



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	スペクトル領域法による平面型マイクロストリップアンテナの研究
Author(s)	宮崎, 俊之
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第3646号
Issue Date	1995-03-24
DOI	https://doi.org/10.11501/3082649
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51228
Type	doctoral thesis
File Information	000000285100.pdf



学 位 論 文

スペクトル領域法による平面型

マイクロストリップアンテナの研究

宮 崎 俊 之

スペクトル領域法による平面型

3646

①

学 位 論 文

スペクトル領域法による平面型
マイクロストリップアンテナの研究

宮 崎 俊 之

目次

1 序論	1
1.1 逆散乱問題と PMA	1
1.2 薄型アンテナ	3
1.2.1 薄型アンテナの定義	3
1.2.2 インテグレートッドアンテナ	4
1.3 本論文の目的	5
2 スペクトル領域法	9
2.1 まえがき	9
2.2 基本概念	10
2.2.1 Fourier 変換対	11
2.3 Green 関数	12
2.3.1 Green 関数の導出	13
2.4 モーメント法	16
2.4.1 モーメント法の数学的背景	18
2.4.2 アンテナ問題における積分方程式	20
2.4.3 モーメント法の電磁流源が共存する電磁界問題への適用	22
2.4.4 Galerkin 法	25
2.5 電流基底関数	26
2.5.1 エッジ条件	27

2.5.2	マイクロストリップ線路	27
2.6	方形パッチアンテナの電流基底	32
2.6.1	全領域基底	32
2.6.2	区分正弦波	37
2.7	給電モデル	40
2.7.1	デルタギャップ給電	42
2.8	給電線モデル	44
2.8.1	無限長線路	45
2.8.2	半無限長線路	48
2.9	リアクション積分	48
2.9.1	積分空間	49
2.9.2	直交座標系におけるリアクション積分	50
2.10	Green 関数の近似	51
3	共振系の解析	54
3.1	まえがき	54
3.2	定式化	54
3.2.1	複素共振周波数の概念	54
3.2.2	複素共振周波数解析時のリアクション積分経路	56
3.3	複素共振周波数解析における積分経路	57
3.3.1	複素共振周波数解析時のインピーダンス行列の対称性	63
3.4	解析	69
3.4.1	マイクロストリップ素子の複素共振周波数解析	70
3.5	むすび	74
4	PMA の解析	77
4.1	まえがき	77
4.2	PMA の構造と動作原理	78

4.3	定式化	83
4.3.1	Fourier 変換とスペクトル領域	83
4.3.2	基底関数の選択	84
4.3.3	方程式の行列表現	89
4.3.4	放射特性	91
4.4	中央給電のダイポールによって励振される平行マイクロストリップ素子の解析	94
4.4.1	ダイポール単体の場合	95
4.4.2	マイクロストリップ素子としてダイポールを用いた場合	95
4.4.3	マイクロストリップ素子として方形パッチを用いた場合	103
4.5	方形パッチを用いた PMA の解析	103
4.5.1	入力特性	104
4.5.2	偏波特性と PMA の動作状態	107
4.5.3	正方形パッチの解析	109
4.6	むすび	122
5	結論	125
A	フローチャート	127
A.1	複素共振周波数解析プログラムのフローチャート	128
A.2	複素共振周波数解析プログラムのフローチャート	130
	参考文献	133
	謝辞	137
	研究業績一覧	138

Chapter 1

序論

1.1 逆散乱問題と PMA

電磁界ベクトルの形で表される電磁波のもつ情報を完全に利用するレーダ (RAdio De-tection And Ranging : RADAR) は，現代の電磁界センサや画像技術の分野における不可欠な技術となっており，地殻のリモートセンシングなどの分野における役割はますます大きくなっている [1]．

レーダは 1904 年に Hülsmeyer により考案され，その後 20 年を経て実用化され，陸上，海上，および大気中における移動・運行において重要な要素となった．それから 40～50 年を経て，高帯域レーダシステムの構築が可能となった．この高帯域レーダシステムはトポロジー (位相幾何学) に基づいて，周波数および振幅情報に加え，相対的なあるいは絶対的な位相情報を用いる事により散乱体の物理的な特徴を解析する．解析能力の増大により，レーダは，その本来の目的である「電磁波を用いた探知および搜索」だけに留まらず，これらの目的とは関係のない高解像度測量，プロファイリング，そしてイメージングに幅広く使われるようになった．

散乱体に電磁波が入射すると，その散乱波は周波数，振幅，位相情報などとともに，偏波情報をもつ．一般に入射波に対する散乱波の偏波状態は変化するため，散乱体は偏波変換器としても捉えることができる．電磁界散乱問題を完全に記述するためにはこの偏波状

態を含めて考える必要がある [2]. 当初のレーダは振幅, 周波数の情報のみを利用していたが, 位相と振幅の偏波的な情報をレーダ信号やイメージ処理に取入れることにより, ホログラフィやコンピュータを用いたトポロジー, およびそれらの応用である合成開口レーダ (SAR), 逆合成開口レーダ (ISAR) が開発, 実用化された. 物体に電磁波を照射し, その反射波の物体の特性を像情報などを通して把握する問題は一般的に逆散乱問題 (Inverse Problem) として知られている [3]. このリモートセンシングへの応用を考えた場合, 偏波情報を正確に測定することは非常に重要となり, 偏波状態を電氣的・物理的に変えることのできるアンテナが求められる.

誘電体基板上にプリント技術を用いて製作されるマイクロストリップアンテナは, 移動体搭載のアンテナとして非常に適している. なかでも給電線と放射素子が同一平面上にある共平面型アンテナは片面のみで製作でき, アンテナを多層構造とする場合などと比較し, より薄型化・軽量化することが可能となり, 製作行程も少なくてすむ. 偏波面切り替え可能であることが求められる衛星あるいは移動体搭載型のリモートセンシング用アンテナの候補として, 間隙を介して半無限給電線路により励振するマイクロストリップ素子 (Proximity feed Microstrip Antenna: PMA) が提案されている [4]. 共平面構造をもつ PMA は, 1 組の PIN-diode と Low-pass フィルタを用いて給電線終端の OPEN-END と SHORT-END を切り替えることにより, PMA の動作原理である二つの結合 (誘導性結合と容量性結合) に支配される二つの偏波状態を電氣的に切り替え可能である. 放射素子として方形パッチを用いると直交する二つの直線偏波を, また円偏波素子を用いる事により右旋円偏波と左旋円偏波を切り替えることも可能である.

PMA は製作の容易さに加え, 高速な偏波切替の要求にも応えることができ, 給電線部の構造の単純化により部品点数が減少し, 信頼性の向上も期待できる. アレー化の際にも, 給電線の両側に PMA を複数配置し, 給電線終端部の開放・短絡の切り替えにより偏波切替ができるなど設計の自由度も高い.

1.2 薄型アンテナ

移動体に用いる通信機には、より一層の小形化が求められている。ここ十年間のマイクロ波集積回路 (MIC) の発展は目覚ましいものがあったが、このような回路の設計とその発展は様々な電磁気的な問題を生じてきた。これらの問題の多くはスペクトル領域法を用いて解析することが可能である。

薄型アンテナの研究の中心である印刷配線アンテナの研究は米国において 1950 年代初等とその概念があったにも関わらず、1970 年代に入るまでそれ程活発に行われなかったが、1970 年代になり急激に注目されてきた。その理由の一つとして、ロケットのテレメトリー用の周波数が VHS 帯から、S 帯へ移行してきて、このため高速移動体用 S 帯アンテナの開発が現実の問題になってきたことがあげられる。1970 年 10 月ニューメキシコ大学で開催された印刷配線アンテナ技術のワークショップ、および、このワークショップをもとに組まれた IEEE Trans. Antenna and Propagat. の 1981 年 1 月の出版以降、マイクロストリップアンテナに代表される薄型アンテナの研究が更に活発に行われてきている [5]。

1.2.1 薄型アンテナの定義

ここで述べる薄型アンテナとは、単なる平面型アンテナとは異なり、厚さ方向に波長よりも十分小さく、かつ、横方向には 2 次元的な広がりを持つアンテナ、electrically thin antenna であると狭義には考えられる。ここで、波長よりも十分薄いとは、十分の一波長以下と考えるのが妥当である。小型アンテナまたは electrically small antenna が回路的に集中定数回路素子に対応させ得るとするなら、薄型アンテナはいわゆる平面回路に属する。但し、平面回路が厚手方向に一層程度のかなり単純な構造であるのに対し、薄型アンテナは厚手方向に数層からなっている場合が多い。また、薄型アンテナの給電回路としては平面回路が多く使われるが、導波管のような立体回路が使用されることもあり、アンテナ素子と給電回路との組み合わせにより、多様な薄型アンテナが検討されている。

1.2.2 インテグレートッドアンテナ

最近，マイクロ波帯およびミリ波帯において，マイクロストリップアンテナをモノリシック集積回路に組み込む技術に対する関心が増してきている．新しい多機能なアクティブフェーズドアレイシステムに対する必要性，及びマイクロ波集積デバイス技術における革新の必要性が，位相器や増幅器の様なデバイスとマイクロストリップアンテナを同一の基板上に集積化することを要求している．このように，従来の考えにとらわれることなく，アンテナを半導体回路中に一体化して集積化を行うことによって，アンテナ側により高度な機能を分担させたアンテナのことを総してインテグレートッドアンテナと呼ぶ．

インテグレートッドアンテナの適用分野

現在，無線通信システムにおいて最もアンテナの多様化が要求されているのは移動体通信のアンテナである．移動体通信の中で，航空移動通信は既に実用化されつつあるが，航空機搭載アンテナは平面型フェーズドアレイが望ましいとされる．航空移動体周波数である L 帯 (1.5GHz~1.6GHz) においてフェーズドアレイを構成すると，主にデジタル位相器の挿入損失のため，アンテナの動作利得が所望の値とならない．従って，アンテナからの入力電波をダウンコンバージョンして，位相器などの回路損失の無い中間周波数での信号処理をアンテナ部分で行う必要がある．さらに，移動体搭載用 BS 受信器 (12GHz 帯衛星放送直接受信器) を自動車などの移動体へ搭載する場合はアンテナ機能の分割，移動体表面の複数箇所への分散配置，光ファイバによる合成，また，この間には各種アダプティブアレイアンテナ技術の積極的な応用を図る必要がある．これらの組み合わせにより，システムは極めて信頼性の高い，柔軟な機能を持つインテグレートッドアンテナとなる．この他に，インテグレートッドアンテナの応用が期待される分野は，準ミリ波帯デジタル移動通信 (3GHz 以下)，太陽発電衛星 (Solar Power Satellite : SPS) におけるスペーステナおよびレクテナ (2.45GHz)，イメージングアレイ等である．

インテグレートッドアンテナの研究背景

インテグレートッドアンテナの研究の背景には、近年の GaAs モノリシックマイクロ波集積回路 (MMIC) の進展がある。1980 年頃には、S バンド～X バンドに用いられているに過ぎなかったが、今や低い周波数では 50MHz から高いほうでは 100GHz の範囲まで使用が広がっている。ミリ波帯では回路損失が増大するため、高度なアクティブアレイ技術を開発する必要がある。これは従来のパッシブアレイの単なる拡張ではなく、各素子、または各サブアレイ毎にアンプと位相器を用いるものである。プリントアンテナを用いたフェーズドアレイはかなり広い基板面積を必要とする。これは、放射素子に加えて位相器、増幅器、給電線、バイアスラインの様なアクティブ素子を搭載しなければならないためである。また、同一基板上に放射素子とアクティブ素子をおく場合、望ましい誘電率の値は相反する事になる。アクティブ回路は高実装密度および低放射が必要とされるために、高誘電率の薄い媒質上に製作され、一方、アンテナは、高効率と広い帯域を得るために低誘電率で厚い媒質上に製作されなければならない。この相反する要求を実現するのが、本研究室でも研究が行われている多層型インテグレートッドアンテナである。

1.3 本論文の目的

本論文の目的は、PMA の解析手法を確立し、その物理的な特性を明らかにすることである。このために、多層平面構造をもつマイクロストリップアンテナの解析に有用であり、現在盛んに研究が行なわれているスペクトル領域法を導入した。PMA では給電線自体による入力特性、偏波特性への影響があり、更に間隙を介して表面波による強い結合が予想されるため従来の手法では厳密な解析が不可能であった。スペクトル領域法は厳密な Green 関数を数値解析中に導入しているため、空間波による結合だけではなく表面波による結合など、すべての電磁界現象を考慮した full-wave 解析が可能である。しかし、電流基底選択、配置など解析対象のモデル化にその解析の精度、計算速度は大きく依存する。また、スペクトル領域法は波数領域におけるリアクションの数値積分を伴うため、極における発散、

積分空間が2次元空間全面にわたる積分を取り扱うことによる収束性の問題など、これを慎重に取り扱うことが必要となる。そこで、本論文ではまずスペクトル領域法の一般的な定式化を行なった上で、数値解析に関する各種手法について述べる。これらはPMA解析のモデル化の基礎となると共に、他のアンテナ、共振器等、導波路等のマイクロストリップ素子一般にスペクトル領域法を適用する際にも応用可能なものである。

PMAの特徴は、 $1/100\lambda$ 程度の非常に狭い間隙を介して給電線と放射素子が近接配置されていることである。この間隙の影響は、アンテナ系全体の共振周波数などに影響を及ぼす。マイクロストリップアンテナは小型軽量・低姿勢で航空機等の移動体への搭載に向いている反面、この長所と引き換えに低効率、高Qという短所をもつ。したがってPMAの厳密な共振周波数を解析することは、アンテナ設計のために欠くことができない条件である。本論文では一般的なマイクロストリップアンテナの共振特性解析に有用である複素共振周波数解析を導入した。マイクロストリップを共振系として考えた場合、放射によって失われるエネルギーを含んだ形で定式化を行なう必要があり、スペクトル領域法におけるリアクション積分の積分経路の設定を十分に考察する必要がある。この定式化を行なうとともに、この複素共振周波数解析によって得られた結果がPMAに対しても有効であることを示した。これにより共振系としてのPMAの解析が可能となった。

また、本論文ではPMAの放射系としての解析を行なった。まずスペクトル領域法を適用するため、PMAの動作原理を示した。PMAは給電線上の電流と放射素子上の電流は分布的に結合しており、給電線上の進行波はこれにより散乱を生じる。この影響を完全に考慮した給電線上の電流モデルを決定するとともに、このモデルの妥当性を実験値との入力特性の比較により示した。

更にモーメント法を用いて給電線上、放射素子上の電流を決定することにより、偏波の状態、誘導性結合・容量性結合の様子を数値的に解析を行なった。放射素子の横にダイポールを配置する従来の解析モデルでは完全なOPEN-END時、およびSHORT-END時の解析以外は困難であったが、本論文で提案したモデル化は実態に即しており、スタブ長を任意に変化させて給電線上の電流状態を変化させた場合でも解析が可能である。これにより定在波状態、間隙長、パッチの大きさを変えることにより、様々な偏波状態をもつアンテ

ナ的设计も可能であると思われる。また、物理的な考察が可能であるというスペクトル領域法の長所を生かして、従来の解析では不可能であった偏波特性、共振状態以外での特性を明らかにした。

PMA はこれまで給電線の終端の開放・短絡を切り替えることにより偏波を切り替え可能であることが実験により示されていたが、これを数値的に解析できたことにより厳密な解析が可能となった。将来の本モデルの整合問題等の解決に役立つと考えられる。また本論文で取り上げた解析手順は普遍的であり、他のモデルへの応用も可能である。

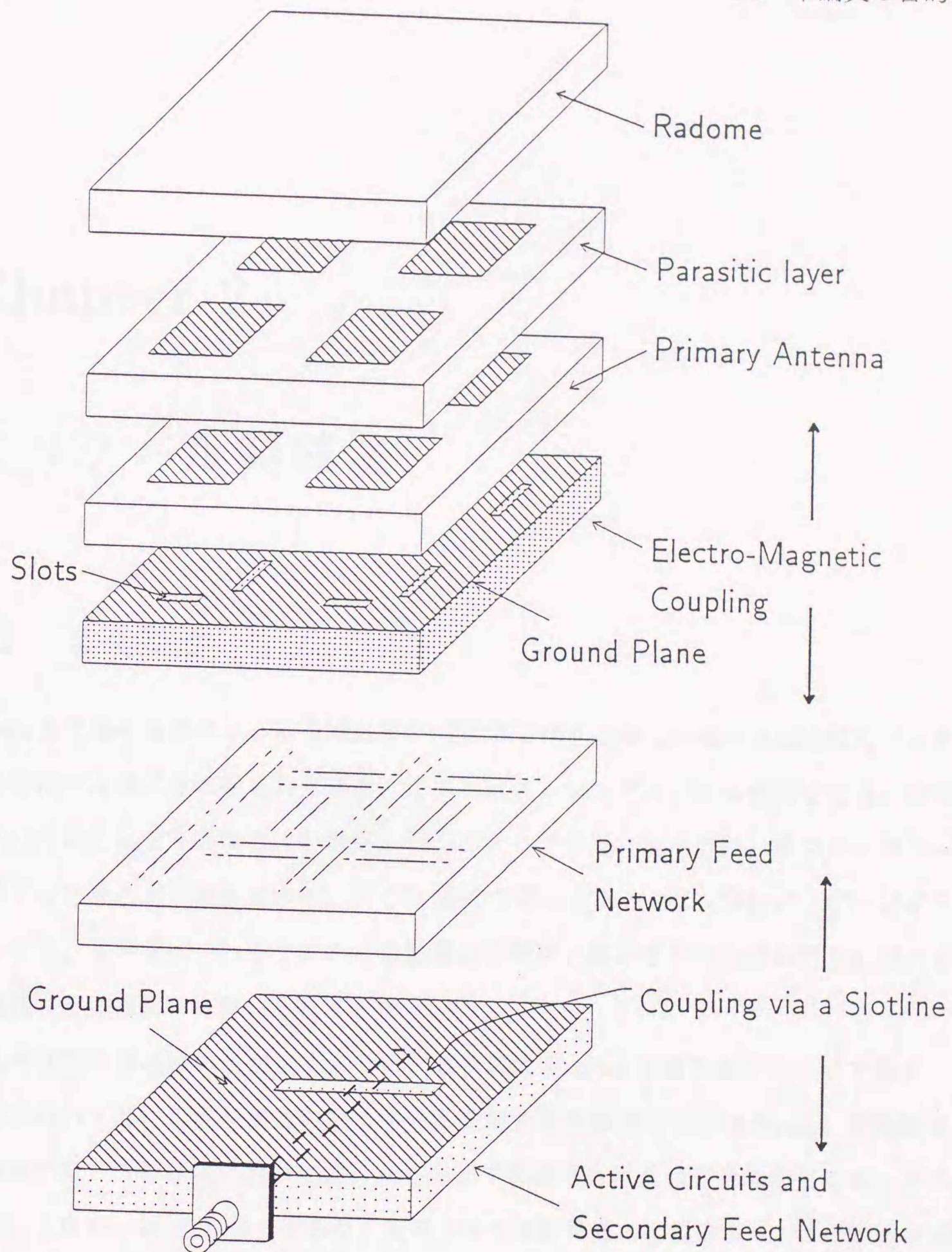


図 1.1: インテグレートッドアンテナ

Fig. 1.1 Integrated Antennas

Chapter 2

スペクトル領域法

2.1 まえがき

本論文で述べるスペクトル領域法は、MIC 等に関する多くの電磁気問題に対する洗練された解法であることが示されてきた。この手法は、シンプル、かつ強力であり、適切な改良を行うことにより効率のよい計算を行うことができる。現在では、そのデータベースを構築するために本手法を用いた、多くの MIC を設計するための CAD パッケージが出ている。また、本手法は、いくつかの平面型構造の解析、設計を行うための閉じた形の近似式を発展させるためにも用いられてきた [6, 7]。

スペクトル領域法の名が示すように、本手法は Fourier 変換の応用の一つである。この手法においては、平面型構造の振る舞いを支配する偏微分方程式は Fourier 変換領域へと変換される。この領域においては、系を記述する微分方程式は容易な形となる。本手法の原理は J.B.Fourier 自身まで遡るが、近年の強力な計算機の出現により、この手法は実現可能となった。平面型の構造の解析に、最初に Fourier 解析を導入したのは T.Itoh ら [8] であり、彼らは 1973 年にマイクロストリップ線路の解析に初めてこれを用いている。1976 年までは、Itoh, Jansen, Rahmat-Samii[9] その他多くの研究者によって、スペクトル領域法の基礎的な応用が研究された。このときの研究対象は、様々な平面型構造、結合型マイクロストリップ線路、不連続マイクロストリップ線路等である。

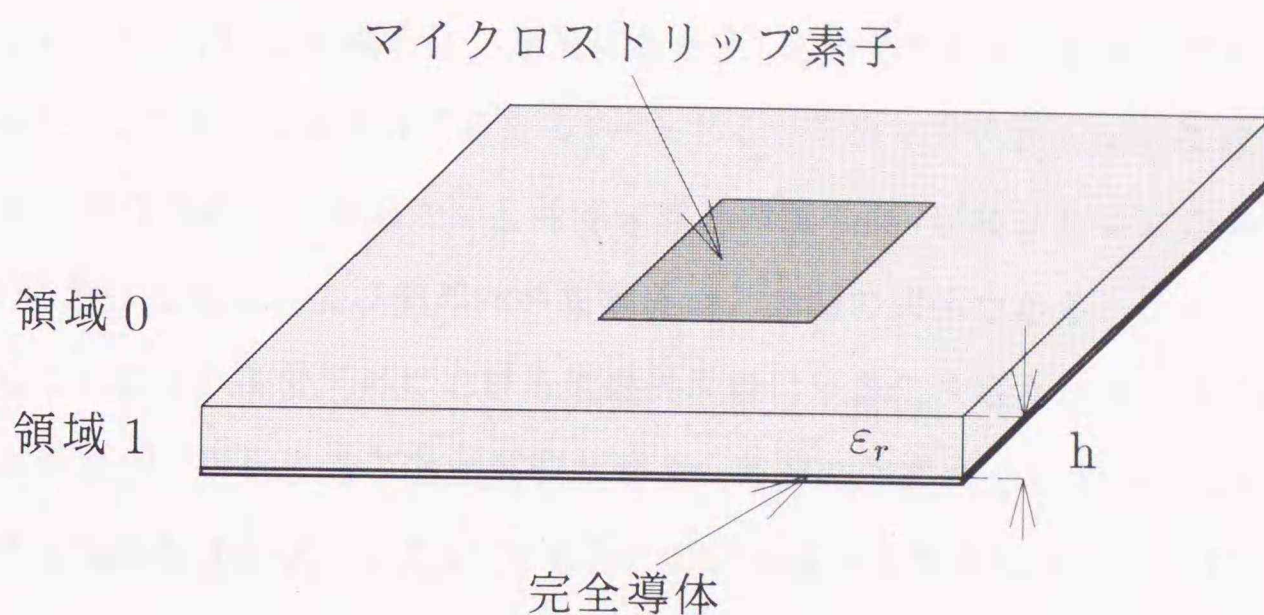


図 2.1: 平面型マイクロストリップアンテナ

1977 に Davies ら [10] によって、多層・多導体型平面伝送線路に対するスペクトル領域法の一般的な適用が研究された。解析に際しては、複数からなる誘電体層を評価するために、伝送行列の手法が用いられた。1980 年になると、Itoh[11] によって多層構造の伝送線路に対する新たなスペクトル領域の手法であるイミタンス法が導入された。それ以来、ますます複雑になる MIC の問題を扱うために、計算効率の向上や適応範囲を増大させるべく、様々な改良が行われている。

スペクトル領域法は、非常に有用な側面を持っているが、この手法の一つの欠点は、厚さの無視できない導体を扱うことが困難なことである。ゆえに、波長が導体の厚さと同程度となる周波数においては、スペクトル領域法によって得られた結果は注意して取り扱う必要がある。本論文においては、全ての導体は波長に比べて十分に薄い事を仮定している。この仮定はマイクロ波帯で通常の誘電体基板を使用する場合には妥当なものである。

2.2 基本概念

本論文で取り扱うのは、誘電体と自由空間の二層からなる平面型マイクロストリップである(図 2.1)。誘電体層を領域 1、半無限自由空間を領域 0 とする。基板は横方向に無限の大きさを有しているものとする。

微小領域に単位作用 (この場合には電流にあたる) を加えたとき, 空間上の任意の点でどのような結果 (この場合には電界にあたる) が生じるかを表すものが Green 関数である [12]. 本論文で取り扱う問題は半無限空間と誘電体層との境界面 (以後は簡単に境界面と呼ぶことにする) における電流および電界への接線成分との間の関係である. この二つの物理量を決定することにより本モデルにおける電磁界現象は一意に決定される. 言い換えるならば本モデルを完全に解析することが可能となる. 電界の接線成分を $\mathbf{E}_t = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$, 境界面における電流を $\mathbf{J} = J_x \hat{x} + J_y \hat{y}$ とすると, この電流から電界の接線成分 Green 関数は, 本問題のような場合には距離 $x - x', y - y'$ のみの関数であり, これを用いることにより, $z = 0$ の任意の点における電界の各成分とパッチ上の電流の各成分との関係は, 次式のようにたたみこみ積分の形で表現される [13].

$$E_y(x, y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{yy}(x - x', y - y') J_y(x', y') + G_{yx}(x - x', y - y') J_x(x', y') dx' dy' \quad (2.1)$$

$$E_x(x, y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{xy}(x - x', y - y') J_y(x', y') + G_{xx}(x - x', y - y') J_x(x', y') dx' dy' \quad (2.2)$$

2.2.1 Fourier 変換対

物理量 A に対する Fourier 変換は, 次式で与えられる.

$$\tilde{A}(k_x, k_y)_{z=0} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y, z=0) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.3)$$

$$A(x, y, z=0) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(k_x, k_y)_{z=0} e^{j(k_x x + k_y y)} e^{\mp j\gamma_i z} dk_x dk_y \quad (2.4)$$

$$\gamma_1 = \pm \sqrt{k_\rho^2 - k_1^2} \quad (2.5)$$

$$\gamma_0 = \pm \sqrt{k_\rho^2 - k_0^2} \quad (2.6)$$

$$k_\rho^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (2.7)$$

ここで, k_i は考えている媒質における波数であり, γ_1, γ_2 はそれぞれ誘電体内, 自由空間中の伝搬定数, k_ρ は波数ベクトル $\mathbf{k}$ の $x-y$ 平面への正射影である. いま, (2.4) 式において,

指数項の符号を $\exp\{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}\}$ を採用する事により, $\tilde{A}$ に物理的意味が与えられる. 時間項として, $\exp\{j\omega t\}$ を採用している事により,

$$\begin{aligned} & \sum_i \tilde{A}(k_{ix}, k_{iy})_{z=+0} e^{j\omega t} \\ &= \sum_i \tilde{A}(k_{ix}, k_{iy})_{z=+0} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_t)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

となる. これより, (2.3) 式は, A の平面波展開となっている事がわかる. 従って, $\tilde{A}(k_{ix}, k_{iy})_{z=+0}$ は, A の波数が $\mathbf{k}_i$ となるモードの $z = +0, \mathbf{r}_t = 0$ における振幅となる. この様なモードの $z = z_0$ における値は, 空間中の波数が, $k_z = k_0$ であることを考慮して,

$$\tilde{A}(k_{ix}, k_{iy})_{z=+0} e^{j\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_t} e^{\gamma_i z} \quad (2.9)$$

ここで式 (2.9) をみると, k_p が各媒質中の波数 k_i より大きい場合は伝搬定数は実数となり, エバネッセント波となる. また, k_p が各媒質中の波数 k_i より小さい場合は, 伝搬定数 γ_i を定義する式 (2.5), (2.6) において, 複号の $-$ が, z の正方向に進む場を, $+$ は, z の負方向に進む波を表す. すなわち, z 正方向に進む平面素波に対する位相項が $e^{j(\omega t - \gamma z/j)}$ であり, z 負方向に進む平面素波に対する位相項が $e^{j(\omega t + \gamma z/j)}$ である. しかし現実には, 半無限空間において, 無限遠点において発散する項は存在しない. 現実の界を考えると, これらの項を積分する際に, これらを適宜選択する必要がある. 具体的には, 式 (2.4) において, dk_x, dk_y に関する積分の積分経路を適宜選択することにより, 実在する電磁界に対応した適切な解析が可能となる. 積分経路については後の章で詳しく述べる.

2.3 Green 関数

スペクトル領域法においては, 基板軸方向 (z 方向) の電磁界は本論文のように平面構造を取り扱う場合には考える必要はない. $x-y$ 成分により一意に決定される. プローブ給電の様に軸方向の構造がある場合にはこの成分を考える必要はあるが, この場合基板平面方向に不連続があるのは δ 関数的な不連続であり, この場合は平面方向から軸方向へ対応する Green 関数を導入することにより対応出来る. しかし, 基板が有限の大きさをもつ場合な

ど，平面方向に不連続がある場合は通常の手法では取り扱うことができず，これがスペクトル領域法の最大の短所となっている．これ以降取り扱う電界，磁界等の物理量は特に断らない限りそれぞれの基板平面上への正射影（接線成分）であるものとする．さて，スペクトル領域法で用いる Green 関数の導出には，直接電磁界を取り扱う方法，イミタンス法などがよく知られている．本論文では Scott らが提案した行列を用いた導出を行なう．イミタンス法がスペクトル領域法と整合性が良い理由として，上に述べたようにスペクトル領域法においては電磁界成分の接線成分を取り扱うことにある．平面構造においては電磁界の平面成分の境界における振る舞いは伝送線路の反射，透過と数式的には全くおなじであり，注意深くみるとこの二つの電磁界現象は全く同じ物である．したがって電流と電界の関係である Green 関数は伝送線路の電流と電圧に置き換えることができ，馴染みのある伝送線路理論を用いることができる．一方，本論文で用いた行列による Green 関数の導出は系統的であり，プログラム化する際などに有利であると思われる．この行列を用いた方法は電界，磁界のそれぞれの接線成分の境界条件，電界から磁界への変換，位相項および外積を行列を用いて表現している．これはイミタンス法で考えると，進行波の反射および透過，特性インピーダンス，並びに線路長に対応し，本手法はイミタンス法の手続きを，より簡易にしたものとなっているが，導出法そのものはまったく同じ物である．

2.3.1 Green 関数の導出

横方向に対しては，構造は均質，また，導体の厚さは無視できるものとする．各電界，磁界は tangential 成分のみを考える．

電界の境界条件

まず，電界の境界条件を考える．

$$E_0(k_x, k_y) = E^-(k_x, k_y) + E^+(k_x, k_y) \quad (2.10)$$

誘電体上面と下面との位相差 ϕ と，下面における反射係数 -1 を用いて， E^- と E^+ の関係は，

$$E^+(k_x, k_y) = -\phi^2 E^-(k_x, k_y) \quad (2.11)$$

$$\phi = e^{-j\sqrt{k_1^2 - k_x^2 - k_y^2}h} \quad (2.12)$$

となる (h は誘電体の厚さ). 式 (2.11) を (2.10) に代入すると,

$$E_0 = (1 - \phi^2)E^- \quad (2.13)$$

E^- について解くと,

$$E^- = (1 - \phi^2)^{-1}E^- \quad (2.14)$$

を得る.

磁界の境界条件

次に磁界の境界条件を用いる. 各領域において, 電界から磁界への変換行列 $[K_i]$ は

$$[K_i] = \frac{-1}{\omega\mu_i} \begin{bmatrix} \frac{k_i^2 - k_x^2}{\sqrt{k_i^2 - k_x^2 - k_y^2}} & \frac{-k_x k_y}{\sqrt{k_i^2 - k_x^2 - k_y^2}} \\ \frac{-k_x k_y}{\sqrt{k_i^2 - k_x^2 - k_y^2}} & \frac{k_i^2 - k_y^2}{\sqrt{k_i^2 - k_x^2 - k_y^2}} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

で与えられる. これと, 外積を与える行列

$$[X] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

を用いて, 各領域の磁界は

$$H_2^{tot} = [K_0][X]E_0 \quad (2.17)$$

$$H_1^{tot} = \{[K_0][X]E^+ - [K_0][X]E^-\} \quad (2.18)$$

である. これを用いて, 磁界の境界条件は以下のように書ける.

$$H_2^{tot} - H_1^{tot} = [X]J(k_x, k_y) \quad (2.19)$$

$$= \{[K_0][X] + (1 + \phi^2)(1 - \phi^2)^{-1}[K_1][X]\}E_0 \quad (2.20)$$

これより,

$$\begin{aligned} E_0 &= \{[K_0][X] + (1 + \phi^2)(1 - \phi^2)^{-1}[K_1][X]\}^{-1}[X]J(k_x, k_y) \\ &= [G]J \end{aligned} \quad (2.21)$$

[G] の計算

次に，式 (2.21) 中の $[G]$ を計算する．自由空間中の軸方向の波数 K_1 ，誘電体内の軸方向の波数 K_2 を用いて，

$$\begin{aligned} [K_0][X] &= \frac{-1}{\omega\mu_0} \begin{bmatrix} k_0^2 - k_x^2 & -k_x k_y \\ -k_x k_y & k_0^2 - k_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{-1}{\omega\mu_0 \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}} \begin{bmatrix} k_x k_y & k_0^2 - k_x^2 \\ k_y^2 - k_0^2 & -k_x k_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.22)$$

同様に，

$$[K_1][X] = \frac{-1}{\omega\mu_0 \sqrt{k_1^2 - k_x^2 - k_y^2}} \begin{bmatrix} k_x k_y & k_1^2 - k_x^2 \\ k_y^2 - k_1^2 & -k_x k_y \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

これにより，

$$\begin{aligned} &\{[K_0][X] + (1 + \phi^2)(1 - \phi^2)^{-1}[K_1][X]\}^{-1} \\ &= \frac{\omega}{\det} \begin{bmatrix} \frac{k_x k_y}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{-k_x k_y}{\mu_1 K_1} & \frac{k_0^2 - k_x^2}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{-k_1^2 - k_x^2}{\mu_1 K_1} \\ \frac{k_y^2 - k_0^2}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{-k_y^2 - k_1^2}{\mu_1 K_1} & \frac{k_x k_y}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{k_x k_y}{\mu_1 K_1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\det = \frac{1}{(\mu_0 \mu_1)^2 K_0 K_1} \{(\phi K_1 \mu_0 + K_0 \mu_1)(k_1^2 \mu_0 \phi K_0 + k_0^2 \mu_1 K_1)\} \quad (2.25)$$

但し，

$$\Phi = (1 + \phi^2)(1 - \phi^2)^{-1} \quad (2.26)$$

$$K_0 = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (2.27)$$

$$K_1 = \sqrt{k_1^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (2.28)$$

である．よって，Green 関数行列は，

$$[G] = \frac{-\omega}{\det} \begin{bmatrix} \frac{k_0^2 - k_x^2}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{-k_1^2 - k_x^2}{\mu_1 K_1} & \frac{-k_x k_y}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{-k_x k_y}{\mu_1 K_1} \\ \frac{-k_x k_y}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{-k_x k_y}{\mu_1 K_1} & \frac{k_0^2 - k_y^2}{\mu_0 K_0} + \Phi \frac{-k_1^2 - k_y^2}{\mu_1 K_1} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

を得る．これを計算することにより，Green 関数の最終的な形は，

$$\tilde{G}_{xx} = \frac{\tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 (k_1^2 - k_x^2) + \gamma_1 \mu_1 (k_2^2 - k_x^2) \tanh \gamma_1 h \}}{j\omega T_e T_m} \quad (2.30)$$

$$\tilde{G}_{xy} = \frac{k_x k_y \tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 + \gamma_1 \mu_1 \}}{j\omega T_e T_m} \quad (2.31)$$

$$\tilde{G}_{yx} = \tilde{G}_{xy} \quad (2.32)$$

$$\tilde{G}_{yy} = \frac{\tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 (k_1^2 - k_y^2) + \gamma_1 \mu_1 (k_2^2 - k_y^2) \tanh \gamma_1 h \}}{j\omega T_e T_m} \quad (2.33)$$

$$T_e = \gamma_1 \mu_2 + \gamma_2 \mu_1 \tanh \gamma_1 h \quad (2.34)$$

$$T_m = \gamma_2 \varepsilon_1 + \gamma_1 \varepsilon_2 \tanh \gamma_1 h \quad (2.35)$$

となる．ここで， T_e ， T_m はそれぞれ表面波の T_e モード， T_m モードの極を与える．本 Green 関数を用いると，電流による電界 $\tilde{E}_{cur}$ と電流は Green 関数を用いて，

$$\tilde{E}_{cur,y} = \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_y \quad (2.36)$$

$$\tilde{E}_{cur,x} = \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_y \quad (2.37)$$

と表される．

2.4 モーメント法

古典的に，電磁波の放射と散乱に関する境界値問題の解は，既知関数で表される Closed form(閉じた形)の解を求めようとする解析的手法を基礎としてきた．その解を見つける手法は限られた種類の問題に対してのみ可能であるため，級数などの近似解を見つけるなど，数値計算に要する手間を最小限に抑えることを目的としていた．しかし高速の演算を行うコンピュータの出現によって電磁界の研究に新たな展望が開かれ，以前までは解析的手法の範囲外と考えられてきた種々の問題に対しても所望の解を短時間で精度良く得られるようになった．

電磁界の放射と散乱問題の解析に役立つ手法の中で、積分方程式による定式化が Maxwell 以来、多くの研究者たちに研究されてきた。その中でも特に Harrington は、電磁界理論において生じる積分方程式をモーメント法によって解析した。この手法は、電磁界、特にアンテナなどの散乱問題において解かなければならない積分方程式の解を近似し、離散化することにより線形代数方程式系に変換するもので、数値計算に適した解析手法であることから、高速のコンピュータの発達に伴って、アンテナの統一的で有力な解析手法として発展してきた。このモーメント法には、その近似する関数により、さまざまな方法が存在する。

電磁界問題ではその波源がわかれば、空間および時間領域における電磁界の振舞いを厳密に決定することができる。特にアンテナに関して考慮すると、アンテナをデバイスとして見た場合に、その特性を決定するのは電流および磁流分布であることは周知である。すなわちこれらの分布がわかれば入力インピーダンス、放射パタン、効率などのアンテナの諸特性を決定することができる。従って、この電流および磁流分布を求めることが我々の目的となるが、そのためには Maxwell の方程式より導出される、これらの波源を未知数とした積分方程式の解を求めなければならない。高速のコンピュータが導入される以前には主に変分法や摂動法などを用いてこれらの解を求めてきたが、これらの手法はいわゆる解析的手法であり、孤立した直線状アンテナなど、構造が簡単なものに対して比較的良好な結果を得ることができる反面、形状の複雑なアンテナやアレーなどに対して精度の良い解を得ることは困難であった。

一方、コンピュータの普及と、先に述べたモーメント法の展開は、それらの欠点を克服し、これを用いて種々のアンテナに対して広く研究されるようになった。モーメント法の一形式であるガラーキン法による解は、変分法より求めた結果と一致することは、良く知られている。それ故、積分方程式に対するモーメント法の適用は、適当な基底を用いるならば、レイリー・リッツの方法と等価になり、変分法的一种と見なすことができる。しかしながら、モーメント法は、変分法のように汎関数を求める必要がなく、一層簡単で、積分方程式(境界値問題)に対する直接的な数値解法である。

