二次割り当て問題における局所クラスタリング組織化法の適用

北海道大学 ○猿島悠輔，鈴木育男，山本雅人，古川正志

Local Clustering Organization for Quadratic Assignment Problem

Graduate School of Information Science and Technology Hokkaido University
Yusuke Sarushima, Ikuo Suzuki, Masahito Yamamoto, Masashi Furukawa

Quadratic Assignment problem (QAP) is Combinatorial optimization in NP-hard. Many methods have been applied to QAP, such as a branch and bound method, genetic algorithm, simulated annealing and taboo search and local clustering organization (LCO). In these Algorithms LCO can solved QAP faster than other methods. In this study we propose new method to solve QAP using LCO and proved that it can solve QAP more the effectiveness of the proposed method.

1. はじめに

大規模な倉庫の商品配置を想定した問題を解くために, 施設配置問題や VLSI 回路設計など柔軟なモデルに適用が可能である二次割り当て問題(Quadratic Assignment Problem : QAP)が用いられる．

QAP は組み合わせ最適化問題の一つであり，巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem : TSP)の問題表現を含む NP-困難な問題で，分岐限定法(Branch and Bound Method : BBM)や整数計画法(Integer Programming : IP)，遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm : GA)，が解法としてよく用いられてきた．しかし，QAP は問題サイズが大規模になると計算量が爆発的に増加するため，間接列挙法などの手法は現実問題として解く事が殆ど不可能であることが知られている．

これまでにTSPで有効性が示されている局所クラスタリング組織化法(Local Clustering Organization : LCO)はQAPに対し，問題サイズが大きな問題でも比較実験により高速に解くことが出来ることが示されてきた[3,4]．

本研究では，従来の LCO アルゴリズムに対し，QAP に内在する要素間の特徴を考慮した解表現を提案し，シミュレーション実験により提案手法の数値比較実験を行い，その有効性を示す．

2. 二次割り当て問題(QAP)

2.1 定義

サイズ n の QAP を施設配置問題の例として定義する． これは，n 個の地域に n 個の施設を割り当てる問題である．本研究の倉庫の商品配置においては，この問題はある倉庫の n 個の棚に n 個の商品を配置する問題に置き換える事が出来る．ここで，各施設配置候補地域の距離を $n \times n$ 行列と定義し，それぞれの施設間の物の流れ，物流量をフロー行列と定義する. これも, 商品配置では各棚の距離と, 商品の関連性, 同一商品の在庫数等と置き換えることができる．

本問題の全体のコスト $F(p)$ は次の式で表される．

$$F(p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_{ij} d_{p(i)p(j)} \qquad (1)$$

ここで，f_{ij} は i 番目の地域から j 番目の地域までの距離，$d_{p(i)p(j)}$ は $p(i)$番目の施設から $p(j)$ 番目の施設への物流量，とする． p は地域に順に割り当てられた施設の並びとし，

$$p = (p(1), p(2), \cdots, p(i) \cdots, p(n)) \quad (2)$$

と表現する． $p(i)$ は順列 p の要素を表し， n は問題のサイズである．

3. 局所クラスタリング組織化法

3.1 LCO アルゴリズム

LCO[1]はクラスタリングにより局所的に解を改善するリカッチ型学習方程式に基づく学習則であり，計算量が少なく，高速に近似解を求めることが出来る．以下に N 都市のTSPにおける基本的なアルゴリズムを示す．

(1) N 都市をランダムに一周する経路を生成
(2) ランダムに都市 c を選択し，近傍範囲 r を設定
(3) 都市 c の両近傍 $c-r, c+r$ の範囲をクラスタリングにより最適化する
(4) 終了条件を満たせば終了，それ以外は(2)に戻る

QAP におけるクラスタリング手法は交換法(Simple Exchange Methods : SEM), 平滑法(Smoothing Methods : SM)が有効であることが示されている．TSP におけるクラスタリング手法では上記のクラスタリング手法に加え，逆位交換法(Inverse Exchange Methods : IEM)，対称交換法(Symmetric Exchange Methods, SYM)が有効であるが，QAP に対しては効果が低い．

