



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	2点法によるトンネルライニングの応力測定法に関する研究
Author(s)	宋, 文洲
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第2902号
Issue Date	1991-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3052786
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51142
Type	doctoral thesis
File Information	000000237918.pdf



2点法によるトンネルライニングの
応力測定に関する研究

1991

宋 文 洲

目次

第1章 序論	．．． 1
1. 1 本研究の目的と意義	．．． 1
1. 2 既往の研究	．．． 3
1.2.1 トンネルライニング内の応力や背面圧の測定方法に関する研究	．．． 4
1.2.2 ライニングと岩盤の力学的モデル化	．．． 5
1. 3 本論文の構成	．．． 9
第2章 ライニングの力学モデルと応力解析方法	．．． 15
2. 1 ライニングと岩盤から成る構造物の力学および幾何学的形状の特徴を考慮した有限要素モデル	．．． 15
2. 2 材料の力学特性	．．． 18
第3章 ライニングに生じる応力状態の特徴	．．． 25
3. 1 緒言	．．． 25
3. 2 厚肉円筒形ライニングの弾性解析に基づく検討	．．． 26
3. 3 実際に近い形状を持つライニングの弾性解析に基づく検討ー 一様な地圧の作用に伴って生じる応力状態の特徴	．．． 28
3.3.1 ライニングの厚み方向の応力分布	．．． 29
3.3.2 ライニングの周方向の応力分布	．．． 29
3.3.3 ライニング背面における表面力（背面圧）の分布	．．． 31
3. 4 熱応力分布の特徴	．．． 31

3. 5	背面におけるライニングと岩盤の接触条件の影響	3 2
3. 6	弾性応力分布の特徴に関するまとめ	3 2
3. 7	ライニングの一部が破壊するときの応力状態	3 3
第4章 トンネルライニングに作孔したボアホール壁の応力状態－ライ ニング中央面における弾性解を中心として－		
4. 1	緒言	5 0
4. 2	ライニングの周方向（ y 方向）の直線的な応力変化が孔壁面 の応力状態に及ぼす影響	5 1
4.2.1	γ_z の影響	5 1
4.2.2	γ_x の影響	5 2
4.2.3	γ_y の影響	5 3
4. 3	ライニングの厚さ方向（ z 方向）の直線的な応力変化が孔壁 面上の応力状態に及ぼす影響	5 4
4.3.1	一様な応力 σ_m に対応する解	5 4
4.3.2	モーメント状応力 σ' に対応する解	5 5
4. 4	まとめ－中央面における応力 $\{\sigma_m\}$ とその断面における孔 壁上の応力（ $\sigma_{s\theta}$, σ_{sz} , $\tau_{s\theta z}$ ）との関係－	5 7
第5章 トンネルライニング内の応力測定方法－2点法		
5. 1	緒言－2点法の概要	7 2
5. 2	ライニング内壁面の応力測定法	7 3
5. 3	ライニング中央面の応力測定方法	7 4
5. 4	測定技術	7 6
5.4.1	測定の作業手順	7 6

5.4.2	中央面において孔壁に3枚のロゼットゲージを貼り付ける技術	・・・77
5.4.3	残留応力の処理方法	・・・79
第6章	2点法による応力測定法に係る技術的検討	・・・86
6. 1	測定結果の信頼性に関する問題点とその解決法	・・・86
6.1.1	ひずみ測定結果に誤差を生じる要素とその対策	・・・86
6.1.2	誤差のある測定結果を除外する測定技術	・・・88
6.1.3	被測定対象の材料であるコンクリートの力学的特性と残留ひずみ	・・・89
6. 2	室内試験による検討	・・・90
6.2.1	孔壁ひずみ法に関する試験	・・・91
6.2.2	ライニング表面の残留ひずみの大きさの評価	・・・94
6.2.3	アクテブゲージとダミーゲージの接着面の温度差の影響に関する試験	・・・94
第7章	ライニング内の応力測定と応力解析－O・トンネルの事例	・・・105
7. 1	地質とトンネルの変状	・・・105
7. 2	測定作業	・・・106
7. 3	応力測定結果	・・・107
7. 4	トンネルに作用する地圧の推定	・・・110
7.4.1	内壁面の測定応力から逆解析によって推定した地圧の状態	・・・111
7.4.2	ゆるみ域が一様に吸水膨張するときに発生する地圧の予想	

	・ ・ ・ 1 1 3
第 8 章 結 論	・ ・ ・ 1 2 2
付 録 I 2 次元弾塑性応力解析	・ ・ ・ 1 2 6
I. 1 弾塑性体と降伏条件	・ ・ ・ 1 2 6
I. 2 塑性状態の応力-ひずみ関係	・ ・ ・ 1 2 8
I. 3 有限要素法による弾塑性問題の解法	・ ・ ・ 1 3 1
I. 4 降伏した応力状態の決定方法	・ ・ ・ 1 3 3
付 録 II 3 2 節点アイソパラメトリック要素を用いた 3 次元弾性 応力解析	・ ・ ・ 1 4 3
II. 1 緒 言	・ ・ ・ 1 4 3
II. 2 3 2 節点アイソパラメトリック要素	・ ・ ・ 1 4 4
II. 3 開発した数値応力解析コード	・ ・ ・ 1 4 5
II. 4 計算精度-中空球の事例計算	・ ・ ・ 1 4 6
付 録 III 6 節点アイソメトリック接合要素	・ ・ ・ 1 5 4
III. 1 緒 言	・ ・ ・ 1 5 4
III. 2 6 節点アイソパラメトリック接合要素	・ ・ ・ 1 5 4
III. 3 弾塑性解析	・ ・ ・ 1 5 8
参 考 文 献	・ ・ ・ 1 6 1
謝 辞	・ ・ ・ 1 7 2

記号表

c	せん断強度（あるいは粘着力）
c_r	残留せん断強度（あるいは残留粘着力）
d	測定孔の直径
E	ヤング率
F	降伏曲面（あるいは破壊条件）
H	トンネルライニングの厚さ
N_i	正規座標系における形状関数
R	トンネル断面の平均半径
s	微小な領域の外寸法
$T, \Delta T$	温度、温度変化
$\Delta u, \Delta v$	接触面間の相対変位
x, y, z	座標の原点をライニングの背面に取った局所座標系 x はトンネルの軸方向、 y はトンネルの周方向、 z はライニングの厚さ方向に取る（トンネル内空への向きを+にする）
γ_i	応力変化率（周方向に単位長さ進むときの i 応力成分の変化率）
α	感度係数
σ, τ	直応力、せん断応力（応力は引張を+にする）
σ_m	測線上の平均応力（ライニング中央面上の応力）
σ'	測線上のモーメント状応力
σ_s	孔壁上の応力
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主応力

$\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$	周辺岩盤からトンネルに作用する一様な応力（2次元場）
σ^*	相当応力
$\varepsilon, \varepsilon_e, \varepsilon_p$	全ひずみ、弾性ひずみ、塑性ひずみ
ν	ポアソン比
ϕ	内部摩擦角
ϕ_r	残留内部摩擦角
ξ, η	局所正規座標系

第 1 章 序論

1. 1 本研究の目的と意義

本研究の目的はトンネルライニング内に生じている応力をその場で測定する技術の開発にある。周知のように、在来工法で施工されたトンネルにおいて、ライニングは唯一の永久構造物であり、外力や熱応力がトンネルに作用した場合、これを保護する役目を持っている。最近のナトム工法で施工されたトンネルにおいても、吹き付けされたライニングはトンネル支保の主要なメンバーを構成している。

北海道ではトンネルに変状が起こりやすいと言われている。実際、北海道で過去に建設された300本を超える道路トンネルの中で、すでに141本のトンネルに何らかの変状が生じていると報告されている⁽¹⁾。その大部分は凍結・融解に代表される風化作用に関連している。しかし、変状事例の中で4%は軟弱な地質に作られたために地圧を受けて著しい変状が生じたものである⁽²⁾。北海道の地質は総体的に複雑でまた軟弱なので⁽³⁾、変状を起こすトンネルの数は今後増える可能性がある。

全国的にみてもほぼ同様の傾向が現れており、供用中の約6,000の道路トンネルの内の1割程度に、長さ5m以上のクラックの発生が認められ、その内の5%は覆工の変形を伴っていた。これら多くは1960～1964年の5か年に建設されたトンネルに現われており、地質的には第三紀層および洪積層に多いと報告されている⁽⁴⁾。

変状を起こし、また起こす可能性のあるトンネルについて、ライニン

グ内部の応力状態が測定によって直接的にわかれば、力学的な安全性の程度を評価し、必要な対策を立てる上で役立つであろう。まず、応力がわかれば、破壊接近度⁽⁵⁾の分布を明らかにすることができる。これを基に、どの箇所がどの程度危険なのかを定量的に評価することができるし、また、発生している応力の原因を推定して合理的な対策を立てることが可能である。

次に、時間間隔を置いて応力を測定すれば、地圧の時間的な推移が明らかになり、将来、安定に向かうのか、危険に向かうのかが予測できる。また、補強工事を施工した場合の効果を知ることもできよう。

このように、トンネルライニングの応力測定はトンネルの力学的安全性を合理的に判断するためにきわめて有用である。さらに、こういったデータが集積されれば、より品質の高いトンネルや地下空洞を作り出すための展望が開けると確信される。

本研究の端緒は、オートンネルにおけるライニング内の応力測定を依頼されたことにある。オートンネルでは7章で述べるように、かなり激しい変状を起こしており、その対策を見いだすための調査の一環として、応力測定が計画された。

ライニング内の応力測定に対して、岩盤内の応力を測る初期応力の測定法を応用することが原理的には可能である。しかし、ライニングと岩盤では測定対象となる応力場が異なっている。すなわち、前者ではかなり大きな応力勾配があるのに対し、後者では一様状態と見なすことができる。したがって、初期応力の測定で用いる観測方程式はそのままではライニングの応力測定に使えない。

そこで、ライニング内の応力勾配はどの程度なのかを改めて評価することから研究を始めた。この過程で、ライニング内は複雑な応力状態に

なっているものの、特徴もいくつか見いだされた。そしてこれらの特徴の一つを生かした測定方法のアイデアが浮上してきた。これが2点法と名付けるもので、この方法の実用化を計るべく、必要な基礎的研究を進めてきた。

2点法はもちろん一般の地下空洞のライニングの応力測定に直接用いることができるし、シェル構造物の応力測定にも適用が可能である。また、応力勾配のある地下空洞周囲岩盤内の地圧測定に応用すれば、正確な評価が可能になると考えられる。

1. 2 既往の研究

トンネルライニングの応力測定はライニングの応力解析と表裏一体をなしている。なぜならば、ライニング内の応力分布は複雑なために、測定結果を解釈するのに応力解析が必要だからである。一例を述べよう。

図1. 1は計測によって推定された(断面A, Bにおける)ライニング内の厚み方向の応力分布を示したもので、応力成分は空洞の周方向に関するものである⁽⁶⁾。図には等ひずみ三角形有限要素を用いた数値計算による予想も示されている。応力勾配は計算結果の方が測定結果よりも緩くなっている。3章で述べるように、ライニングの応力分布は複雑で、測定結果の方がもっともらしいと考えられる。力学モデルは要素数が少なかったこともあり、応力勾配を正確に評価できなかったのであろう。このために、計算による予想では応力の大きさを、したがって破壊の危険を実際よりも安全側に見積っている可能性が高い。

この例からもわかるように、ライニングに関して、その力学的状態を

研究する場合、計測と応力解析の両方が必要であることは明かである。これらの研究がどのように進められてきたかをみてみることにしよう。

1. 2. 1 トンネルライニング内の応力や背面圧の測定方法に関する研究

ライニングを打設する前あるいは打設中に、種々の圧力セルやひずみ計を埋設する方法は従来からよく用いられている。これによって、トンネルライニングの打設後に背面やライニング中に生じる圧力変化の推移を知ることができる^{(7), (8), (9), (10)} (図 1. 2 (a) 参照)。グレーツェルタイプに代表される圧力セルからは、セルの面に垂直な応力成分の情報だけが得られる。圧力セルを用いて、ライニングの厚さ方向^{(11), (12)}やライニング周方向^{(13), (14), (15)}、あるいは背面に垂直方向の地圧の測定が試みられている。しかし、圧力セルは寸法が比較的大きく、高価なので、一つの測定断面内に多数個のセンサーを設置できないし、また接合状態のかなり複雑な岩盤とライニングの間に埋設すれば、測定結果が局所的な影響を受けやすく、全体の挙動を把えにくいという欠点がある。

ひずみ計もしばしば使われる。Pierre Londe⁽¹⁶⁾はライニングの厚さ方向に沿って2箇所周方向の伸縮センサーを埋設することによって周方向のひずみ変化を測定する方法を提案した。大型の地下空洞のアーチ部はしばしば鉄筋コンクリート覆工が使われるが、この場合、鉄筋にひずみ計を埋設する方法が使われる⁽¹⁷⁾。

これらのひずみ計は一方向の直ひずみしか把えることができないし、また測定された値から応力を評価するには幾つかの仮定を置かなければならない。

内空変位の測定はナトム工法では日常的な業務の一環としておこなわれているが、この測定結果から逆解析的にライニング内の応力を評価しようという試みもある^{(18), (19), (20), (21)}。

以上述べた測定技術は、計器埋設以降の変化をモニタするもので（図 1. 2 (a) 参照）、測定時の絶対的な応力状態を知ることはできない。また、この方法は打設時に測定装置を埋設しなかった既存トンネルに対しては応用できない。

さらに、コンクリート打設時に計器を埋設した場合、一ヶ月近くは測定値に及ぼすコンクリートの反応熱や乾燥収縮の影響が大きすぎて、地圧などの外力だけを選択的に抽出することができない。このために、初期値を計器の打設から一ヶ月後に設定せざるを得ないという欠点もある⁽²¹⁾。また普通、トンネルに変状が現れるのは、竣工後、数年から数十年の時間が経過した後である。変状のモニターを目的とするならば、こういった長期間、信頼のおける測定を継続できるとは考えにくい。経費の点からも不可能に近いであろう。

ライニングに生じているそのときの応力の絶対量を測定しようという試みもわずかではあるがなされている⁽²²⁾。これは図 1. 2 (b) に示すように、ライニング表面の応力を応力解放法によって測定しようとするものである。トンネル建設時に測定センサーを埋設する必要がないことはこの測定法の大きな利点である。また、その場で応力の絶対値が直ちに得られるという利点もある。本研究の測定法はもちろんこの範ちゅうに属している。なお、ライニング内の複雑な 3 次元応力状態を適切に考慮した応力測定技術は従来、筆者の知る限り開発されていない。

1. 2. 2 ライニングと岩盤の力学的モデル化

ライニングは打設されると同時に岩盤との接触面を介して地山から作用を受け、あるいは逆に、岩盤を押し付けることにより、内部に応力が発生する。ライニング内の応力・変位状態は複雑なので、それを知るには数値解析に頼らざるを得ないが、このためには、ライニング、岩盤そして二者の間の接合部のモデル化が必要である。この力学系の取扱方法は多くの研究者によって研究されてきた⁽²³⁾、⁽²⁴⁾、⁽²⁵⁾、⁽²⁶⁾、⁽²⁷⁾。これらの研究の中心は、ライニングと接合部に対して適当かつ合理的なモデルを作ることにある。ライニングに関しては次の3種類のモデル化が試みられている。

- 1) 岩盤と同様に2次元あるいは3次元連続体要素によるモデル化
- 2) 棒(トラス)要素によるモデル化
- 3) はり要素やシェル要素によるモデル化

接触条件については、ライニングが岩盤に完全接着しているとする仮定と、二者の間に特殊な要素を導入して接合部における変位や応力の不連続性を考慮する方法とがある。ここでは最近の研究から2例を紹介しておこう。

(1) Kumarの2次元数値モデル

Kumar⁽²⁸⁾はトンネルライニングに対して次のような数値モデルを提案した。すなわち、図1. 3に示すように、ライニング、周辺岩盤をそれぞれ、8節点アイソパラメトリック要素、5節点無限要素(Infinite Element)で、二者の接合部を厚みが0の接合要素でモデル化するものである。無限要素の使用によって、無限の広がりを持つ岩盤の中に設けられたトンネルのモデル化を簡易かつ正確なものとしている。この解析モデルを用い次の諸仮定を置いた応力解析がなされている。

ライニング内、外径: $a = 450 \text{ cm}$ 、 $b = 500 \text{ cm}$

// ヤング率: $E_L = 2 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$

// ポアソン比: $\nu_L = 0.15$

岩盤のヤング率: $E_R = E_L / 10$

// ポアソン比: $\nu_R = 0.2$

Jaeger⁽²⁹⁾は、同じ問題を解析的に解いている。そこで、両者の解析結果を比較してみよう。ライニングが内壁面で単位大きさの水圧を受けるとき、ライニング背面に発生する直応力（背面圧） $\sigma_z(b)$ とせん断応力 $\tau_{yz}(b)$ および背面における周方向の面内応力 $\sigma_y(b)$ に関して次のような結果が得られている。

Kumarの数値解

Jaegerの解析解

$$\sigma_z(b) = -4.766$$

$$\sigma_z(b) = -4.724$$

$$\sigma_y(b) = 0.375$$

$$\sigma_y(b) = 0.394$$

$$\tau_{yz}(b) = 0.002$$

$$\tau_{yz}(b) = 0.000$$

kgf/cm^2

両者の一致の程度は極めてよく、ライニング-岩盤の力学系に対するKumarのモデル化の方法は適切であることがわかる。

(2) Wittkeの3次元数値モデル

Wittke⁽³⁰⁾は、ライニングに発生する外力と内力を評価するためにKumarとはかなり違うライニング-岩盤系の力学モデルを提案している。以下にその概要を述べる。

図1. 4(a)に示すように、全体の解析領域の寸法をトンネル直径よりかなり大きく取り、トンネル周辺岩盤を8節点アイソパラメトリック要素、ライニングを12節点アイソパラメトリック要素、両者の接合部を10節点アイソパラメトリック要素を用いてモデル化している。こ

のモデルの最大の特徴は、ライニングと岩盤の力学特性と応力分布状態に応じて特殊なモデルを使い分け、それによって自由度の節約を図り、3次元応力解析をおこなっていることであろう。

岩盤内の応力分布は通常、ゆるやかであるため、8節点要素を使えば応力状態を充分正確に表現できると思われる。ライニング内の応力変化の程度は周方向が最も大きいとの予想から、要素のライニング周方向に沿う側面の中間節点数を多くしている。ライニングと岩盤の接合部に対応する要素ではライニング側の側面の中間節点数を増やしている。この要素はライニング-岩盤の接合面だけでなく、ライニングに接する岩盤部分の領域も含ませている。ここでは複雑な応力状態になっていることを考慮しているわけである。なお、このモデルにおいては、ライニング-岩盤の接合部は完全に付着していると仮定している。このため、接合面ですべりを起こす可能性のあるような問題に対しては、正確な評価を与えることができないことに注意する必要がある。

また、このモデルは正確な変位を得ることができる反面、要素数が少ないために、ライニング内の応力状態について精度の良い評価を得ることができない。

そこで、ライニング内の応力を正確に評価しようとする場合には、上記のモデル計算を第一ステップとして、第二の計算をする。第二の計算ステップにおいてはライニングだけをモデル化し、第一の計算で得られたライニング背面の変位を境界条件として利用する。具体的には、図1.4(b)に示すように、ライニングを平板要素に置き換え、ライニングの変位を背面に取り付けたバネ要素を介してライニングに与える。計算結果、ライニングの背面圧とライニング内のモーメント状の応力分布が出力される。

1. 3 本論文の構成

トンネルライニングの力学的挙動を正確に解析するには、ライニングおよびこれと密接な関連の下に挙動する周辺岩盤、およびこの二者を結び付ける接続面から構成される構造物の適切なモデル化が必要であるが、これについては2章で述べる。

3章では2章で開発したモデルを用いて、トンネルライニング内に存在する応力分布の特徴について検討している。成果の一つとして、ライニング内の応力は多くの場合、厚さ方向に線形的に分布することを見いだした。これは厚さ方向の測線に沿って相違なる2点の応力がわかれば、背面も含めて測線上の応力分布は既知となることを意味する。そこで、この特徴に立脚してライニング内の応力を決める方法を2点法と名付け、測定方法に関する理論的検討と技術的開発を進めることにした。

2点法における2つの測点は、内壁面とライニングの中央断面に設けるのが最適であるとの結論に至った。中央断面内の応力は3次元的な状態になっており、これを一回の測定作業で決定する孔壁ひずみ法を用いる場合には、周囲の応力と孔壁の応力の関係を明かにする必要がある。そこで、これに関する研究を4章でおこなっている。その結果、孔壁上の応力は中央断面上の応力だけの関数になっており、観測方程式として使いやすい形をしていることがわかった。

5章では2点法の理論と測定技術について述べている。理論においては材料を弾性体と仮定しているが、実際のコンクリートがどの程度、弾

性的に挙動するかが問題となる。また、コンクリートやモルタルには乾燥収縮過程で残留応力が発生する。あるいは応力測定のためにオーバコアリング作業をするとき熱応力が発生するであろう。こういった諸原因のために測定結果に誤差が入るので、それを極力取り除く測定技術を開発する必要がある。このために、室内試験を幾つかおこない実験的な検討をした。6章はこれについて述べている。

最後に、変状を起こしているオートンネルにおいて試みた原位置測定結果を、結果の解釈と共に7章で述べる。

8章は結論で、本研究で得た主な知見をまとめている。

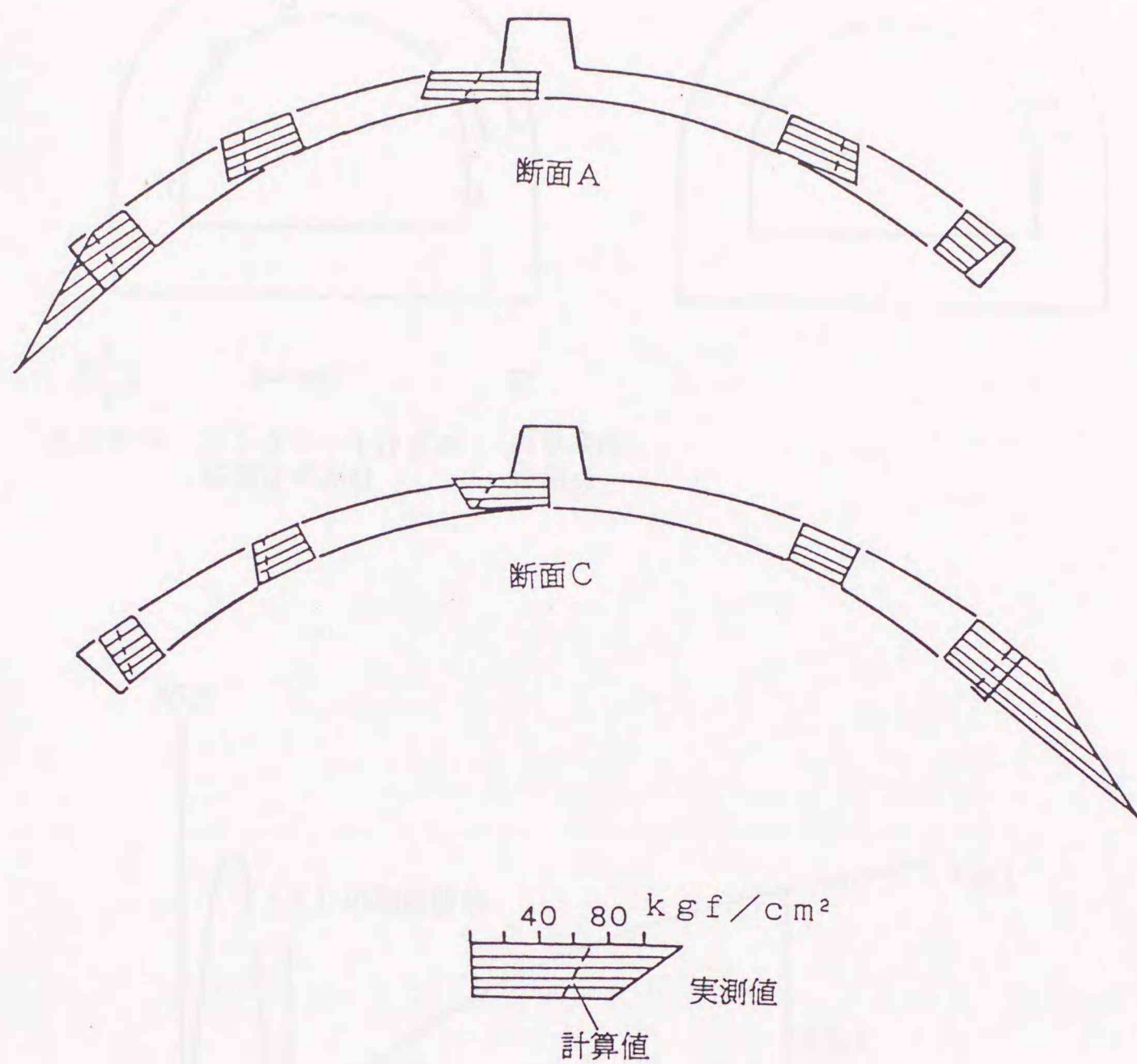


図 1. 1 大型空洞アーチ部の覆工内の応力分布に関する測定結果と
予測結果⁽⁶⁾

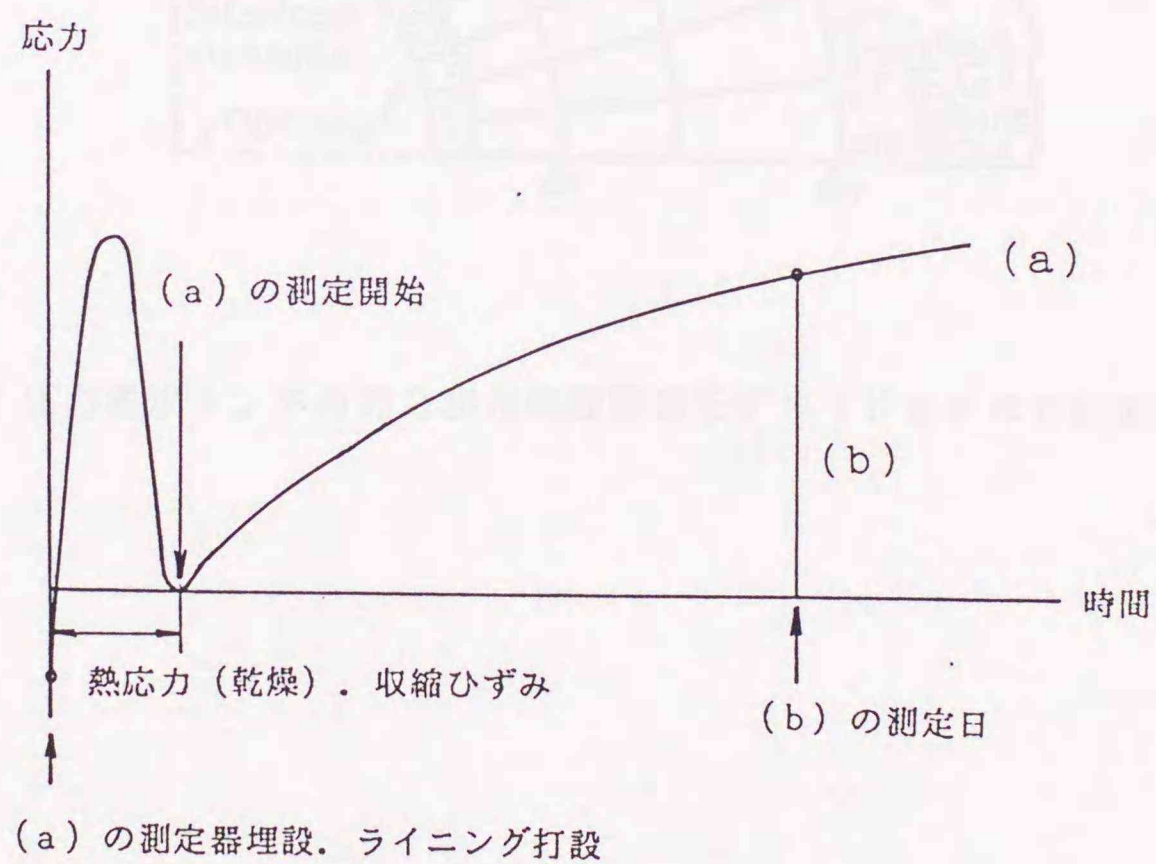
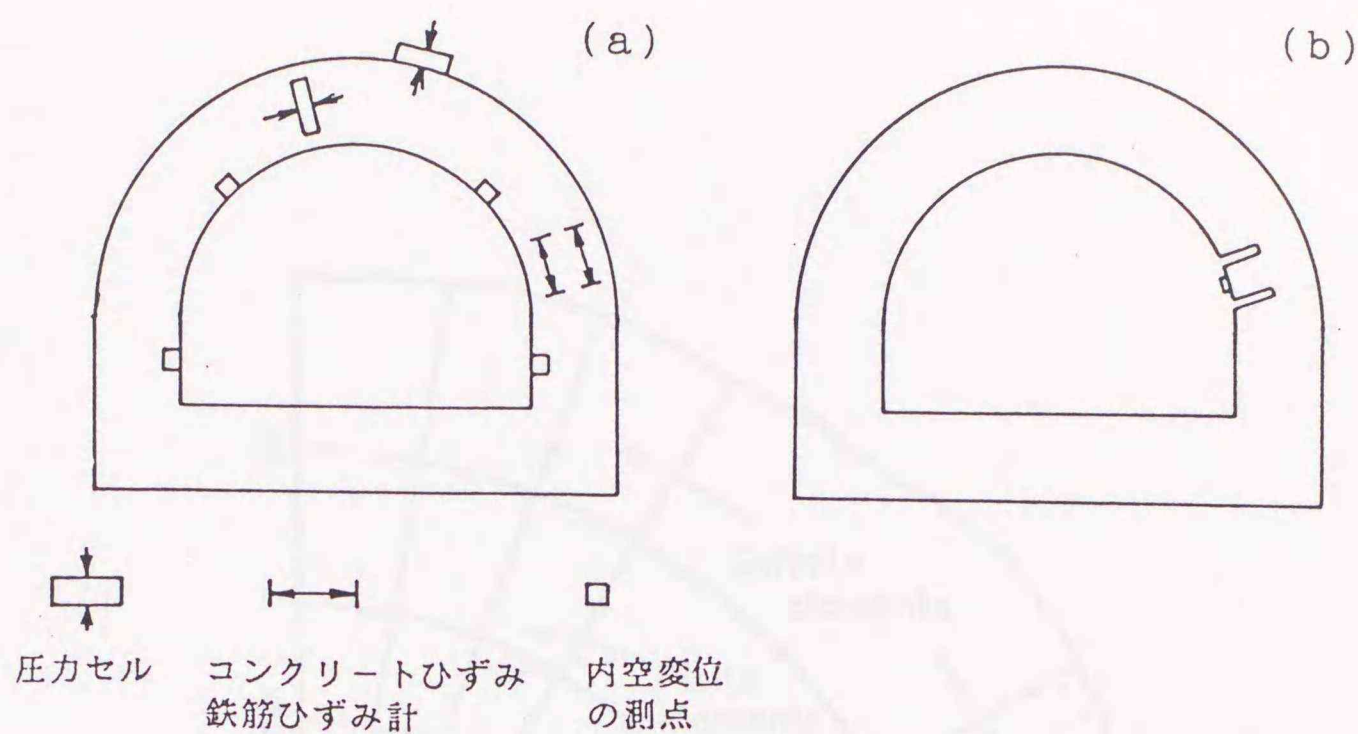


図 1. 2 トンネルライニングの応力測定に関する 2 つの方法

(a) 応力の変化をモニタする方法

(b) 測定日に応力の絶対値を測定する方法

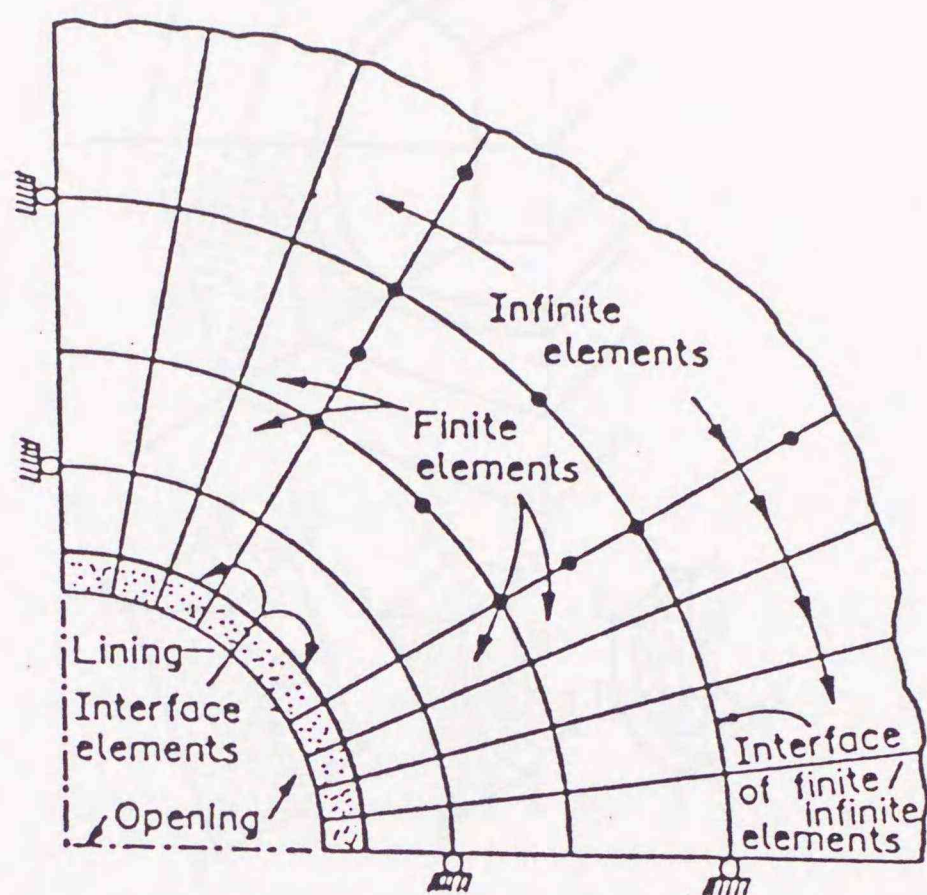


図1. 3 圧力導水トンネルの2次元有限要素モデル (Kumarによる)

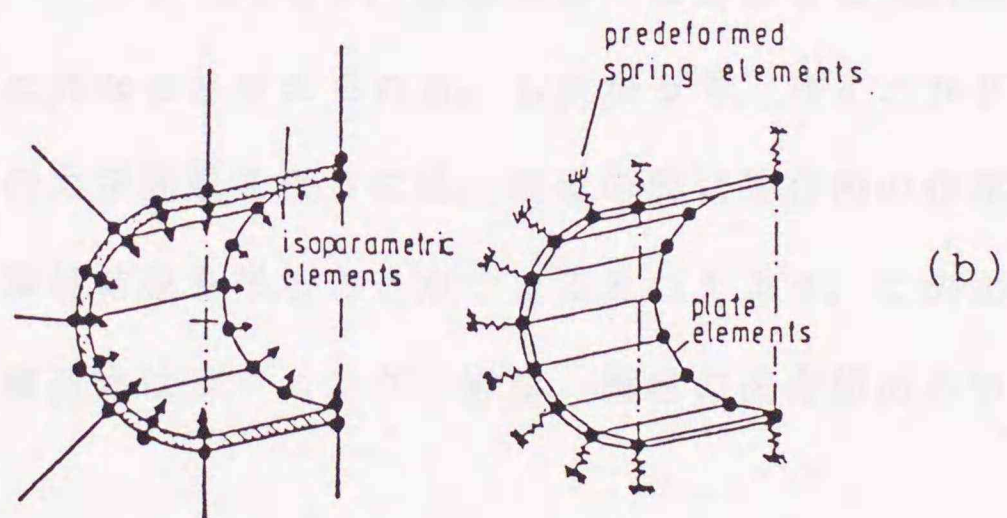
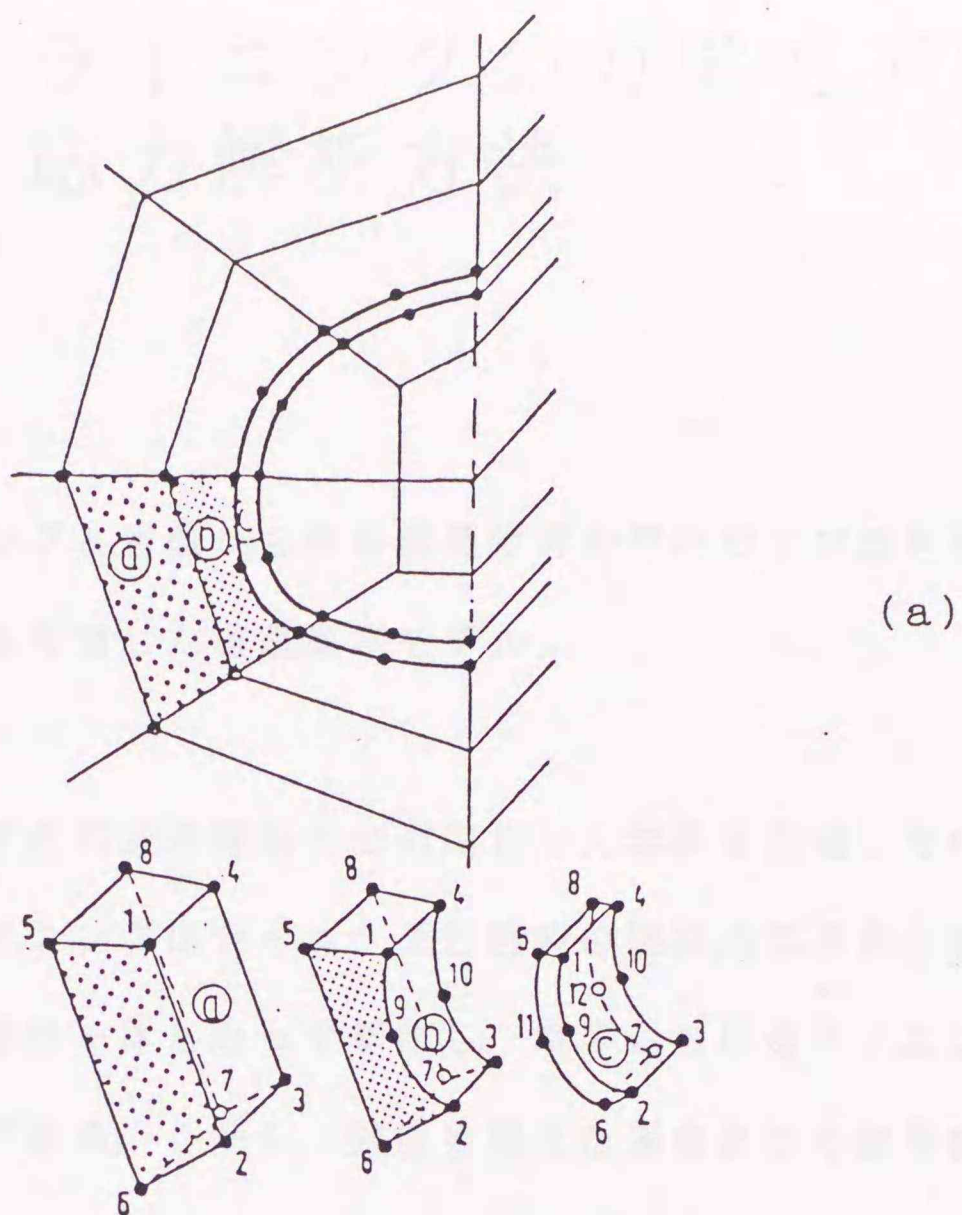


図1. 4 トンネルの3次元有限要素モデル (Wittkeによる)

(a) は全体の解析モデル、(b) はライニング専用のモデル

第2章 ライニングの力学モデルと 応力解析方法

2. 1 ライニングと岩盤から成る構造物の力学および幾何学的形状 の特徴を考慮した有限要素モデル

ライニングとその周辺岩盤は一つの閉じた力学系を形成している。吹き付けされたライニングはライニングと岩盤の境界の応力が付着強度を越えなければ両者は一体となって挙動し、境界におけるライニングと岩盤の変位は同じである。しかし、強度を越えた場合にはもはや変位は等しくない。また、在来工法で施工された場合、ライニングと岩盤の間には矢木などがあるために、両者の間には相対的な変位が生じているのが普通であろう。こうしてみると、変位が同一なのはむしろ特殊な場合であり、一般には異なると考えられる。したがって、ライニングと岩盤から成る構造物の力学問題を扱うには、両者の間に接合部の存在を考慮した方が正確な解析結果を得ることができるといえよう。このように本研究で扱うべき構造物はライニング、岩盤、両者の接合部の3つから構成されている。

つぎに、各構成要素の特徴をまとめてみよう。トンネル断面の形状は図2. 1に示すように様々であるが⁽³¹⁾、大略、円形を中心にそれから多少ずれた形状になっている。最近のトンネルはなるべく一定の曲率半径を持ち、極端に小さな曲率半径の箇所がないような形状になっているものが多い。また、ライニングの厚さはほぼ一定になっており、ライニ

ングの厚さ (H) とトンネル断面の平均半径 (R) の比は多くが $0.2 \sim 0.1$ の範囲に収まっている。このように、トンネル断面形状およびライニング形状に関する幾何的条件はある程度の共通点がある。

ライニングは空洞壁に接しているために、応力集中を受けやすく、複雑な応力状態を呈しているのが普通であろう。岩盤の広がりや空洞の寸法に比べて大きい。ライニングの打設を特に必要とするのは、岩盤が軟弱な場合である。このときには岩盤の剛性はライニングの値よりもかなり小さく、空洞周囲の応力勾配はむしろ小さい。

上述したような特徴を有する構造物に対しては、解析的な扱いが困難で、数値解析に頼らざるを得ない。その場合でも、適切なモデルの選択が要求される。ここでは有限要素法によって解析を実行することを前提に、ライニングのモデル化を考えてみよう。

前述したように、ライニングの厚さ方向の寸法は他の二方向（トンネルの周方向と軸方向）の寸法、あるいは、トンネルの平均直径に比べて小さいのが普通である。こういった場合にはライニングをシェル（殻）としてモデル化できる可能性がある。シェル要素は薄い 3 次元構造物の幾何学的形状に基づく数学的な不安定さを回避するためと、計算の簡易化のために開発されたものである^{(32), (33), (34)}。シェル要素における最大の特徴は、厚さ方向に応力・ひずみが線形的に分布するという仮定にある。しかし、シェルはトンネルライニングのモデルとしては次に述べる理由であまり適切でないと考えられる。

1) ライニング背面の応力状態は一般に複雑なため、かなり細かい要素分割が必要とされる。このため、ライニングを構成する要素は極端に扁平な形状とはならない。

2) 岩盤とライニングから構成される解析モデル全体に占めるライニン

グ部分の要素数は、自由度数に換算して全体の20%程度にしかない。

3) シェル要素の場合、節点数が減るものの、節点毎の自由度数が一つ増える。このため、シェル要素を導入しても構造全体の剛性方程式における自由度数はあまり減らない。

4) ライニングの隅角部や厚みが急激に変化する箇所では、厚さ方向の応力が直線分布とはほど遠い状態となる(3.3節参照)。このためシェル要素を用いると、こういった箇所では正確な応力の評価を与えることができない。

上記のように、ライニングをシェル要素で置き換えてもあまり利点がなく、また正確でもないため、むしろライニングを岩盤と同様に通常の連続体要素としてモデル化した方がよい。ただし、ライニング内の応力勾配は大きく、また、内壁、背面とも曲率を持っていることを考慮すれば、なるべく高次の形状関数を用いる方が好ましい^{(35),(36),(37)}。例えば、2次元問題の場合、3角形定ひずみ要素ではライニング内部の応力分布を正確に表現できないことは1.2節(図1.1参照)で述べたとおりである。

そこで本研究においては、2次元解析の場合、8節点アイソパラメトリック要素、3次元解析の場合、32節点アイソパラメトリック要素を用いることにした。

2次元問題における8節点四辺形アイソパラメトリック要素においては、要素の形状、変位関数とも2次式で表される(図2.2(a)参照)。3次元問題における32節点六面体アイソパラメトリック要素においては、要素の形状、変位関数とも3次式で表される(付録IIおよび図2.3参照)。

ライニングと岩盤表面の接触面は、前述したように特殊な力学的状態になっている。通常、この接触面は摩擦抵抗を越えない範囲においては、接触面上のせん断応力を伝達することができるであろう。また、接触面の法線方向には圧縮応力を伝達するが、引張応力は伝達することができないという性質もあろう。このため、岩盤とライニングの接触面においては、しばしば「開口」や「すべり」が発生し、岩盤とライニングの間に幾何学的な不連続性（変位のくい違い）や力学的な不連続性が生じる。また、ライニング背面と岩盤の隙間は非常に小さいのが普通であろう。かつ、ここには矢木などが入っており、剛性がライニング、岩盤と異なっている。こういった条件を考慮するためには、接触面のモデルとして接合（ジョイント）要素を使用すればよいであろう。

接合要素は固有の剛性と強度特性を持たせることができ、また、厚み方向の寸法は他に比べ極端に小さくてかまわない。ここでは接合要素として、2次元問題の場合、6節点アイソパラメトリックジョイント要素を用いることにした（図2. 2（b）参照）。この場合、要素の形状、変位関数とも2次式で表わされる。

このような岩盤、接合面、ライニングの3要素から成るモデルを用いることにより、地圧とライニング内の応力分布・変位分布との関係を充分正確に解析することができると考えられる。図2. 4はトンネル-岩盤の構造物に関し、このような要素から構成されるモデルの一例を示したものである。

2. 2 材料の力学特性

本論文では岩盤とライニングを構成するコンクリートは、ともにひずみ軟化を示す弾・塑性体で近似する。そして、破壊前は等方弾性的に挙動し、応力状態が破壊強度条件を満たした後は直ちに残留強度状態に移行するものとする（図2. 5（a）参照）。

破壊強度条件と残留強度条件は、引張応力側が引張強度で制限されるMohr-Coulomb則を用いる（図2. 5（b）参照）。この場合、破壊条件は、粘着力（ c ）、内部摩擦角（ ϕ ）、引張強度（ σ_t ）の3つの材料定数によって完全に規定される。また、岩盤とライニングの接続面の破壊基準もMohr-Coulombの条件に従うものとする。

破壊後は直ちに残留強度状態に落ちるものとする。このとき、残留強度に対応する降伏曲面は最初の強度破壊の曲面を均等に収縮させることによって得られる、いわゆる、等方ひずみ軟化⁽³⁸⁾を仮定する。塑性破壊後の応力-ひずみ関係はVon Mises によって提案された垂直性原理を仮定して導くことにする。

なお、接合部は破壊しても降伏曲面が変化せず、完全弾塑性の特徴を示すものとする。

弾塑性問題の解析方法は、いわゆる荷重増分法を採用した。その詳細は付録Iを参照されたい。

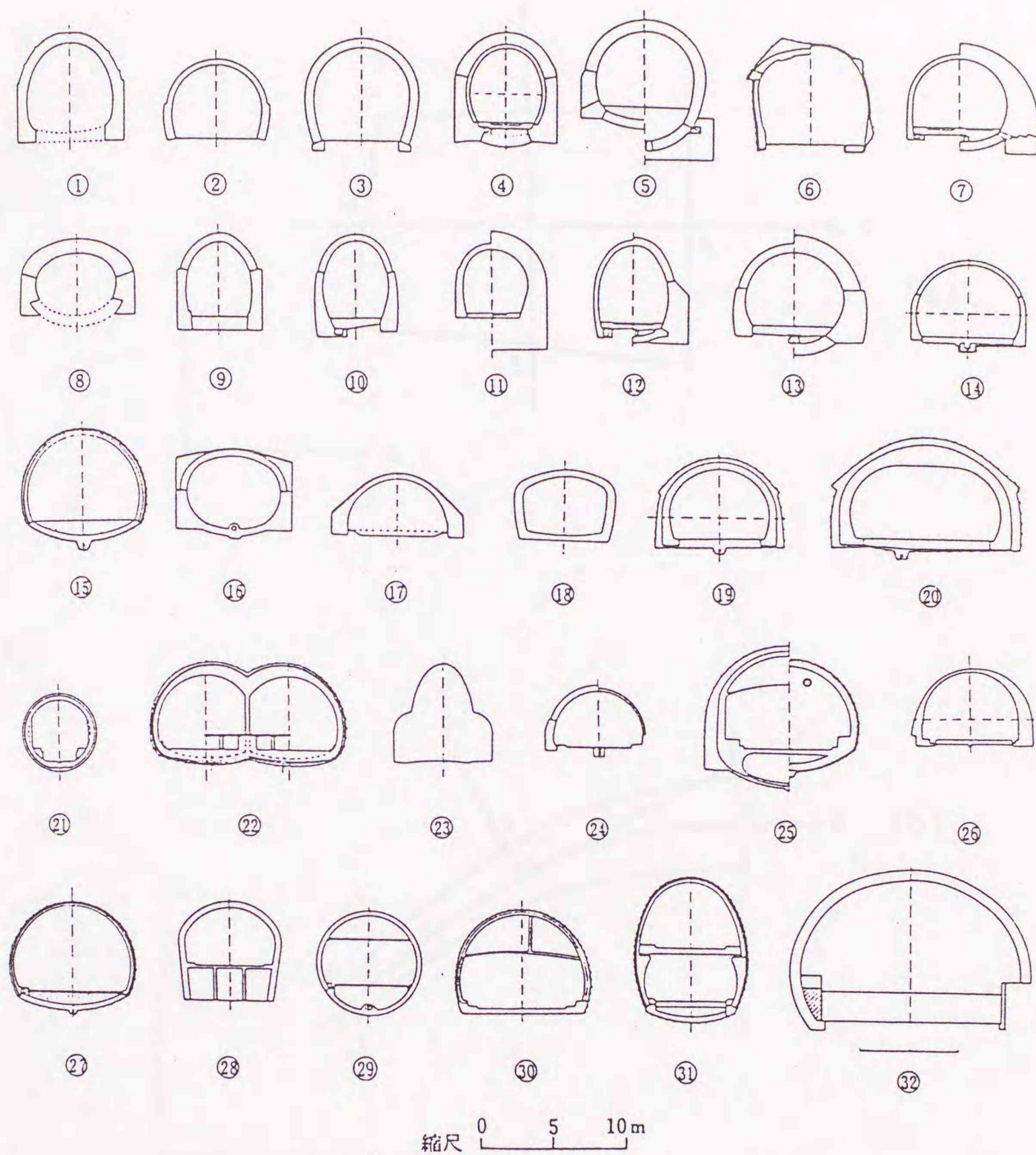


図2. 1 トンネル断面の種々の形状⁽³¹⁾

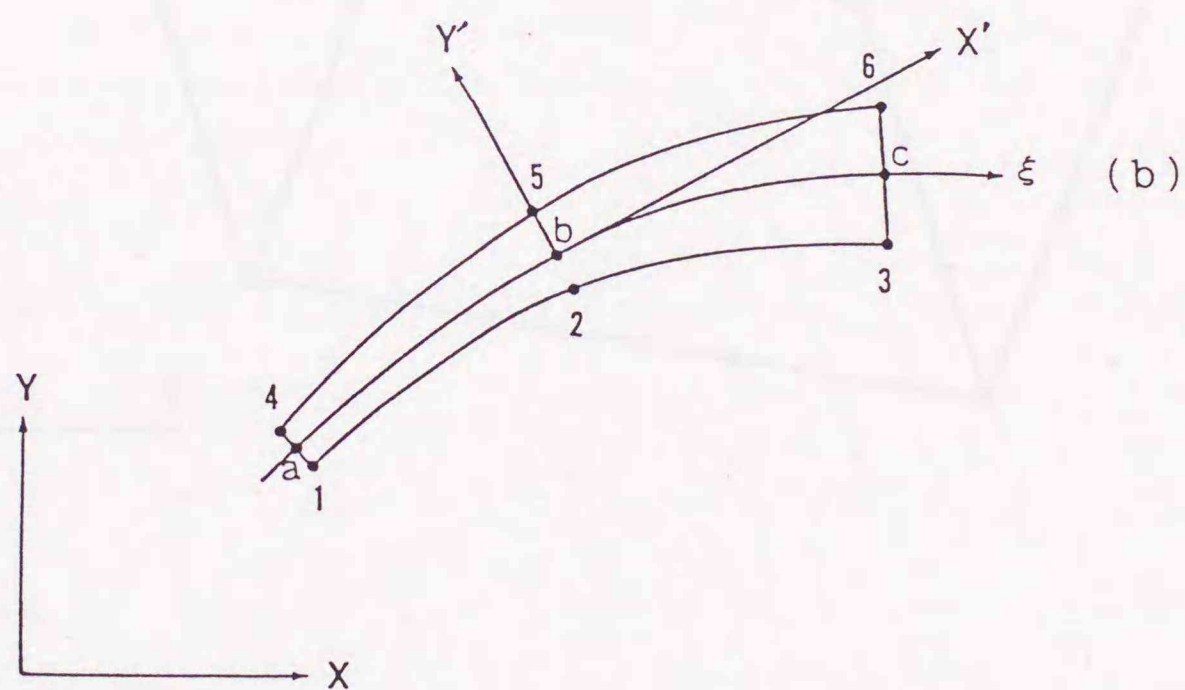
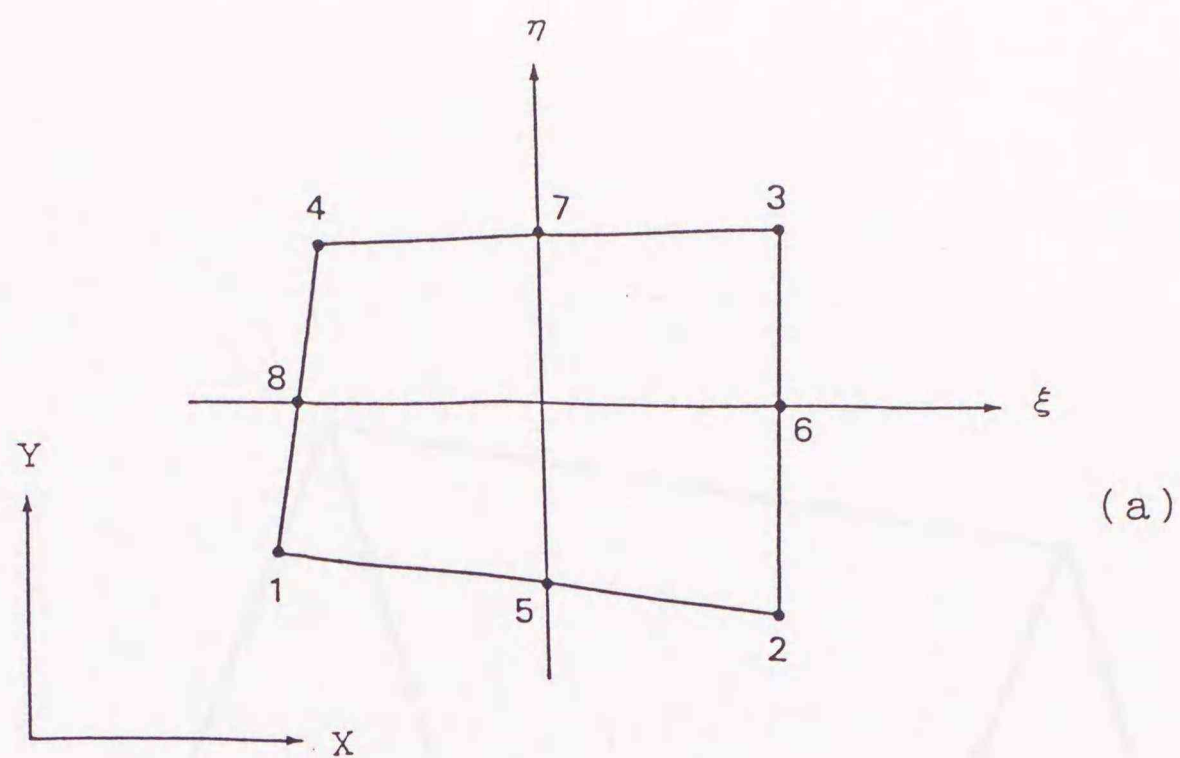