本節では、まず、モーメント法について一般的な見地から述べ、実際の電磁界問題の場合、すなわち電流および磁流が波源である積分方程式の界を求める場合について検討する。こ

のモーメント法にはその近似する関数により種々の方法が存在するが、Harrington のモーメント法の中でも Richmond によって開発された、Galerkin 法の一形式であるリアクション・マッチング法は、ダイポール (スロット開口) をいくつかの微小ダイポール (スロット) に分割し、各微小ダイポール (スロット) アンテナにつき電流・電圧の関係を行列で与え計算により解を得る方法であり、近似関数に正弦波を用いるため、アンテナ電流の近似度が高く、またアンテナの境界条件を考慮する際に生じる残差を少なくすることができるため少ない計算量で精度良く計算することができる。またアンテナの形状が複雑になったときに生じる分岐や屈曲に対しても、その電流の連続条件を満たすことをのみ考えれば良いので適用が容易であるなどのメリットがある。

2.4.1 モーメント法の数学的背景

電磁界問題は、一般に第 1 種 Fredholm 型積分方程式 (Fredholm integral equation of the first kind) で定式化され、この積分方程式の解析における統一的な手法では、モーメント法が優れた数値解析手法として知られている。電磁界の放射および散乱問題に対する一般的手法は、本質的には、それに関連する積分方程式を N 個の未知数を持った線形代数方程式系へ変換することである。この N 個の未知数は、後述するアンテナの場合において、波源となるアンテナ表面上の電流および磁流を適当な関数で展開した時の未知係数の個数に対応する。

さて、問題として、次のような非斉次方程式が与えられているとする。

$$L[f] = g \quad (2.38)$$

ここで、 $L[\cdot]$ は線形演算子、 g は既知関数であり、 f は決定される未知関数である。これをモーメント法に従って解析する場合、以下の (1)~(4) の四段階のステップを経ることになる。

(1)

未知関数 f を演算子 L の定義域内で線形独立な関数の組 $f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$ によって展開し、次式のように表す。

$$f = \sum_{n=1}^N I_n f_n \quad (2.39)$$

ここで係数 I_n は一般的に複素数となる。また f_n は展開関数 (expansion function) または基底関数 (basis function) と呼ばれる。 $f_n (n = 1, 2, \dots, \infty)$ は完備系をなさねばならないが、厳密な解を得るためには式 2.39 は無限項の和を取らなければならない。しかし近似解を得るためには有限項で打ち切ることになる。式 2.39 を式 2.38 に代入し、演算子 L の線形性を用いることにより、次式を得る。

$$L\left[\sum_{n=1}^N I_n f_n\right] = \sum_{n=1}^N I_n L[f_n] = g \quad (2.40)$$

(2)

次に、 L の定義域内で線形独立な関数の組、 $w_1, w_2, \dots, w_m, \dots$ を決定し、式 2.40 とそれぞれの w_m との内積を定義する。この関数系 $\{w_m\}$ は重み関数 (weighting function) あるいは試験関数 (test function) と呼ばれるものである。

(3)

(2) で定義した内積を式 2.40 と各々の w_m との間で実行し、次式を得る。

$$\sum_{n=1}^N I_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (2.41)$$

ここで、 $\langle A, B \rangle$ は (2) で定義された内積である。上式は級数の和の形で表現されているが、次のような行列形式でも表現することができる。

$$\bar{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (2.42)$$

但し、

$$\bar{\mathbf{Z}} = [Z_{mn}], \quad \mathbf{I} = [I_n], \quad \mathbf{V} = [g_m]$$

$$\begin{aligned} Z_{mn} &= \langle w_m, L(f_n) \rangle \\ g_m &= \langle w_m, g \rangle \end{aligned} \quad 1 \leq m, n \leq N$$

(4)

$\det \bar{Z} \neq 0$ ならば、逆行列 $\bar{Z}^{-1}$ が存在し、係数 I_n は次式によって一意的に決定される。

$$\mathbf{I} = \bar{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V} \quad (2.43)$$

$\mathbf{I}$ が決定されたならば、式 2.39 より求めるべき近似解は次のように得られる。

$$f = \mathbf{f}^t \cdot \mathbf{I} = \mathbf{f}^t \cdot \bar{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V} \quad (2.44)$$

ここで肩文字 t は行列の転置を表している。

以上の四つのステップがモーメント法の概要である。この際注意しなければならないのは (1) および (2) の展開関数と重み関数の選択である。理論的には無限に多くの選び方があるが、実際の問題の場合には、その問題に適するような展開関数と重み関数の組み合わせはあまり多くは存在しない。一般に、 f_n, w_n の選択によって、

1. 所望の解の精度

2. 式 2.42 の $\bar{Z}$ の行列要素の計算の難易度

3. 行列 $\bar{Z}$ の次元数、すなわち逆行列を計算する際の問題

などに大きな影響を受けることになる。これらの要因は計算機による数値計算の演算時間に直接影響を及ぼす。従って、 f_n, w_n の選択には十分な配慮が必要である。

2.4.2 アンテナ問題における積分方程式

本節では、これまでに述べてきたモーメント法の一般的な解法を実際のアンテナの散乱問題に適用した場合について述べる。一般にアンテナ散乱問題の解析は、Maxwell の方程式から境界条件を考慮して導出される第 1 種フレドホルム型積分方程式 (Fredholm integral

equation of the first kind) を解くことに帰着する. この積分方程式は, 線状アンテナ系に対しては特に Pocklington 積分方程式 (Pocklington's integral equation) と呼ばれている. この積分方程式は一般に次に示すような微積分方程式の形になる.

$$\int \int \int \overline{\overline{K}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mathbf{g}(\mathbf{r}) \quad (2.45)$$

ここで $\overline{\overline{K}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は積分の核 (kernel), $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ は励振に比例した既知関数であり, $\mathbf{f}(\mathbf{r}')$ は決定しようとする未知関数である. また $\mathbf{r}$ は観測点, $\mathbf{r}'$ は波源点の座標である. この式 2.45 は式 2.38 に対応しており, 式 2.38 の演算子 L は微積分演算子となる. ここで簡単に上式とアンテナの積分方程式との関数の対応を述べておくことにする.

$\overline{\overline{K}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$: グリーン関数を核とする微分作用素を含む関数

$\mathbf{f}(\mathbf{r}')$: 導体表面上の電流またはスロットにおける磁流

$\mathbf{g}(\mathbf{r})$: 入射電界または入射磁界

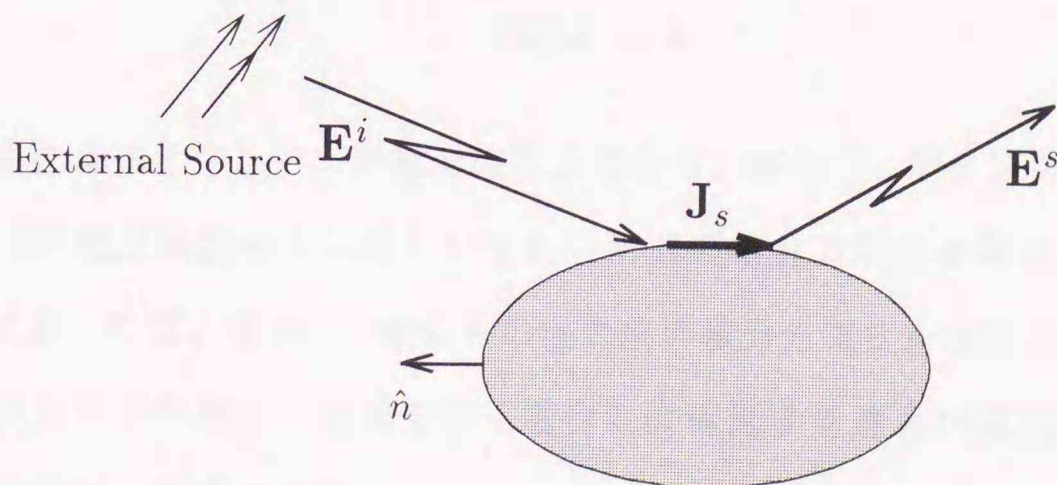


図 2.2: 入射電界と散乱電界

次に, 図 2.2 に示すような電磁界的な場を仮定する. これは外部波源により生じる $\mathbf{E}^i$ が金属体に入射し, その導体表面 S 上に $\mathbf{J}$ なる表面電流が誘起され, この $\mathbf{J}$ により外部空間に二次散乱電界 $\mathbf{E}^s$ が生じた状態を示している. ここで, 導体がアンテナに対応することに注意する. 導体表面上では, 導体が完全導体のときには電界の“接線成分はゼロ”なる境界

条件が存在する。通常、アンテナは完全導体を仮定するため次式が成り立つ。

$$\hat{n} \times \mathbf{E} = \hat{n} \times (\mathbf{E}^s + \mathbf{E}^i) = 0 \quad (2.46)$$

すなわち、

$$\mathbf{E}|_{tan} = \mathbf{E}^s|_{tan} + \mathbf{E}^i|_{tan} = 0 \quad (2.47)$$

ここで“tan”は tangent, すなわち接線成分を意味する。以後、取り扱う電界はすべて接線成分とし, “tan”を省略する。また, 肩文字 s, i はそれぞれ scattering(散乱), incident(入射)の意味である。

さて散乱電界 $\mathbf{E}^s$ は演算子 $\mathbf{L}_E$ を用いて、

$$\mathbf{L}_E[\mathbf{J}] = -\mathbf{E}^s \quad (2.48)$$

と表される。この $\mathbf{L}_E$ は式 2.45 の左辺の微積分方程式に対応する。これは式 2.48 に式 2.47 を代入した次の式 2.49 と式 2.45 を比べれば容易に理解できる。

$$\mathbf{L}_E[\mathbf{J}] = \mathbf{E}^i \quad (2.49)$$

これが解析されるべきアンテナの積分方程式である。磁気形、例えばスロットアンテナなどの場合も同じ手順で磁流を未知数とした同じ形式の積分方程式を得ることができる。さらに、本論文においては、電気形・磁気形の混合型の積分方程式を解析することになる。モーメント法に従ってこの積分方程式を解く場合には電流 $\mathbf{J}$ を適当な基底関数 $\{\mathbf{J}_n\}$ を用いて、次式のように展開、離散化する。

$$\mathbf{J} = \sum_{n=1}^N I_n \mathbf{J}_n \quad (2.50)$$

2.4.3 モーメント法の電磁流源が共存する電磁界問題への適用

ところで、一般的な波源 a の波源 b に対するリアクションは、次式で定義される。

$$\langle a, b \rangle = \int \int \int_{V_a} (\mathbf{J}_a \cdot \mathbf{E}_b - \mathbf{M}_a \cdot \mathbf{H}_b) dV \quad (2.51)$$

内積として、式 2.51 のようなリアクションを用いたならば、式 2.51 から容易にわかるように、電磁流源が共存する電磁界問題に対しても同形式で解くこと可能である。電流アンテナ、磁流アンテナをそれぞれ独立にリアクションマッチング法で取り扱う場合には、波源 a, b はともに電流源あるいは磁流源のどちらか一方のみとなり、リアクションとしては、“電流 $\leftrightarrow$ 電流”、あるいは、“磁流 $\leftrightarrow$ 磁流”の相互作用しか存在しない。言い換えれば、相互インピーダンスか相互アドミタンスの概念しか存在しなかった。

しかし、式 2.51 の一般的なリアクションからの概念から、本論文で取り扱うアンテナのように、電流アンテナと磁流アンテナの共存したアンテナに対しても同様な手法が使えることがわかる。これを実行するには、電流と磁流との間の相互作用という、第 3 種のリアクションを考えることになる。すなわち、磁流の作る電界と電流との相互作用を考えなければならない。すなわち、磁流-電流の相互作用を表すリアクションである。前述のダイアディック・グリーン関数 $\bar{G}^{EJ}$ と同様に、電流からその作る磁界への写像をするグリーン関数を $\bar{G}^{HJ}$ 、磁流からその作る電界へ写像するグリーン関数を $\bar{G}^{EM}$ 、さらに磁流から磁流へ写像するグリーン関数を $\bar{G}^{HM}$ とする。前述の手順と全く同じに行って得られる電流アンテナと磁流アンテナの共存するアンテナ系に対する線形代数的マトリクス方程式系は、次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \bar{Z} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}^i \\ \mathbf{I}^i \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

但し、

$$Z_{mn} = - \langle \tilde{\mathbf{J}}_m, \tilde{\bar{G}}^{EJ} \cdot \tilde{\mathbf{J}}_n \rangle \quad (2.53)$$

$$B_{mn} = - \langle \tilde{\mathbf{J}}_m, \tilde{\bar{G}}^{EM+} \cdot \tilde{\mathbf{M}}_{n+} \rangle \quad (2.54)$$

$$C_{mn} = - \langle \tilde{\mathbf{M}}_m, \tilde{\bar{G}}^{HJ} \cdot \tilde{\mathbf{J}}_n \rangle \quad (2.55)$$

$$Y_{mn} = - \langle \tilde{\mathbf{M}}_m, (\tilde{\bar{G}}^{HM+} + \tilde{\bar{G}}^{HM-}) \cdot \tilde{\mathbf{M}}_{n+} \rangle \quad (2.56)$$

ここで、 B_{mn}, C_{mn} というマトリクス要素が、前述の第 3 種のリアクションの結果得られたものであり、本報告で行うスロットとダイポールを結合させたアンテナの解析には重要となるものである。以後、本報告では、これを“電流-磁流結合係数”と呼ぶことにする。式

2.52を解いて、 $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}$ が求められたならば、アンテナ上の電流・磁流分布は、一意的に決定することができ、工学的諸特性(入力特性、放射特性等)は、これによって導きだすことができる。

線状アンテナを $x = x_f$ なる点において、理想的な delta gap 電圧 V_i で励振するものとするれば、

$$\mathbf{E}^i = \hat{x} E_x^i = \hat{x} V_i \delta(x - x_f) \quad (2.57)$$

$$\hat{x} \cdot \mathbf{E}^i = V_i \delta(x - x_f) \quad (2.58)$$

同様にスロットを $y = y_f$ なる点において、無限に細い理想的な電流源 I_i (すなわち、回路的な意味での電流源) で励振するものとするれば、

$$\hat{y} \cdot (\mathbf{H}^{i+} - \mathbf{H}^{i-}) = I_i \delta(y - y_f) \quad (2.59)$$

と表すことができる。特に、分割点 p に V_{pi} なる電圧源、分割点 q に I_q^i なる電流源を接続した場合、一般化励振ベクトルは、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^i \\ \mathbf{I}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ V_p^i \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ v I_q^i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

線状アンテナの入カインピーダンスおよび入力アドミタンスは、

$$Z_{in}^d = \frac{1}{Y_{in}^d} = \frac{V^d}{I^d} \quad (2.61)$$

スロットアンテナの入力アドミタンスおよび入力インピーダンスは,

$$Y_{in}^s = \frac{1}{Z_{in}^s} = \frac{I^s}{V^s} \quad (2.62)$$

となる. ここで, V_d は線状アンテナの給電電圧, I_d はその点における電流, I_s はスロットアンテナの給電電流, V_s はその点における電圧である. 特に, 給電点が分割点 p, q に一致する場合には, それぞれ,

$$\begin{aligned} V^d &= V_p^i, & I^d &= I_p \\ V^s &= V_q, & I^s &= I_p^i \end{aligned} \quad (2.63)$$

となる.

2.4.4 Galerkin 法

未知電流密度ベクトル $\mathbf{J}_x, \mathbf{J}_y$ を決定する為にモーメント法的一种である Galerkin 法を用いる. これは先のモーメント法において, 基底関数と試験関数を同一にし, 内積としてリアクションを取ったものである.

全電界 E_{total} は, 入射電界 E_{inc} と, 電流による電界 E_{cur} の和であるから,

$$E_{total} = E_{inc} + E_{cur} \quad (2.64)$$

この両辺に, 試験電流 J_{test} を乗じて, 全空間領域で積分を行う. 試験電流として展開電流を用いると, 全境界面において, 電界の接線成分と電流分布が同時に 0 以外の値を取ることは無いので,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{total} J_{test} dx dy = 0 \quad (2.65)$$

よって,

$$E_{cur} J_{test} = -E_{inc} J_{test} \quad (2.66)$$

波数領域では,

$$\tilde{E}_{cur} \tilde{J}_{test}^* = -\tilde{E}_{inc} \tilde{J}_{test}^* \quad (2.67)$$

これに、Fourier 変換領域と実空間領域を結ぶ定理である Parseval の定理

$$\begin{aligned} \iint \tilde{J} \tilde{E} dx dy &= 4\pi^2 \iint \tilde{J}^*, \tilde{E} dk_x dk_y \\ &= 4\pi^2 \langle \tilde{J}^* \tilde{E} \rangle \end{aligned} \quad (2.68)$$

を適用する．右辺の $4\pi^2$ は Fourier 変換として式 (2.3) を採用していることに起因する．波数領域における最終的な形は、左辺が

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yN} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yN} \rangle \\ \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yN} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yN} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_M \\ b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \\ &= -\frac{1}{4\pi^2} \begin{bmatrix} \iint E_x^{inc} J_{x1} dx dy \\ \vdots \\ \iint E_x^{inc} J_{xN} dx dy \\ \iint E_x^{inc} J_{y1} dx dy \\ \vdots \\ \iint E_x^{inc} J_{yM} dx dy \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.69)$$

となる．ここで、 $\langle \tilde{J}^*, \tilde{E} \rangle$ は、リアクションであり、

$$\langle \tilde{J}^*, \tilde{E} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}^* \tilde{E} dk_x dk_y \quad (2.70)$$

で与えられる．Parseval の定理を用いることにより、給電部に関する項は実空間における積分となり、様々な給電法を用いる際にモデル化が容易になる．

2.5 電流基底関数

まず簡単の為に、マイクロストリップ線路の電流基底として用いられる様々な種類の基底関数を提示し、それらの長所を比較検討する．スペクトル領域法の根幹をなすモーメン

ト法において、規定関数には、

- 完全性
- 直交性

が求められる。なお、電流規定関数自体には正規化が必要な理由は全くなく、定数倍した物を改めて電流規定関数として用いても構わない。モーメント法の原理により、電流係数自体にこの結果は反映され、入力インピーダンスを改めて計算する際にモーメント法で用いた電流関数を再度用いることにより解の一意性は保たれる。

2.5.1 エッジ条件

マイクロストリップの様にエッジを持つような構造において、そのエッジでは場の成分は不連続を示す。解析の精度を上げるためには、これらの特異性をそのモデルに反映させる必要がある。複数の媒質により囲まれたエッジにおける電磁界の特異性は Meixner らにより考察されている [14]。これより、 $\mu_1 = \mu_2$ の時、2 層に挟まれた、無限に薄い導体において、

$$\mathbf{E}_v, \mathbf{H}_v \rightarrow r^{-\frac{1}{2}} \quad (2.71)$$

$$E_u, H_u \rightarrow r^{\frac{1}{2}} \quad (2.72)$$

となる。ここで、 $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ は電流の進行方向に垂直な場の接線成分であり、また、 E, H は電流の進行方向の場の成分である。この結果は、媒質の誘電率には関係ない。

2.5.2 マイクロストリップ線路

簡単の為、 y 方向のマイクロストリップ線路について考える (マイクロストリップアンテナについても、同様である)。本論文で扱うような無限に薄い完全導体でモデル化されるマイクロストリップ型の問題においては、式 (2.71) より、横方向の電磁界はストリップエッジで有界ではなくなり、 $r^{-\frac{1}{2}}$ に漸近する。また、式 (2.72) から、縦方向の解成分は有界であ

り、エッジ付近で $r^{\frac{1}{2}}$ で振る舞う。この漸近界は、そのままストリップ上の電流成分に繁栄され、その結果、エッジ近傍 ($x \rightarrow w$, ただし w はストリップのエッジの x 座標) の分布は、

$$j_x(x) \rightarrow (x - w)^{\frac{1}{2}} \quad (2.73)$$

$$j_y(x) \rightarrow (x - w)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.74)$$

ここで、 j_y はストリップ方向 (y 方向) の電流の幅方向分布関数、 j_x はストリップの幅方向 (x 方向) 電流の電流方向分布である (無限長マイクロストリップを考えているので、 y 方向は考えない)。この結果は一般的なものであり、二つの誘電体層にはさまれた無限に薄い完全導体からなるストリップのエッジで成立する。このようなストリップと誘電体の複合体においても、このエッジ条件に誘電率は影響しない。

鋭いエッジ部を含むような問題の数学的なモデルを作る際に、エッジ部の特異性を考慮することにより、計算の効率を上げる事ができる。エッジ部を考慮する際、明らかに必要となることは、たとえ収束の速度の向上等があと回しになったとしても、物理的な意味を持たない解 (relative convergence) に収束しないように保証されていることである [15]。

平面型構造についてのスペクトル領域解析法に関していえば、ストリップエッジ近傍の電磁界、電流について予期される振る舞いに対応した基底関数を選択すべきである。しかしながら、鋭いエッジを含む問題に対する他のいくつかの解析法とは異なり、エッジ効果を取り入れていない基底関数についても relative convergence の影響は受けないとされている。更に、多くの異なった基底関数について調べあげている研究者も、relative convergence の存在を示す様な平面型構造のパラメータを提示してはいない。Pozar ら [16] もスペクトル領域法におけるこれらの長所について述べている。しかしながら、エッジ付近の電流、電界の正確な表現が必要とされるような平面型導波路の特性インピーダンスの解析等の平面型構造に関するパラメータを評価する際、基底関数がエッジ効果を満足するようにすると、数値計算は非常に効果的になるとされている [15]。しかし、後章で示すように、PMA 等の電流の幅方向に近接したマイクロストリップの場合は、現実モデルとの相違により共振周波数、リターンロス等で実験値との違いが生じる場合もある。これは近接した素子との結合が生じるためであり、このような場合は適切な幅方向分布を選ぶことにより正確な解析

をすることが可能である。

先にモーメント法について述べた様に，基底関数の増加にしたがって解の精度をシステム的に増加させるためには，基底関数は完全性を満たしている必要がある。これは重要な基準であり，平面型構造におけるスペクトル領域法において，電流，あるいは界の展開基底関数の選択の際に厳密に検討されなければならない。

収束の割合を増加させる為の基底関数の選択に際して，上記のエッジ条件と完全性という二つの基準の他に，他の条件をつけることもできる。二回微分が連続となるように規定関数を選ぶことにより，スプリアス解の発生を押さえることができる。また，基底関数が Fourier 変換において閉じた形になっているとき，計算時間は非常に短縮される。収束の速度は，その振る舞いが物理的に展開する界の電流に類似しているときに早くなると予想される。

次に，スペクトル領域法による平面型導波路の解析に際し，様々な研究者に用いられている基底関数の例を提示する。共振器，アンテナ，周期構造等のより複雑な形状の導体があるような平面型構造に関する基底関数もほぼ同様である。

導体をエッチングした境界面での特異的，規則的な界，電流等の展開に際し，多くの研究者が三角関数とエッジ条件を満たす関数からなるものを用いている。例えば，マイクロストリップ線路の解析では，Jansen は電流分布に対する基底関数として，次の様なものを用いている [15]。

$$J_{y,l}(x) = (1 - X^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.75)$$

$$J_{y,q}(x) = \{\cos[(q-1)\pi X] - J_0[(q-1)\pi]\}(1 - X^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.76)$$

$$q = 2, 3, \dots$$

$$J_{x,1}(x) = 0 \quad (2.77)$$

$$J_{x,p}(x) = \int_0^X J_{z,p}(X') dX' \quad (2.78)$$

$$p = 2, 3, \dots$$

ここで， $X = x/w$ であり，また， J_0 は第一種ベッセル関数の第 0 次である。これを本節で

示した先の条件について見てみると、全ての条件を満たしているのは明らかである。この基底関数について、唯一欠けているのは、これらの Fourier 変換にはベッセル関数が入っていることである。これは、数値計算の観点から見ると、あまり優位ではない。横方向に開放されたマイクロストリップ線路については、上式の Fourier 変換は次の様に与えられる。

$$\tilde{J}_{y,l} = \frac{w}{2} J_0(\alpha_w) \quad (2.79)$$

$$\tilde{J}_{y,q} = \frac{w}{4} \{ J_0[\alpha_w - (q-1)\pi] + J_0[\alpha_w + (q-1)\pi] - 2J_0[(q-1)\pi] J_0(\alpha_w) \} \quad (2.80)$$

$$q = 2, 3, \dots$$

$$\tilde{J}_{x,1} = 0 \quad (2.81)$$

$$\tilde{J}_{x,p} = \frac{\tilde{J}_{y,p}}{\alpha_w} \quad (2.82)$$

$$p = 2, 3, \dots$$

ここで $\alpha_w = \alpha w$ であり、 α はストリップの幅方向の伝搬定数である。上式の展開関数は偶関数に対してのみ有効である。この基底関数を少し変形させたものが、Jansen のいくつかの論文に書かれている。Jansen とは対照的なものとしては、Minor, その他の研究者が、マイクロストリップ線路の解析の際に用いた、電流と、空気と誘電体の境界の場を記述するために用いた、特異性のある関数と三角関数を組み合わせたものがある [15]。これらの展開法によると、例えばマイクロストリップ線路の偶モードについては、

$$J_y(x) = b_1(1 - X^2)^{-\frac{1}{2}} + \sum_{q=2}^Q b_q \cos[(q-2)\pi X] \quad (2.83)$$

の様に展開する。ここで、 $X = x/w$ である。この展開について明らかであるのは、第一項がストリップのエッジに関する特異性をあらわしていることである。(2.75) の展開関数と比較してみると、式 (2.83) の展開関数にはひとつの特殊な関数が入っているのみであり、計算時間を短縮することができる。(2.78) の積分の関係を用いると、 J_x に関する適切な展開は、式 (2.83) より、自動的に求まる。エッジ条件を満足しないにも関わらず、様々な平面型構造に対するスペクトル領域の解析に用いられて成功している様な基底関数の例もいくつかの文献にある。このような基底関数の例として興味深いものが、Schmidt らの研究に見

られる。このような方程式の解として, Schmidt ら [17] により提案されたのは, 次式により定義される様なパルスの和として E_x, E_y を展開することができるというものである。

$$E_{x,p}(x) = \begin{cases} 1 & (p-1)\Delta x < |x| < p\Delta x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.84)$$

$$E_{y,q}(x) = \begin{cases} 1 & (q-1)\Delta x' < x' < q\Delta x' \\ -1 & q\Delta x' < x' < -(q-1)\Delta x' \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.85)$$

ここで, $\Delta x = s/P$, $\Delta x' = s/Q$ であり, s はスロットの幅の半分の長さである。この関数を図に示す。この関数の Fourier 変換は簡単で, 解析的に行えるが, 場の成分, とりわけ特異性を持つような E_x の様な場合には, 必要なパルスの数は多くなる。それゆえ, 最終的な行列は大きくなり, 計算時間の観点から見ると不利である。しかしながら, その柔軟性により, パルスタイプの基底関数は積分方程式の数値的な解析においては重要性を持っている。パルス型の関数による関数の展開で興味深いのは, 任意の点において, 関数の値が展開関数の係数の一つに一致していることである。Schmidt ら [17] は, 先と同じ論文において, E_x, E_y に関して別のタイプの基底関数も用いており, これは, Jansen らが用いていたものに非常に似ている。

$$E_{x,p}(x) = \cos \left[(p-1)\pi \left(\frac{x}{s} + 1 \right) \right] \left[1 - \left(\frac{x}{s} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.86)$$

$$E_{y,p}(x) = \sin \left[q\pi \left(\frac{x}{s} + 1 \right) \right] \left[1 - \left(\frac{x}{s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.87)$$

スペクトル領域法における手法において, エッジ条件がはっきりとは必要ない事を示されているが, この解析における方法により収束の速度や計算時間を増大させていると考えられる。

特異性の無い基底関数の例が, 特異性のあるような場や電流を展開するのに用いられる例としては, $J_y(x)$, $E_x(x)$ を展開するのに, Legendre 多項式を用い, 正則な場や電流 ($J_x(x)$, $E_y(x)$) を展開するのに三角関数を用いるものがある。例として, マイクロストリップ線路

の偶モードを展開する場合には、以下のような基底関数を用いている [18][19].

$$\left. \begin{aligned} J_{x,p}(x) &= \sin(p\pi X) \\ J_{y,q}(x) &= P_{2(q-1)}(X) \end{aligned} \right\} 0 < |X| < l \quad (2.88)$$

ここで、 $X = x/w$ であり、 $P_{2(q-1)}$ は、Legendre 多項式の偶数次である.

Legendre 多項式を特異性のある場や電流の展開に用いる事の正当性は、

$$\sum_{q=0}^{Q \rightarrow \infty} P_{2(q-1)}(X) \rightarrow [2(1 - X^2)]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.89)$$

により与えられる. ここで右辺は、平面型構造内のストリップのエッジにおいて、場や電流の成分が満たす特異性である. マイクロストリップ線路の場合には、Legendre 多項式によって $J_y(x)$ を展開することは、特に有利であると思われる. というのは、エッジを除く部分においては、ストリップ上におけるこの関数の振る舞いは、単独の導体ストリップの不連続モードの縦方向の電流分布に類似しているからである. 最後に Legendre 多項式の Fourier 変換に関する限り、スペクトル領域においては閉じた形となり、しかも、全く特殊関数等を含まなくなる事を述べておく. 事実、3つの連続した Legendre 多項式の間には、次のような関係が成立している為、これらの関数の Fourier 変換を計算機上で高率良く行う事が可能である.

$$P_{q+1}(x) = \frac{2q+1}{q+1} x P_q(x) - \frac{q}{q+1} P_{q-1}(x) \quad (2.90)$$

2.6 方形パッチアンテナの電流基底

以上を踏まえて、本論文では、二つの型の基底電流 (全領域基底, 区分正弦波) を用いることにする. この二つについてそれぞれ特徴を述べる.

2.6.1 全領域基底

実際の電流分布を各モードの和として表現するのが全領域基底の概念である. 今回ストリップの軸方向電流の展開に用いたモードは、電流方向が正弦分布である. 電流の幅方向

については従来より Maxwell 分布が幅広く使われてきた．これには先に述べたようにエッジにおいて $r^{-1/2}$ の特異性を満足する為である．しかしながら本論文ではこの Maxwell 分布は用いず，もっぱら一様分布を用いている．ここでは，その他の幅方向分布も含めてそれぞれの特徴を述べる．

電流方向分布

電流方向分布としては，本論文では正弦波分布を用る．

- 偶モード

$$J(x, y) = \sin \left[\left(\frac{m\pi}{l} \right) \left(y + \frac{l}{2} \right) \right] \quad (2.91)$$

- 奇モード

$$J(x, y) = \sin \left(\frac{2n\pi}{w} x \right) \quad (2.92)$$

波数領域では，

- 偶モード

$$\tilde{J}(k_x, k_y) = 2 \left(\frac{m\pi}{l} \right) \frac{\cos \frac{l}{2} k_y}{\left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 - k_y^2} \quad (2.93)$$

- 奇モード

$$\tilde{J}(k_x, k_y) = \mp \left(\frac{8n\pi^2}{wl} \right) \frac{\sin \frac{w}{2} k_x}{\left(\frac{2n\pi}{w} \right)^2 - k_x^2} \quad (2.94)$$

となる．

幅方向分布

ここでは，スペクトル領域法で，主として方形素子に用いられる電流幅方向分布について述べて，それらの問題点を指摘する．

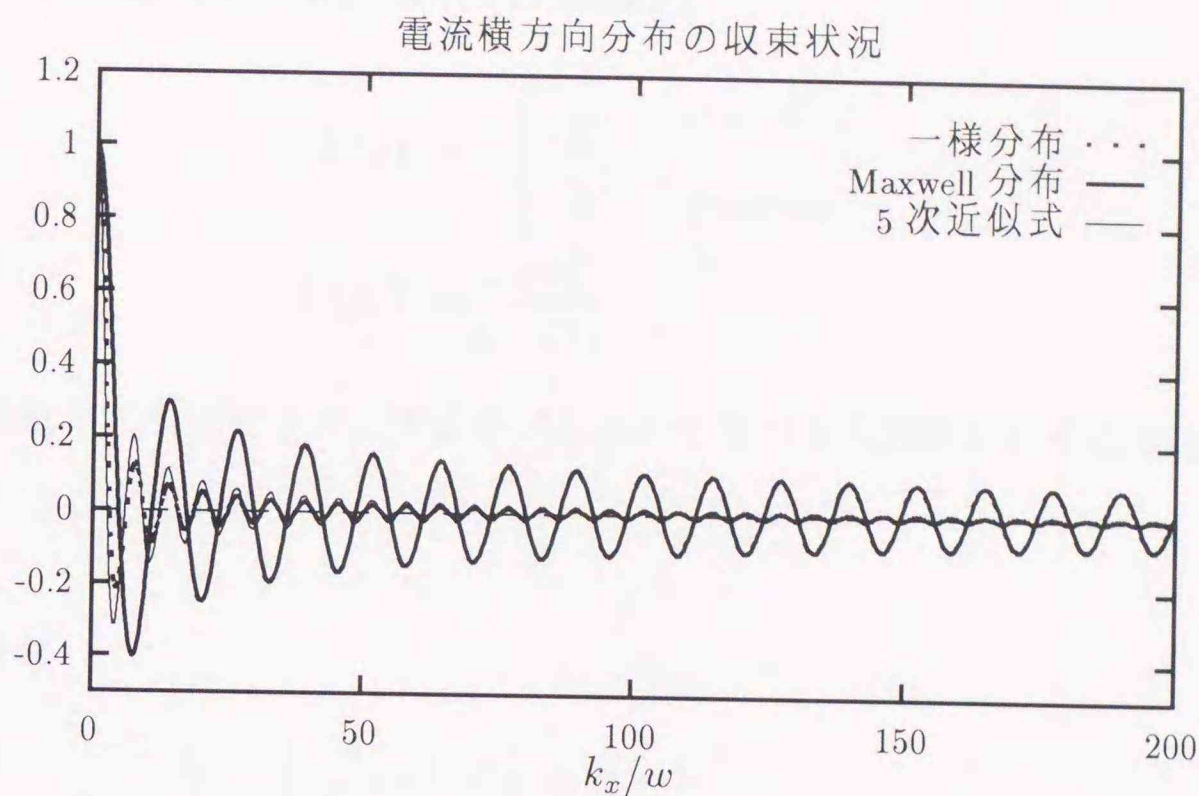


図 2.3: 各電流幅方向分布

(1) **Maxwell 分布 (静電的分布)** 方形板状ダイポールの幅が波長に比べて十分に細いものとする。先に述べたエッジ条件により、幅方向には Maxwell 分布 (静電的分布) を仮定するのが適当である。次式にこの分布関数を示す。

$$U(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{(W/2)^2 - x^2}} & (|x| < W/2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.95)$$

$$\tilde{U}(k_x) = J_0(\zeta) \quad (2.96)$$

ここで $J_0(\cdot)$ は 0 次の Bessel 関数である。但し、(2.96) では $\zeta = \frac{Wk_x}{2}$ とおいている。また、Maxwell 分布を級数展開すると次式のようなになる。

$$U(x) = \begin{cases} A_0 + A_1|x| + A_2x^2 + \dots & (|x| < W/2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.97)$$

この Maxwell 分布を有限項で近似した分布として、一般に次の 4 種類の関数がよく用いられる。

(2) 一様分布 (Pulse function, Gate function)

$$U(x) = \begin{cases} \frac{1}{W} & (|x| < W/2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.98)$$

$$\tilde{U}(k_x) = \frac{\sin \zeta}{\zeta} \quad (2.99)$$

この一様分布はポイントマッチング法などにおいてはパルス関数という名で軸方向分布として用いられることもある。

(3) 準静電分布

$$U(x) = \begin{cases} \frac{4}{W^2}|x| & (|x| < W/2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.100)$$

$$\tilde{U}(k_x) = \frac{2 \sin \zeta}{\zeta} - \left(\frac{\sin(\zeta/2)}{\zeta/2} \right)^2 = 2 \left(\frac{\sin \zeta}{\zeta} + \frac{\cos \zeta - 1}{\zeta^2} \right) \quad (2.101)$$

(4)

$$U(x) = \begin{cases} \frac{12}{W^3}x^2 & (|x| < W/2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.102)$$

$$\tilde{U}(k_x) = \frac{3}{\zeta^2} \left\{ 2 \cos \zeta + \frac{(\zeta^2 - 2) \sin \zeta}{\zeta} \right\} \quad (2.103)$$

(5)

$$U(x) = \begin{cases} \frac{4}{5W} \left(1 + \left| \frac{2}{W}x \right|^3 \right) & (|x| < W/2) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.104)$$

$$\tilde{U}(k_x) = \frac{8 \sin \zeta}{5\zeta} + \frac{12}{5\zeta^2} \left\{ \cos \zeta - \frac{2 \sin \zeta}{\zeta} + \frac{2(1 - \cos \zeta)}{\zeta^2} \right\} \quad (2.105)$$

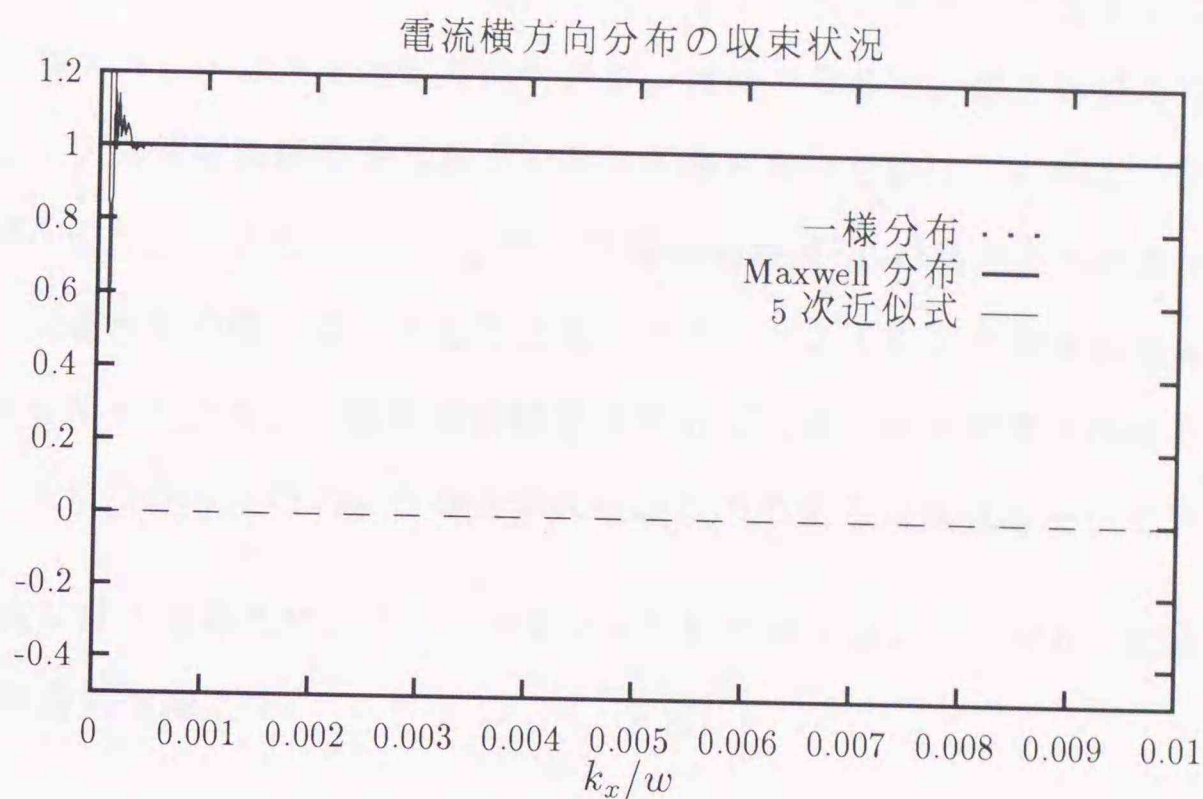
ところで、リアクションは展開関数について停留的であるので、評価されるリアクションの正確さは展開関数の選択に対して比較的影響が少ない。すなわち、種々の展開関数の差異はリアクションの評価において二次の誤差を招くのみである。一般に、幅方向分布に

