sum_i i \phi_i a = A \cdot \phi_A \quad (11)$$

ここで、

$$\phi_A = \frac{2}{\pi}(\beta - \alpha \sin \beta)$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

α と β は積層ゴムのせん断変形と対応する値であり、直径 D および水平変位 d を用いて次式で定められる。

$$\alpha = \frac{d}{D}, \beta = \cos^{-1}\left(\frac{d}{D}\right)$$

有効率を用いて算出した節点 m' - n' 間の中心軸に対する断面二次モーメント $I'_{m'n'}$ は次式で与えられる⁴⁾。

$$I'_{m'n'} = \sum i\phi_i a_{m'n'} \cdot i l_{m'n'}^2 \simeq I \cdot \phi_I \quad (12)$$

ここで、

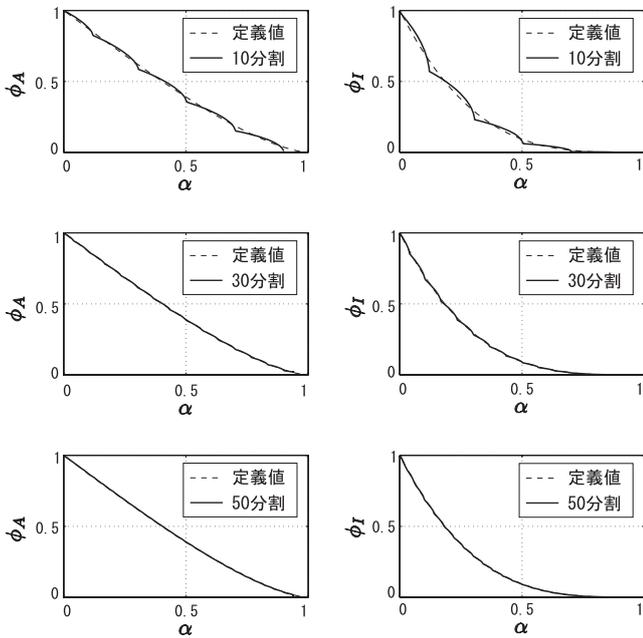
$$\phi_I = \frac{4}{\pi} \left(\frac{1}{2}\beta + 2\alpha^2\beta - \frac{13}{6}\alpha \sin^3 \beta - \frac{5}{2}\alpha^3 \sin \beta \right)$$

$$I = \frac{\pi D^4}{64}$$

(12) 式の近似は断面の分割数 N が大きい場合に成り立つ。同様の近似を用いて、有効率を考慮した a - m 間と n - b 間それぞれの中心軸に対する断面二次モーメント I'_{am} および I'_{nb} は次式で与えられる。

$$I'_{am} = I'_{nb} = I'_{m'n'} + A' \left(\frac{d}{2} \right)^2 = I \cdot (\phi_I + 4\alpha^2 \phi_A) \quad (13)$$

本研究では、有効率 $i\phi$ を対応する分割部分の重心位置を通る弦の長さにより評価する。例として、図4に示した a - m 間の i 番目の分割部分に関しては、弦 AD の長さに対する弦 BC の長さの割合を $i\phi_{am}$ として用いる。このような有効率の評価が定義した有効率と整合するかを確認するため、断面の分割数 N を変えた場合の合計断面積および断面二次モーメントの低減率 ϕ_A, ϕ_I の値を (11), (12) 式からそれぞれ逆算し、定義から得られる理論値とともに図5に示す。



(左) $(\sum i\phi_i a)/A$ と α の関係 (右) $(\sum i\phi_i a \cdot i l^2)/I$ と α の関係

図5 分割数に応じた有効率計算精度の変化

図5より、断面の分割数 N が大きいほど先に述べた方法で評価の精度が良くなると判断できる。また、分割数 $N = 50$ での計算値は定義した有効率から得られる値とほぼ一致していることがわかり、同

