HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	行為者の属性・関係構造による行為の動的変化を考慮したネットワーク成長モデル
Author(s)	小笠原, 寛弥; 鈴木, 育男; 山本, 雅人 他
Citation	情報処理北海道シンポジウム講演論文集, 2010, 77-84
Issue Date	2010-10-02
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51029
Rights	ここに掲載した著作物の利用に関する注意 本著作物の著作権は情報処理学会に帰属します。本著作物は著作権者である情報処理学会の許可のもとに掲載するものです。ご利用に当たっては「著作権法」ならびに「情報処理学会倫理綱領」に従うことをお願いいたします。
Type	journal article
File Information	Hokkaidosympo20107784.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

情報処理北海道シンポジウム 2010

行為者の属性・関係構造による行為の動的変化を考慮したネットワーク成長モデル

小笠原 寛弥* 鈴木 育男 山本 雅人 古川 正志
(北大情報科学)†

1 諸言

この世界における様々なつながりは，ネットワークとして捉えることができる．例えば生物は，細胞と細胞のつながりというネットワークにより構成されるものであり，さらに生態系は，生物と生物のつながりというネットワークにより構成される．こうしたネットワークに着目し，基本法則や原理を探る複雑ネットワーク科学は，近年，計算機能力の向上に伴い，急激な発展を遂げている．その結果，現実世界に存在する多様で複雑なネットワークは，一定の共通する構造を有することが明らかとなってきた．その代表的なものが，Watts らが定義したスモールワールドネットワーク [1, 2]，Barabási らが発見したスケールフリーネットワーク [3, 4] である．実世界のネットワークは，内在する制御パラメータや，それらの相互作用により発現した構造が具現化したものととらえることができる．

しかし，こうした性質を生み出すダイナミクスについて研究した事例は少ない．例えば，スケールフリー性を生み出すのは，次数の高いものが優先的に選択されやすい優先的結合則であり，また，スモールワールド性を生み出すのはショートカットリンクであるが，これらを導くダイナミクスに関する研究は少ない．しかし，ダイナミクスはネットワークの性質を知る上で重要な要素であり，そうした要素も含めモデル化することは，この分野において重要な課題の一つであると考えられる．

こうした背景の下，実世界のネットワーク，特に人的ネットワークや企業間ネットワークに見られるような，「行為を決定するのは，行為者の属性に加え，自身を取り囲む関係構造である.」という関係に着目する．これは複雑ネットワーク科学の研究がなされる以前から社会学等で扱われてきた，ネットワーク分析における基本的な考え方である [5]．ここで，属性を潜在的なタイプ，自身を取り囲む関係構造から受ける影響を他者からの影響，また，それらによって決定される行為を自身の考え方として捉え，人間社会について考えてみる．潜在的なタイプが似たもの同士は意気投合し易く，容易に結びつきあうだろう．これはホモフィリーと呼ばれる関係である．しかし人間社会は似たもの同士の結びつきによってのみ，成り立っているわけではない．学校や会社など，ある集団に自身が投じられたことにより，潜在的なタイプの異なる者同士の結びつきが生じることもある．これはヘテロフィリーと呼ばれる関係である．実際は，これら２種の結びつきが相互作用をもたらし，自身の考え方を大きく変化させるのである．そしてこの変化は，新たなつながりを導き，ネットワーク構造の変化へとつながっていく．この例からも分かるように，「行為を決定するのは，行為者の属性に加え，自身を取り囲む関係構造である.」という関係は，ネットワークの性質・構造を決定するダイナミクスの一要素であると考えられる．

本研究では，これらの関係を結合振動子を用いてモデル化する．結合振動子は，非線形振動をする素子を相互結合させたモデルであり，同期現象を記述する際に用いられる．ここで結合振動子を用いるのは，結合振動子が振動子自身の要素として固有振動数 ω_i と位相 θ_i を持ち，更にその固有振動数 ω_i と他の振動子との位相差による作用を合わせることで自身の振動数を決定する特性を持っているためである．固有振動数 ω_i と位相 θ_i を行為者の属性，他の振動子からの影響を自身を取り囲む関係構造から受ける影響として考え，さらに相互作用により決定される振動数を行為と考えると，結合振動子と「行為を決定するのは，行為者の属性に加え，自身を取り囲む関係構造である.」という関係がよく似ていることが分かる．こうした事実に基づき，本研究ではネットワーク成長モデルを提案する．さらに，モデルに基づき実験を行い，性質，構造，ダイナミクスから，有効性について検証する．

以下では，2 章において関連研究，3 章において本研究で扱う結合振動子，振動子の安定評価指標について記述し，4 章では，結合振動子を用いたネットワーク成長モデルを提案する．また，5 章では提案ネットワークモデルに基づき行った，数値計算実験について記述する．最後に 6 章で，実験により明らかとなった結論と今後の展望について述べる．

2 関連研究

2.1 結合振動子と複雑ネットワーク

結合振動子集団がネットワークを介して相互作用する位相モデルは，これまで盛んに研究されてきた．その代表例である蔵本モデル [6, 7] は，振動子間の結合強度がある臨界値を超えると，個々の振動子の位相が相互に揃ってマクロな集団同期状態に転移することがよく知られている [8]．特にスケールフリーネットワーク上では，ベキ的な次数分布の効果により，結合強度が小さな極限でもマクロな同期が生じ得ることが指摘されている [9]．また，結合関数を若干変更すると，個々の振動子が次数に応じた位相差で互いに位相が一定となる動的定常状態が生じ，