については (1) の Maxwell 分布を仮定するのが適当とされているが、リアクションの停留性から先に挙げたような分布を選んでも数値計算結果にはほとんど差が現れない。従って、 $\tilde{U}(k_x)$ が k_x について急速に減少していくような分布を選ぶほどリアクション積分の収束が速くなり、実際には $+\infty$ まで必要とされる積分変数 $k_\rho = \sqrt{k_y^2 + k_x^2}$ の上限をかなり小さな有限確定値で打ち切ることができる。そこで、Maxwell 分布、一様分布、(5) の 5 次の近似関数の波数領域におけるスペクトルについて、 k_x の値を変化させたときの様子を調べてみた。図 2.3 からわかるように¹、(2)~(5) の分布はそれぞれ (1) の Maxwell 分布よりも収束が速い。なかでも (2) と (5) の収束が速く、このいずれかを用いるのが効果的であることが理解できる²。また、V 字ダイポールを用いる場合では、Maxwell 分布を用いると、モノポールが重なり合う部分では物理的におかしくなるので、一様分布を用いるのが適当と考えられる [21]。

本論文のように、ある程度以上の幅を持つ方形パッチを取り扱う場合には幅方向分布の決定は非常に重要である。ダイポールの場合にはどの分布を用いても解析結果および計算時間にはそれほど重要な影響を及ぼさないが、方形パッチの場合は共振周波数、入力インピーダンスの値に無視出来ない影響が生じる (共振周波数で 10% 程度の違いが生じる場合もある)。このひとつの原因として、Maxwell 分布の収束性の悪さがあげられる。図 2.3 でわかるように、パッチの幅 w が大きいほど幅方向分布のスペクトルの収束性は悪くなる。これは、特に Maxwell 分布で顕著である。また、Maxwell 分布は端部における $r^{-1/2}$ の特異性を重視した関数であるため、本来あるべき中心部での平坦性が損なわれている。これが幅が無視出来ない大きさのパッチの場合は、実際の電流分布との誤差となる。

¹ 比較のため (a), (b) いずれにも Maxwell 分布を示しておいた。

² このことは文献 [20] の pp.73-74 でも指摘されている。

図 2.4: 各電流分布の $k_x = 0$ 付近

また、 $k_x \rightarrow 0$ で $\frac{0}{0}$ の不定形となる電流スペクトルを用いる場合は注意が必要である。計算機上で取り扱える数値はあくまでも離散値であるため、このような関数を直接取り扱う場合は、 $k_x \rightarrow 0$ で丸め誤差の影響で解析的な収束値とは異なる値をとる場合がある。図 2.4 中の 5 次近似関数はこの問題が生じている。通常は $k_x \rightarrow 0$ で不定形となる場合はロピタルの定理を用いてこの付近の近似関数を元の関数と置き換えるが、この切り替えが滑らかでない場合は数値計算上、不連続部を生じることになり注意が必要である。

2.6.2 区分正弦波

区分正弦波の適用

全領域基底と並んで、スペクトル領域法でよく使われる電流方向モードとして区分正弦波 (Peace Wise Sinusoidal : PWS) がある。全領域基底とは異なり、空間的にストリップを細分化し、それらの和として電流分布を表現するのが区分正弦波の概念である。先に三角波等のステップ関数型の基底モードについて述べたが、区分正弦波はこれらステップ関数

型モードの改良ともいえる。ステップ関数型モードが一般にどのような形状のマイクロストリップ素子やスロットにも応用が可能であり、電流方向分布、幅方向分布双方に用いられるのに対し、区分正弦波は電流方向分布として専ら用いられる。これは、区分正弦波が進行波の一部を切り出してモードとし、モード終端で電流=0の終端条件を満足しているため、進行波、定在波と相性が良いことによる。当然ながらステップ関数型電流分布の特徴である柔軟性も持っており、一般的な形状では区分正弦波のみで電流分布のモデル化も可能である。しかしながら、このようなモデル化は以下のような欠点も持っている。

- モード数が多くなるため、インピーダンス行列の次元が大きくなり、数値計算量がふえ、計算時間が増える。
- 積分のわずかな精度の低下が行列の大きさにより堆積し、結果として解析の精度が低下する。

第一の問題は、インピーダンス行列の計算の簡素化によりある程度回避可能である。一般に電流モード数を N とすると、インピーダンス行列要素の計算回数は N^2 のオーダーに比例する。この行列要素(リアクション積分)はお互いの電流モードの距離の関数であるが、お互いに同じ型の電流モードを用いている場合、区分正弦波を順序良く並べたモデルでは、この距離の組み合わせは高々 N 通りのオーダーしかなく、したがって計算量もこのオーダーになる。給電線モデルを区分正弦波によりモデル化するような場合はこれに当てはまり、計算量はかなり減少する。この問題に関しては、後のリアクション計算の手法の章でさらに補足する。

第二の問題は、積分における距離項の問題にある。式(2.70)のリアクション積分を電流とグリーン関数とで表すと、

$$\langle \tilde{\mathbf{I}}, \tilde{\mathbf{E}} \rangle = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \tilde{I}_{test}^* [\tilde{G}] \tilde{I}_{exp} \quad (2.106)$$

ここで、 $\tilde{I}_{test}$ は試験関数、 $\tilde{I}_{exp}$ は展開関数である。区分正弦波通しののリアクションでは、

$$\left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \tilde{I}_{pws}^* [\tilde{G}] \tilde{I}_{pws} \cdot e^{j\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{d}} \quad (2.107)$$

$\mathbf{d}$ はふたつの区分正弦波の中心位置の差ベクトルである．簡単のために $\mathbf{d}$, $\mathbf{k}_\rho$ はスカラーとする．位相項部を見た場合，その周期 k_T は $k_T = 2\pi/d$ となり，区分正弦波の間隔が大きい場合，リアクション積分の被積分関数の振動は非常に激しくなる．このような数値積分はニュートンコーツ法等のアダプティブ型の積分ルーチンを用いても積分値の収束はかなりの計算時間が必要である．このような場合，通常リアクションの値そのものは，近接した区分正弦波間のリアクションに比べてかなり小さい物であり，単独では全体の数値結果にそれ程影響を及ぼすものではない．しかし，区分正弦波数が大きくなるにしたがってこの誤差の蓄積は大きくなり，結果として解析結果の信頼性を損ねることになる．

以上の理由により，系の電流分布をすべて区分正弦波を用いてモデル化するのは現実的ではない．

区分正弦波の定式化

今回は，簡単のため，ストリップの軸方向のみ考えることとし，各 PWS の幅方向には，一様分布を仮定する．中心座標が (u, v) で長さが $2h$ ，幅が t の PWS は，

$$J_y(x, y) = \begin{cases} \sin k_e [y - (v + h)] & \text{for } v - h \leq y \leq v \\ \sin k_e [-y - (v + h)] & \text{for } v \leq y \leq v + h \end{cases} \quad (2.108)$$

k_e を実行波数に一致させる事により，少ない PWS の個数でも精度良い解をうることができる．本論文では実行波数を以下のように求める [22]．

$$\begin{aligned} k_e &= \omega \sqrt{\epsilon_{eff} \mu} & (2.109) \\ \epsilon_{eff} &= \epsilon_r + \frac{\epsilon_w - \epsilon_r}{1 + P(f)} \\ \epsilon_w &= \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{W}\right)^{-1/2} \\ P(f) &= P_1 P_2 \{(0.1844 + P_3 P_4) 10fh\}^{1.5763} \\ P_1 &= 0.2749 + \{0.6315 + 0.525/(1 + 0.157fh)^{20}\} \left(\frac{W}{h}\right) - 0.06568 \exp\left(-8.751 \frac{W}{h}\right) \\ P_2 &= 0.3362 \{1 - \exp(-0.034426)\} \end{aligned}$$

$$P_3 = 0.0363 \exp\left(-4.6 \frac{W}{h}\right) [1 - \exp\{-(fh/3.87)^{4.97}\}]$$

$$P_4 = 1 + 2.751[1 - \exp\{-(\varepsilon_r/15.92)^8\}]$$

ここで、 h は基板の厚さ (cm), f は周波数 (GHz), W はストリップ線路の幅 (cm) である。
さらに簡略化した式として、

$$\begin{aligned} k_e &= \omega \sqrt{\varepsilon_{eff} \mu} \\ \varepsilon_{eff} &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \end{aligned} \quad (2.110)$$

を用いた論文もある。PWS の式 (2.108) に用いる場合はどちらを使っても解の精度、積分の収束の速さ等にはほとんど影響はない。しかし後に述べるように、給電線上の進行波としての電流分布として式 (2.110) であたえられる実効波数を用いる場合は注意が必要である。給電線を進行波で近似する場合は解の安定した収束を得るためある程度長い有限長のマイクロストリップでモデル化するが、この場合実効波長にわずかな誤差があった場合でも、

- 長線路効果により入力インピーダンス等に影響が出る。
- 現実の進行波との波長が異なるため、進行波から放射が生じ、これが解の精度を落とす可能性がある。

実際には本論文で扱うモデルは進行波を含む給電線路と PWS が併存したものが多く、以上の問題とあわせて、本論文ではすべて式 (2.109) の実効波長をもちいる。

式 (2.108) を Fourier 変換する事により、波数領域での表示を得て

$$\tilde{J}_y(k_x k_y) = -4k_e \frac{e^{-jk_y v}}{\left(\frac{m\pi}{l}\right) - k_y^2} \{\cos k_e h - \cos k_y h\} \cdot \frac{1}{k_x} e^{-jk_x u} \sin\left(\frac{t}{x} k_x\right) \quad (2.111)$$

となる。

2.7 給電モデル

本節ではマイクロストリップの各種給電モデルについて考える。マイクロストリップを給電する際には背面給電、共平面給電、給電線と放射素子・スロットなどを層状に配置し

電磁結合によって給電する方法などがあるが、本論文ではもっぱら共平面給電法のみを取り扱うことにする。

給電面における全電界 $\mathbf{E}_{total}$ は、電流による電界 $\mathbf{E}_{cur}$ と入射電界 $\mathbf{E}_{inc}$ との和で与えられる。

$$\mathbf{E}_{total} = \mathbf{E}_{cur} + \mathbf{E}_{inc} \quad (2.112)$$

波数領域において、式 (2.112) は

$$\tilde{\mathbf{E}}_{total} = \tilde{\mathbf{E}}_{cur} + \tilde{\mathbf{E}}_{inc} \quad (2.113)$$

ここで $\mathbf{E}$ は次式で定義されるスペクトルである。

$$\mathbf{E}_{total} = \int \mathbf{E} e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (2.114)$$

今、内積を

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{B}^* \rangle = \iint \tilde{A} \tilde{B}^* dk_x dk_y \quad (2.115)$$

で与える。式 (2.113) と試験電流 $\mathbf{J}$ の内積は

$$\langle \tilde{\mathbf{E}}_{total}, \tilde{\mathbf{J}}_t^* \rangle = \langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^* \rangle + \langle \tilde{\mathbf{E}}_{inc}, \tilde{\mathbf{J}}_t^* \rangle \quad (2.116)$$

となる。左辺に Parseval の定理を適用すると、

$$\langle \tilde{\mathbf{E}}_{total}, \tilde{\mathbf{J}}_t^* \rangle = 4\pi^2 \iint \mathbf{E}_{total} \cdot \mathbf{J}_t^* dx dy \quad (2.117)$$

試験電流として、実電流の展開関数を用いると、右辺は必ず 0 となる。よって式 (2.116) より

$$\langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^* \rangle = - \langle \tilde{\mathbf{E}}_{inc}, \tilde{\mathbf{J}}_t^* \rangle \quad (2.118)$$

となる。左辺の展開電流スペクトル $\tilde{\mathbf{E}}_{cur}$ は Green 関数行列 $[\tilde{\mathbf{G}}]$ および実電流 $\tilde{\mathbf{J}}_{cur} = \sum_j a_j \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^j$ を用いて、

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_{cur} &= [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur} \\ &= \sum_j [\tilde{\mathbf{G}}] a_j \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^j \end{aligned} \quad (2.119)$$

これを行列表現すると,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^{1*} \rangle \\ \langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^{2*} \rangle \\ \vdots \\ \langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^{M*} \rangle \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^1, \tilde{\mathbf{J}}_t^{1*} \rangle & \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^2, \tilde{\mathbf{J}}_t^{1*} \rangle & \cdots & \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^M, \tilde{\mathbf{J}}_t^{1*} \rangle \\ \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^1, \tilde{\mathbf{J}}_t^{2*} \rangle & \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^2, \tilde{\mathbf{J}}_t^{2*} \rangle & \cdots & \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^M, \tilde{\mathbf{J}}_t^{2*} \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^1, \tilde{\mathbf{J}}_t^{M*} \rangle & \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^2, \tilde{\mathbf{J}}_t^{M*} \rangle & \cdots & \langle [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{J}}_{cur}^M, \tilde{\mathbf{J}}_t^{M*} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} \\
 &= - \begin{bmatrix} \langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^{1*} \rangle \\ \langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^{2*} \rangle \\ \vdots \\ \langle \tilde{\mathbf{E}}_{cur}, \tilde{\mathbf{J}}_t^{M*} \rangle \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.120}$$

となる. 式 (2.120) 左辺に Parseval の定理を適用すると,

$$-4\pi^2 \begin{bmatrix} \iint \mathbf{E}_{cur}, \mathbf{J}_t^{1*} dx dy \\ \iint \mathbf{E}_{cur}, \mathbf{J}_t^{2*} dx dy \\ \vdots \\ \iint \mathbf{E}_{cur}, \mathbf{J}_t^{M*} dx dy \end{bmatrix} \tag{2.121}$$

を得る.

2.7.1 デルタギャップ給電

本節ではスペクトル領域法によるマイクロストリップダイポール等の解析において, 給電系の簡易なモデルとしてよく用いられるデルタギャップ給電について述べる.

デルタギャップ給電では入射電界 $\mathbf{E}_{inc}$ は図 2.5 の斜線部の領域 (幅 t , 長さ $-\delta(x - x_f)$) のみに存在するものと仮定する. このとき入力電圧 V は,

$$\mathbf{E} = -\delta(x - x_f) \tag{2.122}$$

$$V = \int -\delta(x - x_f) dx = -1 \tag{2.123}$$

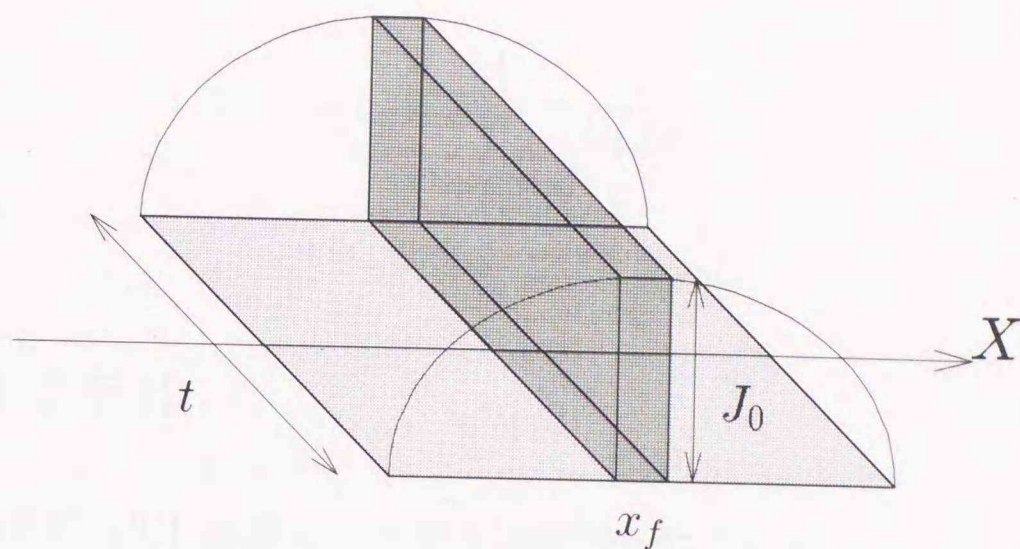


図 2.5: デルタギャップ給電概念図

給電部の電流を PWS を用いて展開したとすると，式 (2.120) の右辺が 0 とならないのは入射電界が存在するセグメントのみである．このセグメント番号を m とすると，

$$-4\pi^2 \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \iint \mathbf{E}_{cur}, \mathbf{J}_t^{m*} dx dy \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow m \text{ 行目} \quad (2.124)$$

式 (2.120) の行列は開放系を考えている場合，実周波数では $\det \neq 0$ でなければならない．これを解くことによって得られる係数ベクトル

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} \quad (2.125)$$

は各電流密度の大きさを示している．従って給電部における電流の強さは，

$$\mathbf{I} = \int_k a_k \mathbf{J}_0 = a_k \mathbf{J}_0 t \quad (2.126)$$

となり，入力インピーダンス Z は，

$$Z = \frac{-V}{I} = \frac{1}{a_k J_0 t} \quad (2.127)$$

により与えられる．

2.8 給電線モデル

給電線への励振モデル化には次の二つの方法が知られている．

1. 給電線上の電流を区分領域基底により展開し，デルタ関数的な電圧源を用いる方法．
2. 主 TEM モード電流を給電線への入射電流をする方法．

1 の方法は数学的検地からしても最も簡易かつ直接的なモデルであり，任意形状の給電線にも比較的適用し易い．しかしその反面数波長に及ぶ給電線上の電流を区分領域基底で展開するため，通常用いられる数分の 1 波長程度のセグメント長を用いるとセグメント数は増大し，計算時間が長くなる欠点を持つ．さらに測定器上では TEM モードから見たインピーダンスを評価するのに対し，この手法では線路上のハイブリッドモードも原理的に解析中に含まれるため，誤差の原因となる事も指摘されている．一方，2 の手法は適用範囲は限定されるものの，モード数が少なく計算時間の短縮がはかれ，また実験手法との親和性も高い．よって本論文ではもっぱら 1 の手法について詳しく述べる事とする．

一般にマイクロ波帯で使用されるストリップ線路は波長に比べて十分に薄い誘電体基板上に作られ，ほぼ TEM モードに近いモードの電磁界が伝搬することが知られている．線路上には y 方向のみに電流が流れるものとする．この仮定は任意の厚みの誘電体基盤上の波長に比べて，十分に線路が細い場合には妥当な近似である．従って線路上の面電流密度は，次のように表現される．

$$J_y(x, y) = \hat{y} A_0 I(y) U(x) \quad (2.128)$$

A_0 はモード電流の規格化定数， $U(x)$ は線路上電流の幅方向分布である．以下では電流方向分布 $I(y)$ について考える．給電線としてよく使われる形状としては，

- 全無限長線路
- 開放型給電線路 (半無限長給電線路)
- 電流方向に GAP がある線路

給電線上の電流密度は、以下の3種類のモード関数で展開される。

I^{inc} 不連続部に入射する給電線の基本モードである進行波電流

I^{ref} 不連続部からの反射進行波電流

I^{lap} 不連続部における不均一電流をモデル化するために配置する区分領域モード

I^{inc} と I^{ref} は全無限長線路の境界条件を満たす quasi-TEM 電流である。

2.8.1 無限長線路

給電線上電流 $I^f(y)$ は $y = 0$ を不連続点とすると以下のように展開される。

$$I^f(y) = \begin{cases} I^{inc}(y) + I^{ref}(y) + I^{lap}(y) & y \leq 0 \\ I^{trans}(y) + I^{lap}(y) & y \geq 0 \end{cases} \quad (2.129)$$

$$I^{inc}(y) = e^{-j\beta y} \quad (2.130)$$

$$I^{ref}(y) = -\Gamma_v e^{j\beta y} \quad (2.131)$$

$$I^{trans}(y) = T e^{-j\beta y} \quad (2.132)$$

$$I^{lap}(y) = \sum_{n=1}^{N_f} I_n^f S_n(y) \quad (2.133)$$

ただし $I^{lap}(y)$ は不連続部における不均一電流 (基本モードの従わない電流) をモデル化するために不連続部付近に配置される多数の区分領域モード (Overlap Currents modes) である。給電線上電流を波源項 $I^{inc}(y)$ と散乱項 $I^{scat}(y)$ とに分離すると、散乱電流は、

$$I^{scat}(y) = \begin{cases} I^{ref}(y) & = -\Gamma_v e^{j\beta y} & y \leq 0 \\ I^{trans}(y) - I^{inc}(y) & = (T - 1)e^{-j\beta y} & y \geq 0 \end{cases} \quad (2.134)$$

である． I^{inc} によって線路上に I^{scat} が誘起されると考える．不連続点 $y = 0$ において，電流が連続であるか不連続であるかに応じて， T は $T = 1 - \Gamma_v$ ， $T = 1 + \Gamma_v$ の関係が成立するものとする． $x = 0$ にスロットおよびダイポールが存在する場合はそれぞれ，

$$T = \begin{cases} 1 - \Gamma_v & \cdots \text{ slot case} \\ 1 + \Gamma_v & \cdots \text{ dipole case} \end{cases} \quad (2.135)$$

$$I^{scat}(y) = I^{ref}(y) + (T - 1)e^{-j\beta y}u(y) \quad (2.136)$$

$$= -\Gamma_v e^{j\beta y}\{1 - u(y)\} \mp \Gamma_v e^{-j\beta y}u(y) \quad (2.137)$$

$$= \Gamma_v \{u(y)(e^{j\beta y} \mp e^{-j\beta y})\} \quad (2.138)$$

$$\tilde{I}^{inc}(k_y) = 2\pi\delta(k_y - \beta) \quad (2.139)$$

$$\tilde{I}^{scat}(k_y)/\Gamma_v = \pi\{\mp\delta(k_y - \beta) - \delta(k_y + \beta)\} + j\frac{-2\beta}{k_y^2 - \beta^2} \quad (2.140)$$

無限長線路の特性インピーダンスと伝搬定数

いま， y 方向の無限長伝送線路を考える．この伝送線路上電流 J_s は電流方向分布を $I(y)$ ，幅方向分布を $U(x)$ とすると

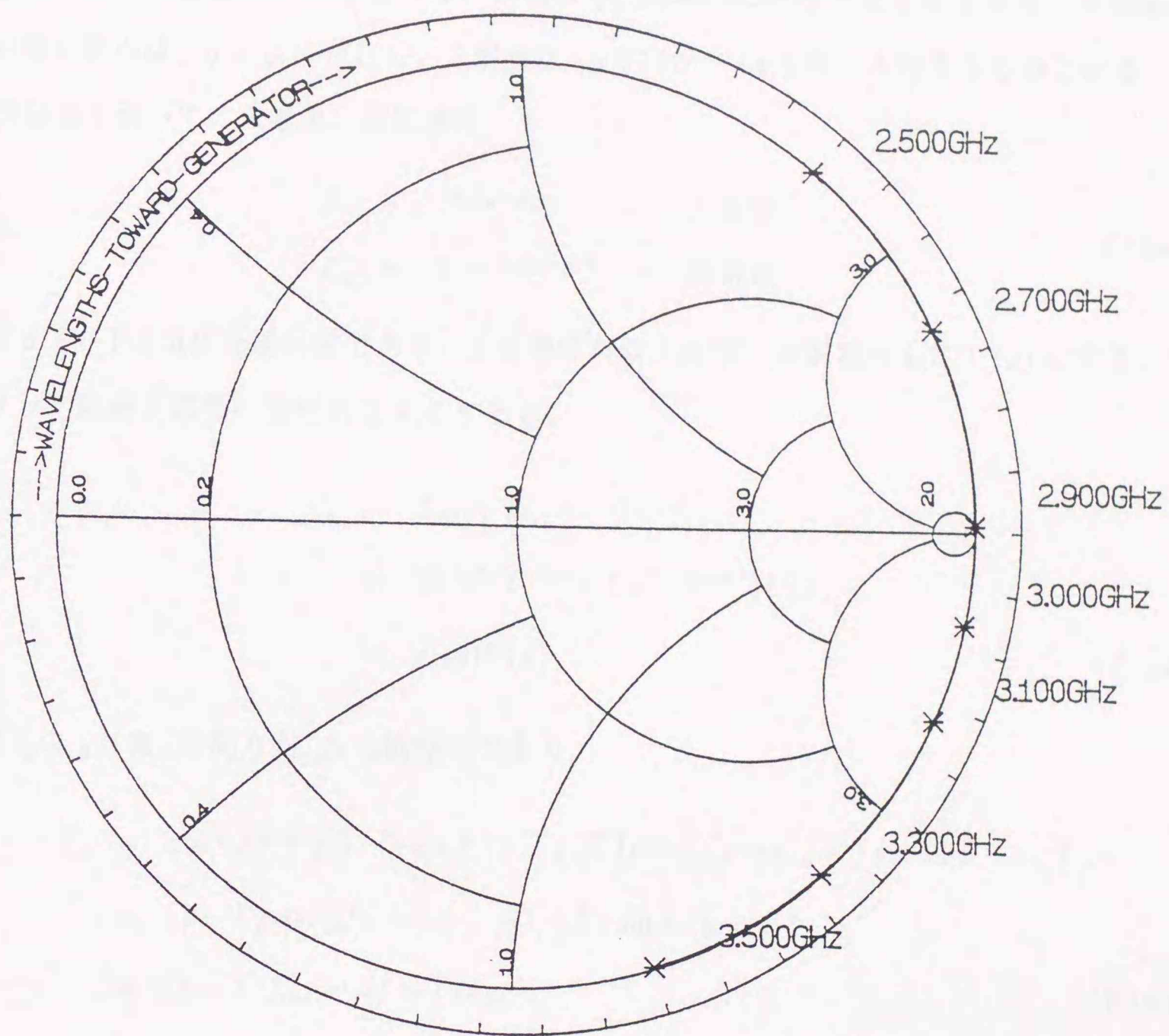
$$\begin{aligned} J_s &= \hat{y}A_0I(y)U(x) \\ &= \hat{y}A_0U(x)e^{-jk_e y} \end{aligned} \quad (2.141)$$

これを Fourier 変換し，波数空間で見る．

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk_e y} e^{jk_y y} dy = 2\pi\delta(k_y - k_e) \quad (2.142)$$

より，

$$\tilde{J}_s = A_0\tilde{U}(x) \cdot 2\pi\delta(k_y - k_e) \quad (2.143)$$



Feed-Line ... $w_f = 2.16\text{mm}$
 Substrate ... $h = 0.80\text{mm}, \epsilon_r = 2.1$

図 2.6: 半無限給電線路の入力特性

2.8.2 半無限長線路

次に半無限長線路について述べる．電流は y 方向のみに存在するものとする．半無限給電線路の終点は， $y = y_1$ に存在し，入射波は $-y$ 方向から $+y$ 方向へ入射するものとする．実空間領域において，入射波，反射波は，

$$\begin{aligned} I_{inc} &= e^{-jk_e(y-y_1)} \quad \dots \text{入射波} \\ I_{ref} &= -\Gamma e^{-jk_e(y-y_1)} \quad \dots \text{反射波} \end{aligned} \quad (2.144)$$

と表せる． Γ は電圧反射係数である． x 方向分布は入射波，反射波ともに $U(x)$ とする．ストリップ線路上の進行波電流を I_s とすると，

$$\begin{aligned} I_s &= I_{inc} + I_{ref} \\ &= \{e^{-jk_e(y-y_1)} - \Gamma e^{jk_e(y-y_1)}\} U(x) \\ &= I_y(y) U(x) \end{aligned} \quad (2.145)$$

I_y は I_s の y 方向 (電流方向) への依存部であり，

$$\begin{aligned} I_y &= \cos k_e(y - y_1) - j \sin k_e(y - y_1) \Gamma \{ \cos k_e(y - y_1) + j \sin k_e(y - y_1) \} \\ &= (1 - \Gamma) \cos k_e(y - y_1) - j(1 + \Gamma) \sin k_e(y - y_1) \\ &= (1 - \Gamma) I_{\cos} - j(1 + \Gamma) I_{\sin} \end{aligned} \quad (2.146)$$

となる．

実際には半無限給電線路上では進行波以外に，不連続部分における放射が存在し電圧反射係数の絶対値は厳密には 1 とはならない (図 2.6)．したがって開放端には放射を表す区分正弦波などの電流分布が必要となる．これについては，後の放射系の解析の章で詳しく述べる．

2.9 リアクション積分

本節では，実際にインピーダンス行列を数値計算する際の要点について述べる．

2.9.1 積分空間

多くの論文では，式 (2.70) のリアクションを評価する際，次の様に極座標に変換して積分を行っている．

$$\begin{aligned} k_\rho &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \\ \phi &= \tan^{-1} \left(\frac{k_y}{k_x} \right) \end{aligned} \quad (2.147)$$

本論文では，リアクションの計算においてこれらとは異なり，直交座標系でその無限積分を評価している．この理由は，大きく分けて，次の通りである．

- 半無限空間積分を (2.147) 式のように極座標に変換して積分を行うことの利点は，まず第一に， ϕ に関する積分が有限区間になるである．従って，半無限積分を行わなければならないのは， k_ρ のみという事になる．しかし，その為に， k_ρ の積分は収束が遅く，関数の振動が激しくなり，ニュートン・コーツ法などの適応型積分法を用いた場合でも積分値の収束が難しいものとなる (収束性の改善)．
- 極座標に変換した際， k_ρ の無限積分の評価は，通常，積分値がほぼ一定となるような積分範囲の上限を定め，それ以上の半無限区間の積分は 0 とみなしている．しかし，直交座標系で積分を行うと，Green 関数をなんらかの方法で近似することにより，重み平均法 (the weighted-average algorithm [23]) 等を用いる事により，より厳密に，無限積分を評価できる． (誤差の定量的な評価が可能)
- 被積分関数は，ふたつの電流 (試験電流，展開電流) の方向やその種類によって k_x 方向と k_y 方向の振る舞いが全く異なる．極座標系による積分では，これらの情報はほとんど積分法に考慮されない．一方，直交座標系による積分では， k_x 方向と k_y 方向の積分法を全く変えることが可能であり，それぞれに応じた最適な積分方法を選ぶことができる (適切な積分法を選択することが可能)．

以上の観点により，本論文ではもっぱら直交座標系で積分を行なっている．

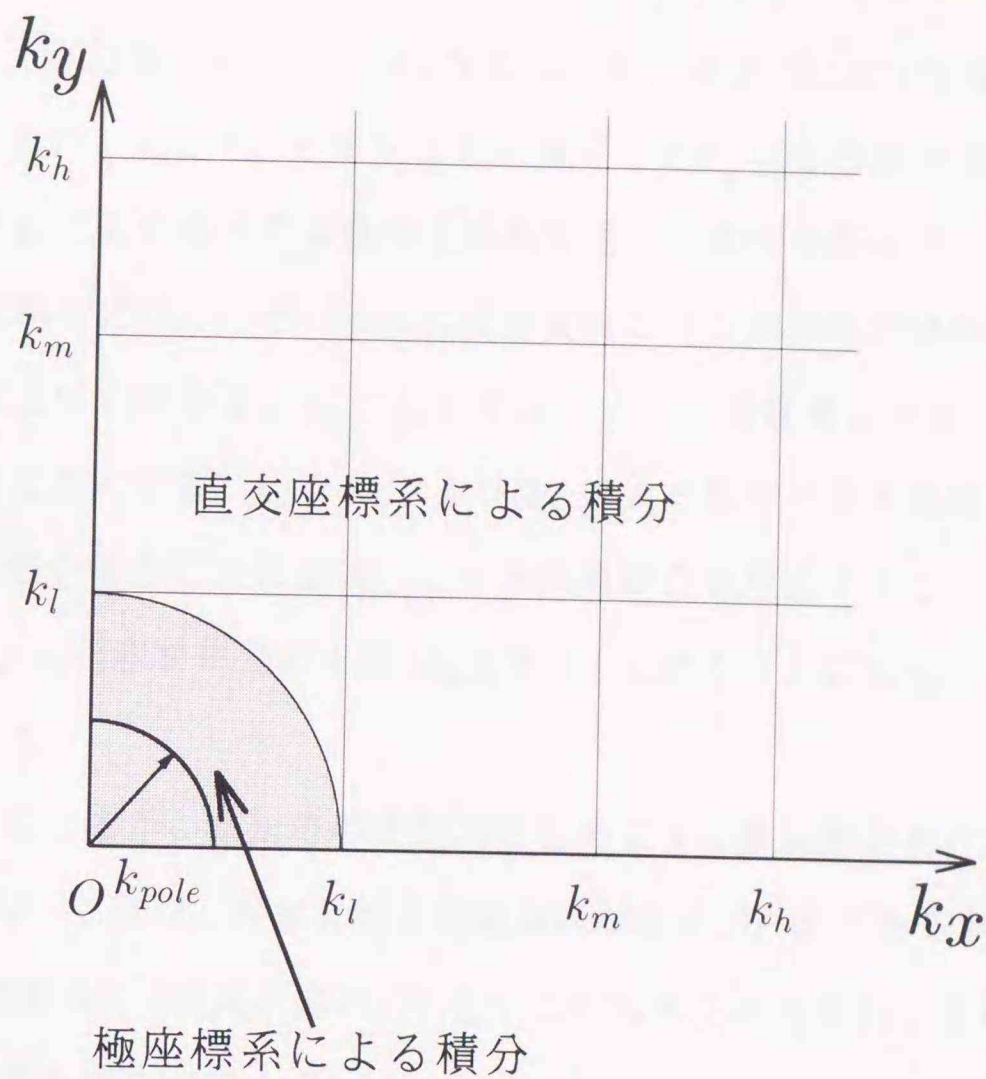


図 2.7: 積分空間 (直交座標系)

2.9.2 直交座標系におけるリアクション積分

スペクトル領域法においては、インピーダンス行列部などの成分となるリアクション積分を積雪に行なうことが非常に重要となるが、無限積分を取り扱う必要があり、このことが、この積分を難しいものとしている。図 2.7 に、本論文におけるリアクション数値積分の積分空間を示した。被積分関数の k_x および k_y に関する対称性により、実際に積分を行なう必要があるのはこの積分空間のみで良い。被積分関数 f_{reac} は試験電流を $\tilde{J}_t$ 、展開関数を $\tilde{J}_c$ 、Green 関数 $\tilde{G}$ の積として与えられ、

$$f_{reac} = \tilde{J}_t^* \tilde{G} \tilde{J}_c \quad (2.148)$$

である。この被積分関数の極を与えるのは Green 関数であり、本論文のように二層構造の場合はその極 k_{pole} の位置は、 $|k_{pole}| \leq \sqrt{\epsilon_r} k_0$ に存在する。また、複素共振周波数解析においては、proper な領域と improper な領域の境界は極座標形式で表されるため、極座標変

換して積分を取り扱った方が好ましい。したがってこの部分は式 (2.147) の極座標系で積分を行なった方が都合が良い。そこで、 k_l を k_z より大きくして $k_\rho \leq k_l$ の積分空間では極座標系で積分を行なう。それ以上の部分では直交座標系を用いて積分を行なう。残りの半無限空間はいくつかの小空間に分割し、それぞれで積分を行なう方が効率が良い。この分割の境界を $k_x = k_y = 0$ に近い方から k_l, k_m, k_h とする。ここでは簡単のため k_x 方向と k_y 方向で同じ境界を用いることとする。 $k_x \geq k_h$ および $k_y \geq k_h$ の部分では半無限積分を行うことになるが、重み平均法を使うことにより、この半無限積分を評価することが可能である。実際には $150k_0 \sim 200k_0$ 程度を積分の上限 (k_h とする) にとることによって十分な精度を持った評価が可能である。

k_l, k_m, k_h をどのようにとるか、またその区間内でどのように数値積分を行なうかは積分値に大きな影響を及ぼす。これは、対象となる電流基底がダイポールであるか (電流基底の収束が速い)、パッチであるか (収束が遅い) によっても大きく左右され、また試験電流と展開電流の方向によっても変わってくる。

2.10 Green 関数の近似

重み平均法などの手法を用いる際には、Green 関数を近似して、その振幅項をはっきりと分離しておくことが必要である。ここでは、Green 関数を k_ρ の大きい部分で分解する事により、実部と虚部に分けることを考える。例として、Green 関数の G_{yy} を考える事にする。他の Green 関数についても同様の手法を用いる事ができる。

$$\tilde{G}_{yy} = \frac{\tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 (k_1^2 - k_y^2) + \gamma_1 \mu_1 (k_2^2 - k_y^2) \tanh \gamma_1 h \}}{j\omega T_e T_m} \quad (2.149)$$

$$T_e = \gamma_1 \mu_2 + \gamma_2 \mu_1 \tanh \gamma_1 h \quad (2.150)$$

$$T_m = \gamma_2 \varepsilon_1 + \gamma_1 \mu_2 \tanh \gamma_1 h \quad (2.151)$$

k_ρ の大きい部分での展開を考えているので、proper な領域のみを考えればよい。branch 条件より、

$$e^{-jk_z z} e^{j\omega t} = e^{(k_z'' z - jk_z' z)} e^{j\omega t}$$

branch 条件より $k_z'' < 0$ である. $k_\rho > k_i$ から,

$$k_{zi} = -j\sqrt{k_\rho^2 - k_i^2} \quad (2.152)$$

よって, $k_{zi} = -j\gamma_i$ より,

$$\gamma_i = \sqrt{k_\rho^2 - k_i^2} \sim k_\rho \quad (2.153)$$

$$k_{zi} \sim -jk_\rho \quad (2.154)$$

となる. 従って,

$$\tan(k_{z1}) = \tan(-j\gamma_1 h) \quad (2.155)$$

$$\begin{aligned} \tan(jx) &= \frac{e^{j(jx)} - e^{-j(jx)}}{e^{j(jx)} + e^{-j(jx)}} \\ &= \frac{1}{j} \frac{e^{-x} - e^x}{e^{-x} + e^x} \end{aligned} \quad (2.156)$$