時に (12) 式の近似も十分正しいことが確認できる。この結果に基づき、本研究では断面の分割数 N を 50 とする。

また、力学モデル節点 m' - n' 間中央部の軸ばねには、積層ゴム有効支持部分の面積に比例したばね定数を与える。即ち、水平変位が生じた場合には、(11) 式における ϕ_A を k_n に乗じて用いる。

3.2 軸ばね群の復元力特性

各層の並列ばねのうち i 番目のばね定数 $i k$ は、それぞれの弾性係数 $i e$ 、断面積 $i a$ 、断面の有効率 $i \phi$ 、ばねの仮想長さ l を用いて次式で与えられる。

$$i k = \frac{i e \cdot i \phi_i a}{l} \quad (14)$$

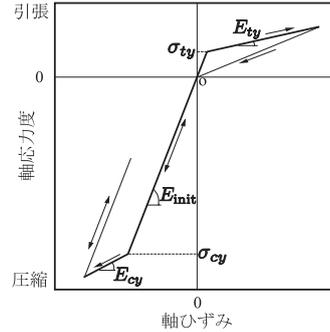


図6 並列多軸ばねの復元力モデル

(14) 式における弾性係数 $i e$ は、文献⁹⁾で提案された復元力モデルを修正した図6に示す応力度-ひずみ関係に基づいて算出する。本研究では、図6において引張降伏応力度 $\sigma_{ty} = 1 \text{ N/mm}^2$ 、引張降伏後弾性係数 E_{ty} を初期弾性係数 E_{init} の $1/500$ とし、除荷後指向点は原点とする。また、圧縮降伏応力度 $\sigma_{cy} = 100 \text{ N/mm}^2$ 、圧縮降伏後弾性係数 E_{cy} を E_{init} の $1/2$ とする。節点 m' - n' 間の中央部のせん断ばねと中央部の軸ばねに関しては、線形の復元力を適用する。

3.3 初期剛性の設定

力学モデルに変形が生じていない状態において各ばねに与える具体的な数値は、積層ゴムの各種剛性から以下のように定める。まず、力学モデル節点 m' - n' 間中央部のせん断ばね定数 k_s は、次式で算出される積層ゴム全体のせん断ばね定数 $g K_S$ と等しくおく。

$$k_s = g K_S = \frac{GA}{h_r} \quad (15)$$

ここで、 G はゴム材料のせん断弾性率、 A はゴムの断面積、 h_r は積層ゴム全体でのゴム部分総厚さである。

次に、三層の並列ばねを直列接続された回転ばねと見なし、力学モデルと積層ゴムの曲げ剛性を一致させる。積層ゴム全体の回転ばね定数 $g K_R$ は次式で求められる。

$$g K_R = \frac{E_b I}{h_r} \quad (16)$$

ここで、 E_b はゴムの曲げに関する見かけの弾性係数、 I はゴムの断面二次モーメントである。一方、それぞれの層の並列ばねが持つ回転ばね定数 $r K_{am}$ 、 $r K_{m'n'}$ 、 $r K_{nb}$ は次式で算出できる。

$$\left. \begin{aligned} r K_{am} &= \frac{E_{am} I}{l_{am}} \\ r K_{m'n'} &= \frac{E_{m'n'} I}{l_{m'n'}} \\ r K_{nb} &= \frac{E_{nb} I}{l_{nb}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで、 E_{am} 、 $E_{m'n'}$ 、 E_{nb} はそれぞれの層の並列ばねに与えられる初期弾性係数 E_{init} を表し、 l_{am} 、 $l_{m'n'}$ 、 l_{nb} はそれぞれの層における並列ばねの仮想長さ l である。また、(12) 式と同様の近似を用いた。直列接続された回転ばねと積層ゴム全体の曲げ剛性を一致させる条件は下式で表現できる。

$$\frac{1}{gK_R} = \frac{1}{rK_{am}} + \frac{1}{rK_{m'n'}} + \frac{1}{rK_{nb}} \quad (18)$$