3.2 これまでの研究

LCOは二次割り当て問題に適用するために, 解表現を 1 次元配列のアドレスに地域番号，配列のデータに施設番号を代入し，円環順列とみなし，評価関数(2)でコストを計算する方法が用いられてきた[4]．そして, 距離による近傍の取り方によるクラスタリング方法(距離近傍)を適用することにより高速に解くことが可能になることが確認された．ここでの距離による近傍とは，解配列の並び順でのクラスタリングではなく，選択された要素との距離の長さによりクラスタリング順序を決める方法である[3]．また，QAPにおいてLCOの解は局所解に陥りやすく，局所解より脱出する手法も提案されている．

3.3 QAP への適用の問題点

QAP へ LCO に適用する問題点は以下の点である．

(1) クラスタリング手法 IEM が QAP に対して，効果が低い．TSP では解表現は必ず距離の近い都市の値が解配列の隣り合った要素に集まり，精度向上の効果が期待できる．これに対し QAP の解配列には隣り合った配列要素間に関連性がない. この事が IEM の効果の低い原因であると考える．
(2) 距離近傍の有効性が示され, 大規模問題では解の精度の差が顕著に現れるのに対し，QAPLIB のベンチマーク問題(nug12,20,22,30)に対しては, 従来の LCO と比較し精度に差がないことが，予備実験よりわかった．

予備実験によるベンチマーク問題は地域間の距離は 1～5 の整数であり，同値の重複率は 2～30%にもなる．そのため距離近傍では同値の距離をもつ地域をランダムに選択される可能性が高く, ランダムな探索へと変化していると考えられる．

以上より，LCO への適用の際に各要素間の特徴を踏まえた近傍選択が必要である．

3.4 提案手法

本研究では目的関数による近傍選択を用いたクラスタリング方法を提案する．

3.2 で示した問題点では，距離近傍では，各地域間の距離の差が同値な箇所が多数存在する場合，ランダムにクラスタリングを行った場合と同じである．このような場合を回避するために各施設，地域間の特徴を保持する近傍の配列を目的関数より求める．以下にその概要を示す．

$$O_i = \sum_{j=1}^{n} f_{ij} d_{p(i)p(j)} \quad (3)$$

O は地域 i 施設 $p(i)$ から他の地域，施設のコストの総和である．このコストを降順とした施設番号を配列 G に代入する．この G を距離を用いたクラスタリング方法同様に用いる．

3.4.1 提案手法アルゴリズム

(1) 要素数 N の解配列を初期化
(2) 解配列よりコスト配列 O を計算, 降順に並び替え G に代入
(3) ランダムに地域 c を選択し，近傍範囲 r を設定
(4) 地域 c の両近傍 $c+r$ の範囲を G を用いてクラスタリングにより最適化, 各クラスタリング内で(2)の処理を行う
(5) 終了条件を満たせば終了，それ以外は(3)に戻る

本研究ではクラスタリングは SEM，SM を用いる．

3.4.2 Simple Exchange Method

(1) 交換基準点を c とする．ここで R の初期値を 0 とする．
(2) c と G_R の交換を試み，交換後評価が交換前の評価と比べ改善されれば交換を採用する．ここで，評価計算内で新たなコスト O を算出し保持する．
(3) $R=R+1$ として(2)へ戻る．ここで，$R>r$ となれば終了し，一番評価の高いコスト O を G に更新する．

3.4.3 Smoothing Method

(1) 交換基準点を G_{c+i} とする．ここで $R=1$，$i=0$ とする．
(2) G_{c+i} と G_{c+i+R} の交換を試み，交換後評価が交換前の評価と比べ改善されれば交換を採用する．ここで，評価計算内で新たなコスト O を算出し保持する．
(3) $R=R+1$ とし(2)に戻る，$i+R \geq r$ に到達した場合，$i=i+1$ とする．$i \geq r$ となればクラスタリングを終了する．

4. 数値計算実験

提案手法の有効性を検証するため，要素数 500 のデータと QAPLIB の nug12,nug20,nug22,nug30 を用い, 実験を行った．実験条件はそれぞれ 1 時間試行を 10 回行った．比較する手法は距離による近傍の取り方によるクラスタリング方法である． 要素数 500 のデータは同値の要素の重複率を最大 2%と 20%で限定した 2 種類用いる．