より,

$$\tan(-j\gamma_1 h) \sim \frac{1}{j} \quad (2.157)$$

これより,

$$T_e \sim (\mu_1 + \mu_2)k_\rho \quad (2.158)$$

$$T_m \sim (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)k_\rho \quad (2.159)$$

また, Green 関数の分子は以下の形になる.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{j} \{ j(-jk_\rho)\mu_2(k_1^2 - k_y^2) - (-jk_\rho)\mu_1(k_2^2 - k_y^2) \left(\frac{1}{j}\right) \} \\ &= \frac{1}{j} \{ -k_\rho k_y^2(\mu_1 + \mu_2) + k_\rho(\mu_2 k_1^2 + \mu_1 k_2^2) \} \end{aligned} \quad (2.160)$$

よって, G_{yy} の近似として,

$$G_{yy} = \frac{-k_y^2(\mu_1 + \mu_2) + (\mu_2 k_1^2 + \mu_1 k_2^2)}{j\omega(\mu_1 + \mu_2)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)k_\rho} \quad (2.161)$$

を得る。周波数が複素数量の時、 ω も複素数となる。

$$k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1 \quad (2.162)$$

$$k_2^2 = \omega^2 \varepsilon_2 \mu_2 \quad (2.163)$$

であるから、 k_1 および k_2 も複素数である。

$$\frac{1}{j\omega} = \Phi \quad (2.164)$$

$$\omega^2 = \Omega \quad (2.165)$$

とおく。この時、

$$G_{yy} = \Phi \left\{ \frac{-k_y^2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)k_\rho} + \frac{\Omega \mu_1 \mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)k_\rho} \right\} \quad (2.166)$$

ここで、 $\Phi\Omega = -j1/\Phi$ であるから、

$$E = \frac{1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \quad (2.167)$$

$$M = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \quad (2.168)$$

とおくと、最終的な形として、

$$G_{yy} = -\Phi E \cdot \frac{k_y^2}{k_\rho} - \frac{1}{\Phi} M \cdot \frac{1}{k_\rho} \quad (2.169)$$

を得る。従って、 k_ρ が十分大きいところでは、実際の積分として、

$$\begin{aligned} & \int \int G_{yy} J_{yi} J_{yj}^* dk_x dk_y \\ &= -\Phi E \int \int \frac{k_y^2}{k_\rho} J_{yi} J_{yj}^* dk_x dk_y - \frac{1}{\Phi} M \int \int \frac{1}{k_\rho} J_{yi} J_{yj}^* dk_x dk_y \end{aligned} \quad (2.170)$$

を行えば良いことになる。電流基底が実数ならば、real axis において、右辺第一項、第二項の被積分関数は共に純実数となる。また式 2.170において周波数に依存する項は Φ だけであり、被積分関数部は周波数によらない関数となっている。以上の近似は k_ρ が数十 k_0 以上では十分に成立しており、また周波数に依存していないことから周波数ごとに再計算する必要はなく、計算時間短縮に非常に有効であると考えられる。

Chapter 3

共振系の解析

3.1 まえがき

近年盛んに研究が行われているマイクロストリップアンテナの一つの短所として動作帯域が狭いことが挙げられる．また一般に低利得であり，共振周波数から少しでも外れるとアンテナとしての特性の劣化は他のアンテナに比べても著しく劣化する．アンテナを共振系として見た場合，帯域の広さは即ち Q の低さに対応する．マイクロストリップアンテナの場合，パッチアンテナで数十～百，ダイポールでは数千に達する．このアンテナの Q と共振周波数を精密に解析することによりマイクロストリップを有効に動作させうるアンテナの設計が可能となる．本章ではスペクトル領域法を用いた共振周波数， Q の解析法について述べ実際に幾つかの解析モデルについて解析を試みた．

3.2 定式化

3.2.1 複素共振周波数の概念

先に述べたように，マイクロストリップアンテナは低利得，高 Q (狭帯域) という特長を持っており，効率の良い動作を行なわせるためには素子としての共振周波数， Q を正確に

知ることがアンテナ系を設計する上で非常に重要である。アンテナとして給電線などにより給電をした場合にはその給電手法によりアンテナの共振周波数は異なってくる。給電によりこれはアンテナ上電流モードの一部が励振されるため、これでは共振系としての特性を解析したことにはならない。共振系としての特性を把握するためには、平面波をアンテナ正面方向より入射させるなど給電系による影響を完全に排除した手法が必用となる。

これを数値計算上で可能としたのが複素共振周波数解析である。スペクトル領域解析におけるインピーダンス行列を再括すると、

$$\begin{bmatrix} \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{x1}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yN} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{xN}^*, \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yN} \rangle \\ \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{y1}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yN} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{x1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xN} \rangle & \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{y1} \rangle & \cdots & \langle \tilde{J}_{yM}^*, \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yN} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_M \\ b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{1}{4\pi^2} \begin{bmatrix} \iint E_x^{inc} J_{x1} dx dy \\ \vdots \\ \iint E_x^{inc} J_{xN} dx dy \\ \iint E_x^{inc} J_{y1} dx dy \\ \vdots \\ \iint E_x^{inc} J_{yM} dx dy \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\langle \tilde{J}^*, \tilde{E} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}^* \tilde{E} dk_x dk_y \quad (3.2)$$

である。給電部が無い場合は式 (3.1) の右辺のリアクションは、入射電流が存在しないことから 0 ベクトルとなる。このとき式 (3.1) の左辺のインピーダンス行列の行列式が 0 で無い場合、電流係数ベクトルはその要素が全て 0 となり、いわゆる意味の無い解となる。しかし、行列式 $\det$ が 0 の場合は電流ベクトルはある有意な解の定数倍で表され、それぞれの電流の比が決定される。この $\det = 0$ の条件を詳細に見てみると、これは周波数が実数

のときには達成されず，複素数のときにこの解が存在する．いま，時間項を $e^{j\omega t}$ とすると，複素周波数

$$\omega = \omega_r + j\omega_i \quad (3.3)$$

を代入することにより

$$\begin{aligned} e^{j\omega t} &= e^{j(\omega_r + j\omega_i)t} \\ &= e^{j\omega_r t - \omega_i t} \\ &= e^{j\omega_r t} \cdot e^{-\omega_i t} \end{aligned} \quad (3.4)$$

となり，実部 ω_r は伝搬（放射）に関する項，虚部 ω_i は時間と共に減衰する項を表している．伝送線路理論より，この共振系の Q は以下の式で与えられる．

$$Q = \frac{\omega_r}{2\omega_i} \quad (3.5)$$

従って， $\det = 0$ となる周波数を複素平面上で見つける事により共振系の Q を解析する事ができる．また共振周波数はおなじく伝送線路理論より複素共振周波数の実部 ω_r により与えられる．

3.2.2 複素共振周波数解析時のリアクション積分経路

第 2.2 節で述べたように，スペクトル領域法とは，考えている空間における電磁界を平面波に分解し，それらの和として扱う事により，実空間領域から波数領域へと解析を行う空間を変換するものである．ここで定義する Fourier 変換対は，

$$\tilde{A}(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y, z=0) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (3.6)$$

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(k_x, k_y)_{z=0} e^{-j(k_x x + k_y y)} e^{\pm j\gamma_i z} dk_x dk_y \quad (3.7)$$

である．時間項が $e^{j\omega t}$ であるので，式 (2.4) よりこれは平面波展開となっている事がわかる．これより，式 (2.4) 中の $\tilde{A}(k_x, k_y)_{z=0}$ はこの平面波 $e^{-j(k_x x + k_y y)} \cdot e^{\pm j\gamma_i z}$ の原点における *Amplitude* である事がわかる．

本論文で考えているのは、完全導体上に一層の誘電体をおいた半無限構造である。誘電体を領域 1, 半無限空間を領域 2 とする。

3.3 複素共振周波数解析における積分経路

複素共振周波数解析におけるリアクション積分の積分経路を設定するためには、Green 関数を注意深く見る必要がある。2 層基板の領域 0(半無限空間) における Green 関数を最掲すると、

$$\tilde{G}_{xx} = \frac{\tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 (k_1^2 - k_x^2) + \gamma_1 \mu_1 (k_2^2 - k_x^2) \} \tanh \gamma_1 h}{j\omega T_e T_m} \quad (3.8)$$

$$\tilde{G}_{xy} = \frac{k_x k_y \tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 + \gamma_1 \mu_1 \}}{j\omega T_e T_m} \quad (3.9)$$

$$\tilde{G}_{yx} = \tilde{G}_{xy} \quad (3.10)$$

$$\tilde{G}_{yy} = \frac{\tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 (k_1^2 - k_y^2) + \gamma_1 \mu_1 (k_2^2 - k_y^2) \} \tanh \gamma_1 h}{j\omega T_e T_m} \quad (3.11)$$

$$T_e = \gamma_1 \mu_2 + \gamma_2 \mu_1 \tanh \gamma_1 h \quad (3.12)$$

$$T_m = \gamma_2 \varepsilon_1 + \gamma_1 \varepsilon_2 \tanh \gamma_1 h \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} k_2 &= \omega \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \\ &= \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \\ &= k_0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

γ_1, γ_2 はそれぞれ領域 1, 2 における伝搬定数であり、

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= k_x^2 + k_y^2 - k_1^2 \\ &= k_\rho^2 - k_1^2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \gamma_2^2 &= k_x^2 + k_y^2 - k_2^2 \\ &= k_\rho^2 - k_2^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで、 k_ρ は2における波数の接線成分である。(3.15), (3.16)式を見ると、 γ_1, γ_2 は2価であり、

$$\gamma_1 = \pm \sqrt{k_\rho^2 - k_1^2} \quad (3.17)$$

$$\gamma_2 = \pm \sqrt{k_\rho^2 - k_2^2} \quad (3.18)$$

を取ることができる。しかし(3.8)~(3.11)式のGreen関数は全て γ_1 に関し偶関数となっている。従って、(3.8)~(3.11)式を γ_1 に関しTaylor展開しても、 γ_1 の奇数次の項は現れないため、 γ_1 に関しては、Riemann面を考える必要はない(k_ρ に関しては1価である)。しかし、 γ_2 に関してはそうになっていないので、関数を1価にするためにRiemann面を考える必要がある。 $k_\rho^2 - k_2^2 = \Gamma_z$ とおくと、

$$\gamma_2 = \pm \sqrt{\Gamma_z} \quad (3.19)$$

$$(3.20)$$

となる(図3.1参照)。

この図より、 Γ_z の一つの値に対して、 γ_2 平面上の二つの点に対応していることがわかる。 $k_\rho^2 = \Gamma_z + k_2^2$ より、 k_ρ^2 平面と γ_2 平面に対しても同様になり、 $k'' < 0$ となる。これを、 k_ρ 平面上で考えると、 $k_\rho^2 = (\pm k_\rho)^2$ より図3.3のようになる。

よって、 γ_2 を1価にするためには、 k_ρ 平面上で、 $k_\rho = k_2, k_\rho = -k_2$ より、branch cutを伸ばせば良いことがわかる。branch cutをどの様にするかは数学的には任意である。従って、物理的に意味があるようにbranch cutを取るのが最善である。ここで γ_2 の意味を物理的に考える。(3.18)式より、

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \gamma_2' + j\gamma_2'' \\ &= j(k_z' + jk_z'') \\ &= -k_z'' + jk_z' \end{aligned} \quad (3.21)$$

ここで、各周波数スペクトルの z 方向への、時間を含めた位相項は、

$$e^{-jk_z z} e^{j\omega t} \quad (3.22)$$

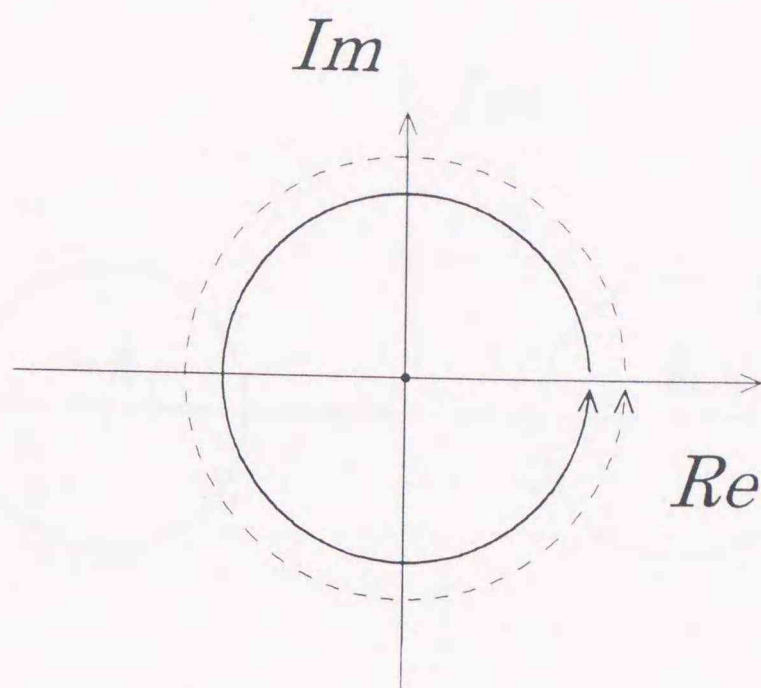
 Γ_z - plane

図 3.1: 積分経路 その1

である. k_z は一般には複素数量であるから,

$$k_z = k'_z + j k''_z \quad (3.23)$$

とおいて, (3.22) 式に代入すると,

$$e^{-(k'_z + j k''_z) e^{j\omega t}}$$

後述するように, proper な波, すなわち, 無限遠点において 0 に収束するためには,

$$k''_z < 0$$

でなければならない. branch cut は, 上葉がこの proper の条件に対応するように取ることとする. (3.21) 式より,

$$\gamma_2 = \gamma'_2 + j \gamma''_2$$

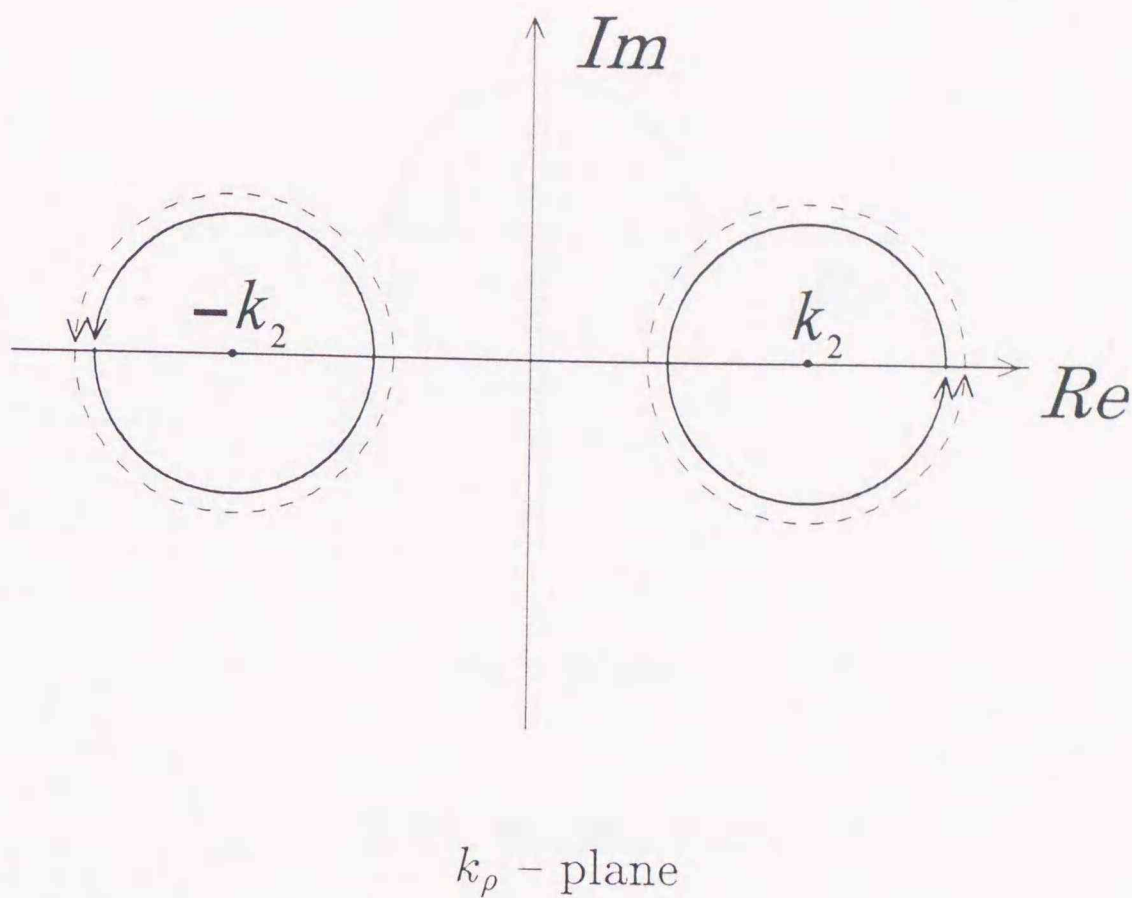


図 3.2: 積分経路 その 2

$$\begin{aligned}
 &= j(k'_z + jk''_z) \\
 &= -k''_z + jk'_z
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

より, $k''_z < 0 \Rightarrow \Gamma'_2 > 0$ が γ_2 -plane 上での proper となる条件となる. これを γ_2 -plane 上で図示すると, 図 3.4 のようになる. よって, これに対応する k_ρ^2 -plane 上での branch cut は, 図 3.2 の様に, $Re[k_\rho^2] < Re[k_2^2]$, $Im[k_\rho^2] = k_2^2$ で表されることになる. 今, 真空中の媒質がわずかに損失を持っていると仮定すると,

$$k_2^2 = \omega^2 \varepsilon \mu \tag{3.25}$$

において, ε は負の虚部を持つ. 従って, k_2^2 も小さな負の虚部を持っている事になり, 図 3.7 において, branch cut は B の様になっているものと考え事ができる. k_2 すなわち, 半無限空間の波数は, この空間がわずかに損失をもっているものとする, その虚部はわずか

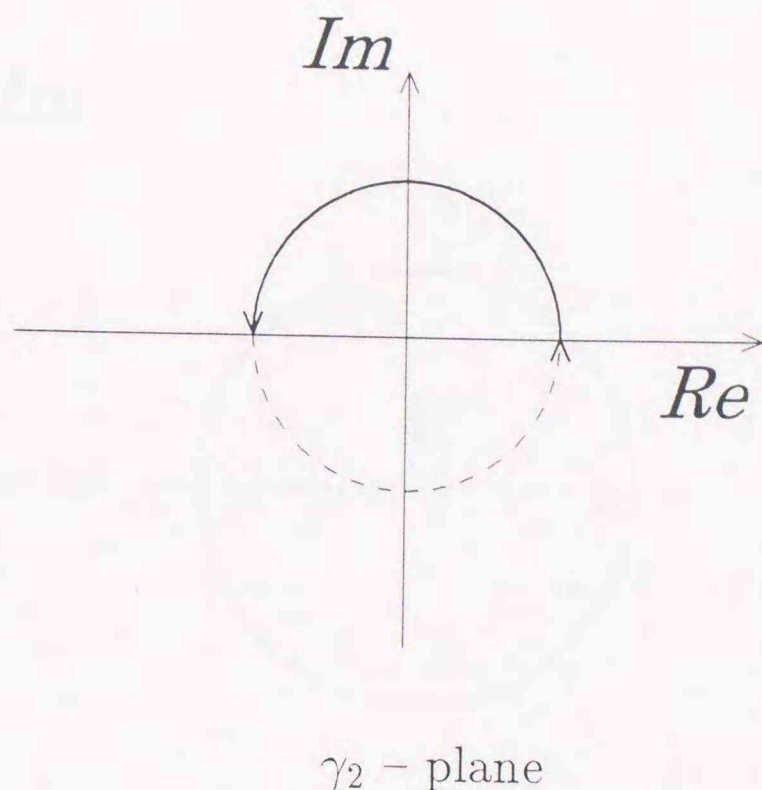


図 3.3: 積分経路 その3

に負となる. この時の branch cut は, 図 3.3 の様になる. 従って, 実周波数のみを取り扱うインピーダンス等の計算においては *B* の型の branch cut を採用する事になる. しかしアンテナの Q を求める時のように, 複素周波数を取り扱う場合には,

$$\begin{aligned} k_0 &= \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \\ &= (\omega_r + j\omega_i) \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \end{aligned} \quad (3.26)$$

となり, もはや k_0 は実軸上には無い. $\sqrt{\varepsilon_0} = C_1 e^{j\theta_1}$, $\omega = C_2 e^{j\theta_2}$ とおくとき, $\theta_1 + \theta_2 > 0$ であるならば, k_0 は $k_r > 0$ において, 実軸の上方 ($k_r < 0$ においては, $\text{Im}[-k_0]$) に来る. 従って, アンテナの Q

$$Q = \frac{\omega_r}{2\omega_i} \quad (3.27)$$

がそれ程大きくない場合には, branch cut としては同図の *A* を採用する事になる. この時, 積分経路をどの様にとるべきかを次に考える. 複素周波数は実周波数の解析的な延長になっていなければならないので, 積分経路も, 実周波数のその解析的な延長になっている必要がある. すなわち, 図 3.8 において, 図 *b* の様な積分経路を取らなければならない.

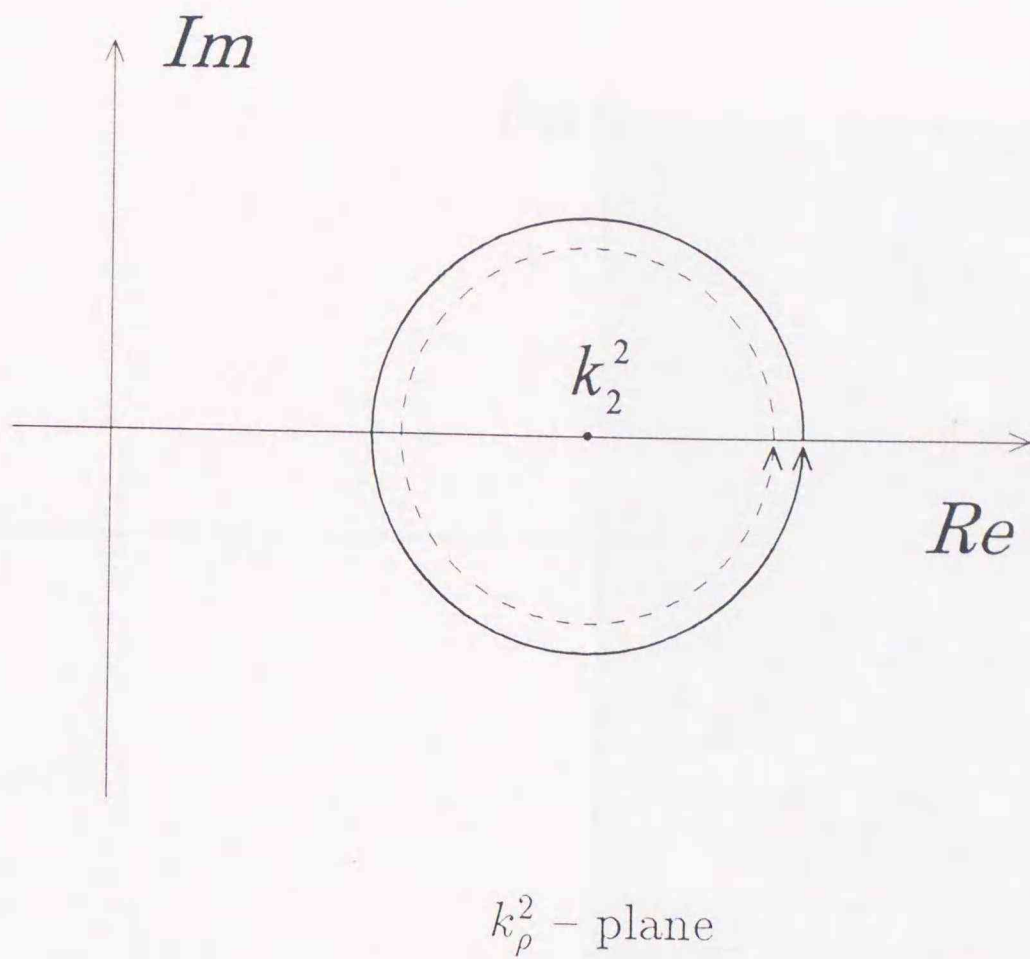


図 3.4: 積分経路 その 4

この時, 図 3.9において, $a \rightarrow b \rightarrow c$ の部分は, Riemann 面の下葉, すなわち, improper な領域に経路が入る事になる. また, $b \rightarrow c \rightarrow d$ の部分が新たに積分経路として加わる事になる.

さて, ここで $Im[\omega] < 0$ から $Im[\omega] > 0$ に移り変わる時をより詳しくみてみることにする.

1. これは, 通常の実周波数を取り扱う場合である. この時空間にわずかに損失があるものとする, branch-point は実 k_ρ 軸の下方にある.
2. これは, 複素周波数を考え, $Im[\omega] = -0$ となったときである. 基本的には 1 の場合と変わらない.
3. 複素周波数の虚部がさらに大きくなり, ついに $Im[\omega] = 0$ となった時である. すると, $Re[k_\rho] > 0$ の部分の branch cut と $Im[k_\rho] > 0$ の部分の branch cut が結合しは

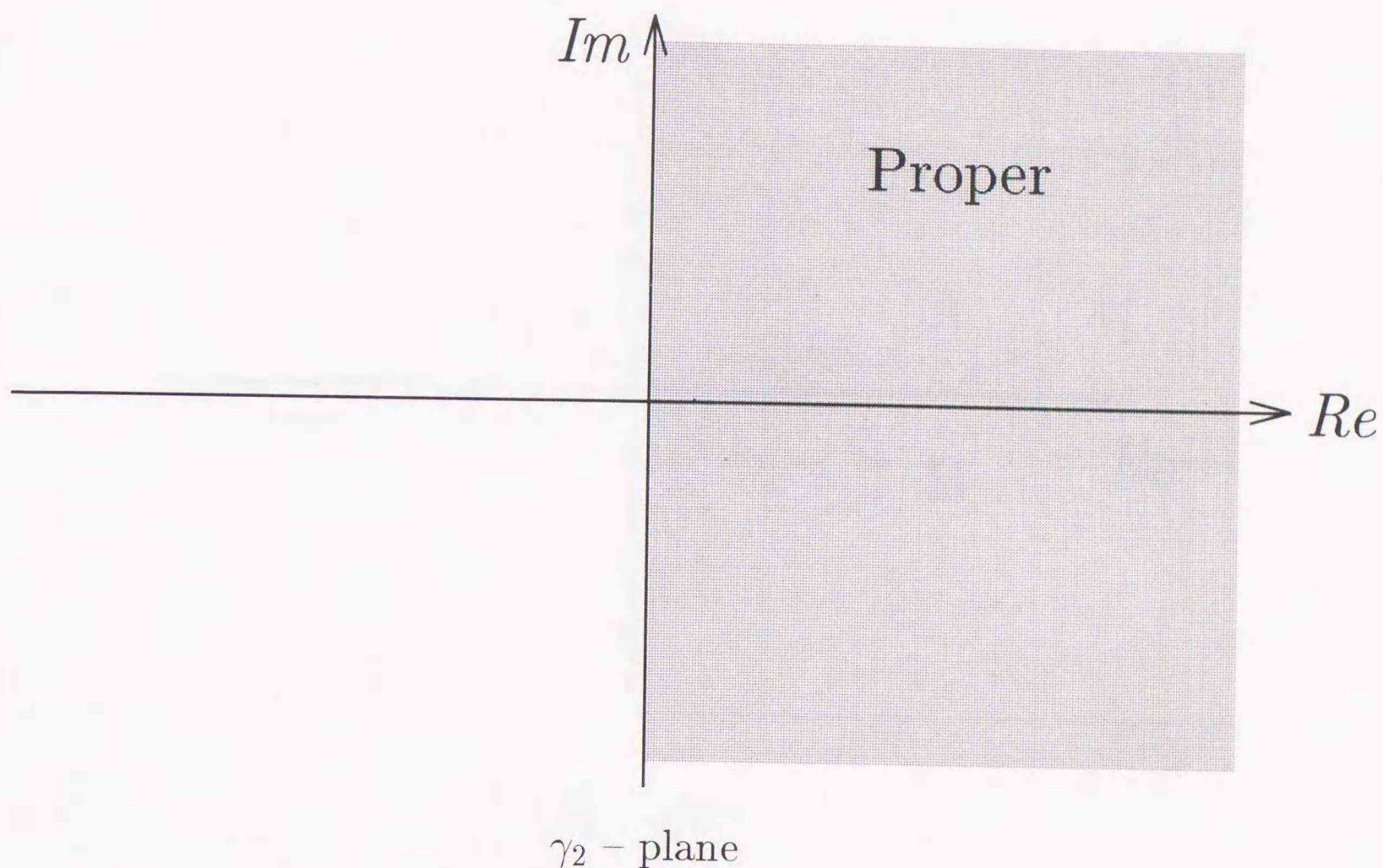


図 3.5: 積分経路 その 5

じめる ($Re[k_p] < 0$ の部分と $Im[k_p] < 0$ の部分も同様). この時, もう既に原点部分は improper であるとも考えられる.

4. それぞれ結合した branch cut が実軸, 虚軸から離れる. 点線部は improper となっている.

3.3.1 複素共振周波数解析時のインピーダンス行列の対称性

よく知られているように, Galerkin 法を用いたスペクトル領域法では, インピーダンス行列の対称性が成立っている. これは物理的に見ると, 実空間におけるリアクションの可逆性が Parseval の定理により波数空間においても成立していることによるものである. 注意深く見ると, 複素周波数を導入し, 時間経過に対する項を含めた場合にも, この対称性

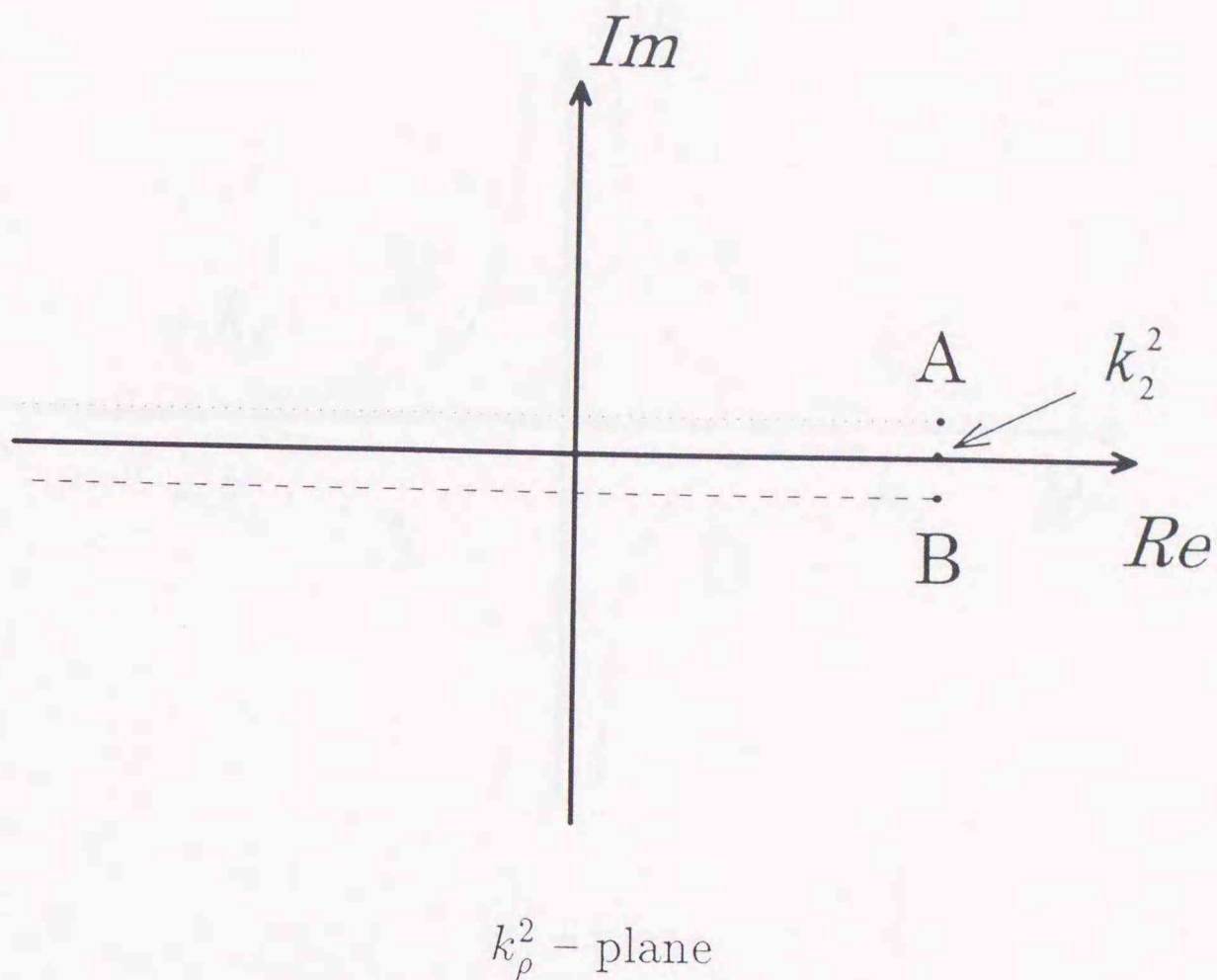


図 3.6: 積分経路 その 6

は成立していることがわかる。以下、これを数学的に検証してみる。

(3.1) 式で与えられるインピーダンス行列 $[Z]$ の ij 成分を Z_{ij} とする。この下三角成分 Z_{ij} と上三角成分 Z_{ji} はそれぞれ、

$$Z_{ij} = \int \tilde{J}_i^* G \tilde{J}_j dk\rho \quad (3.28)$$

$$Z_{ji} = \int \tilde{J}_j^* G \tilde{J}_i dk\rho \quad (3.29)$$

である。よって被積分関数中の電流項 $\tilde{J}_j^* \tilde{J}_i$ と $\tilde{J}_i^* \tilde{J}_j$ が問題となる。一般形として、

$$\tilde{J}_A = \tilde{J}_{AO} e^{jA_y k_y} e^{jA_x k_x} \quad (3.30)$$

$$\tilde{J}_B = \tilde{J}_{BO} e^{jB_y k_y} e^{jB_x k_x} \quad (3.31)$$

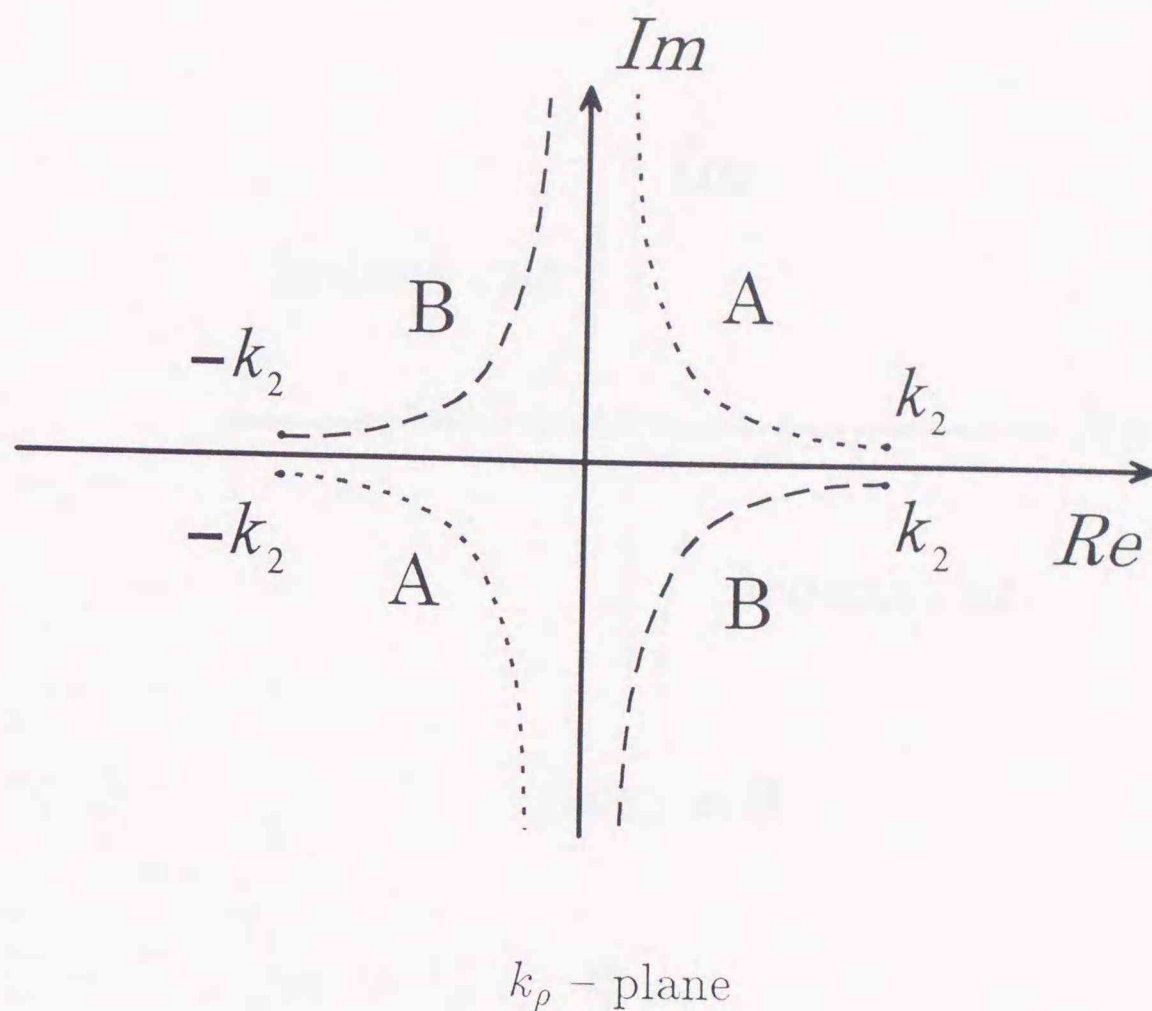


図 3.7: 積分経路 その 7

を考える。このとき、

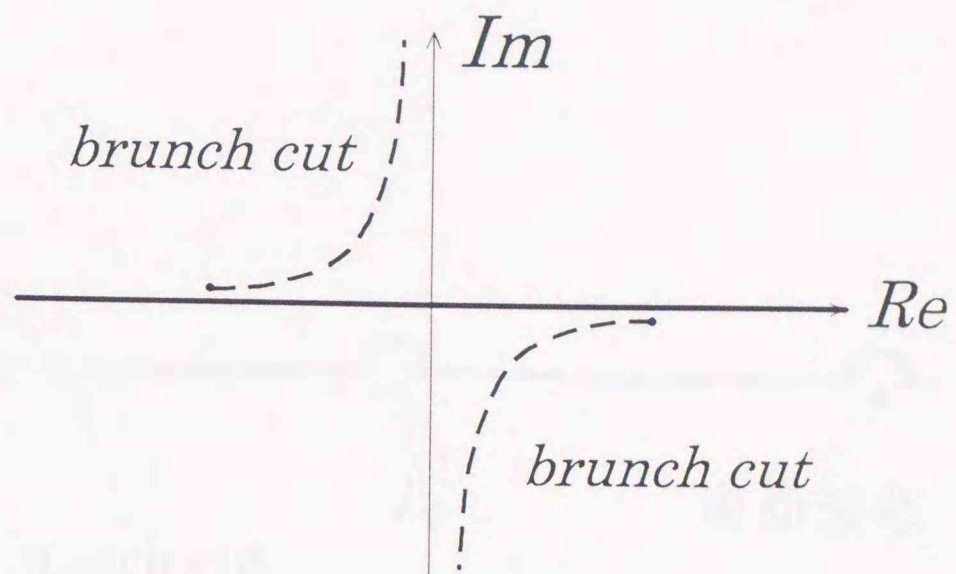
$$\tilde{J}_A^* \tilde{J}_B = \tilde{J}_{AO}^* \tilde{J}_{BO} e^{j(B_y - A_y)k_y} e^{j(B_x - A_x)k_x} \quad (3.32)$$

$$\tilde{J}_A \tilde{J}_B^* = \tilde{J}_{AO} \tilde{J}_{BO}^* e^{j(A_y - B_y)k_y} e^{j(A_x - B_x)k_x} \quad (3.33)$$