図2. 2 次元問題に用いられる有限要素。(a)はライニングと岩盤に対して用いられる8節点アイソパラメトリック四辺形要素、(b)はライニング-岩盤の接合面に用いられる6節点アイソパラメトリックジョイント要素

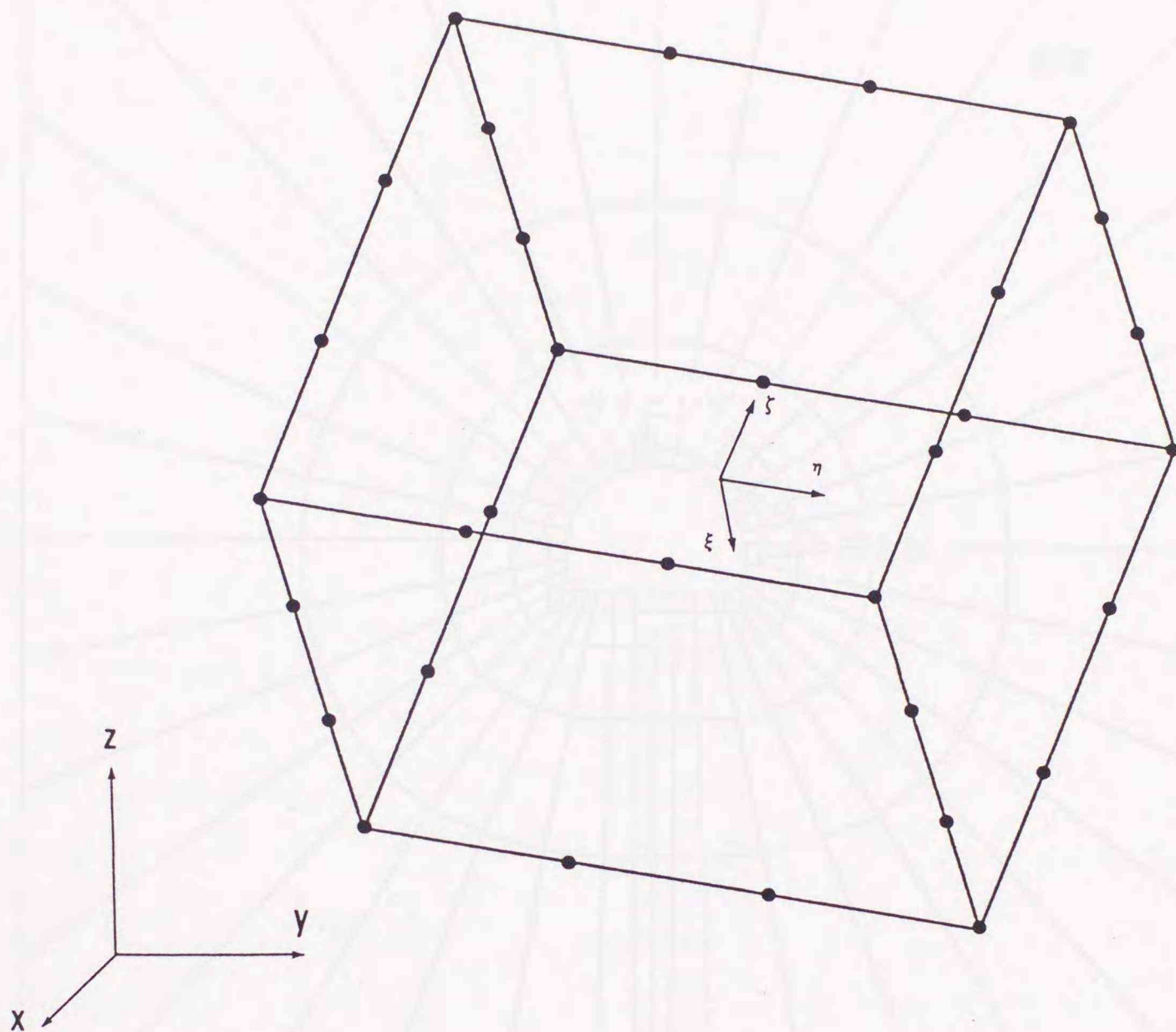


図2. 3 3次元問題に用いられる32節点6面体アイソパラメトリック要素

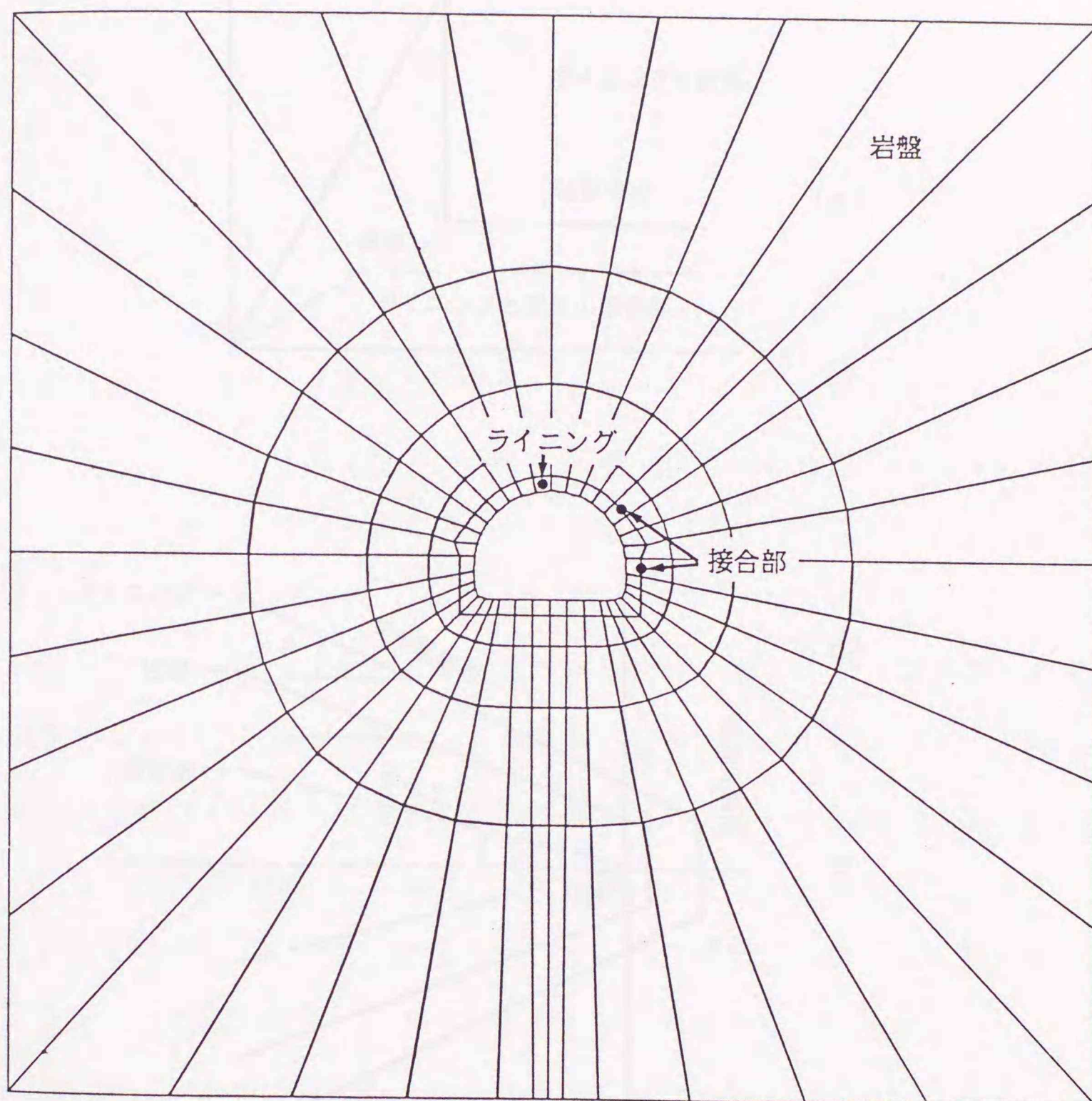


図2. 4 トンネル-岩盤の2次元有限要素モデルの一例。ライニングと岩盤は8節点アイソパラメトリック四辺形要素、両者の接合部は6節点アイソパラメトリックジョイント要素が用いられている

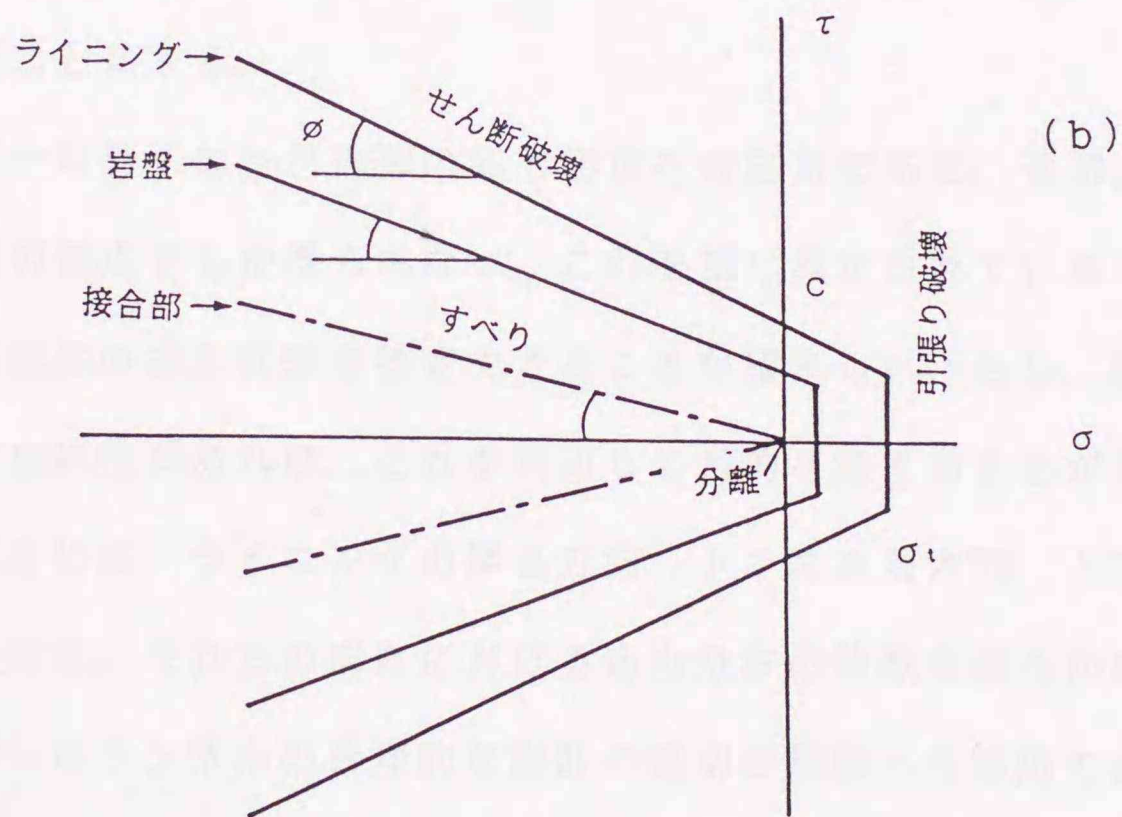
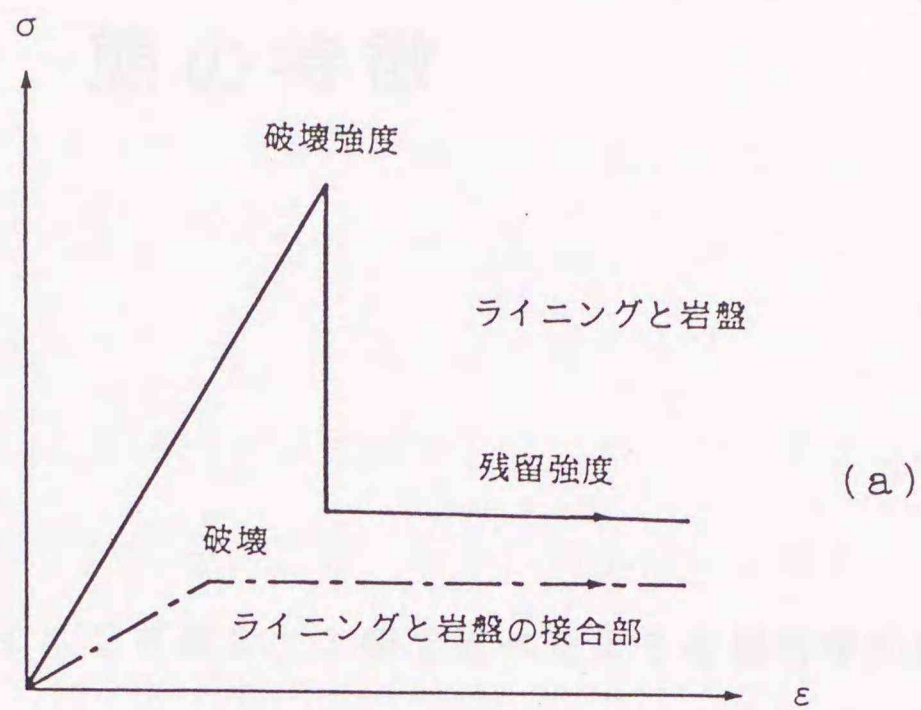


図2. 5 岩盤、ライニングおよび接合部の力学的特性。
 (a) 応力-ひずみ挙動
 (b) 強度特性

第3章 ライニングに生じる応力状態の特徴

3. 1 緒言

トンネルライニングは2. 1節で述べたような幾何学的形状に関する特徴を有している。このため、ライニングに生じる応力は複雑な状態を呈しているものの、その分布に関しては幾つか比較的一般性のある特徴が認められる。これらの特徴の抽出を次に述べる2つの目的のために試みることにする。

第一はライニング内部の応力測定への応用である。通常、測定値は有限個の測点でしか得られない。これを基に測定されていない箇所、さらには全体の応力状態を推定できることが望ましい。もし、応力分布について法則性があれば、これを利用して目的を達することが可能であろう。このために、ライニングの厚さ方向、トンネル周方向、トンネル軸方向に分けて、それらの向きにおける応力分布の特徴を明らかにする。

第二はトンネルの合理的な設計や適切な補修への応用である。ライニング内部に生じる応力集中が限界値に達すれば破壊するが、その破壊をもたらした原因（例えば、地圧の方向）が推定できれば合理的な対策をたてることが可能であろう。ここでは、地圧の主要な作用方向とライニングの破壊箇所の相関の可否について検討することにした。

3. 2 厚肉円筒形ライニングの弾性解析に基づく検討

ライニングに生じる応力分布の特徴を抽出する最初の試みとして、最も簡単な幾何学的形状、すなわち、一定厚さ (H) と一定曲率 ($1/R$) を持つ円筒状の弾性ライニングを対象に解析する。

まず、方向による応力分布の差異を明らかにするために、ライニングと岩盤は同一の弾性定数を持ち、かつ、両者の接合面では完全な接着条件が満たされているという仮定の下で得られる解について調べよう。境界条件としては遠方で一様な応力を受けるものとし、また $R/H = 8$ を仮定する。周方向の応力成分 σ_θ について、ライニング厚さ方向、トンネル周方向、トンネル軸方向の分布状況を図 3. 1 に示す。これから、次の 2 点が認められる。

(1) 応力勾配の程度はライニング厚さ方向、トンネル周方向、トンネル軸方向の順に減少している。

(2) ライニング厚さ方向の応力は直線的に分布している。また、周方向の応力分布もライニング厚さ H 程度の長さを尺度にとると直線的に変化しているとみなせる。

分布特性 (1) については、薄肉構造物のシェルにおいて一般に認められており、周知のように、全てのひずみ成分、応力成分は厚さ方向に直線分布する^{(39), (40), (41)}。この直線則がどのような範囲内で成り立つかを検討することは意義がある。そこで外圧を受ける厚肉円筒の場合について調べてみよう。

このために、幾つかの R/H に対して直線仮定の誤差を計算してみた。すなわち、応力の線形分布の仮定に基づいて内壁面と中央面の応力値から背面の応力を推定した。これを真の値と比較したのが表 3. 1 である。

表にはライニング厚さ方向の直応力成分 (σ_z) と、周方向の直応力成分 (σ_y) だけが示されている。表から次の2点が明かである。

(1) $R/H \geq 8$ の条件が満たされれば、円形トンネルに対しいずれの成分についても誤差は9%以内に収まるので、直線性を仮定しても差しつかえない。

(2) 応力成分 σ_z は応力成分 σ_y に比べると線形性が悪い。

なお、ライニング背面における応力成分 σ_y 、 σ_z の比は次のように評価される。

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_z} = \left(1 + \frac{\beta^2}{4 + 4\beta + \beta^2} \right) \frac{R_m}{H} \quad (3.1)$$

$$\beta = H / (R_m + H/2), \quad R_m = \text{ライニング中央面の半径}$$

ライニングの厚さ H が $H = 0.67R$ のとき上式の右辺の () の中の第二項は 0.04 となる。したがって、通常のライニングの厚さの場合、 σ_y と σ_z の間には次のような関係が近似的に成立する。

$$\sigma_y / \sigma_z = R_m / H \quad (3.2)$$

これは周方向の直応力成分 (σ_y) が厚さ方向の直応力成分 (σ_z) よりも1ケタ近く大きいことを示している。なお、応力成分 σ_y は他の応力成分と比べても大きい。つまり、ライニングの内壁面、背面付近の応力は一軸応力状態に近く、周方向の応力がライニングの強度に決定的な影響を与えることが推定される。

最後に、ライニング背面に作用する境界条件の変化によって、応力の厚み方向の直線性が受ける影響について検討してみよう。このために、 $R/H = 10$ の厚肉円筒形ライニングに関して、背面に作用する次の2つの境界条件に対応する解を調べた^{(42), (43)}。

- ① 大きさ $p \cdot \cos(m\theta)$ の圧力、 $q \cdot \sin(m\theta)$ のせん断力が同時に作用している (m : 整数)。
- ② 一つの直径上 ($\theta = 0^\circ$ と $\theta = 180^\circ$) に集中荷重 W が作用している。

①については、 $m < 10$ の場合、応力の直線性が依然として認められた。しかし、②については着力点を中心に距離が $1H$ の範囲内では直線仮定が許されないことがわかった。集中荷重の着力点のように、外力の分布の勾配が極端に激しい着力点近傍では直線則が成立しない。しかし、この範囲外では依然として直線近似が認められる。

3. 3 実際に近い形状を持つライニングの弾性解析に基づく検討 — — 様な地圧の作用に伴って生じる応力状態の特徴

より実際に近いライニング形状においては、内壁の曲率や厚みが場所毎に変化している。これらの影響を検討するために、図 3. 2 に示すようなトンネル形状を扱う。ライニングのヤング率は岩盤のそのの 10 倍、また、ライニングと岩盤の間は完全に接着しており、トンネルの遠方から水平応力 $\sigma_{x0} = 100 \text{ kgf/cm}^2$ 、鉛直応力 $\sigma_{y0} = 0.5 \sigma_{x0}$ 、 $\tau_{xy0} = 0$ が作用するものとする。このときに生じる応力分布を 8 節点四辺形アイソパラメトリック要素を用いて解析した⁽⁴⁴⁾。なお、 R/H の比 (R = トンネルの平均半径) を次のように 3 通り仮定した。

$$\langle 1 \rangle \quad R/H = 4 \sim 5$$

$$\langle 2 \rangle \quad R/H = 8 \sim 10$$

$$\langle 3 \rangle \quad R/H = 12 \sim 15$$

3. 3. 1 ライニングの厚み方向の応力分布

図 3. 3 はケース〈2〉についての応力成分 σ_y の分布を示したものである。ほとんどの場所で、応力成分が厚さ方向にほぼ線形的に変化している。ただし、トンネルの隅角部（A, B）のようにライニングの曲率が急激に変化していたり、クラウンと側壁の境界（C, D）のようにライニングの厚みが急激に変化している箇所では、応力の線形性が崩れている。

3つのケースをみると、〈1〉については、直線からのずれがやや大きいことがわかった。したがって、このライニング形状に対しては、 $R/H = 8$ 以上の範囲で直線則が成立するといえる。

3. 3. 2 ライニングの周方向の応力分布

トンネル軸に垂直な断面内における周方向（つまり、 y 方向）の応力の変化は、厚み方向の変化に比べると小さいものの、無視できない大きさである。そこで、ここではこの変化の程度を調べることにしよう。

図 3. 4 (a), (b), (c) はケース〈3〉について、ライニングの中央面における3つの応力成分—トンネル周方向の直応力 (σ_y)、トンネル軸方向の直応力 (σ_x)、ライニング厚さ方向の直応力 (σ_z)—のトンネル周方向の分布を示したものである。いずれの応力成分も微小な区間、例えば $\Delta s = 10 \text{ cm}$ の長さに対しては直線的に変化しているとみなすことができる。このため、着目する点 (x_0, y_0) の応力を σ_0 とすれば、 y （周方向）方向の微小な座標の変化 Δy ($|\Delta y| \leq \Delta s$) に対応する点 ($x_0, y_0 + \Delta y$) における応力 σ は次式のように表すことができるであろう。

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta y / \Delta s \cdot \Delta \sigma \quad (3.3)$$

ここに、 $\Delta \sigma = \sigma(y_0 + \Delta s) - \sigma_0$

(3.3) 式は、ある微小な区間 ($|\Delta y| \leq \Delta s$) においては、応力を一様な応力 (右辺第1項) とモーメント状の応力 (右辺第2項、モーメントに起因する応力) の和として表すことができることを示している。この式は次のように表すこともできる。

$$\sigma = \sigma_0 (1 + \gamma \Delta y)$$

$$\text{ここに、} \gamma = \frac{\Delta \sigma}{\Delta s \sigma_0} \quad (3.4)$$

(3.4) 式の γ は周方向の単位長さ当りの応力変化を考えている点の応力値 σ_0 で割った値であるので、応力変化率と呼ぶことにする。応力変化率は全部で6個の成分があり、 γ_i と表すことにする。

この応力変化率 γ_i について次のような知見が得られた。

(1) γ_i は周方向に沿って異なるが、0.0001 ~ 0.005までの非常に小さい値になる。3つの直応力の周方向に沿っての γ の平均値を示すと次のようになっている。

$$\begin{aligned} \gamma_x &= 0.0011 \text{ cm}^{-1} \\ \gamma_y &= 0.0012 \text{ cm}^{-1} \\ \gamma_z &= 0.0033 \text{ cm}^{-1} \end{aligned} \quad (3.5)$$

3つの中では、応力 σ_z の変化率 γ_z が最も大きい。残りの σ_x , σ_y の変化率 γ_x , γ_y はほぼ同じ大きさである。

(2) 応力変化率は隅角部のような曲率の大きな所でなく、曲率の変化が激しい所で最大値を取る。本例の場合には、下端の曲がり角から直線状の床に移行する部分 (図3.4(c)の点A, B) がこれに該当する。

3. 3. 3 ライニング背面における表面力（背面圧）の分布

図 3. 5 はケース〈2〉についての背面圧の分布を示したものである。ライニングの床の直線部分と隅角部を除けば、背面圧の周方向の変化は小さく、均等に作用している傾向が認められる。

3. 4 熱応力分布の特徴

トンネル内の気流温度とライニング背面の岩盤表面温度はしばしば異なる^{(45), (46), (47), (48), (49)}。このときにはライニングの内壁と背面の間に温度差が生じるので熱応力が発生する。いま、円筒形ライニング内で厚さ方向に $T(z)$ なる温度分布があるものとする。ライニングの背面の温度は内壁面の温度より 1°C 高いとし、2つの温度分布：直線（I）、放物線（II）を仮定し、ライニング内に発生する熱応力に関して解析解⁽⁵⁰⁾を基に計算してみた。なお、以下の諸定数を仮定した。

$R/H = 10$ 、コンクリートの線膨張率： $\beta = 7.5 \mu / ^{\circ}\text{C}$ 、

$E = 1.89 \times 10^5 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ 、 $\nu = 0.21$

図 3. 6 は結果を示したものである。ライニングに発生する周方向の応力 σ_{θ} は、温度分布が直線、放物線いずれの場合も、ライニングの厚さ方向にほぼ直線的に変化している。また、内壁面では引張、背面では圧縮となり、モーメント状の応力状態が作り出されている。なお、厚さ方向の応力 σ_z が σ_{θ} に比べ小さい傾向は依然として認められる。

3. 5 背面におけるライニングと岩盤の接触条件の影響

ライニングと岩盤の接触状態の影響を明らかにする一助として、半径が R である円形断面トンネルについて数値解析をおこなった。ライニングの厚さ H は $R/8$ とする。また、軟弱な周辺岩盤を想定し、周辺岩盤のヤング率はライニングの $1/10$ 、遠方から作用する地圧応力は $\sigma_{x0} = -p$ 、 $\sigma_{y0} = -p/5$ 、 $\tau_{xy0} = 0$ とする。ライニングと岩盤の間の接触条件については、次の2通りを仮定した。

① 完全接着の場合

② 接合面が粘着力 $c = 0$ 、内部摩擦角 $\phi = 30^\circ$ の強度を持ち、強度点に達したならば完全塑性体のように挙動する場合

計算結果、後者の場合には全周に沿って接合部がすべりを起こすことがわかった。また、応力状態の一例を図 3. 7 (a), (b) に示す。両者を比較すればわかるように、ライニング内の応力分布の特徴、例えば、応力の厚み方向に関する直線則などは接合部の条件の影響をあまり受けていない。しかし、完全接着状態の場合より、ライニング背面のすべりが許される方が内力、外力とも分布がより均等になっている。ライニングの強度はそれだけ有効に利用されるので、支保の観点からは後者の方が有利であるといえる。

3. 6 弾性応力分布の特徴に関するまとめ

ライニングの厚さ (H) がトンネルの曲率半径 (R) に対しあまり大きくなく、 $R/H \geq 8$ 以上であれば、ライニングの形状や作用荷重の分

布状態の如何、あるいは接合部の条件などにあまり依存せず、ライニング内の厚さ方向の応力分布は直線的に変化する性質がある。ただし、以下の場合には応力分布がこの直線則からずれる。

- ① ライニング背面に集中荷重が作用する場合
- ② ライニングの曲率や厚みが極端に変わる場合

これ以外にライニング内の応力分布に関し、下記のような幾つか特徴が見いだされた。

- ① 面内応力成分 σ_y （周方向の応力）は面外応力 σ_z よりずっと大きく、背面で $\sigma_y/\sigma_z = R_m/H$ の関係が認められる。
- ② 応力勾配は一般に、ライニング厚さ方向、ライニング周方向、トンネル軸方向の順に小さくなる。
- ③ 背面圧はトンネルの床部の直線部分や隅角部を除けば大きく変化せず、均等に作用する傾向がある。
- ④ 応力成分 σ_z は応力成分 σ_y に比べると厚さに沿う線形性が相対的に良くない。

3. 7 ライニングの一部が破壊するときの応力状態

ライニングに作用する外力が過大なためにその一部が破壊するような場合について、ライニング内部の応力状態を検討することにしよう。岩盤、ライニングならびに両者の接合部はいずれも弾・塑性的に挙動するものとする。これらの材料の弾性定数、強度特性は次のように仮定されている。

・岩盤側

弾性状態 ヤング率: $E = 1 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$

ポアソン比: $\nu = 0.2$

破壊強度 せん断強度: $c = 30 \text{ kgf/cm}^2$

内部摩擦角: $\phi = 55^\circ$

引張強度 : $\sigma_t = 15 \text{ kgf/cm}^2$

残留強度 せん断強度: $c = 0 \text{ kgf/cm}^2$

内部摩擦角: $\phi = 55^\circ$

引張強度 : $\sigma_t = 0 \text{ kgf/cm}^2$

・ライニング側

弾性状態 ヤング率 : $E = 1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$

ポアソン比: $\nu = 0.2$

破壊強度 せん断強度: $c = 40 \text{ kgf/cm}^2$

内部摩擦角: $\phi = 55^\circ$

引張強度 : $\sigma_t = 20 \text{ kgf/cm}^2$

残留強度 せん断強度: $c = 0 \text{ kgf/cm}^2$

内部摩擦角: $\phi = 55^\circ$

引張強度 : $\sigma_t = 0 \text{ kgf/cm}^2$

・岩盤とライニングの接合部

弾性状態 ヤング率 : $E = 1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$

ポアソン比: $\nu = 0.2$

破壊強度 せん断強度: $c = 0 \text{ kgf/cm}^2$

内部摩擦角: $\phi = 27^\circ$

引張強度 : $\sigma_t = 0 \text{ kgf/cm}^2$

いま、図 3. 8 に示すような断面形状のトンネルが無限の広がりを持つ均質な岩盤内に設けられており、遠方で最小主応力 $\sigma_3 = -70 \text{ kgf/cm}^2$ 、最大主応力 $\sigma_1 = 0.5 \sigma_3$ の地圧を受けるものとする。弾塑性解析は、最小主応力の作用方向が水平方向から反時計廻りに測って 45° と 90° の 2 ケースについておこなった。以下、これらの解析結果について述べる。

図 3. 8 は最小主応力 σ_3 の作用方向が $\theta = 45^\circ$ のときのライニングおよび接合部の破壊状態を示したものである。なお、岩盤の破壊は生じていない。ライニングは斜線を施した部分でせん断破壊を起こしている。接合部ではすべりと分離が局部的に起きている。このときのライニング内の周方向の応力状態を図 3. 9 に示す。弾性域、破壊域にかかわらず、ほとんどの所で応力はライニングの厚さ方向に沿って直線的に変化していることがわかる。

ただし、詳細にみると、ライニングの左上側壁部において厚みの半分程度がせん断破壊を起こしている領域では、応力分布の直線性が若干くずれている（図 3. 9 ではその程度を示すために、2 箇所破線を参考線として入れている）。

図 3. 10 は最小主応力 σ_3 の作用方向が $\theta = 90^\circ$ の場合についてライニングおよび接合部の破壊状態を示したものである。ライニングはハッチを施した部分で引張破壊、斜線を施した部分でせん断破壊を起こしている。また、接合部ではかなりの部分ですべりを起こし、一部で分離が生じている。このときのライニング内の周方向の応力状態を図 3. 11 に示す。ライニングの厚さ方向に沿う応力分布の直線則はこの場合にも成立している。ただし、引張破壊した箇所では直線則からずれた分布を示している。これは引張破壊域では周方向の応力成分の値が 0 に近

なくなってしまうためである。残りの弾性部分の応力分布については直線則が認められる。

地圧の作用方向については、作用方向を 15° ずつ変え全方向について解析をおこなっている⁽⁵¹⁾。ここではその内の2例だけを述べた。これらの解析によって得られた知見をまとめると次のようになる。

- ① ライニングの破壊は主に周方向の応力 σ_θ の大きさに依存して生じる。
- ② ライニングの破壊にはせん断破壊と引張破壊の2種類あるが、破壊が発生する場所は地圧の作用方向に依存して決まる。これは破壊箇所の調査により、破壊をもたらした地圧の作用方向をある程度明らかにすることができることを示唆している。
- ③ せん断型の破壊領域がライニングの厚さ方向に貫通していない場所では、厚さ方向の線形性が少し崩れる。しかし、貫通している場所では、厚さ方向の応力分布に線形性が認められる。
- ④ 引張型の破壊領域では、その中の応力は完全に解放されるが、残りの弾性部分では、厚さ方向の応力分布に線形性が認められる。

表 3. 1 外圧を受ける円筒形ライニング
の背面の応力

R/H	応力 成分	真の値	推定値	相対 誤差
7.0	σ_z	1.000	1.100	10.0%
	σ_y	7.500	7.400	1.3%
7.5	σ_z	1.000	1.090	9.3%
	σ_y	8.000	7.900	1.2%
8.0	σ_z	1.000	1.088	8.8%
	σ_y	8.530	8.440	1.0%
9.0	σ_z	1.000	1.079	7.8%
	σ_y	9.526	9.447	0.8%
10.0	σ_z	1.000	1.071	7.1%
	σ_y	10.524	10.452	0.7%

* 背面の応力を内壁と中央面上の2点の応力を基に応力分布が直線的と仮定して推定

σ_z は厚さ方向の応力成分、 σ_y は周方向の応力成分

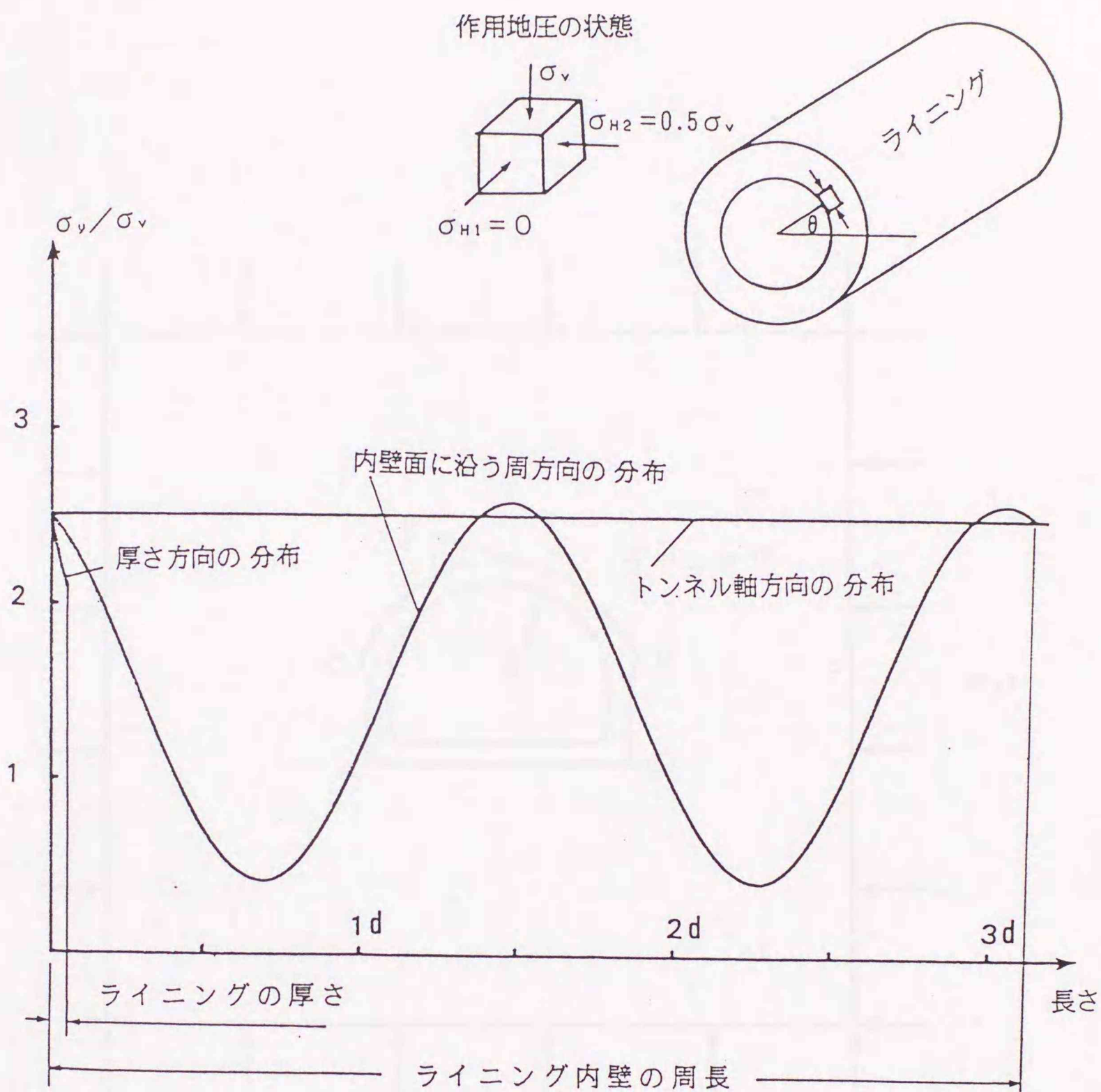


図3. 1 円形トンネルのライニング内の応力成分 σ_v の分布。トンネル半径とライニング厚さの比 $R/H=8$ 。ライニングと岩盤は弾性的に挙動し、また同一ヤング率を持っており両者は完全に接着されているものと仮定。