ŏga@complex.eng.hokudai.ac.jp
札幌市北区北 14 条西 9 丁目北海道大学大学院情報科学研究科

ネットワーク上に見かけ上の位相波が形成される事も報告されている [10]. しかしこれらの研究は，静的ネットワークと同期の関係に関するものが主である．動的ネットワークと同期に関する研究もなされているが [11]，現段階では研究事例が少ない．本研究はこの分野に属する．

2.2 ネットワーク成長モデル

またネットワークモデルについては，1998年以降，様々なモデルが提案されている．特に，ランダムモデル [12]，Watts-Strogatz モデル [1](以下 WS モデル)，Connecting Nearest Neighbor モデル [13](以下 CNN モデル)，Barabási-Albert モデル [3](以下 BA モデル) 等が有名である．まずランダムモデルは，数学者の P.Erdös と A.Rényi により導入されたモデルである．ノード間をランダムにリンクで結ぶという生成原理に基づいており，その次数分布はポアソン分布に従うことが知られている．また WS モデルは，社会学者の Duncan Watts と Steven Strogatz により導入されたモデルである．円環1次元格子ネットワークのリンクを一定確率で張り替え，ショートカットリンクを生成し，スモールワールド性を実現する．極めて単純なアルゴリズムで，スモールワールド性を実現できることが関心を呼んだ．また CNN モデルは，Alexei Vázquez により提案された人間関係等の社会ネットワークをモデル化したものである．「友達の友達は，友達になる」という生成原理に基づいている．このモデルでは，「新規ノードの追加」，「新規リンクの作成」の2つの操作を確率的に繰り返すことによりネットワークを生成する．最後に BA モデルは，Albert-László Barabási により提案された，スケールフリーネットワークを生成する最も代表的なモデルである．このモデルは，時間の経過に伴いノード数が増えていく「成長」と，大きい次数を持つノードの次数がさらに大きくなる「優先的選択」という生成原理に基づいている．ランダムネットワークとは異なる次数の不規則性を有しており，次数分布はべき乗則に従う．そのベキ指数はパラメータによらずに $\gamma = 3$ となることが知られている．本研究は，この BA モデルの「成長」を結合振動子モデルで実現することを目的としている．

本研究は，こうしたネットワークモデルに関する研究と結合振動子の位相モデルに関する研究，両者を結びつけた研究である．

3 結合振動子

以下，本研究で扱う結合振動子，蔵本モデルについて述べる．

3.1 蔵本モデル

蔵本モデルとは，蔵本由紀によって提案された同期現象を記述する数学モデルである [6, 7]．このモデルでは，(1) 完全に独立した全ての振動子間に弱い相互作用がはたらき，かつ，(2) その相互作用は二つの振動子間の位相差の正弦関数として与えられる，という二つの前提条件がある．

蔵本モデルは，N 個の振動子集合 $I = \{i | i = 1, 2, ...N\}$ で構成され，各振動子は完全グラフのネットワーク上で結合している．この振動子系における i 番目の振動子の位相 θ_i は以下の支配方程式に従う．

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i + \frac{\sigma}{N} \sum_{j=1}^{N} sin(\theta_j - \theta_i) \tag{1}$$

ここで，ω_i は振動子 i の固有振動数，σ は結合強度を表し，σ の値は全振動子において同じ値をとる．

3.2 結合振動子を持つネットワークモデル

蔵本モデルをネットワークに適用し，式を以下の様に変形する．

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i + \frac{\sigma}{k_i} \sum_{j=1}^{N} a_{ij} sin(\theta_j - \theta_i) \tag{2}$$

ここで，N に代わる変数 k_i は振動子 i の次数を表す．また，a_{ij} は相互作用する振動子間のリンクの存在を示す隣接行列 $A = [a_{ij}]$，$i, j \in I$ であり，以下の式で定義される．

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & : \text{ i,j間にリンクが存在するとき} \\ 0 & : \text{ i,j間にリンクが存在しないとき} \end{cases} \tag{3}$$

式2により，蔵本モデルによって定義された振動子系は，ネットワーク上で結合している振動子のみの影響を受ける振動子ネットワークとすることができる．

本研究ではさらに，この振動子ネットワークにおける支配方程式を，より次数の高い振動子から，より強い影響を受けるように次式に改める．

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i + \frac{\sigma}{\sum_{j=1}^{N} a_{ij} k_i} \left\{ \sum_{j=1}^{N} a_{ij} k_i sin(\theta_j - \theta_i) \right\} \tag{4}$$

3.3 同期現象評価のための指標

結合振動子の同期に関する評価指標は，いくつか提案されている．以下に示すのは，H.Hong と M.Y.Choi によって提案された安定評価指標 [14] である．

$$p(t) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i<j}^{N} \exp \left\{ -c \left(\frac{\partial \theta_i(t)}{\partial t} - \frac{\partial \theta_j(t)}{\partial t} \right)^2 \right\} \tag{5}$$