ここで、 A_x , B_x などは J_A , J_B の原点からの電流中心に対応する位相項である

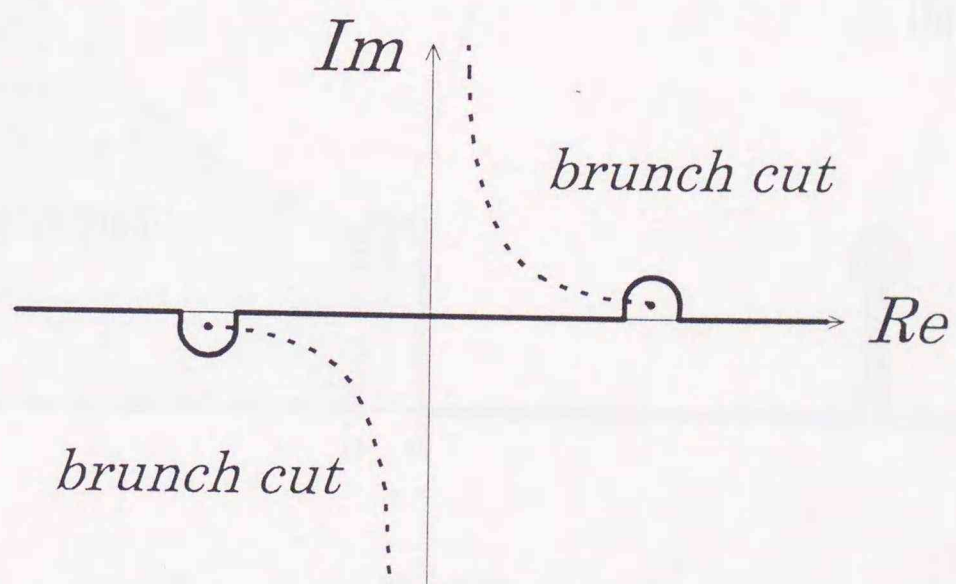
Gが偶関数の時

これは、 J_A , J_B がそれぞれ x 方向電流- x 方向電流, y 方向電流- y 方向電流など電流方向が一致する場合である。リアクション積分の積分範囲が $-\infty$ から ∞ である事から、 $\tilde{J}_A^* \tilde{J}_B$ の偶関数部分のみを考えれば良い(奇関数部は、Green関数との積が k_x , k_y に対して奇関数となり、積分値は0となる)。Jが k_x , k_y に対して偶関数(even)か奇関数(odd)かは、偶



$$Im \omega = 0$$

図 a



$$Im \omega > 0$$

図 b

k_ρ - plane

図 3.8: 積分経路 その 8

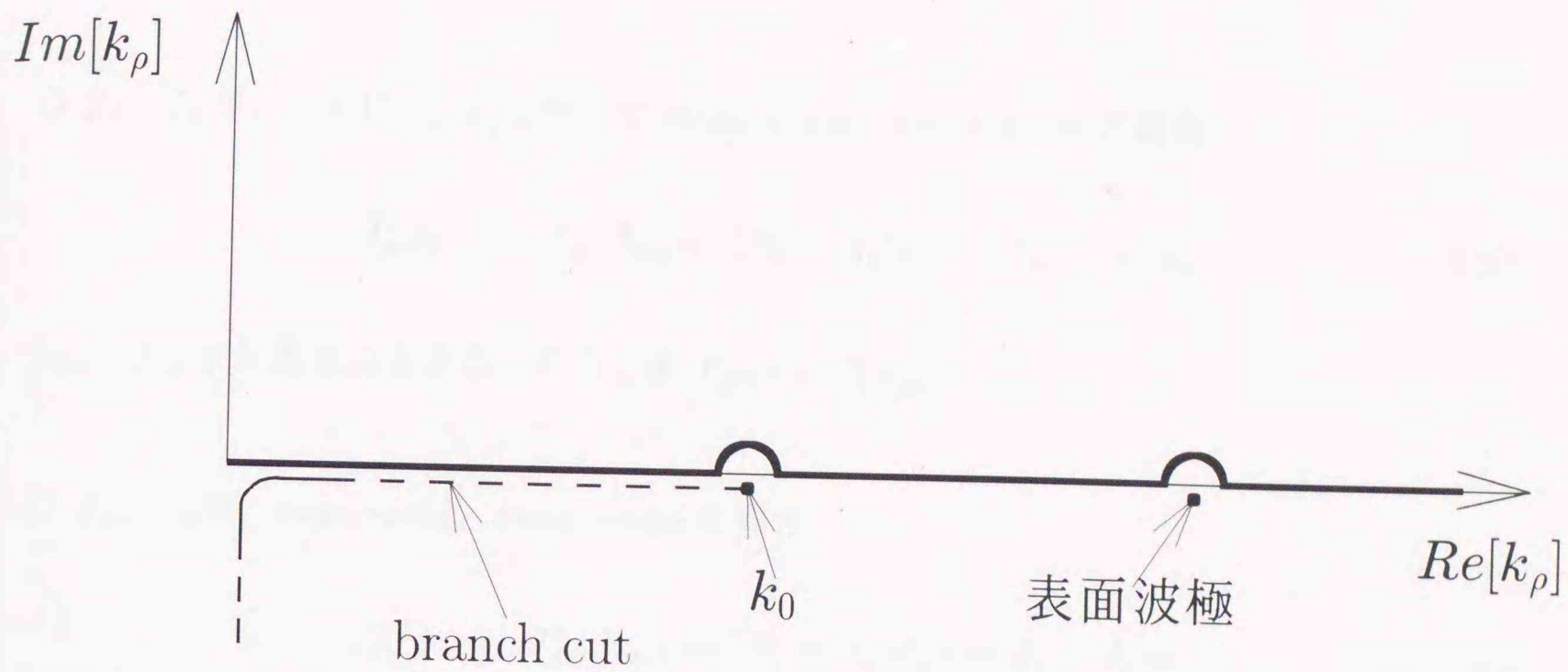


図 a : ω が実数のとき

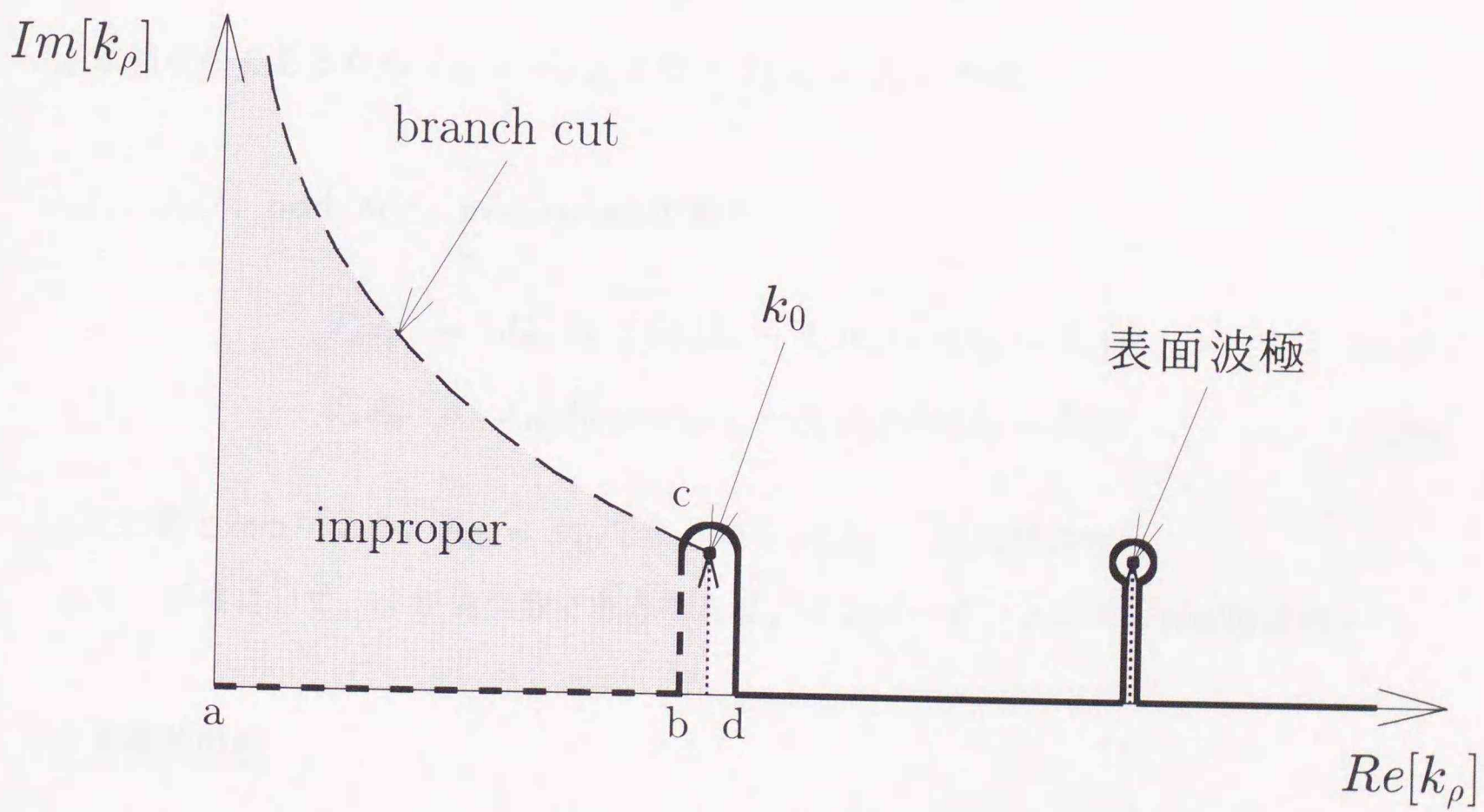


図 b : ω が複素数のとき

k_ρ - plane

図 3.9: 積分経路 その 9

モードか奇モードかに依存する.

○ J_A, J_B が, ともに k_x-k_y に対して even-even, even-even の場合

$$\tilde{J}_A^* J_B = J_{AO} J_{BO} \cos(B_y - A_y) k_y \cos(B_x - A_x) k_x \quad (3.34)$$

J_{AO}, J_{BO} が実数であるから, このとき $J_A^* J_B = J_B^* J_A$.

○ J_A, J_B が, even-odd, even-even の場合

$$\tilde{J}_A^* J_B = J_{AO}^* J_{BO} j \sin(B_y - A_y) k_y \cos(B_x - A_x) k_x \quad (3.35)$$

$$\tilde{J}_A J_B^* = J_{AO} J_{BO}^* j \sin(A_y - B_y) k_y \cos(B_x - A_x) k_x \quad (3.36)$$

J_{AO} は純虚数であるから $J_{AO} = -J_{AO}^*$ となり $J_A^* J_B = J_B^* J_A$ が成立.

○ J_A, J_B が, odd-odd, even-even の場合

$$\tilde{J}_A^* J_B = J_{AO}^* J_{BO} j \sin(B_y - A_y) k_y j \sin(B_x - A_x) k_x \quad (3.37)$$

$$\tilde{J}_A J_B^* = J_{AO} J_{BO}^* j \sin(A_y - B_y) k_y j \sin(A_x - B_x) k_x \quad (3.38)$$

J_{AO} は実数となっており, $J_{AO} = J_{AO}^*$ であるから $J_A^* J_B = J_B^* J_A$ が成立.

以下, 同様にして, G が偶関数であるならば, インピーダンス行列の対称性は成立つ.

G が奇関数の時

これは, J_A, J_B がそれぞれ x 方向電流- x 方向電流, y 方向電流- y 方向電流など電流方向が90度異なる場合に対応する. G が偶関数の時とは異なり, リアクション積分の積分範囲の対称性から, $\tilde{J}_A^* \tilde{J}_B$ の奇関数部が被積分関数全体を偶関数とする. J が k_x, k_y に対して偶関数 (even) か奇関数 (odd) かは, 偶モードか奇モードかに依存し, 以下の場合が考えられる.

○ J_A, J_B が, ともに k_x-k_y に対して even-even, even-even の場合

$$\tilde{J}_A^* J_B = J_{AO} J_{BO} j \sin(B_y - A_y) k_y j \sin(B_x - A_x) k_x \quad (3.39)$$

$$\tilde{J}_A J_B^* = J_{AO} J_{BO} j \sin(A_y - B_y) k_y j \sin(A_x - B_x) k_x \quad (3.40)$$

J_{AO}, J_{BO} が実数であるから, このとき $J_A^* J_B = J_B^* J_A$ が成立.

○ J_A, J_B が, even-odd, even-even の場合

$$\tilde{J}_A^* J_B = J_{AO}^* J_{BO} j \sin(B_y - A_y) k_y \cos(B_x - A_x) k_x \quad (3.41)$$

$$\tilde{J}_A J_B^* = J_{AO} J_{BO}^* j \sin(A_y - B_y) k_y \cos(B_x - A_x) k_x \quad (3.42)$$

J_{AO} は純虚数であるから $J_{AO} = -J_{AO}^*$ となり $J_A^* J_B = J_B^* J_A$ が成立.

○ J_A, J_B が, odd-odd, even-even の場合

$$\tilde{J}_A^* J_B = J_{AO}^* J_{BO} \cos(B_y - A_y) k_y \cos(B_x - A_x) k_x \quad (3.43)$$

$$\tilde{J}_A J_B^* = J_{AO} J_{BO}^* \cos(A_y - B_y) k_y \cos(A_x - B_x) k_x \quad (3.44)$$

J_{AO} は純実数となっており, $J_{AO} = J_{AO}^*$ であるから $J_A^* J_B = J_B^* J_A$ が成立.

以上により, 複素周波数を導入した際にも, リアクションの可逆性が成立することを数値的に示した. これによりインピーダンス行列の対称性 (式 (3.29) において $Z_{ij} = Z_{ji}$) が保証され, 計算時間の短縮が可能となる.

3.4 解析

本節では実際に複素共振周波数の解析を行なった例をいくつか示す. 行列式 $\det = 0$ なる複素共振周波数の検出は, Mueller 法をもちいて行なう. 零点検出ルーチンとしては様々なものが知られているが, Mueller 法は反復回数も少なくすみ, 効率的である. 複素共振周波数解析の際, 特にモード数を増加した場合の行列式の挙動は激しく, わずかなリアク

ション計算の誤差により，Mueller 法が収束しない場合もある．この場合は初期値を変える，Mueller 法の刻み値を変えるなどの対策が必要になる場合もある．一般に Mueller 法の収束性は他の手法と比較しても安定しているが，先に述べたように複素共振周波数解析においてはリアクション積分の被積分関数の振動が激しく，行列値を複素周波数の関数として見た場合，積分の不安定さから局所的に関数の振る舞いが安定しない場合があり，解が収束しない場合がある．このような場合は積分手法自体を見直す必要がある．

複素根検索アルゴリズム

ここで，一般的に用いられる各種複素根検索アルゴリズムの長所，短所を簡単に表 3.1 に提示しておく．同表より，行列式の零点を求める本解析においては，複素平面の Mueller 法が適している事がわかる．

3.4.1 マイクロストリップ素子の複素共振周波数解析

以上の準備により，ダイポールとパッチ素子について複素共振周波数を解析した．解析対象の基板仕様および素子の大きさは以下の通り．

基板

比誘電率	厚さ (mm)
2.6	0.8

マイクロストリップ素子

	長さ (mm)	幅 (mm)
ダイポール	31.0	2.14
パッチ	31.0	31.0

表 3.2: 誘電体基板の仕様と素子の寸法

アルゴリズム	長 所	短 所
2次元の区間探索法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 考え方が明解 ○ コード化が容易 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 収束が遅い (非実用的)
円探索法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 多重根に対しても強い ○ 初期推定値は根に近くても良い ○ 精度は通常は誤差基準よりは良い 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 収束が遅い ○ 探索円の半径縮小係数など数個の入力が必要 ○ 複数の概念を用いるためにコードが長くなる
Newton 法	<ul style="list-style-type: none"> ○ コードが短い ○ 初期値が根に近いと収束が速い 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 収束しない事がある ○ 導関数を必要とする
1次元 mueller 法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 極めて安定な収束特性 ○ 収束が速い 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 多重根に手間取る (収束はする)
2次元 mueller 法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 同上 	<ul style="list-style-type: none"> ○ コードが長い ○ 逐次的な代入により収束の安定性が落ちる
複素平面 mueller 法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 極めて強力, 良好な収束特性 ○ 2変数の連立方程式に拡張できる 	<ul style="list-style-type: none"> ○ コードが長い ○ 時間がかかる ○ 多重根に対して収束が遅くなる (収束はする)
複数の複素根を 求める mueller 法	<ul style="list-style-type: none"> ○ $f = \mu + j\nu$の形の関数および 多項式関数の両方に有効なプログラム ○ 丸め誤差が少ない ○ 極めて安定な収束特性 	<ul style="list-style-type: none"> ○ コードが長い ○ 多重根では収束が遅い
2次方程式の公式	<ul style="list-style-type: none"> ○ 2次方程式の根が速く正確に 求められる 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 極めて特殊
Lin の方法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 安定な収束性 ○ 簡単なコード ○ 1反復あたりの計算が速い 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 収束が遅い (特に多重根) ○ 多項式関数に限られる
Bairstow の方法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 極めて安定な収束性 ○ 通常は Lin の方法より収束が遅い 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 多重根に対して収束が遅い ○ Lin の方法より複雑

表 3.1: 各種根発見アルゴリズムの特徴

ダイポールの複素共振周波数

ダイポール上の電流分布として用いたのは，電流方向が正弦分布，幅方向が一様分布である．ダイポールの場合は Mueller 法の反復回数も少なく，また初期値を変化させた場合でも安定した収束を見せる．モード数に関しても，正弦分布のモード数を増やした場合でも解析結果にほとんど影響は見られなかった．解析結果は表 3.3 に示す．

電流方向モード数	複素共振周波数	Q	反復回数
1	$3.2300 + j0.0025$	637.9	7
3	$3.2299 + j0.0026$	627.8	8

表 3.3: ダイポールの複素共振周波数

方形パッチの複素共振周波数

一般にアンテナ上の電流モードは，給電法によりその一部または全部が励振される．方形パッチ解析においても，パッチ上にどのような電流モードを仮定するかにより複素共振周波数は異なる．すなわち， y 方向の直線偏波をもつ平面波が共振系に垂直に入射した場合はパッチ上には y 方向の電流のみが励振され，一方 x 方向の直線偏波を持つ平面波が垂直入射した場合は x 方向のみの電流が励振される．複素共振周波数解析はアンテナ素子としての特性を調べる物であり，アンテナの実際の給電条件に応じた電流のみを，あらかじめ素子上に仮定しておく必要がある．

電流方向モード数	幅方向モード数	複素共振周波数	Q	反復回数
1	1	$2.9494 + j0.0145$	101.47	6
3	3	$2.9458 + j0.0146$	100.80	7

表 3.4: 方形パッチの複素共振周波数

パッチ上に x 方向電流と y 方向電流が同時に存在する場合、それぞれの電流は互いに複素共振周波数には影響を及ぼさない。この理由を方形パッチを例にとって考えてみる。一素子の方形パッチ解析における複素インピーダンス行列は試験関数電流の方向と展開関数電流の方向に応じて、以下のように 4 つの小行列からなっている。

$$[Z][I] = [V]$$

$$\left[\begin{array}{c|c} \langle Y, Y \rangle & \langle Y, X \rangle \\ \hline \langle X, Y \rangle & \langle X, X \rangle \end{array} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{a}_Y \\ \mathbf{a}_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$\det[Z] = 0$ が複素共振周波数の条件であるが、これは小行列 $\langle Y, Y \rangle$ および $\langle X, X \rangle$ の行列式が 0 であっても成立する。この場合の複素共振周波数は x 方向電流に対応したものと、 y 方向電流に対応したものの 2 つの値が出てくる。ニュートン法のように一つの極のみ検出するルーチンを用いる場合は、計算された複素共振周波数がどちらに対応したものかを見分ける必要がある。

以上を踏まえて、方形パッチの複素共振周波数解析を行なった。結果は表 3.4 の様になった。ダイポールるときと同様に方形パッチの場合でも、モード数を追加した場合でも解析結果にほとんど変化はなく、主モードのみで十分な解析が行なえている。本結果で使った電流分布は、電流方向モードが第 2.6.1 節 (32 ページ) で述べた全領域基底であり、本モードを用いることの妥当性が示される。

PMA のパッチの複素共振周波数

本節では、複素共振解析の応用例として、PMA¹ の複素共振周波数を解析し、実験値および過去に行なわれた解析結果と [24] と比較する。PMA は間隙部のキャパシタンスの影響により、誘導性結合よりも容量性結合の方が若干共振周波数が低くなる [25]。これを複素共振周波数解析を用いて確かめてみる。

¹PMA の動作原理については、第 4.2 節を参照

OPEN-END モデルのときは、PMA の動作原理により、方形パッチに隣接して、方形パッチと同一長のダイポールを配し、ダイポール上には通常の正弦モードを仮定することによりモデル化ができる。SHORT-END モデルの場合には、方形パッチの2倍の長さをもつダイポールをおき、その上に2倍の高調波(中央が節となる奇モード)を置くことにより、パッチ上にこれと垂直に電流が誘起される(図4.6参照)。従来のSHORT-ENDモデルの解析においては、方形パッチと同一長のダイポールを仮定し、両端で定在波の腹となる開放端、中央部で節となるようなモードを仮定していた[25]。しかしこの様なモードは実在せず、またPMAではパッチに近接する部分がパッチ上電流と結合するだけでなく、給電線全体が結合している。この影響は、本論文のように給電線端部の開放・短絡をスタブを用いて切り替える場合には特に大きくなると考えられる。従って、給電側のダイポールを2倍長にすることにより、同一長の場合に比べてこの効果をより解析中に含める事ができ、より厳密な解析が可能であると考えられる。しかし、開放・短絡の切り換えをPINダイオードを用いて行なう場合は、ダイポール端部を開放端とする事で、より実験モデルと近くなると思われる。表3.5, 3.6の実験値はスタブを用いたものであるため、この解析では2倍長ダイポールを用いて解析を行なっている。

また解析にあたっては、OPEN-END モデルの場合は y 方向電流のみを、また SHORT-END モデルの場合は x 方向電流のみを仮定した。OPEN-END モデルの解析値は表3.5, SHORT-END モデルは表3.6のようになった。従来の解析値[25]は、OPEN-END モデルが $2.941 + j0.016(Q = 91.9)$ 、SHORT-END モデルが $2.869 + j0.015(Q = 96.5)$ であったが、これよりもより実験値に近い解析ができています。これは、積分経路の設定が完全にできたこと、および数値積分の精度向上によるものと考えられる。

3.5 むすび

本節は、マイクロストリップ共振系の共振周波数、帯域を評価するために複素共振周波数解析の定式化、および実際のモデルへの適用を行なった。複素共振周波数解析を物理的に意味のあるものにするためには、リアクション積分の積分経路を正しく設定する必要が

あるが、ここではその積分経路の設定法についてその原理を述べ、数学的に考察した。これにより複素共振周波数解析の完全な定式化が可能となった。

マイクロストリップアンテナの短所である狭帯域性・低利得は、精密な共振周波数および Q の解析を要求するが、これを完全に解析できるようになったことには、実際の設計に大きく寄与するものと考えられる。

PMA は非常に狭い間隙をもち、素子間の強い結合が存在するため、スペクトル領域法を適用する場合にも、リアクション積分の取り扱いに慎重を要する。本章では、本解析法がPMAにも有効であることを明らかにした。これにより、PMAの共振周波数、帯域を厳密に評価できるようになった。

ダイポール上モード数	電流方向モード数	幅方向モード数	複素共振周波数	Q	反復回数
1	1	1	$2.9445 + j0.0150$	97.829	7
1	2	2	$2.9442 + j0.0150$	98.044	9
実験値 [25]			2.980		

表 3.5: PMA の複素共振周波数 (OPEN-END モデル)

ダイポール上モード数	電流方向モード数	幅方向モード数	複素共振周波数	Q	反復回数
1	1	1	$2.9393 + j0.0138$	106.241	9
1	2	2	$2.9333 + j0.0138$	106.360	9
実験値 [25]			2.920		

表 3.6: PMA の複素共振周波数 (SHORT-END モデル)

Chapter 4

PMA の解析

4.1 まえがき

軽量・小型という特徴を有するマイクロストリップアンテナは，携帯電話，航空機などの移動体通信用のアンテナとして広範な研究が行なわれている．なかでも給電線と放射素子が同一平面上にある共平面型アンテナは片面のみで製作でき，アンテナを多層構造とする場合などと比較し，より薄型化・軽量化することが可能となり，製作行程も少ない．共平面給電の一形態として，間隙を介して半無限給電線路によりマイクロストリップ素子を励振する方法 (Proximity feed Microstrip Antenna : PMA) があり，特に偏波面の切り替えが可能であるなどの利点が知られている [26]．物体へ電磁波を照射する際に，散乱により偏波面が変わる性質を利用するリモートセンシングなどの分野では，偏波情報を正確に測定することは非常に重要となり [2]，偏波状態を電氣的・物理的に変えることのできるアンテナが求められる．高速な動作が期待できる電氣的偏波切替の方法として，従来より多数のダイオードを用いるものなどが提案されてきたが [27]，給電部の複雑化にともない製作が難化し，またその数値解析は非常に困難である．

PMA はマイクロストリップアンテナの一種であり，小型化・軽量化が要求される移動体搭載などへの応用に非常に有利である．また，1組の PIN-diode と Low-pass フィルタのみで電氣的な偏波切替が可能であり [4]，製作の容易さに加え，高速な偏波切替の要求にも応

えることができ、給電線部の構造の単純化により部品点数が減少し信頼性の向上も期待できる。アレー化の際にも、給電線の両側に PMA を複数配置し、給電線終端部の開放・短絡の切り替えにより偏波切替ができる [27] など設計の自由度も高い。

一方、このアンテナは給電線部が放射素子と同一平面上にあることから給電線自体による放射特性・偏波特性などへの直接の影響が予想される。従来の解析においては、PMA の二つの結合原理である誘導的結合と容量的結合のどちらか一方のみが存在する理想的な状態を仮定し、そこでの複素共振周波数を求めることにより共振周波数、放射特性などのもっぱら共振系としての特性を解析していた [25, 24]。実際に設計の際に必要な偏波特性や入力特性を考える場合にはこの理想状態から離れた誘導的結合と容量的結合が共に存在する状態を考える必要があり、このためには給電線部の効果を含めた解析手法が不可欠である。

スペクトル領域法ではその full-wave 解析という特徴を生かし、表面波による結合をも含めた解析が可能である。給電線部を適切にモデル化し、モーメント法を用いて給電線上、放射素子上の電流を決定することにより入力特性、偏波特性を包括的にとらえることができる。PMA は波長に対し非常に狭い間隙を介して給電を行なうため、空間波による結合以外に表面波による結合が他のモデルに比べ非常に強いことが予想されるが、このような場合にもスペクトル領域法は非常に有効である。他方、厳密な解析を行なうためには各電流の適切なモデル化が必要であり、本章では進行波、区分正弦波を用いてアンテナへの入射電流、給電線端部での反射波、ならびにアンテナによる散乱波を用いたモデル化を行ない、実験値との比較によりその妥当性を示している。更に従来は解析不可能であった PMA の動作解析を、このモデルの最大の特徴である偏波特性に着目することにより行なう。これにより PMA の基本特性を明らかにする。

4.2 PMA の構造と動作原理

本論文で取り扱う間隙を介して給電するマイクロストリップアンテナモデル (PMA) の構造を図 4.1 に示す。下方を接地板とした比誘電率 ϵ_r 、厚さ h の基板上に、半無限長マイ

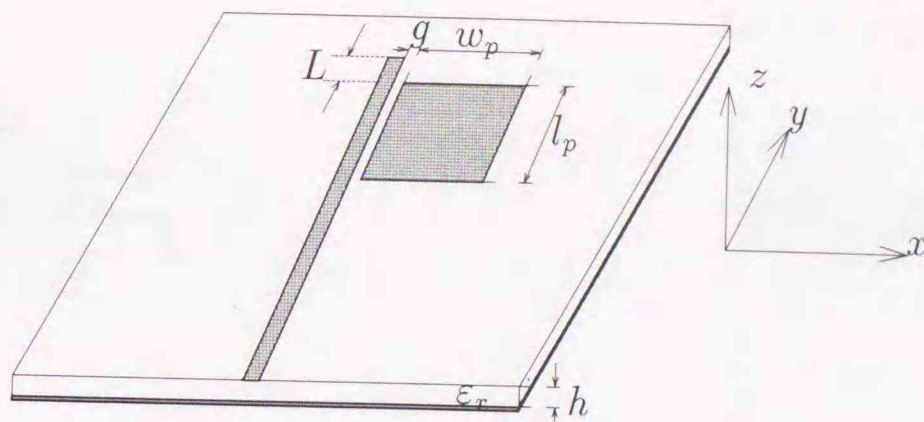


図 4.1: 解析モデル

クロストリップ線路と、それに平行に間隙 g を介して幅 w_p 、長さ l_p の方形パッチを配置する。座標系は給電線の方を y 軸、上方を z 軸とする右手系にとる。ストリップ線路の幅 w_f は、無限長線路としたときにその特性インピーダンスが 50Ω となるように定める。給電線端部の開放・短絡を切り替える方法としては PIN-diode を用いる方法などがあるが、本論文では実験の容易さより半無限線路終端部より給電線とおなじ幅 w_f 、長さ L のスタブを出し、その長さを調整することによりこの切り替えを行なう [4, 25]。

$L \simeq 0$ のときはこの終端部が開放と見なせる (OPEN-END)。このとき、給電線上に図 4.2(a) のような電流分布が発生し、アンテナ部分を巻き込むような形で x 方向に磁界ベクトルが発生する。この発生磁界によって放射パッチ上に y 方向 (給電線と同一方向) に電流 J_y が誘導される (誘導的結合)。

$L \simeq \lambda_e/4$ (λ_e は実効波長) のとき、給電線終端部は短絡と見なせる (SHORT-END)。このとき図 4.2(b) のようにアンテナの中央部で給電線上の電圧が最大となり、これにより方形パッチの隣接する辺上に電荷が誘起され、パッチの反対側の辺上に対電荷が発生する。これにより x 方向 (給電線と垂直方向) に電流 J_x が誘導される (容量的結合)。

この動作原理を上面と下面が電気壁、側面が磁気壁であるようなキャビティモデルを用いて考える。このキャビティ内のスカラーポテンシャルを上下面で電気壁、側面が磁気壁の境界条件の下で、 z 軸に対する TM モードについて解きキャビティ上面に流れる電流を求めると、 x 方向のモード番号を $m(=0,1,2,\dots)$ 、 y 方向のモード番号を $n(=0,1,2,\dots)$ として、

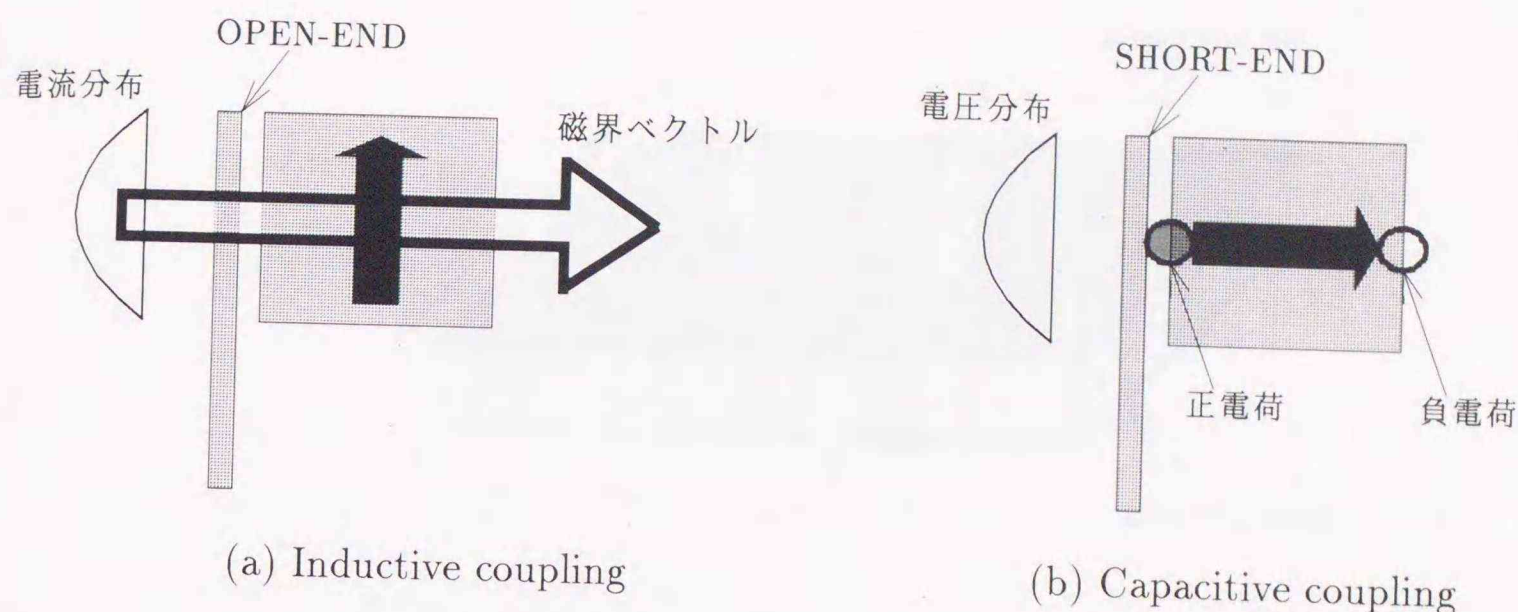


図 4.2: 偏波切替概念図

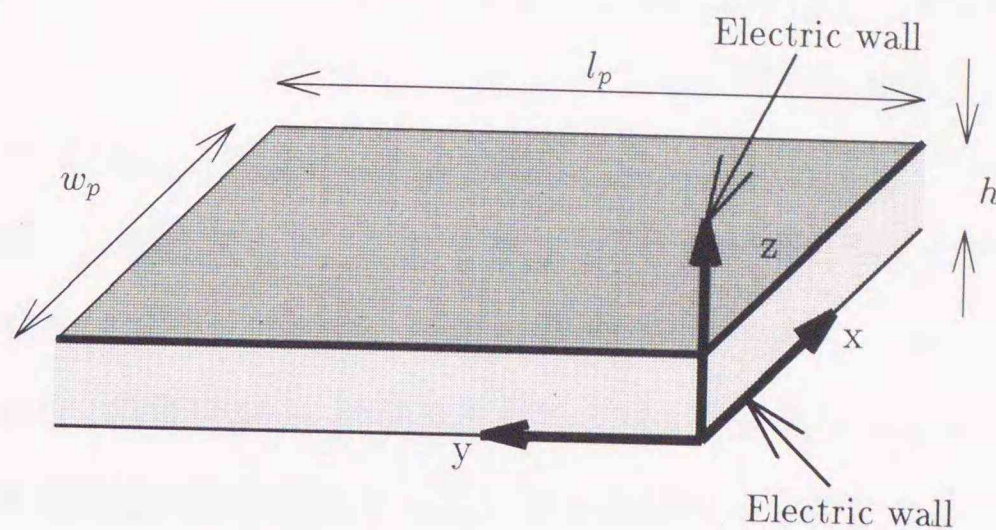
- 放射パッチ上 x 方向電流

$$\sin \frac{m\pi}{w_p} \left(x + \frac{w_p}{2} \right) \cdot \cos \frac{n\pi}{l_p} \left(y + \frac{l_p}{2} \right) \quad (4.1)$$

- 放射パッチ上 y 方向電流

$$\cos \frac{m\pi}{w_p} \left(x + \frac{w_p}{2} \right) \cdot \sin \frac{n\pi}{l_p} \left(y + \frac{l_p}{2} \right) \quad (4.2)$$

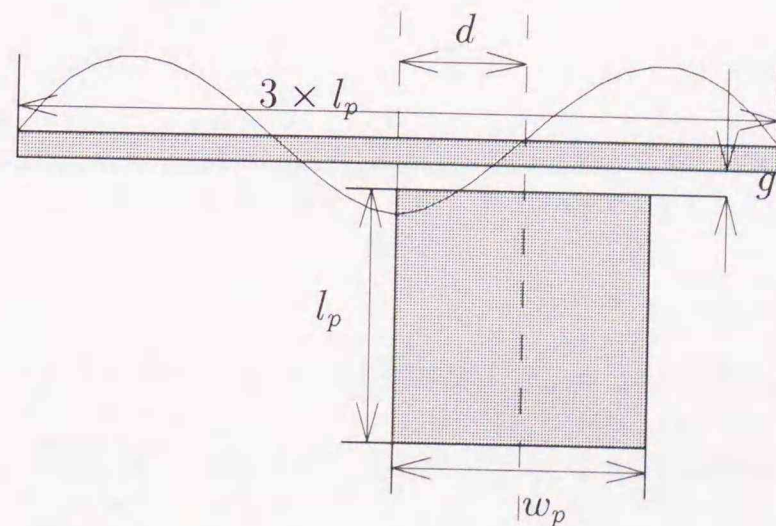
となる (座標原点はキャビティ上面の中央). ここではその主モードである TM_{10} ($m=1, n=0$), TM_{01} ($m=0, n=1$) のみを考える. 給電線終端が開放 (OPEN-END) のときは, 給電線上の電流はパッチ中央部で最大となる. 言いかえると, 給電線上の電流は TM_{01} モードに対応することになる. 放射素子上では TM_{01} モードが結合し, TM_{10} モードとの結合は生じず, パッチからの放射は給電線と同一方向の直線偏波となる. また給電線端が短絡 (SHORT-END) のときは, この終端部で電流定在波は腹になっており, 給電線上のモードが TM_{01} が $\lambda_e/4$ 移動したことに対応する. 従って放射素子上の TM_{01} モードとは結合せず, TM_{10} モードとのみ結合し, 給電線と垂直方向の直線偏波となる.