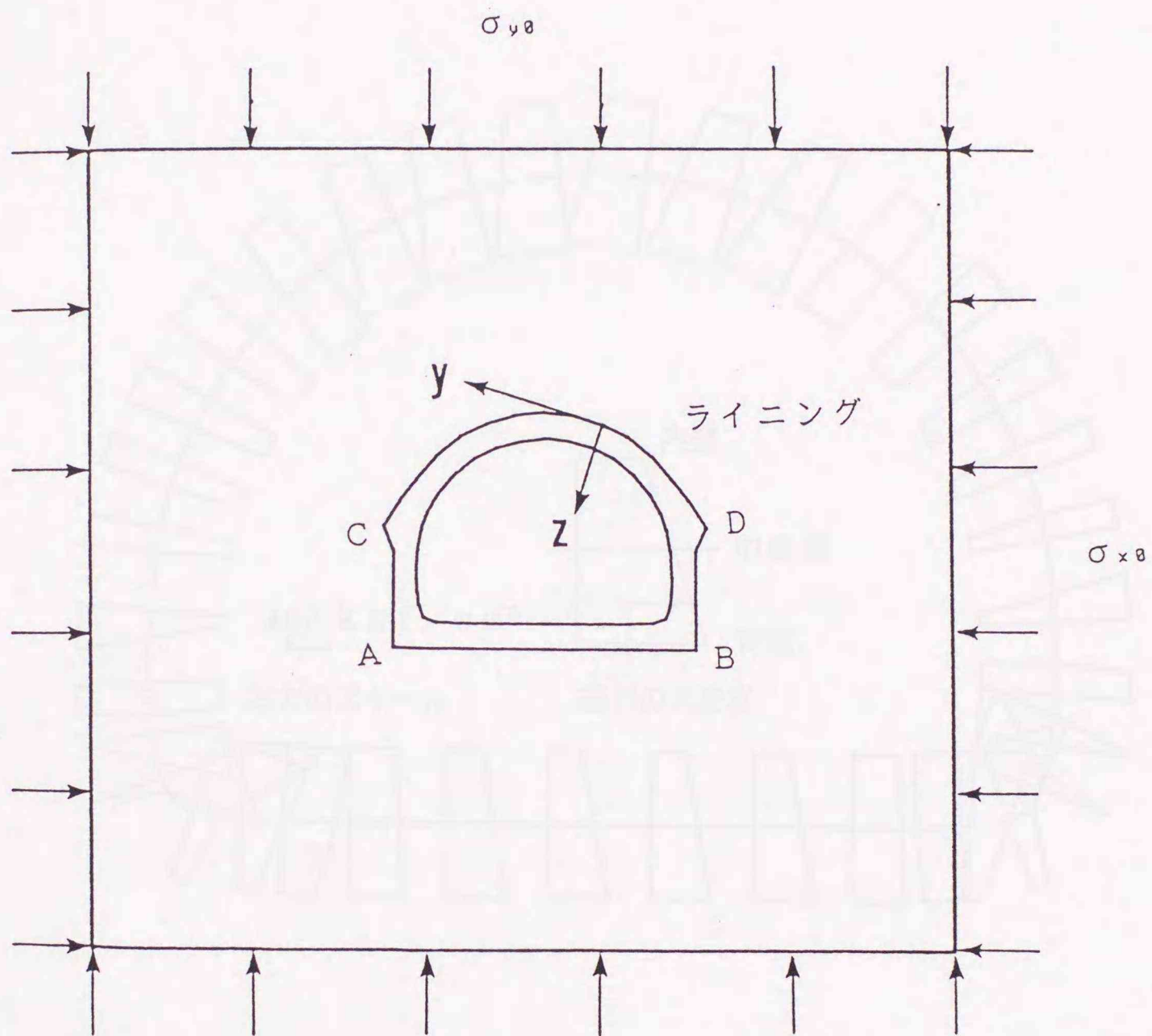


図3. 2 遠方で一様な地圧 (σ_{x0} , σ_{y0}) を受けているトンネル
およびライニング

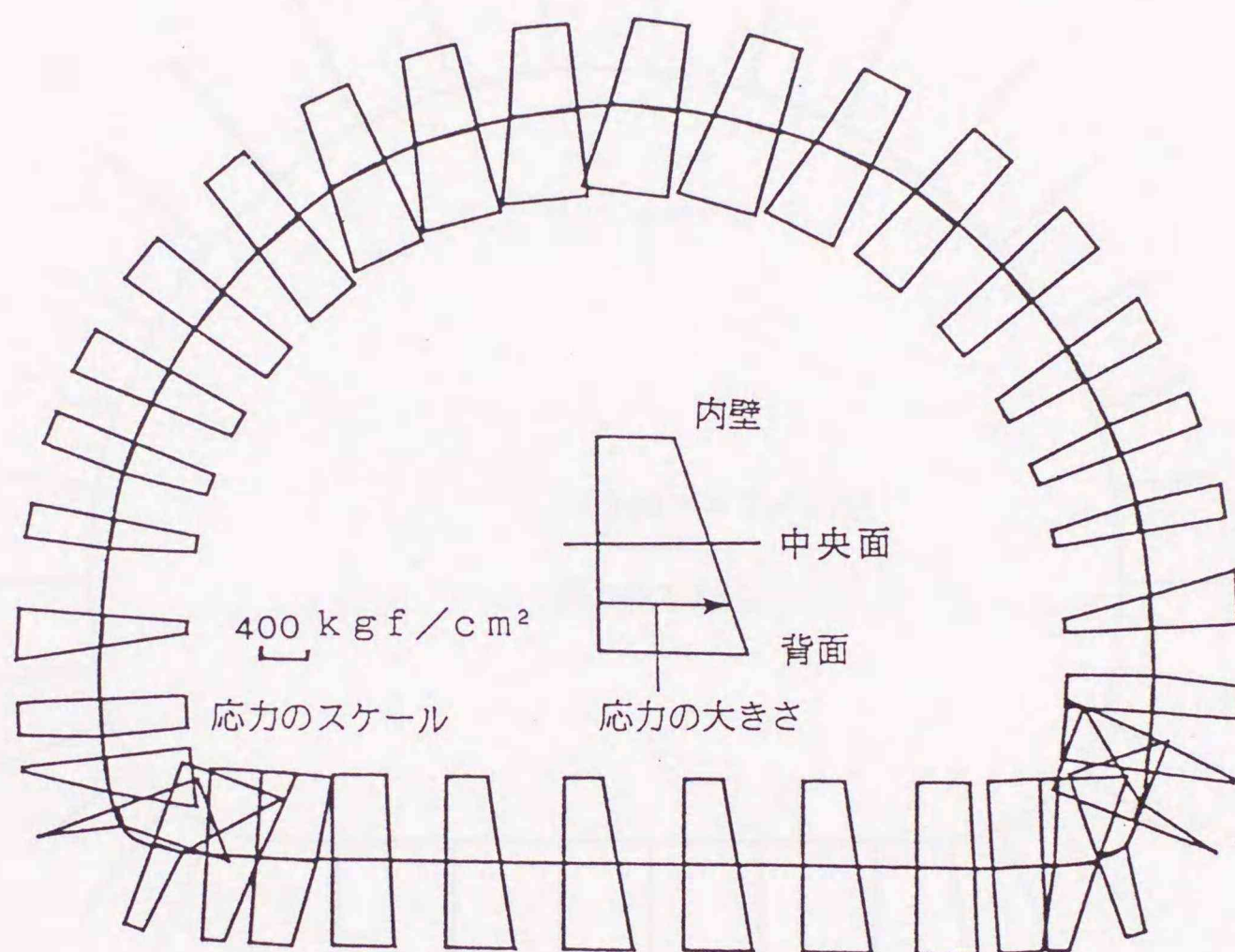


図3. 3 ライニングの周方向に分布する応力成分 σ_θ 。各点でライニングの厚み方向の分布状況が示されている。

$$R/H = 8 \sim 10$$

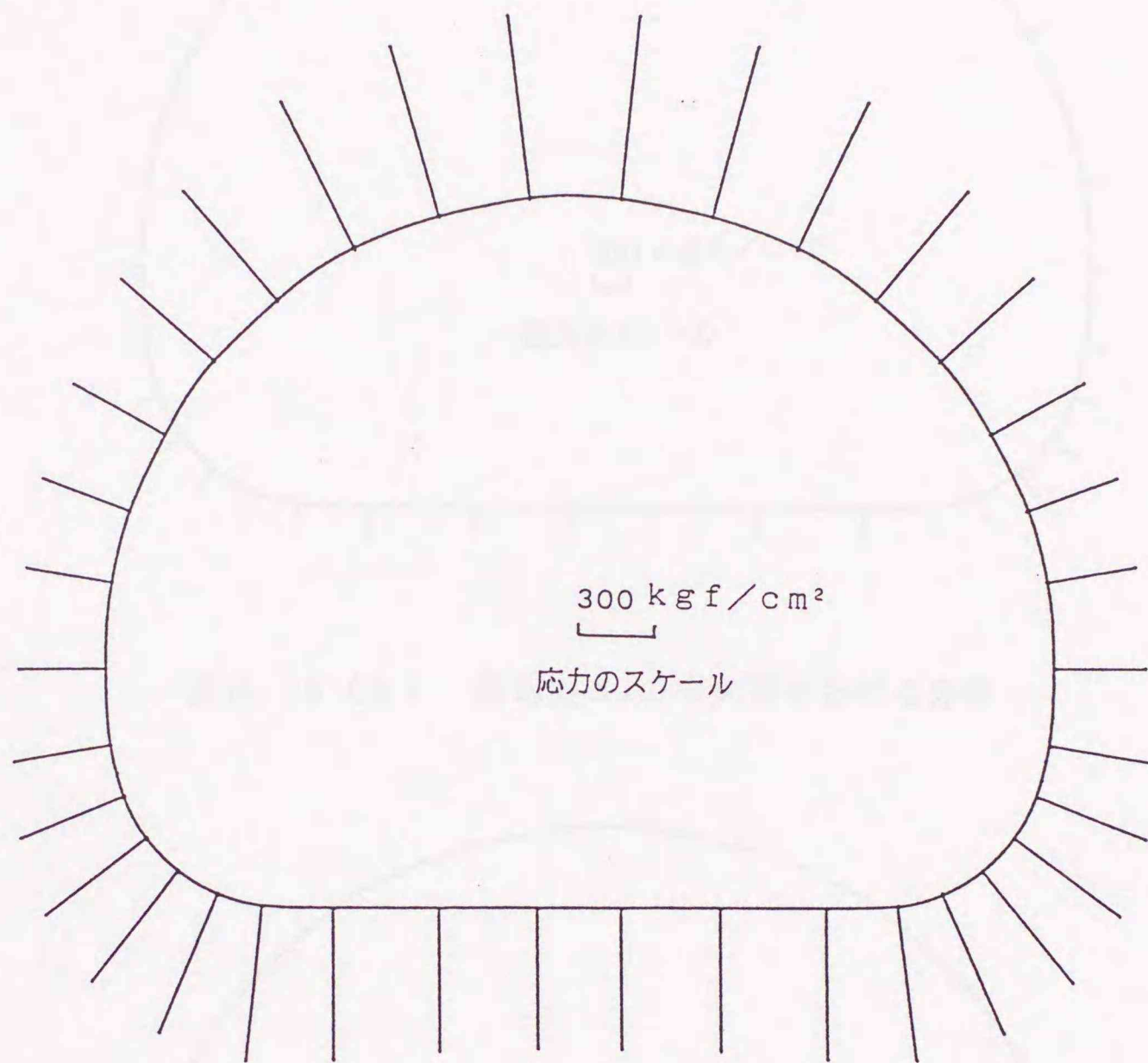


図 3. 4 (a) 直応力 σ_v の中央面におけるトンネル周方向の分布

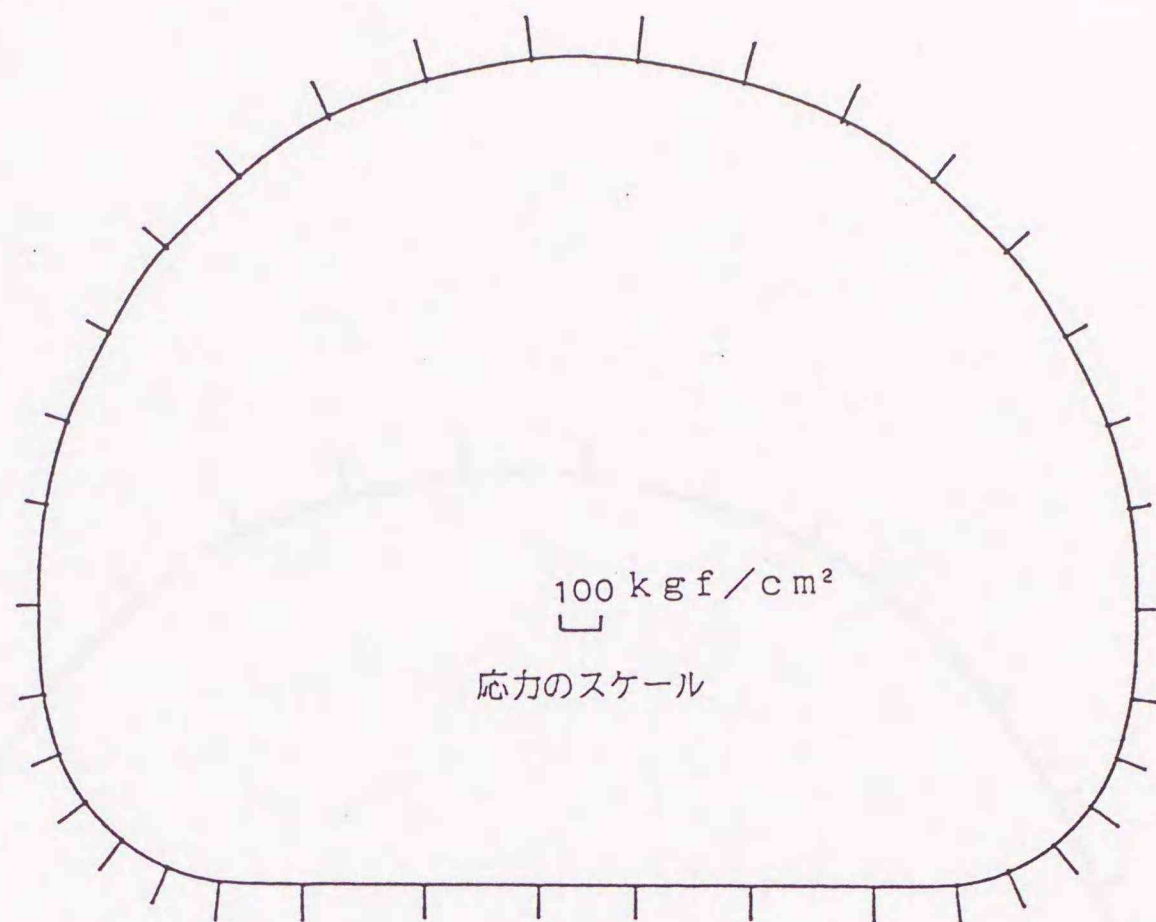


図 3. 4 (b) 直応力 σ_x の中央面における分布

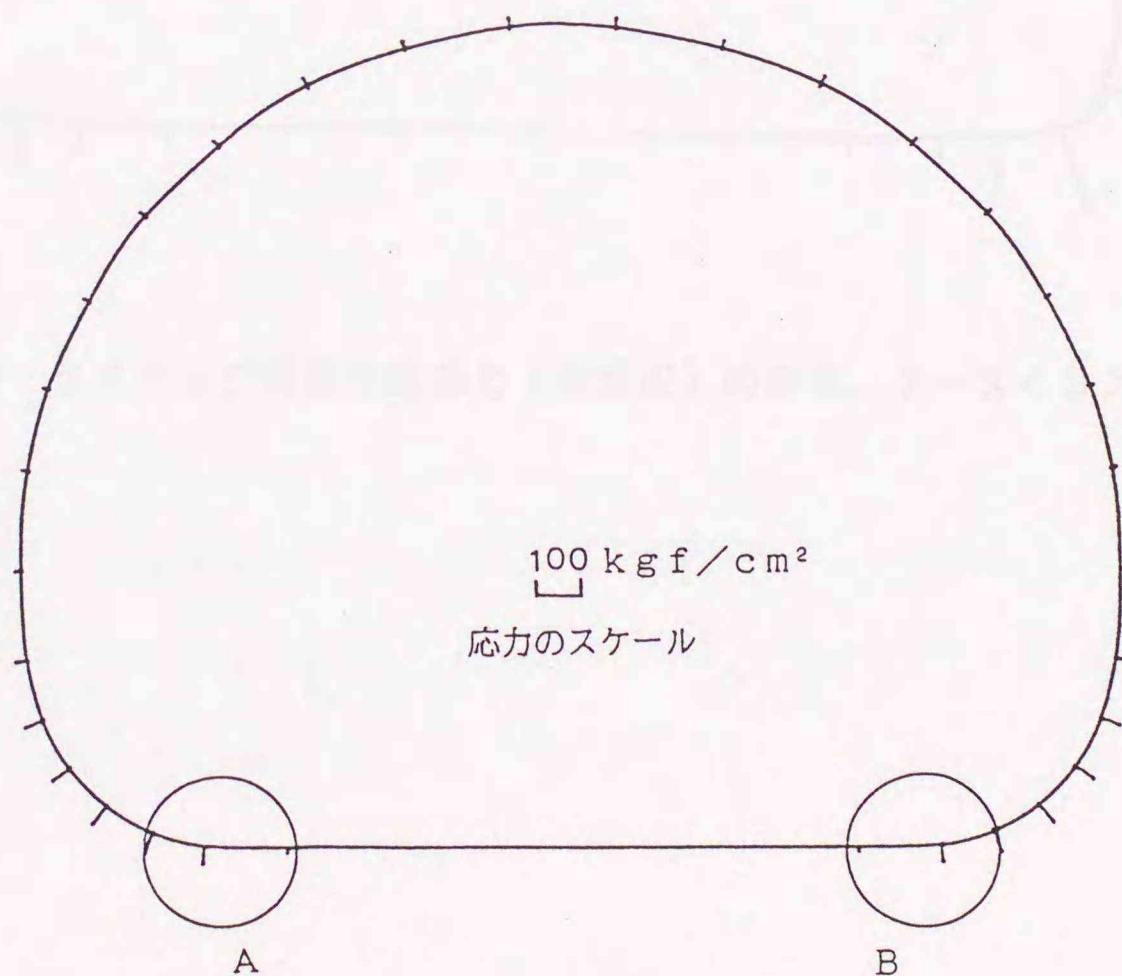


図 3. 4 (c) 直応力 σ_z の中央面における分布

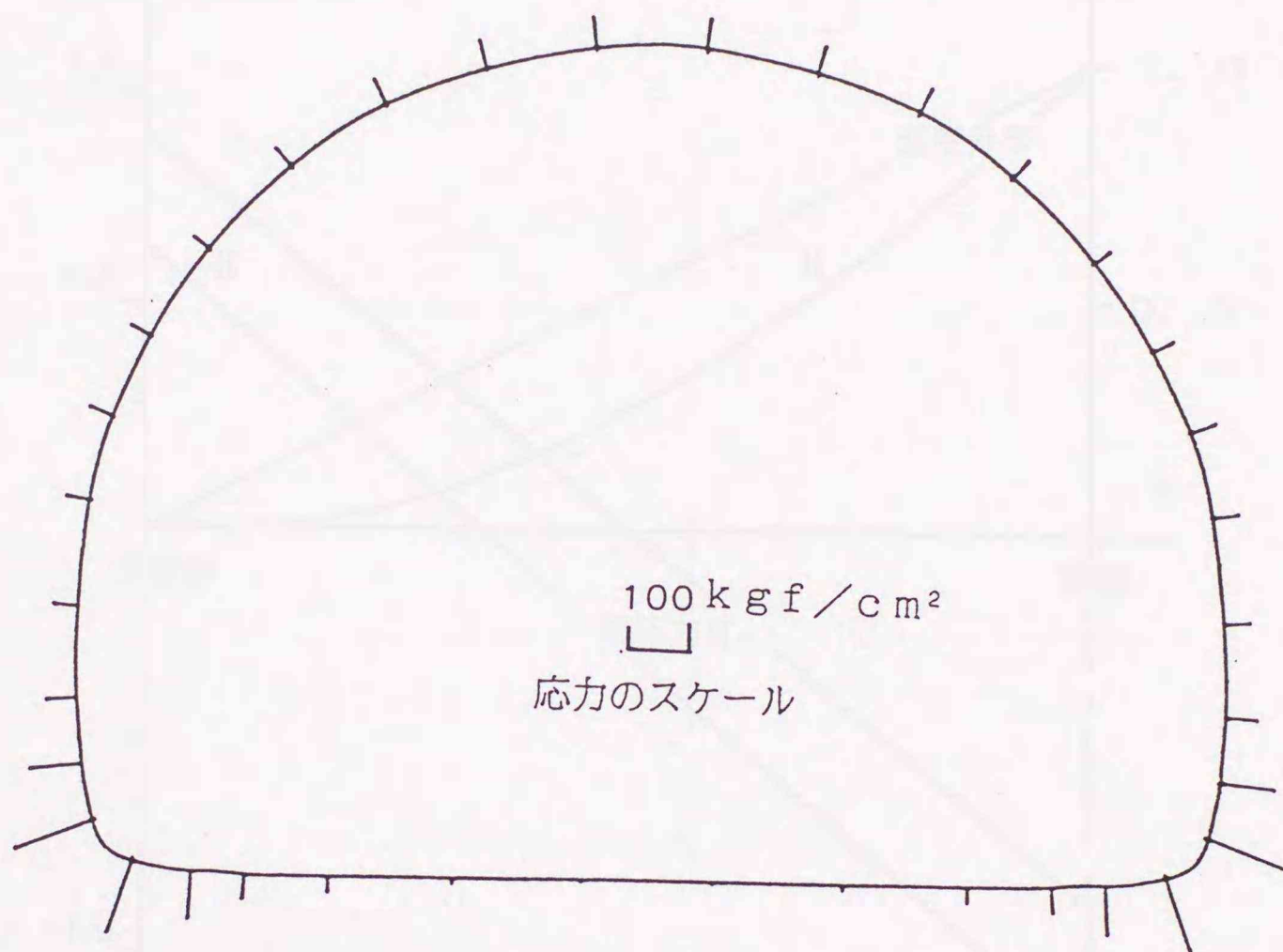


図3. 5 ライニング背面の直応力（背面圧）の分布、ケース<2>

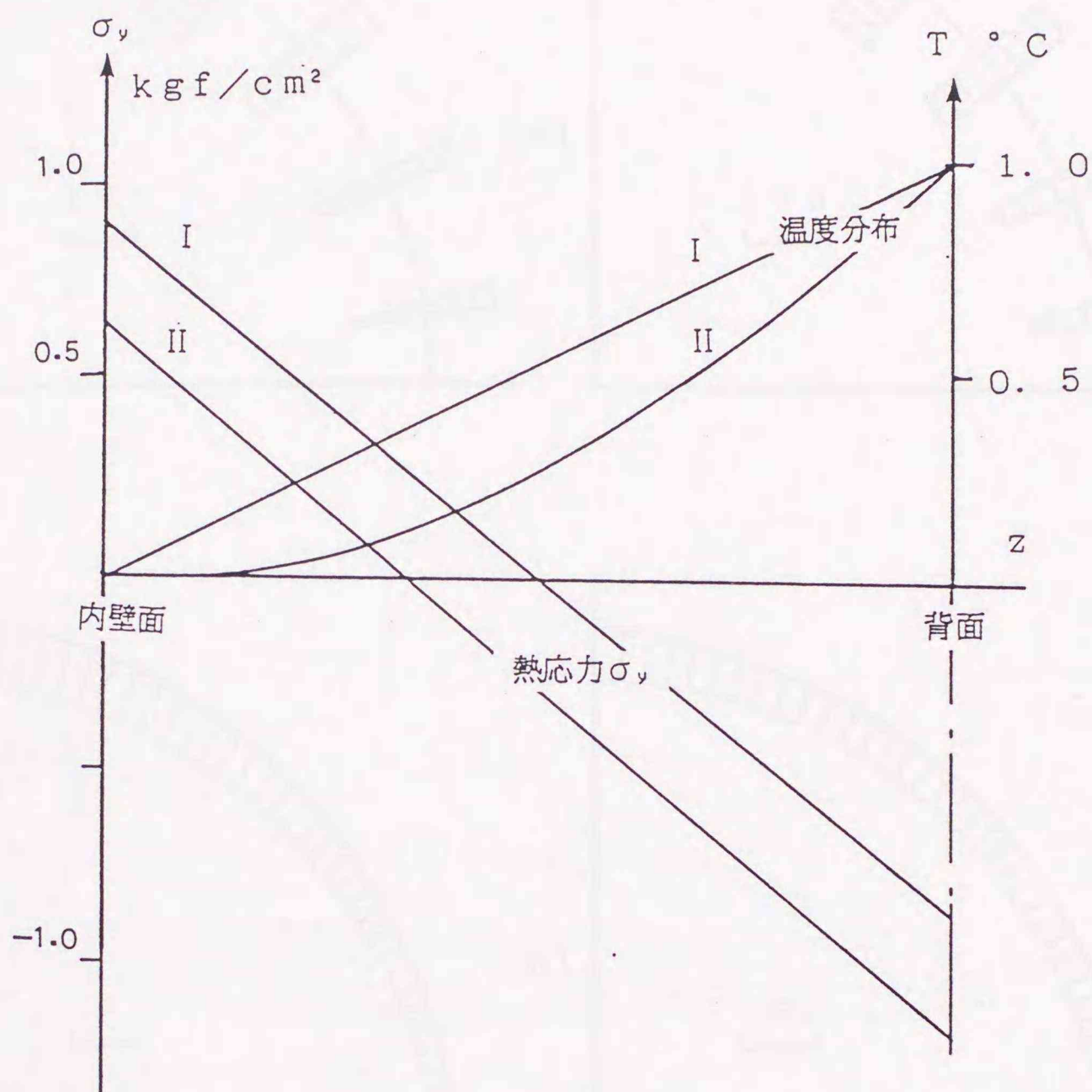


図3. 6 2つの温度分布 $T(z)$ に対して円筒形ライニング内に生じる熱応力 σ_y の分布。岩盤とライニングの相互作用はないものと仮定。

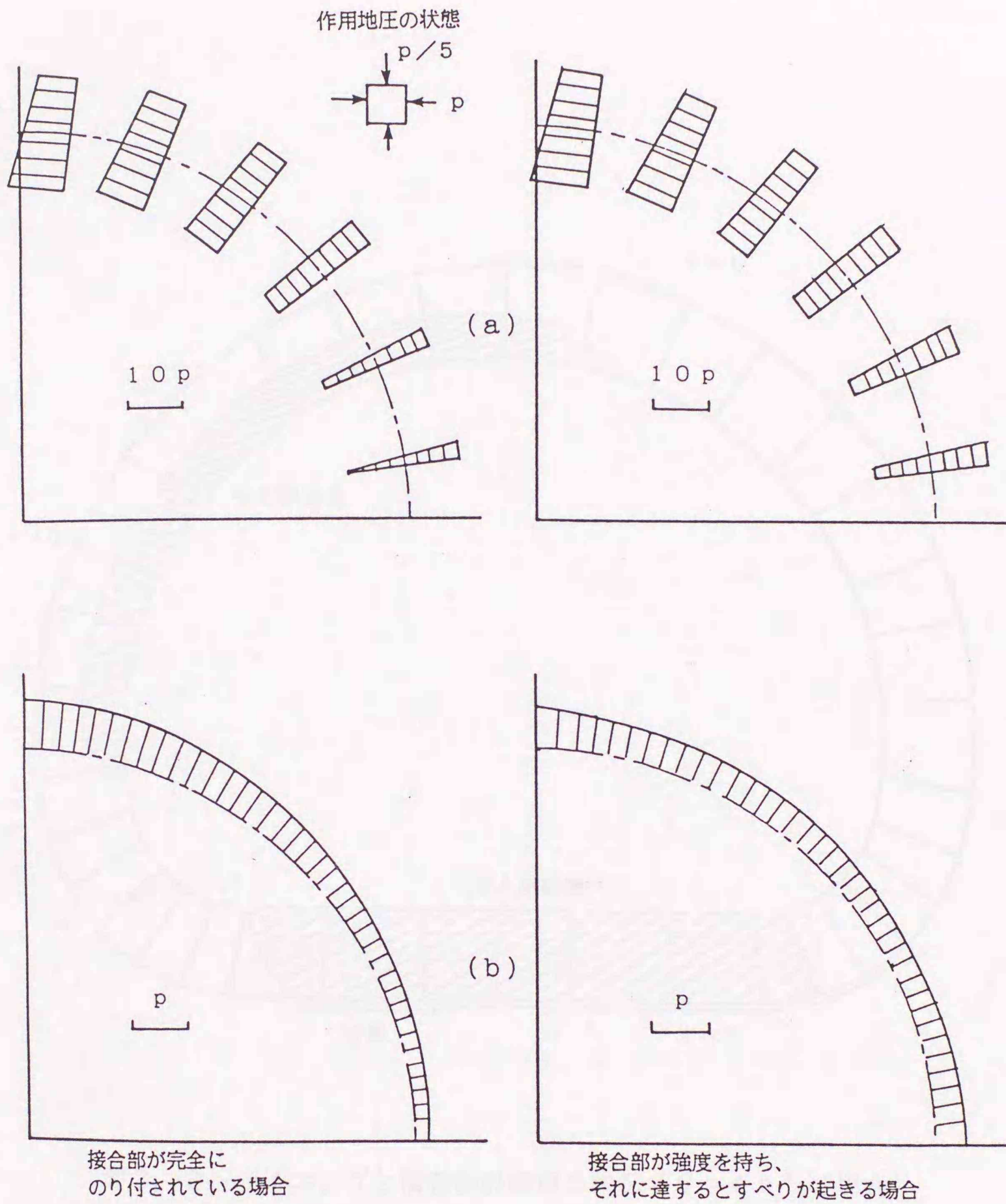


図3. 7 円筒形ライニング内に生じる直応力 σ_r の厚み方向の分布 (a) と背面圧 (b) の分布。

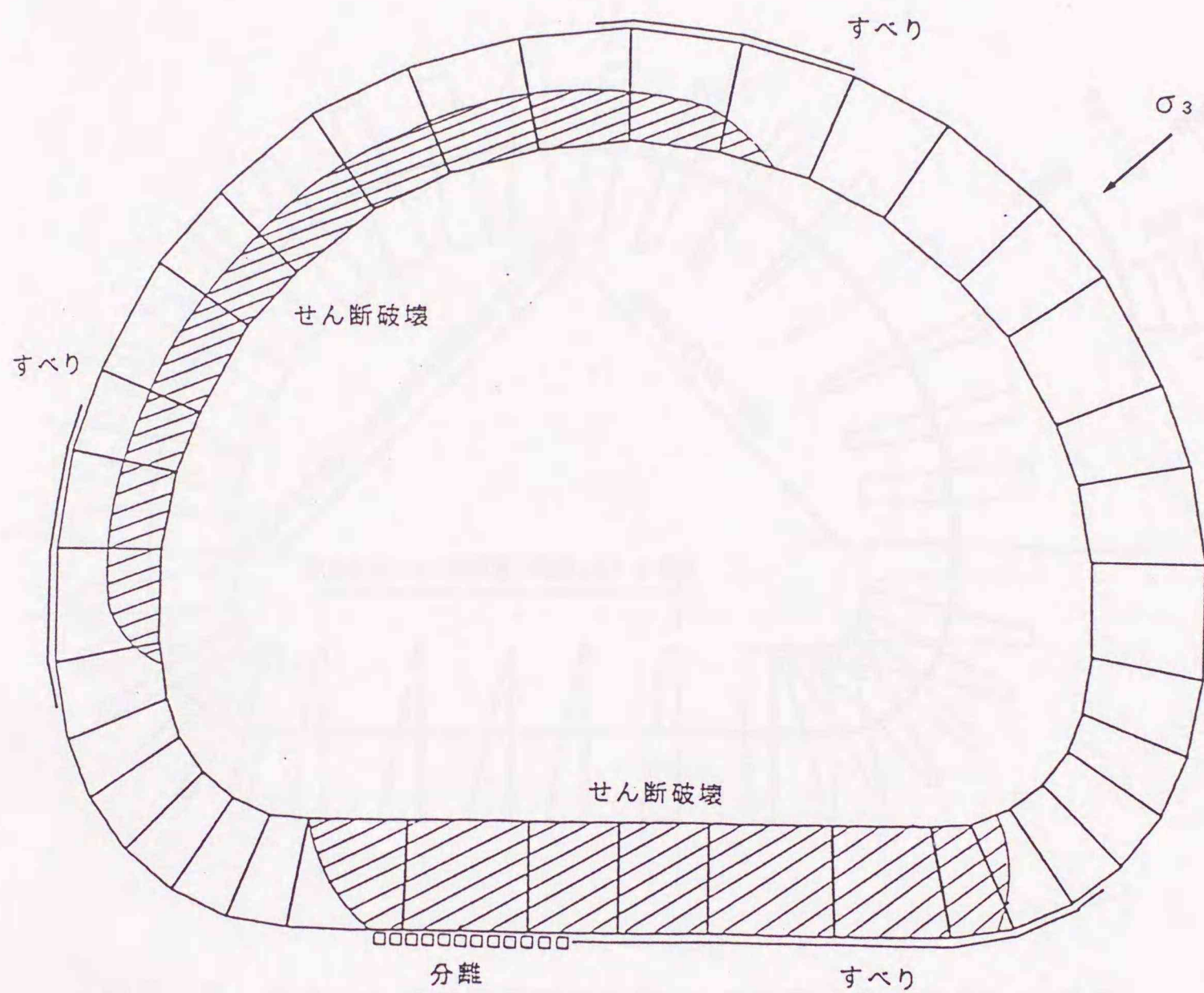


図 3. 8 ライニングと接合部の破壊の状況 ($\theta = 45^\circ$ の場合)

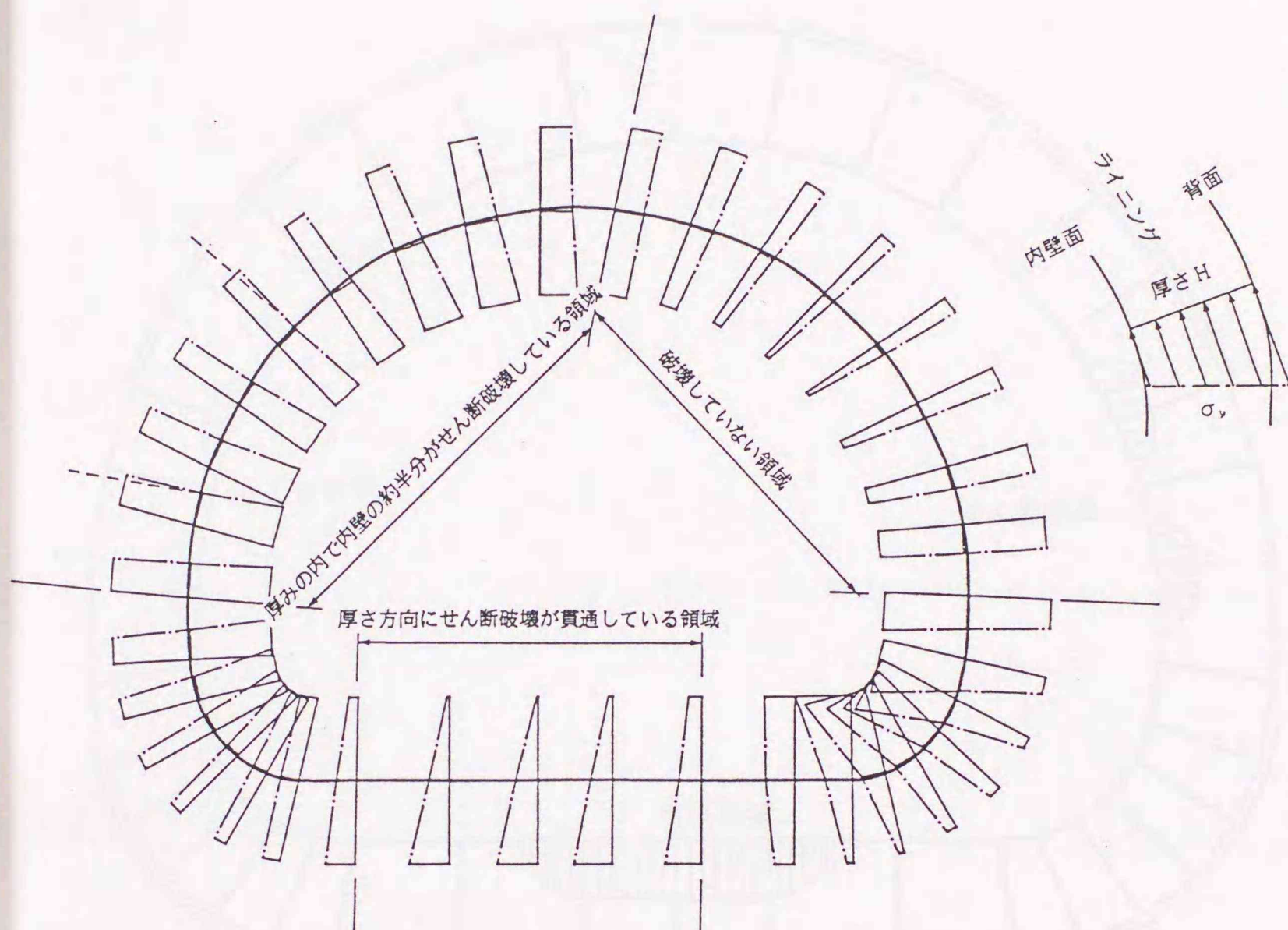


図3. 9 ライニングの周方向の応力 σ_θ の分布 ($\theta = 45^\circ$ の場合)

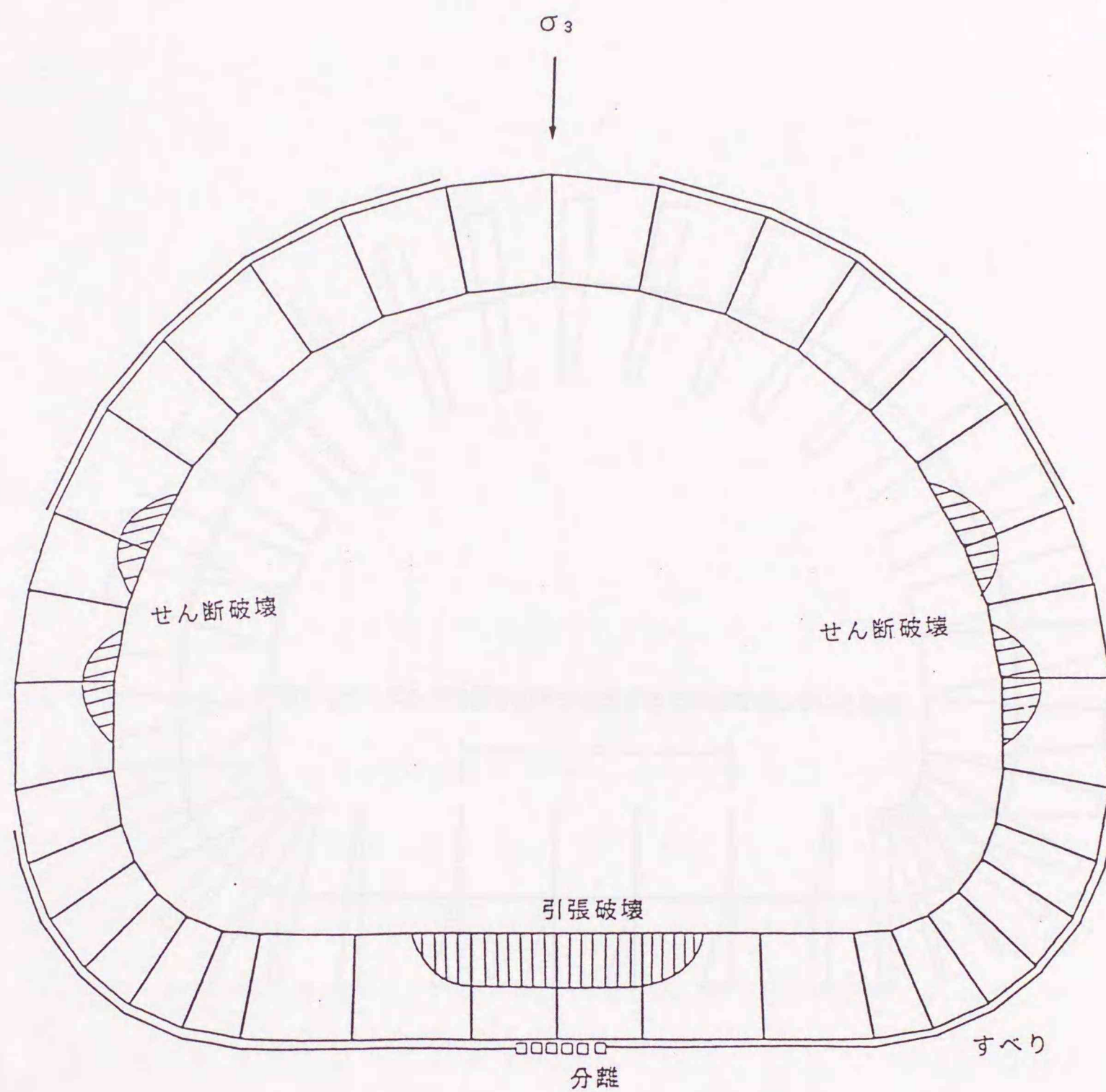


図3. 10 ライニングと接合部の破壊の状況 ($\theta = 90^\circ$ の場合)

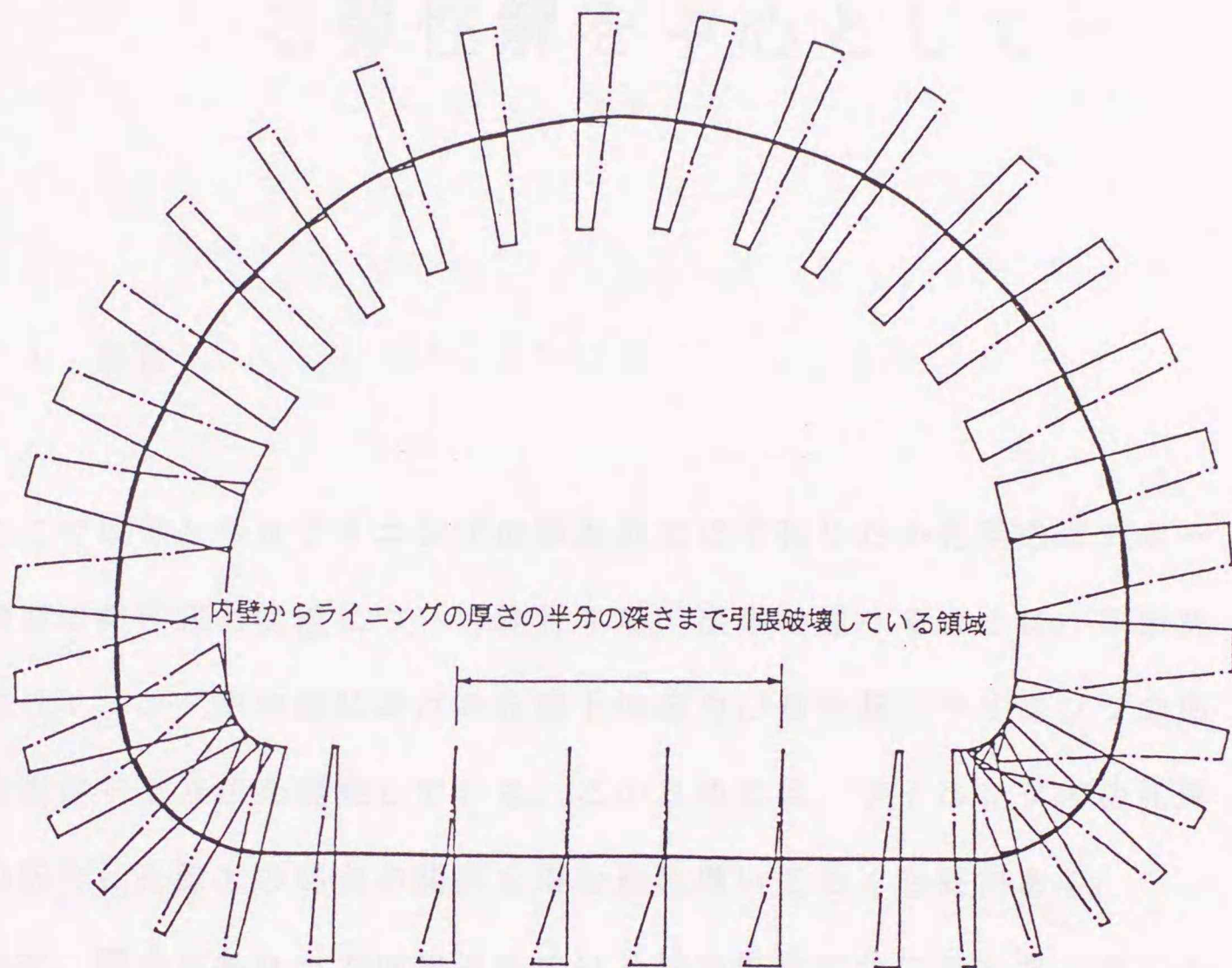


図3. 1 1 ライニングの周方向の応力 σ_ϕ の分布 ($\theta = 90^\circ$ の場合)

第4章 トンネルライニングに作孔したボアホール壁の応力状態

—ライニング中央面における弾性解を中心として—

4. 1 緒言

ここではトンネルライニングの厚み方向に作孔した小孔径のボアホール壁面の弾性応力状態について検討する。次章で述べるように、本研究ではライニング中央面における孔壁上の応力の解を基にライニングの応力を測定する方法を提案している。このためには、ライニング内の孔周囲の応力と孔壁上の応力の関係を陽な形に導いておく必要がある。

まず、解析にあたって仮定されている諸条件を明かにしておこう。ここで考えているボアホールの径は40mm前後である。この寸法は通常のライニングの厚さ(H)の $1/10$ 以下、トンネルの断面寸法(R)の $1/100$ 以下になっている。ボアホール壁面に実質的な影響を与える応力場の寸法2sは、サンブナンの法則から孔径の8~10倍の範囲内であると考えられる。したがって、目的を達するには、図4. 1のaに示す全領域を対象に応力解析をおこなう必要はなく、その一部を切り出した領域b、またはcについておこなえば充分であろう。これらの領域の(内壁、背面に対応する)表・裏面に対しては曲率をほとんどのところで無視できるであろうから、平面を仮定する。なお、領域b、cは

側面の境界の形状に差があるだけである。

次に、この直方体または円柱状領域に生じている応力状態について検討しよう。前章で明らかにしたように、わずかの例外を除けば、ライニング厚み方向（ z 方向）の応力は直線的に変化しているものと考えることができる。また、ライニング周方向（ y 方向）の応力も 3. 3 節で述べたように、 $2s = 40\text{ cm}$ 程度の範囲に対しては、やはり直線的に変化しているとみなせる。そこで、解析対象となる領域（図 4. 1 の b, c）内の（作孔前の）応力状態はトンネルの周方向（ y 方向）と厚さ方向（ z 方向）について次式のようにしていると仮定する。

$$\sigma = \sigma_m (1 + \gamma y) \quad (4. 1)$$

$$\sigma = \sigma_m + \Delta \sigma (2z/H - 1) \quad (4. 2)$$

また、トンネル軸方向（ x 方向）には応力の変化がないものとする。

4. 2 ライニングの周方向（ y 方向）の直線的な応力変化が孔壁面の 応力状態に及ぼす影響

各応力成分が（4. 1）式に示されるような分布をしているときに孔壁の応力状態にもたらす影響について検討することにしよう。

4. 2. 1 γ_z の影響

厚さ方向の直応力 σ_z と測定孔とは同一方向にあるために、作孔によって σ_z は円孔周辺に応力変化をもたらさない。したがって、 γ_z の影響は無視できる。

4. 2. 2 γ_x の影響

円孔を有する弾性板の面内曲げ問題については、既に解析解が得られている⁽⁵²⁾。これを利用して、応力成分 σ_x が y 方向に直線的に変化しているときの測定孔への影響を評価してみよう（図4. 2（a）参照）。この場合に孔壁に発生する接線方向の応力成分 σ_θ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_\theta / t = & (\cos \theta + \cos 2 \theta) \lambda \\ & + (0.0908 \cos \theta + 3.0145 \cos 3 \theta) \lambda^5 \\ & + (0.7231 \cos \theta - 5.4453 \cos 3 \theta + 4.1370 \cos 5 \theta) \lambda^7 \\ & + (-1.961 \cos \theta + 14.467 \cos 3 \theta - 8.533 \cos 5 \theta \\ & + 3.117 \cos 7 \theta) \lambda^9 \\ & + (5.765 \cos \theta - 36.673 \cos 3 \theta + 19.151 \cos 5 \theta \\ & - 7.390 \cos 7 \theta + 1.755 \cos 9 \theta) \lambda^{11} \\ & + (-15.11 \cos \theta + 101.32 \cos 3 \theta - 49.88 \cos 5 \theta \\ & + 14.85 \cos 7 \theta - 4.75 \cos 9 \theta + 0.83 \cos 11 \theta) \lambda^{13} \end{aligned} \quad (4. 3)$$

ただし、 $t = \sigma_{xm} \gamma_x s$, $\lambda = d / 2 s$, d は円孔の径, $2 s$ は有孔板の外寸法である。

図4. 2（b）は（4. 3）式の応力 σ_θ の分布を示したものである。

σ_θ は $\theta = 0, \pi$ のとき、最大、最小になることがわかる。このとき、 $d / 2 = 2.0 \text{ cm}$, $s = 5 d$ とすれば、（4. 3）式から $\sigma_\theta / t = 0.21$ となる。応力変化率 γ_x が（3. 5）式で表されるような場合について σ_θ を評価すると次のようになる。

$$\sigma_\theta / \sigma_{xm} = 0.0126 \quad (4. 4)$$

つまり、直線的な応力変化 γ_x によって孔壁上の σ_θ にもたらされる影響は、最大でも平均応力 σ_{ym} の1.26%に過ぎない。これは無視できる大きさである。

4. 2. 3 γ_y の影響

γ_y の影響を調べるために、図4.1の領域b、または図4.3に示す厚みHの有孔平板について、32節点アイソパラメトリック要素を用いた3次元弾性応力解析をおこなった。

境界条件としては、孔壁に $\gamma_y \sigma_{ym} y = 1$ に従って直線的に変化する表面力（に-を付けた値）を作用させ、また、板の四隅は拘束されているとした。解析の結果、発生した最大の応力は直応力 σ_θ で、孔壁のA点（ $\theta = 0$ ）で生じた（図4.3（a）参照）。その大きさは次のようであった。

$$\sigma_\theta = 0.61 \gamma_y \sigma_{ym} y \quad (4.5)$$

γ_y の平均値として（3.5）式に示された値を用いるならば $\gamma_y = 0.0012$ となるので、次式が得られる。

$$\sigma_\theta / \sigma_{ym} = 0.000732 \quad (4.6)$$

これは σ_{ym} に対して無視してさしつかえない値といえる。

y方向の応力変化率によって孔壁上にもたらされる他の応力成分は、 σ_θ 成分よりも小さいので、もちろん無視することができる。なお、この内で、応力成分 σ_z の分布に関し次の知見が得られた。すなわち、 σ_z は平板の厚さHと孔半径d/2との比に強く依存し、 $2H/d$ の値が大きくなるにつれて、平板中央面に生じる σ_z が増大する。

以上、ライニングの周方向の応力成分の直線的な変化が測定孔壁上にもたらす影響を検討した結果、いずれの成分についても影響の程度は小

さく、無視してさしつかえない大きさであることがわかった。このため、 y 方向について、応力は一様になっていると仮定してさしつかえない。

4. 3 ライニングの厚さ方向 (z 方向) の直線的な応力変化が孔壁面上の応力状態に及ぼす影響

今度は (4. 2) 式に示されるような厚さ方向 (z 方向) に直線的に変化する応力状態が孔壁の応力に及ぼす影響について検討することにしよう。(4. 2) 式の右辺の第二項は、 z 方向の応力勾配を表しており、モーメント状応力 σ' と呼ぶことにする。すると (4. 2) 式は次のように書くことができる。

$$\sigma = \sigma_m + \sigma'$$

$$\sigma' = \Delta \sigma (2z/H - 1) \quad (4. 7)$$

2つの応力成分、 σ_m 、 σ' が孔壁の応力状態にもたらす影響を検討するために、32節点アイソパラメトリック要素を用いた有限要素法 (付録II 参照) によって応力解析を実行した。なお、ライニングの厚さを $H = 400 \text{ mm}$ 、測定孔の直径を $d = 35 \text{ mm}$ とし、解析領域は外半径が $4d$ の厚肉円筒形領域 (図4. 1の領域c 参照) を採用した。

4. 3. 1 一様な応力 σ_m に対応する解

一様な応力を $\{\sigma_m\} = [-100, -50, 0, 0, 0, 0]^T$ とし、対称性を考え、図4. 1のcに示す領域の1/8だけをモデル化した。図4. 4 (a) は要素分割を示したものである。得られた結果の中で、 $\theta = 7.5^\circ$ 、 $z = H/2$ の中央面における r 方向に沿う応力分布を表4. 1に示す。

同表には参考のために、 $H = \infty$ の場合の無限媒体中に設けられた円孔に関する理論解⁽⁵³⁾も示した。両者の一致の程度は良い。したがって、一様な応力成分 $\{\sigma_m\}$ に対する解として平松らの理論解を使って差し支えないと判断される。

4. 3. 2 モーメント状応力 σ' に対応する解

モーメント状応力 $\sigma' = \Delta\sigma(2z/H - 1)$ によって中央面($z = H/2$)にもたらされる孔壁上の応力 $\{\sigma_s\}$ を評価するために、図4.4(b)に示すモデルを用いて3次元応力解析を実行する。結果を次式のようにマトリックス表示することにする。

$$\{\sigma_s\} = [T] \{\Delta\sigma\} \quad (4.8)$$

ここに、 $[T]$ は 6×6 の係数マトリックスで、 $\{\sigma_s\}$ は次のように定義されるベクトルである。

$$\{\sigma_s\} = [\sigma_{sx}, \sigma_{sy}, \sigma_{sz}, \tau_{sxy}, \tau_{syx}, \tau_{syz}]^T$$

境界条件としては $\Delta\sigma_i = 1.0$ 、残りは全て0とする。このとき生じる孔壁上の第 i 応力成分を σ_{sij} とすれば、マトリックス $[T]$ の要素とは次式の関係がある。

$$T(i, j) = \sigma_{sij} \quad (4.9)$$

1から6の j に対して同様の計算をすれば、マトリックス $[T]$ の全ての要素が決定される。

計算結果を表4.2に示す。ここには、 $\Delta\sigma_i = 1.0$ に対する孔壁上の応力 σ_{sij} の中で、次の3箇所の値が示されている。

① $r = d/2$	$r = d/2$	$r = d/2$
$z = H/2$	$z = H/2$	$z = H/2$
$\theta = 15^\circ$	$\theta = 105^\circ$	$\theta = 255^\circ$

これらの結果から次のことがわかる。すなわち、 $\Delta\sigma_1 \sim \Delta\sigma_4$ に対応する $\sigma_{s,i}$ の値はすべての i について充分小さく、0とみなしてもよい。

なお、中原らは三次元弾性理論に基づいて有孔板の曲げ問題を扱い、孔周辺の応力集中の程度と円孔半径と板厚の比($d/2H$)との関係を明らかにした^{(54), (55)}。それによると、厚さに沿って面内応力 σ_x 、 σ_y が直線的に分布する場合、円孔の径に比べて板が薄くなるにつれて孔壁上の応力成分 σ_θ は直線分布に近づき、薄い平板の解に漸近する。板が厚くなるにつれて直線からのずれが大きくなっていく。特に板の両表面の近傍ではその傾向が大きくなる(図4.5参照)。しかし、中央面($z = H/2$)上では応力は0となり、その近傍では直線的に変化する。

したがって、 $\Delta\sigma_1$ 、 $\Delta\sigma_2$ 、 $\Delta\sigma_4$ については、これらが中央面の孔壁の応力に及ぼす影響は厳密に0となっている。

つぎに、 $\Delta\sigma_5$ と $\Delta\sigma_6$ の影響であるが、応力成分 σ_{sz} のみは有意な大きさを持っており無視できない。そこでこの値をできるだけ正確に評価するために、より詳細な応力解析をすることにした。

いま、応力成分 $\Delta\sigma_6 = \Delta\tau_{zx}$ に注目してみると、作孔前の孔壁($r = d/2$)上においてこの応力は、図4.6に示すように $z = H/2$ が対称面となる分布をしている。このため、この応力を表面力として孔壁面に作用させても中央面 $z = H/2$ における z 方向の変位は0を保っている。つまり、拘束されていることがわかる。同様に、 xz 面上の y 方向の変位も拘束されることは明らかである。

これらを利用し、図4.1のcに示す円柱形領域の内で、 $z = H/2$ と $y = 0$ によって囲まれる1/4のだけの領域を対象に解析すればよい

ことがわかる。そこで、図 4. 4 (c) に示す解析領域を用いて数値応力解析をおこなった。

また、応力 $\Delta \tau_{zx}$ によって誘起される孔壁上の応力 σ_{sz} は周期が $\pi/2$ の周期性を持っていることも明らかである。これらを勘案すると $\Delta \tau_{zx}$ と σ_{sz} の関係は次式のように表すことができる。

$$\sigma_{sz} = -\alpha \Delta \tau_{zx} \cos \theta \quad (4. 10)$$

得られた結果を表 4. 3 に示す。これから、(4. 10) 式における係数 α (感度係数と呼ばれる) は次のように評価される。

$$\alpha = 0. 30 \quad (4. 11)$$

表 4. 3 には (4. 10) 式を用い、 $\alpha = 0. 30$ として計算される σ_{sz} 値も示した。両者の一致の程度は極めてよく、(4. 10) 式は σ_{sz} と τ_{zx} との関係はかなり正確に表現しているといえる。

τ_{yz} と τ_{zx} が σ_z に及ぼす影響は本質的に同じであることは容易にわかる。これから、 $\Delta \tau_{yz}$ についての解は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_{sz} &= -\alpha \Delta \tau_{yz} (\cos(\theta - 90^\circ)) \\ &= -\alpha \Delta \tau_{yz} \sin \theta \end{aligned} \quad (4. 12)$$

結局、モーメント応力 σ' によって中央面の孔壁に生じる応力 σ_{sz} は次式のように表される。

$$\sigma_{sz} = -\alpha (\Delta \tau_{yz} \sin \theta + \Delta \tau_{zx} \cos \theta) \quad (4. 13)$$

4. 4 まとめ - 中央面における応力 $\{\sigma_m\}$ とその断面における孔壁上の応力 ($\sigma_{s\theta}$, σ_{sz} , $\tau_{s\theta z}$) との関係 -

ライニングの一部に小さな領域を想定すると (図 4. 1 の b または c

参照)、この中では y 方向、 z 方向に直線的に変化する応力状態になっていると仮定できる。この領域の中央に小径のボアホールを作孔したとき、孔壁上に生じる応力状態について調べた。

最初に、 y 方向の応力勾配がもたらす影響について検討したところ、通常の条件においては無視できることがわかった。このため、 z 軸に垂直な任意の $x-y$ 面内の応力状態は一様になっていると仮定することができる。

つぎに、厚さ方向の応力勾配がもたらす影響について、専ら、中央面に限定して検討した。まず、 σ_x , σ_y , τ_{xy} などの面内応力成分がモーメント状になっているときの影響についてであるが、これらが孔壁にもたらす応力は中央面においてはちょうど0となる。孔軸と平行な応力 σ_z は、どの深度においても孔壁の応力には影響しない。面外せん断応力

τ_{yz} , τ_{zx} の応力勾配 $\Delta\sigma$ だけが中央面における孔壁上に有意な大きさの応力をもたらす。

いま、ライニング中央面上の(作孔前の)応力状態を $\{\sigma_m\}$ とすれば、面外応力 τ_{yz} , τ_{zx} は内壁($z=H$)上では0となるので、ライニング内の作孔前の応力状態は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}\tau_{yz} &= \tau_{yz}^m - \tau_{yz}^m \left(\frac{2z}{H} - 1 \right) \\ \tau_{zx} &= \tau_{zx}^m - \tau_{zx}^m \left(\frac{2z}{H} - 1 \right) \quad (4.14)\end{aligned}$$

ライニングの厚み方向に直線的に変化する応力状態は中央面上の応力だけで表されていることに注意されたい。このため、面外応力 τ_{yz} , τ_{zx} のモーメント成分が中央面の孔壁にもたらす応力は中央面上の応力値で完全に表される。

以上をまとめると、中央面の孔壁上の応力はこの断面の応力だけの関数になっているといえる。それ以外の断面では一般にこのことは成立しない。

さて、最後に中央面上の応力 $\{\sigma_m\}$ とこの断面上の孔壁上の応力の関係をまとめておくことにしよう。まず、一様な応力 $\{\sigma_m\}$ に対応して孔壁上に生じる応力 $\{\sigma_s\}$ は平松の解より次のようになる（図4.7 参照）。

$$\begin{aligned}\sigma_{s\theta} &= (\sigma_x^m + \sigma_y^m) - 2(\sigma_x^m - \sigma_y^m) \cos 2\theta \\ &\quad - 4\tau_{xy}^m \cdot \sin 2\theta \\ \sigma_{sz} &= -2\nu \{ (\sigma_x^m - \sigma_y^m) \cos 2\theta + 2\tau_{xy}^m \cdot \sin 2\theta \} + \sigma_z^m \\ \tau_{s\theta z} &= 2(-\tau_{zx}^m \cdot \sin \theta + \tau_{yz}^m \cdot \cos \theta)\end{aligned}\tag{4. 15}$$

つぎに、モーメント状の応力に関してであるが、中央面においては面外せん断応力の影響しか現われない。また、この場合、(4. 14) 式に示すように、モーメント状応力は $\{\sigma_m\}$ だけの関数になっていることに注意すれば、(4. 13) 式より次のようになる。

$$\sigma_{sz} = -\alpha (\tau_{yz}^m \sin \theta + \tau_{zx}^m \cos \theta) \tag{4. 16}$$

結局、中央面の応力 $\{\sigma_m\}$ とその断面上の孔壁上の応力 $\{\sigma_s\}$ との関係は次式のようになる。

$$\begin{aligned}\sigma_{s\theta} &= (\sigma_x^m + \sigma_y^m) - 2(\sigma_x^m - \sigma_y^m) \cos 2\theta \\ &\quad - 4\tau_{xy}^m \cdot \sin 2\theta \\ \sigma_{sz} &= -2\nu \{ (\sigma_x^m - \sigma_y^m) \cos 2\theta + 2\tau_{xy}^m \cdot \sin 2\theta \} \\ &\quad + \sigma_z^m - \alpha (\tau_{zx}^m \cos \theta + \tau_{yz}^m \sin \theta) \\ \tau_{s\theta z} &= 2(-\tau_{zx}^m \cdot \sin \theta + \tau_{yz}^m \cdot \cos \theta)\end{aligned}\tag{4. 17}$$

表4. 1 一様な応力 $\{\sigma_m\} = [-100, -50, 0, 0, 0, 0]$ が作用するときの $\theta = 7.5^\circ$, $z = H/2$ 上の応力分布。H = ∞ は平松の解

$\frac{2r}{d}$	σ_r		σ_θ		σ_z		τ_{rz}	
	H=400	H= ∞	H=400	H= ∞	H=400	H= ∞	H=400	H= ∞
1.06	3.5	3.2	59.9	57.6	-26.0	-29.0	-2.5	-2.3
1.25	19.0	18.2	69.2	67.2	-18.6	-20.4	-6.8	-6.4
1.44	33.5	32.7	70.2	67.8	-13.9	-15.3	-8.2	-7.7
1.61	45.5	43.4	94.5	90.8	-3.0	-4.2	-32.0	-30.4
2.00	57.5	54.9	86.1	82.7	-1.9	-3.1	-31.7	-30.3
2.39	64.4	61.6	81.1	77.9	-1.4	-2.5	-30.4	-29.0
2.73	68.2	65.4	78.3	75.2	-1.0	-2.1	-29.3	-28.0
3.50	73.4	70.3	74.5	71.4	-0.6	-1.8	-27.6	-26.5
4.27	76.0	72.8	72.6	69.4	-0.4	-1.8	-26.6	-25.6
4.89	77.3	74.1	71.6	68.5	-0.3	-1.8	-26.0	-25.2
6.25	78.9	75.8	70.4	67.2	-0.2	-2.0	-25.3	-24.8
7.61	79.7	76.6	69.8	66.3	-0.1	-2.3	-25.0	-24.8

表4. 2 $\Delta\sigma_i = 1$ によって中央面の孔壁上に生じる応力 σ_{sji}
位置については本文(4. 3. 2節)参照

位置	σ_{s1i} σ_{s4i}	σ_{s2i} σ_{s5i}	σ_{s3i} σ_{s6i}	$\Delta\sigma_i$ $=1.00$
① ② ③	-0.14135E-03 0.12439E-03	-0.98270E-03 -0.13236E-01	-0.38089E-03 0.27983E-02	$i = 1$
② ③	0.21512E-03 0.25154E-03	0.21367E-03 -0.11505E-01	0.36003E-03 -0.10219E-01	
③	-0.62226E-03 0.13735E-03	-0.17058E-03 0.23498E-01	-0.14244E-03 -0.13837E-01	
① ② ③	0.52335E-03 0.12439E-03	-0.98270E-03 -0.13236E-01	-0.38089E-03 0.27983E-02	$i = 2$
② ③	0.21512E-03 0.25154E-03	0.21367E-03 -0.11505E-01	0.36003E-03 -0.10219E-01	
③	-0.62226E-03 0.13735E-03	-0.17058E-03 0.23498E-01	-0.14244E-03 -0.13837E-01	
① ② ③	0			$i = 3$
②				
③				
①	-0.16987E-03 -0.27903E-03	-0.14568E-02 0.40778E-01	-0.80078E-03 -0.14179E-01	