このとき、力学モデル上下面を水平に保ったまま水平変位を与えることを考える。せん断ばねの変位を除き、曲げ変形によって生じる水平変位の量を線形挙動する梁部材のそれと整合させるとすれば、上下端部に位置する回転ばね定数はそれぞれ次のように決まる。

$$rK_{am} = rK_{nb} = 6gK_R \quad (19)$$

(19) 式を求める過程において、力学モデルに与えるばね定数は上下方向に対称であるとした。この結果を (18) 式に代入すると次式が得られる。

$$rK_{m'n'} = 1.5gK_R \quad (20)$$

一層あたりの軸ばね仮想長さをゴム層総厚さ h_r の 3 分の 1 ずつとすると、(16)～(20) 式より復元力モデルにおける初期弾性係数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} E_{am} &= E_{nb} = 2E_b \\ E_{m'n'} &= 0.5E_b \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

最後に、 m' - n' 間中央部の軸ばねを含む三層の並列ばね部分を直列接続された鉛直ばねとして扱い、鉛直剛性を一致させる。積層ゴム全体の鉛直ばね定数 gK_V は次式で求められる。

$$gK_V = \frac{E_c A}{h_r} \quad (22)$$

ここで、 E_c はゴムの圧縮に関する見かけの弾性係数である。一方、それぞれの層の並列ばねが持つ鉛直ばね定数 vK_{am} 、 $vK_{m'n'}$ 、 vK_{nb} は次式で算出できる。

$$\left. \begin{aligned} vK_{am} &= \frac{E_{am} A}{l_{am}} \\ vK_{m'n'} &= \frac{E_{m'n'} A}{l_{m'n'}} + k_n \\ vK_{nb} &= \frac{E_{nb} A}{l_{nb}} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\text{ただし、} l_{am} = l_{m'n'} = l_{nb} = \frac{h_r}{3}$$

ここで、 k_n は力学モデル m' - n' 間中央部の鉛直ばね定数である。直列接続された鉛直ばねと積層ゴム全体の鉛直剛性を等しくおく条件より、下式が成り立つ。

$$\frac{1}{gK_V} = \frac{1}{vK_{am}} + \frac{1}{vK_{m'n'}} + \frac{1}{vK_{nb}} \quad (24)$$

また、(17) 式および (23) 式を用いると、各層における鉛直ばね定数と回転ばね定数について次の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} vK_{am} &= \frac{rK_{am} A}{I} \\ vK_{m'n'} &= \frac{rK_{m'n'} A}{I} + k_n \\ vK_{nb} &= \frac{rK_{nb} A}{I} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

(22)、(24)、(25) 式より、 m' - n' 間中央部の軸ばね定数が次式のように決定される。

$$k_n = \frac{9E_b(E_b - E_c)A}{2(E_c - 3E_b)h_r} \quad (26)$$

このように、並列ばねからは独立した中央部の軸ばねにより、力学モデルの持つ回転剛性と圧縮剛性を別々に設定することができる。

以上の手順で求められたばね定数と弾性係数および (14) 式を用いることで、提案する力学モデルの各部分に与えるべきばね定数が決定される。(16)、(22) 式に用いたゴム材料の見かけの弾性係数 E_c と E_b は次式で計算される。

$$E_c = \frac{E_0(1 + 2\kappa S_1^2) \cdot E_\infty}{E_0(1 + 2\kappa S_1^2) + E_\infty} \quad (27)$$

$$E_b = \frac{E_0(1 + \frac{2}{3}\kappa S_1^2) \cdot E_\infty}{E_0(1 + \frac{2}{3}\kappa S_1^2) + E_\infty} \quad (28)$$

ここで、 E_0 はゴム材料の縦弾性係数、 E_∞ は体積弾性係数、 κ は硬度による補正係数、 S_1 は次式で定義される一次形状係数である。

$$S_1 = \frac{D - D_i}{4t_r} \quad (29)$$

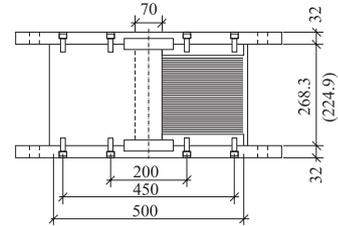
(29) 式において、 D はゴムの直径、 D_i は内径、 t_r は一層あたりのゴム厚さである。