※The side of cavity is magnetic wall

図 4.3: キャビティモデル

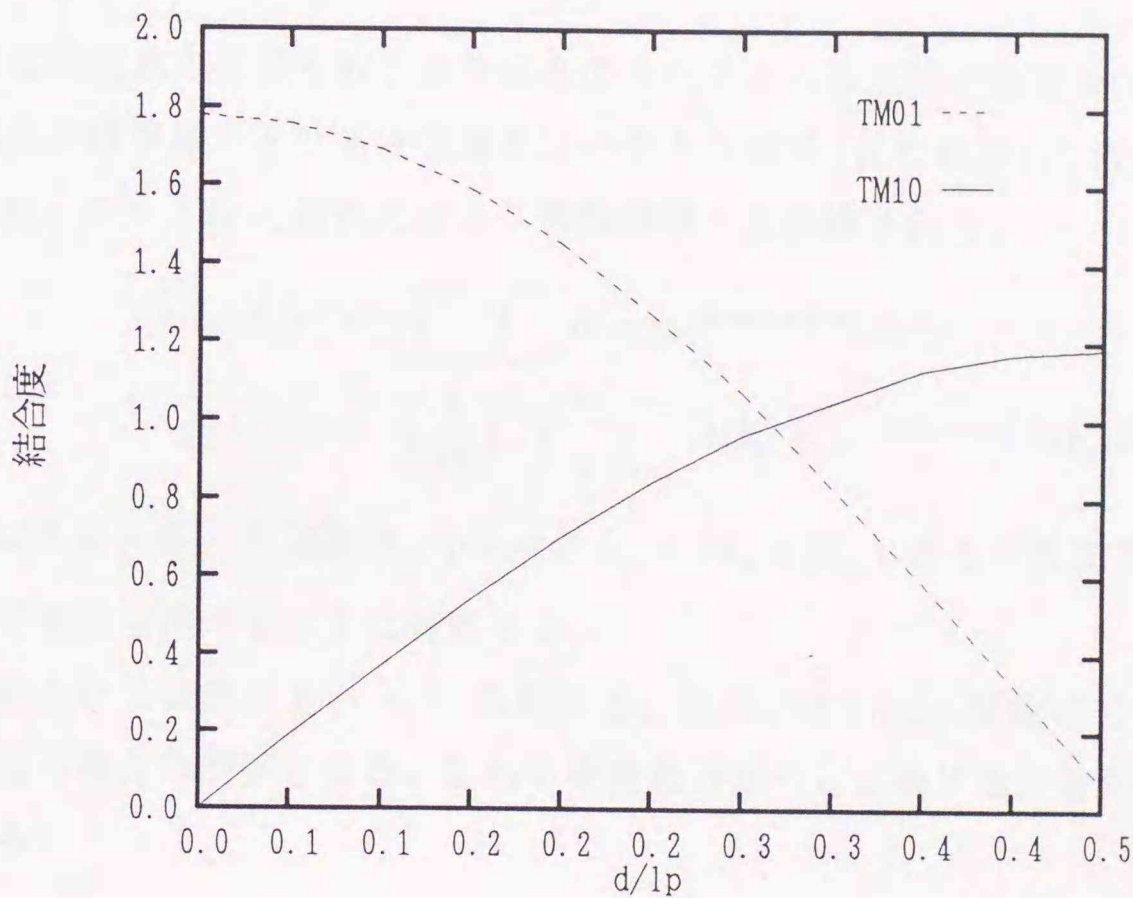
スタブ長を変えることにより，給電線上の TM_{01} モードは移動するが，これらは全て OPEN-END 時の TM_{01} モードとそれを $\lambda_e/4$ 動かした SHORT-END 時の TM_{01} モードの一次結合として表される．この割合に応じてパッチ上には TM_{01} モードと TM_{10} モードが発生する．従って，スタブ長 L を変え，給電線終端部を開放，短絡することにより垂直偏波，水平偏波の切り替えが可能となる．



Patch	...	$w_p = l_p = 34.62mm$
Standing wave width	...	$w_f = 2.14mm$
Gap	...	$g = 1.0mm$
Substrate	...	$h = 0.75mm, \epsilon_r = 2.1$

図 4.4: 定在波と方形パッチ

以上を確認するため、図 4.4 のように $3 \times l_p$ 長の定在波に隣接した方形パッチをおき、その中心間隔 d を変えてパッチ上の TM_{10} , TM_{01} モードとの結合度を見る。図 4.5 は、定在波によってパッチ上の TM_{01} , TM_{10} モードを励振したときの結合度 ($|\text{パッチ中央部での電流振幅}/\text{定在波の振幅}|$ で定義) である。これをみると、中央間隔 d が 0 のときは TM_{01} の結合が最大で TM_{10} の結合はほぼ 0 であり、誘導的結合のみが生じている。中央間隔 d が $l_p/2$ のときは TM_{10} の結合 (容量的結合) が最大となり TM_{01} の結合はほとんどない。これより、給電線上の電流分布が完全な定在波となっているときには d を変えることにより TM_{01} モード, TM_{10} モードのみが存在する状態をつくることができる。



パッチ... $w_p = 34.62mm$, $l_p = 34.62mm$

定在波... $w_f = 2.14mm$, $l_f = 3 * 34.62mm$

基板... $g = 1.0mm$, $h = 0.75mm$, $\epsilon_r = 2.1$

図 4.5: 定在波と各 TM モードの結合

実際にはアンテナによるエネルギーの放射のため定在波の振幅は一定とならず、またスタ

ブを用いて開放・短絡を切り替える場合には，スタブ終端での放射により完全な開放端をつくることのできないため定在波の乱れが生じるが，結合に寄与するのはアンテナ近傍の定在波のみと考えられるため，以上のモデルで結合状態を説明することができる．また，放射素子として円偏波アンテナを用いることにより，同一の手法で右旋円偏波，左旋円偏波を切り替えることも提案されている [25]．

4.3 定式化

4.3.1 Fourier 変換とスペクトル領域

本節では開放系の構造を取り扱う場合のスペクトル領域法の概要を示す．スペクトル領域法では実空間領域における物理量をスペクトル領域（波数領域）に Fourier 変換し解析を行なう [28]．スカラー量 A は次式により波数領域へと変換される．

$$\tilde{A}(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (4.3)$$

$$A(x, y) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(k_x, k_y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4.4)$$

式 (4.4) はスカラー量 A を波数の x - y 成分が $\mathbf{k}_\rho = \hat{x}k_x + \hat{y}k_y$ である平面波スペクトル $\tilde{A}(k_x, k_y)$ を用いて平面波展開することに対応する．

実空間においては基板上 ($z = 0$) の電界 E ，電流 J は Green 関数 G を用いて次式のようにたたみ込み積分の関係となる．これらを波数領域へと変換することにより簡単な積の形で表される．

$$\mathbf{E}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [G(x - x', y - y')] \mathbf{J}(x', y') dx' dy' \quad (4.5)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(k_x, k_y) = [\tilde{G}(k_x, k_y)] \tilde{\mathbf{J}}(k_x, k_y) \quad (4.6)$$

波数領域における電流-電界型の Green 関数は以下のように与えられる [25]．

$$[\tilde{G}(k_x, k_y)] = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx}(k_x, k_y) & \tilde{G}_{xy}(k_x, k_y) \\ \tilde{G}_{yx}(k_x, k_y) & \tilde{G}_{yy}(k_x, k_y) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\tilde{G}_{yy} = \frac{\tanh \gamma_1 h \{ \gamma_2 \mu_2 (k_1^2 - k_y^2) + \gamma_1 \mu_1 (k_2^2 - k_y^2) \tanh \gamma_1 h \}}{j\omega T_e T_m} \quad (4.8)$$

$$\tilde{G}_{xy} = \tilde{G}_{yx} = \frac{k_x k_y \tanh \gamma_1 h \{\gamma_2 \mu_2 + \gamma_1 \mu_1\}}{j\omega T_e T_m} \quad (4.9)$$

$$\tilde{G}_{xx} = \frac{\tanh \gamma_1 h \{\gamma_2 \mu_2 (k_1^2 - k_x^2) + \gamma_1 \mu_1 (k_2^2 - k_x^2) \tanh \gamma_1 h\}}{j\omega T_e T_m} \quad (4.10)$$

$$T_e = \gamma_1 \mu_2 + \gamma_2 \mu_1 \tanh \gamma_1 h \quad (4.11)$$

$$T_m = \gamma_2 \varepsilon_1 + \gamma_1 \varepsilon_2 \tanh \gamma_1 h \quad (4.12)$$

ここで $\mu_1, \varepsilon_1, k_1$ は基板中の, $\mu_2, \varepsilon_2, k_2$ は自由空間中の透磁率, 誘電率, 波数である. 分母の T_e および T_m はその極が表面波 TE モード, TM モードを与える. 本論文では基板厚 h が波長 λ に比べて $h \ll \lambda$ である場合を取り扱うが, この場合 TE モードはカットオフとなり TM 主モードのみが存在する. Green 関数中の伝搬定数 γ_1, γ_2 は次式により与えられる.

$$\gamma_i = \pm \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_i^2} \quad (i \cdots 1, 2) \quad (4.13)$$

これらは k_x, k_y に対し 2 価である. このうち半無限での伝搬定数である γ_2 に対しては Riemann 面を考える必要がある [29]. 物理的に意味があるのは無限遠において 0 に収束するものであり, $\text{Re}[\gamma_2] > 0$ を branch 条件とする (Re は実部を表す).

4.3.2 基底関数の選択

モーメント法を適用するため, 給電線上および放射パッチ上の電流を既知電流 (基底関数) を用いて展開する. この基底関数を適切に選ぶことにより解の精度をあげ計算時間を減らすことができる.

放射パッチ上の電流分布

方形放射パッチ上の電流 $\mathbf{I}^{PATCH} = I_x^{PATCH} \hat{x} + I_y^{PATCH} \hat{y}$ を既知電流分布を用いて展開する. この電流基底関数は空胴共振器の各電流モードに対応する正弦分布を用いる. 図 4.3 に示すような, 上面, 下面が電気壁, 側面が磁気壁である空胴共振器を仮定する. この内部における Helmholtz 方程式は,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + k^2 \Psi = 0 \quad (4.14)$$

となる。これを以下の境界条件で解くと、空洞共振器内部の電磁界は離散的な形を取り、 x , y , z に対応するモード番号 m , n , p を用いて式 4.15の解を得る。

$$\text{上下面電気壁} \Rightarrow \mathbf{E}_t = 0$$

$$\text{側面磁気壁} \Rightarrow \mathbf{H}_t = 0$$

$$\Psi_{mnp} = \cos k_x x \cos k_y y \cos k_z z \quad (4.15)$$

$$k_x = \frac{m\pi}{w_p}, \quad k_y = \frac{n\pi}{l_p}, \quad k_z = \frac{p\pi}{h}$$

空洞共振器内部の電磁界方程式と、電気壁境界面における境界方程式より、電気壁上に流れる電流は式 4.16, 4.17のようになる。これを TM_{mn} 電流と呼ぶ。

$$J_x \sim H_y|_{z=h} \sim \sin k_x x \cos k_y y \quad (4.16)$$

$$J_y \sim H_x|_{z=h} \sim \cos k_x x \sin k_y y \quad (4.17)$$

これより、方形パッチ上の電流としては、以下の形を採用する。

- x 方向電流 (I_x^{PATCH}) の基底関数 I_x^{patch}

$$\begin{aligned} I_x^{\text{patch}}(x, y) &= J_x^{\text{patch}}(x) \cdot U_x(y) \\ &= \sin \frac{p\pi}{w_p} \left(x + \frac{w_p}{2}\right) \cdot \frac{1}{l_p} \cos \frac{(q-1)\pi}{l_p} \left(y + \frac{l_p}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.18)$$

- y 方向電流 (I_y^{PATCH}) の基底関数 I_y^{patch}

$$\begin{aligned} I_y^{\text{patch}}(x, y) &= J_y^{\text{patch}}(y) \cdot U_y(x) \\ &= \sin \frac{r\pi}{l_p} \left(y + \frac{l_p}{2}\right) \cdot \frac{1}{w_p} \cos \frac{(s-1)\pi}{w_p} \left(x + \frac{w_p}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

ここで p, q, r, s は 1 以上の自然数で、奇数のときは偶モード、偶数のときは奇モードに対応する。特に $p = q = 1$ のときは TM_{10} モード電流に、 $r = s = 1$ のときは TM_{01} モード電流に対応する。

波数領域では,

$$\tilde{J}_y(k_y) = \begin{cases} 2\left(\frac{m\pi}{l_p}\right) \frac{\cos \frac{l_p}{2} k_y}{\left(\frac{m\pi}{l_p}\right)^2 - k_y^2} & \cdots (m \text{ ODD}) \\ -2j\left(\frac{m\pi}{l_p}\right) \frac{\sin \frac{l_p}{2} k_y}{\left(\frac{m\pi}{l_p}\right)^2 - k_y^2} & \cdots (m \text{ EVEN}) \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\tilde{U}_y(k_x) = \begin{cases} \frac{2}{w_p} k_x \frac{\sin \frac{w_p}{2} k_x}{\left\{ \frac{(n-1)\pi}{w_p} \right\}^2 - k_y^2} & \cdots (n \text{ ODD}) \\ -j \frac{2}{w_p} k_x \frac{\cos \frac{l_p}{2} k_x}{\left\{ \frac{(n-1)\pi}{l_p} \right\}^2 - k_y^2} & \cdots (n \text{ EVEN}) \end{cases} \quad (4.21)$$

$$\tilde{J}_x(k_x) = \begin{cases} 2\left(\frac{m\pi}{w_p}\right) \frac{\cos \frac{w_p}{2} k_y}{\left(\frac{m\pi}{w_p}\right)^2 - k_x^2} & \cdots (m \text{ ODD}) \\ -2j\left(\frac{m\pi}{w_p}\right) \frac{\sin \frac{l_p}{2} k_y}{\left(\frac{m\pi}{l_p}\right)^2 - k_x^2} & \cdots (m \text{ EVEN}) \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\tilde{U}_x(k_y) = \begin{cases} \frac{2}{w_p} k_x \frac{\sin \frac{w_p}{2} k_x}{\left\{ \frac{(n-1)\pi}{w_p} \right\}^2 - k_y^2} & \cdots (n \text{ ODD}) \\ -j \frac{2}{w_p} k_x \frac{\cos \frac{w_p}{2} k_x}{\left\{ \frac{(n-1)\pi}{w_p} \right\}^2 - k_y^2} & \cdots (n \text{ EVEN}) \end{cases} \quad (4.23)$$

となる.

キャビティモードによる結合の説明

式 (4.17), (4.17) の TM_{mn} 電流を用いて誘導性結合, 容量性結合を説明することもできる. 図 4.6 の上図が誘導性結合である. 方形パッチ側面にある TM_{01} モードは方形パッチ上の TM_{01} のみと結合を生じる. この TM_{01} モードが移動するのに従って, 方形パッチ上には TM_{01} と直交する関係にある TM_{10} モードが徐々に励振されていく. 方形パッチ側面の TM_{01}

モードと直交する関係にあるのは，このモードを $4/\lambda$ 移動したモードである．従って，このモードと結合しうる方形パッチ上のモードは， TM_{01} と直交する関係にある TM_{10} モードということになる．

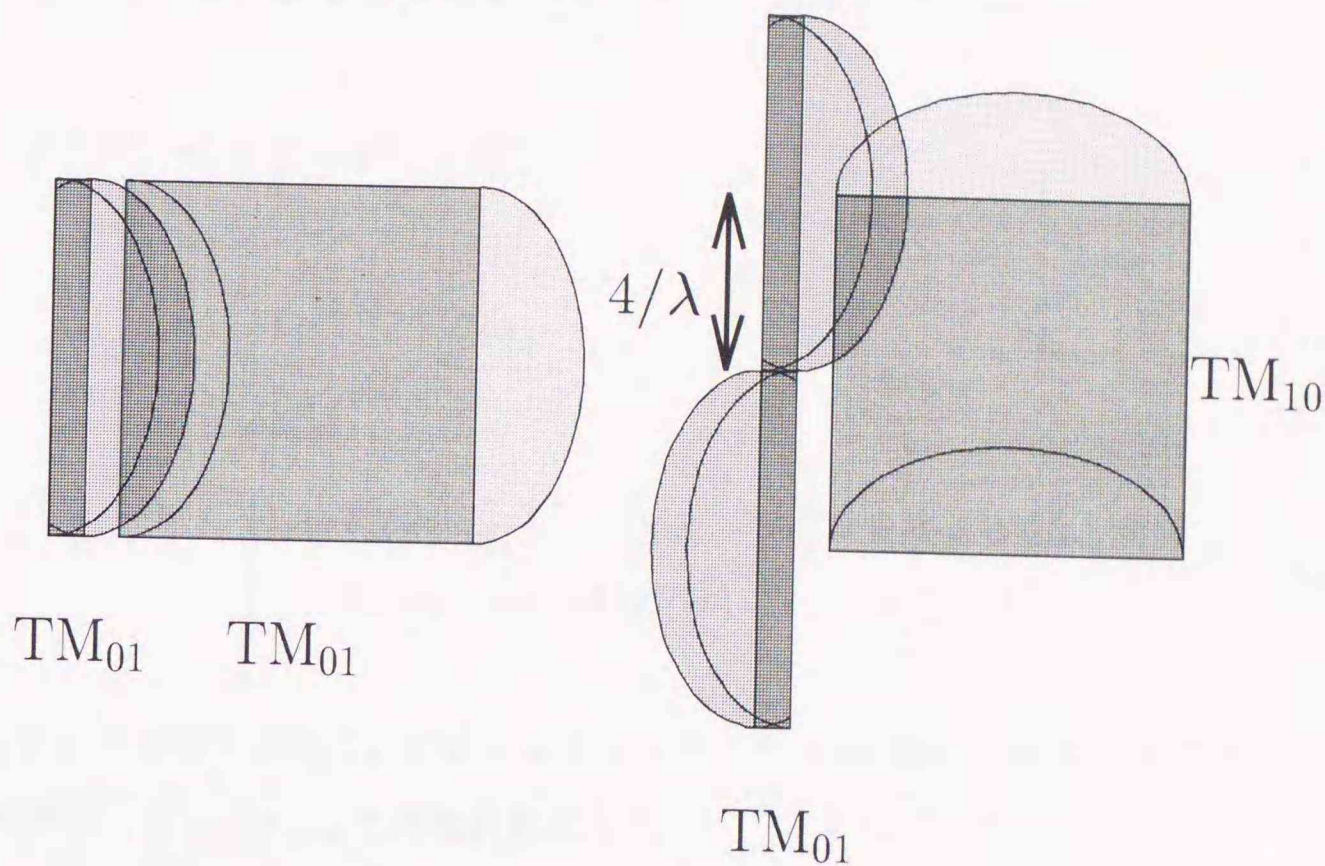


図 4.6: TM モード結合概念図

給電線上の電流分布

先に述べたように，本モデルの厳密な解析を行なうためには，給電線上の電流の適切なモデル化が必要である．本論文では，この電流を進行波（入射波と反射波）と区分正弦波（PWS）により表現する [30]．

給電線上には入射電流 I^{inc} ，反射電流 I^{ref} ，および放射パッチによる散乱電流が存在する．入射電流として $e^{-jk_e(y-y_1)}$ ，反射電流として $-\Gamma e^{jk_e(y-y_1)}$ を用いる．ここで y_1 は入射波の終端， Γ は電圧反射係数， k_e は線路長を無限としたときの伝搬定数である [22]．パッチ付近での進行波の伝搬定数は，近接した放射素子の影響により無限長のそれとは異なってくると考えられる．本論文では，図 4.7 に示すように無限長時の伝搬定数をもつ入射波，反射波をパッチによる散乱の影響が十分小さくなると考えられる $y_1 = -l_p/2 - 1.0\lambda_e$ 付近まで配

し、それからスタブ終端までの定在波電流、パッチの散乱による電流、および入射波、反射波との接続部を PWS を用いて表現することにする。PWS のセグメント長を波長より十分小さくすることにより、それぞれの点における伝搬定数を十分に近似できる。本解析ではセグメント長を $0.1 \sim 0.2\lambda_e$ 程度とし、定在波の形を正確に表現するために周波数ごとにセグメント長を変えている。給電線上およびスタブ上の電流 I^{FEED} は、

$$I^{FEED} = I^{inc} + I^{ref} + I^{PWS} \quad (4.24)$$

$$I^{inc} = e^{-jk_e(y-y_1)}U(x) \quad (4.25)$$

$$I^{ref} = -\Gamma e^{jk_e(y-y_1)}U(x) \quad (4.26)$$

$$I^{PWS} = \sum_j b_j I_j^{pws} \quad (4.27)$$

$$I_j^{pws} = \begin{cases} \sin k_e\{y - (u_j - h)\}U(x) & (u_j - h \leq y \leq u_j) \\ \sin k_e\{-y + (u_j + h)\}U(x) & (u_j \leq y \leq u_j + h) \end{cases} \quad (4.28)$$

ここで、 u_j は j 番目の PWS の中心、 h はセグメント長、 $U(x)$ は幅方向電流分布である。更に入射波と反射波は、 $k_e = 2\pi/\lambda_e$ を実効波数として

$$\begin{aligned} I^{inc} + I^{ref} &= \{e^{-jk_e(y-y_1)} - \Gamma e^{jk_e(y-y_1)}\}U(x) \\ &= (1 - \Gamma)I_{\cos} - j(1 + \Gamma)I_{\sin} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$I_{\cos} = \cos k_e(y - y_1)U(x) \quad (4.30)$$

$$I_{\sin} = \sin k_e(y - y_1)U(x) \quad (4.31)$$

と表せる。ここで、 $I_{\cos}$ は $y_1 - L_f - \lambda_e/4 \leq y \leq y_1 - \lambda_e/4$ 、 $I_{\sin}$ は $y_1 - L_f \leq y \leq y_1$ に存在するものとする、それぞれの両端において電流が 0 となり電荷の余分な蓄積が存在しない [4]。 L_f は入射波の始点を表し、 $L_f = m(\lambda_e/2)$ にとると始点でも電流が 0 となる。 m を大きくすることにより、定在波の存在する領域は大きくなるが、ある程度離れた部分はパッチとの結合は無視できると考えられるため、この m がある程度以上になると解が収束する。本論文では $m = 8$ 程度としている。 $y_1 - \lambda_e/4 \leq y \leq y_1$ の付近にも PWS を配置する。また、給電線上の電流の幅方向分布は全て一様分布を用いる。

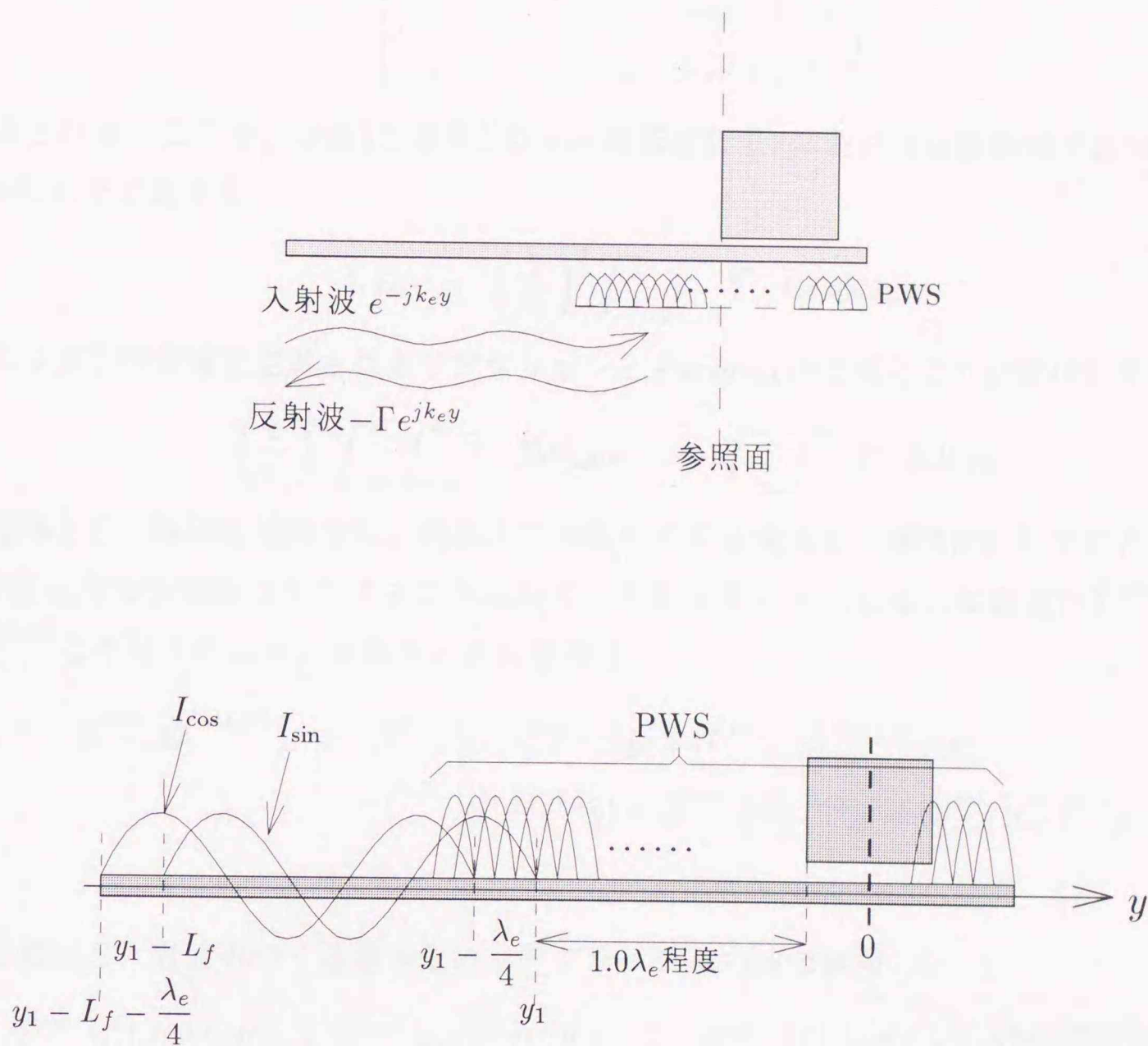


図 4.7: 給電線上の電流

4.3.3 方程式の行列表現

以上のように未知電流を既知の電流基底の和として表すと、全電流 $\mathbf{I}^{TOTAL}$ は、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}^{TOTAL} &= \mathbf{I}^{PATCH} + \mathbf{I}^{FEED} \\
 &= I_x^{PATCH} \hat{x} + (I^{inc} + I^{ref} + I^{PWS} + I_y^{PATCH}) \hat{y} \\
 &= I_x \hat{x} + I_y \hat{y}
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

となる。波数領域における全電界 $\tilde{\mathbf{E}}^{TOTAL}$ は Green 関数を用いて、

$$\tilde{\mathbf{E}}^{TOTAL} = [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{I}}^{TOTAL}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_x \\ \tilde{I}_y \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

と表される．ここで，電流 $\tilde{\mathbf{I}}$ と電界 $\tilde{\mathbf{E}}$ の $z=0$ (基板面上)における波数領域でのリアクションを次式で定義する．

$$\langle \tilde{\mathbf{I}}, \tilde{\mathbf{E}} \rangle = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{I}}^* \cdot \tilde{\mathbf{E}} dk_x dk_y \quad (4.34)$$

これは実空間領域で定義されるリアクションと Parseval の定理により結び付いている [28].

$$\left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{I}}^* \cdot \tilde{\mathbf{E}} dk_x dk_y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{I}^* \cdot \mathbf{E} dx dy \quad (4.35)$$

誘電体と自由空間の境界では，導体上にのみ存在する電流と，導体部以外で存在する電界の接線成分とが同時に存在することはなく，右辺は常に 0 となる．試験電流 $\tilde{\mathbf{I}}^{test}$ と全電界 $\tilde{\mathbf{E}}^{TOTAL}$ とのリアクションを取ると次式を得る．

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, \tilde{\mathbf{E}}^{TOTAL} \rangle &= \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}_y^{PATCH} \hat{y} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}_x^{PATCH} \hat{x} \rangle \\ &+ \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}^{PWS} \hat{y} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}^{inc} \hat{y} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}^{ref} \hat{y} \rangle \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

試験電流と入射波のつくる電界とのリアクションを右辺に移項し，

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}_y^{PATCH} \hat{y} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}_x^{PATCH} \hat{x} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}^{PWS} \hat{y} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}^{ref} \hat{y} \rangle \\ = -\langle \tilde{\mathbf{I}}^{test}, [\tilde{G}] \tilde{I}^{inc} \hat{y} \rangle \end{aligned} \quad (4.37)$$

Galerkin 法においては，試験電流と展開関数とは同一のものをを用いるが，半無限給電線路を取り扱う場合，進行波を試験電流にとるとリアクションの計算における積分の収束性が非常に悪くなる．そこでパッチ上の基底関数 $\tilde{I}_x^{patch}$ ， $\tilde{I}_y^{patch}$ ，区分正弦波 $\tilde{I}^{pws}$ および以下に定義される $\tilde{\mathbf{I}}^\phi$ を試験関数として用いる．

$$\tilde{\mathbf{I}}^\phi = \tilde{I}_{M+1}^{pws} \hat{y} \quad (4.38)$$

M は PWS の個数である．この $\tilde{\mathbf{I}}^\phi$ は試験関数としてのみ用いる区分正弦波である．以上を行列表現し式 (4.39) を得る．

$$\begin{bmatrix} [Z_{PATCH}^{PATCH}] & [Z_{PWS}^{PATCH}] & [Z_{cos}^{PATCH}] + j[Z_{sin}^{PATCH}] \\ [Z_{PATCH}^{PWS}] & [Z_{PWS}^{PWS}] & [Z_{cos}^{PWS}] + j[Z_{sin}^{PWS}] \\ [Z_{PATCH}^\phi] & [Z_{PWS}^\phi] & [Z_{cos}^\phi] + j[Z_{sin}^\phi] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ -\Gamma \end{bmatrix}$$

$$= - \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{\cos}^{PATCH} \\ Z_{\cos}^{PWS} \\ Z_{\cos}^{\phi} \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} Z_{\sin}^{PATCH} \\ Z_{\sin}^{PWS} \\ Z_{\sin}^{\phi} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$\mathbf{A}$ は patch の各モードの, $\mathbf{B}$ は PWS の係数ベクトルである. $[Z]$ は部分インピーダンス行列で,

$$[Z_b^a] = \langle \tilde{\mathbf{I}}^a, [\tilde{\mathbf{G}}] \tilde{\mathbf{I}}^b \rangle \quad (4.40)$$

とする. 式 (4.39) を解くことにより, 各電流の係数 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ ならびに電圧反射係数 Γ を決定し, 入力特性, 放射特性を求める. 式 (4.34) で定義される各リアクションの積分の計算においては, 被積分関数の収束性が問題となる. 特に半無限給電線路を取り扱う場合, その収束性は非常に悪くなり, 特に間隙 g を小さくした場合はその傾向が顕著である. 通常のリアクションの計算においては k_x , k_y 平面の積分空間を極座標変換し, $k_\rho = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ に関する半無限区間積分と, $\tan^{-1}(k_y/k_x)$ に関する有限区間における積分とに分離する手法が一般的であるが, 本論文では $k_\rho \rightarrow \infty$ 時の被積分関数の取り扱いの容易さより k_ρ がある程度以上大きいところでは k_x - k_y 直交座標系で直接積分を行なっている (2.9.2 節参照).

4.3.4 放射特性

各電流が決定されることにより $z=0$ における波数領域での電界の接線成分 $\tilde{E}_x$, $\tilde{E}_y$ が式 (4.33) より計算される. 漸近法の一つである停留位相法を用いることにより遠方放射界は先の full-wave analysis の中で現れる $z=0$, すなわち, 自由空間との境界面での Fourier 変換された x, y 方向の電界成分 $\tilde{E}_x$, $\tilde{E}_y$ を用いて一般に放射界は次式で与えられる [25].

$$E_\theta(\phi, \theta) = K(\tilde{E}_x \cos \phi + \tilde{E}_y \sin \phi) \quad (4.41)$$

$$E_\phi(\phi, \theta) = K(-\tilde{E}_x \sin \phi + \tilde{E}_y \cos \phi) \cos \theta \quad (4.42)$$

ここで K は距離項を含んだ定数で

$$K = \frac{jk_0}{2\pi} \cdot \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \quad (4.43)$$

である。上式にモーメント法によって決定された電磁流分布を代入することにより正面方向 ($\phi = \theta = 0$) の電界 $E_x = E_\theta(0,0)$, $E_y = E_\phi(0,0)$, 軸比 (AR), オリエンテーションアングル (OA) が以下により計算される [31].

$$AR = \frac{OA}{OB} \quad (4.44)$$

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2E_x E_y}{E_x^2 - E_y^2} \cos(\Delta\phi) \right] \quad (4.45)$$

ここで,

$$OA = \left[\frac{1}{2} \{ E_x^2 + E_y^2 + [E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\Delta\phi)]^{1/2} \} \right]^{1/2} \quad (4.46)$$

$$OB = \left[\frac{1}{2} \{ E_x^2 + E_y^2 - [E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\Delta\phi)]^{1/2} \} \right]^{1/2} \quad (4.47)$$

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x \quad (4.48)$$

ここで, $E_x = E_\theta(0,0)$, $E_y = E_\phi(0,0)$, ϕ_y , ϕ_x は電界 E_y , E_x の位相である.

本論文では偏波の表現法として図 4.8 の偏波チャートを用いている [32]. これは, 反射係数の大きさを右旋のときは |左旋成分/右旋成分|, 左旋のときは |右旋成分/左旋成分| に, また反射係数の位相をオリエンテーションアングルに対応させることにより偏波の状態を一つのチャート上に表示する. 通常は右旋の場合と左旋の場合は異なるチャート上に表現するが, 本論文では線種を変えることにより同一チャート上に表現している.