②	0.53540E-03	-0.23079E-04	0.39847E-03	i = 4
	-0.34733E-03	0.14365E-01	0.40459E-01	
③	-0.14931E-02	-0.13506E-02	-0.13758E-02	
	0.32907E-03	0.12311E-02	0.29514E-02	
①	0.22101E-01	-0.50003E-01	0.74887E-01	i = 5
	-0.60223E-01	0.52416E-03	-0.30492E-03	
②	-0.46232E-01	-0.57876E-01	0.27953E+00	
	-0.18351E-01	-0.45169E-03	0.35994E-03	
③	-0.13250E-01	0.89543E-01	-0.20452E+00	
	-0.30099E-02	0.69827E-04	-0.74356E-03	
①	-0.58017E-01	-0.46357E-01	0.27929E+00	i = 6
	0.18356E-01	-0.42196E-03	-0.41144E-03	
②	0.50001E-01	-0.22122E-01	-0.74882E-01	
	-0.60226E-01	0.29782E-03	0.51098E-03	
③	0.89480E-01	-0.13288E-01	-0.20459E+00	
	-0.30052E-02	-0.68715E-03	0.26571E-05	

表4. 3 直線的に変化する面外せん断応力 $\Delta\tau_{xz}$ により中央面の孔壁上に生じる応力 σ_{sz} 参考のために(4. 10)式で評価した値も示した

θ ($^{\circ}$)	FEMに よる σ_{sz}	(4.10)式に よる σ_{sz}
3	-29.86	-29.95
15	-28.45	-28.98
27	-26.47	-26.82
33	-25.21	-25.05
45	-20.80	-21.21
57	-15.98	-16.51
63	-13.87	-13.44
75	-7.63	-7.77
87	-1.23	-1.77
93	1.22	1.77
105	7.62	7.77
117	13.85	13.44
123	15.98	16.51
135	20.79	21.21
147	25.20	25.05
153	26.46	26.82
165	28.43	28.98
177	29.85	29.95

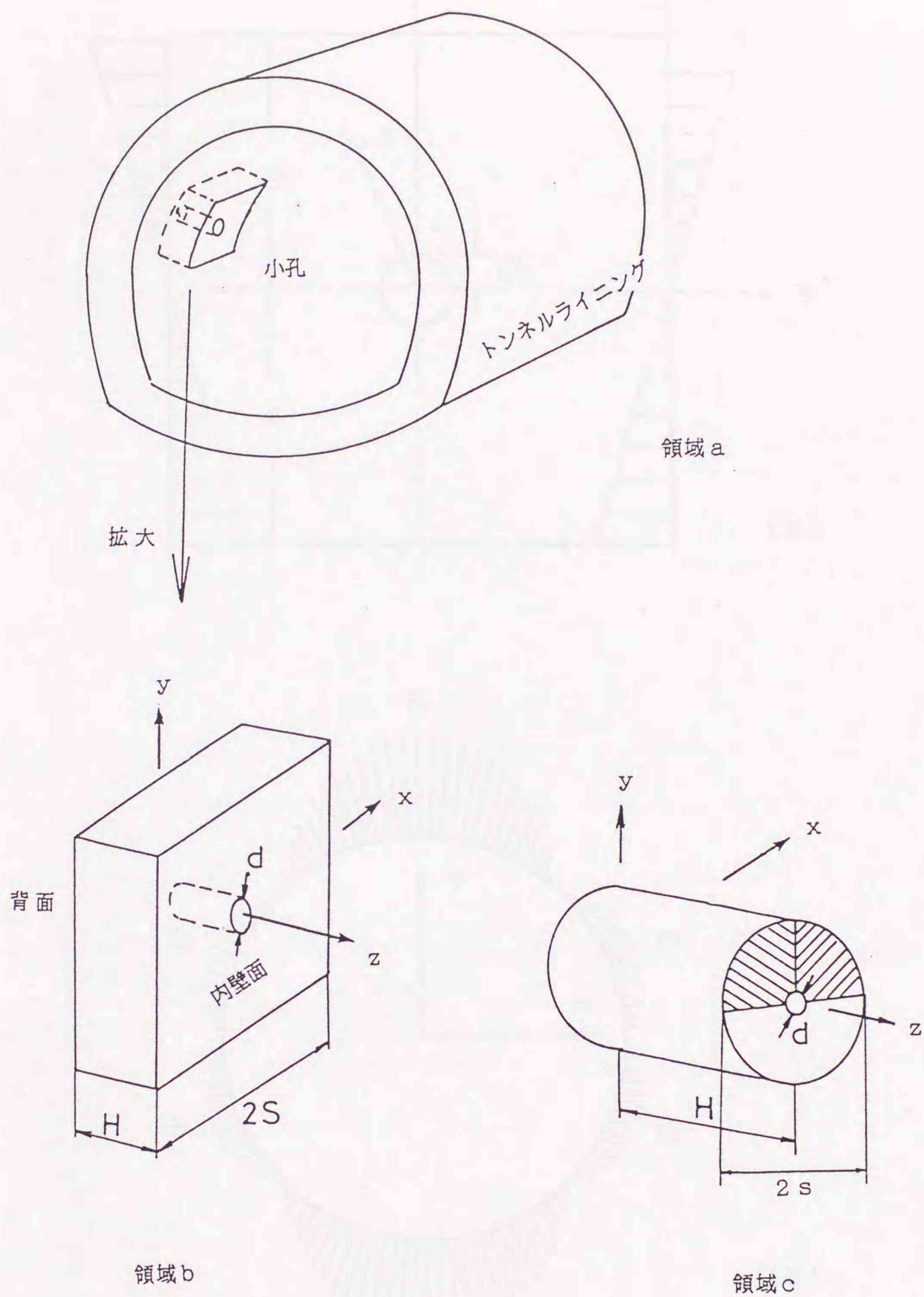


図4. 1 トンネルライニング壁に垂直に作られた小孔の回りの応力状態は領域bまたは領域cを考えれば充分であろう

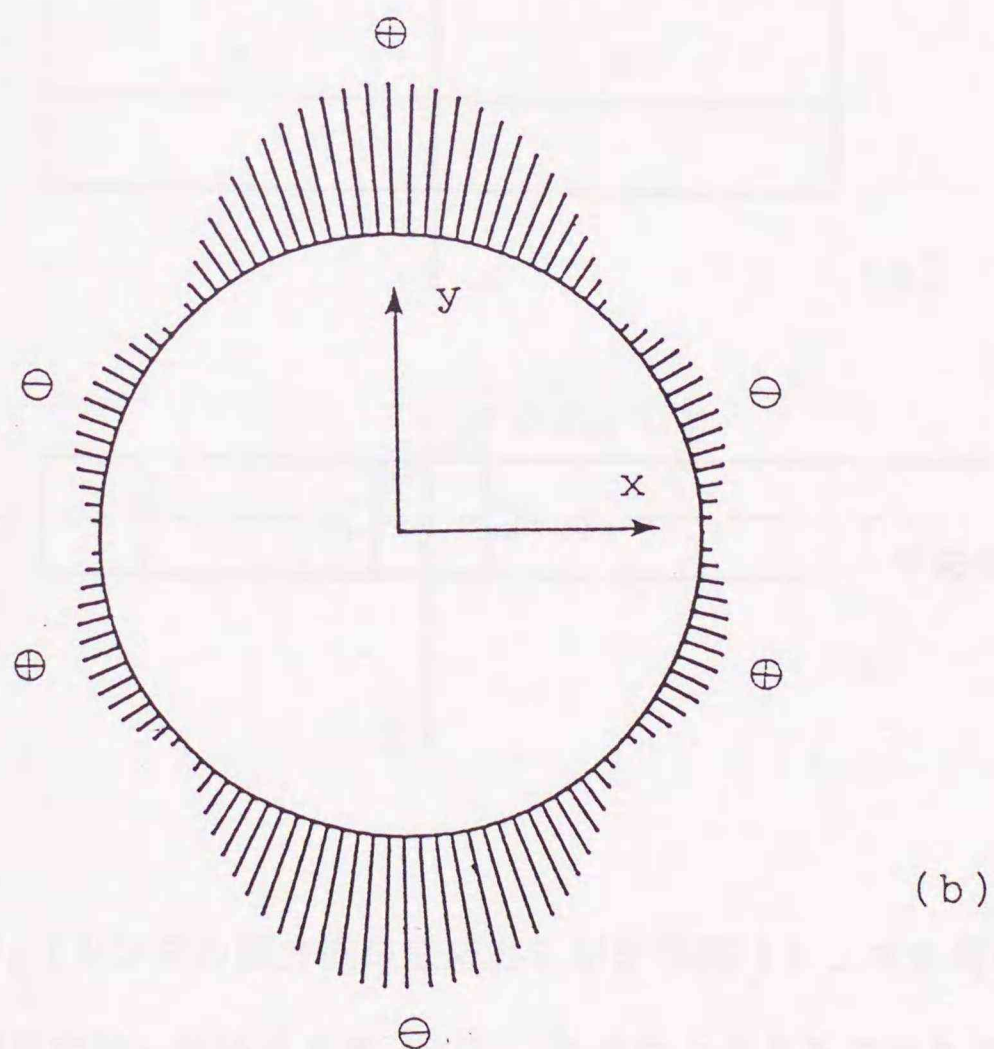
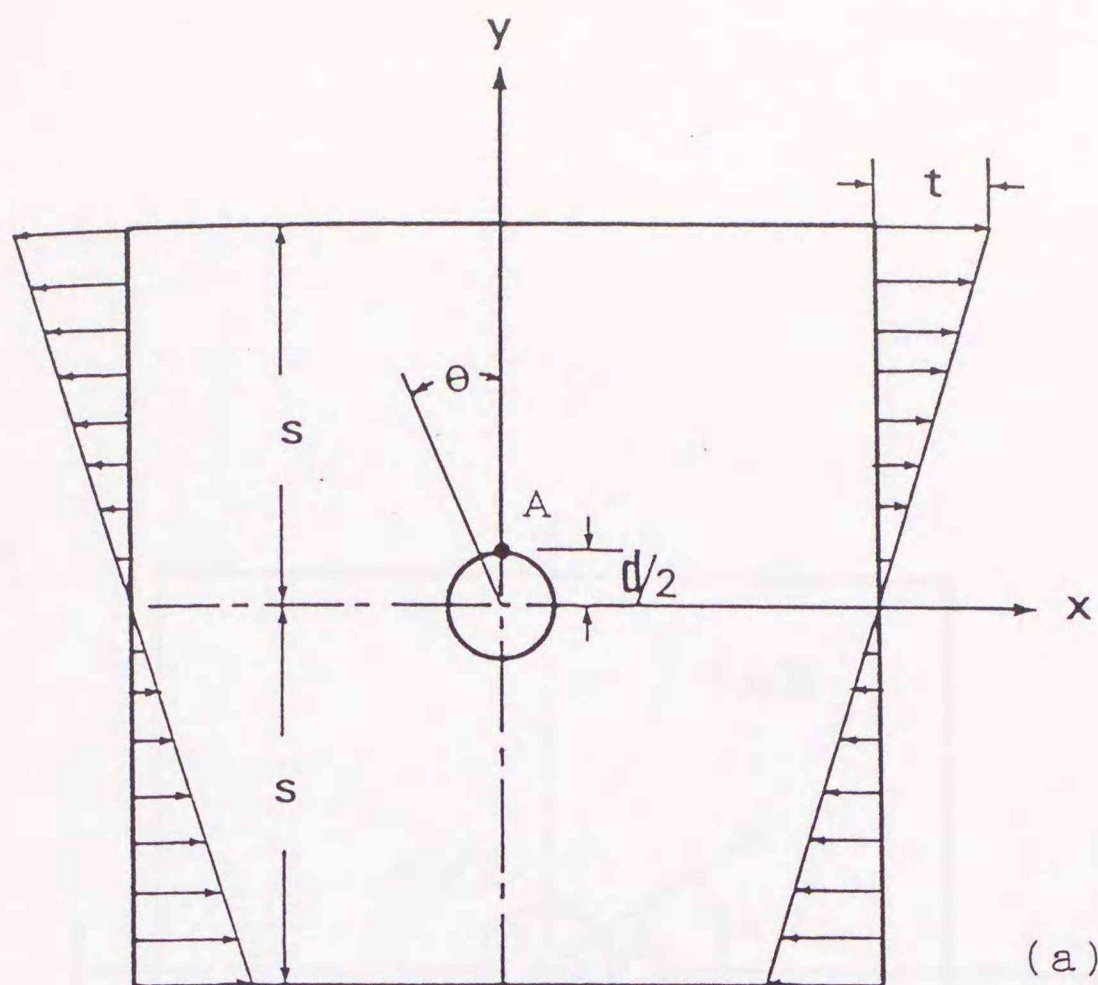


図4. 2 σ_x (トンネル軸方向の直応力) が y 方向 (トンネル周方向) に直線的に変化しているとき (a)、これによりもたらされる測定孔壁の応力 σ_θ の分布 (b)

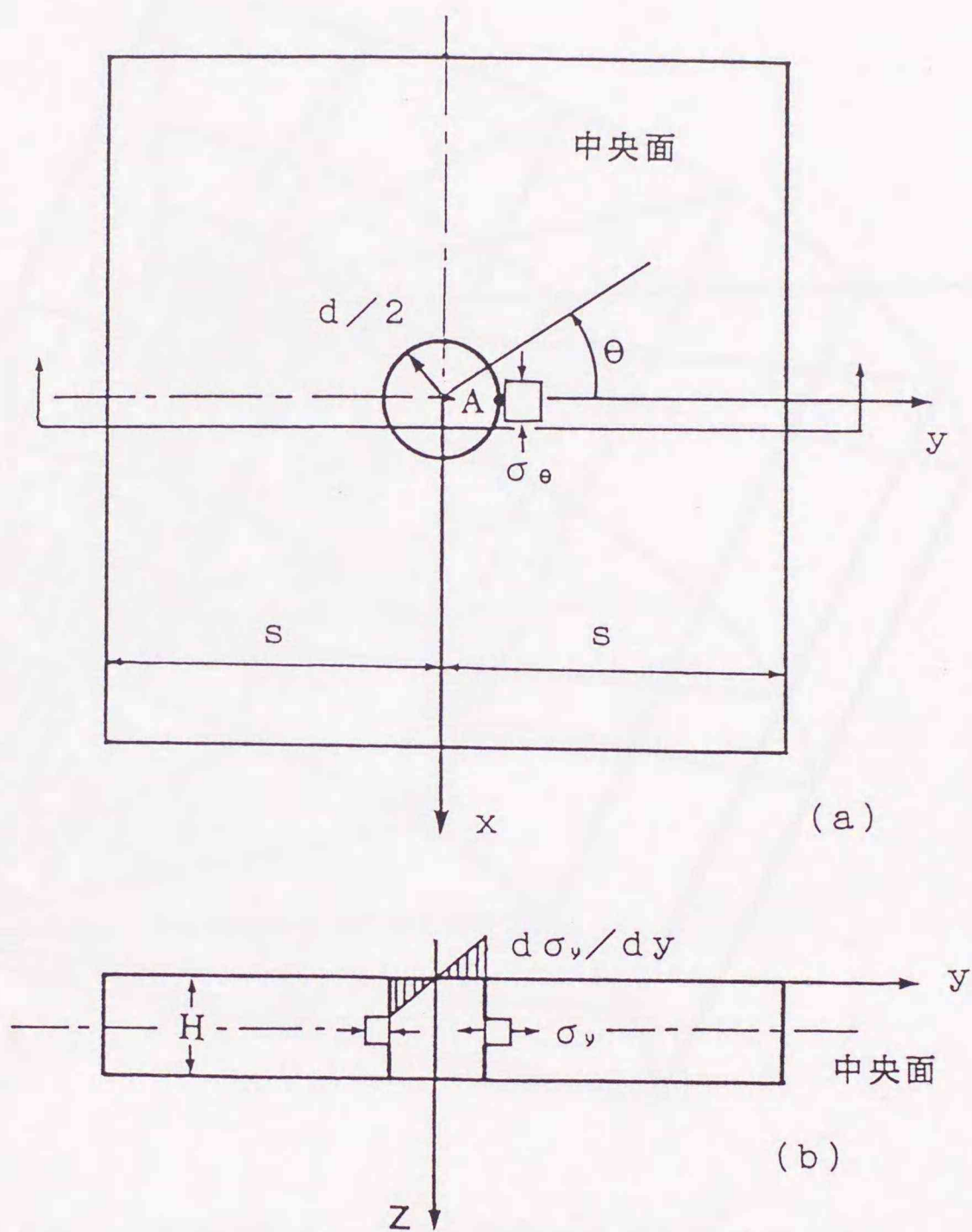


図4. 3 σ_y (トンネル周方向の直応力) が y 方向 (トンネル周方向) に直線的に変化しているとき (b)、これによりもたらされる測定孔壁の応力 σ_θ の分布 (a)

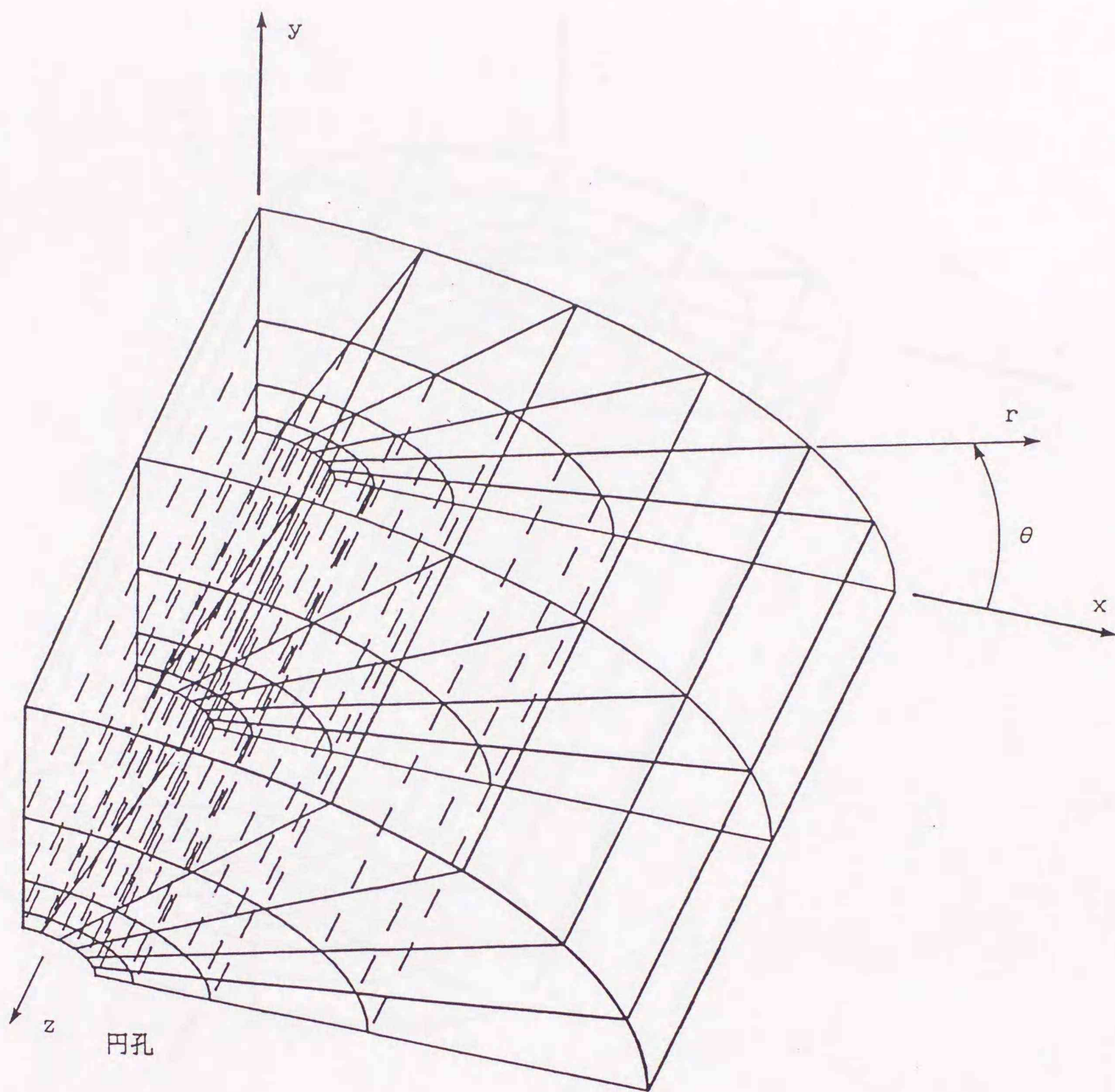


図4. 4 (a) 厚肉円筒の1 / 8の領域のモデル化 (図4. 1の領域c参照)

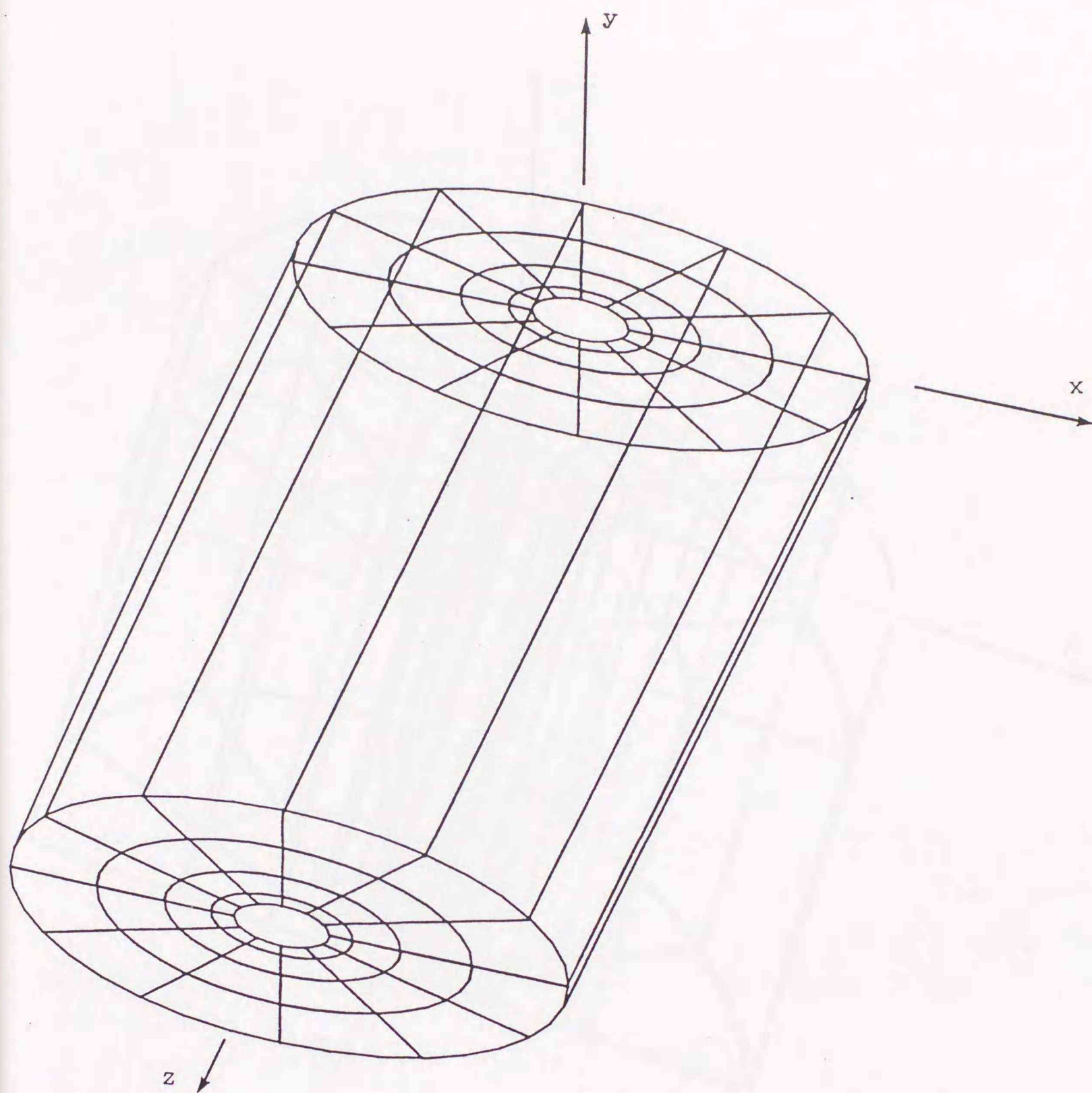


図4. 4 (b) 厚肉円筒の全領域のモデル化 (図4. 1の領域c参照)

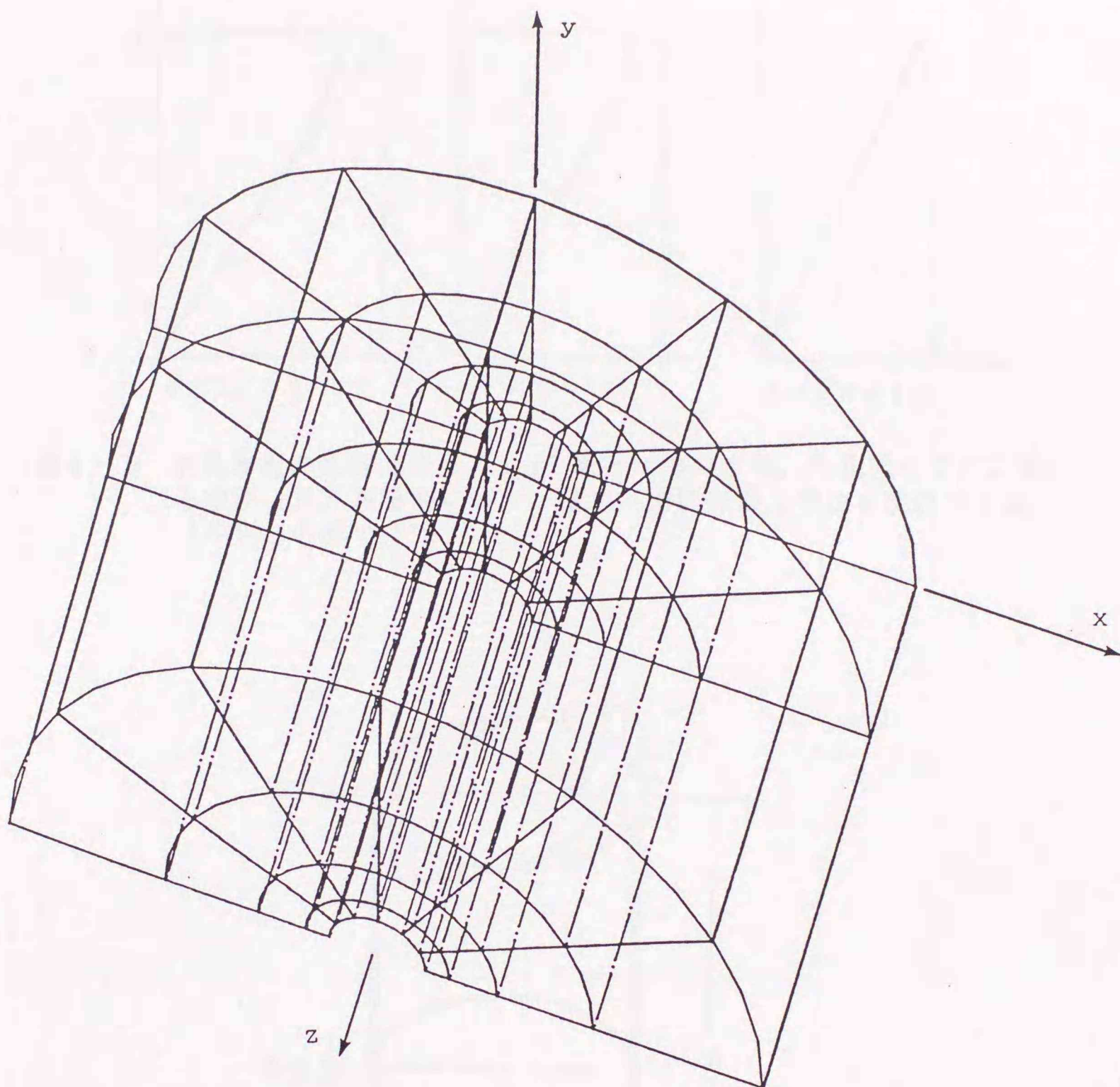


図4. 4 (c) 厚肉円筒の1/4の領域のモデル化 (図4. 1の領域c参照)

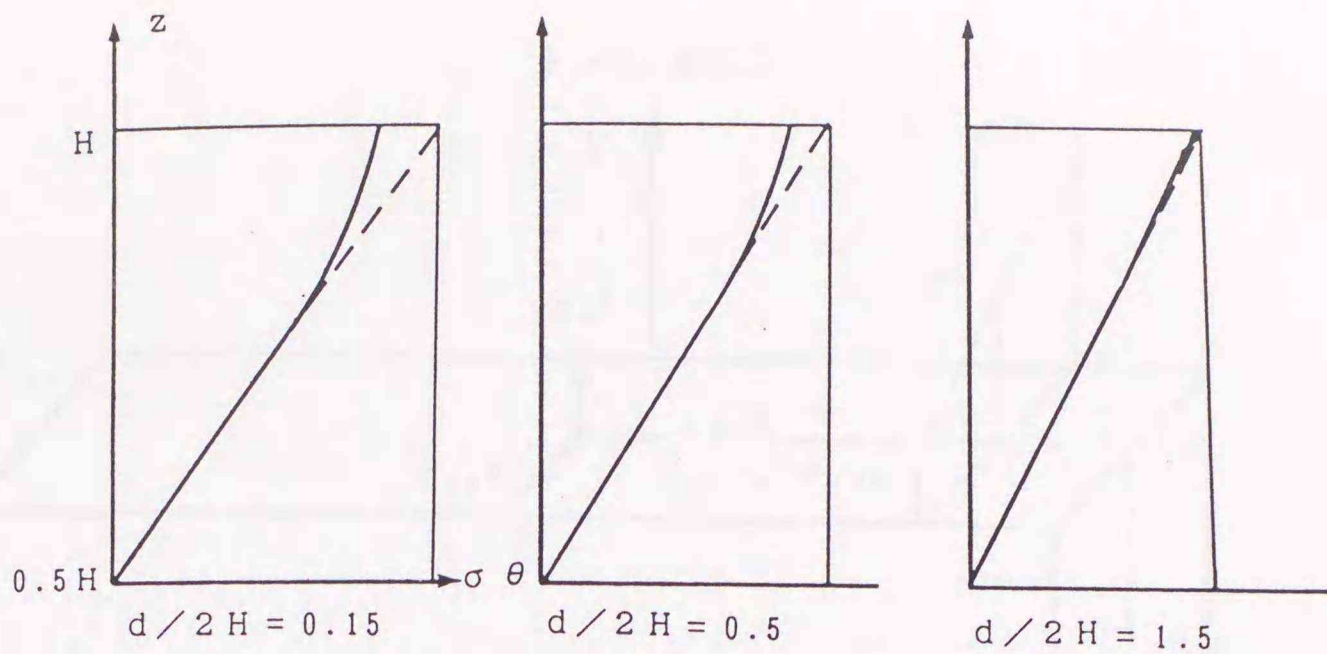


図4. 5 有孔厚板の孔壁上の応力 σ_θ の厚さ方向の分布。円孔径(d)に対し板厚(H)が増すにつれ、縁の応力は直線分布からずれてくる(中原らの解^{54, 55})

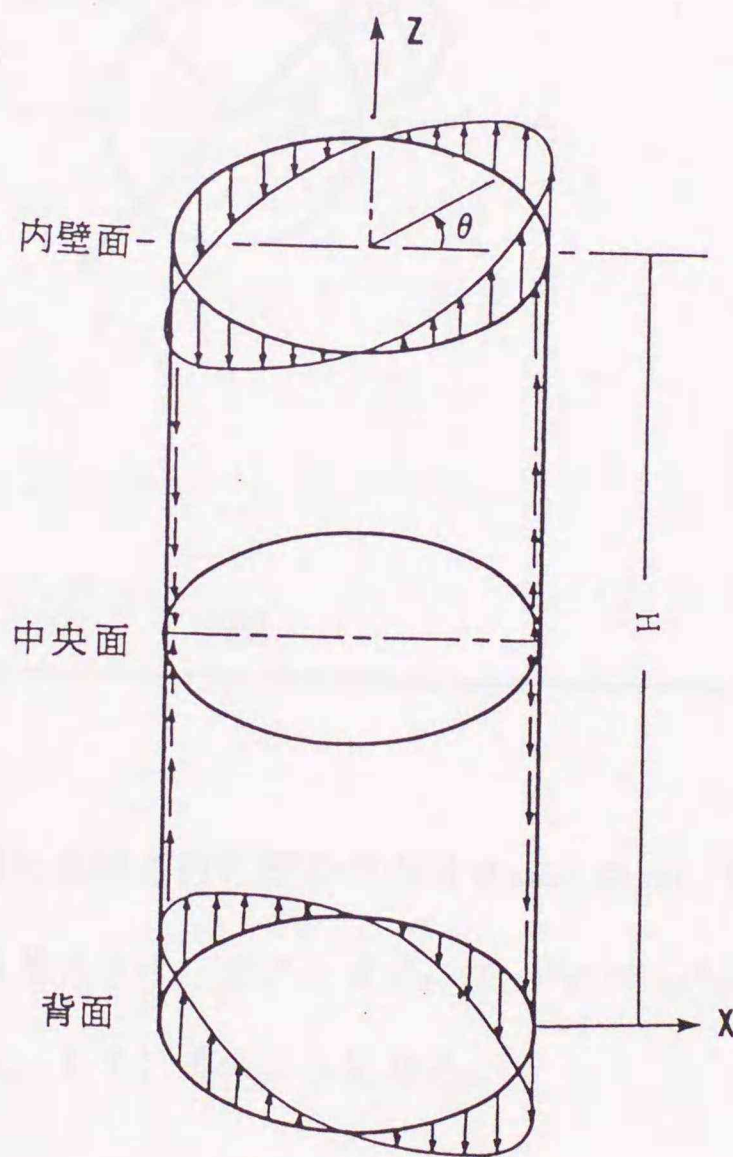


図4. 6 厚板の厚さ方向に直線的に変化する $\Delta\tau_{xz}$ の円柱状境界における分布の様子

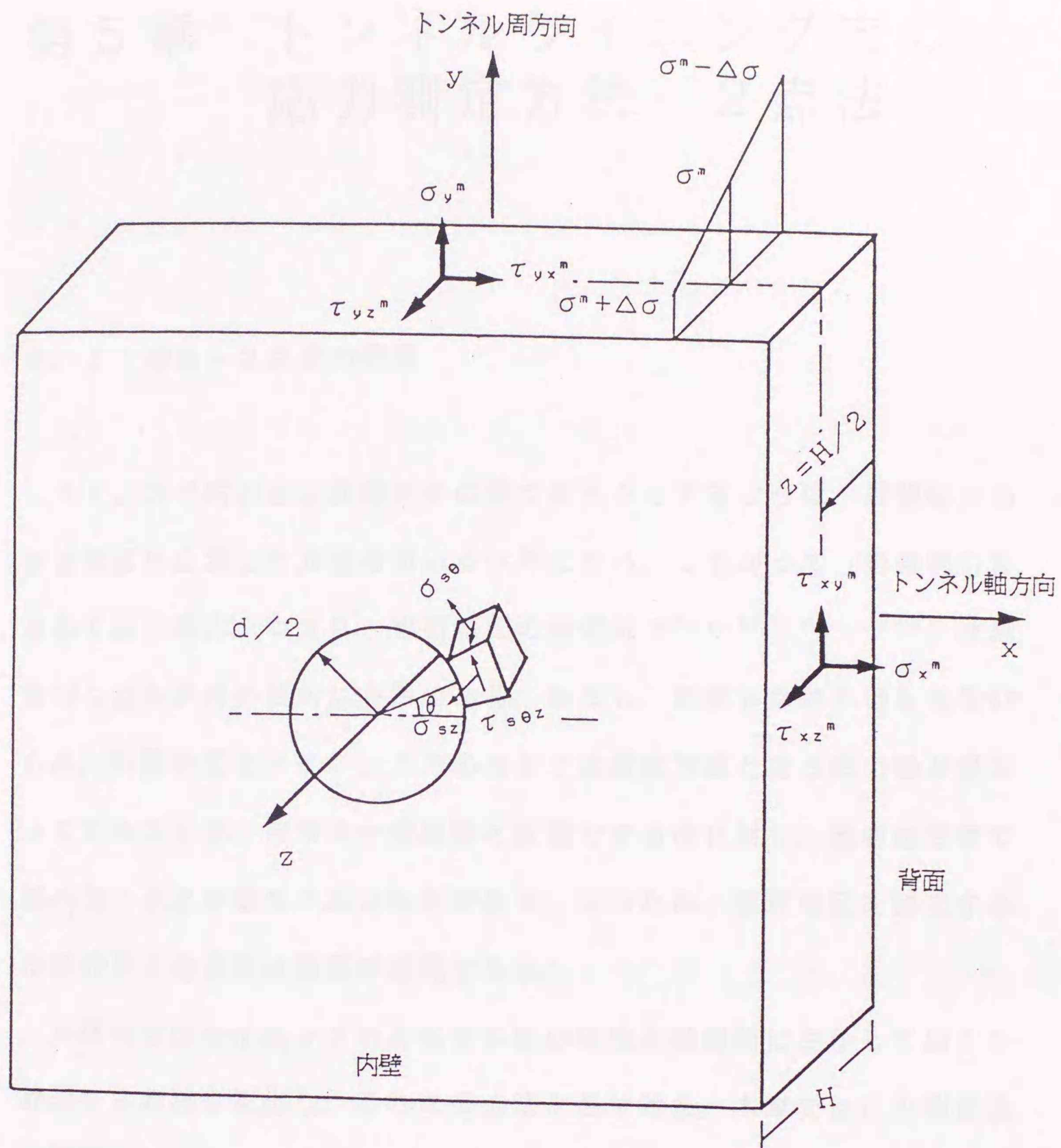


図4. 7 中央面における円孔壁の応力 ($\sigma_{s\theta}$, σ_{sz} , $\tau_{s\theta z}$) と中央面に作用する応力 (σ_x^m , σ_y^m , σ_z^m , τ_{xy}^m , τ_{yz}^m , τ_{zx}^m)。両者の関係は (4. 17) 式のようにになる。

第5章 トンネルライニング内の 応力測定方法－2点法

5. 1 緒言－2点法の概要

ライニング内の応力状態をその場で知ろうとするならば、残留応力の測定原理に立脚した方法を用いる以外にない。したがって、岩盤内の乱されてない応力、つまり、初期地圧の測定法⁽⁵⁶⁾、⁽⁵⁷⁾、⁽⁵⁸⁾、⁽⁵⁹⁾は原理的には本研究の目的に有用である。ただし、注意しなければならないのは、初期地圧とライニング内応力とでは測定対象となる応力場が異なっていることで、前者は一様状態と仮定できるのに対し、後者は3章で述べたようにかなりの応力勾配がある。このため、初期地圧を測定するための多くの方法は適用が困難である。

本研究ではライニング内の応力勾配の特徴を積極的に生かして応力を評価する方法を案出し、これを2点法と名付けた。本章ではこの測定法の原理と測定技術について述べる。

前章でライニング内の応力は一般に厚さ方向に直線的に分布していることを明らかにした。この応力分布の特徴を利用するならば、ライニングの任意の点において、厚み方向の測線上の任意の2点の応力状態を決定することにより、測線上の応力は背面も含めて全て明らかになる（図5. 1（a）参照）。測定すべきの2点の中で、一点は内壁、他の一点は中央面を選び、いずれも応力解放法（オーバーコアリング法）によって測定する。このように2点を選んだのは次に述べる理由のためである。

まず、内壁面は特殊な応力状態、つまり、自由縁の状態になっている。このため、ここでオーバーコアリングに伴う3方向の直ひずみの変化を測定することにより（図5. 1 (b)、(c) 参照）、応力状態を完全に決定することができる。内壁面はトンネル壁として直接的に肉眼で観察し、手で接することができるので、作業が正確かつ容易におこなえるという利点もある。

つぎに、中央面では、内壁面に対し垂直に作孔した小孔径のボアホール（測定孔と呼ぶ）を利用し、ここに3枚のロゼットゲージを貼り（図5. 1 (d) 参照）、その後オーバーコアリングする（図5. 1 (e) 参照）方法—いわゆる孔壁ひずみ法—を用いる。中央面上の（作孔前の3次元的な）応力と孔壁上の応力とは（4. 17）式のように簡単な形で関係付けられている。このため、これを観測方程式として使うことにより、一回の測定で中央面における3次元の応力状態を完全に測定することができる。また、中央面の測定では測定孔やオーバーコアリングの作孔深度が背面を貫通することはないので、作業がライニングの保全に障害を与える危険性がないという利点もある。

なお、他の断面では孔壁上の応力の評価が得られていない。

5. 2 ライニング内壁面の応力測定法

この測定で使用するロゼット型抵抗線ひずみゲージのゲージ長は5mmであり、この長さに対する応力変化率は前節で述べたように十分に小さい。このため、応力勾配は無視することができ、内壁面の面内応力は基本的には正確に評価できる。ただし、ライニング表面はしばしば傷があ

ったり、局所的な凹凸があるのでこれを避ける必要がある。

ライニング内壁面の各点の応力を密に測定すれば、このデータを入力データとする逆解析法により、背面圧を含むライニング内の各点の応力状態の推定が可能である。これについては7. 4. 1節で述べる。

5. 3 ライニング中央面の応力測定方法

前章で明らかにしたように、ライニングの中央面における孔壁上の応力 $\{\sigma_s\}$ は(4. 17)式に示すように、中央面上の(作孔前の)応力 $\{\sigma_m\}$ だけの関数となる。いま、中央面の孔壁上において互いに位置が異なる3つの点に注目し、各点でオーバーコアリングに伴う3方向の直ひずみの変化を測定する。本研究においては、ロゼットゲージを貼付ける3つの位置は、 $\theta = 0$, $\theta = 2\pi/3$, $\theta = 4\pi/3$ に設けている。これに対応する孔壁上の応力 $\{\sigma_s\}$ は中央面の応力 $\{\sigma_m\}$ と(4. 17)式の関係にある。このようにして9個の観測方程式が得られるので、これを最小2乗法で解くことにより、 $\{\sigma_m\}$ の6つの応力成分が評価される。

以上の過程を1つのロゼットゲージに注目して詳述すると次のようになる。

オーバーコアリングに伴って測定されるロゼットひずみゲージの3方向(θ 方向より 0° , 45° , 90°)のひずみを(ε_1 , ε_2 , ε_3)とする(図5. 2(b)参照)。 $\theta - z$ 座標系におけるひずみ(ε_θ , ε_z , $\gamma_{\theta z}$)と θ 軸から時計方向に β だけ傾く向きのひずみ ε_β との間には次式で示されるような関係がある。

$$\varepsilon(\beta) = \varepsilon_{\theta} \cos^2 \beta + \varepsilon_z \sin^2 \beta + \gamma_{\theta z} \sin \beta \cos \beta \quad (5.1)$$

これを用いることにより、 $\beta = 0^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\beta = 90^\circ$ 方向の測定ひずみ (ε_1 , ε_2 , ε_3) は、ひずみ成分 (ε_{θ} , ε_z , $\gamma_{\theta z}$) へ次のように変換される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\theta} &= \varepsilon_1 \\ \varepsilon_z &= \varepsilon_3 \\ \gamma_{\theta z} &= 2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3 \end{aligned} \quad (5.2)$$

ライニングが等方・均質な弾性材料（ヤング率を E 、ポアソン比を ν とする）と仮定できれば、測定ひずみを弾性材料の応力-ひずみ関係式（Hookeの法則）に代入することにより、測点の方向の応力 $\{\sigma_s\}$ が次式のように求められる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{s\theta} \\ \sigma_{sz} \\ \tau_{s\theta z} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

この応力 $\{\sigma_s\}$ と中央面における応力 $\{\sigma_m\}$ とは (4.17) 式より次のような関係になっている (図4.7参照)。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{s\theta} \\ \sigma_{sz} \\ \tau_{s\theta z} \end{bmatrix} = [T] \{\sigma_m\} \quad (5.4)$$

ここに、 $\{\sigma^m\} = [\sigma_x^m, \sigma_y^m, \sigma_z^m, \tau_{xy}^m, \tau_{yz}^m, \tau_{zx}^m]^T$

$[T] =$

$$\begin{bmatrix} 1-2\cos 2\theta & 1+2\cos 2\theta & 0 & -4\sin 2\theta & 0 & 0 \\ -2\nu \cos 2\theta & 2\nu \cos 2\theta & 1 & -4\nu \sin 2\theta & -\alpha \sin \theta & -\alpha \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\cos \theta & -2\sin \theta \end{bmatrix}$$

5. 4 測定技術

5. 4. 1 測定の作業手順 (図 5. 1 参照)

2点法を応力解放法に従って実施するには、測定孔の作孔とオーバーコアリングの作業のためのボーリングが必要となる。作孔深度はせいぜい60cmなので、100V電源で作動する小型・軽量の作孔機（コンクリートコアピッカー）があれば目的を達することができる。この場合、機械の反力を小径のアンカーボルト一本で支えられるので、真上の向き以外は任意方向の測定をすることができる。真上の作孔の場合、作孔機のモータが防水構造となっていないので、作孔水の落下に対して充分に対処できない。

なお、ここで使用した作孔機はひずみゲージから出たリード線を測定器に接続したままでオーバーコアリングができるような機構を有してい

る。また、機械の小型・軽量の利点を生かして、測定的全作業を2人でこなすことができる。現時点では内壁と中央面の応力解放作業はいずれも外径77、内径68mmのコアビットを、中央面の測定孔の作孔には39mm径のビットをそれぞれ用いることにしている。

測定作業の手順は図5. 1に示す通りである。まず、内壁面の応力測定からおこなう。ひずみゲージを付けるために、必要があればライニングの内壁面を外径78mmのフラットビットで磨く(b)。次にアセトンなどを用いて表面を洗浄した後、ひずみロゼットゲージを貼る。このゲージはオーバーコアリング中に作孔水でぬれることから保護するために、円柱形の樹脂でモールドされている(写真5. 1参照)。接着剤が硬化した後、オーバーコアリングする。応力が解放された時点でオーバーコアリング作業を中止し、応力解放に伴うひずみの値を測定する(図5. 1(c)参照)。

次に、作孔機はそのままにした状態で、中央面の測定作業に移る。まず、39mm径のビットを用い、中央面を約10cm越える深さまで作孔する(d)。ボアホール壁をアセトンなどで洗浄し強制乾燥させた後、後述するジグを用いて3枚のロゼットひずみゲージを孔壁の所定の方向に貼り付ける。ロゼットゲージとしてはゲージ長5mmの防水タイプ(共和電業製: KFW-5-D17-11L100)が用いられている。

接着剤が硬化した後、測定孔の口元を油粘土で閉塞し、作孔中に水が入らないようにする。その後77mm径のビットでオーバーコアリングし、これに伴って生じるひずみの値を測定する(e)。

5. 4. 2 中央面において孔壁に3枚のロゼットゲージを貼り付ける技術

中央面の測定においては、小口径のボアホールの孔壁に3枚のロゼットゲージを所定の向きに、正確に貼ることが必要である。この貼付け作業は遠隔操作が必要となる。このような要求を満たすゲージの貼付け機器（以下ジグと呼ぶ）を開発した。

ジグは図5. 3、写真5. 2に示すように、全長200mmの円柱形を呈し、中空パイプにゴムチューブをかぶせた構造になっている。前方部は円筒形をしており、その中にダミーゲージを貼付けたコンクリート片を入れる。また、ひずみロゼットゲージをのせる片持ち梁状の台座（以下ゲージベースと呼ぶ）がこれに固定されている。ジグの両端部には丸ネジが3本付いている。このネジはジグを孔内に挿入する際に、ボアホール壁面に本体およびゲージを擦らないように、ゲージに対して角度が60°ずれている。

ゲージの挿入・接着は次のようにしておこなわれる（図5. 4参照）。まず、ジグのゲージベースに両面テープで仮止めされているひずみゲージに接着剤（速乾性のシアノアクリレート系セメントで、共和電業製のCC33A）を塗る。次に、ジグの向きに注意しながら測定孔の所定の深さまでジグを挿入する（a）。ジグが所定の深さに達したならば、空気をゴムチューブに送り込む（b）。これによりゴムチューブが膨らみ、ゲージベースを押し上げ、孔壁にひずみゲージが貼付く（c）。空気圧は2.2 kgf/cm²とする。ゲージが孔壁に完全に接着するためには、接着剤が硬化するまで所定の圧力で所定の時間だけ圧着し続けることが必要である。接着剤が硬化するまでこの状態を続け、その後加圧をやめる。

空気を送り込む小口径のパイプを切断し、測定孔の口元に油粘土を詰めてからオーバーコアリングの作業に移る。

5. 4. 3 残留応力の処理方法

本研究における測定対象はライニングの背面に作用する外力によってもたらされる応力である。ところが、トンネルライニングを構成するコンクリートには乾燥収縮作用などに基づく残留応力が多少とも生じているのが普通である。つまり、ライニング内の応力には成因的に外力に伴うものと残留応力の2種類がある。応力解放法を用いる場合、両方の応力が同時に計測されてしまう。そこで、残留応力を除去し、外力に起因する応力だけを抽出する方法について検討することにする。

いま、測定対象となるライニングと同一時期に打設され、同一の環境に置かれてきたコンクリートブロックがあるものとする。ただし、ライニングとは異なり外力が作用していない状態に置かれているものとする。このブロックに対し、応力解放作業を施したとき、オーバーコアリングに伴うひずみ $\{\varepsilon_R\}$ とする。一方、ライニングで同様の作業によって得られるひずみを $\{\varepsilon_{T+R}\}$ とする。 $\{\varepsilon_{T+R}\}$ は2種類の応力が重なった場で得られたものであることに注意すれば、外力だけによって生じる応力場に対応する解放ひずみは $\{\varepsilon_{T+R} - \varepsilon_R\}$ であることは明かである。したがって、このひずみを基に応力を評価すれば、それは外力によって生じる応力を与えることになる。

トンネル建設時に、将来、ライニング内の応力測定をする可能性が見込まれるときには、上記のようなコンクリートブロックを用意することが望ましい。そういったブロックがない場合には、トンネルライニングから切り出した大き目のコンクリートブロックを代用として使えるであろう。

なお、コンクリートの乾燥収縮などに伴う残留応力の大きさは材齢と共に減少し、クリープ効果も作用するために数年の経過の後にはかなり

小さな値になるといわれている⁽⁶⁰⁾。したがって、古いトンネルでは残留応力を考慮する必要がないかもしれない。いずれにしても残留応力の詳細な検討・研究は今後に残された課題である。