ここで，c は定数であり，十分に大きな値をとるものとする．また，$0 \leqq p(t) \leqq 1$ であり，振動子系が安定するほど，より大きな値をとる．次に，式5をネットワークへ適用し，以下の様に変形する．

$$p(t) = \frac{1}{M} \sum_{i<j}^{N} a_{ij} \exp \left\{ -c \left(\frac{\partial \theta_i(t)}{\partial t} - \frac{\partial \theta_j(t)}{\partial t} \right)^2 \right\} \tag{6}$$

ここで，M は振動子ネットワークにおける全リンク数である．本研究では，この指標の変化量 $\Delta p(\Delta p = p(t + \Delta t) - p(t))$ を用いて，振動子ネットワークの安定評価を行う．

4 提案モデル

本研究では，以下に示すような，現実世界でのネットワーク成長をモデル化する．

1) m 人により構成される小集団がある．
2) 一定期間，友好関係を深める．
3) そこに新たに現れた人が集団に参加する．
4) 新たに現れた人は自身と似た考えを持つ m 人の人と友好関係を築く．
5) 2〜4 を繰り返し，目的の人数 N になったところで終了．

ここで，行為者の属性 (潜在的なタイプ) を固有振動数 ω_i と位相 θ_i，自身を取り囲む関係構造から受ける影響 (他者からの影響) を他の振動子からの影響をとして考え，さらに行為 (自身の考え方) を相互作用により決定される振動数と考えるものとする．これにより上記ネットワーク成長は，以下のようにモデル化できる．

1) m 個の振動子により構成される完全グラフを初期ネットワークとして用意する．
2) 十分なステップ数，同期現象の経過を観察する．
3) 振動子を 1 つ追加する．
4) 追加した振動子と振動数の近い上位 m 個の振動子を結合する．ここで，自己リンク，多重リンクは禁止する．
5) 2〜4 を繰り返し，目的の振動子数 N になれば終了する．

2) は，振動子間の相互作用を広げるためのものであり，新たな振動子を結合した際の Δp に比べ，現在の Δp が十分に小さくなるまで，あるいは変化が小さくなるまで経過を観察する．また，追加する振動子が持つ固有振動数 ω_i は，確率密度分布 P で与える．提案モデルにおいて，結合強度 σ は，他者からの影響力を決定するパラメータである．なお，結合振動子ネットワークの挙動計算における数値積分は，4 次の Runge-Kutta 法を使い，積分ステップは 0.1 とする．

5 数値計算実験

数値計算実験では，まず提案モデルにより生成されるネットワークを可視化し，直感的理解を行った上で，実ネットワークによく見られる，クラスター性，スモールワールド性，スケールフリー性等の性質に焦点を当て，実験を行う．さらに時系列におけるネットワーク構造の変化についても焦点を当て，そのダイナミクス解析を行う．

5.1 可視化によるネットワーク構造解析に関する実験

ここでは，振動子の属性やそれを取り囲む関係構造による行為の動的変化がネットワークにどのような影響を及ぼすかを示すため，ネットワークの可視化を行う．

5.1.1 実験設定

$\sigma = 0.0$，$m = 3$，$N = 200$，P を一様分布として生成したネットワーク，および，$\sigma = 1.0$，$m = 3$，$N = 200$，P を一様分布として生成したネットワークを，ネットワーク可視化ソフト，Cytoscape[15] により可視化する．

5.1.2 実験結果

生成されたネットワークの例を図 1〜2 に示す．ノードの半径は次数に対応している．また，図 1 におけるノードの色は，固有振動数 ω_i と他の振動子からの影響により決定された振動数，図 2 におけるノードの色は固有振動数 ω_i に対応しており，振動数の高いものを白，低いものを黒として可視化した．まず図 1 から，結合強度 σ の値に関係なく，結合しあう振動子は近い振動数を持つことが分かる．これは直感的理解と一致する結果である．しかし，固有振動数 ω_i で彩色した図 2 を見ると，固有振動数 ω_i の差が大きいもの同士も結合している．これは振動子を取り囲む関係構造により振動数が変化している現象である．ここでは実世界の人間関係に見られる，似たもの同士が結びつきあうホモフィリーと異なるもの同士が結びつきあうヘテロフィリーが，同時に実現されている．

5.2 クラスター性に関する実験

本モデルは振動数の近いもの同士が結合するため，互いに密なリンクを持つ振動子集団に対して，リンクが張られやすい性質がある．ここでは，こうした性質がクラスタリング係数 [16] にどのような影響を与えるかについて調査する．

5.2.1 実験設定

結合強度 σ によるクラスタリング係数 C の変化について調査を行う．クラスタリング係数 C は，ネットワークを構成しているノードの集中する度合を定量化する指標である．ノード i の C_i は以下のように定義される．

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)} \tag{7}$$

ここで，E_i はノード i を含むクラスターの数であり，ここでのクラスターとは，3 つのノードがそれぞれ 1 本のリンクを介してつながる三角関係のことを示す．全ノードの C_i を平均化したものをネットワーク全体の C とする．実験における各パラメータは，$m = 3$，$N = 200$，P は一様分布とし，$0 \leq \sigma \leq 5$ の範囲で，0.05 ごとに 100 種類ずつのデータを収集する．また比較のため，追加した振動子を，既存の振動子に対してランダムに結合した場合のデータも同様に収集する．