4. 実験結果と解析結果の比較

4.1 回転特性試験の概要

文献⁸⁾で実施した実験結果と、本研究の提案モデルを用いた解析結果との比較を行った。解析の対象とした天然ゴム系積層ゴム試験体の形状を図 7 に、諸元を表 1 に示す。図における数値は文献⁸⁾における試験体 No.1 試験体および No.2 の諸元に準じている。数値解析に用いるゴム材料の縦弾性係数 E_0 は、ゴム材料のせん断弾性率 G と体積弾性係数 E_∞ から次式で求めた。

$$E_0 = \frac{9E_\infty \cdot G}{3E_\infty + G} \quad (30)$$



(括弧内は No.2 試験体の数値)

図 7 積層ゴム試験体 No.1 の形状

表 1 積層ゴム試験体諸元

| 試験体 | No.1 | No.2 |
|--------------------|-------------------------|---------|
| ゴム材料 | 天然ゴム | |
| せん断弾性率 G | 0.392 N/mm ² | |
| 体積弾性率係数 E_∞ | 2000 N/mm ² | |
| 硬度による補正係数 κ | 0.85 | |
| ゴム直径 D | 500 mm | |
| ゴム内径 D_i | 70 mm | |
| 一層のゴム厚さ t_r | 3.7 mm | |
| 一層の鋼板厚さ | 2.5 mm | |
| 一次形状係数 S_1 | 29.1 | |
| ゴム層数 | 34 層 | 27 層 |
| ゴム層総厚さ h | 125.8 mm | 99.9 mm |
| 二次形状係数 S_2 | 4.0 | 5.0 |

図8に文献⁸⁾で実施された加力試験のフローを示す。この試験では、①積層ゴム試験体に一定の面圧を導入した後、②水平オフセットひずみを与えた状態で、③頂部に回転角を生じさせている。変動パラメータは面圧(主に1,10 MPa)と水平オフセットひずみ(主に0,100%)であり、頂部回転角は $-1/50 \sim 1/50$ radの範囲である。後述する実験結果の回転角と曲げモーメントは、図8に示すように積層ゴムのゴム部分最上端中央部における値を用いている。