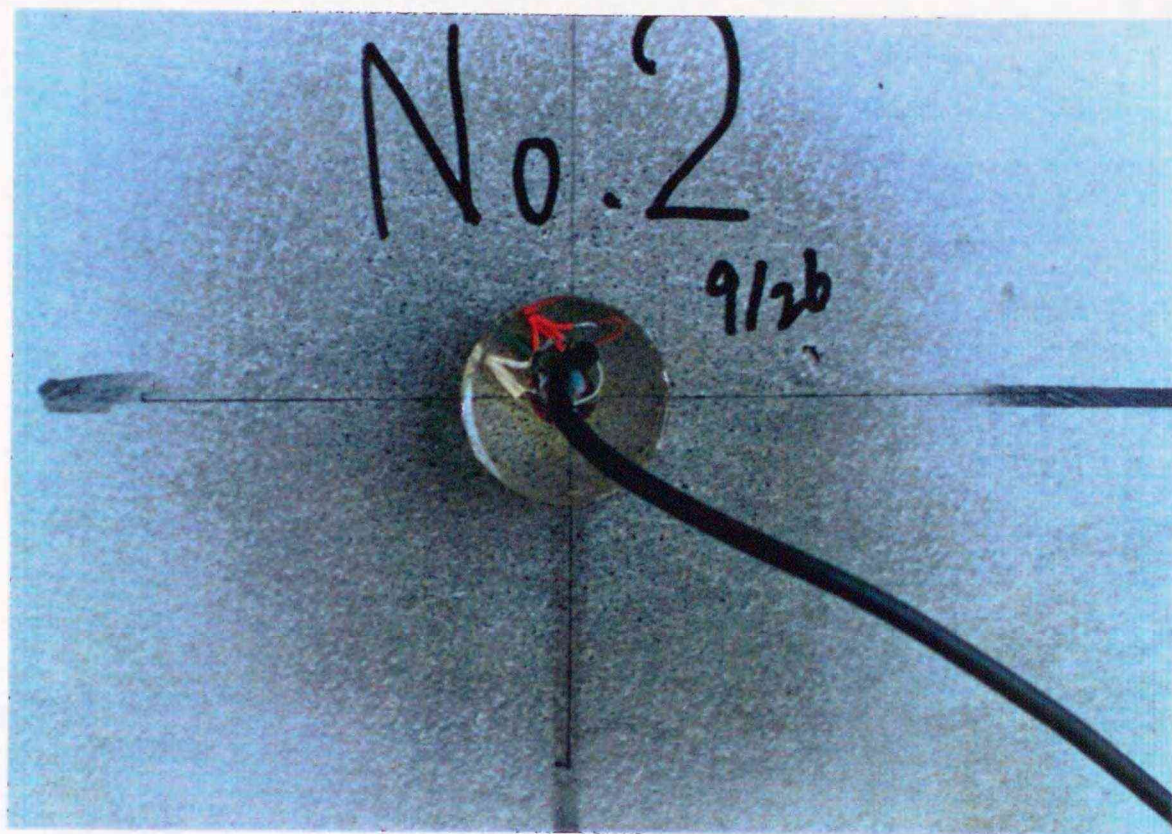


写真5. 1 ライニング内壁面の測定用の柔らかい透明な樹脂でモールドされたロゼットひずみゲージ

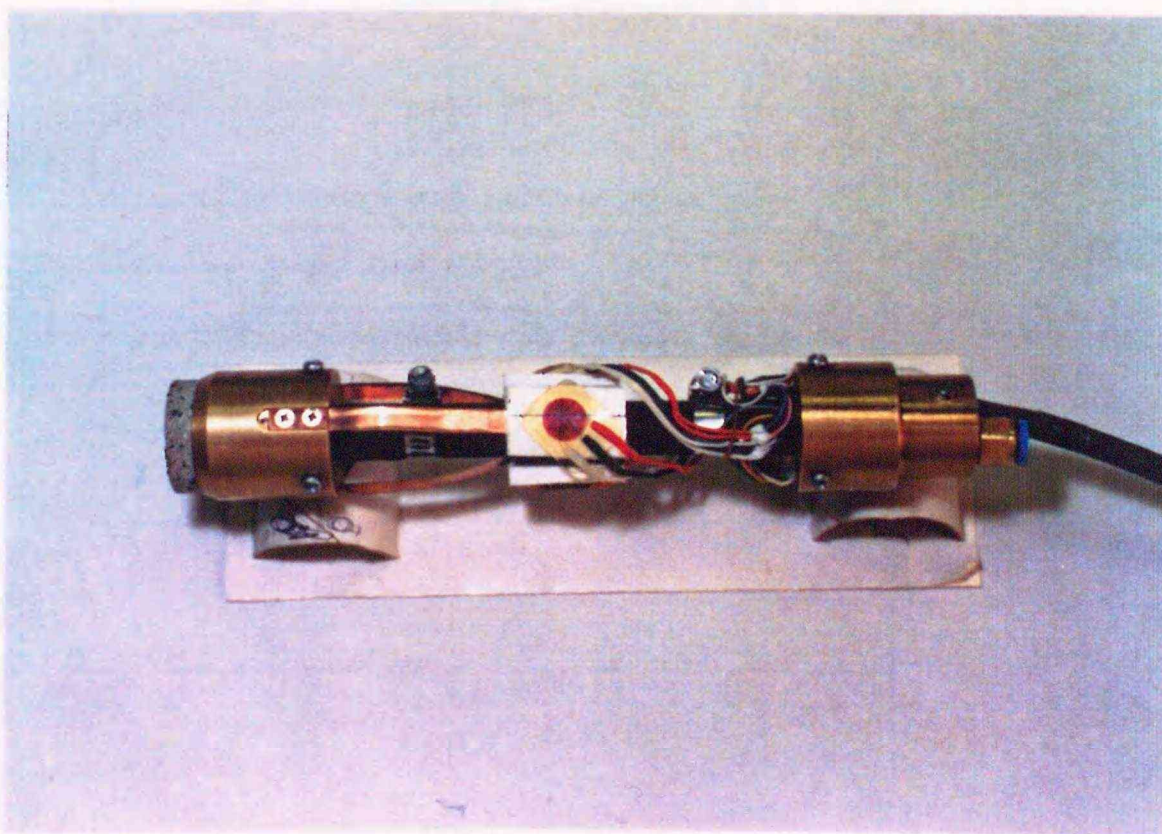


写真5. 2 ライニングの中央面において小孔の壁面に3枚のロゼットひずみゲージを貼付るためのジグ

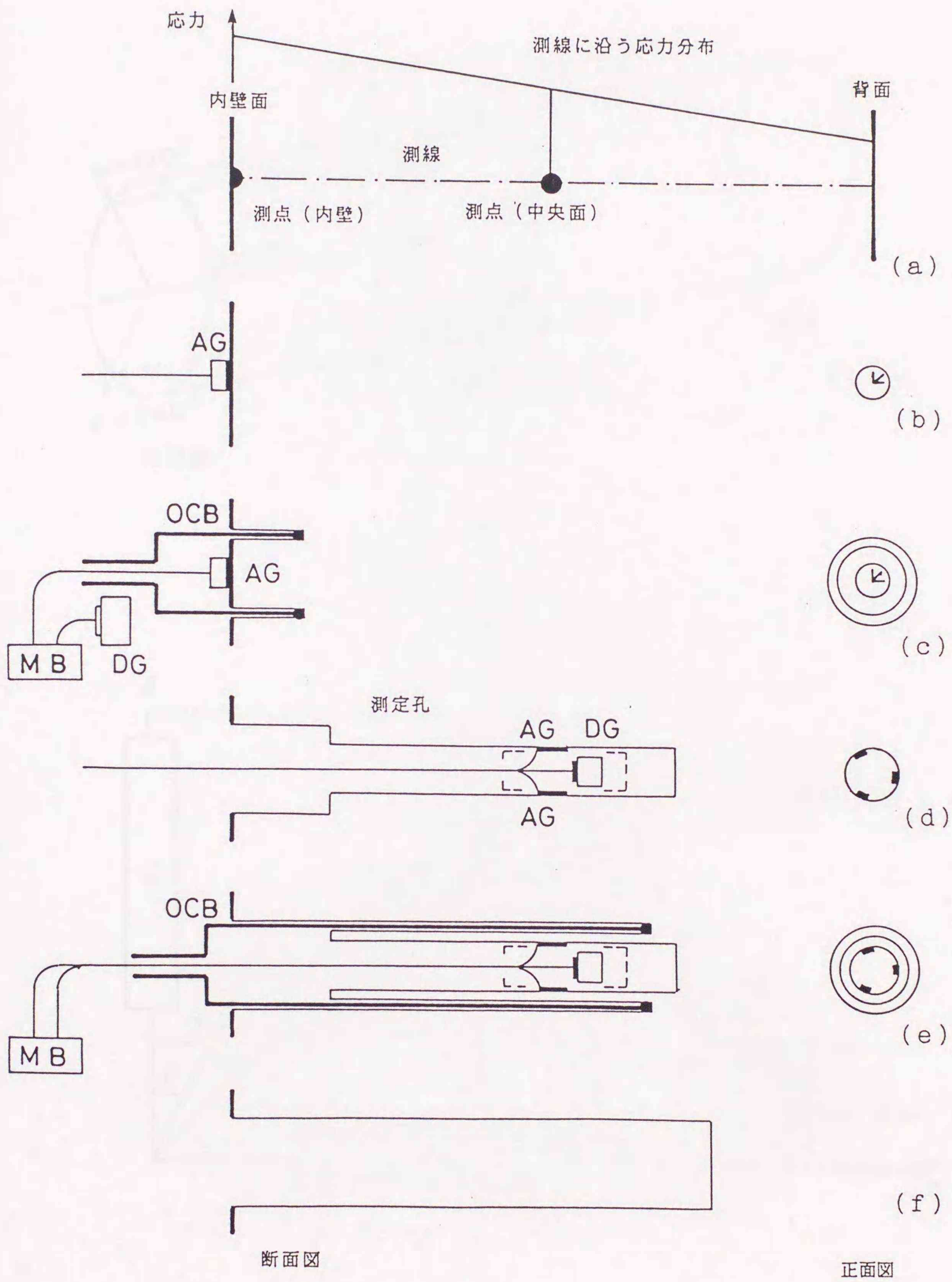


図5. 1 2点法によるライニング内の応力測定法

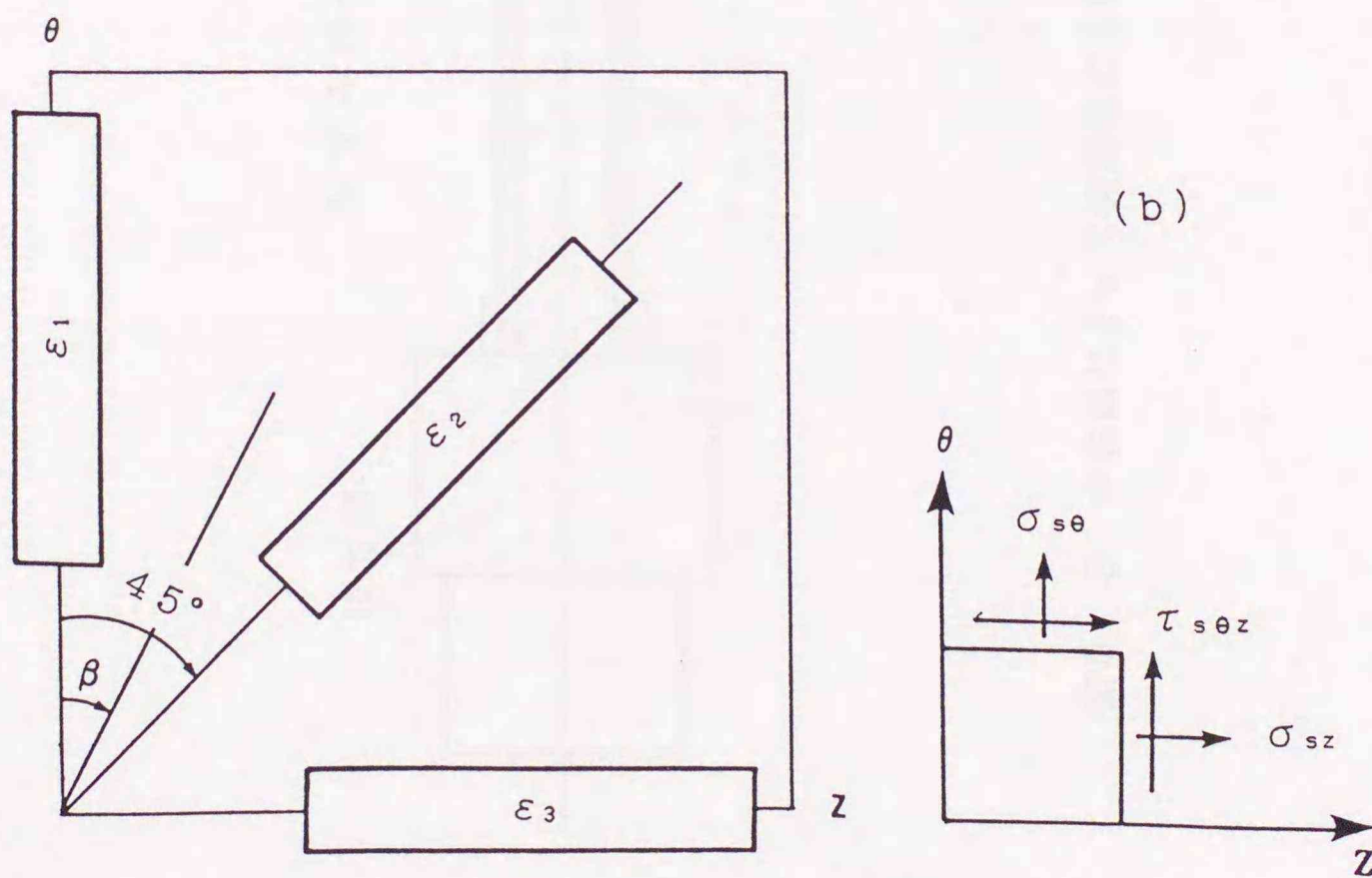
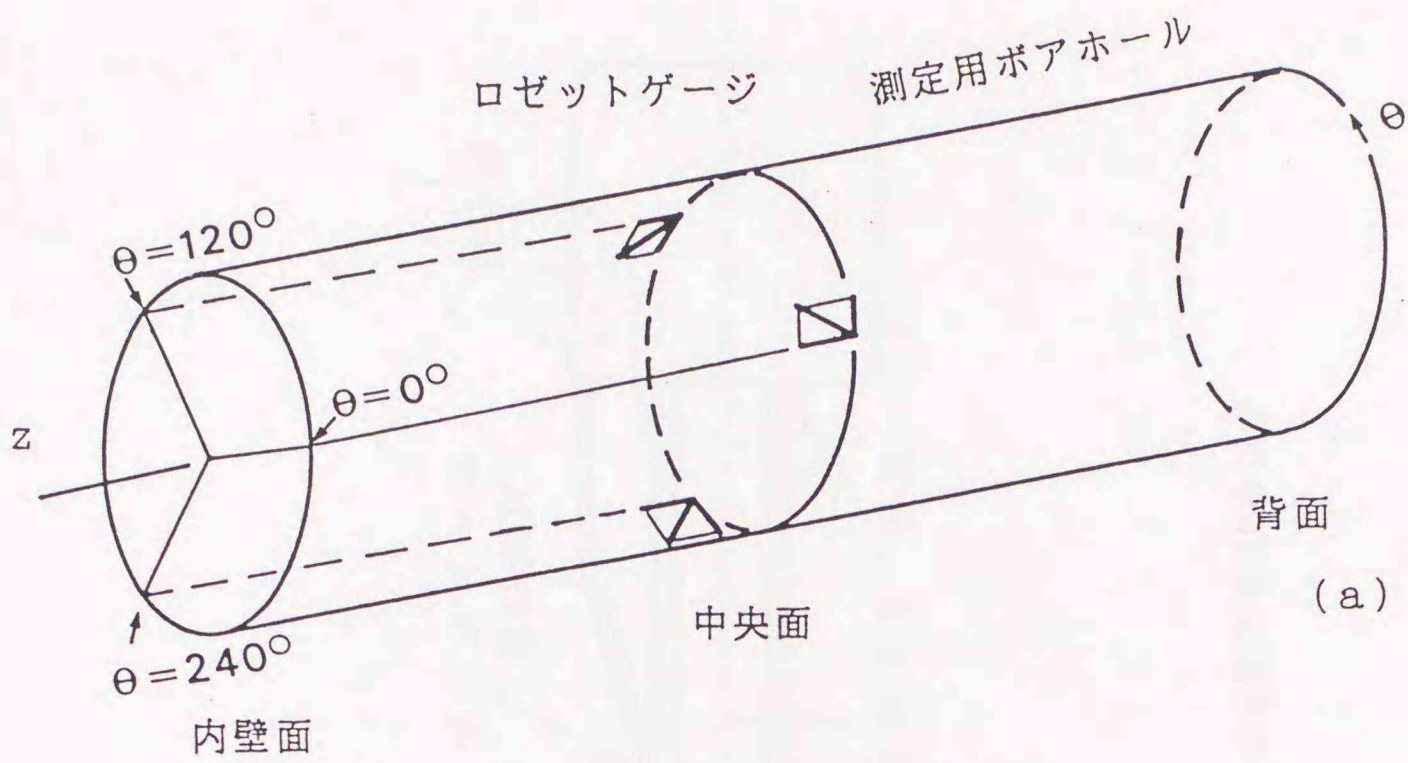


図5. 2 ライニング中央面における孔壁のひずみゲージの貼付位置・方向

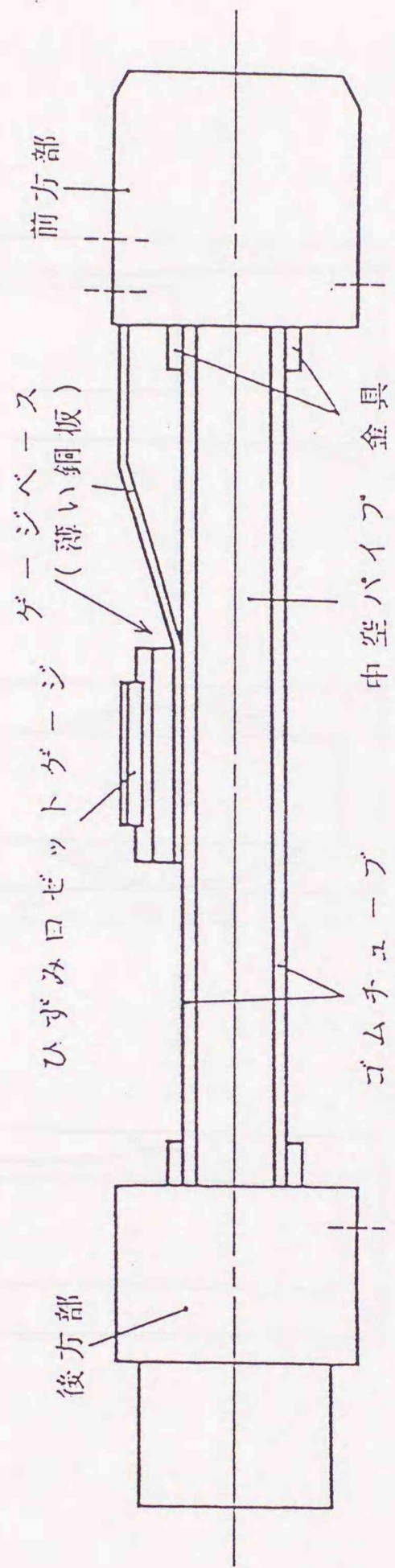


図5. 3 中央面において測定孔に3枚のロゼットゲージを貼り付けるジグ

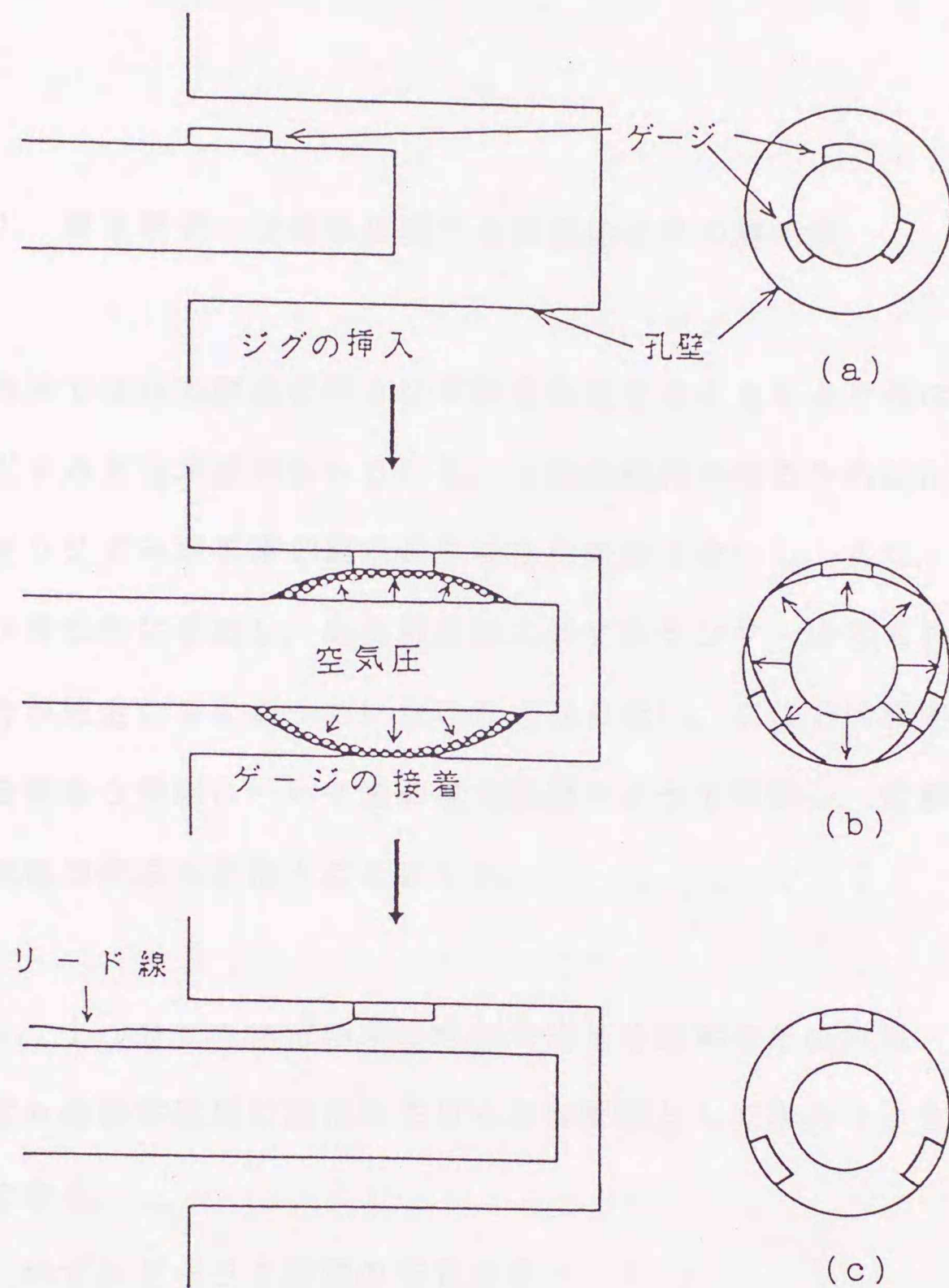


図5. 4 ジグを用いて中央面において測定孔に3枚のロゼットゲージを貼り付ける方法

第6章 2点法による応力測定法に係る技術的検討

6. 1 測定結果の信頼性に関する問題点とその解決法

2点法では応力解放に伴うひずみを測定することにより元の応力状態を推定する方法が採用されている。正確な結果を得るためには、応力解放に伴うひずみが正確に測定されなければならないし、また、被測定対象物が弾性的に挙動し、応力解放後にひずみセンサーの貼られたコア内の応力が完全に0になっていなければならない。ここでは測定結果の信頼性を損なう要因について主に室内試験によって検討し、信頼のおける測定技術の完成を目指すことにした。

6. 1. 1 ひずみ測定結果に誤差を生じる要素とその対策

ひずみの測定結果に誤差を生じる主な要因として次の4つを挙げることができる。

- ① ひずみゲージの接着の不完全さ
- ② オーバーコアリング作業に伴う温度変化がひずみに及ぼす影響の除去の不完全さ
- ③ ひずみゲージの貼付方向の誤差
- ④ 被測定箇所の好ましくない状況

以下に、各項目について少し詳しく検討することにする。

- ①について：被測定対象であるコンクリートライニングは背面にしば

しば地下水が回っており、高い含水状態になっていることが多い。また、トンネル内の気流も高い湿度になっているのが普通である。このため、水をきらう接着剤の使用環境としては好ましくない状態となっており、接着作業時には被接着面を十分に強制乾燥させる必要がある。

また、作孔作業に伴ってしばしばよごれや繰粉などが孔壁面に付くのでアセトンなどを用いて除去しなければならない。

さらに、骨材（の一部の）欠落などに伴う表面の粗さが顕著な場合、こういった所を避けるか、充填材を用いて表面処理を施すかしなければならない。内壁の測定時には、測定対象面を直接肉眼で観察できるので、容易に対処することができる。しかし、中央面の測点においては、直接観察は不可能なので、孔内鏡を用いて面の仕上がりをチェックする。

②について：ひずみゲージの計測回路は2ゲージ法を使っている。中央面の測定の場合、コンクリート片に貼ったダミーゲージはアクテブゲージの側に置いてある。内壁の測点の場合も同様であるが、ダミーゲージはアクテブゲージからやや離れた所に置かざるを得ない。

オーバーコアリング中は作孔水の噴流による冷却と（ダイヤモンド）コアビットの摩擦熱とで、アクテブゲージ周囲は温度変化を起し、ダミーゲージ周囲の温度と差異が生じるのが普通である。ここで採用している測定法では測定孔径とオーバーコアリング径との差が小さい。このため、測定孔壁はオーバーコアリングの作業に伴う熱変化の影響を受けやすい。

コンクリートの線膨張係数は $10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ 程度の大きさを持っており、温度変化が測定ひずみに及ぼす影響は比較的大きい。したがって、ひずみの温度補正は重要である。ここではアクテブゲージ、ダミゲージの貼られている面の近くにそれぞれ抵抗線型熱電対を1枚ずつ貼り

付け、オーバーコアリング作業中はひずみと同時に温度の測定もおこない、これを基に温度補正をおこなった。

なお、オーバーコアリングの作業に使用する作孔水温をコンクリートの温度に近い状態にしておくことは温度誤差の減少に有効であるが、これは現場の状態によっては必ずしも実行できるとは限らない。

③について：ゲージの貼付方向が所期の向きと異なれば、主応力の方向に誤差が生じる。ライニングの応力測定の場合、測定は内壁面からせいぜい50cmの範囲内なので、ひずみゲージの貼付時に誤差が生じる可能性は小さく $2^{\circ} \sim 3^{\circ}$ の誤差内に収めることができるので、③の問題はあまり重要ではない。

④について：ひずみゲージの貼付箇所の近くに、亀裂や鉄筋などの貫入があるのは好ましくない。また、ゲージの貼付部に極端に大きな骨材があり、ゲージがそれをまたぐような状態も好ましくない。これらは貼付面の事前の観察によって避けることができる。なお、ひずみゲージのゲージ長は5mmを採用しているが、この寸法についての妥当性に関する検討も必要であろう。

6. 1. 2 誤差のある測定結果を除外する測定技術

前節で述べたように、測定環境の良くないところで作業をするために、それを除けない場合には測定結果が誤差を含むことになる。こういった結果は誤った情報をもたらすので、除外しなければならない。ここでは測定の信頼性を確認する方法について検討することにしよう。その方法としては次の3つを挙げることができる。

(1) オーバーコアリング中にひずみ-作孔長関係を観測する：

このためには、オーバーコアリング中に連続してひずみの測定ができ

るシステムの採用が必要である。本研究では5. 3節で述べたように、当システムが取り入れられている。

測定時に得た結果を基に、オーバーコアリングに伴うひずみ-作孔長線図を描かせ、これを数値シミュレーションで求めた対応する線図と合っているかを調べる。もし、合っていれば、測定結果に信頼が置ける。

一般に、オーバーコアリングの作孔深度がアクテブゲージの貼られている断面を通過後、速やかに一定の値に落ち着く場合にはゲージの接着が完全で測定結果の信頼性は高い。

(2) オーバーコアリング後、アクテブゲージの付いているコアを再負荷し、荷重-ひずみ関係を観測する：

これは、オーバーコアリング中、ひずみを連続計測できない場合に、これに代わるものとして用いられる。原理は(1)と同じである。また、この方法により、コアの弾性係数の値を求め、また、コアが弾性的に挙動するかどうかの確認をすることも可能である。

(3) ひずみを余分に計測し、ひずみの不変量を比較する：

全てのひずみの組合せにより得られる各ひずみの不変量が互いに似た値であれば、測定結果の信頼性が高い⁽⁶¹⁾。この方法は特に1つのゲージの結果が不良の場合に、これを見つけるには優れている。しかし、全部のひずみゲージが(例えば、温度の影響を受けて)同じように誤った挙動をする場合には、これを見つけることができないという欠点がある。

以上、測定結果の信頼性を確認する3つの方法を述べた。ここでは

(1)の方法だけを採用しているが、上述したように、この方法が最も優れており、これだけで充分であろう。

6. 1. 3 被測定対象の材料であるコンクリートの力学的特性

と残留ひずみ

図 6. 1 はオートンネルのライニングからコアボーリングして得た円柱形供試体（径 67 mm、長さ 140 mm）を用い、一軸載荷したときの応力-ひずみ線図である。応力-ひずみの測定値は直線の上におっており、弾性的に挙動しているとみなされる。

コンクリートは多少のクリープを示すので、長期の測定にはこの影響を考慮しなければならない。しかし、応力解放作業は短時間（数分）で終了し、また測定対象であるライニングは相当大的な材令を持っているのが普通なので、コンクリートは弾性的に挙動すると考えてさしつかえないであろう。

乾燥によりコンクリート内部から水分が逸散する過程で発生するといわれている乾燥収縮ひずみ^{(62), (63), (64), (65), (66), (67)}などの残留ひずみの存在は一般に無視することができない。

この残留ひずみがあれば、応力解放作業時には 5. 4. 3 節で述べたように、測定されるひずみの中にその影響が混入する。残留ひずみの影響が無視できない程大きい場合には、もし材齢の同じコンクリートブロックが用意できるならば、5. 4. 3 節で述べた方法によりその影響を補正することが可能である。これについては 6. 2. 2 節で述べる。

6. 2 室内試験による検討

2 点法による応力測定を原位置でおこなう場合、どの程度の測定精度が得られるか、また、測定方法が期待通りに機能するかなどを総合的に評価するには、実際に使用する機器を用いて、荷重を受けているコンク

リートを対象に手順通りに測定作業を試みるのが有効であろう。

そこで、モルタルブロックを用い、これに既知の2軸応力を載荷した状態にしたままで応力解放作業をおこなうことにした。

供試体と載荷条件は次のようである。供試体は一辺の長さが約 25cm の立方体のモルタルブロックを用いる。配合比は重量比で早強ポルトランドセメント：砂：水 = 2 : 2 : 1 とし、1ヶ月間の水中養生を経てから、試験に使用する。このブロックには図 6. 2 に示すように、2組、合計 4 枚のフラットジャッキを用いて2方向（x, y 方向）から載荷し、供試体内部に2軸応力状態（ σ_x , σ_y ）を発生させる。載荷時の反力は4枚のコンクリート片を介して十分な剛性を有する鋼鉄製円筒形の反力フレームで受ける。

6. 2. 1 孔壁ひずみ法に関する試験

（1）ひずみゲージを貼付けるジグの性能試験

まず、5. 4. 2 節で述べたジグを用いて径 38. 5 mm の孔壁に3枚のロゼットゲージが正確かつ完全に接着できるかどうかの検証実験をおこなった。このため、ダイヤモンドビットを用い面の中央に径 38.5 mm の小孔を z 方向に貫通させた供試体を準備した。孔壁をアセトンで処理した後、中央の深さ（中央面）にジグを用い所定方向に3枚のロゼットゲージを貼付した。約1時間の接着剤の硬化時間を待ち、その後フラットジャッキによりかけた2軸応力を除荷し、これに伴うひずみを記録した。計測されたひずみを観測方程式、つまり（5. 8）式に代入し応力を評価した。結果を表 6. 1 に示す。実際に載荷している応力と計算で求めた応力の一致の程度はかなり良い。本試験から、ひずみの貼付ジグは所期の性能を持っており、ゲージの接着方法も完全であることが確

認された。

(2) 径 77 mm のオーバーコアリングを使用した模擬実験

フラットジャッキで供試体に二軸応力状態をかけたまま、77 mm 径のコアビットでオーバーコアリングをおこない、これに伴う孔壁ひずみを測定した。なお、温度の変化による熱応力の影響を最低限に抑えるために、作孔水の温度を外気温と同じに保つようにした。

オーバーコアリングに伴う測定ひずみを観測方程式に代入して得られる応力は、実際に供試体に生じていた応力との間にはかなりの差異があることがわかった(表 6. 2 の補正前の欄を参照されたい)。誤差をもたらす原因としては残留応力や温度の影響などが考えられるため、さらに次の検証試験をおこなった。すなわち、上述の試験を無荷重の状態で行ってみた。この場合、オーバーコアリング作業が測定孔の孔壁にどの程度の温度上昇をもたらすかを知るために、アクテブゲージと共に温度センサーを同一の孔壁面に貼付けた。また、ダミーゲージの置かれているコンクリート片にも貼付け、温度の変化を監視した。

オーバーコアリングに伴うひずみの変化量を表 6. 3 に示す。いずれも縮みが生じているのが特徴的である。また、測定値を得たときアクテブゲージとダミーゲージの温度差は 2.5°C であった。温度差により生じるひずみは高々 25μ 程度である。したがって、得られたひずみには乾燥収縮ひずみなどの残留ひずみが混入しており、しかも測定されたひずみの大部分は残留ひずみであるといつてよい。

そこで次に、5. 4. 3 節で述べた方法によりこのひずみを補正する方法について検討してみた。具体的には、まず孔壁上に貼付られた 3 枚の同一方向のゲージで得たひずみの平均値(表 6. 3 の最後の行に示す)を各方向の残留ひずみとする。これを補正值(ε_R)として、対応する

測定ひずみ (ε_{TR}) から引いたものを外力に伴うひずみ (ε_T) とみなす。ひずみ (ε_T) を改めて、観測方程式に代入して応力を計算する。このような処理によって得られた結果を表 6. 2 の 3 行目に示す。上記の手続きによって得られた応力は実際の応力とある程度良い一致を示すようになることがわかる。

(3) 径 160 mm のオーバーコアリングを使用した模擬実験

上述したように 77 mm 径のオーバーコアリングを用いると残留ひずみの影響を大きく拾う可能性のあることがわかった。そこで次に、外径が 160、内径が 153 mm のコアビットをオーバーコアリングビットとして用い、(2) と同様の試験をおこなった。まず、無荷重状態でオーバーコアリングして得られた孔壁ひずみを表 6. 4 に示す。いずれもかなり小さい値しか生じていないことがわかる。次に載荷した供試体について同様な試験をおこなった。測定結果を表 6. 5 の補正前の欄に示す。表 6. 4 に示す残留ひずみの影響を(2)と同じ方法で補正した結果が表 6. 5 の補正後の欄である。この場合、補正はほとんど不用であることがわかる。

以上の 3 つの試験結果をまとめると次のようになる。

- ① 測定に使用した装置や機器は所期の機能を発揮する。
- ② 測定結果に混入する残留ひずみの大きさは、オーバーコアリングの径の大きさに影響される。室内試験では大きな径を使う方がよい結果が得られた。
- ③ 必要ならば無荷重状態の下でオーバーコアリングすることより得られるひずみを用いることにより、残留ひずみの影響を補正することができる。

6. 2. 2 ライニング表面の残留ひずみの大きさの評価

ライニング表面の応力測定についても、残留応力の存在による影響が考えられる。そこでこの大きさを知るために室内試験をおこなった。25 cmのモルタルブロックの表面中央にモールドされたロゼットひずみゲージを貼付け、無荷重の状態でオーバーコアリングに伴うひずみを測定した。

オーバーコアリングの径については77 mmと160 mmの両方を試験した。結果を表6. 6に示す。この結果からは表面の残留ひずみの大きさは、あまりオーバーコアリングの径の大きさに影響されないといえる。これはコンクリートの表面に存在する残留応力場の特徴によるものであろう。また、同じ無荷重状態で77 mm径を用いたオーバーコアリングに伴って生じるひずみ量を比較すると、表面の値の方が供試体内部の中央面の値（表6. 4）よりかなり小さい。

6. 2. 3 アクテブゲージとダミーゲージの接着面の温度差の影響に関する試験

コンクリートの温度が上昇すれば、熱膨張によってひずみが生じる。単位温度変化によりもたらされるひずみの大きさは線膨張係数と呼ばれるが、オートンネルのライニングから得たコンクリート試料の場合、線膨張係数は $7.5 \mu / ^\circ \text{C}$ であった。

本研究に使われている2ゲージ法では、基本的にダミーゲージとアクテブゲージの温度が同じでなければ正しいひずみは計れない。しかし、オーバーコアリング作業に伴い発生する熱は孔壁に伝わり、アクテブゲージとダミーゲージとの間に温度差を引き起こす。

ここでは、通常の作孔においてダミーゲージとアクテブゲージの温度

差がどの程度になるかに関し、幾つか条件を変えて試験をおこなったのでそれについて述べる。方法としては測定孔のアクテブゲージ、ダミーゲージが貼られている被測定対象の近傍に温度センサーを貼り付け、オーバーコアリング中あるいはその後の温度変化を記録した。なお、特に断らない限り、オーバーコアリングは77mm径のビットを用いておこなった。

(1) 6. 2. 1節(2)で述べた無荷重条件下でおこなわれた試験に際して記録された孔壁、ダミーの温度変化と周方向の孔壁ひずみを図6. 3に示す。

(2) オートネルにおける試験結果は次のようであった。本来3枚のロゼットゲージを貼付る箇所の一つに温度センサーを貼付し、オーバーコアリングに伴う孔壁、ダミーの温度変化および6つの孔壁ひずみを記録した。図6. 4に測定結果を示す。ひずみは孔の周方向成分である。

(3) 内径1800cm、厚さ40~50cmのコンクリートカルバートを用い、無荷重状態で上と同様の測定をおこなった。その結果を図6. 5に示す。

(4) 一辺が3m程度の大きな砂岩ブロックに対して、無荷重状態で160mm径のビットでオーバーコアリングをおこない、これに伴う孔壁、ダミーの温度変化および幾つかの孔壁ひずみを記録した。結果を図6. 6に示す。

以上の4つの試験結果から以下の結論が得られる。

- ① 孔壁の温度はいずれもオーバーコアリングが終了した直後に最大値に達する。その後、20分前後経過すると元の温度に落ち着く。
- ② オーバーコアリングに伴いダミーゲージの温度も上昇するが、孔壁

の温度上昇よりも遅れて変化が現われる。多くの場合、オーバーコアリングが終了してからダミーゲージの温度が上昇し始める。

- ③ 孔壁ひずみが孔壁の温度変化（あるいはダミーとの温度差の変化）に依存して変化する傾向は見られなかった。
- ④ 作孔水を節約して使うと、オーバーコアリングの終了直後の孔壁の温度上昇量は $5 \sim 7^{\circ}\text{C}$ になる。大量の作孔水を使用すれば、 77 mm 径のオーバーコアリング時でも孔壁の温度上昇は 2.5°C 程度に留まる。作孔水量を多めにかつライニングと同一の水温のものを使えば、温度問題は考えなくてもよいといえる。

表 6. 1 孔壁ひずみ法による応力測定結果。
供試体の除荷に伴うひずみを測定 kgf/cm^2

	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
載荷圧力	-15	-40	0	0	0	0
測定応力	-14	-36	1	0	0	1

表 6. 2 孔壁ひずみ法による応力測定結果。
7.7 mm 径のオーバーコアリングに伴うひずみを測定 kgf/cm^2

	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
載荷	-38	-70	0	0	0	0
補正前	-8	-30	25	-1	-4	-2
補正後	-30	-53	-1	-1	-3	-1

表 6. 3 7.7 mm 径のオーバーコアリングに伴うひずみ。無荷重
 $\times 10^{-6}$

位置	ϵ_θ	ϵ_{45}	ϵ_z
0°	-170	-110	-45
120°	-240	-170	-160
240°	-195	-130	-110
平均	-202	-137	-105

表 6. 4 160mm 径のオーバーコアリングに伴うひずみ。無荷重
× 10⁻⁶

	ε_{θ}	ε_{45}	ε_z
0°	20	25	22
120°	-10	-3	20
240°	-10	10	3
平均	0	11	15

表 6. 5 孔壁ひずみ法による応力測定結果。
160mm のオーバーコアリングに伴うひずみを測定
kgf/cm²

	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
載荷	-30	-60	0	0	0	0
補正前	-32	-61	-2	3	-1	-4
補正後	-32	-61	-2	3	-1	-3

表 6. 6 応力解放に伴う 25cm 角のモルタルブロック表面の
ひずみ変化。無荷重
× 10⁻⁶

	ε_x	ε_{45}	ε_y
77mm	-55	-65	-75
160mm	-55	-55	-60

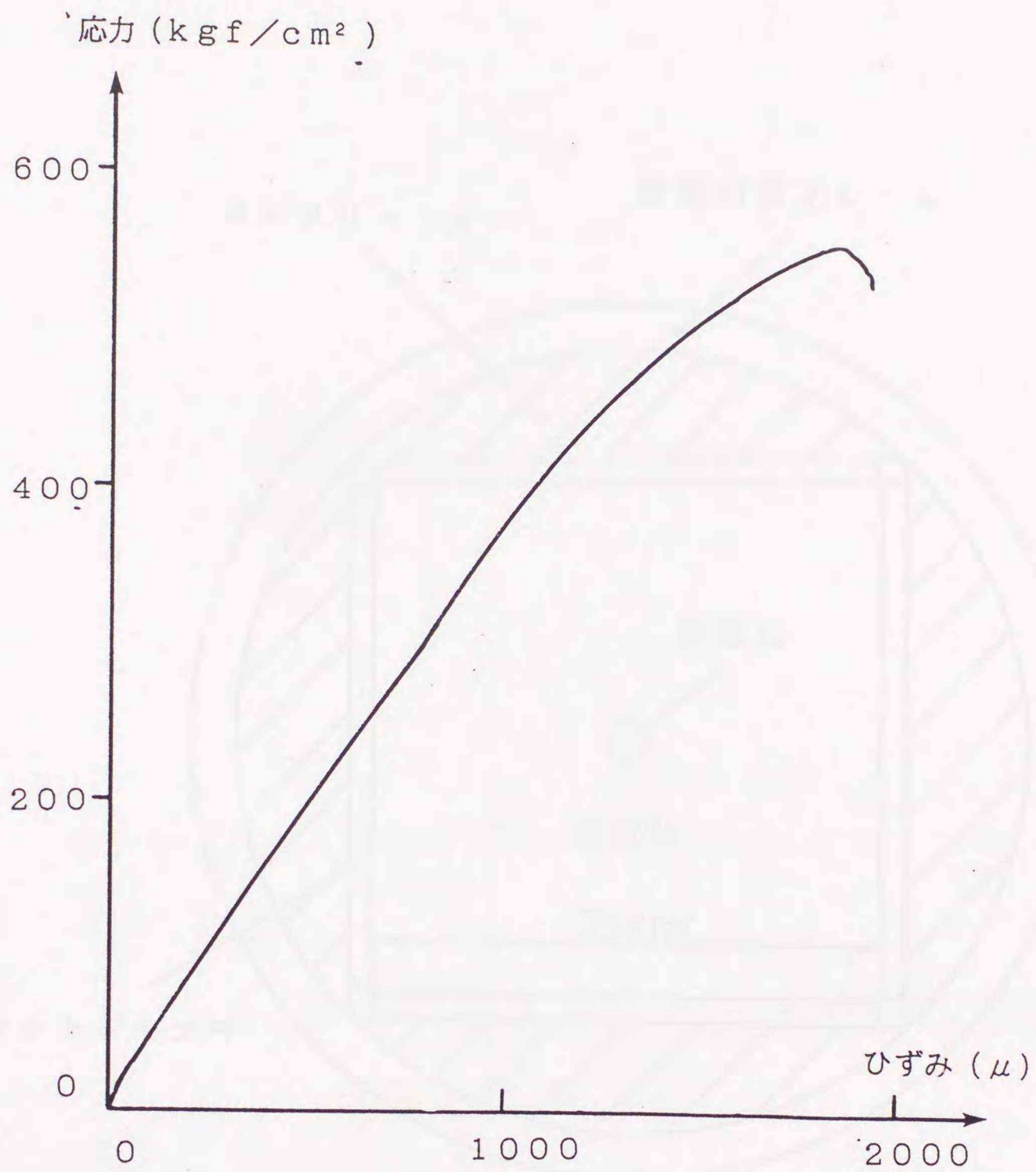


図6. 1 一軸圧縮下におけるコンクリートの応力-ひずみ線図
(コンクリートはO・トンネルライニングより採取した)