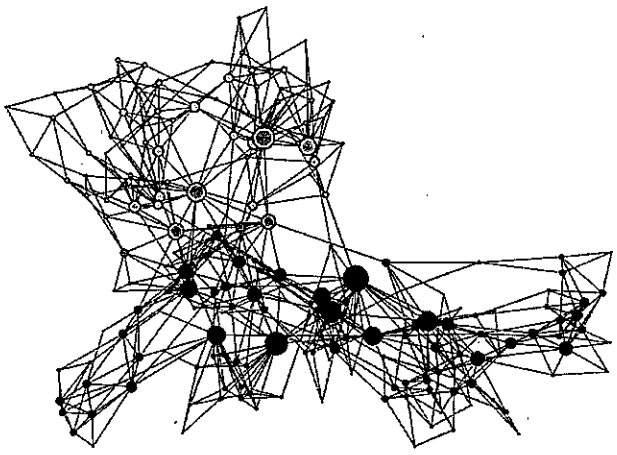


Fig. 1 A network colored in frequency

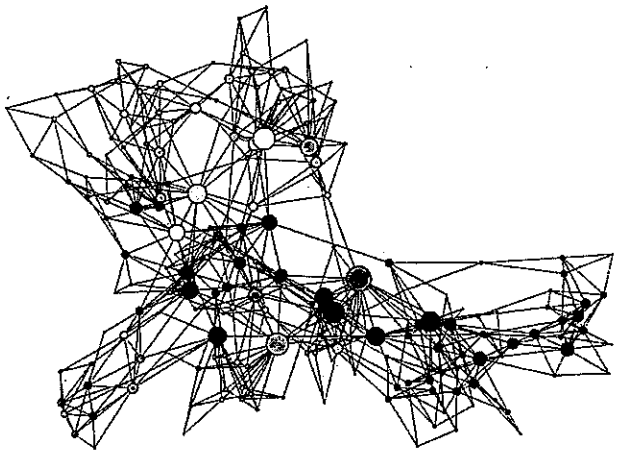


Fig. 2 A network colored in characteristic frequency

5.2.2 実験結果

図3に結合強度σによるCの変化とランダムに結合した場合のCの値を示した．提案モデルにより生成されるネットワークは，$0 \leq \sigma \leq 5.0$の範囲において，ランダムに結合した場合よりも高いCの値をとるのが観察される．追加した振動子と振動数の近い振動子同士を結合するため，近接振動子間の間にリンクが張られやすいと考えることができる．次に，結合強度σによるCの変化に着目する．まず，$0 \leq \sigma \leq 0.5$の範囲では，σの値が高くなるに従い，Cの値が小さくなる変化が観察される．これは，固有振動数ω_iの近いもの同士が結合しあう接続関係が，σの値を高くするに従い崩れ始め，さらにその時のσの値が，固有振動数ω_iの異なるもの同士を同期させるには不十分な値であるためである．特に，$\sigma = 0$ではCが非常に高い値をとる．しかし，追加した振動子のリンク先は固有振動数ω_iのみで決定され，その結果，固有振動数ω_iの近い振動子同士のみが結合するだけである．最も着目されるのは，σの値を0.5より高い値とした時の変化である．σの値が高くなることにより，Cの値が高くなり，また，その値が高い値で収束しているのが観察される．この範囲では，ノード間の相互作用により，固有振動数ω_iの異なるもの同士も同期しあい，その結果，互いに密なリンクを持つ振動子集団に対して，リンクが張られやすくなる性質が実現されている．結合する振動子が同期しあうという関係構造が，人的ネットワークに見られる三角関係を導いていると言える．

これらの結果から，提案モデルによりクラスター性の高いネットワークの生成が可能であると示された．

5.3 スモールワールド性に関する実験

本モデルでは，固有振動数ω_iの近い者同士が結合するだけでなく，振動子間の相互作用により固有振動数ω_iの遠い者同士も結合する．ここでは，こうした関係が平均最短経路長[16]にどのような影響を与えるかについて調査する．

5.3.1 実験設定

結合強度σによる平均最短経路長Lの変化とノード数Nによる平均最短経路長Lの変化について調査を行う．ノードiの最短経路長L_iは以下のように定義される．

$$L_i = \frac{1}{N-1} \sum_{j \neq i} l_{ij} \tag{8}$$

ここで，ノードiとノード$j(\neq i)$を最短経路でつなぐのに必要なリンク数をl_{ij}とする．前者の実験における各パラメータは，$m = 3$，$N = 200$，Pは一様分布とし，$0 \leq \sigma \leq 5$の範囲で，0.05ごとに100種類ずつのデータを収集する．また，後者の実験における各パラーメータは，$m = 3$，$\sigma = 0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$，$P$は一様分布とし，それぞれ$0 \leq N \leq 500$の範囲で，50ごとに50種類ずつのデータを収集する．更に両者の実験で比較を行うため，追加した振動子を，既存の振動子に対してランダムに結合した場合のデータも同様に収集する．