4.1 結果

表 1 は nug12,20,22,30 の実験結果の平均を相対誤差で表した表である．それぞれ SEM，SM 単体とクラスタリング選択割合 1：1 による結果で，object が本手法，dist が比較手法である．表 2 は 2 種類の要素 500 の問題で，本手法と比較手法の精度の改善率を表している．図 1,2 は要素数 500 の重複率 20%と 2%での本手法と比較手法をクラスタリング選択率 1：1 で求めた結果で最了解を表示したグラフである．

結果から, 各問題で要素間の特徴が同値である確率が高い問題では距離近傍より目的関数近傍の方が処理速度が早く，本手法では比較手法より LCO の時間に対する改善が初期段階において大きいことがわかった．

5. おわりに

数値計算実験より得られた結果を記す

(1) 距離による近傍と目的関数による近傍によるクラスタリング手法では，要素間の特徴の差異が少ない場合，目的関数による近傍の取り方のほうが高速に解くことができる．
(2) 距離による近傍と目的関数による近傍によるクラスタリング手法では，解の精度はほぼ同等である．

本研究で LCO に適用した手法は, QAP を解く際にその問題がもつ要素間の特徴を考慮せずに, 従来の LCO より高速に解くことができ，より大規模な問題に対し効果が得られることが期待できる．しかし，LCO は局所解に陥りやすく，局所解脱出性をもたない．よって今後，SA，TS のような局所解脱出性を持つハイブリットアルゴリズムの方法を用いた LCO を提案，比較検証を予定している．

Table.1. Comparison of the average of evaluated error

		nug12	nug20	nug22	nug30
object	SEM	0.041	0.0375	0.033	0.028
	SM	0.043	0.038	0.038	0.0325
	1:1	0.086	0.0395	0.0365	0.028
dist	SEM	0.062	0.04	0.0365	0.0345
	SM	0.0835	0.056	0.076	0.0475
	1:1	0.0565	0.045	0.0465	0.043

Table.2. Comparison of the improvement rate

	500(2%) best	500(2%) worst	500(20%) best	500(20%) worst
SEM	0.0017	0.0009	0.00138	0.00132
SM	0.0021	0.0034	0.0023	0.0022
1:1	0.0019	0.0027	0.0017	0.0024

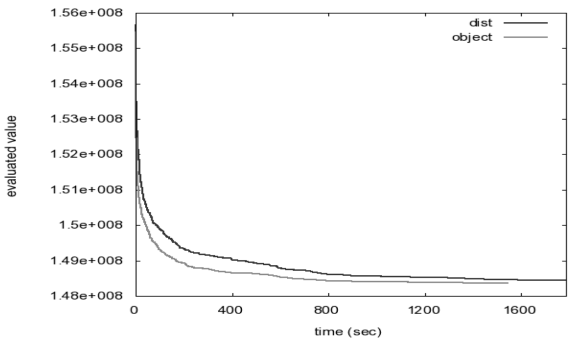

Fig.1. n=500(20%), Comparison of the computational time

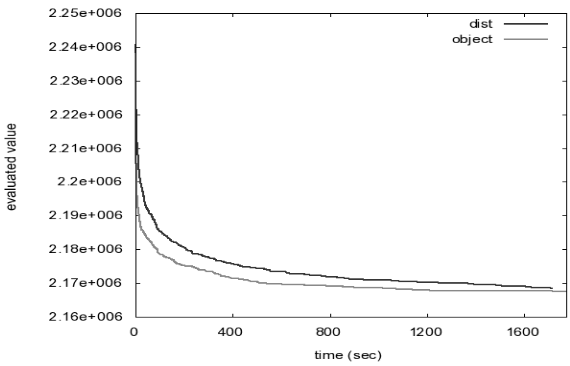

Fig.2. n=500(2%), Comparison of the computational time

参考文献

1) 古川正志，渡辺美知子，松村有祐．局所クラスタリング組織化法による TSP の解法．機論 C 編．71(711)．2005．3189-3195
2) R.E. BURKARD. QAPLIB. http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib/inst.html. (14 January. 2009)
3) 古川正志，渡辺美知子，伊林義博．大規模二次割り当て問題への LCO の適用，2004 年度精密工学会北海道支部学術講演会講演論文集．pp.150-151，2004．
4) 猿島悠輔，鈴木育男，山本雅人，古川正志．局所クラスタリング組織化法による 2 次割り当て問題への適用．精密工学会北海道支部 50 周年記念学術講演会講演論文集．pp.37-38,2009