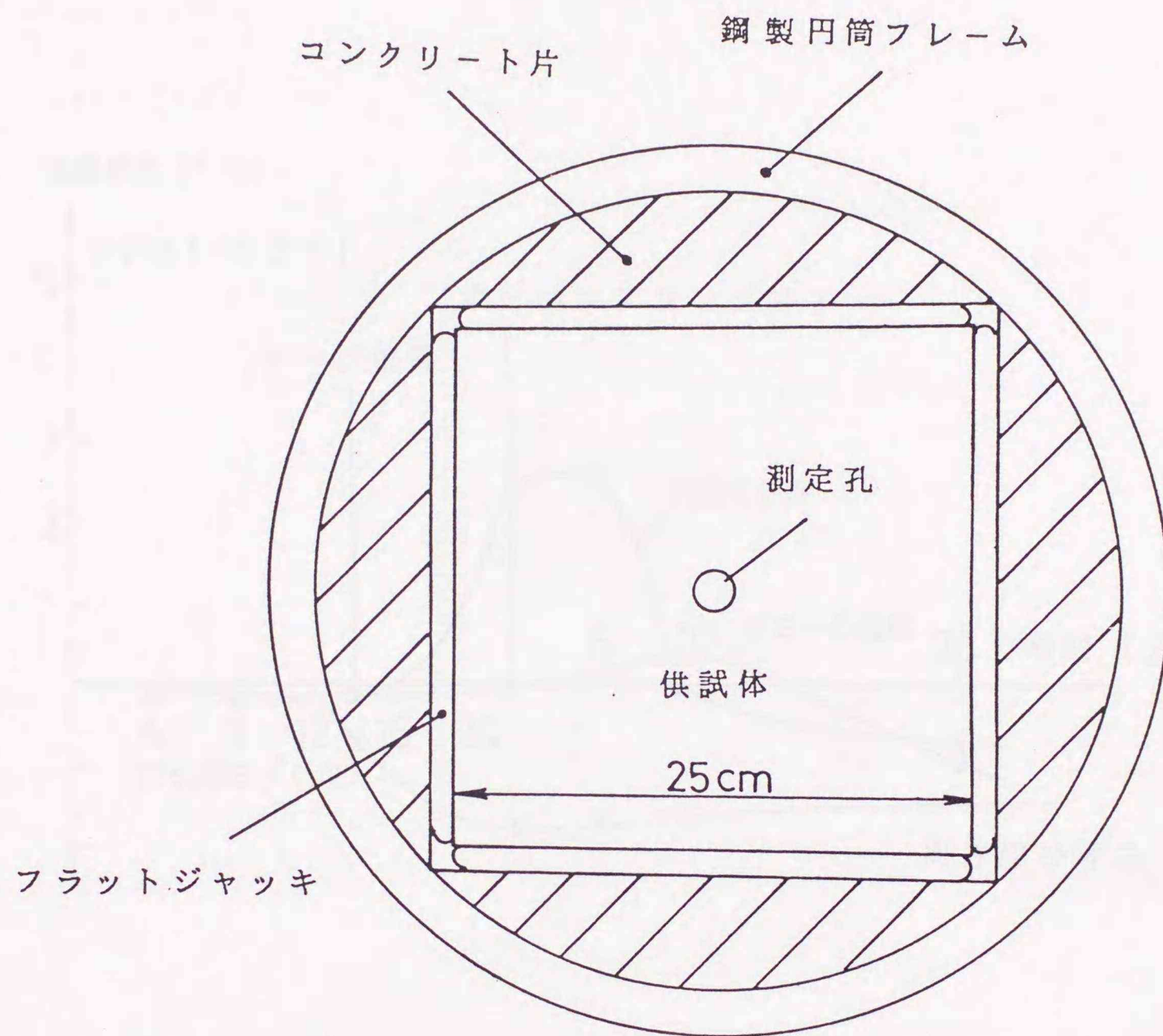


図 6. 2 立方体状供試体の 2 軸載荷試験装置

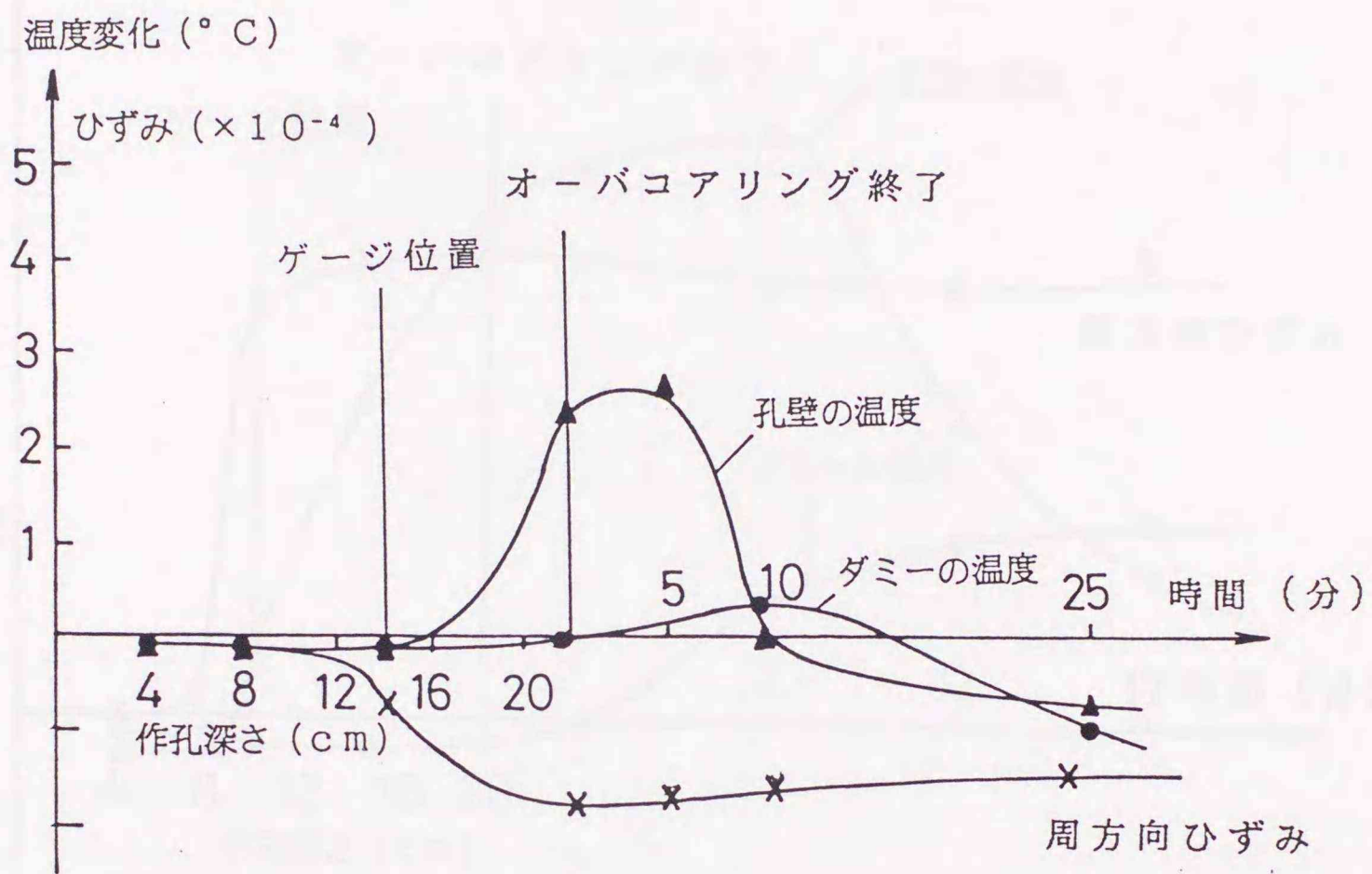


図6. 3 77mm径オーバーコアリングに伴う供試体の中央面の孔壁におけるひずみと温度の変化、無荷重、一辺25cmのモルタルブロック使用

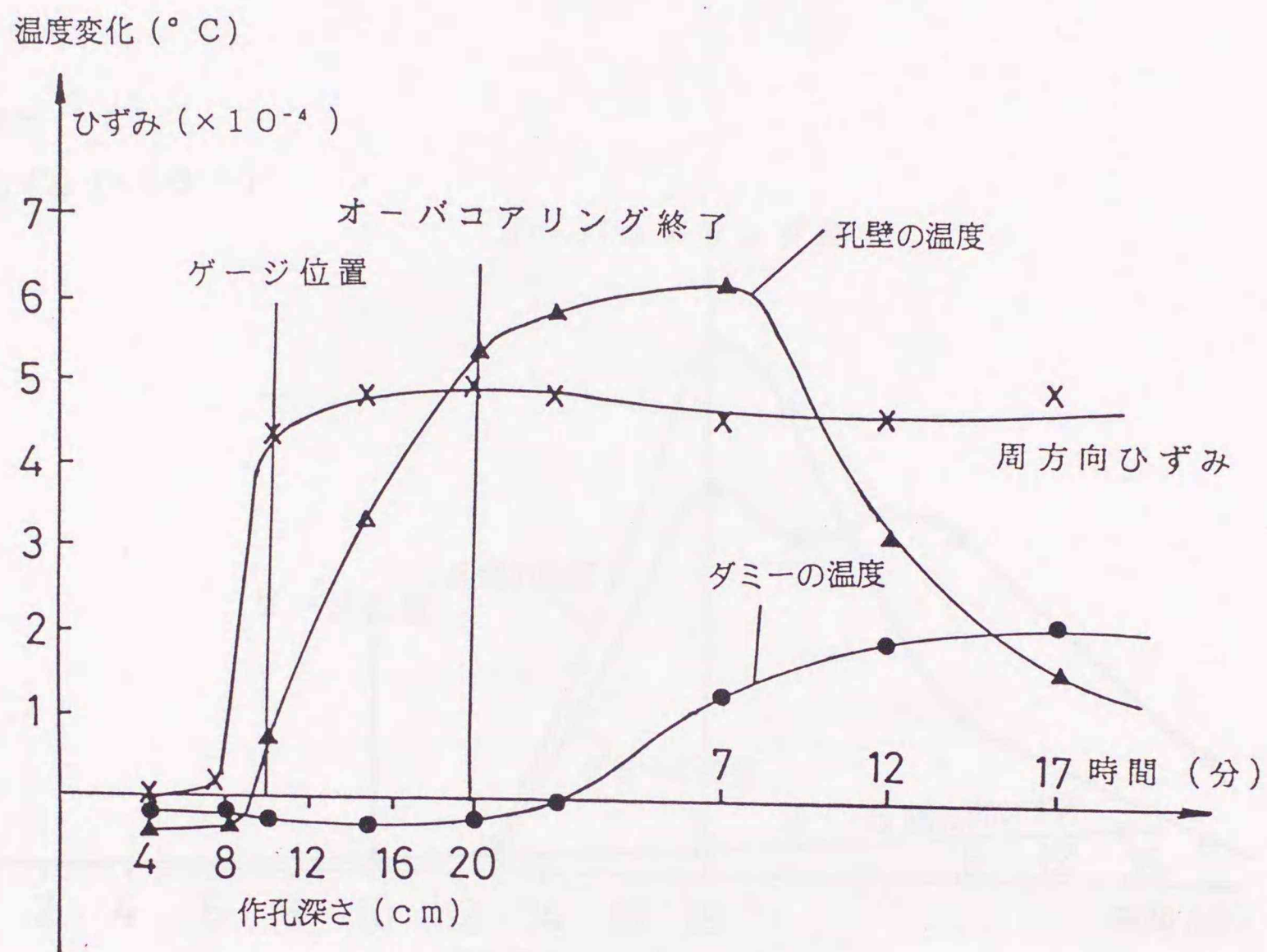


図6. 4 77 mm 径オーバコアリングに伴うライニングの中央面の孔壁におけるひずみと温度の変化、オートンネル

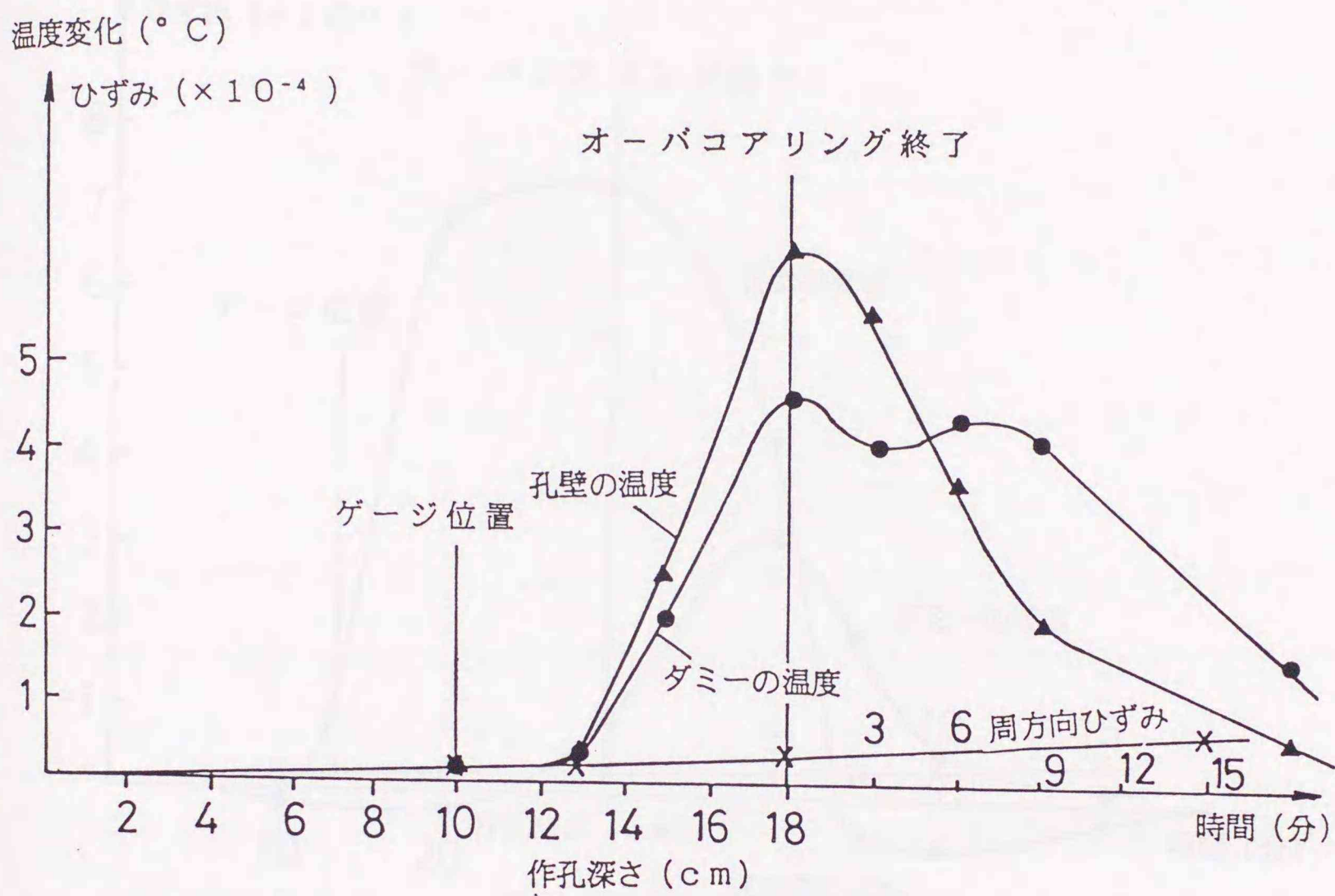


図6. 5 77mm径オーバーコアリングに伴うコンクリートカルバートの中
央面の孔壁におけるひずみと温度の変化、無荷重

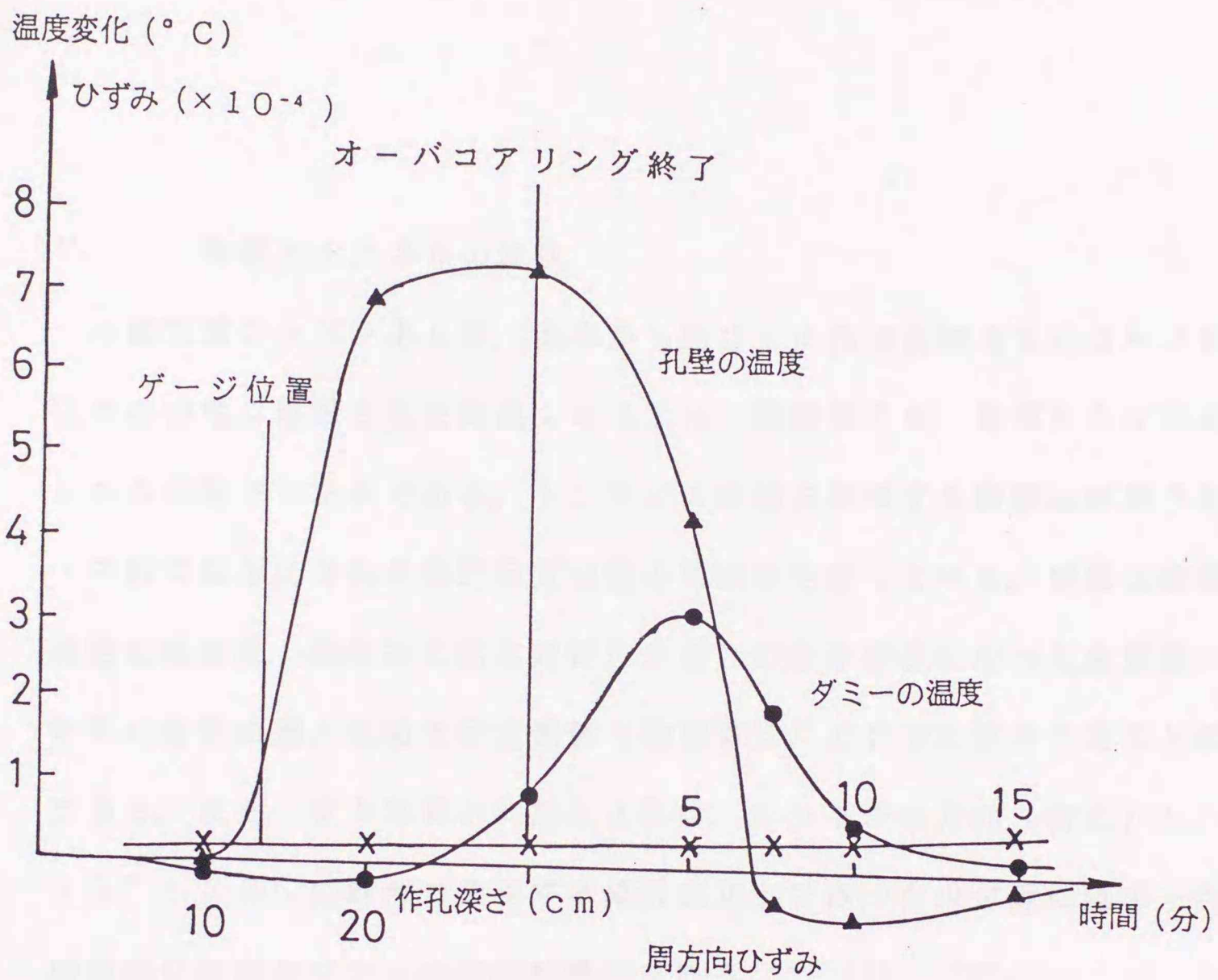


図6. 6 150mm径オーバーコアリングに伴う孔壁におけるひずみと温度
の変化、供試体は一辺が約3mの砂岩ブロック、ひずみゲージと温
度センサーは表面から12cmの深さに埋設

第7章 ライニング内の応力測定 と応力解析 — オートネルの事例 —

7. 1 地質とトンネルの変状

一般国道オートネルは、海岸から約2 km 内陸の標高200～300 mの山地に建設された延長1901 m、総幅員8 m、巻厚60～80 cmの山岳トンネルである。トンネルの周辺を構成する岩盤は新第三紀・中新世に対比される角閃石安山岩の熔岩からなっている。岩盤は硬質緻密な固結部、局所的に鉍化変質作用をこおむり礫状になった変質部、さらに変質の進んだ粘土状変質部（強変質部）の3つに区分することができる。また、空中写真の判読によれば、トンネルの方向（南北）と $10^{\circ} \sim 20^{\circ}$ の鋭角で交差する線構造がトンネル中央付近に認められ、地質的に軟弱なゾーンの存在が推定される^{(68), (69), (70)}。

本トンネルは1972年に着工し1977年に完成したが、トンネル中央部より札幌側の変質部では難工事であった。

トンネル完成後、数年間は目立った変状はなかったが、3年後の1979年には中央部より札幌側の5箇所で歩道と縁石に若干の変状が発生した。しかし、この変状はいずれも際立った進行が認められず、規模も数cm以下と小さいものであった。1981年6月にはトンネル中央部の4ブロックの約25 m区間で、山側路面と縁石が約30 cm浮き上がり、変位の進行も急激なことから、内壁断面の縮小、覆工の破損など、トンネルの維持管理上の問題を生じた。このため、1982年に第1回

の本格的な補強対策が講じられた。その後、再び変状が生じ、1990年には2回目の補強工事が開始された。変状区域のかぶりは約100mで、地山強度比は0.9以下と評価されている⁽⁷¹⁾。

7. 2 測定作業

変状区間のほぼ中央にあたる18k949.5mの位置に測定断面を設け、ここに図7.1に示すように8つの測点を設定してライニング内の応力測定を実施した。

測定作業中はトンネル片側の交通を規制して作業空間を確保した。測定作業には1つの側で4日、合計8日間を要した。1日に内壁面の測定を2回、中央面の測定を1回程度実施できることがわかった。測定手順は次のようである。

(1) ボーリング機械を固定するために測点の近くにハンドドリルを用いて10mm径の小孔を作孔、これに8mm径のアンカーボルトを打設する。機械の固定にはボルト1本で充分で、また、機械をはずしても元の位置にリセットできる。このため、測定孔とオーバーコアリングの中心をほとんどずらさずに作孔することができる(写真7.1参照)。

(2) 内壁面の測定に先立ち、表面が平滑であることを確認する。湧水があれば、測定面の周囲をモルタルで囲い、測定面がぬれないようにした上で、ドライヤーにより表面を乾燥させる。ゲージ貼付け位置に微小な空隙があれば、コンクリート用充填材(PN65, 共和電業製)を用いて処理をする。写真5.1に示すモールドされたロゼットゲージを貼付する前にアセトンで被接着部の表面を清浄にする。

(3) ゲージは数分間押し付ける。接着剤の硬化を待ち、約1時間の経過の後に77mm径のビットを用いオーバーコアリングする。作孔長が15cm程度になったならば作業を止め、ひずみの測定をするが、作孔途中も1~2回はひずみの測定をする。測定終了後、コアを折り取り、回収する(写真7.2)。コアは保存し、必要に応じて載荷試験などに供する。

(4) ライニング中央面の測定をするために41mm径の孔を中央面より約10cm奥まで作孔する。内視鏡(写真7.3参照)を用いて中央面の孔壁を観察し、表面の状態を調べる。その後、水洗、強制乾燥、アセトンによる壁面処理をした後、ジグを用いて3組のロゼットひずみゲージを所定の深さ、方向に接着する。約1時間の経過の後にオーバーコアリングするが、その前にゲージを圧着するための圧縮空気を送る6mm径のホースを切断し、小孔の口元をゴム粘土で塞ぎ、作孔水が中に入らないようにする。

オーバーコアリングに伴うひずみの測定が終了した後、円筒状のコアを折り取り、回収して作業を終了する。必要ならば、オーバーコアリングで作られた孔はモルタルなどで塞ぎ、元の状態に戻す。

測定は2人でおこない、上部の測定作業はスカイマスターに乗って実施した。

7. 3 応力測定結果

測定断面を示す図7.1において、図中の一点鎖線は内壁面と中央面(内壁と背面の中間位置)の2つの深度で測定したことを表している。

図からわかるように、山側側壁とインバートにおいては測点数が少なく、しかも、中央面の測定例が無い。これは主に、測定孔の作孔途中で補強に入れた鉄筋やH鋼に当たってしまい、作業の中断を余儀なくされたためである。なお、測点2の中央面における測定は失敗した。これはオーバーコアリング中にコアが切れ、コードがコアと一緒に回転し、伸びきってしまったためである（測定系の抵抗値が変わってしまった）。これ以外の測定はゲージの接着もうまくいった。オーバーコアリングに伴うひずみ量を表7. 1に示す。なお、各ひずみ成分と方向の定義については添付図を参照されたい。

ライニングから得たコアを用いておこなった室内試験から、ヤング率 $E = 1.89 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.18$ と評価された。測定されたひずみ値を観測方程式である(4. 17)式に代入し、最小2乗法によって求めた応力値を表7. 2に示す。測定ひずみの中には温度変化に起因するひずみ（その大きさについては6. 2. 3節参照）や乾燥収縮ひずみなどの残留ひずみの影響が混入している可能性がある（なお、測定対象としたコンクリートの材令は約13年である）。さらに、オーバーコアリングが77mm径ビットでなされたことも考慮に入れるべきであろう（6. 2. 1節参照）。しかし、観測されたひずみには何の補正もせず、そのまま使用した。このため、評価された応力は真の値からずれている可能性がある。しかし、もしずれがあったとしても、その大きさはいずれの測定値もほぼ同じであると期待される。このため、少なくとも相対的な値はかなり信頼してさしつかえないであろう。ただし、結果の解釈などをする際にはこのことに注意する必要がある。

図7. 2は円周方向の応力成分 σ_θ の分布を示したものである。

測定結果に関するコメントを以下に述べる。

(1) ライニングの面内応力成分 (σ_x , σ_y) と面外応力成分 (σ_z , τ_{xz} , τ_{yz}) を比べると、前者の方が大きい (表 7. 2 参照)。これは、軟弱層中に設けたトンネルライニング内の応力状態の一つの特徴といえる。

(2) いずれの測点においても、せん断応力成分 (τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx}) は直応力に比べて小さい。特に、面内せん断応力成分 τ_{xy} が小さい。これは、面内の応力状態の中で、主応力の 1 つがトンネル軸、もう 1 つが周方向を向いていることを意味しており、もっともらしい結果といえる。

また、面外せん断応力 (τ_{yz} , τ_{zx}) は、覆工面に垂直な直応力 σ_z とほぼ同じ大きさになっているが、測定数の内で半分ぐらいは 0 に近い。背面におけるせん断応力はあまり大きくなく、しかも、不均一に作用していることを伺わせる。

(3) 図 7. 2 に示すように、内壁、中央面ともトンネル周方向の応力成分 σ_y は全て圧縮応力となっている。インバートの測点①、⑧の応力値が小さいのは、次の 2 つの理由が考えられる。すなわち、第一には、ここは度々修復作業を繰返しており、最初の建設時の応力が変わってしまったことである。第二には、測定箇所の付近で図 7. 1 に示すように深さ 20 cm 程度のはつりをしたことである。測点⑦も修復工事でなされた吹き付けコンクリート上に設けられており、上記と同じ理由で応力値が小さくなったと解釈される。

アーチクラウンの応力値は他に比べて大きい。これは、ここが従来まったく修理されておらず、竣工後からの地圧の影響がそのまま残っているためであろう。

(4) 中央面における直応力 σ_z の内で、④、⑥は値が引張になっている。また、円周方向の直応力 σ_y がライニングの厚み方向に直線的に分

布するものとすれば、測点⑤、⑥では背面近くで値が引張になる。これらの応力分布は異常であるといえる。これについては測定誤差と解釈すべきかも知れない。もし、乾燥収縮ひずみなどの残留ひずみの影響があるとすれば、真の応力は測定された値に比べ、より大きな圧縮応力値を取るはずである（6. 2節参照）。その結果、上述した引張り応力は全て圧縮になるであろう。なお、6. 2節で述べた室内試験からは、残留応力値は内壁面の方が中央面よりも小さいという結果が得られている。この点からいうと、内壁面の測定結果の方が信頼性が高いといえる。

また、測定値が正しいとすれば、これは次のように解釈することもできる。すなわち、山側の側壁には補強用にボルトが打設されており、この張力が異常をもたらした。

（5）各測点毎に、トンネル軸方向（x方向）の直応力 σ_x は理論的には一定になるはずである。内壁面と中央面の値の両方が得られているものについて応力 σ_x を比較すると、（-8, -10）, （-67, -41）, （-24, -26）, （-39, -21）, （-15, -9）の値（いずれも圧縮応力で単位は kgf/cm^2 ）が得られている。ばらつきは大きい、両者は60%以下の誤差で一致している。

7. 4 トンネルに作用する地圧の推定

測定結果の妥当性を検討する一助として、比較的、測定値が多く、また、相対的に測定精度の高い内壁面の測定結果を用い、トンネルライニングにもたらした地圧の推定を試みてみよう。

7. 4. 1 内壁面の測定応力から逆解析によって推定した地圧の状態
トンネルに変状をもたらした作用地圧は大きさが $(\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0})$
の様な状態とし、また、岩盤、ライニングは等方弾性的に挙動するも
のとする。このような仮定の下に、地圧を逆解析的に推定してみる。

まず、次の3つの境界条件下で、平面ひずみ条件を仮定し、8節点四
辺形アイソパラメトリック要素を用いた有限要素法によって応力解析を
実行する。なお、ライニングのヤング率とポアソン比は現場から持ち帰
ったコアより求めた値を用い、トンネル周辺の岩盤は軟弱であることを
考慮し、ヤング率はトンネルライニングの値の $1/10$ の大きさである
とする。

$$(1) \sigma_{x0} = 1, \sigma_{y0} = 0, \tau_{xy0} = 0$$

$$(2) \sigma_{x0} = 0, \sigma_{y0} = 1, \tau_{xy0} = 0$$

$$(3) \sigma_{x0} = 0, \sigma_{y0} = 0, \tau_{xy0} = 1$$

測点 i における測定値を $\sigma_{tm}(i)$ 、計算によって得られる応力値を
 $\sigma_t(j, i)$ としよう。ここに、 σ_t はトンネル周方向の直応力成分、
また、 j は3つの境界条件のいずれかに対応し、 $1 \sim 3$ の値をとる。

測定結果にもっとも合う地圧の大きさ $(\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0})$ は、次式
によって定義される S 値を最小にする条件から求める。

$$S = \sum_{i=1} [\sigma_{tm}(i) - \{ \sigma_{x0} \sigma_t(1, i) + \sigma_{y0} \sigma_t(2, i) + \tau_{xy0} \sigma_t(3, i) \}]^2$$

測定データ数 (n) は、最小限、3個あれば本方法が使用できる。し
かし、測定値には誤差が含まれていることを考えると、信頼の置ける結
果を得るためには、測定数はなるべく多い方が望ましい。

なお、ライニングが一部破壊した状態の影響を調べるために、3. 7
節で述べたデータを利用して逆解析を試みた。その結果、このような場

合でも作用地圧を正確に予想できることがわかった。多少の破壊は作用地圧に関する予想の正確度に影響しないようである。

内壁面の周方向の直応力については8つの測定値がある。しかしこの内で、ライニング右側（山側）のインバートおよび床の山側半分の表面は、はつり作業などで応力が擾乱を受け、また、湧水が著しく表面が相当にぬれた状態であったこともあり、今回はこれらの箇所の測定ひずみを使用しないことにした。このため、合計6つの測定値を用いた。逆解析の結果を以下に述べる。

なお、2年前の1988年にも同一断面の近くで内壁面の測定をしている。そのデータを用いた結果も示すと次のようになる。

1988年6月の地圧: $\sigma_{x0} = -3.7$, $\sigma_{y0} = 0.7$, $\tau_{xy0} = 1.3$

1990年8月の地圧: $\sigma_{x0} = -6.9$, $\sigma_{y0} = -5.6$, $\tau_{xy0} = -0.9$

Kgf/cm²

2年前の応力状態は一軸圧縮状態に近いのに対して、今度の応力状態は等方圧状態に近い。ただし、いずれも斜め上方から最大の圧縮応力が作用しているという傾向は変わらない（1990年では、 $\sigma_3 = -7.4$ kgf/cm²、方向は27°、1988年では $\sigma_3 = -4.5$ kgf/cm²、方向は15°）。推定された応力場は、当該トンネルの囲りのゆるみ領域が図7.3(a)に示すように山側斜め上方に発達していることと符合している。

図7.4(a)は今回の測定に基づくライニングの変形と背面圧の予想を示している。床は上に凸に変形しているが、ここで引張破壊の変状が起こっていることと調和的である。

7. 4. 2 ゆるみ域が一様に吸水膨張するときが発生する地圧の予想

上記の解析から、オートンネルの変状をもたらしている原因はゆるみ域と密接な関係のあることが推定された。そこで、これについてもう少し検討することにしよう。

調査により、ゆるみ領域と強変質部はほぼ一致しており、また、強変質部にはモンモリロナイトのような吸水膨張性粘土が含まれていることがわかっている。このため、地圧は吸水膨張によるものであることが十分に考えられる^{(72), (73)}。

そこで、吸水膨張圧によってどのような応力がトンネルライニングにもたらされるかに関し、2次元弾性解析を試みた。岩盤、ライニングは共に弾性的に挙動するものとし、7. 4. 1節と同じモデルを用いた。

吸水膨張は等方的な(内部)ひずみをもたらすものとして、図7. 3に示すゆるみ領域にこれを分布させた。計算結果を図7. 4(b)、7. 5に示す。図7. 4(b)はライニングの変形状況と背面圧の分布を示したものである。変形は図7. 3(b)に示す現場で得られた内空変位の測定結果と傾向がよく合っている。また、主な傾向は図7. 4(a)に示す一様な地圧の作用を仮定した予測とも一致している。

図7. 5はライニングの周方向の応力分布を示したものであるが、海側の側壁から天床にかけての状態は図7. 2に示した実測と比較的良好一致を示している。また、踏前は引張応力となっているが、ここでは7. 1節で示したように引張破壊が生じている。

以上、応力に関する測定結果は個々の絶対的な正確度には問題があるにしても、全体の測定結果は変状についての傾向を把握、その原因を推定する上で有用であることを示しているといえよう。

表7. 1 (その1) オーバーコアリングに伴うひずみ (内壁面)
 $\times 10^{-6}$

測点	ϵ_0	ϵ_{45}	ϵ_{90}
1	70	60	10
2	15	140	140
3	320	150	115
4	110	45	65
5	135	205	355
6	30	110	260
7	115	55	-10
8	30	15	5

(ひずみの方向については右図参照)

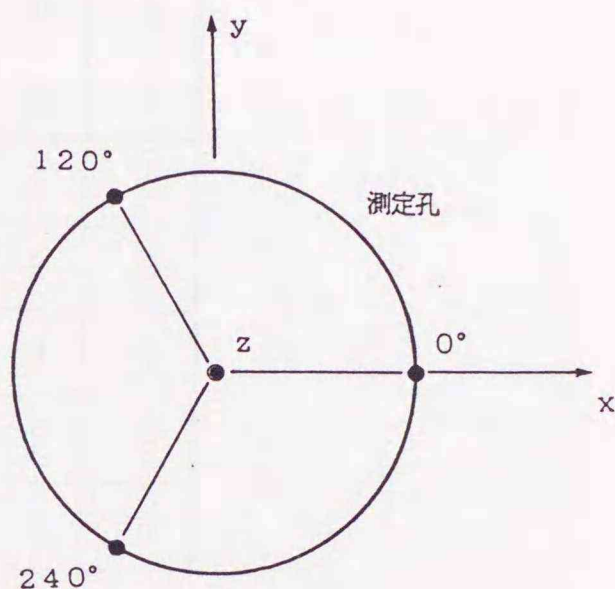
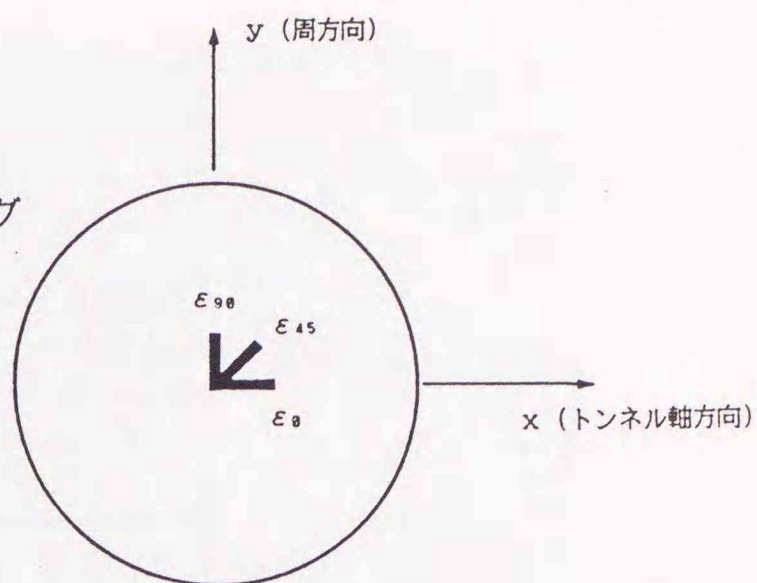


表7. 1 (その2) オーバーコアリングに伴うひずみ (中央面)
 $\times 10^{-6}$

測点	方向0°			方向120°			方向240°		
	ϵ_0	ϵ_{45}	ϵ_{90}	ϵ_0	ϵ_{45}	ϵ_{90}	ϵ_0	ϵ_{45}	ϵ_{90}
3	95	20	-60	290	285	225	515	100	-105
4	235	60	-170	295	115	-25	250	45	-25
5	40	-35	0	95	-20	-25	330	305	60
6	220	215	-25	140	-10	-80	80	-40	-65

(ひずみの方向については右上図参照)

表7. 2 内壁面と中央面の測定応力値 (+ : 引張)
kgf/cm²

MP		σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
1	P ₁	-14	-4	0	3	0	0
	P ₂	—	—	—	—	—	—
2	P ₁	-8	-28	0	10	0	0
	P ₂	-10	-16	-19	2	3	4
3	P ₁	-67	-34	0	-11	0	0
	P ₂	-41	-18	-14	1	0	9
4	P ₁	-24	-17	0	-7	0	0
	P ₂	-26	-22	5	3	2	5
5	P ₁	-39	-74	0	-6	0	0
	P ₂	-21	-9	-8	-6	-4	8
6	P ₁	-15	-52	0	-6	0	0
	P ₂	-9	-17	6	1	9	1
7	P ₁	-22	-2	0	0	0	0
	P ₂	—	—	—	—	—	—
8	P ₁	-6	-2	0	0	0	0
	P ₂	—	—	—	—	—	—

MP = ライニング上の測点番号

P₁ = 内壁面の測点

P₂ = 中央面の測点



写真 7. 1 回収されたコア（ライニング中央面の測定結果得られたもの）



写真 7. 2 回収されたコア（ライニング内壁の測定結果得られたもの）

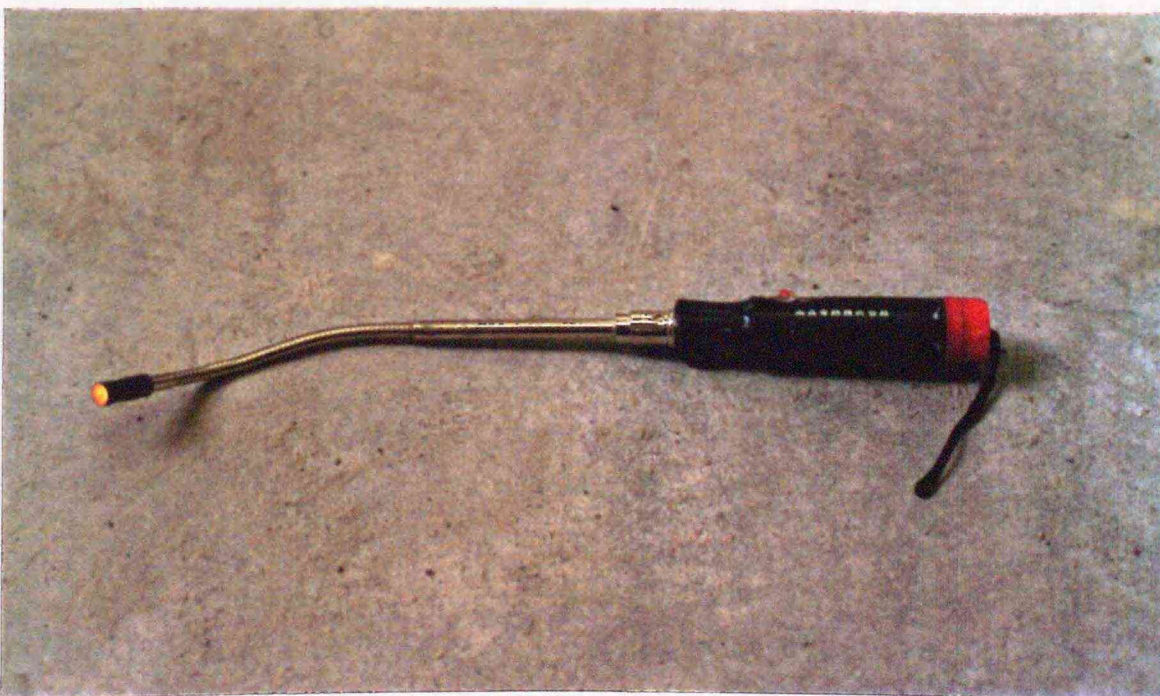


写真 7. 3 41mm 径のボアホール壁面を観察する内視鏡

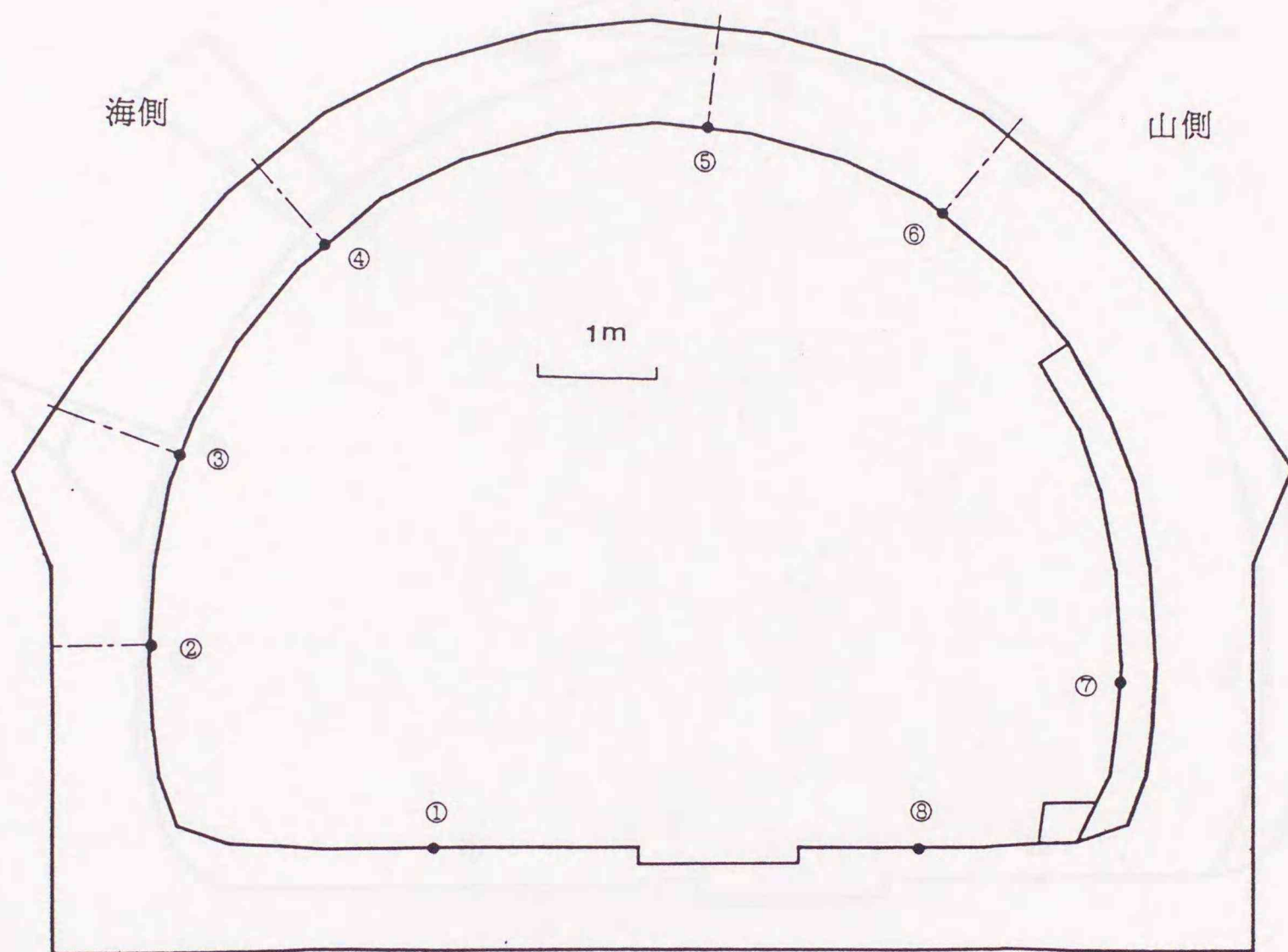


図7. 1 O-トンネルにおけるライニング内の応力を測定するための断面

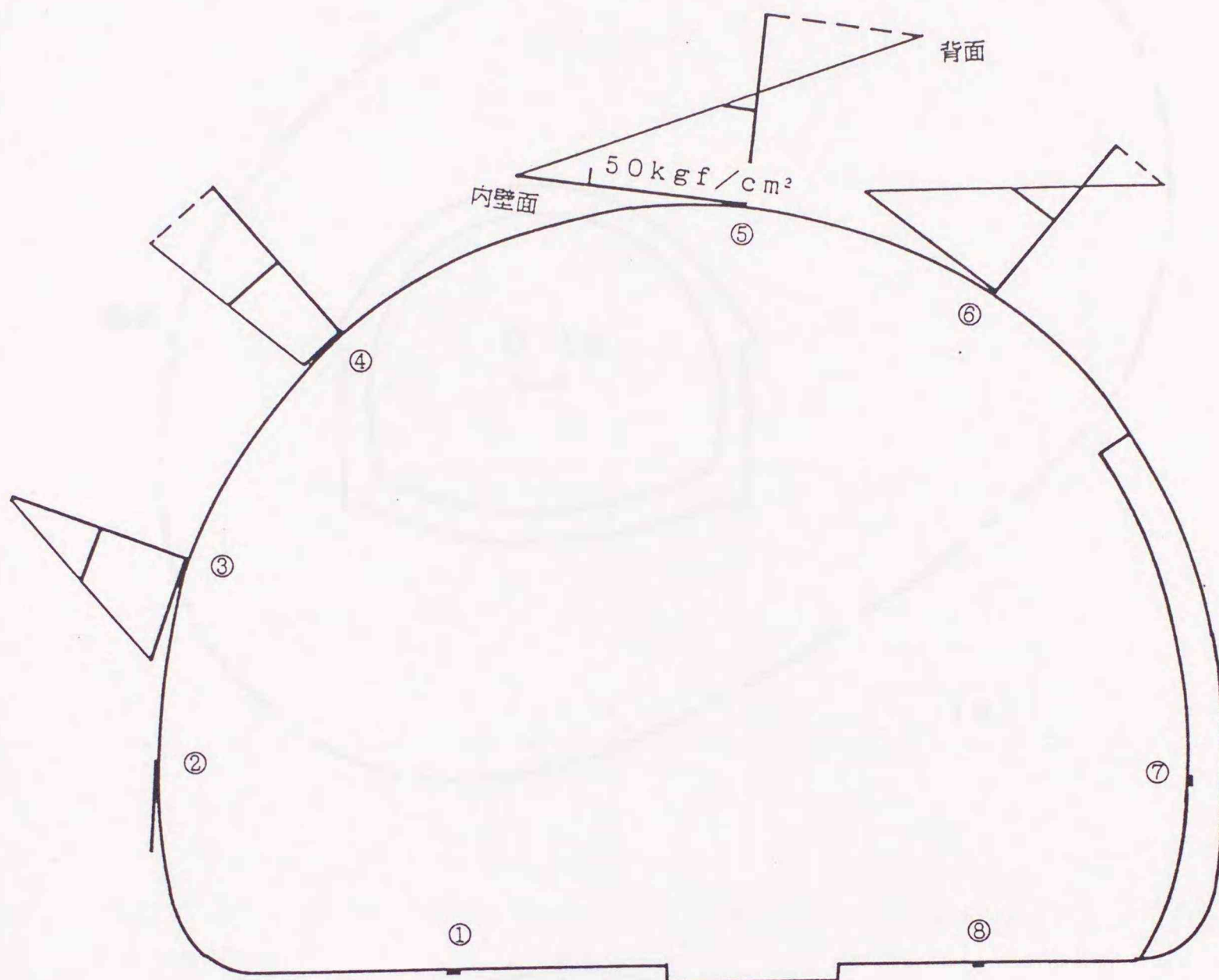


図 7. 2 トンネルライニングの周方向の応力分布

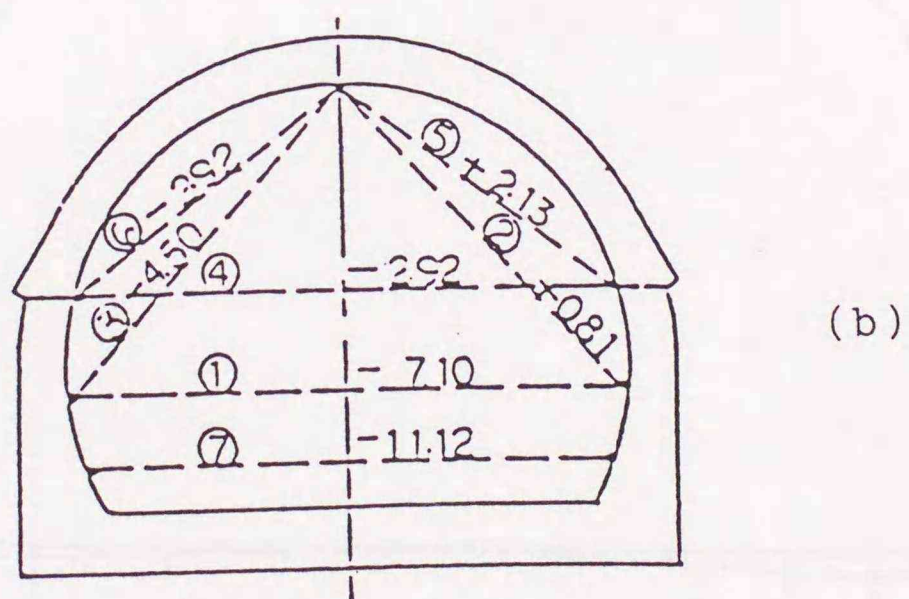
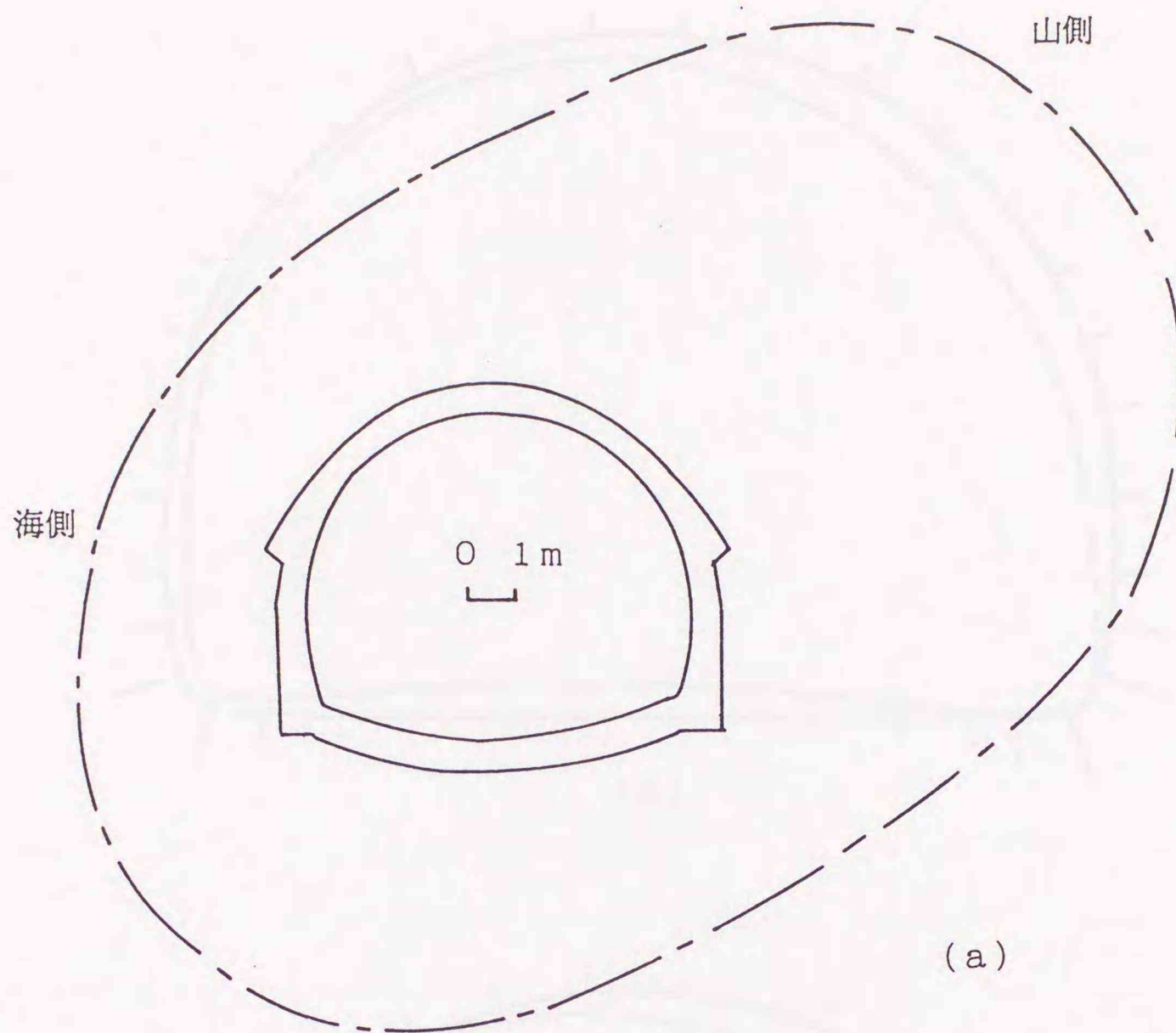
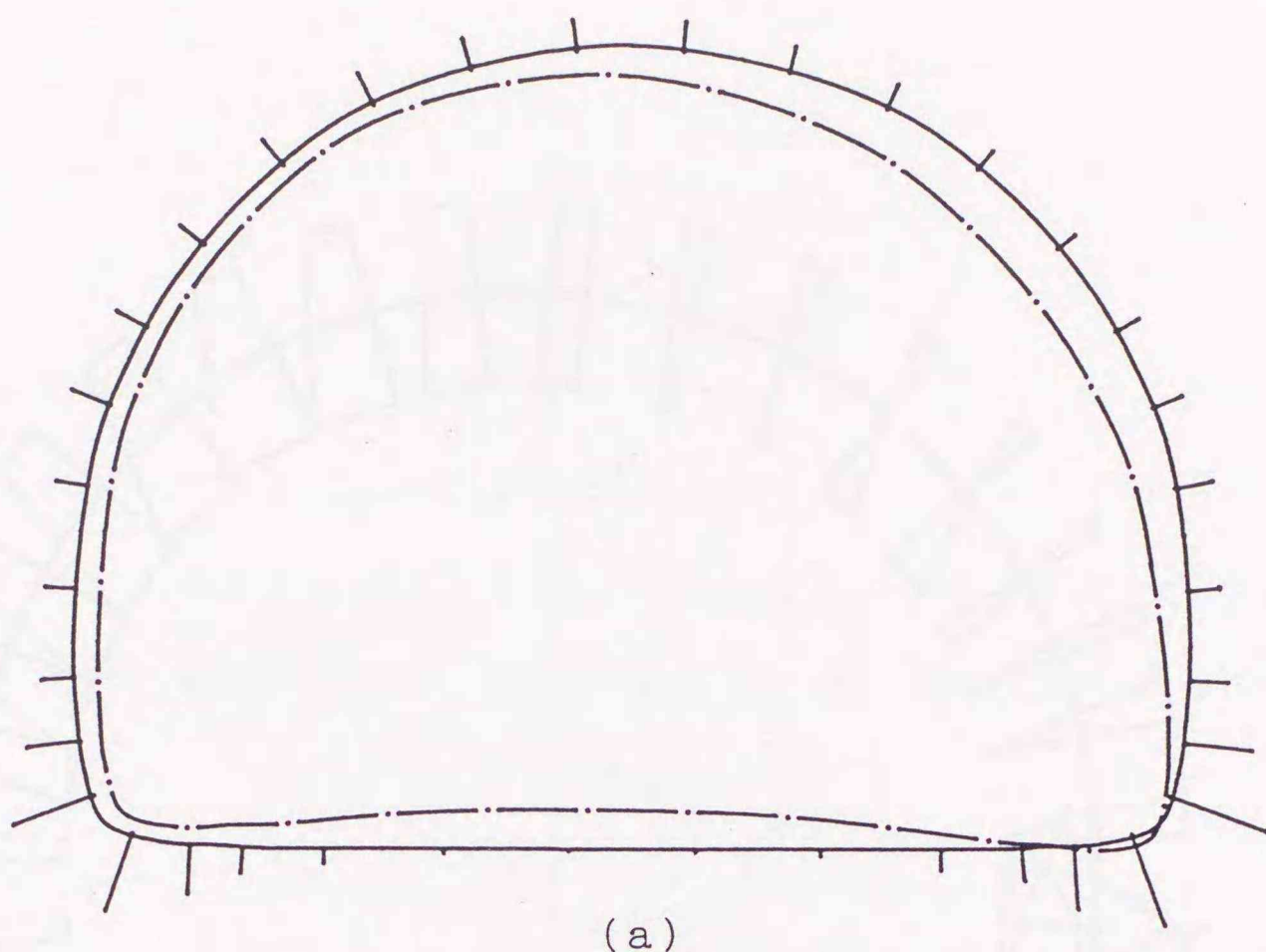
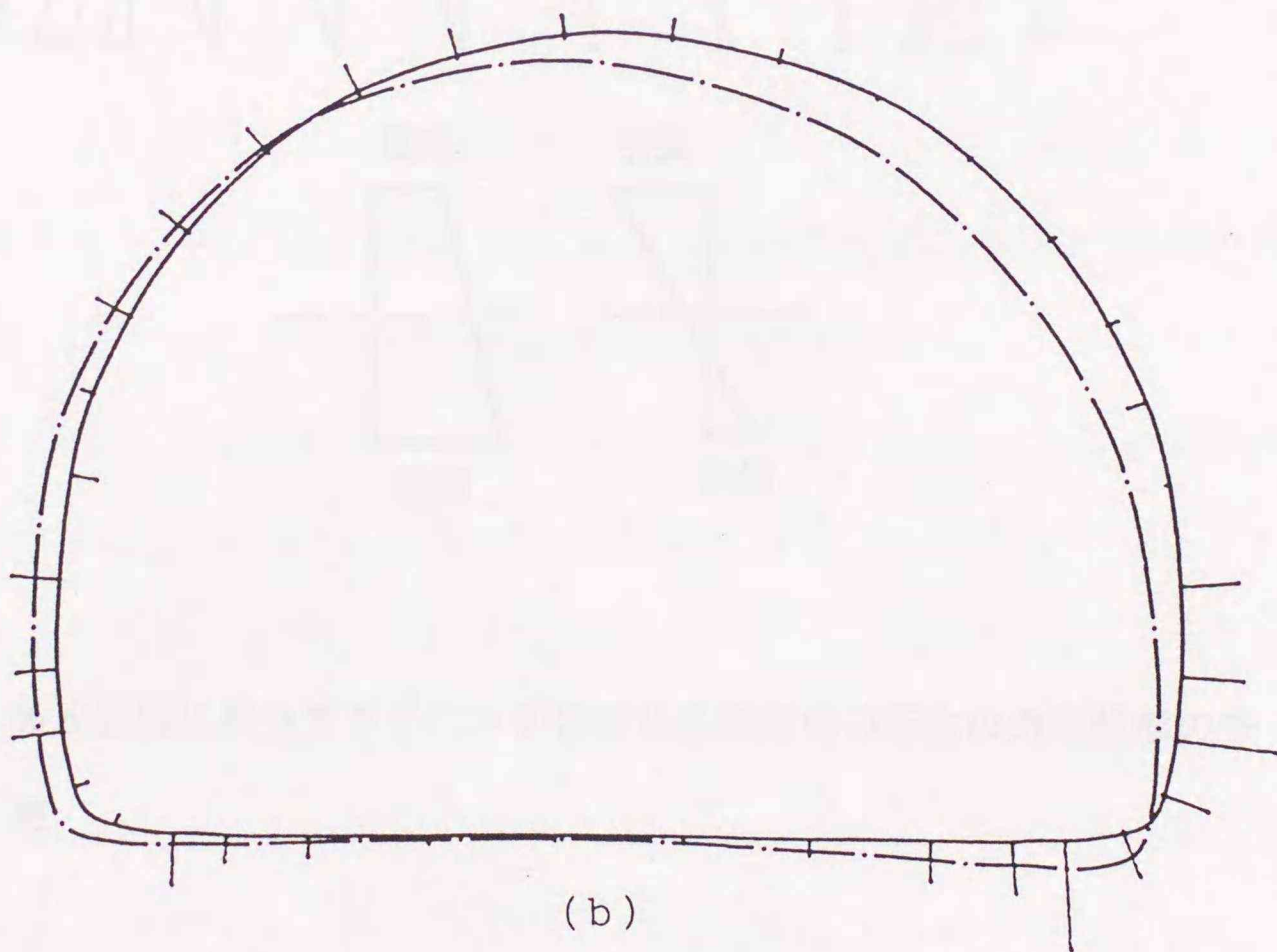


図 7. 3 オートンネル測定断面近傍のゆるみ域の形状（粘土状の強変質帯に一致）（a）と内空変位の実測値（b）



(a)



(b)