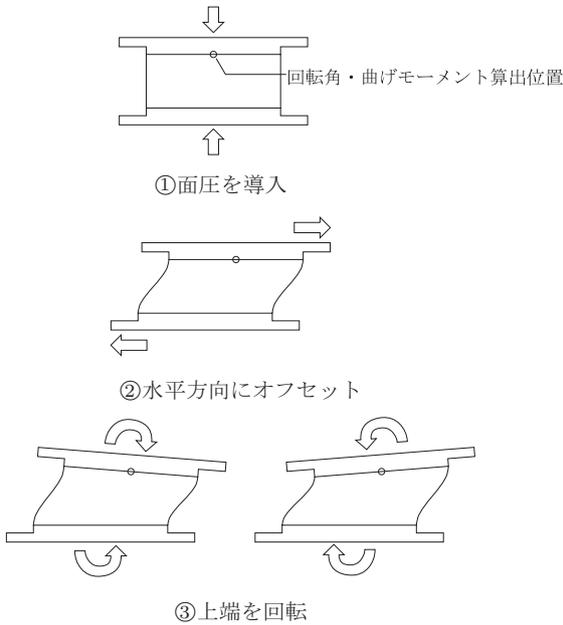


図8 文献⁸⁾で実施した加力試験のフロー

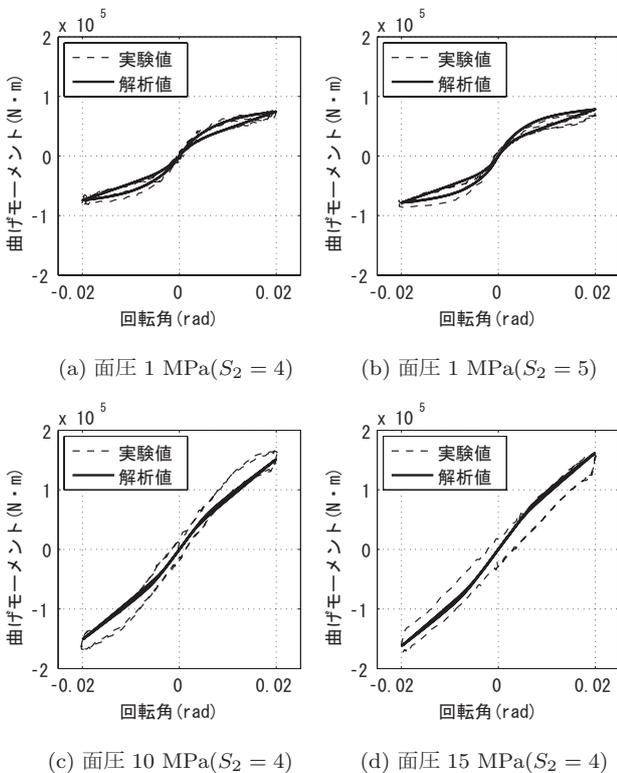


図9 端部の曲げモーメント-回転角関係 ($\gamma = 0\%$)

4.2 実験結果の再現

図9に水平オフセットひずみを与えない状態で上端を回転させた場合の曲げモーメント-回転角関係を示す。面圧1 MPaでは $S_2 = 4$ と $S_2 = 5$ の試験体の両方について、実験結果に見られる非線形化の開始点および二次剛性、最大回転角時に到達する曲げモーメントの値をいずれも精度良く表現できている。また、回転角が0に向かう場合に生じる履歴ループの膨らみ部分の形状も良く再現できている。面圧10 MPaおよび15 MPaにおいては、面圧の増大に応じて非線形化の始まる回転角が大きくなる性質を表現できているが、実験結果のような履歴ループの膨らみを十分に表せていない。これは、導入される面圧が大きいほど、その後の曲げモーメント载荷時に力学モデル内で引張領域となる部分が少なくなり、個々の並列ばねが描く履歴ループの面積が減少するためであると考えられる。また、このような高面圧下においても最大回転角時の割線剛性の評価は良好である。

図10に導入面圧は同条件とし水平オフセットひずみを0%または100%とした場合の曲げモーメント-回転角関係の比較を示す。水平オフセットひずみを与える際には、上端を水平に保ったまま水平変位を与えるため、回転角が0の部分で曲げモーメントが生じている。解析結果は二次形状係数によらず、水平オフセットひずみが生じている場合に初期剛性が低減される実験結果の傾向を良く捉えている。このとき、水平オフセットによる曲げモーメントは実験に従った結果が得られている。また、水平オフセットひずみを与えた場合には、二次剛性を小さく評価する傾向が見られ、最大回転角時の割線剛性を実験よりも小さく評価している。

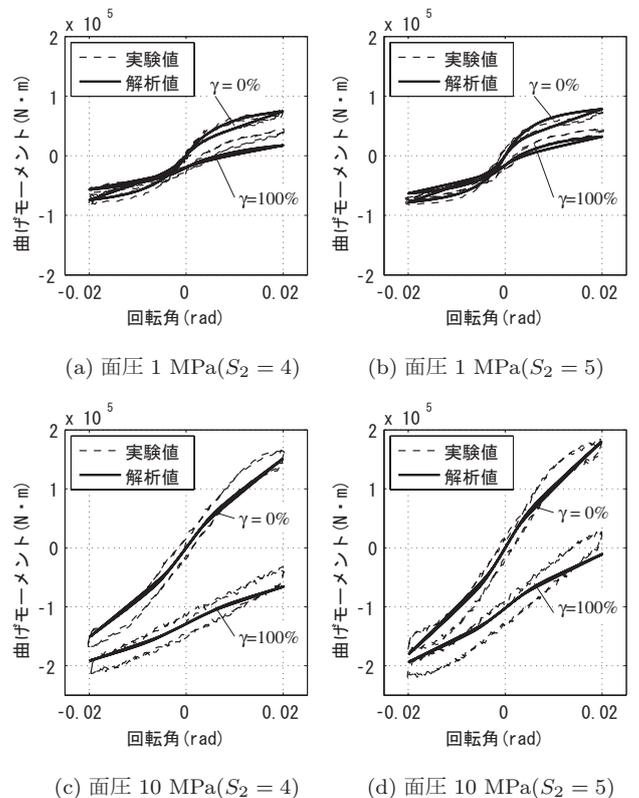


図10 端部の曲げモーメント-回転角関係 ($\gamma = 0, 100\%$)