5.3.2 実験結果

図4に結合強度σによるLの変化とランダムに結合した場合のLの値を示した．提案モデルにより生成されるネットワークは，$0 \leq \sigma \leq 5.0$の範囲において，ランダムに結合した場合よりも長いLの値をとるのが観察される．クラスター性に関する実験でも示した近接振動子間の間にリンクが張られやすいという性質が表れていると考えることができる．次に，結合強度σによるLの変化に着目する．まず，σの値が$0 \leq \sigma \leq 0.5$の範囲では，σの値が高くなるに従い，Lが短くなる変化が観察できる．これは，固有振動数ω_iの近いもの同士が結合しあう接続関係が，σの値を高くするに従い崩れ始め，ショートカットリンクが増加するためと考えられる．一方，$0.5 \leq \sigma$の範囲では，σの値が高くなるに従い，Lが長くなる変化が観察できる．これはノード間の相互作用

が高まることにより，系全体が近い振動数に落ち着くようになり，その結果，追加した振動子がその直前，あるいは数個前に追加した振動子に結合しやすくなるためである．$N = 200$ に対して $\sigma = 5.0$ でネットワークを生成すると，そのネットワークは複数の鎖状のネットワークが絡み合ったような構造になる．しかし，$0.5 \leq \sigma \leq 2.5$ における L の変化は振動子数 $N = 200$ に対して小さな変化である．図 5 には振動子数 N による L の変化とランダムに結合した場合の L の値を示した．$\sigma = 0, 1, 2$ では，ランダムに結合した場合と同様．振動子数 N の変化に対して L の変化が小さいのが観察できる．この範囲では，先に示した 2 つの性質による，近接振動子同士のリンクとショートカットリンクが混在していると考えられる．これは可視化によるネットワーク構造解析に関する実験において明らかになった，ホモフィリーとヘテロフィリーが混在している状況であるとも言える．

これらの結果から，提案モデルによりスモールワールド性を有するネットワークの生成が可能であると示された．

5.4 スケールフリー性に関する実験

本モデルでは，次数の高い振動子ほどより大きな影響力を持つ．こうした要素が次数分布にどのような影響を与えるかについて調査する．

5.4.1 実験設定

結合強度 σ による次数分布の変化について調査を行う．実験における各パラメータは，$m = 3$，$N = 200$，P は一様分布とし，$0 \leq \sigma \leq 2$ の範囲で，0.2 ごとに 100 種類ずつのデータを収集する．

5.4.2 実験結果

図 6 では結合強度 $\sigma = 1.0$ における次数分布，図 7 では結合強度 σ による次数分布の変化を示した．図 6 から，次数分布はベキ則に従うのが観察できる．比較のために，支配方程式に式 2 を使用した場合の結果も示した．各振動子が持つ影響力に次数 k_i を考慮しない場合は，ベキ則に従う次数分布は崩れる．これらの結果から，結合強度 σ の値と支配方程式に含まれる k_i が優先的結合に大きな関わりを持つことが分かる．この時のベキ指数は $\gamma = 3.6$ である．この値は結合強度 σ の値が高いほど高くなり，$0.6 \leq \sigma \leq 1.6$ において，3〜4 の値をとる．これは図 7 で示したように，結合強度 σ により次数の頻度が大きく変化するためである．

これらの結果から，提案モデルによりスケールフリー性を有するネットワークの生成が可能であると示された．

5.5 ネットワーク成長のダイナミクスに関する実験

前節の実験で，本モデルによりスケールフリー性を満たすネットワークが生成可能であることを示したが，そのダイナミクスについては不明である．ここでは，ネットワーク成長のダイナミクスについて調査する．

5.5.1 実験設定

ネットワークの成長によりハブとなった振動子，その振動子に近接する振動子の振動数の時系列変化，また，その際のネットワーク全体の振動数の分布について調査する．実験における各パラメータは，$m = 3$，$N = 200$，P は一様分布とする．

5.5.2 実験結果

図 8 に，振動数の時系列変化を示した．次数の低い振動子は次数の高い振動子に追従した振動数変化を示し，また，次数の高い振動子は大きい振幅を持つのが観察できる．まず，第一の結果は，次数の高いものほど強い影響力を持つため，自身より次数の低い振動子を追従させるような力が働いたと考えられる．そして第二の結果は，次数の低い振動子が次数の高い振動子を追従するような振動数変化をすることにより，次数の高い振動子が，より大きく変化できると考えられる．これらの結果を踏まえ，図 9 に示した成長過程における振動数の分布を検討すると，ハブとなる振動子が現れるダイナミクスが以下の様に理解される．

1) 成長の初期段階に追加された振動子はリンクを得やすい．
2) 他の振動子より次数の高くなった振動子は，より強い影響力を維持する．
3) 次数の低い振動子は，近接する次数の高い振動子を追従するような振動数変化をする．
4) それに伴い，次数の高い振動子の振動数変化の振幅が大きくなっていく．
5) 次数の高い振動子が他の振動子よりも先に，振動数分布の分布と分布の間にできる区間 (図 9 斜線部参照) に，現れるようになる．
6) その区間内に振動数を持つ振動子は，その区間内に固有振動数を持つ追加振動子と結びつきやすい．
7) その結果，次数の高いものがリンクを得やすくなる優先的選択が生じ，ハブとなる振動子が現れる．