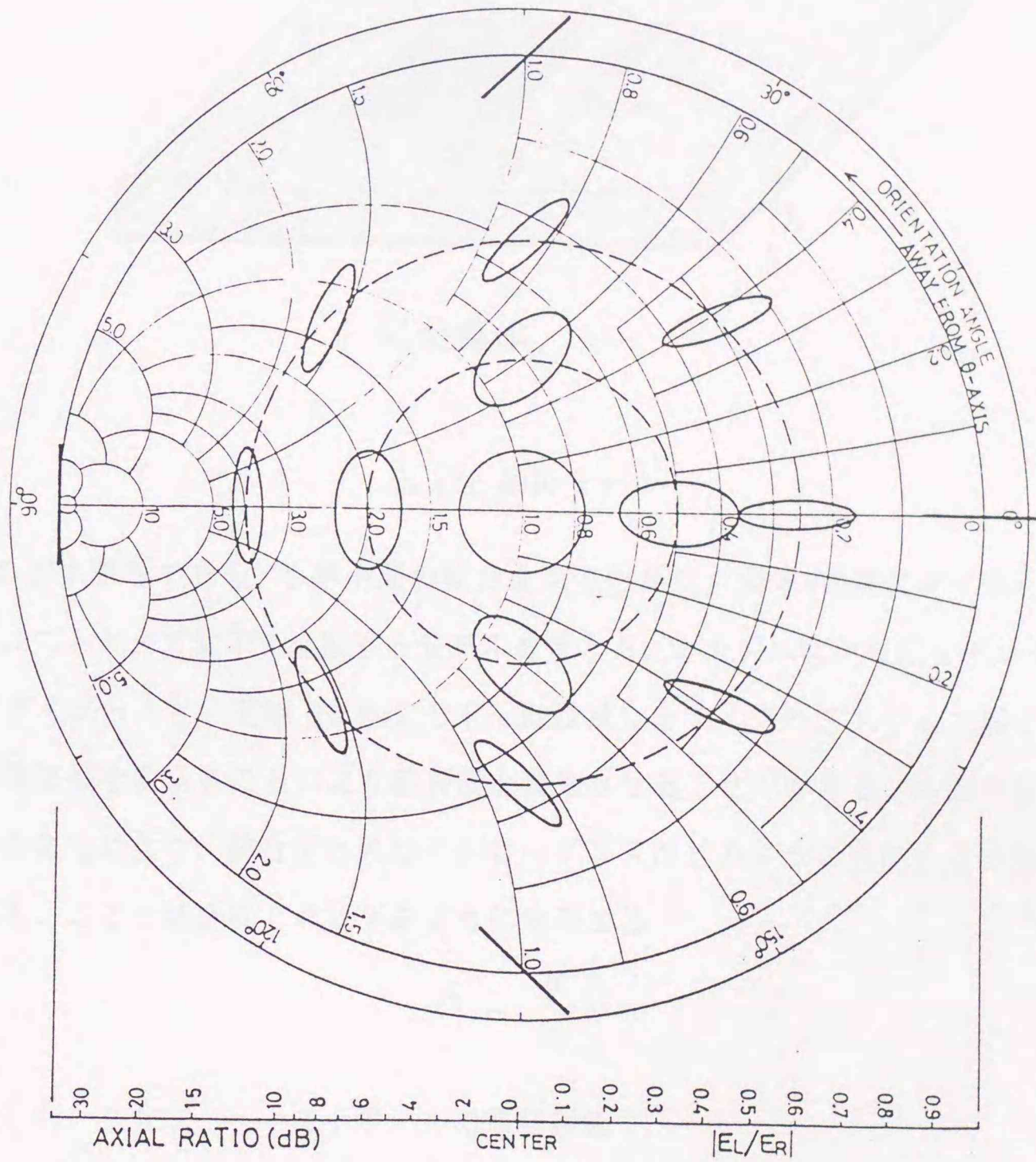


図 4.8: 偏波チャート

4.4 中央給電のダイポールによって励振される平行マイクロストリップ素子の解析

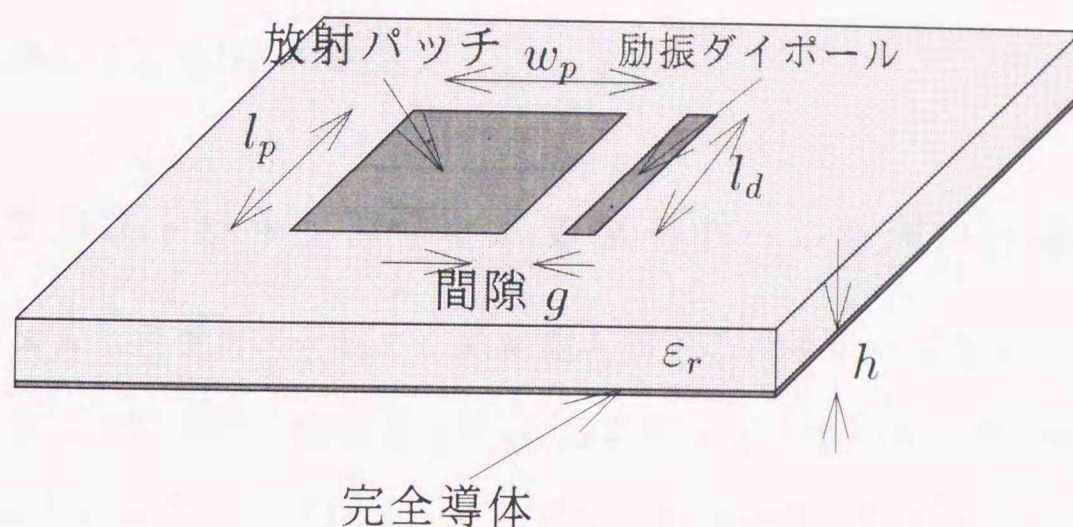


図 4.9: 解析モデル

PMA の基本原理である，2 素子間の結合を知るために，図 4.9 の様にダイポールによってマイクロストリップ素子を励振するモデルを考える．本モデルは中央部をデルタギャップ給電したダイポールと，間隙 g を介して平行に設置したマイクロストリップ素子とからなる．この間隙長を変えることにより結合度を変化させることができる．本節の目的は，この間隙長の変化により，結合度と入力インピーダンスがどのように変化するかを調べることである．ここで結合度 C を以下のように定義する．

$$C = \frac{|C_p|}{|C_f|} \quad (4.49)$$

$|C_f|$... ダイポールの電流振幅

$|C_p|$... マイクロストリップ中央部の電流振幅

(4.50)

また，使用した基板の仕様は以下の通りである．

ϵ_r	厚さ $h(\text{mm})$
2.6	0.78

なお本解析において，電流展開関数は給電側ダイポールでは区分正弦波，マイクロストリップ素子には全領域基底を用いている．

4.4.1 ダイポール単体の場合

まず，給電側のダイポールが単体で存在する時の入力インピーダンスを図 4.10 に示す．この場合は，間隙長を ∞ としてマイクロストリップ素子との結合が無い場合であると考えられる．共振周波数は 8.385GHz である．

4.4.2 マイクロストリップ素子としてダイポールを用いた場合

次にマイクロストリップ素子として，給電側と同一のダイポールを用いたモデルを考える．入力特性を図 4.11 に示す．間隙長 g が ∞ の場合はダイポール単体と同一特性となる． g が狭くなるにしたがってマイクロストリップとの結合が徐々に大きくなり，この間隙がキャパシティブにみえるため直接給電のダイポールと電磁結合したダイポールとに入力インピーダンスのピークは分離して行く．

間隙長 g (mm)	最大周波数 (GHz)	$ C_f (*10^3)$	$ C_p $	$ C_p / C_f (*10^3)$
∞ (∞)	8.385			
5λ (116.28)	8.385	0.4335	1.441	3.324
0.5λ (11.628)	8.385	0.4362	3.211	7.361
0.05λ (1.1628)	8.435	0.6247	47.04	75.30
0.005λ (0.11628)	8.465	0.6489	56.10	86.45

表 4.1: ダイポール - ダイポールの結合度特性

このモデルの結合度を示したのが図 4.12 である．PMA の場合と異なり，本モデルは給電ダイポール上の電流の大きさは，ダイポール自身の周波数特性に依存するため，給電ダイポール上の電流で正規化した結合度特性が実際の PMA の特性に近くなると考えられる．これをより詳しく見たのが表 4.1 である．これより，間隙長が 0.5λ 程度しか離れていない場合でも結合はほとんど生じていない事がわかる．また，間隙が小さくなるにつれてギャップ間のキャパシタンスにより共振周波数が上がっており，PMA の実験値と傾向は一致している．

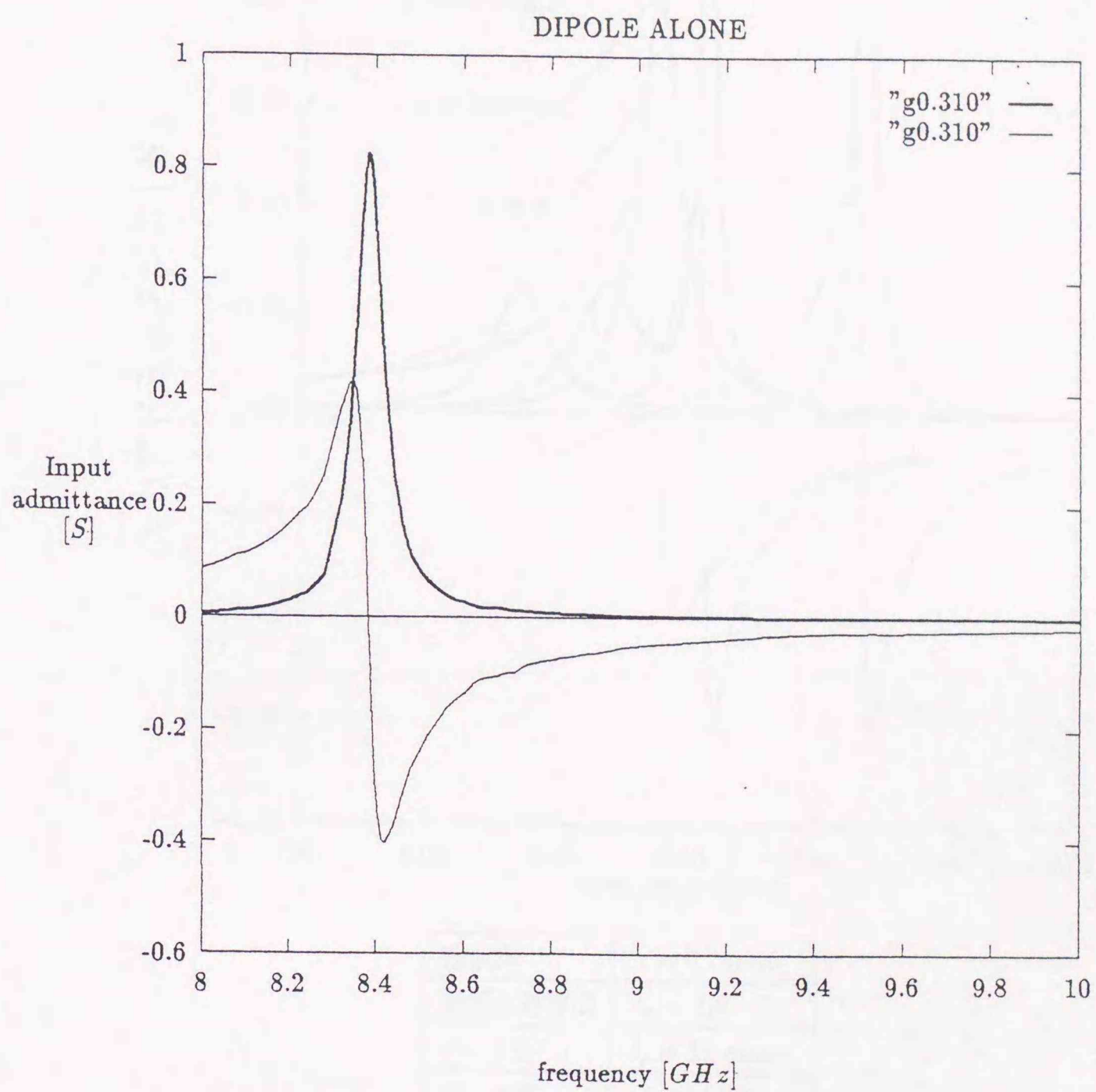
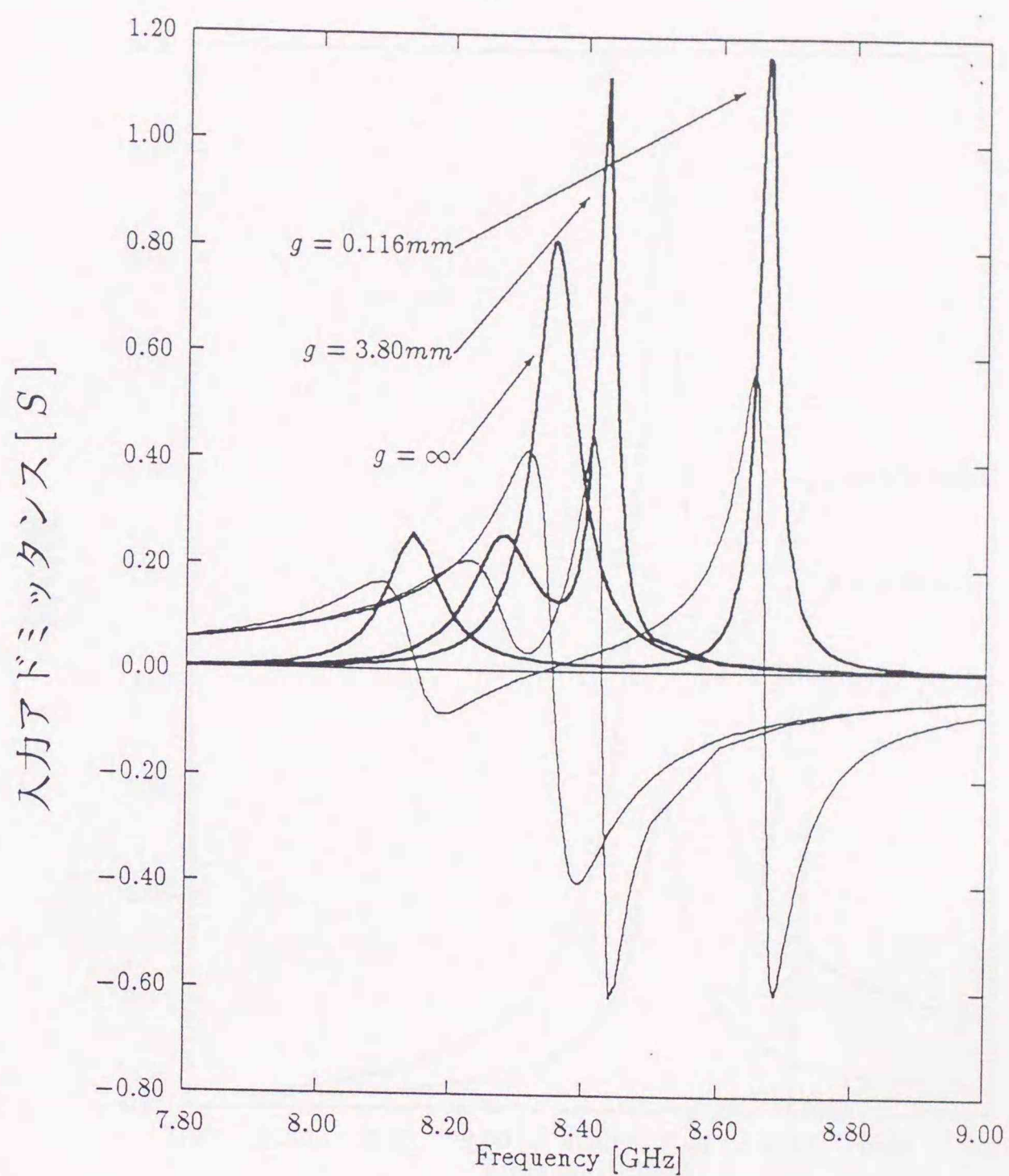
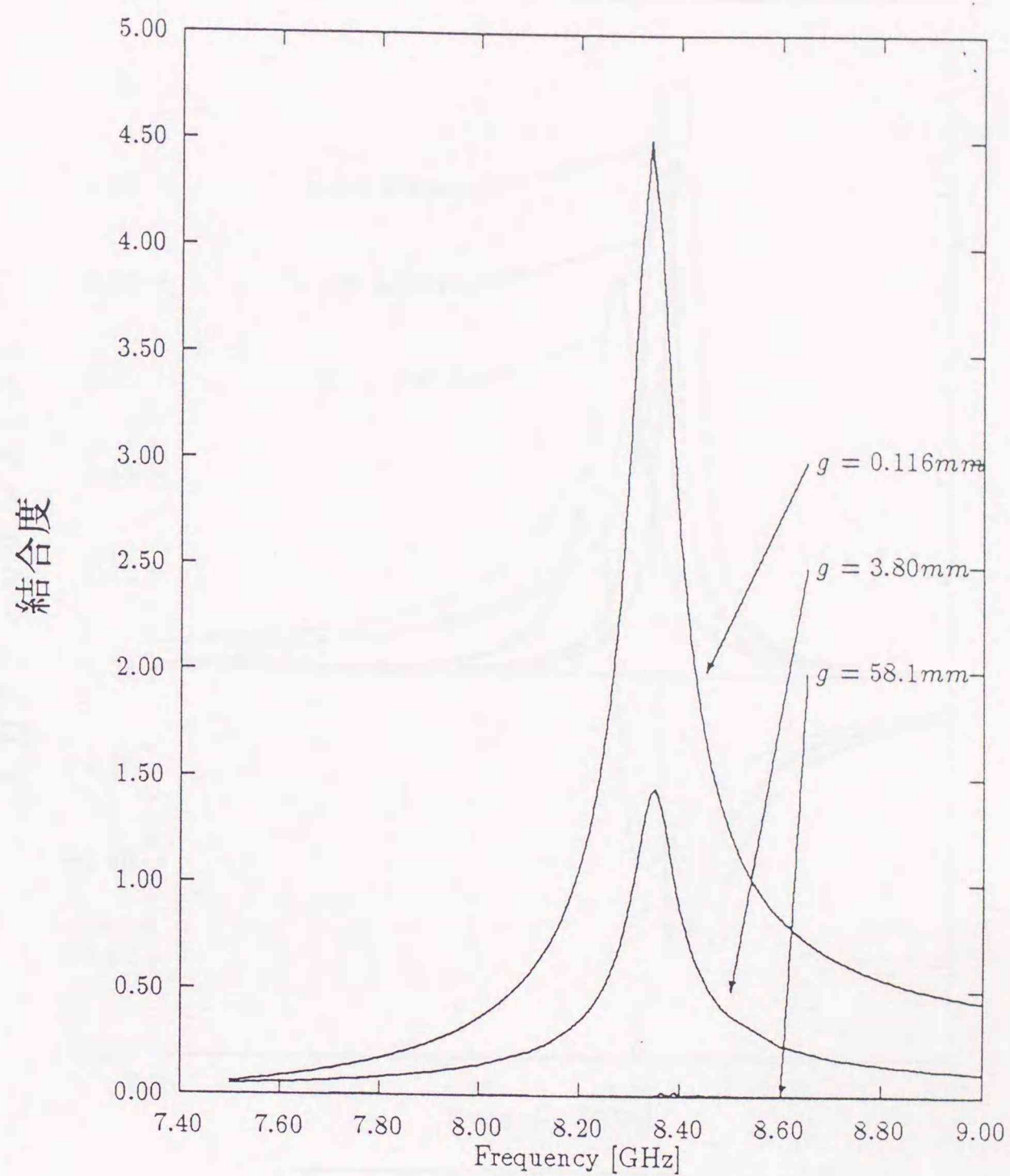


図 4.10: ダイポール単体の入力特性



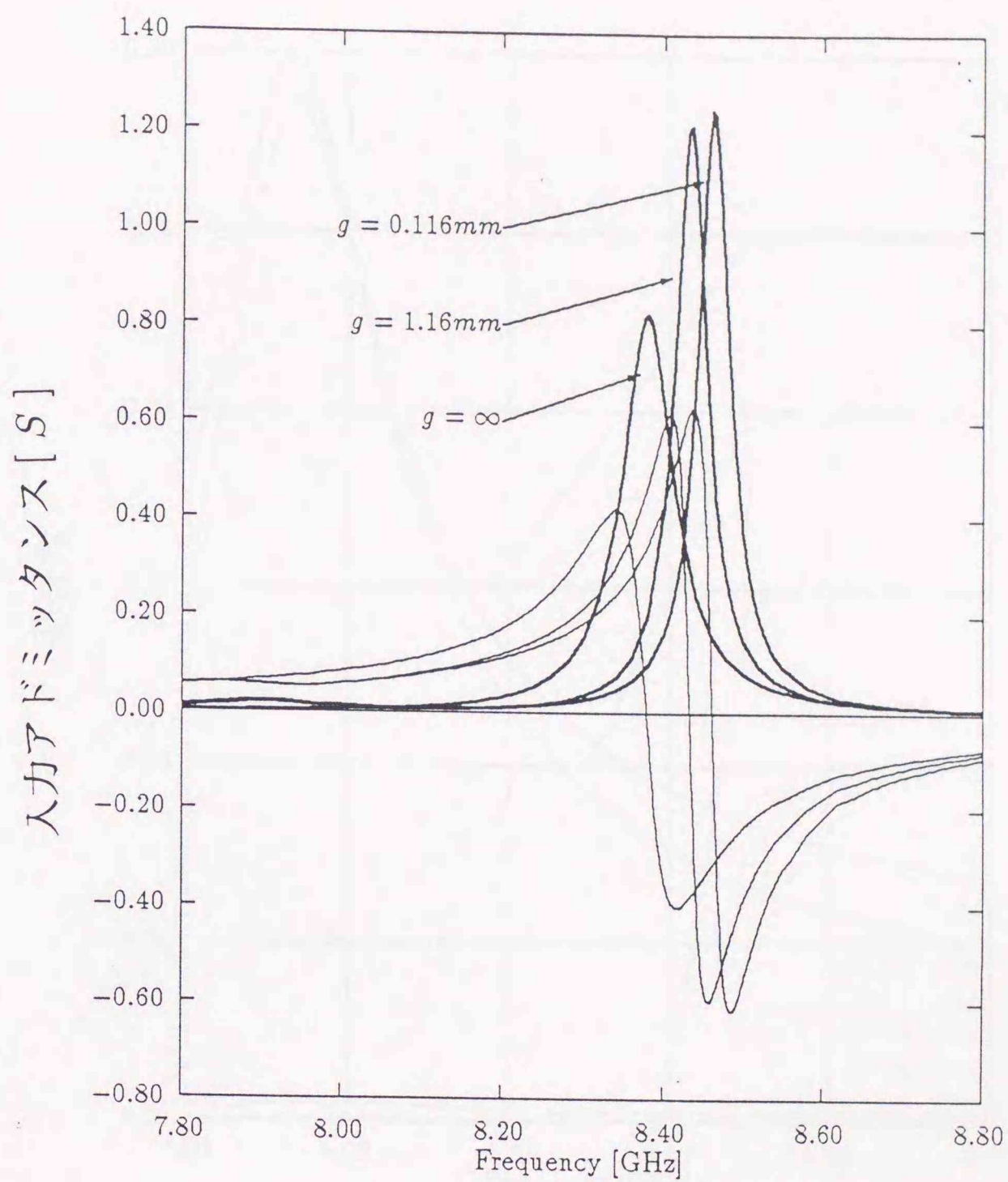
基板厚	$h = 0.78mm$
基板比誘電率	$\epsilon_r = 2.6$
パッチ長	$l_p = 11.6mm$
パッチ幅	$w_p = 1.90mm$
ダイポール長	$l_d = 11.6mm$
ダイポール幅	$w_d = 1.90mm$

図 4.11: ダイポール-ダイポールの入力特性



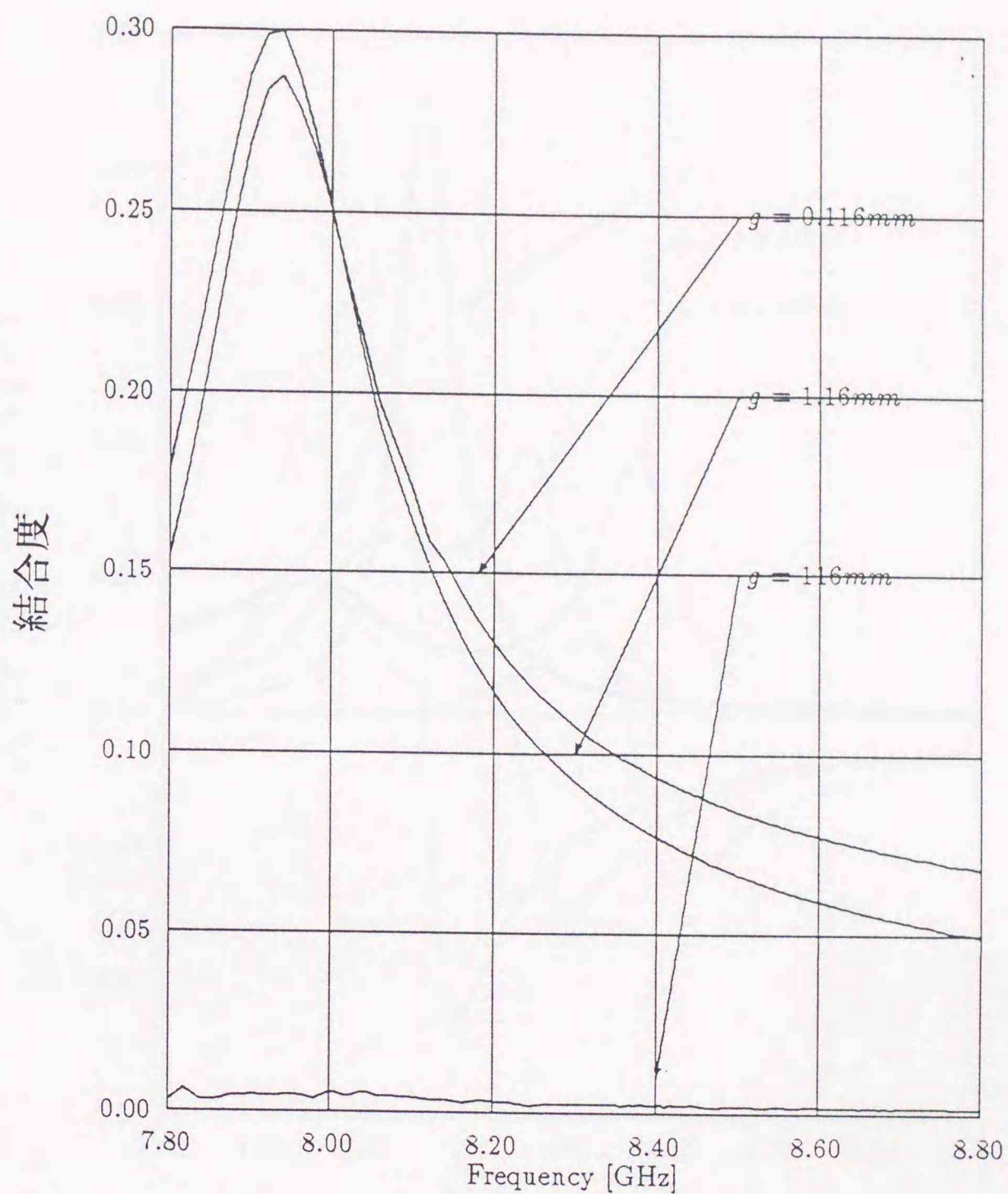
基板厚	$h = 0.78mm$
基板比誘電率	$\epsilon_r = 2.6$
パッチ長	$l_p = 11.6mm$
パッチ幅	$w_p = 1.90mm$
ダイポール長	$l_d = 11.6mm$
ダイポール幅	$w_d = 1.90mm$

図 4.12: ダイポール-ダイポールの結合度



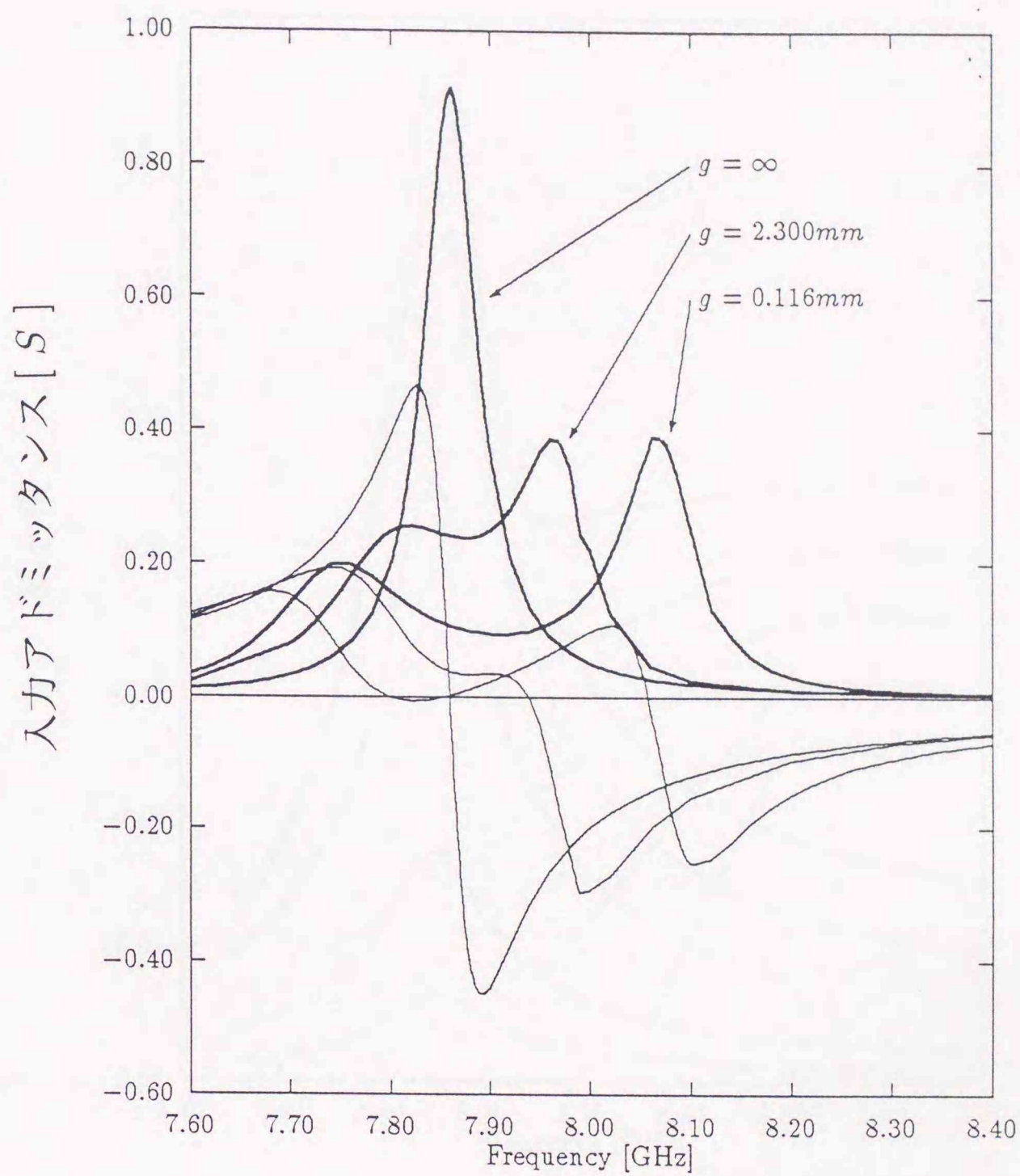
基板厚	$h = 0.78\text{mm}$
基板比誘電率	$\epsilon_r = 2.6$
パッチ長	$l_p = 11.6\text{mm}$
パッチ幅	$w_p = 11.6\text{mm}$
ダイポール長	$l_d = 11.6\text{mm}$
ダイポール幅	$w_d = 1.90\text{mm}$

図 4.13: ダイポール-方形パッチの入力特性 (同一長の場合)



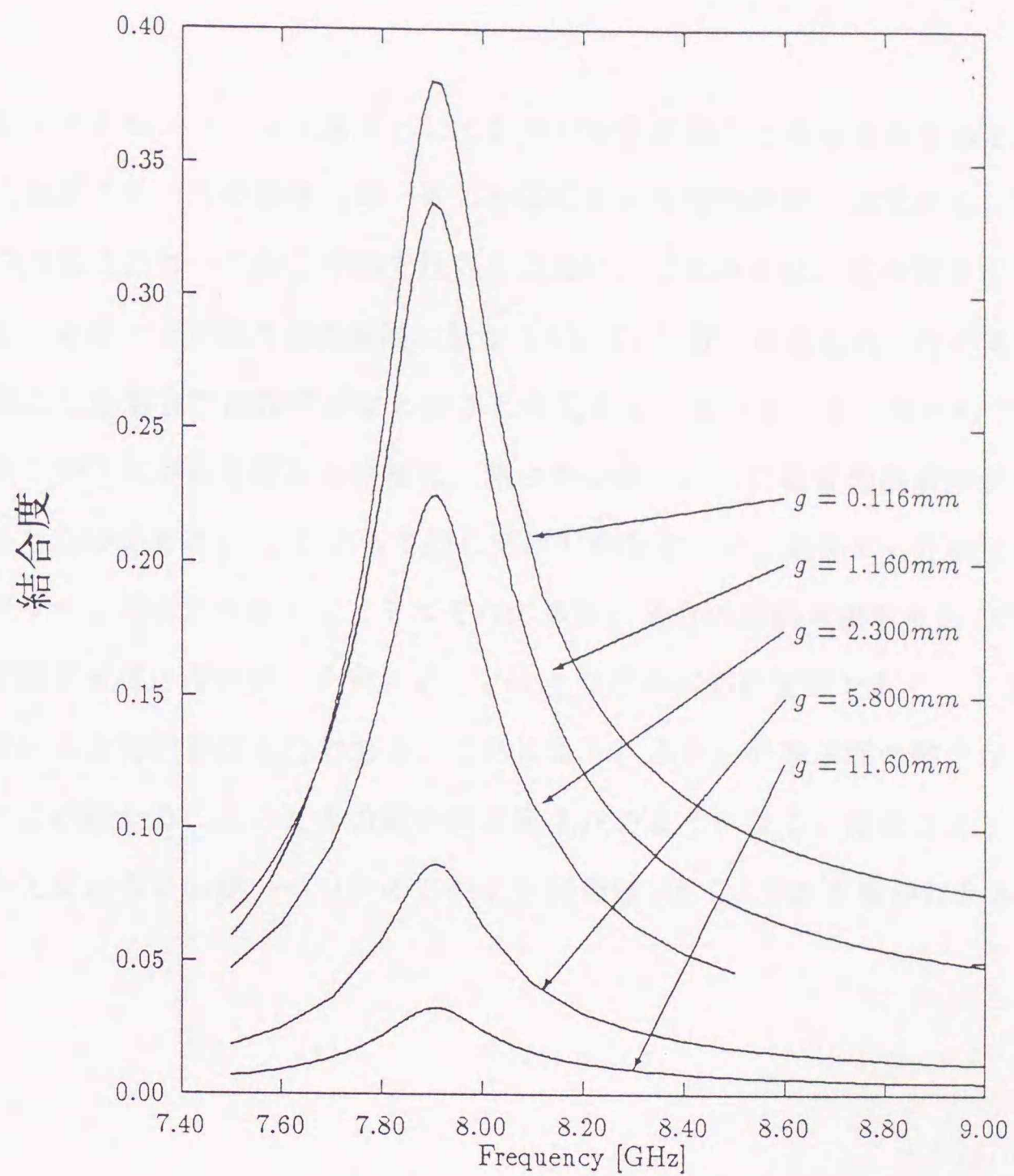
基板厚	$h = 0.78mm$
基板比誘電率	$\epsilon_r = 2.6$
パッチ長	$l_p = 11.6mm$
パッチ幅	$w_p = 11.6mm$
ダイポール長	$l_d = 11.6mm$
ダイポール幅	$w_d = 1.90mm$

図 4.14: ダイポール-方形パッチの結合度 (同一長の場合)



基板厚	$h = 0.78mm$
基板比誘電率	$\epsilon_r = 2.6$
パッチ長	$l_p = 11.6mm$
パッチ幅	$w_p = 11.6mm$
ダイポール長	$l_d = 12.4mm$
ダイポール幅	$w_d = 1.90mm$

図 4.15: ダイポール-方形パッチの入力特性 (異長の場合)



基板厚	$h = 0.78mm$
基板比誘電率	$\epsilon_r = 2.6$
パッチ長	$l_p = 11.6mm$
パッチ幅	$w_p = 11.6mm$
ダイポール長	$l_d = 12.4mm$
ダイポール幅	$w_d = 1.90mm$

図 4.16: ダイポール-方形パッチの結合度 (異長の場合)

4.4.3 マイクロストリップ素子として方形パッチを用いた場合

次にマイクロストリップ素子として方形パッチを配した場合をみる。方形パッチの長さ l_p とダイポールの長さ l_f が一致した場合の入力特性が図 4.13 である。図 4.11 に示したふたつの素子のピークがこの図では見られない。この理由は、結合度を示した図 4.14 に示すように方形パッチ固有の共振周波数が 7.95GHz 付近にあるため、 Q の高いダイポールを給電部にした場合では特性がはっきりとは見えなくなってしまうためである (同図 4.14 でグラフの乱れがある理由も同様に、結合が小さいために数値的誤差がデータに含まれてしまったためである)。したがって同モデルの特性を十分に把握するためにはダイポールと方形パッチとの長さを変えて、それぞれの単体の場合の共振周波数を近づける必要がある。ここではダイポールの長さを変えることにより若干共振周波数を低くして解析を行なった。この時の入力特性が図 4.15 である。これにより、ふたつの素子間の結合が十分に存在していることがわかる。このときの結合度は図 4.16 のようになる。傾向はほとんどダイポールの場合と変わらないが、パッチの方がより高帯域 (低 Q) である事がわかる。

4.5 方形パッチを用いた PMA の解析

以上の準備により、方形パッチの入力特性を計算した。計算に用いたパラメータは表 4.2 のとおりである。本節では誘導的結合と容量的結合をはっきり区別するためにパッチの幅 w_p と長さ l_p を変えて、それぞれの結合が最大となる周波数を変えている。解析にあたっては、通常のスเปクトル領域法での取り扱いと同様に基板の大きさは無限大とし、導体部の厚さは 0、導体、誘電体の損失はないものと仮定している。

ε_r	厚さ $h(\text{mm})$	間隙 $g(\text{mm})$	線路幅 $w_f(\text{mm})$
2.1	0.77	0.8	2.14
素子	寸法 (mm)		
パッチ	$w_p = 35.69, l_p = 33.39$		

表 4.2: 誘電体基板の仕様と素子の寸法

4.5.1 入力特性

スタブ長 $L = 4\text{mm}$, および $L = 26.5\text{mm}$ の場合について計算を行なった. これらはそれぞれ OPEN-END モデル, SHORT-END モデルに対応する. 給電線上には PWS を 12–15 個配置し, 参照面は図 4.7 のようにとる. パッチ上の電流は, x 方向, y 方向共に $p = q = r = s = 1$ の主モードのみを用いた場合の入力特性は図 4.17 実線のようになる. これは TM_{10} , TM_{01} モードのみを考えることに対応する. TM_{01} モード, TM_{10} の共振周波数はそれぞれ 3.04GHz , 2.84GHz である. 更にパッチ上の x 方向電流, y 方向電流ともに電流方向に 3 モード (式 4.20, 4.21 において $p, q = \{1, 2, 3\}$), 幅方向に 2 モード (式 4.22, 4.23 $r, s = \{1, 2\}$) とした場合の入力特性を同図に破線で示す. 共振周波数はそれぞれ 3.03GHz , 2.838GHz であり主モードのみの解析とほとんど変わらない. これを図 4.18 の実験値 [33] と比較すると, 共振周波数を含め非常によく一致している. これにより給電線上の電流モデルの妥当性が示される.

また, PMA は間隙長 g を変化させることにより結合度を変化させることが可能である. スタブ長を $L=4.0\text{mm}$, $L=26.5\text{mm}$ とし, 間隙 g を変化させたときの反射係数の絶対値 $|S_{11}|$ を図 4.5.1 に示す. g が $0.1\lambda_e$ 以上 (λ_e は給電線における実効波長) では結合はほとんど生じない一方, λ_e より十分小さいところでは結合は増大し, 特に容量性結合ではその傾向が顕著である.

なお OPEN-END, SHORT-END とともに実験値が解析値に比べ給電線の電源方向へ移動しているのは, 以下の 3 点が考えられる.