図 7. 4 ライニングの変形と背面圧の予想。
(a) 一様な地圧の作用に伴う場合
(b) 図 7. 3 (a) に示すゆるみ領域の吸水膨張に伴う場合

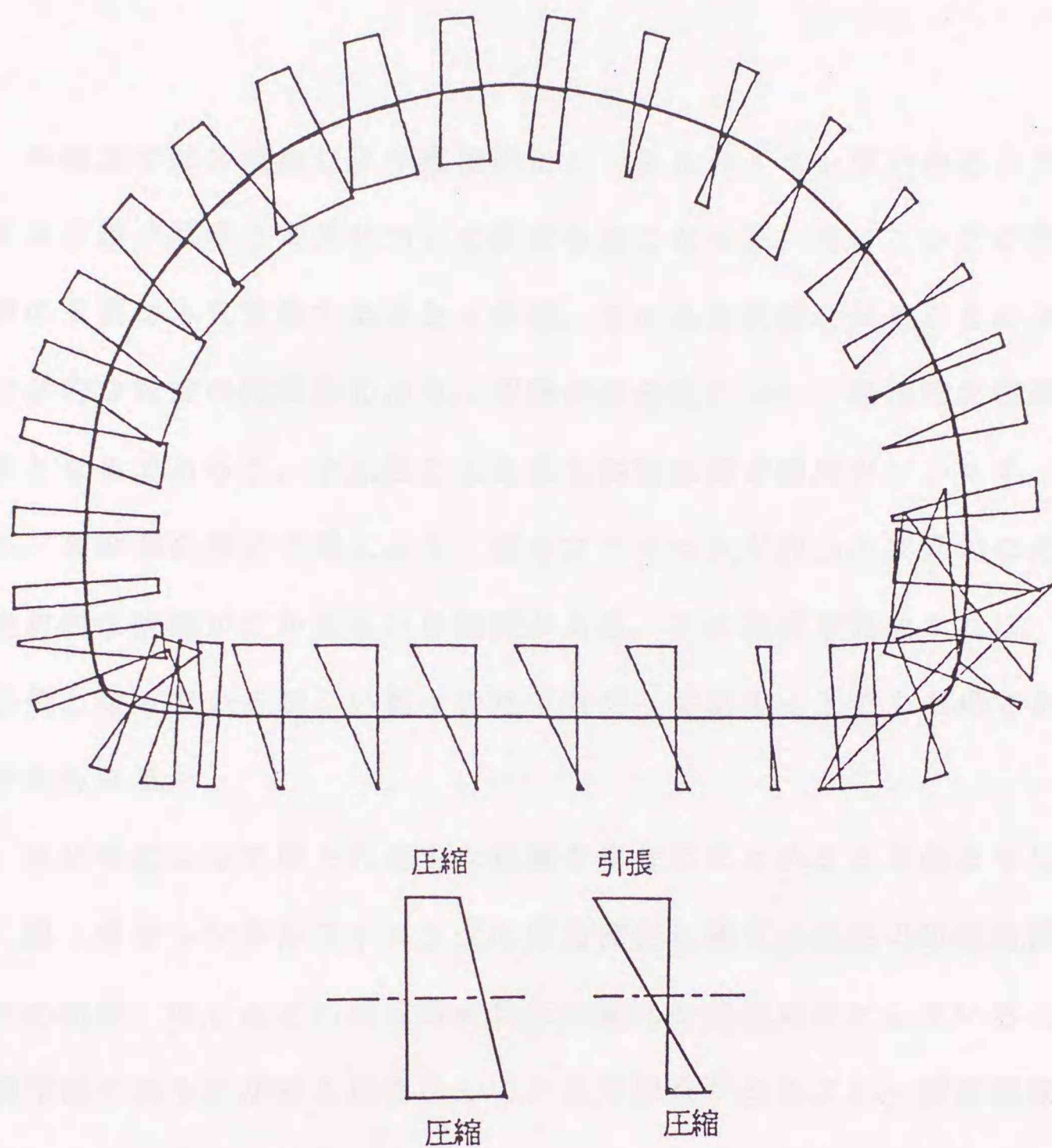


図 7. 5 吸水膨張に伴ってライニングに生じる周方向の応力の分布状態の予想

第 8 章 結 論

本論文では 2 点法により直接的にトンネルライニング内の応力を測定する方法の原理と実技について研究をおこなった。ライニングが地下空洞の主要な永久支保であるとするれば、その応力状態を知ることにより、力学的な安定の程度がわかり、空洞の安全性について直接的な評価が可能となるであろう。2 点法による応力測定は測定費用がかからず、しかも、短期間の測定作業により、直ちにライニング内の 3 次元的な応力の絶対的な状態がわかるという特徴がある。この技術が完成すれば、最近活発となっている新しい種々の地下開発を促進する上でも有用であると考えられる。

本研究によって得られた主な結論を章毎にまとめると次のようになる。

第 1 章はトンネルライニングの応力測定に関する既往の研究を調べた。その結果、ほとんどの測定法が地圧の変化を測定対象としていること、測定器そのものが応力場を乱している可能性があること、測定結果が必ずしも地圧制御に役立っていないことなどを明らかにした。

トンネルライニングのように応力分布が複雑な場合には、応力勾配の程度と特徴をまず詳細に検討し、応力勾配が測定結果に実質的な影響を与えないようにしなければならない。そこで、ライニングの応力解析を実行するための力学モデルの開発から研究を始めた。第 2 章はこれについて述べたものである。2 次元問題についてはライニング、岩盤およびその接合部からなる力学系を 8 節点アイソパラメトリック要素、6 節点ジョイント要素の集合によってモデル化した。これを用いれば、ライニ

ング内の応力状態とライニングと岩盤の間の力学的な相互作用を充分正確に解析できることがわかった。

第3章は上記のモデルを用いた応力解析について述べたものである。解析結果、多くの知見を得ることができた。その一つは、ライニングの厚さ方向の応力分布が直線的に変化することで、その成立する条件についても詳細に検討した。2点法はこの応力分布の特徴を利用したものである。また、トンネルの厚み方向だけでなく、周方向の応力勾配の程度についても明らかにした。さらに、背面圧の大きさに比べ、ライニング内壁の周方向応力成分はずっと大きいこと、ライニングに応力をもたらす地圧の主応力方向と背面圧の最大となる方向は一致せず、むしろ直交することなどもわかった。これは、ライニングの力学的な安定性を評価するための計測を目的とするならば、従来盛んに試みられている背面圧の測定よりも、内壁面の応力測定の方が有用であることを示唆しているといえる。

第4章では、ライニング中央面において、それに垂直に設けた小孔の壁面の応力と作孔前に存在していた3次元応力との関係を導いた。これは、2点法の中でライニング内部の中央面における応力状態を孔壁ひずみ法で測定するときの観測方程式となる重要なものである。この評価のために、一部は入手可能な既往の解析解を利用したが、残りの解析は32節点アイソパラメトリック3次元有限要素法による数値解析をおこなった。(4.17)式が最終的に得られたものであるが、これは孔壁の軸方向応力に及ぼす面外せん断応力の影響の存在を除けば、一様な応力状態の仮定の下で得られる平松らの解に一致している。

第5章は2点法の測定原理と基本的な測定技術について述べた。この2点法はオーバーコアリングによる応力解放作業時にライニングが弾性

的に挙動すること、ライニング内の厚さ方向の応力勾配が直線的になっていることを仮定している。この仮定が許されれば、1つの測線について内壁と中央面の2点で応力の測定をするだけで、背面の縁力も含めてすべての応力状態を明らかにすることができる。

第6章は2点法の測定精度に関する検討を室内試験を中心に述べている。問題となる中央面の測定については、現場の測定作業と全く同一の手順、方法に従って作業を進めた。その結果、41mm径の測定孔の壁面に3枚のロゼットゲージを貼る技術については問題がなく、応力も正確に評価できることがわかった。しかし、77mm径のコアビットを用いて応力解放作業をすると、測定結果に誤差が入りやすいことを見いだした。これは、作孔時に比較的大きな温度変化が生じること、乾燥収縮ひずみに起因する残留応力の影響が大きいことなどのためであると考えられる。内壁面の測定についても同様な結果が得られた。160mm径のコアビットを用いると、測定誤差がかなり減少することがわかった。

第7章はオートンネルにおいては実施した測定結果について述べている。背面圧については10kgf/cm²程度の値、内壁面の周方向応力については最大70kgf/cm²程度の値を得た。内壁面の応力測定結果を基に、逆解析によって作用地圧を推定したところ、最大圧縮応力の方向はトンネルを取り巻く楕円形の緩み域の長軸方向に一致することがわかった。当該トンネル変状はこの緩み域に一致する強変質帯で起る吸水膨張に原因があるものと推定される。

以上、2点法により、トンネルライニングの応力測定が可能であり、測定結果はトンネルの地圧制御に有用であることを測定事例と共に述べた。この研究は開始してからあまり時間が経っていないので、まだ改良すべき点が幾つかある。それらに付いて述べておこう。

- (1) オーバーコアリングの径は77mmでは小さすぎる。最小限の寸法を実験により決めてそれを使うべきである。
- (2) 乾燥収縮ひずみなどに起因する残留応力を測定量から除く方法については理論・実験の両面からさらに検討を進める必要がある。
- (3) 通常、ライニング内には鉄筋や鉄骨が入っていない。しかし、これがある場合について、その影響の程度を調べ、測定方法について検討を進める必要がある。
- (4) オーバーコアリング中に細かいサンプリングタイムでデータを記録するために、データをマイクロコンピュータに直接取り込む測定のハードウェアの導入が望まれる。
- (5) 2点法による応力測定法は、理論的には一方向（ライニングでは厚さ方向）に応力が線形的に分布するような応力状態であれば適用できる。したがって、トンネルライニングだけでなく、例えば、空洞周辺の応力分布をより正確に測定することなどへの応用が可能である。

付録 I 2次元弾塑性解析

I. 1 弾塑性体と降伏条件

応力が小さいときには弾性的に挙動し、応力が大きくなりある限界条件を満たすときに塑性的になる材料は、弾・塑性体と呼ばれる。ここでは、ライニング、岩盤とも弾塑性的な挙動するものとする。

弾性から塑性に移行するときの応力状態 σ は次式の条件を満たすものとする。

$$F(\sigma, k) = f(\sigma) - K(k) = 0 \quad (I. 1)$$

この式、つまり降伏条件式は主応力空間で1つの曲面を表しているため、通常、降伏曲面と呼ばれる。 k は降伏曲面を規定するパラメータで、 $k > 0$ のときはひずみ硬化、 $k < 0$ のときはひずみ軟化、 $k = 0$ のときは完全塑性と呼ばれる。

岩盤やコンクリートの降伏条件式はモール・クーロンの式を仮定することが多い。本研究においてもこれを採用する。この場合、降伏曲面は粘着力 c 、内部摩擦角 ϕ の関数として次のように表される。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} J_1 \sin \phi + (J_2)^{1/2} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) \\ & = c \cos \phi \end{aligned} \quad (I. 2)$$

$$\theta = (1/3) \sin^{-1} \left(- \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{(J_2)^{3/2}} \right)$$

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 3 \sigma_m$$

$$J_2 = (1/2) (S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

$$J_3 = S_x S_y S_z + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - S_x \tau_{yz}^2 - S_y \tau_{zx}^2 - S_z \tau_{xy}^2$$

$$S_x = \sigma_x - \sigma_m, \quad S_y = \sigma_y - \sigma_m, \quad S_z = \sigma_z - \sigma_m$$

(I. 2) 式の左辺は (I. 1) 式の $f(\sigma)$ に対応し、相当応力 σ^* (effective stress) と呼ばれる。また、(I. 2) 式の右辺の $c \cos \phi$ は相当降伏応力 σ_y と呼ばれる。これを用いると (I. 2) 式は次のようになる。

$$\sigma^* = \sigma_y$$

ここで、 σ_y は (I. 1) 式の $K(k)$ に対応し、次式のように表される。

$$\sigma_y = K(k) = c \cos \phi$$

残留強度に対応する降伏曲面も通常、モール・クーロンの式に従うと仮定してよい。必要ならば前者の降伏条件を破壊強度曲面、後者を残留強度曲面と呼んで区別する。また、破壊強度に達したならば直ちに残留強度状態に移行するものとする。残留強度を表す定数 c_r 、 ϕ_r については $c_r < c$ 、 $\phi_r \leq \phi$ の条件を満たす。この場合、パラメータ K は次のようになる。

$$K(k) = c_r \cos \phi_r$$

破壊後の塑性ひずみと応力との関係は、普通、次式のように塑性ひずみ増分 $d\varepsilon_p$ が常に降伏曲面に垂直になっているとする流れの法則、つまり垂直原理に基づいて導かれる (図 I. 1 参照)。これはフォンミー

ゼスによって初めて提案されたものである。

$$d\varepsilon_{n,p} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_n} \quad (I. 3)$$

ここに、 $d\lambda$ は比例定数、 n はひずみ、応力についてどの成分かを区別するインデックスである。理論の詳細については文献74, 75, 76を参照されたい。

I. 2 塑性状態の応力-ひずみ関係

応力の微小な増分 $d\sigma$ によって生じるひずみの変化 $d\varepsilon$ は、次式のよう
に弾性部分 $d\varepsilon_e$ と塑性部分 $d\varepsilon_p$ に分解することができる。

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (I. 4)$$

弾性ひずみ増分 $d\varepsilon_e$ は、次式のように応力増分 $d\sigma$ に比例すると考えられる。

$$d\varepsilon_e = D^{-1} d\sigma$$

ここに D は弾性状態時の応力-ひずみマトリックスである。

また、塑性ひずみ増分 $d\varepsilon_p$ については(I. 3)式が成立する。したがって、全ひずみ増分 $d\varepsilon$ について次のような評価が得られる。

$$d\varepsilon = D^{-1} d\sigma + d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (I. 5)$$

次に、塑性状態の場合、応力は(I. 1)式で与えられる降伏曲面上になければならない。(I. 1)式を微分すると次式のようになる。

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial k} dk = 0 \quad (I. 6)$$

あるいは、次のようにも表現できる。

$$a^T d\sigma - A d\lambda = 0 \quad (I. 7)$$

ここに、

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial F}{\partial \sigma_y} & \frac{\partial F}{\partial \sigma_z} & \frac{\partial F}{\partial \tau_{yz}} & \frac{\partial F}{\partial \tau_{zx}} & \frac{\partial F}{\partial \tau_{zy}} \end{bmatrix} \quad (I. 8)$$

$$A = - \frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial k} dk \quad (I. 9)$$

(I. 5) 式の両辺に $d_D^T = a^T D$ を乗じ、さらに (I. 7)、(I. 8) 式を用いることにより、 $d\lambda$ について次のよう評価が得られる。

$$d\lambda = \frac{a^T D}{A + d_D^T a} d\varepsilon \quad (I. 10)$$

(I. 5)、(I. 8)、(I. 10) 式を用いて $d\lambda$ を消去すると、次のようにひずみ増分-応力増分の関係を陽な形に表すことができる。

$$d\sigma = D_{ep} d\varepsilon \quad (I. 11)$$

ただし、

$$D_{ep} = D - \frac{d_D d_D^T}{A + d_D^T a} \quad (I. 12)$$

ここに、 $d_D = D a$

(I. 11) 式を (I. 5) 式の形に書き直すと、次のような数値計算上便利な式が得られる。

$$d\sigma = D d\varepsilon - d_D d\lambda \quad (I. 13)$$

降伏曲面が (I. 2) 式のモール・クーロン条件で表される場合の流動ベクトル a を評価してみよう。

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial \sigma} =$$

$$\frac{\partial F}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma}$$

$$= C_1 a_1 + C_2 a_2 + C_3 a_3 \quad (I. 14)$$

ここに、

$$C_1 = (1/3) \sin \phi$$

$$C_2 = \cos \theta [1 + \tan \theta \tan 3\theta + \sin \phi (\tan 3\theta - \tan \theta) / \sqrt{3}]$$

$$C_3 = (\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta \sin \phi) / (2 J_2 \cos 3\theta)$$

(I. 15)

2次元の場合は次のようになる。

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial F}{\partial \sigma_y} & \frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} & \frac{\partial F}{\partial \sigma_z} \end{bmatrix}$$

$$a_1^T = \{1, 1, 0, 1\}$$

$$a_2^T = \frac{1}{2 (J_2)^{1/2}} \{s_x, s_y, 2\tau_{xy}, s_z\}$$

$$a_3^T = \{ [s_y s_z + (J_2/3)], [s_x s_z + (J_2/3)],$$

$$- 2 s_z \tau_{xy}, [s_x s_y - \tau_{xy}^2 + (J_2/3)] \}$$

$$J_2 = (1/2) (s_x^2 + s_y^2 + s_z^2) + \tau_{xy}^2$$

$$J_3 = s_z (s_z^2 - J_2)$$

(I. 2) 式で示される降伏曲面の c 、 ϕ を c_r 、 ϕ_r に置き換えれば、

岩石の残留強度状態を表すことができる。

ところで、 $\theta = \pm 30^\circ$ のとき、モール・クーロンの降伏曲面 (I. 2) 式は特異となり曲面に角が生じる。ここでは垂直性原理を用いて塑性ひずみの方向を決めることができない。したがって、(I. 14) 式による流動ベクトル a の数値計算も不可能となる。そこで、この処理方法について以下に検討することにしよう。

$\theta = \pm 30^\circ$ を降伏曲面の (I. 2) 式と流動ベクトル a の係数項の (I. 14) 式に代入し、整理すると次式が得られる。

$$\frac{1}{3} J_1 \sin \phi + (J_2)^{1/2} \frac{1}{2} \left(\sqrt{3} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \phi \right) = C \cos \phi \quad (\text{I. 16})$$

$$C_1 = (1/3) \sin \phi$$

$$C_2 = (1/2) (\sqrt{3} \pm \sin \phi / \sqrt{3})$$

$$C_3 = 0 \quad (\text{I. 17})$$

流動ベクトル a を求める際は、 $|\theta| \leq 29^\circ$ のとき、(I. 15) 式を利用し、残りの 1° の範囲に対し (I. 17) 式を利用する。そうすると、降伏曲面の角は滑らかになっているので常に塑性ひずみの増分を決めることができる。この手法は特異点の円滑化といい、Koiter⁽⁷⁷⁾ によって提案されたものである。

I. 3 有限要素法による弾塑性問題の解法

応力 (σ) - ひずみ (ε) が非線形である材料から構成される構造物

の場合、荷重－変位の関係を有限要素法によって定式化すると次のようになる。

$$\int B^T \sigma d\Omega - w - \int N^T b d\Omega = 0 \quad (I. 18)$$

ここに、

w : 外力

N : 形状関数

b : 体積力

Ω : 解析領域

σ : 応力

また、 B は次式で定義されるひずみ ε －変位 u の変換マトリックスである。

$$\varepsilon = B d$$

この方程式においては応力 σ は非線形的に変化するため、方程式を解いて得られる数値解 σ はあくまでも近似解であり、正解になっていない。このため、得られた σ を上式の左辺に代入してもその和が正解の 0 からずれる。このずれの量 ψ は残差と呼ばれ、次式のように評価される。

$$\psi = \int B^T \sigma d\Omega - f - \int N^T b d\Omega \neq 0 \quad (I. 19)$$

この式は荷重の増分 Δw に対応して、次のような増分形に表現することができる。

$$\Delta \psi = \int B^T \Delta \sigma d\Omega - \Delta f - \int N^T \Delta b d\Omega \quad (I. 20)$$

(I. 11) 式を用いると、(I. 20) 式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \psi &= \int B^T D_{\sigma\sigma} B \Delta u d\Omega - \Delta w - \int N^T \Delta b d\Omega \\ &= K_T \Delta u - \Delta w - \int N^T \Delta b d\Omega \end{aligned} \quad (I. 21)$$

ここで用いられているマトリックス K_T は次式のように表され、剛性マトリックスと呼ばれる。

$$K_T = \int B^T D_{\sigma\sigma} B d\Omega$$

降伏すると新しい応力、ひずみ状態に移行するが、それは試行錯誤的に決めなければならない。(I. 21)式における剛性マトリックス K_T 中で用いられている $D_{\sigma\sigma}$ マトリックスも同様であり、変位ベクトル u の関数になっている。このような剛性が変位量に依存する連立方程式の解法はいろいろあるが、ここでは次に説明するような Newton-Raphson 法を採用した(図 I. 2)。

(I. 18)式に示す解を求めるのに、修正を繰返しながらか解を収斂させる。いま、 r 回目の試行に使用される変位を $u^r = u^{r-1} + \Delta u^r$ とする。この試行変位を (I. 21) 式に代入して得られる残差 $\Delta\psi^r$ は次のようになる。

$$\Delta\psi^r = K_T \Delta u^r d\Omega - (\Delta w^r + \int N^T \Delta b^r d\Omega) \quad (I. 22)$$

これを (I. 21) 式の左辺に代入して解く。このとき、剛性マトリックス K_T は試行変位 u^r を用いて評価する。得られる解 Δu は $(r+1)$ ステップにおける変位増分 Δu^{r+1} を与える。この計算を次式が満たされる程度に $\Delta\psi$ が小さくなるまでを繰り返す。

$$\frac{\sqrt{\sum (\Delta\psi_i)^2}}{\sqrt{\sum (\Delta w_i)^2}} \times 100 \leq \delta \quad (I. 23)$$

ただし、 i は自由度の番号、 δ は収斂精度を規制する正の値(誤差)である。

I. 4 降伏した応力状態の決定方法

弾塑性応力解析においては、構造物を構成する各要素は次のいずれかの状態になっている。

- I 要素全体が弾性状態になっている
- II 要素の一部が降伏し、一部が弾性状態になっている
- III 要素全体が降伏している

したがって、荷重増分に伴い、構造物内の応力状態が変化する度に、解析領域内の Gaussian 積分点の応力状態を調べ、降伏している点（を含む微小領域）については適切な処理をおこなわなければならない。

このために、次に述べる手順の 1 から 6 のステップを繰り返しながら計算を進める方法を用いる。

step 1

ある荷重増分に対し、 r 回目の繰返し計算をしたとする。このときの変位を u^r 、変位増分を du^r 、ひずみの増分を $d\varepsilon^r$ とする。

step 2

応力-ひずみが弾性的に挙動すると仮定した場合、ひずみ増分 $d\varepsilon^r$ に対応する応力増分は次のようになる。

$$d\sigma_e^r = D d\varepsilon^r \quad (I. 24)$$

これを $r-1$ 回目の全応力 σ^{r-1} に加えることにより、 r 回目の応力のさし当りの近似値が次のように評価される。

$$\sigma_e^r = \sigma^{r-1} + d\sigma_e^r \quad (I. 25)$$

(I. 25) 式で求められた σ_e^r が強度降伏曲面 F_e の内側にある場合、当該積分点は依然弾性的に挙動する。この場合には次の step 3 と step 4 の処理をせず、step 5 に直接移行する。 σ_e^r が強度降伏曲面 F_e の外に出たときには step 3 に移行する。

step 3

降伏条件を満足させるため、応力点は残留強度曲面上に位置していなければならない。そこで、応力 σ_e^r を残留強度曲面に到達するまでの弾性的な部分 σ_q^r と、過剰な部分 $d\sigma_R^r$ とに分ける（図 I. 3、4、5 参照）。

$$\sigma_e^r = \sigma_q^r + d\sigma_R^r \quad (I. 26)$$

過剰な応力 σ_R^r は次のように処理する。すなわち、応力 $d\sigma_R^r$ を残留強度曲面に垂直な成分 $d\lambda d_D$ と残留強度曲面に平行な成分 $d\sigma^r$ に分解する。そうすると、応力点は残留強度曲面上になければならないため、 $d\sigma^r$ が真の塑性応力増分になる。この $d\sigma^r$ は式（I. 13）によると、次のように評価される。

$$d\sigma^r = D d\varepsilon - d_D d\lambda$$

ここで、上式の $d\varepsilon$ は降伏した後のひずみ増分であることに注意すれば、図 I. 3、4、5 より $D d\varepsilon = d\sigma_R^r$ であるから次式が得られる。

$$d\sigma^r = d\sigma_R^r - d_D d\lambda \quad (I. 27)$$

step 4

しかし、荷重増分が大きい場合、あるいは、 σ_q^r が曲率の大きな降伏曲面上にある場合、図 I. 3、図 I. 4、図 I. 5 で示されている点 D と点 D' とが大きく食い違い、 $d\sigma^r$ が残留強度曲面から大きく離れる可能性がある。そのために、図 I. 6 に示すように $d\sigma_R^r$ を細かく分割し、各分割毎に残留強度曲面に戻すことによって、誤差の増大を食い止める方法を用いる。図 I. 6 では、 $d\sigma_R^r$ を3等分に分割している。これによって、 $d\sigma^r$ はより残留強度曲面に近い経路を取りながら、e 点に到達する。むろん、 $d\sigma_R^r$ の分割が細かい程、 $d\sigma^r$ の経路は残留曲面に接近するが、計算時間を考慮すると、適切な分割数にすることが必

要となる。

ここでは、 $d\sigma_r$ を次式で定義される m 個に等分割する方法を採用した。

$$m = 8 (d\sigma_r / \sigma_y) + 1$$

ここで σ_y は残留強度曲面に対応する相当降伏応力である。

得られた $d\sigma$ を前回の全応力に加え、新しいステップにおける全応力を求める。

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + d\sigma^r$$

さらに誤差を無くすため、 $d\sigma$ を完全に残留強度曲面上の e^r に戻す必要がある。このため、次のような処理をすることにした。

$$\sigma^r = \sigma^r (\sigma_y / \sigma_{\cdot}^r)$$

ここに、 $\sigma_{\cdot}^r$ は σ^r を(1. 2)式の左辺に代入して得られる相当応力である。

step 5

弾性状態の積分点に対しては、直接的に全応力を求める。

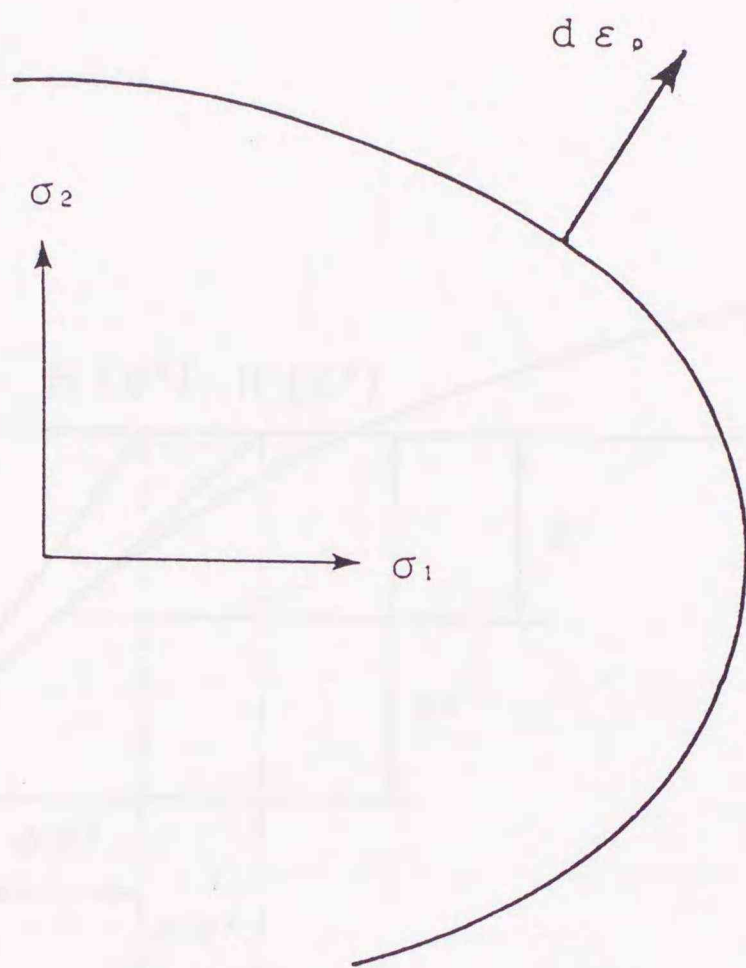
$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + d\sigma_e^r$$

step 6

最後に、得られた全応力 σ^r を用いて、次式で定義される等価節点力を求めておく。

$$q^r = \int B^T \sigma^r d\Omega$$

この節点力 q^r は r ステップにおける残差 $\Delta\psi^r$ の評価に利用される。



降伏曲面 $F(\sigma, k) = 0$

図 I. 1 垂直原理による塑性ひずみ $d\epsilon_p$ と降伏曲面 F の関係

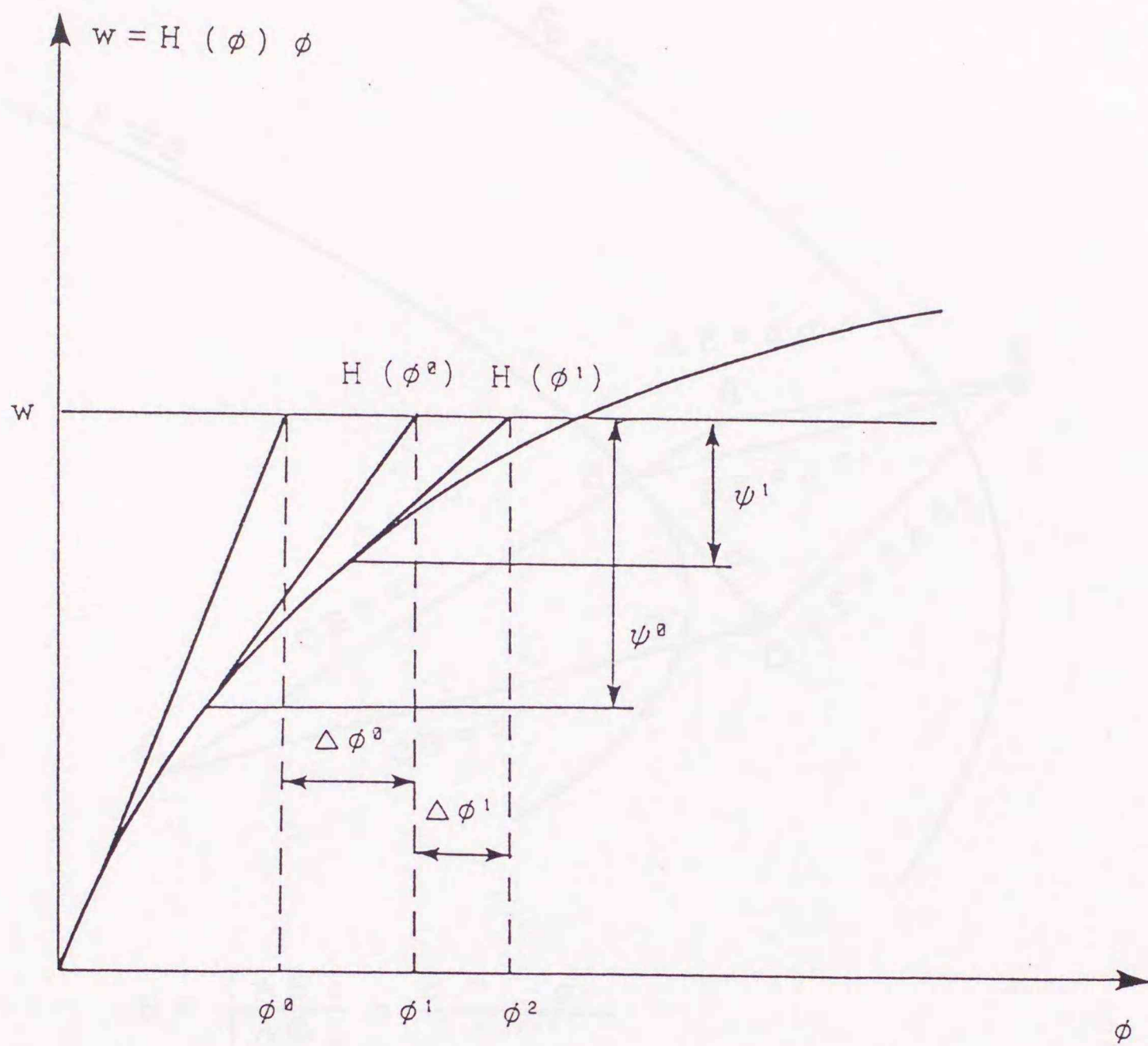
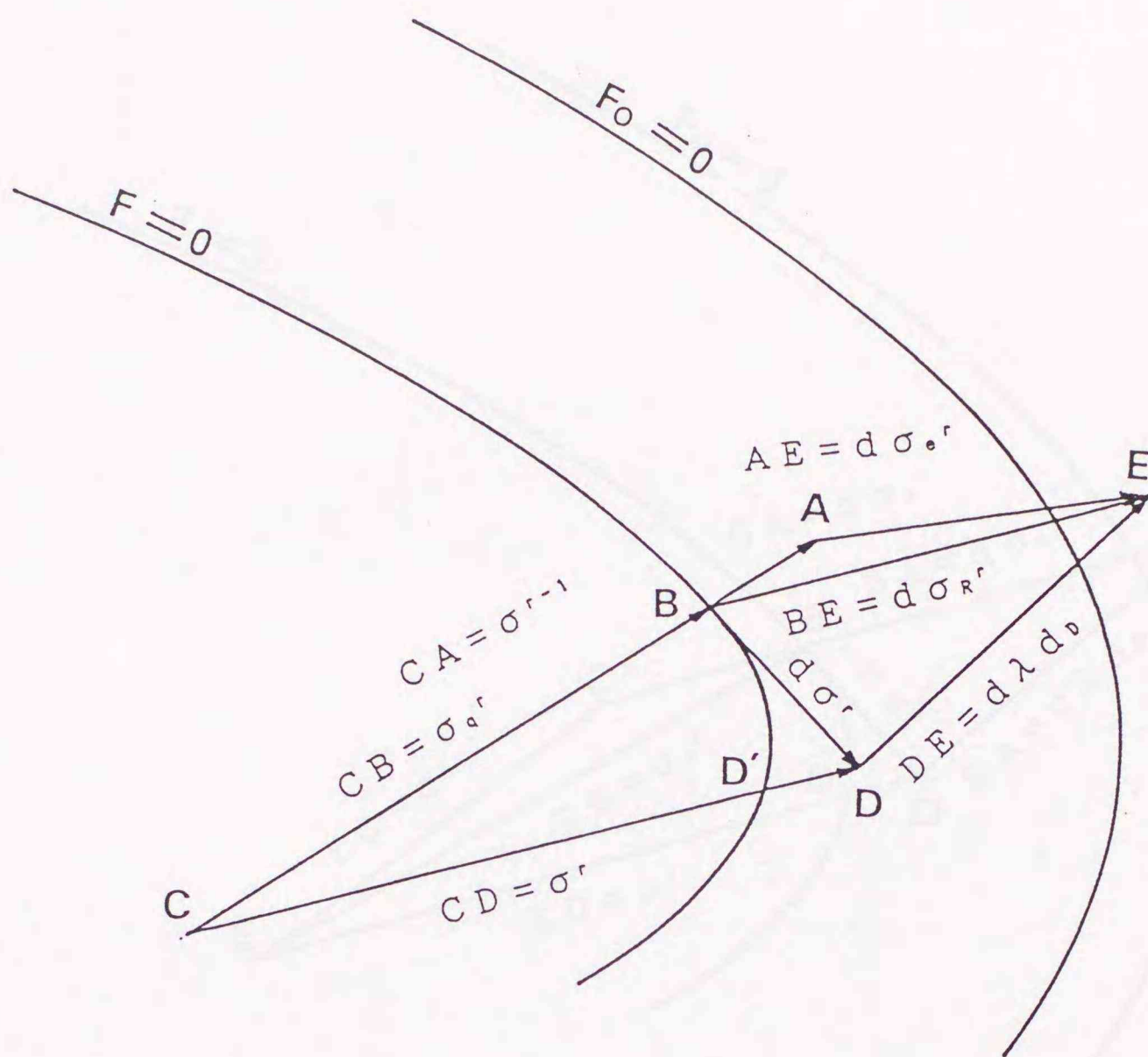


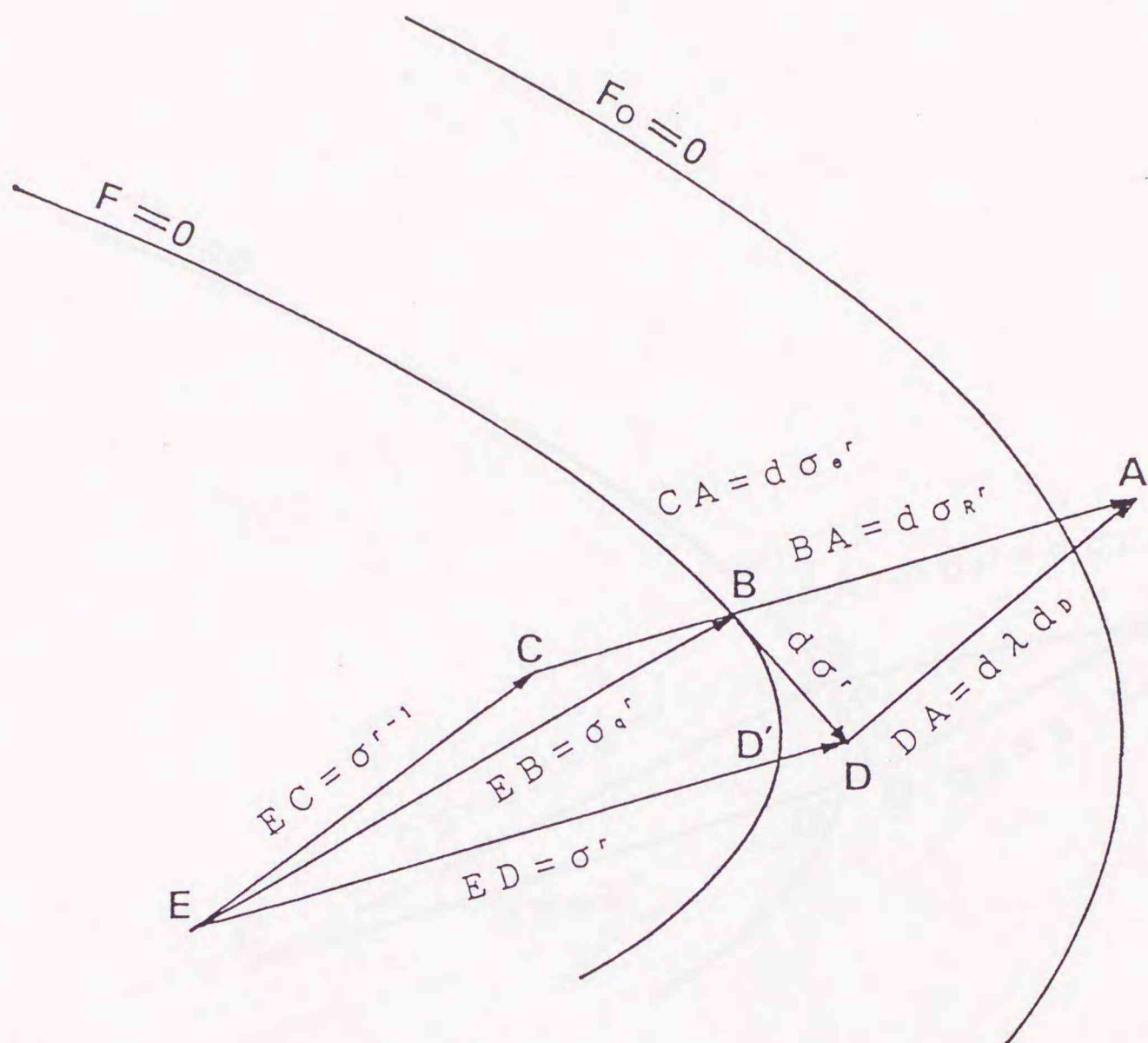
図 I. 2 Newton-Raphson 法の原理



$$R = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{\sigma_{\sigma}^{r-1} - \sigma_Y}{\sigma_{\sigma}^{r-1}}$$

$$\sigma_{\sigma}^r = (1 - R) \sigma^{r-1} \quad d\sigma_{R}^r = R \sigma^{r-1} + d\sigma_{\sigma}^r$$

図 I. 3 前回までの応力状態 (A) が強度降伏強面 F_0 と残留強度曲面 F の間にあったものが、今回新しく破壊する場合の応力増分



$$R = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{\sigma_o^{r-1} - \sigma_y}{\sigma_o^{r-1} - \sigma^{r-1}}$$

$$\sigma_q^r = \sigma^{r-1} + (1 - R) d\sigma_o^r \quad d\sigma_R^r = R d\sigma_o^r$$

図 I. 4 前回までの応力状態 (C) が残留強度曲面の内側にあったものが、
今回新しく破壊するときの応力増分。 σ_o^{r-1} は $\sigma^{r-1} + d\sigma_R^r$ の相
当応力

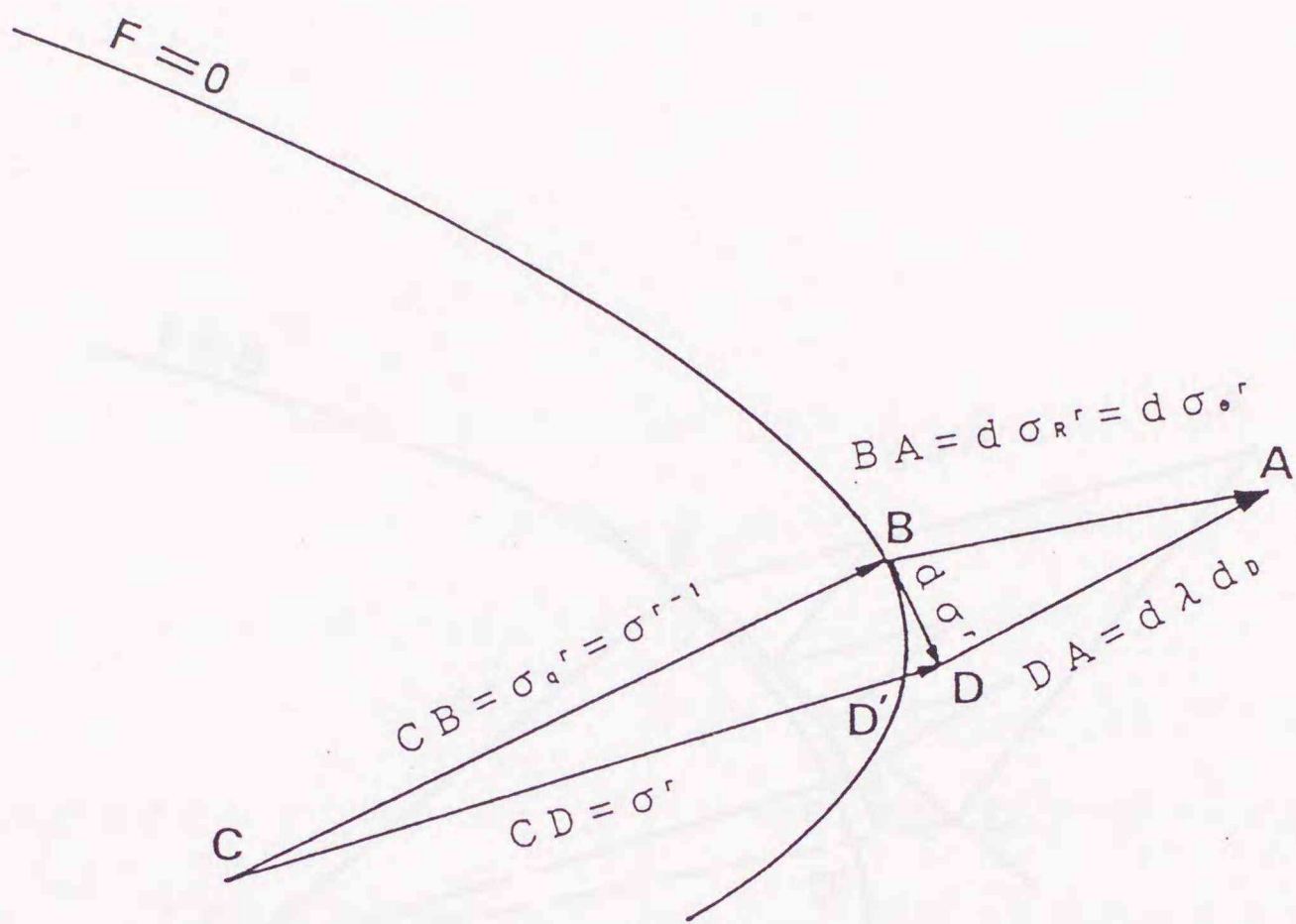


図 I. 5 既に塑性状態となっている状態 (B) からの応力増分

付録 II 3 2 節点アイソパラメト リック要素を用いた 3次元弾性応力解析

II. 1 緒言

有限要素法により3次元数値応力解析を実行する場合には、解析精度と記憶容量の2つの問題に直面する。従来、この2つの問題は互いに関連し合い、解決は困難とされてきた。最初、3次元有限要素として Gallagherら⁽⁷⁸⁾および Melosh⁽⁷⁹⁾により定ひずみ四面体要素が提案された。その後、Rashid⁽⁸⁰⁾は大型のコンピュータを使えば、この四面体要素を用いて実用的な問題を解ける可能性があることを示した。しかしこの場合、必要な精度を確保するために要素数を非常に多くとらなければならない。その結果、剛性方程式の元数が極端に大きくなり、記憶容量の制限を受ける上、大量処理に伴う丸め誤差の増大が生じる。

この問題を解決する最も有効な手段は高次要素を使うことである。最近、大きな自由度をもつ要素が種々、開発・使用されるようになっている^{(81), (82), (83), (84)}。

高次要素では、要素内の未知関数（変位）を定義するのに高い次数（ N とする）の形状関数を用いる。一般に、精度を一定とした場合、要素の次数を増やせば全体の未知数が減少する。

一例として、片持ち梁の問題に対して、一次の定ひずみ三角形要素と

二次の四辺形要素を用いて解いた結果を表 II. 1 に示す。結果をみると、同じ自由度であっても高次の要素を使うことにより、精度は格段に向上することが理解できるであろう。その上、高次要素を使用すればデータの作成と確認に必要な手間が著しく減少するという利点もある。

高次要素のもう一つの特徴は、要素の幾何的形狀を定義するのに高い次数 (N' とする) の形状関数を使っていることである。解析領域が複雑な曲面 (線) 形状を有する場合、曲率を持つ高次要素の方が少ない要素で正確に領域を表現することができる。例えば、ある 2 次曲面を表現する場合、2 次の次数 N' を持つ要素ならば一つの要素でこと足りるのに対して、1 次の次数 N' を持つ要素ではかなりの数の要素を使わなければならない。

多くの場合、次式に示すように未知関数と幾何的形狀の表現に同じ次数の形状関数が使われる。

$$N = N'$$

このような条件を満たす要素はアイソパラメトリック要素と呼ばれる。

ここでは 3 次元数値応力解析を正確におこなうために、3 2 節点アイソパラメトリック要素を開発・使用することにした。以下、これについて述べる。

II. 2 3 2 節点アイソパラメトリック要素

図 II. 1 は 3 2 節点を有する 3 次元アイソパラメトリック要素を示している。この要素では次式で示されるような正規座標 (ξ , η , ζ) に関する 3 次の形状関数が用いられる。

隅の節点 i

$$N_i = \frac{1}{64} (1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0)[9(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) - 19]$$

辺上の節点 i

$$N_i = \frac{9}{64} (1 - \xi^2)(1 + 9\xi_0)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0) \quad (\text{II. 1})$$

ここに、 $\xi_0 = \xi \xi_i$, $\eta_0 = \eta \eta_i$, $\zeta_0 = \zeta \zeta_i$

ξ_i , η_i , ζ_i : 局所座標系における節点の座標値

形状関数 N_i は ξ , η , ζ の各方向に 3 次的に分布する。このため、3 2 節点アイソパラメトリック要素を使えば要素内の変位も要素の幾何的形状も 3 次関数で定義できるため、従来の定ひずみ四面体要素よりはるかに良い精度が期待できる。特に、3 次関数で表される解析領域の境界（幾何形状）、あるいは、3 次関数で表される変位場を再現する目的であれば、この要素一つだけで充分のはずである。

II. 3 開発した数値応力解析コード

3 2 節点アイソパラメトリック要素を用いた 3 次元弾性応力解析コードの詳細は省略するが、モジュール化されているプログラムの主な構成要素を述べておく。

① 入力モジュール

3次元応力解析においては、解析領域の要素分割作業は繁雑であると同時にしばしば誤りを伴う。また、一度作ったデータを修正・変更しなければならないことも多い。これらが容易におこなえれば3次元応力解析も手軽なものとなるだろう。ここではこの解決策として半自動的に要素分割が実行できる機能を用意した。

② 図化モジュール

透視原理によって入力データである要素の集合体を3次元的に図化する機能が備えられている。これは、解析領域の分割の妥当性を検討すると同時に、入力データに誤りがないかどうかを確認する上で欠かすことができない。

③ 結果処理モジュール

3次元解析においては、解析領域全体よりもその領域の一部における応力状態に関心のあることが多い。このため、関心のある箇所を3次元透視図で指定し、その応力や変位の状態を引き出す機能をもっている。

④ 剛性方程式の作製と解法

構造物全体の剛性マトリックスをすべて記憶しようとするれば、膨大なコアメモリーの使用と計算時間を要する。ここでは剛性マトリックスの内で、非零の要素だけを記憶するプロフィール法 (non-zero profile method) を採用した。この方法は、連立一次方程式の直接解法の一つであるが、よく使用されるバンド法 (banded solution storage method) よりもかなりコアメモリーが節約され、計算効率もよい⁽⁸⁵⁾。

II. 4 計算精度 - 中空球の事例計算

図 II. 2 に示すような内半径と外半径がそれぞれ a , b である中空球において内部で圧力 p を受けている問題を扱ってみよう。解析解によると中空球内 ($a \leq r \leq b$) における応力は次式のようにになっている⁽⁸⁶⁾。

$$\sigma_r = \frac{p a^3 (b^3 - r^3)}{r^3 (a^3 - b^3)}$$

$$\sigma_t = \frac{p a^3 (2 r^3 + b^3)}{2 r^3 (b^3 - a^3)}$$

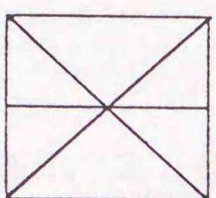
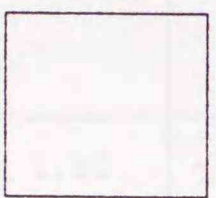
(H. 2)

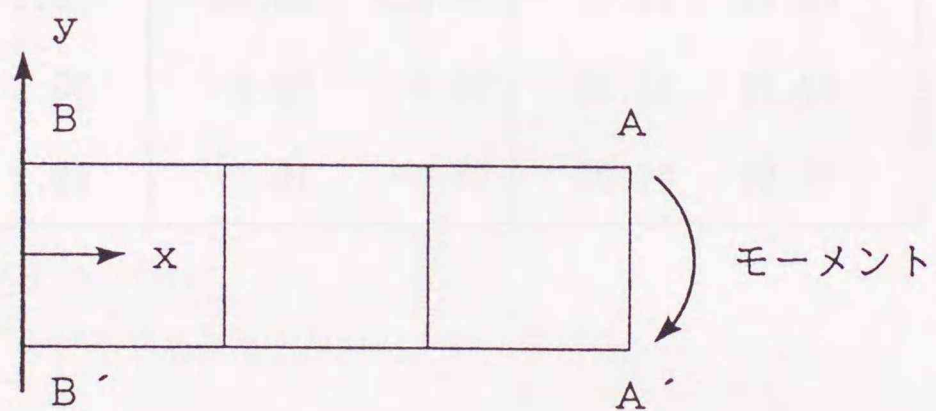
ここで、 $p = 100$ 、 $b = 2.5a$ とする。数値解析においては、対称性を考えて、中空球の $1/8$ ($x, y, z \geq 0$) を解析領域とすればよい。この領域に対し二通りの要素分割をおこなう。

一つは 3 つの要素 (図 II. 3 a)、他の一つは 6 つの要素 (図 II. 3 b) から構成されている。このときの数値解析解と理論解の比較を表 II. 2 と図 II. 4 に示す。

いずれの要素分割においても非常に良い精度が得られていることがわかるであろう。精度に関し両者で差がないことは、3 つの要素分割で十分なことを意味している。

表 I. 1 AA' にモーメントが作用している片持ち梁の問題に対する 2 種の有限要素による解の比較

要素の種類	A 点におけるたわみ	B 点における応力 σ_x	自由度数
 定ひずみ	0.53	0.51	14
 8 節点四辺形	0.99	0.99	16
理論解	1.00	1.00	—



AA' にモーメントを受ける片持ち梁

表II. 2 6つの要素からなるモデルで得られた解

r/a	σ_r		σ_t	
	理論解	計算解	理論解	計算解
1.00	-100.00	-102.00	60.26	61.50
1.06	-83.67	-84.02	52.09	51.73
1.25	-47.83	-46.48	34.17	33.47
1.44	-28.67	-26.51	24.59	24.77
1.61	-18.62	-18.91	19.57	18.38
2.00	-6.50	-6.16	13.51	13.01
2.39	-1.01	-0.47	10.76	10.57