本モデルは，追加した振動子と振動数の近い上位 m 個の振動子を結合するというものであり，結合に，BA モデルに含まれているような次数 k_i に起因する確率要素は含まれていない．しかし結果的に，上に示したダイナミクスにより，優先的選択が生じた．この結果は，実世界において，単に地位や人気が高いものが優先的選択をされるのではなく，それに伴う強い影響力が，優先的選択に大きく関わっている可能性を示していると言える．

5.6 優先的選択に関する実験

前節の実験により，優先的選択が生じるダイナミクスが明らかとなった．ここでは，その優先的選択が 3.3 節で述べた評価指標によりどのように変化するかを調査する．

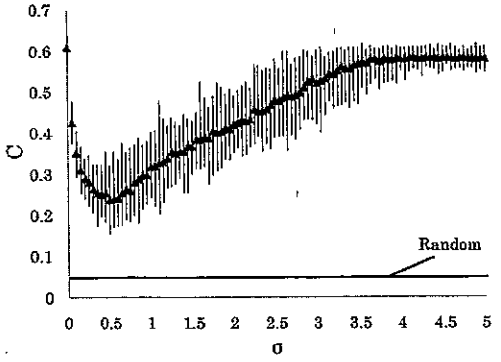


Fig. 3 Variation of C vs σ

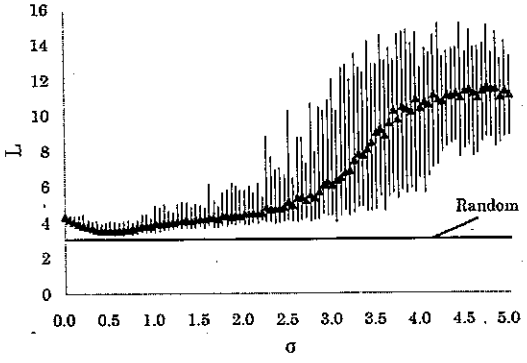


Fig. 4 Variation of L vs σ

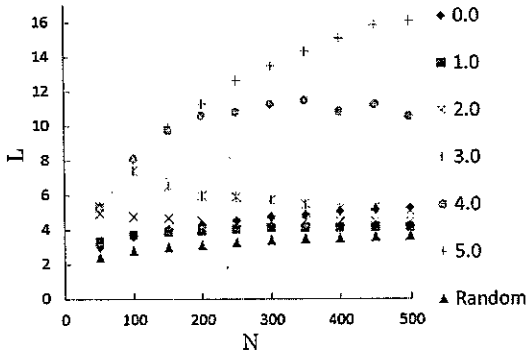


Fig. 5 Variation of L vs N

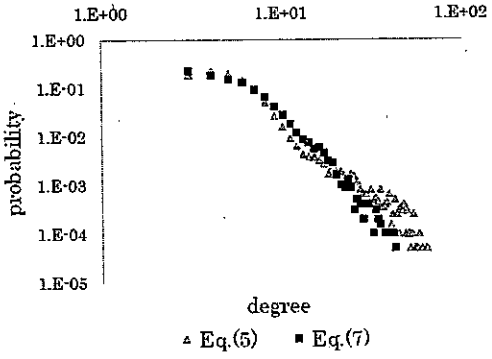


Fig. 6 Degree distribution ($\sigma = 1.0$)