曲げモーメント-回転角関係において回転角が微小な範囲の傾きを初期回転剛性として算出し、導入面圧に応じた変化の様子を図 11 に示す。実験では高面圧下での曲げモーメント-回転角関係における履歴ループに膨らみが生じているため、履歴ループにおける切片剛性が初期回転剛性として算出され、面圧の変化に対して大きく変動する結果が得られている。解析では履歴ループが原点を通る傾向を示し、回転角が小さい部分では履歴ループの膨らみを表現しきれていない。履歴ループにおける原点付近の接線剛性が初期回転剛性として評価されたことにより、解析では面圧の変化によらずほぼ一定の結果が得られた。

初期回転剛性と水平オフセットひずみの関係を図 12 に示す。 $S_2 = 5$ の試験体で面圧 1 MPa の条件以外では、解析結果は初期回転剛性を小さく評価する傾向を示している。しかし、せん断ひずみの変化に対する初期回転剛性の変化は、形状係数および導入面圧の条件によらず解析結果が実験結果を概ね良く追跡できており、せん断変形に応じて軸ばね群の有効面積を変動させる本解析モデルの手法が妥当であることを確認できた。

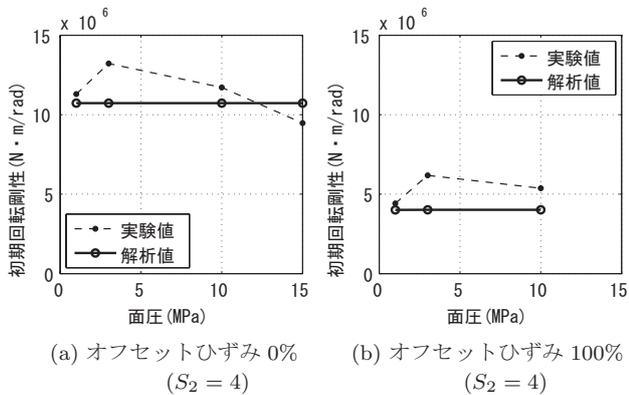


図 11 初期回転剛性の面圧依存性

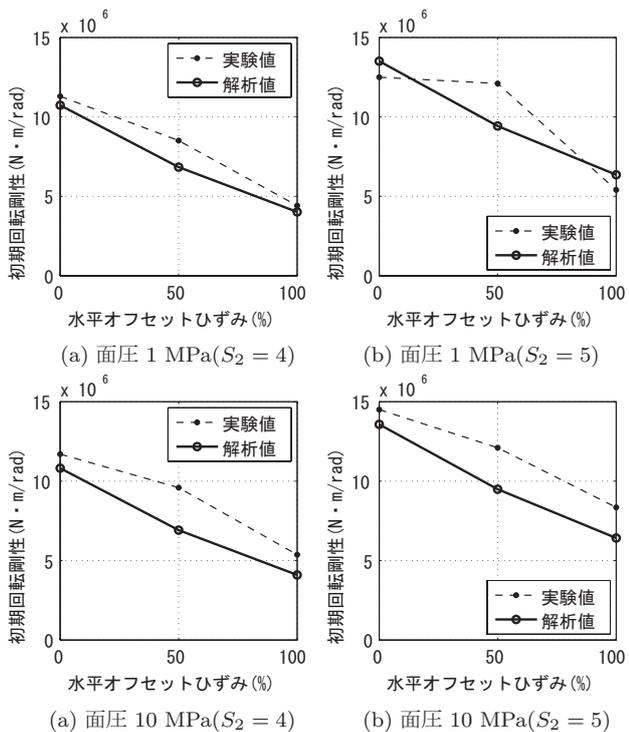


図 12 初期回転剛性のせん断ひずみ依存性

5. まとめ

本研究では、せん断変形と偏心曲げモーメントを受ける積層ゴムの力学挙動解析を目的として、新たな力学モデルを提案した。この力学モデルは、両端と中間部に並列ばね層を有している。これにより、導入面圧に応じた回転特性の変化を表現できると同時に、積層ゴムの端部に回転が生じることで高さ方向に逆対称以外の曲げモーメント分布が生じた場合に対応できる利点を有する。また、積層ゴムに生じる水平変位に応じて軸ばね群の有効面積を変動させ、実質的な断面面積および断面二次モーメントを変化させることにより、せん断変形が曲げ特性に与える影響を評価する方法を取り入れた。さらに、軸ばね群に非線形復元力を持たせることにより、せん断変形に依存しない曲げ特性の非線形性を表現した。

積層ゴムに偏心曲げモーメントを与えた実験結果の解析では、積層ゴム端部の曲げモーメント-回転角関係が、水平オフセットひずみや面圧に応じて変化する傾向を概ね良好に再現することができた。実際に免震建物の積層ゴム上下面に回転が生じる場合を考えると、せん断ひずみと回転角は比例するように連動して変化する状態が想定される。このような場合において、オフセットによる曲げモーメントと割線剛性の評価が可能な本モデルは、曲げ挙動の解析に十分有用であると言える。ただし、提案モデルの検証に用いた実験結果における最大水平オフセットひずみは 100% であり、偏心曲げモーメントがせん断特性に及ぼす影響を把握するせん断変形レベルとしてはやや不足している。より大きなオフセットせん断ひずみにおける、加力実験の実施と力学モデルの検証が今後の課題となる。