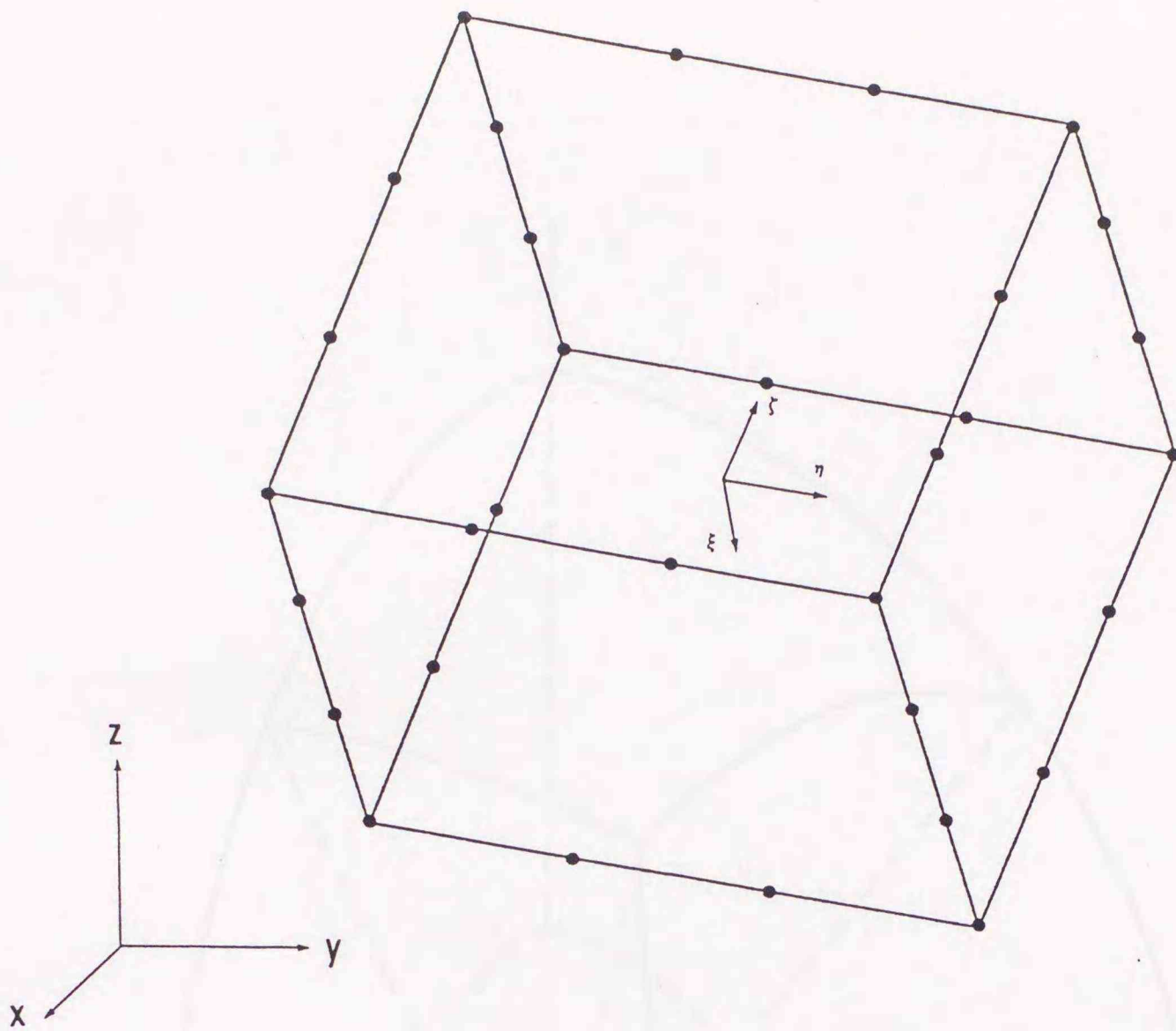


図 II. 1 32 節点アイソパラメトリック 6 面体要素

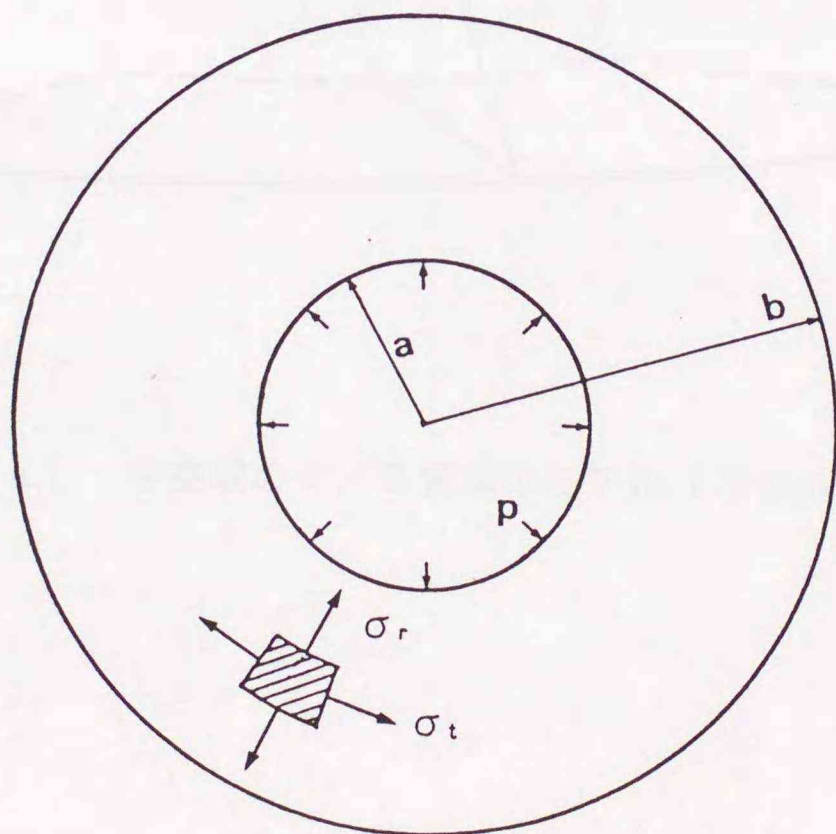


図 II. 2 内圧を受ける中空球

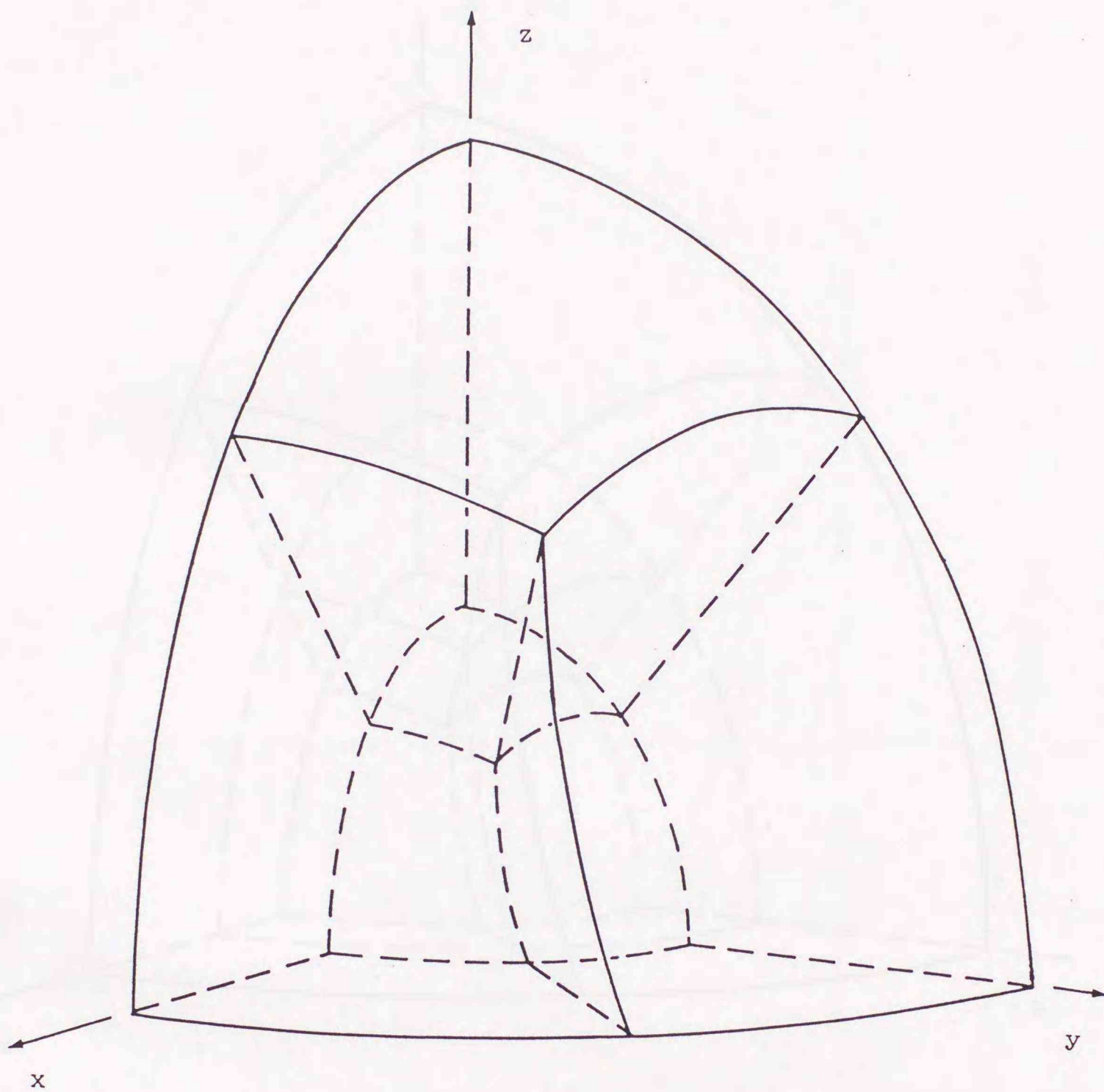


図 II. 3 (a) 中空球の $1/8$ 領域のモデル (3つの要素でモデル化)

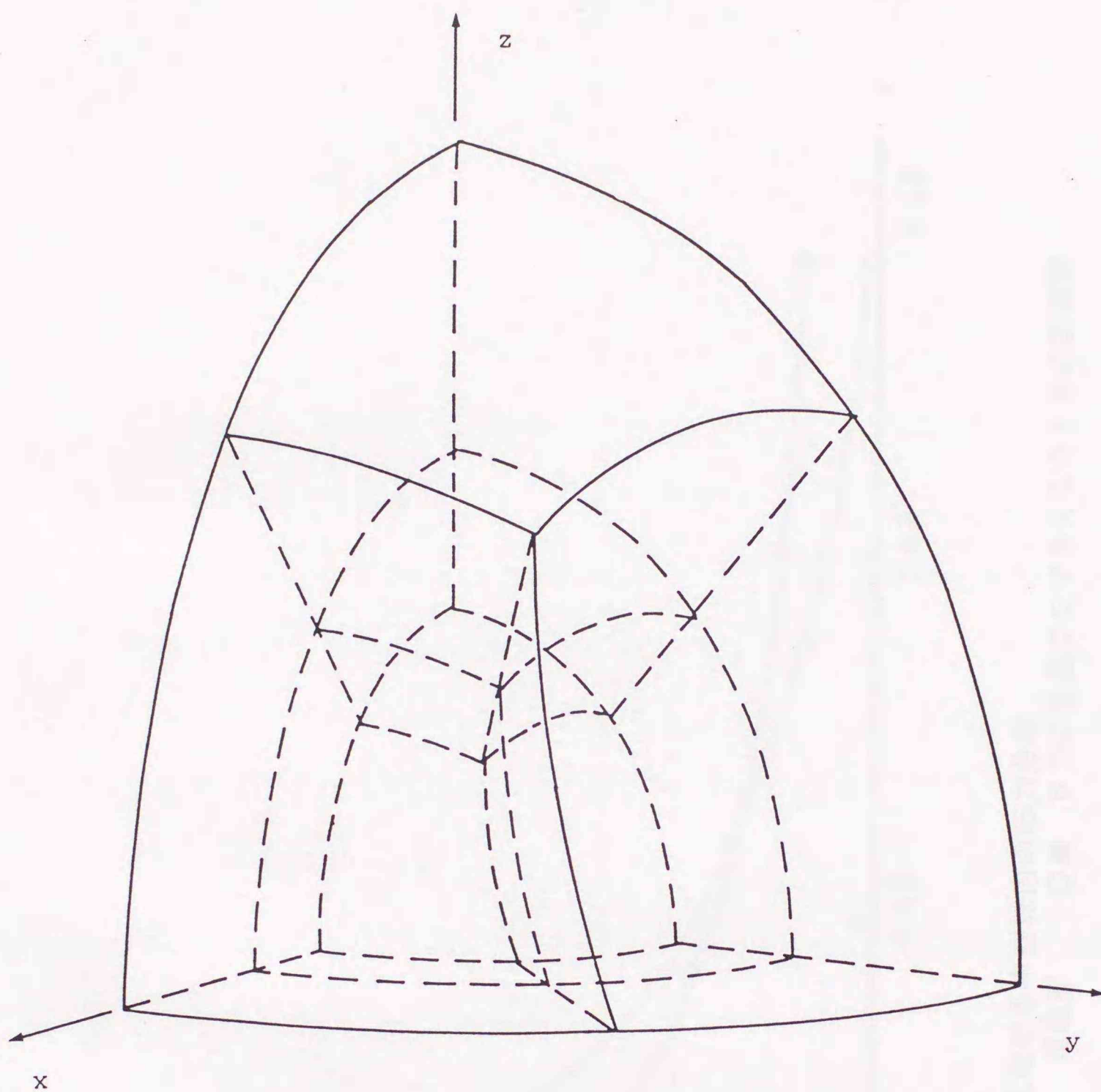
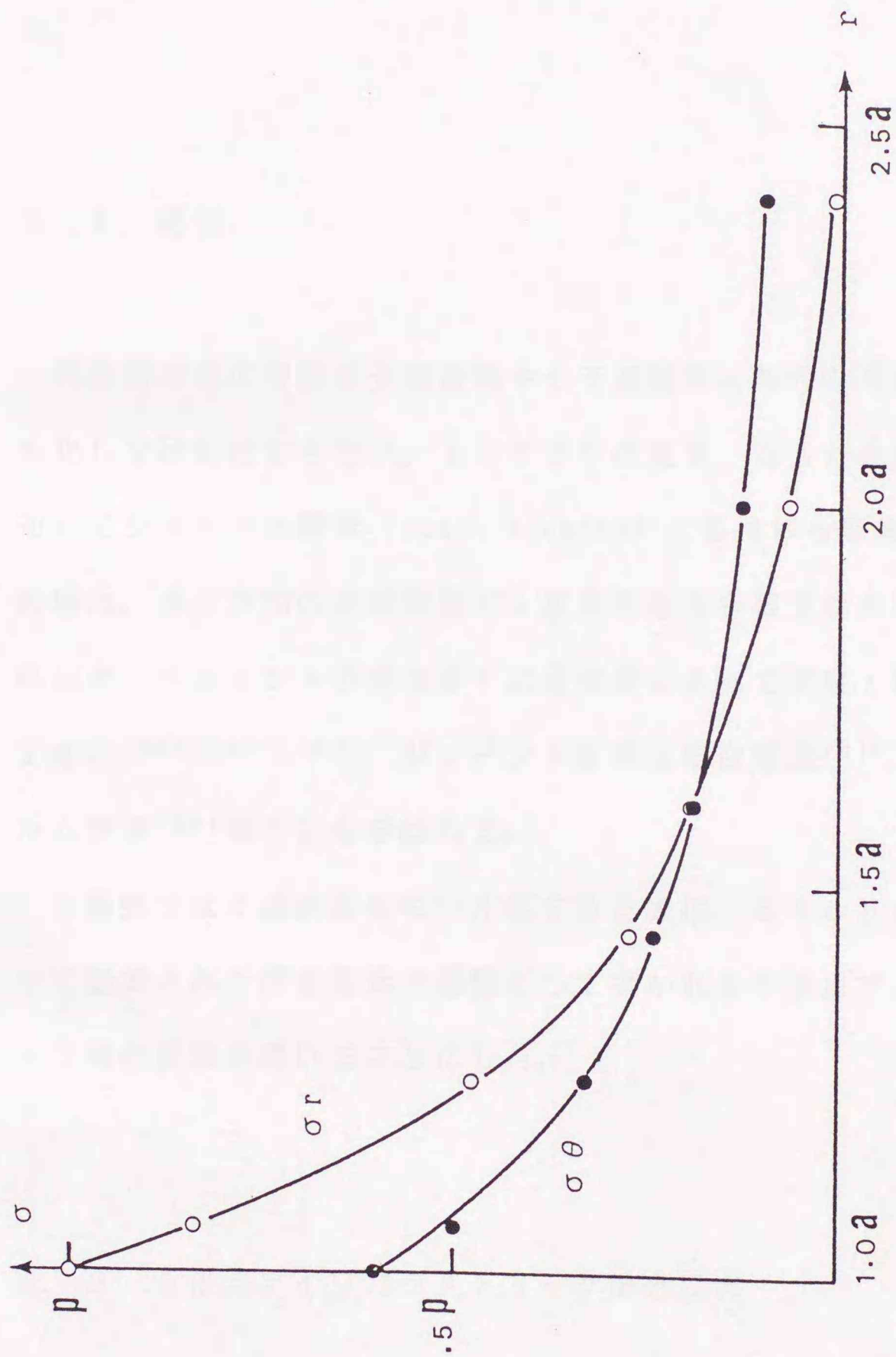


図 II. 3 (b) 中空球の $1/8$ 領域のモデル (6つの要素でモデル化)



II. 4 内圧を受ける中空球内の応力分布
 — 理論解 $\bigcirc$ ● 6つの要素でモデル化したときの数値解

付録Ⅲ 6節点アイソパラメトリック接合要素

Ⅲ. 1 緒言

構造物同志の接触面や構造物中の不連続面は特殊な要素を用いてモデル化しなければならない。1960年代後半、Goodmanら⁽⁸⁷⁾は、初めてジョイント要素(joint element)と名付ける要素を提案した。この場合、長さ方向の変位関数が1次式である有限要素が用いられた。それ以来、ジョイント要素は多くの研究者によって改良・精密化が計られてきた^{(88), (89), (90)}。ジョイント要素は接合要素⁽⁹¹⁾、あるいはフィルム要素⁽⁹²⁾などとも呼ばれる。

本研究では不連続面をモデル化するために、Sharmaら⁽⁹³⁾によって提案された接合要素を基礎にして導かれる6節点アイソパラメトリック接合要素を用いることにした。

Ⅲ. 2 6節点アイソパラメトリック接合要素

6節点アイソパラメトリック接合要素は図Ⅲ. 1に示すような形状を有している。全体座標系を $x-y$ とし、これに対応する節点変位を u , v とする。要素の厚さの中央線に一致させて正規座標系の ξ , η に垂直な方向に座標 η をとる。正規座標系における節点変位を u' , v' とす

る。仮想節点 a, b, c をおのおの $\xi = -1, \xi = 0, \xi = 1$ に対応させたとき、 a, b, c における形状関数は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} N_a &= (1/2) \xi (\xi - 1) \\ N_b &= 1 - \xi^2 \\ N_c &= (1/2) \xi (\xi + 1) \end{aligned} \quad (\text{III. 1})$$

要素の厚さ H が長さ L に比べて、十分小さい場合 ($H \ll L$)、 $1 - a - 4, 2 - b - 5, 3 - c - 6$ の座標は一致しているとみなすことができる。

a, b, c 点における厚さ方向の相対変位は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta u_a &= u_4 - u_1, \quad \Delta v_a = v_4 - v_1 \\ \Delta u_b &= u_5 - u_2, \quad \Delta v_b = v_5 - v_2 \\ \Delta u_c &= u_6 - u_3, \quad \Delta v_c = v_6 - v_3 \end{aligned} \quad (\text{III. 2})$$

$x - y$ 座標系における要素内の相対変位は、(III. 1), (III. 2) 式によって、次のように表現できる。

$$\begin{aligned} \Delta u &= N_a \Delta u_a + N_b \Delta u_b + N_c \Delta u_c \\ \Delta v &= N_a \Delta v_a + N_b \Delta v_b + N_c \Delta v_c \end{aligned} \quad (\text{III. 3})$$

(III. 3) 式をマトリックスで表すと、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_a & 0 & N_b & 0 & N_c & 0 \\ 0 & N_a & 0 & N_b & 0 & N_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_a \\ \Delta v_a \\ \Delta u_b \\ \Delta v_b \\ \Delta u_c \\ \Delta v_c \end{bmatrix} \quad (\text{III. 4})$$

(III. 4) 式の右辺を $[N] \{\Delta\}$ と表せば、 $\{\Delta\}$ は (III. 2) 式から次のようになる。

$$\{\Delta\} =$$

$$= [A] \{\delta\} \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (\text{III. } 5)$$

つぎに、全体座標系における相対変位を局所座標系に座標変換することを考える。図 III. 2 に示すように、任意の点 ξ において、 ξ の接線方向に x' をこれに垂直の方向に y' をとる。 ξ の微小変化量 $d\xi$ とこれに対応する線素 ds の間には次の関係が成立する。

$$ds = \begin{bmatrix} \frac{dx}{d\xi} \\ \frac{dy}{d\xi} \end{bmatrix} d\xi \quad (\text{III. } 6)$$

一方、線素 ds の長さは次式で定義される。

$$|ds| = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} d\xi \quad (\text{III. } 7)$$

ds が全体座標系の x 軸となす角度を θ とすれば、 θ の余弦関数、正弦関数は次のように表される。

$$c = \cos \theta = \frac{\frac{dx}{d\xi}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2}}$$

$$s = \sin \theta = \frac{\frac{dy}{d\xi}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2}}$$

線素 ds は局所座標系の x' 上にあるため、 $(x-y)$ 座標系から $(x'-y')$ 座標系への変換マトリックスは次のようになる。

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \quad (\text{III. } 8)$$

変換マトリックス (III. 8) 式を用いて、相対変位を全体座標系から局所座標系に変換する。

$$\begin{bmatrix} \Delta u' \\ \Delta v' \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{bmatrix} \quad (\text{III. } 9)$$

$H \ll L$ のため、 x' , y' 座標系におけるひずみ成分 (γ , ε) は、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} \Delta u' \\ \Delta v' \end{bmatrix} \quad (\text{III. } 10)$$

ここに、 t は要素の任意の点における厚さであり、形状関数と a , b , c 点の厚さによって、次式のように求められる。

$$t = N_a t_a + N_b t_b + N_c t_c \quad (\text{III. } 11)$$

(III. 4), (III. 5), (III. 9) 式を (III. 10) 式に代入し、整理すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \frac{1}{t} [T] [N] [A] \{\delta\} = [B] \{\delta\} \quad (\text{III. } 12)$$

要素の長さ方向のせん断剛性を K_s 、厚さ方向の伸び剛性を K_n とすれば、 x' , y' 座標系におけるせん断応力 τ と直応力 σ は次式によって求められる。

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} = [D] \begin{bmatrix} \gamma \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (\text{III. 13})$$

要素の剛性マトリックスは次のようになる。

$$[K] = \int [B]^T [D] [B] dv$$

ここに、

$$\begin{aligned} dv &= t |ds| \\ &= t \sqrt{(dx/d\xi)^2 + (dy/d\xi)^2} d\xi \end{aligned} \quad (\text{III. 14})$$

以上、曲線ジョイント要素において、長さ方向のせん断剛性 K_s と厚さ方向の伸び剛性 K_n が与えられたときの剛性マトリックスを導いた。この要素は2次のアイソパラメトリック要素であるため、従来の1次の直線ジョイント要素に比べて、少ない要素数で複雑な形状を有する接触面を再現できる。

しかし、この曲線ジョイント要素においては、要素の上下面の座標が一致すると仮定されているため、接触面における上下面の座標の食い違い、あるいは、相対変位が大きい場合、この種の要素の適用は難しくなる。

III. 3 弾塑性解析

接合部の強度特性を次のように仮定しておく。すなわち、 y' 方向の引張り強度を0、 x' 方向のせん断強度を $\mu |\sigma|$ とする。強度破壊の

条件を満たした後は完全塑性的に挙動するものとする。

荷重増分法による弾・塑性解析に組み込まれた接合部は、次の3つの状態を取り得る。

(1) 弾性状態

応力状態が次の条件を満たしていれば弾性状態を保つ。

$$\sigma < 0, \quad |\tau| < \mu |\sigma|$$

(2) すべり状態

応力状態が次の条件を満たすとせん断破壊が起きる。

$$\sigma < 0, \quad |\tau| = \mu |\sigma|$$

塑性状態になった後も、要素の圧縮に関する剛性は依然として変わらないが、せん断剛性は非常に小さくなるであろう。このため、 $K_s = 0$

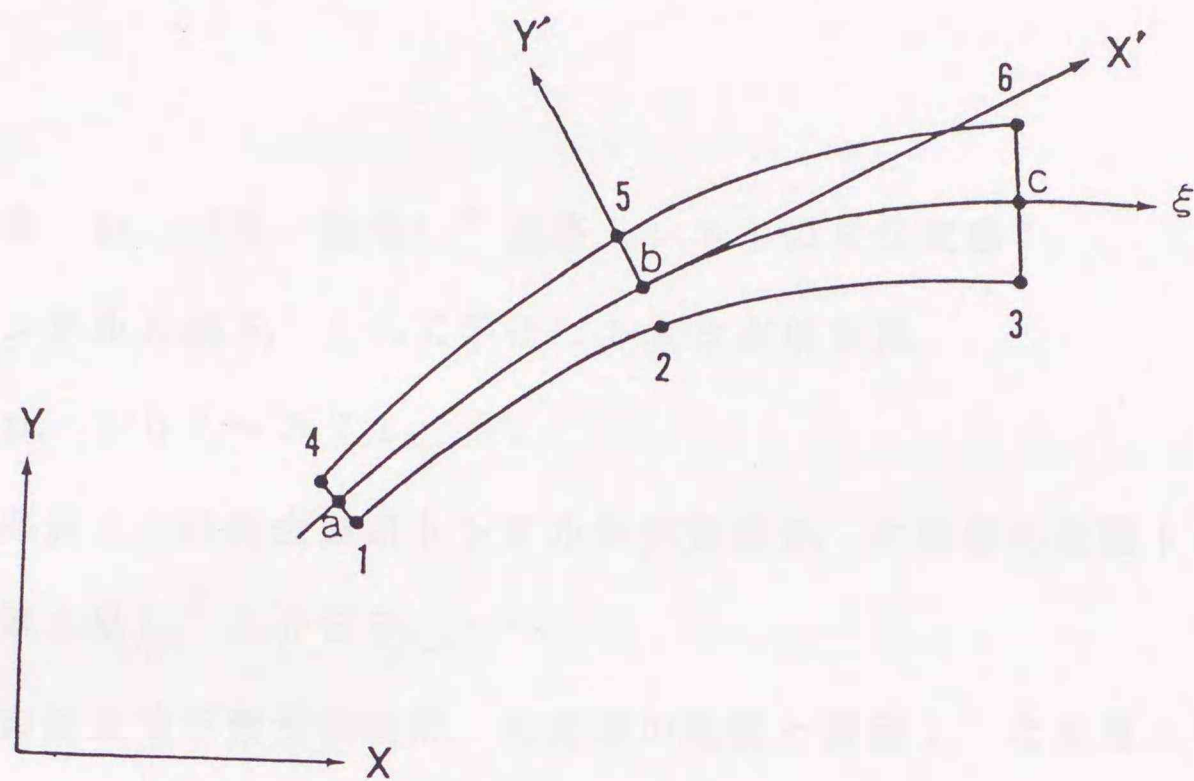
とする。(3) 開口状態

$$\sigma > 0$$

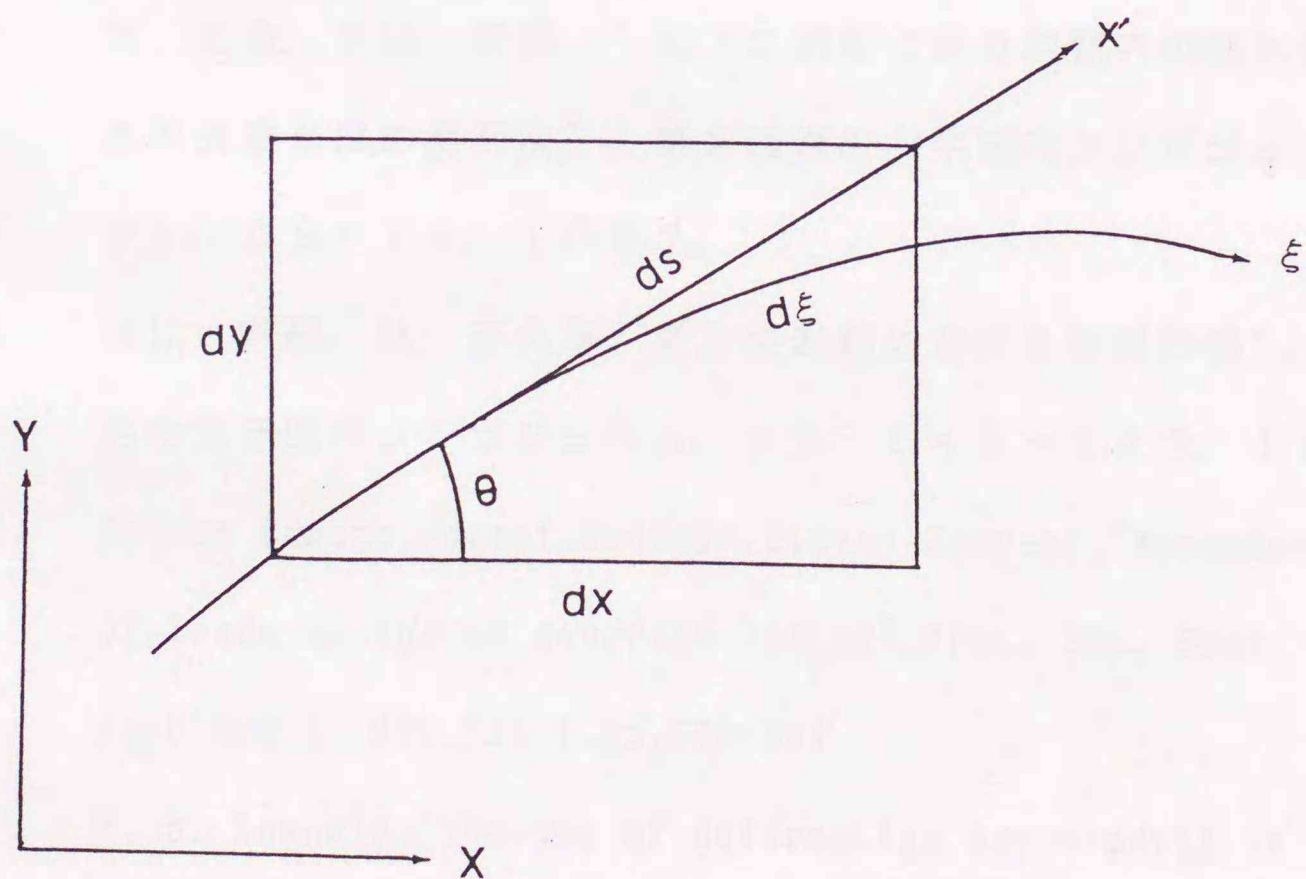
このとき、接触部の上下面は互い離れ、応力を伝達しなくなる。この状態は剛性を0にすることによって表現される。

$$K_s = 0, \quad K_n = 0$$

(2)、(3)の破壊条件を満たす領域では、荷重増分に対し、上記の(破壊後の)剛性を用いて解析を進める。



III. 1 6 節点アイソパラメトリック接合要素



III. 2 正規座標 ξ と局所座標 x' の関係

参考文献

1. 坂本 稔, 川北 稔等: "道路トンネルの変状実態",
トンネルと地下, 土木工学社, 1989年5月,
pp. 367~371。
2. 北海道土木技術会道路トンネル研究委員会, 北海道の道路トンネル
(第1集), 1988。
3. 北海道立地下資源調査所, 北海道の地質と資源1. 北海道の地質,
1980。
4. 猪熊 明, "道路トンネルの緊急点検と今後の維持管理",
トンネルと地下, 1990年10月号, pp 791~796。
pp. 69~74, 1967。
5. 林 正夫, 日比 野敏, "地下の開削に伴う地盤内の緩み領域の逐
次的発達程度の解析法", 第2回岩の力学国内シンポジウム,
pp. 69~74, 1967。
6. 日比 野敏, 林 正夫等"異方性岩盤における空洞掘削", 第5回
岩の力学国内シンポジウム, pp. 145~149, 1977。
7. Istvan Benecz, Jozsef Bodonyi, Istvan Szepesi, "Measurements
of loads acting on concrete lining", Proc. Int. Symp. Zurich
/4-6 April 1977, Vol.1, pp.331-344.
8. M. S. Leopold, "The use of deformation measurments in
dimensioning the lining of subway tunnels", Proc. Int. Symp.
Zurich/4-6 April 1977, Vol.1, pp.451-471.
9. 田中 博明, 根岸 正充等, "カルバートに作用する鉛直土圧の

- 評価”，土木試験月報，No. 402，1986年11月，
pp. 2～7。
10. 青函トンネル土圧研究委員会報告，1970。
 11. Omilt markovic, "A comparison of the loading of a tunnel lining as measured in situ and calculated by analytical methods", Proc. Int. Society for Rock Mechanics, Beograd, 1970, 4-67.
 12. 村山 朔郎, 松岡 元等, "鋼アーチ支保工に作用するトンネル土圧測定上の諸問題", 共和技報, Jan. 1974, No. 191。
 13. S. tamura, H. Suzuki, T. Kawahara, "Monitoring for the construction of underground LNG storage tanks", 2nd Int. symp. Field Measurements in Geomechanics, Sakurai(ed.), 1988 Balkema, Rotterdam. ISBN 90 6191 7786, pp. 593-602.
 14. 鈴木 光, "岩盤の計測と解析", 土木工学社, p. 43～46。
 15. Pierre Londe, "Field measurements in tunnels", Int. Symp. Field Measurements in Rock Mechanics-Zurich, April 4-6, 1977. pp. 619-639.
 16. Minoru Yoshida, "Deformation of rock mass and stress in concrete lining around the machine hall of Kisenyama underground power plant", Proc. Int. Society for Rock Mechanics, Beograd, 1970, 4-29.
 17. 岡林 信行, "地下空間のための計測", 第2回 岩盤システム工学セミナー(I), 社団法人 システム総合研究所, pp. 68～106。

18. 桜井 春輔, "トンネル工事における変位計測結果の評価法",
土木学会論文報告集, 第317号, pp. 93~100.
19. Gioda, G., L. Jurina, "Numerical indentification of
soil-structure interaction pressures", Int. J. Number. Anal.
Methods Geomech., Vol. 5, pp. 33-56, 1981.
20. Cividini, A., L. Jurina & G. Gioda, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. &
Geomech. Abstr., Vol. 18, pp. 487-503, 1981.
21. J. Enever, J. Mckay, "A note on the relationship between
anelastic strain recovery and virgin rock stresses
- A possible method of stress measurement", I. S. R. M, Symp.,
1976, pp. 37-40.
22. 横山 幸也等, "簡易な応力解放法によるライニングコンクリート
の応力測定結果について", 第21回岩盤力学に関するシンポジウ
ム, 1989, pp. 311~315.
23. Buragohain, D. M., Shah, V. L., "Curved interface elements for
interaction problems", Int. Symp. Soil-structure
Interaction, Civil Engineering Department, University of
Roorkee, India, pp. 197-201.
24. Gioda, G, "A combined boundary element-Finite element
analysis of lined openings", Rock Mechanics and Rock
Engineering 17, 147-165.
25. Kumar, P., Singh, B., "Effect of rockmass anisotropy on lining
medium interaction in power tunnels", International
Symposium on Tunnelling for Water Resources and Power
Projects, NeDelhi, Vol. 1, pp. 309-314.

26. Pande, G. N., Sharma, K. G., "On joint/interface element and associated problems of numerical Ill-Conditioning", Int. J. Anal. Meth. Geomechanics 3(no.3), pp.293-300.
27. Grob, H., "Praktische anwendungen der finite element method in der tunnelstatik", Proc. Int. Society for Rock Mechanics, Beograd, 1970, 4-69.
28. Kumar, P. and Singn, B. , "Pressure on lining due to initial stress field by finite-infinite-interface element method", Roch Mechan. Rock Engng 21, pp.219-228.
29. Jaeger, C., "Rock mechanics and rock engineering", Cambridge, Cambridge University Press.
30. W. Wittke, "Some aspects of the design and construction of tunnels in swelling rock", Proc. Int. Symp. on Weak Rock, /Tokyo/21-24 September 1981.
31. 谷本 親伯, " N A T M _ 1 ", 森北出版株式会社, 2 章, p 1 5.
32. S. Ahmad, B. M. Irons, and O. C. Zienkiewicz, "Curved thick shell and membrane elements with particular reference to axi-symmetric problems", Proc. 2nd Conf. matrix Methods in Structural Mechanics, Wright-Patterson A. F. Base, Ohio, 1968.
33. S. Ahmad, B. M. Irons, and O. C. Zienkiewicz, "Analysis of thick and thin shell structures by curved elements", Int. J. Num. Meth. Eng., 2, 419-51, 1970.
34. O. C. Zienkiewicz, J. Too and R. L. Taylor, "Reduced integration technigue in general analysis of plates and shells", Int. J. Num. Meth. Eng., 3, 275-90, 1971.

35. O. C. Zienkiewicz and Y. K. Cheung, "Finite element procedures in the solution of plate and shell problems", Chapter of Stress Analysis, Wiley, 1965.
36. 宮本 博等, "有限要素法ハンドブック", 培風館, p 187 - 205.
37. O. C. Zienkiewicz, "The finite element method", 培風館, pp. 205 ~ 208.
38. D. R. J. Owen and E. Hinton "Finite elements in plasticity", Pineridge press, p.222-224.
39. Timoshenko, S., and Woinowsky-Krieger, "Theory of plates shells", McGraw-Hill, 1959, Chap. 4.
40. Washizu, K., "Variational methods in elasticity and plasticity", 2nd edition, Pergamon Press, 1974, Chap. 8.
41. Dym, C. L., and Shames, I. H., "solid Mechanics - A variational approach", McGraw-Hill, 1973, Chap. 6.
42. 森口 繁一, "二次元弾性論"
43. Y. C. Fung, "Foundations of solid mechanics", Prentice-Hall, 1965, Chap. 9.
44. 石島 洋二, 宋 文洲, "トンネルライニングに作用する背面圧の測定", 平成元年度資源・素材関係学協会合同秋季大会, 分科研究会資料, N - 2.
45. 西川 純一, "トンネルにおける温度測定とその解析", 土木試験月報 No. 417 1988年2月, p. 17 - 22.
46. 根岸 正充等, "岩石および岩盤の凍結と凍害", 土木試験月報 No. 268 1975年9月, p. 1 - 12.

47. Kumar, P. and Singh, B. , "Thermal stress analysis of underground openings", Int. J. numer. analyt. meth. Geomech. 13, p.411-425.
48. R. S. C. Wai, K. Y. Lo and R. K. Rowe, " Thermal stress analysis in rock with nonlinear properties", Int. J. Rock Mech. and Min. Scie., Vol.19, pp.211-220.
49. H. W. Duddeck and H. Nipp, "Time and temperature dependent stress and displacement fields for salt domes", Proc. of 23d US Symp. on Rock Mech., Berkeley, USA, 1982, pp.596-603.
50. S., Timoshenko and J. N., Goodier, "Theory of elasticity", McGraw-Hill, Second Edition, p.406-410.
51. 宋 文洲, 石島 洋二, " ライニングの破壊様式に及ぼす地圧の影響", 資源・素材学会 1990 年春季大会, p p. 83 ~ 84.
52. 石田 誠, " だ円孔を有する帯板の面内曲げ", 機械学会論文集, 22 巻 123 号, p. 809 - 814.
53. Hiramatsu, Y. and Oka, Y. "Stress around a shaft or level excavated in ground with a three-dimensional stress state", Mem. Fac. Engng. Kyoto, v. XXIV, Part 1, Jan. 1962, pp.56-76.
54. 中原 一郎, " 円孔をもつ無限板の曲げ", 機械学会論文集, 25 巻 155 号, p. 619 - 629.
55. 川本 眺万, " 応用弾性学", p. 226 - 229.
56. E. R. Leeman, "The 'doorstopper' and triaxial rock stress measuring instruments developed by the CSIR", Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, Vol.69,

No.7, Feb. 1969, pp.305-339.

57. 石島 洋二, 鈴木 光, "ボアホール孔底の3次元応力分布について", 日本鉱業会, 春季大会講演集, 1971, 3。
58. Worotnicki and R. J. Walton, "Triaxial 'hollow inclusion' gauges for determination of rock stress in situ.", the Institution of engineers, Australia, National Conference Publication, No. 76/4 Supplement (Supplement to ISRM Symposium 1976).
59. 鈴木 光, "岩盤力学と計測", pp. 321~325。
60. 庄谷 征美, "コンクリートの乾燥収縮に及ぼす諸要因の影響と収縮量予測に関する実験的研究"。
61. D.E.Gill, R.Corthesy, J.Ouellet, P.B.Dube, "Improvements standard doorstopper and Leeman cell stress measuring techniques", Proc. 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics/KOBE/6-9 April/1987.
62. A. C. I. Committee 209/II, "Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures", A. C. I. -SP.27, Designing for effects of creep, shrinkage and temperature, pp.51-93, 1971.
63. 西林 新蔵等, "コンクリートの乾燥収縮の内部機構に関する一考察", 材料, 第22巻, 232号, pp. 52-56, 1973。
64. 岩崎 訓明, "モルタルコンクリートの特性", 共立出版, pp. 121-131, 1975。
65. 近藤 実, "硬化セメントペースト中の水の形態と水分の拡散を考慮した乾燥収縮の関係", セメント技術年報XII,

- pp. 136 - 149, 1958.
66. 向井 毅ほか, "コンクリート乾燥収縮の予想に関する研究",
日本建築学会大会学術講演概要集, pp. 167 - 168,
1976.
 67. Powers, T. C., "Mechanism of shrinkage and reversible creep
of hardened paste, Proc. of Int. Conference of Structure of
Concrete, London, pp. 319-341, 1965.
 68. 一般国道231号浜益村地内送毛トンネル地質調査書, 1971,
札幌開発建設部。
 69. 本領 静吾等, "一般国道231号送毛トンネルの地質と地圧につ
いて", 技術研究発表会資料, 第17回, 昭和48。
 70. 菊地 邦彦等, "送毛トンネル補強対策について", 北海道開発局
・技術研究発表会, 第27回, 昭和58。
 71. 菊地 邦彦等, "送毛トンネル補強対策について", 北海道開発局
・技術研究発表会, 第29回, 昭和60。
 72. Herbert H. Einstein, Nutal Bischoff, "Design of tunnels in
swelling rock", 16th Symp. on Rock Mech. , September 22-24,
1975, university of Minnesota Minneapolis, U.S.A., pp. 1-11.
 73. W. Wittke, "some aspects of the design and construction of
tunnels in swelling rock", Proc. of the Int. Symp. on Weak
Rock/Tokyo/21-24 September, 1975, 1333-1343.
 74. Hill, R., "The Mathematical Theory of Plastic, Oxford"
University Press, 1950.
 75. D. C. Drucker, "A more fundamental approach to plastic
stress-strain solutions", Proc. 1st U.S Natn. Cng. Appl.

- Mech., 487-91, 1951.
76. R. Hill, "The mathematical theory of plasticity", Clarendon Press, 1950.
 77. Koiter, W.T., "Stress-strain relations, uniqueness and variational theorems for elastic-plastic materials with singular yield surface", Quart. Appl. Math., m11, 350-354 (1953).
 78. R. H. Gallagher, J. Padlog, P. P. Bijlaard, "Stress analysis of heated complex shapes", A.R.S. Journal, 700-7, 1962.
 79. R. J. melosh, "Structural analysis of solids", Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., S.T.4, 205-23, Aug. 1963.
 80. Y. R. Rashid and W. Rockenhauser, "Pressure vessel analysis by finite element techniques", Proc. Conf. on Prestressed Concrete Pressure vessels, Inst. Civ. Eng., 1968.
 81. B. M. Irons, "Engineering applications of numerical intergration in stiffness methods", J.A.I.A.A., 4, 2035-7, 1966.
 82. J. G. Ergatoudis, B. M. Irons, and O. C. Zienkiewicz, "Three dimensional analysis of arch dams and their foundations", Proc. Symp. Arch Dams, Inst. Civ. Eng., 1968.
 83. J. H. Argyris and J. C. Redshaw, "Three dimensional analysis of two arch dams by finite element method", Proc. Symp. Arch Dams, Inst. Civ. Eng., 1968.
 84. S. Fjeld, "Three dimensional theory of elastics", finite element method in stress analysis, Tapir Press,

- Trondheim, 1969.
85. 宋 文洲, "岩石力学における数値解析の二、三の応用",
北海道大学工学部修士論文, 第4章。
 86. Timoshenko, J. N. Goodier, "Theory of elasticity",
2nd Edition, McGraw Hill Book Co., 1951.
 87. Goodman, R. E., Taylor, R. L. and Brekke, T. L., "A model for
the mechanics of jointed rock", Proc. ASCE, Vol. 94, No. SM 3,
1968, pp. 637-659.
 88. 大手 敏, "有限要素法による弾性接触応力の解析",
日本機械学会論文集, 38巻, 313号, 1972,
pp. 2210-2216。
 89. Chan, S., K. and Tuba, I. S., "A finite element method for
contact problems of solid bodies, Part I, Theory and
Validation", Int. J. Mech. Sci., Vol. 13, 1971, pp. 615-625.
 90. Zienkiewicz, O. C., Best, B., Dullage, C. and Stagg, K. G.,
"Analysis of nonlinear problems in rock mechanics with
particular reference to jointed rock systems", Proc. 2nd
Congr. ISRM, Beograd, 1970, pp. 8-14.
 91. 山田 嘉昭, 江澤良孝, "接合要素とその有限要素解析における
応用", 生産研究, 31巻6号, 1979,
pp. 519-524。
 92. 丸井 英男, "有限要素法による弾性接触問題の解析",
日本鋼構造協会第11回大会研究集会, マトリックス解析法研究
発表論文集, 1977, pp. 253-258。
 93. Sharma, H. D., Nayak, G. C. and maheshwari, J. B.,

"Generalization of sequential nonlinear analysis-A study of rockfill dam with joint elements", Numerical methods in geomechanics, ASCE, 1976, pp. 662-685.

謝 辞

本研究は北海道大学工学部石島洋二教授の懇切なご指導のもとにおこなわれたものであり、基礎理論から応用技術まで終始ご丁寧なご指導、ご助言をいただいた。本研究の範囲にとどまらず、工学の多くの面において、私は教授の深い識見と鋭い洞察力から大いに啓蒙を受けた。ここに深く感謝の意を表する次第である。

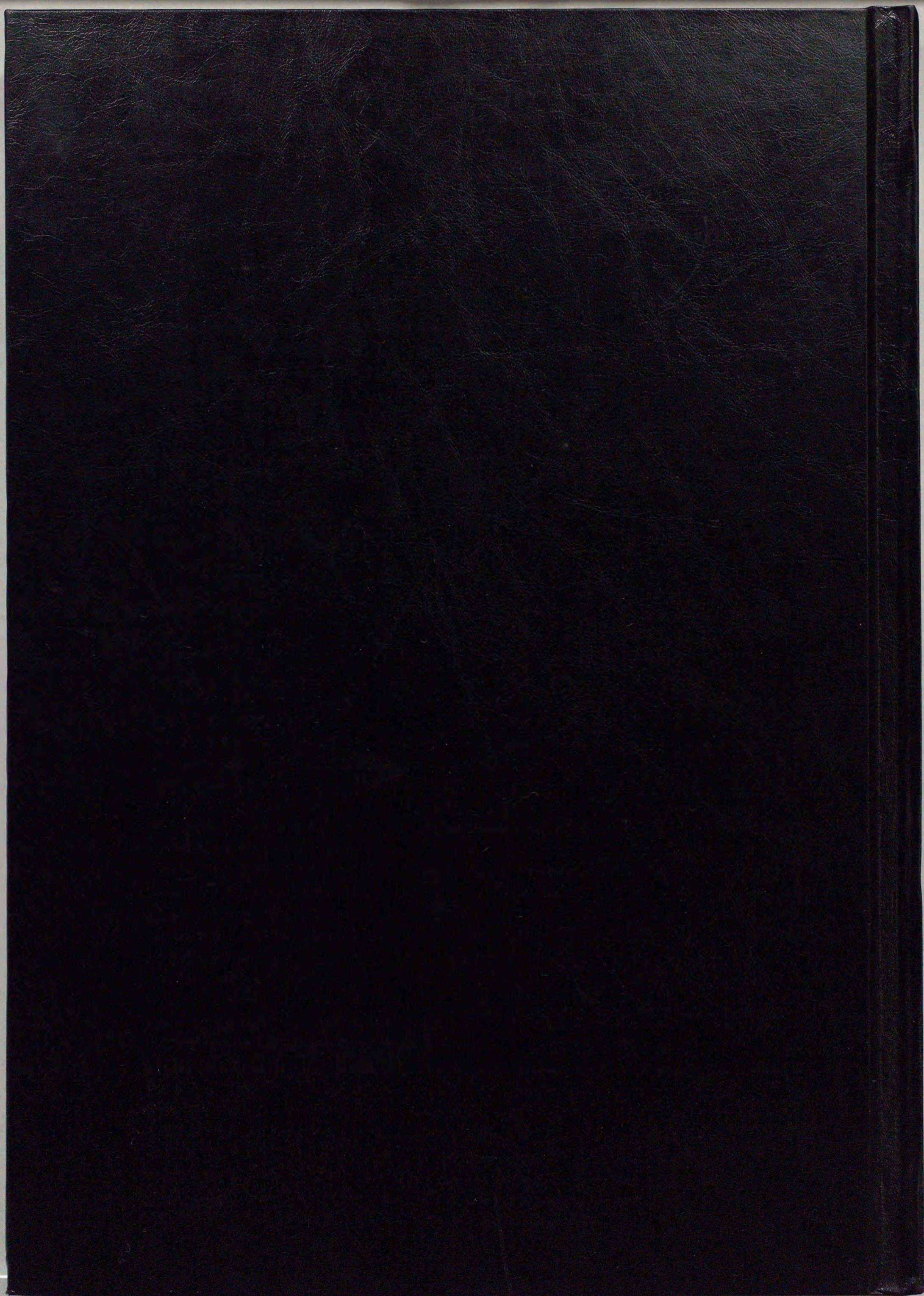
この論文の完成に際しては、中島巖教授、鵜飼隆好教授、芳村仁教授からも多くの丁寧なご指導を頂いた。

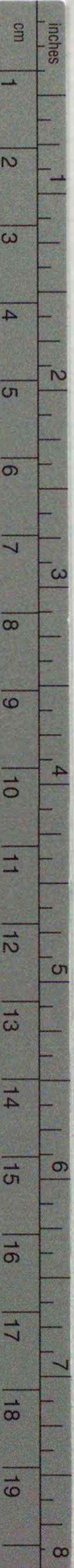
また、本論文の作成に向けて室内実験や現場測定をおこなうにあたり、菅原隆之技官には大変に多くのご助力と激励を頂いた。熊倉聡君、渡辺康一君にも実験で多大のご助力を頂いた。ここに、各位へ感謝の意を表したい。

測定現場の提供や貴重な文献・資料の入手などでご協力を頂いた北海道開発コンサルタントの川北稔氏、北海道開発局土木研究所の根岸正充氏、上田コンクリート（株）の間島富蔵氏、三井建設技術研究所の中田雅夫氏各位に対して感謝の意を記します。

最後に、北海道大学工学部の修士課程入学以来今日に至るまで、同学部の岩石力学講座の先生方と院生、学生の諸君のご協力とご支援があってこそ、この論文が完成できたことを強調しておきたい。

1991年2月

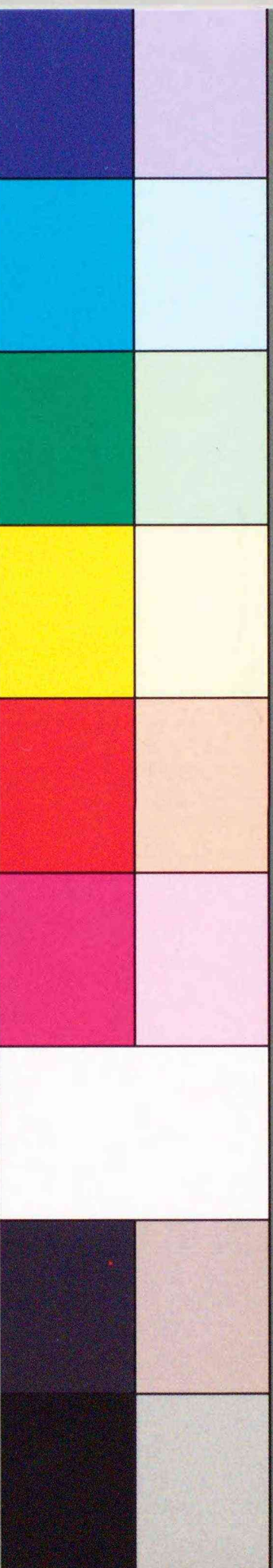




Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