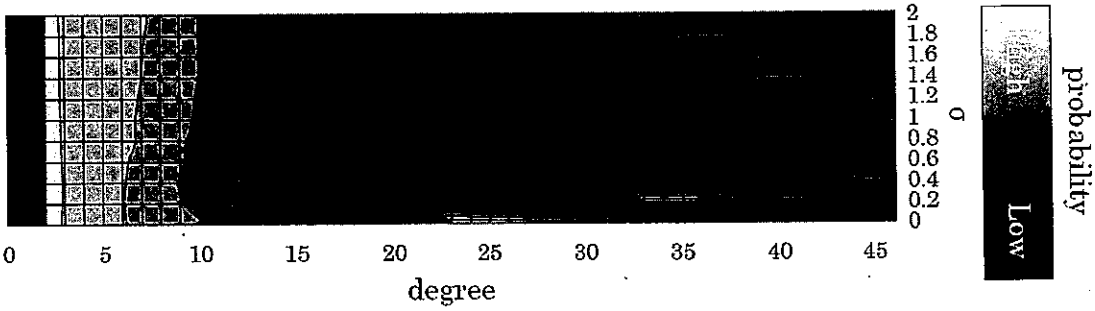


Fig. 7 Variation of degree distribution with σ

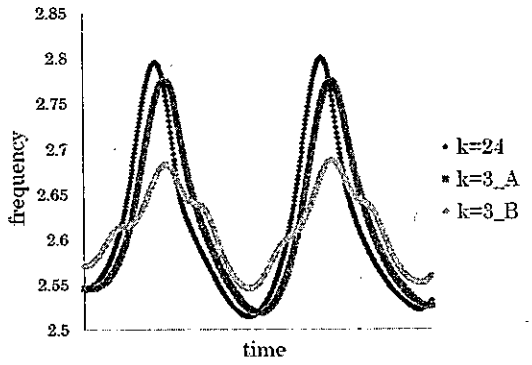


Fig. 8 Variation of frequency vs elapsed time in degree

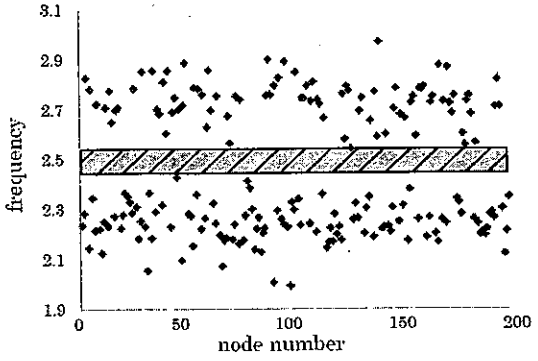


Fig. 9 Frequency distribution in growth process

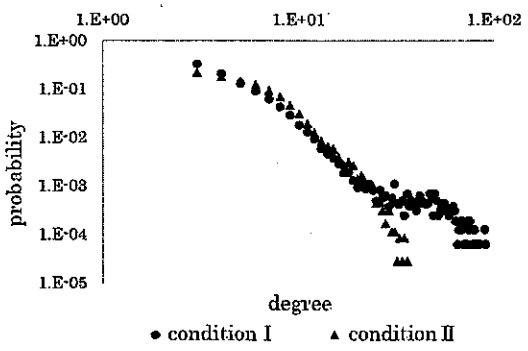


Fig. 10 Degree distribution

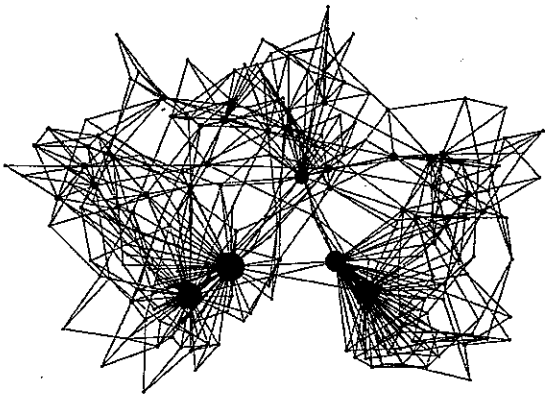


Fig. 11 Obtained network using condition I

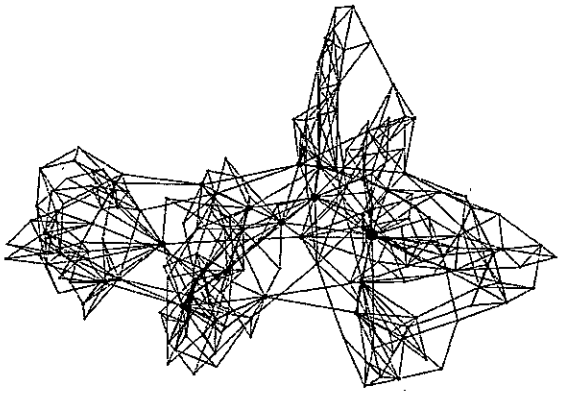


Fig. 12 Obtained network using condition II

5.6.1 実験設定

提案モデルのアルゴリズムにおける 2) 及び 3) を以下に示す手順に変更し，ネットワーク生成を行う．

1) 評価指標 $p(t)$ の値を計算し，最大値 p_{max}，最小値 p_{min} の更新を行う．
   ここでの最大値 p_{max}，最小値 p_{min} は，最後に振動子を追加した時点から現時点までの最大値，最小値を指す．
2) $T \geq T_0$ を満たし，かつ，後述の条件を満たす場合は，3) へ，満たさない場合は 1) に戻る．
   ここでのステップ数 T は，最後に振動子を追加した時点から現時点までのステップ数を指す．
3) 振動子を追加する．

上記アリゴリズム 2) における 2 つの条件は以下の様に定義する．

I) $p(t) < \beta_1(p_{max} - p_{min}) + p_{min}$

II) $p(t) > \beta_2(p_{max} - p_{min}) + p_{min}$

ここで β_1 は 0.25，β_2 は 0.75 とし，条件 I) を振動子系が不安定な状態，条件 II) を振動子系が安定な状態に相当させる．不安定な状態とは，系全体の振動子が他の振動子に追従しようとする動きが強い状態を指している．一方，安定な状態とは，系全体の振動子が他の振動子に追従しようとする動きが弱い状態 (調和が満たされている状態) を指している．また，実験における各パラメータは，$\sigma = 1.0$，$m = 3$，$N = 200$，$T_0 = 100$，P は一様分布とし，それぞれ 100 種類ずつのデータを収集する．

5.6.2 実験結果

図 10 に条件 I) 及び II) における次数分布を示した．条件 I) における次数分布は，条件 II) に比べ，次数の高い振動子の存在確率が高いのが観察できる．条件 II) では，振動子同士の次数による変化の差が表れにくく，結果優先的結合が生じにくくなってしまったのに対し，条件 I) では振動子同士の次数による変化の差が大きくなるため，優先的結合が生じやすくなったものと考えられる．図 11〜12 に，条件 I)，条件 II) において生成されるネットワークの例を示した．ここで，ノードの半径は次数に対応している．この例からも，条件 I) により生成されたネットワークは，複数のハブ振動子が現れるのが観察できる．条件 I) により，優先的結合が生じやすくなっていることは明白である．