謝辞

本研究は、平成 20 年度科学研究費補助金（基盤研究 (B)、研究代表者 菊地優、課題番号 20360245）によって実施されました。ここに記して、関係各位に感謝の意を表します。

参考文献

- 飯塚真巨: 積層ゴムの剛性マトリクス (Haringx 理論に基づく定式化), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 II, pp. 619-620, 1995.
- J.A.Haringx: On Highly Compressible Helical Springs and Rubber Rods, and Their Application for Vibration-Free Mountings, Philips Research Reports, Vol. 3, 1948 & Vol. 4, 1949.
- 浅野三男, 嶺脇重雄: 取り付け部の柔軟性を考慮した免震用積層ゴムの水平剛性評価, 日本建築学会技術報告集, 第 8 号, pp. 57-62, 1999.
- 三山剛史: 積層ゴムの上下面に回転角を与えた場合の力学性状に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 556 号, pp. 43-50, 2002.6.
- 飯塚真巨, 高岡栄治: ばねと剛体要素から成る積層ゴム用離散型力学モデル, 日本建築学会構造系論文集, 第 607 号, pp. 81-85, 2006.9.
- J.M.Kelly: Earthquake-resistant Design with Rubber (2nd edition), Springer, London, 1997.
- 山本祥江, 菊地優, 越川武晃, 上田正生: 並列多軸ばねを用いた積層ゴムの大变形挙動解析, 日本建築学会構造系論文集, 第 618 号, pp. 81-88, 2007.8.
- 北村佳久, 猿田正明, 西村拓也, 石井建, 菊地優: 積層ゴムにおける傾斜付加時の力学特性について (その 1) 回転特性試験概要 (その 2) 回転特性試験結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (中国), B-2 構造 II, pp. 371-374, 2008.
- 山本祥江, 菊地優, 越川武晃, 上田正生: 変動軸力の影響を考慮した鉛プラグ入り積層ゴムの限界特性に関する検討, 日本建築学会構造系論文集, 第 634 号, pp. 2101-2110, 2008.12.

(2009年6月5日原稿受理, 2009年10月9日採用決定)