結合のダイナミクスに関する実験の結果に加え，ここでの結果は，提案モデルにおいて，振動子を追加する時機が重要な要素であることを示している．

5.7 考察

ここでは実験により明らかとなった，提案ネットワークモデルの構造・性質・ダイナミクスについて考察する．まず可視化によるネットワーク構造解析に関する実験により，提案モデルでは固有振動数 ω_i の近いもの同士が結びつくと同時に，異なるもの同士が結びつく構造を有することを明らかにした．そして，クラスターに関する実験，スモールワールド性に関する実験及びスケールフリー性に関する実験では，提案モデルにより，クラスター性，スモールワールド性，スケールフリー性を満たすネットワークが生成可能であることを明らかにした．これらの結果から，実世界のネットワークに見られる様々な性質が再現されたと考えることができる．ネットワーク成長のダイナミクスに関する実験では，提案モデルのハブ振動子が現れるダイナミクスを明らかにした．次数の高いものがより強い影響力を持つことで，他の振動子がハブ振動子に追従するような振動数変化を生み出した結果，優先的結合が生じるというダイナミクスは，実世界にも通じるものがある．影響力の強い者が注目されてリンクを得るのは，ごく自然な流れであり，直観的に理解可能である．この結果からも，提案モデルの妥当性が示されている．更に優先的選択に関する実験では，提案モデルにおいて，振動子を追加する時機が非常に重要な要素であることを示した．これは，ネットワーク成長のダイナミクスに関する実験により明らかになった，優先的結合ダイナミクスの妥当性を裏付ける結果である．これらの結果から，提案モデルは複雑ネットワークの特徴量を持つ種々の構造を生成できる点で有効性が高いと結論付けられる．

6 結言

本研究では，行為者の属性や自身を取り囲む関係構造による行為の動的変化を考慮したネットワーク成長モデルを提案し，また，成長過程におけるダイナミクスの解析を行った．結果は以下の様に要約できる．

1. 結合強度 σ の値を変化させることにより，「クラスター性」，「スモールワールド性」，「スケールフリー性」等の，実世界のネットワークと似た性質を持つネットワークが生成可能である．
2. 次数の高いものがより強い影響力を持つ構造が，ハブ振動子の出現に寄与している．

これらの結果から，ノードの属性に加え，自身を取り囲む関係構造によるノードの動的変化が実世界のネットワーク成長において非常に重要な要素であること，また，提案モデルが複雑ネットワークの特徴量を持つ種々の構造を生成できる点で有効性の高いモデルであることが示された．今後の課題としては，大規模ネットワークへの適用が挙げられる．

参考文献

[1] Watts, D.J. and Strogatz, S.H.: Collective dynamics of 'small-world' networks, Nature, Vol.393, pp.440-442, 1988.

[2] Watts, D.J.: Small Worlds: The Dynamics of Networks Between Order and Randomness, Princeton University Press, 1999.

[3] Albert, R. and Barabási, A.L.: Emergence of scaling in random networks, Science, Vol.286, pp.509-512, 1999.

[4] Barabási, A.L.: LINKED: The New Science of Networks, Perseus Publishing, Cambridge, 2002.

[5] 安田 雪: ネットワーク分析, 新曜社, 1997.

[6] Y.Kuramoto: Chemical Oscillations, Wave and Turbulence, Springer-Verlag, Berlin and New York, 1984.

[7] Acebrón, Juan A. and Bonilla, L. L. and Pérez Vicente, Conrad J. and Ritort, Félix and Spigler, Renato: The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena, Rev. Mod. Phys, pp.137-185, 2005.

[8] 郡 宏, 増田直紀: 結合振動子における集団引き込みと複雑ネットワーク, 日本ロボット学会誌, 26(1):6-9, 2008.

[9] T. Ichinomiya: Frequency synchronization in a random oscillator network, Phys. Rev. E 70, 026116 2004.

[10] T.W. Ko and G.B. Ermentrout: Partially locked states in coupled oscillators due to inhomogeneous coupling, Physical Review E, 78(1):016203, 2008.

[11] 岩根 慎司, 鈴木 育男, 山本 雅人, 古川 正志: 振動子ネットワークの構造変化における振動子の挙動の解析, ロボメック 2010 講演論文集, 2010.

[12] Bollobas, B: Random graphs, Cambridge University Press, 2001.

[13] Alexei Vázquez: Growing network with local rules: Preferential attachment, clustering hierarchy, and degree correlations, Phys. Rev. E, p.056104, 2003.

[14] H.Hong, M.Y.Choi: Synchronization on small-world networks, Phys. Rev. E 65, p.026139, 2002.

[15] Paul Shannon, Andrew Markiel, Owen Ozier, et al: Cytoscape: a software environment for integrated models of biomolecular interaction networks., Genome research, 2003.

[16] MEJ Newman: The Structure and Function of Complex Networks, SIAM Review, Vol. 45, No. 2, pp. 167-256, 2004.