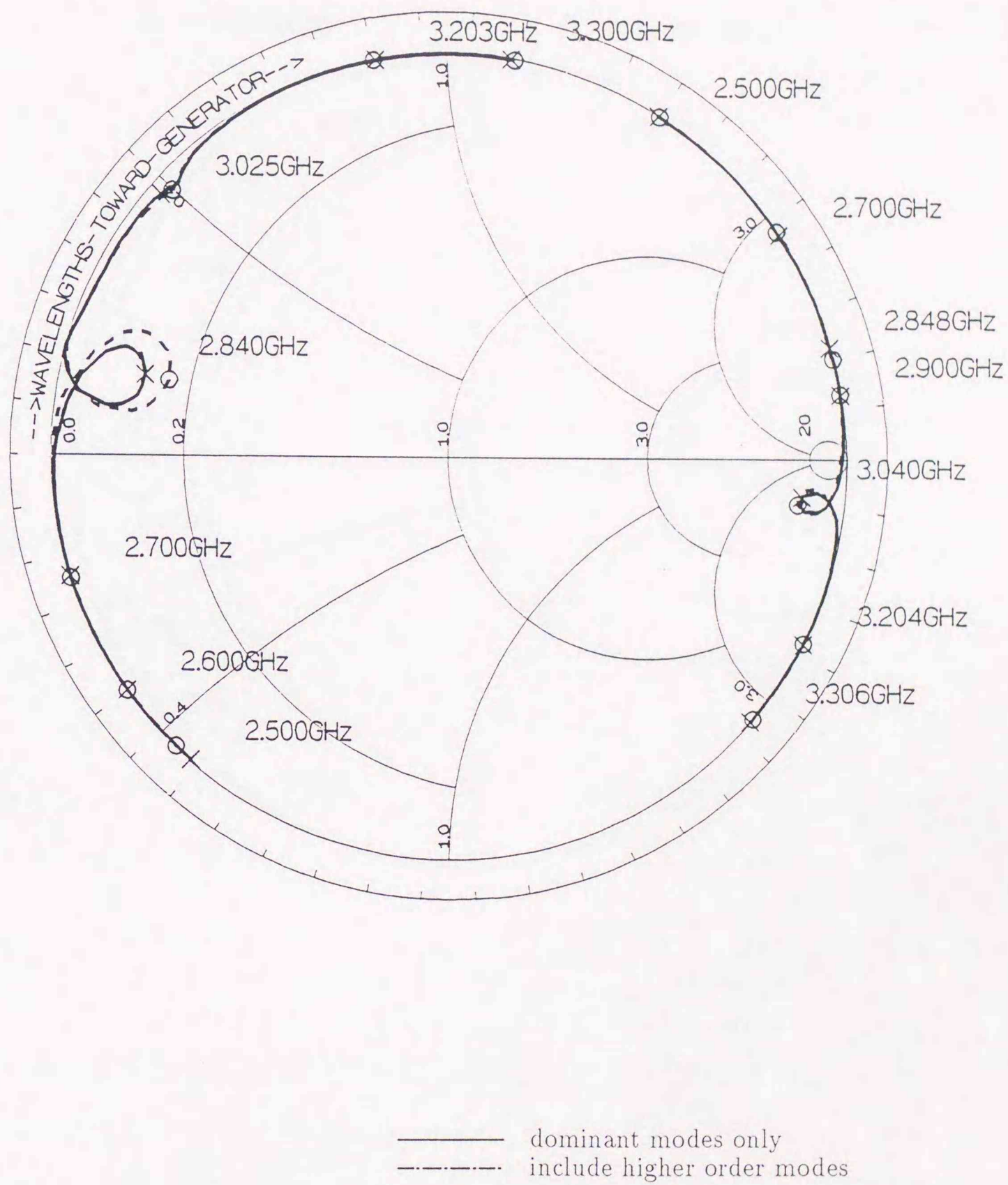


図 4.17: 入力特性 (解析値)

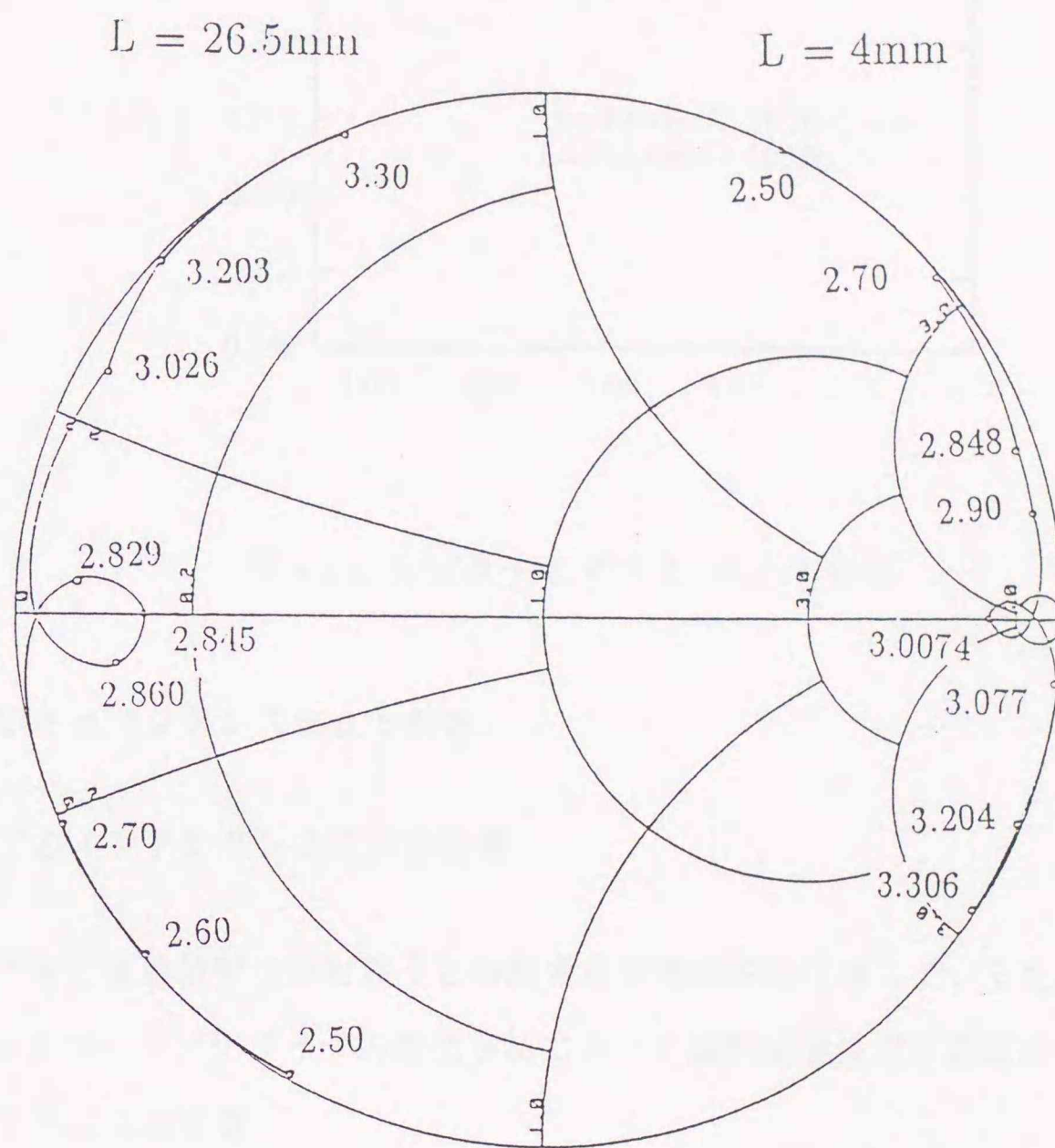


図 4.18: 入力特性 (実験値)

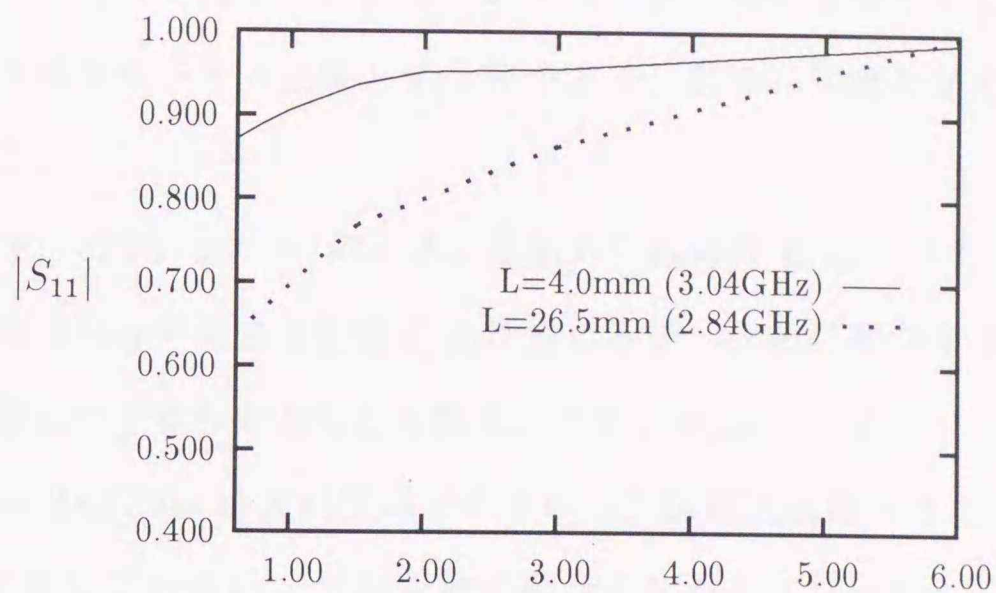


図 4.19: 間隙長 g に対する $|S_{11}|$ の変化

- 間隙のキャパシタンスによる影響.
- スタブのインダクタンスによる影響.
- 本モデルでは給電線と放射素子との結合点が連続的に分布しているため、実験に用いたネットワークアナライザの時間領域において参照面を決定する際に多少の誤差が生じることによる影響.

4.5.2 偏波特性と PMA の動作状態

スタブ長 L を変化させたときの偏波特性を見るために、式 (4.41), (4.42) において $K = 1$ とした正面方向の電界の相対値 E_x , E_y と参照面における入力特性 S_{11} , 正面方向における軸比 AR(dB) を図 4.20 に示す. これにより誘導的結合と容量的結合のそれぞれの結合度を示し、偏波特性を定量的に取り扱うことができる. 更に偏波チャートにより偏波切替の様子を示す (図 4.24).

パッチ上の高次モードとしては、パッチ上のモードとの結合に伴う給電線上の進行波の

エネルギー減少による定在波の乱れなどから生じる偶モード高次成分，構造の非対称性による奇モード成分が考えられるが，図 4.17 の入力特性の解析を見てもこれら高次モードの放射に対する寄与は主モードと比較して十分小さく，主モード成分がその偏波特性を決定しているといえる。

$L = 4\text{mm}$ (OPEN-END モデル) のとき，正面方向の電界 E_y はパッチ上の y 方向電流，給電線終端部，およびパッチによる散乱により生じるが，放射に寄与するのは，そのほとんどがパッチ上の電流によるものと考えられる。また， E_x はパッチ上の x 方向電流により生じる。周波数 $f = 3.04\text{GHz}$ においてパッチ上の y 方向電流は最大となり E_y は最大となる (TM_{01} モードが結合している)。 x 方向電流の結合すなわち TM_{10} モードとの結合は小さく，この周波数における容量的結合は弱いことがわかる。軸比 AR は $f = 3.04\text{GHz}$ の誘導的結合のとき 12.8dB 程度 (OA は -14.9deg) と，ほぼ y 方向の直線偏波となっていることがわかる。 $f = 2.88\text{GHz}$ 付近では E_x が逆相に切り替るため軸比は急激な変化を示す。

スタブ長を増やし $L = 9.6\text{mm}$ とすると， $f = 2.84\text{GHz}$ 付近で最大となる容量的結合と $f = 3.04\text{GHz}$ 付近で最大となる誘導的結合はほぼ同程度となっている ($E_x = 2.00$, $E_y = 1.71$)。 $f = 2.84\text{GHz}$ 付近では TM_{10} モードが支配的であり， $E_y = 0.10$ とほぼ E_x のみが存在し，ほぼ直線偏波がでていることがわかる (AR = 13.8dB 程度)。これに対し，誘導性結合が最大となる $f = 3.04\text{GHz}$ 付近では容量的結合もかなり大きく，軸比も 6.8dB と大きく下がっている (図 4.21, 4.25)。

スタブ長を OPEN-END 時 ($L = 4\text{mm}$) と SHORT-END 時 ($L = 26.5\text{mm}$) の中間である $L = 15.8\text{mm}$ とした場合， $f = 2.84\text{GHz}$ の容量的結合の方が $f = 3.04\text{GHz}$ 付近の誘導的結合よりはるかに強くなっている (図 4.22, 4.26)。 $f = 3.03\text{GHz}$ 付近では E_y と E_x がほぼ同程度の大きさで ($E_x = 0.61$, $E_y = 0.77$) かつ E_x と E_y の位相差はほぼ -80deg と $-\pi/2$ に近い値となり，軸比が 1.29dB と低下しほぼ円偏波が発生している。

$L = 26.5\text{mm}$ の SHORT-END モデルのときは容量的結合は $f = 2.84\text{GHz}$ で最大となり ($E_x = 3.21$)，SHORT-END となっている。ここでは TM_{10} モードが支配的であり，ほぼ x 方向の偏波が発生する (図 4.23, 4.27)。

以上により，本モデルではパッチ上の主モードが偏波特性を決定するため，容量性結合，

誘導性結合がそれぞれ最大となる周波数は一定であり、スタブ長，すなわち給電線上の定在波の状態に依存しないことがわかる．それらの強さ，すなわち TM_{10} モードと TM_{01} モードの結合の度合がスタブ長により変化し入力特性，偏波特性を決定している．OPEN-END 時と SHORT-END 時にそれぞれ E_y ， E_x のみとならない理由としては

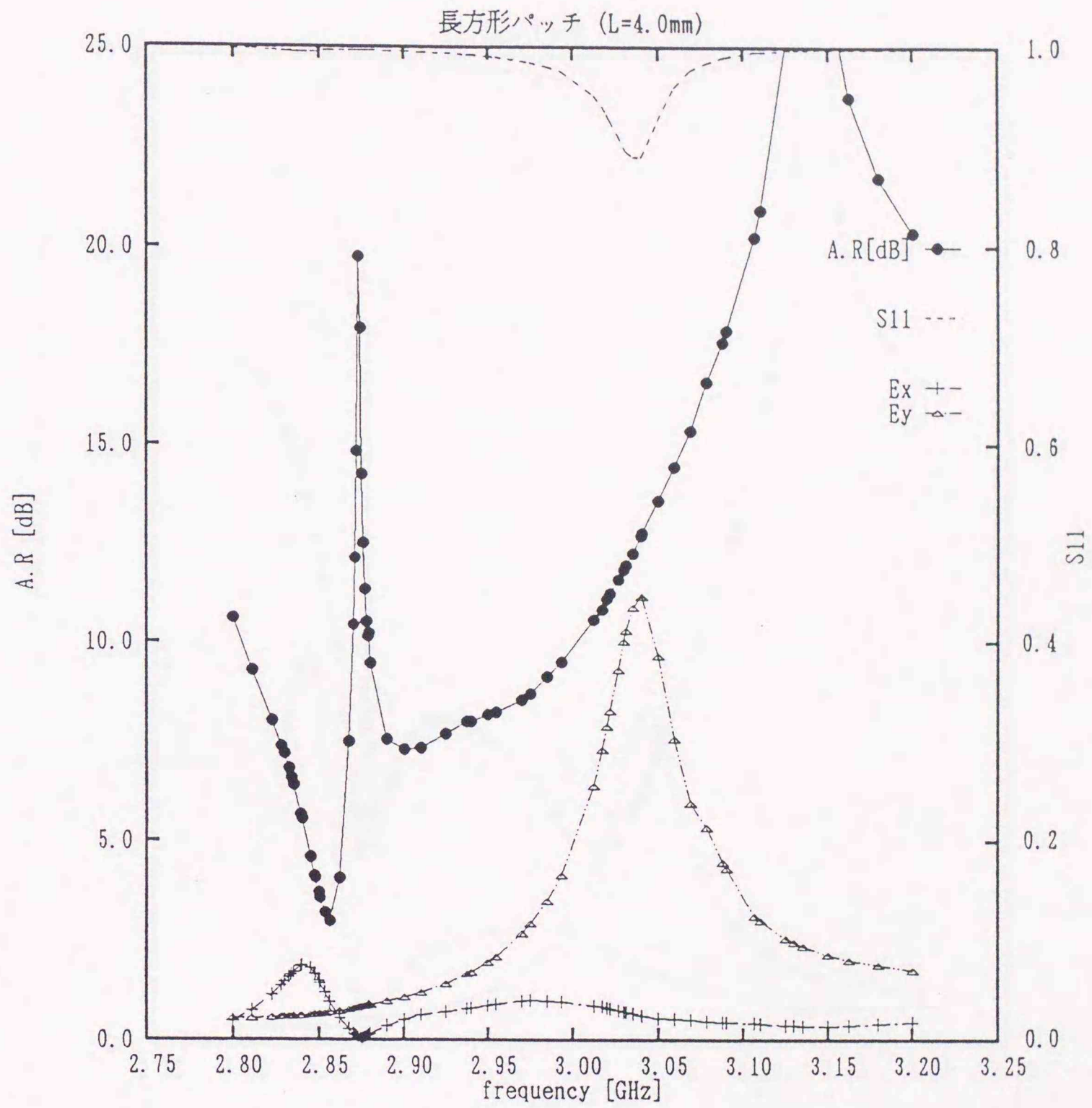
- 給電線上の定在波の乱れにより，4.2節で述べたような給電線上に TM_{01} モードもしくはそれが $\lambda_e/4$ 移動したモードのみが存在する理想的な電流分布以外のモードが生じるため，交差偏波成分が存在するようになること．
- スタブ終端における放射．

が考えられる．後者を検証するために，パッチからの放射を $L = 4\text{mm}$ と $L = 26.5\text{mm}$ の場合について見たものが図 4.28，4.29である．給電線の放射も含まれた図 4.20，4.23の場合と比較してほとんど差異が見られず，もっぱら前者によるものということがわかる．また，図 4.30に OPEN モデルの H 面パターンと E 面パターンを示す．ともに最大放射方向は中心からわずかにずれているが，ほぼ放射パッチのみの場合と変わらない．図 4.31に給電線のみの放射パターンを示すが，パッチの放射に比べて 20dB 以上小さい．これからも，給電線自体からの放射はほとんど無視できると言える．

スタブ終端では放射のため反射係数の大きさは 1 とはならず完全な開放端とはなっていない．このため給電線上の定在波は本章 2 節で述べた理想的な定在波とはなっていない．また，先に述べたアンテナ放射による定在波振幅の減少もあり，これらも定在波の乱れの要因となっていると思われる．

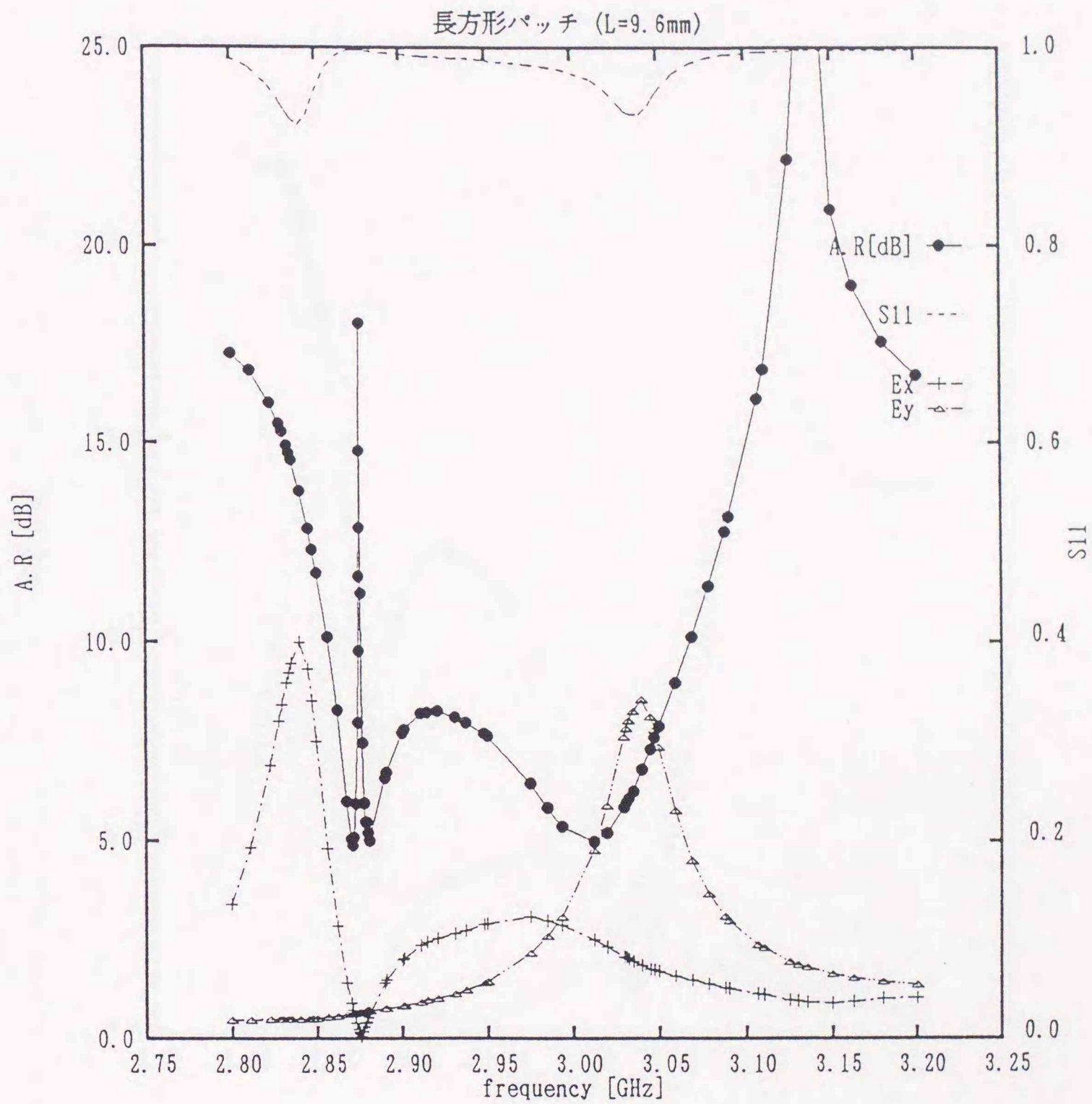
4.5.3 正方形パッチの解析

長方形パッチの場合と同様に，正方形パッチについても入力特性を解析した．基板およびパッチの仕様は表 4.3，入力特性は図 4.32のとおりである．



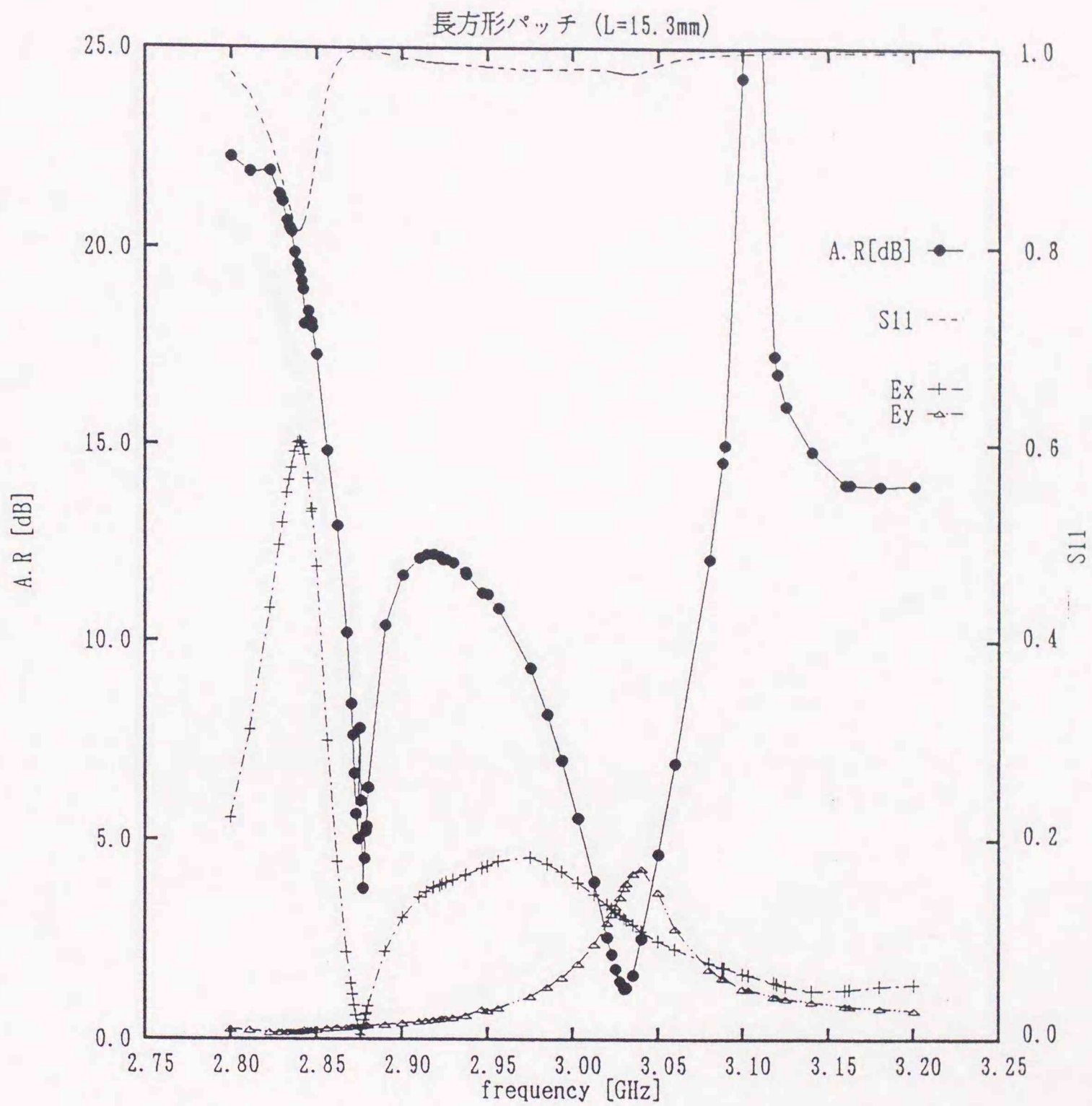
$E_x, E_y \cdots$ the far field in the direction of $\theta = \phi = 0$ calculated using eqn.(4.41) and eqn.(4.42) ($K = 1$).

図 4.20: 軸比および正面方向の電界 (a) L=4mm



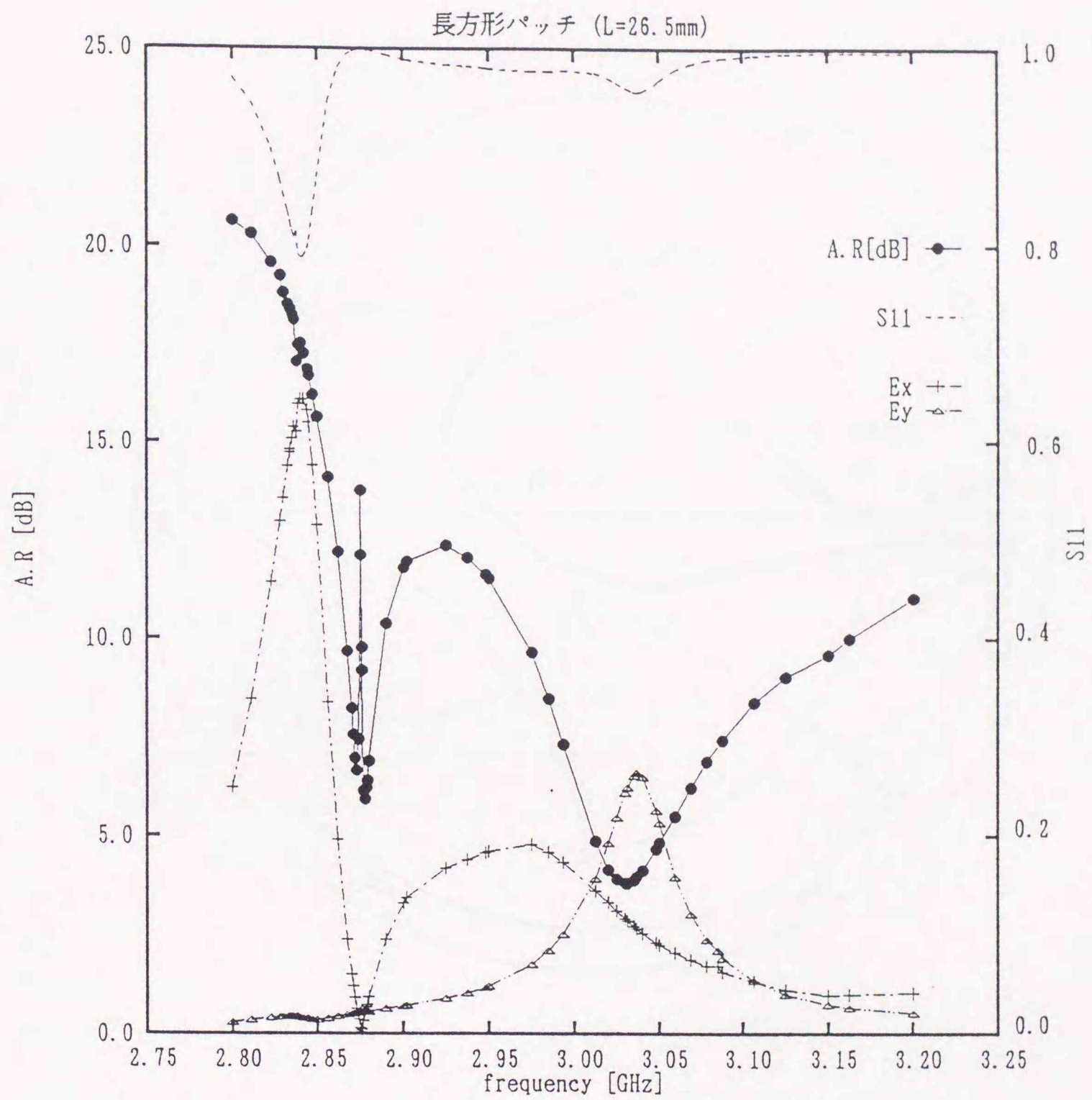
$E_x, E_y \cdots$ the far field in the direction of $\theta = \phi = 0$ calculated using eqn.(4.41) and eqn.(4.42) ($K = 1$).

図 4.21: 軸比および正面方向の電界 (b) $L=9.6\text{mm}$



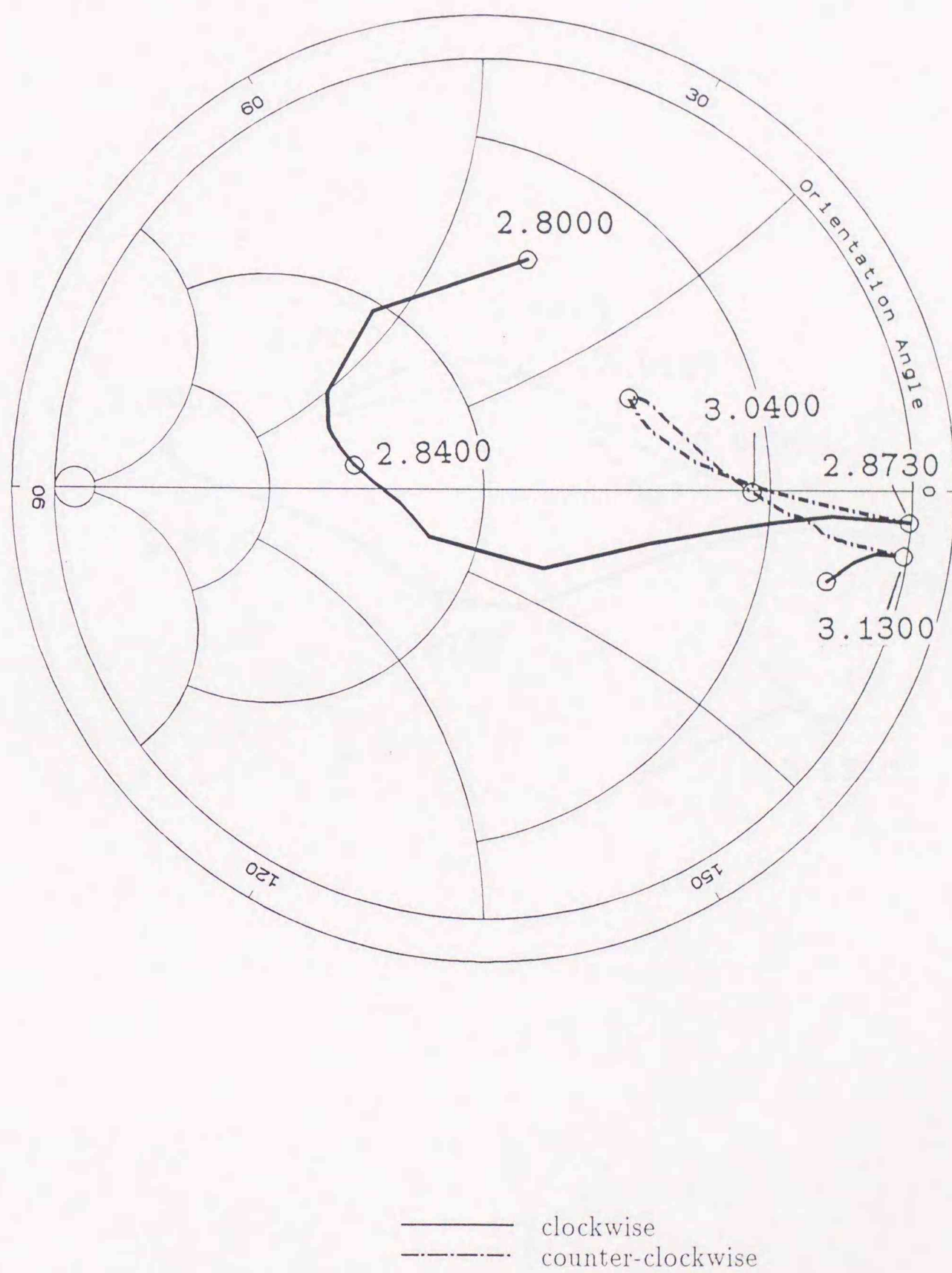
$E_x, E_y \dots$ the far field in the direction of $\theta = \phi = 0$ calculated using eqn.(4.41) and eqn.(4.42) ($K = 1$).

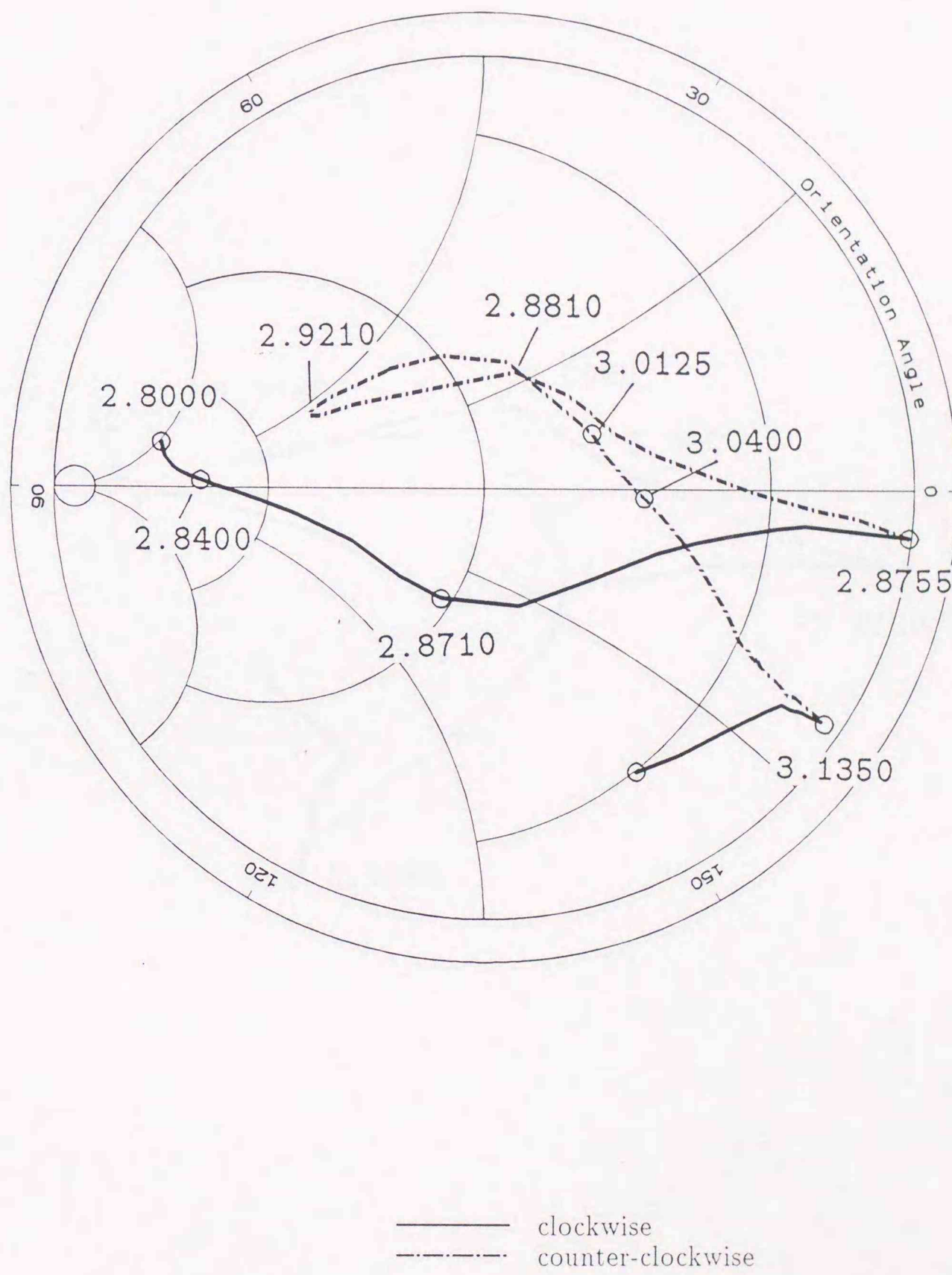
図 4.22: 軸比および正面方向の電界 (c) $L=15.8\text{mm}$

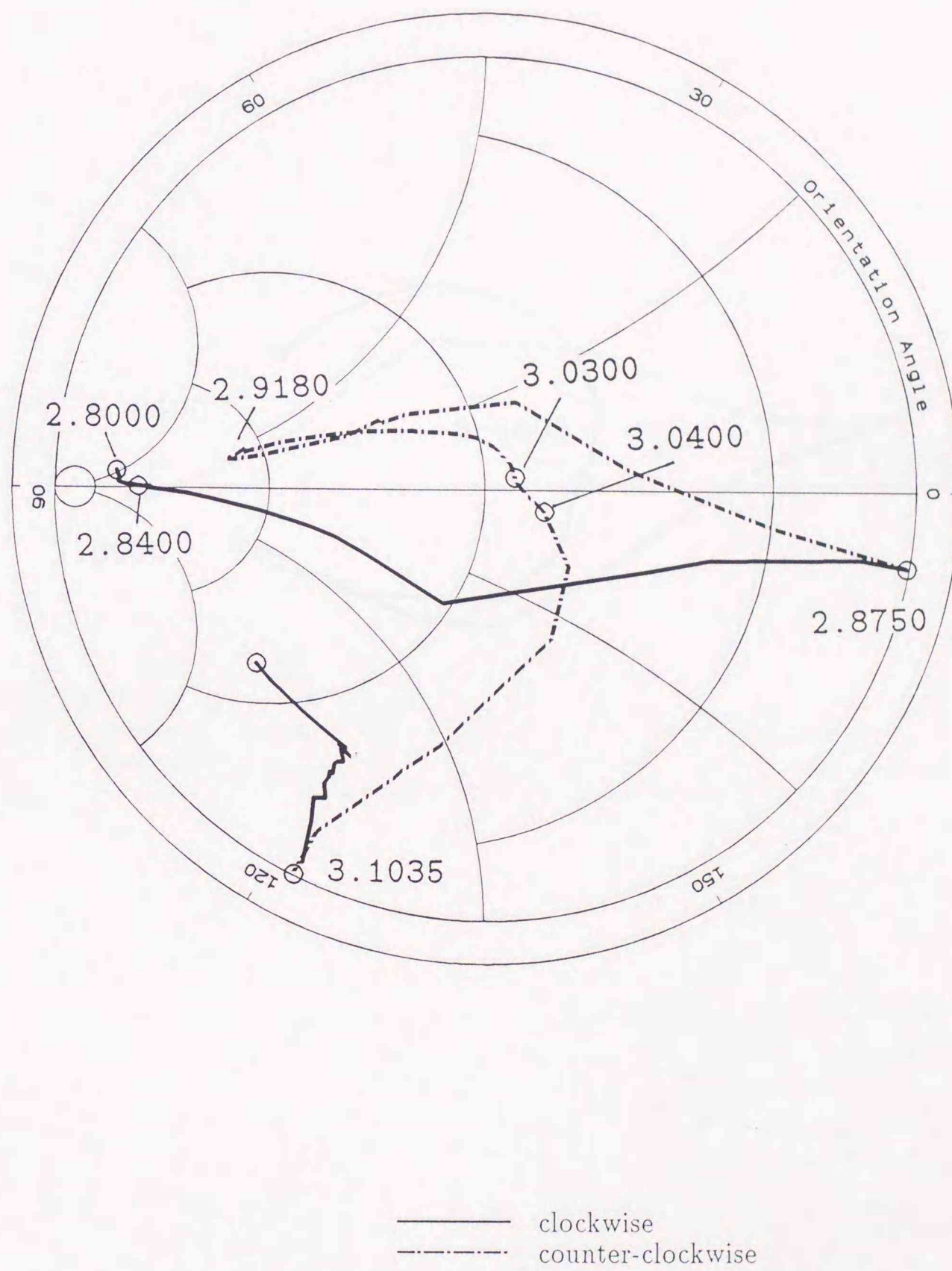


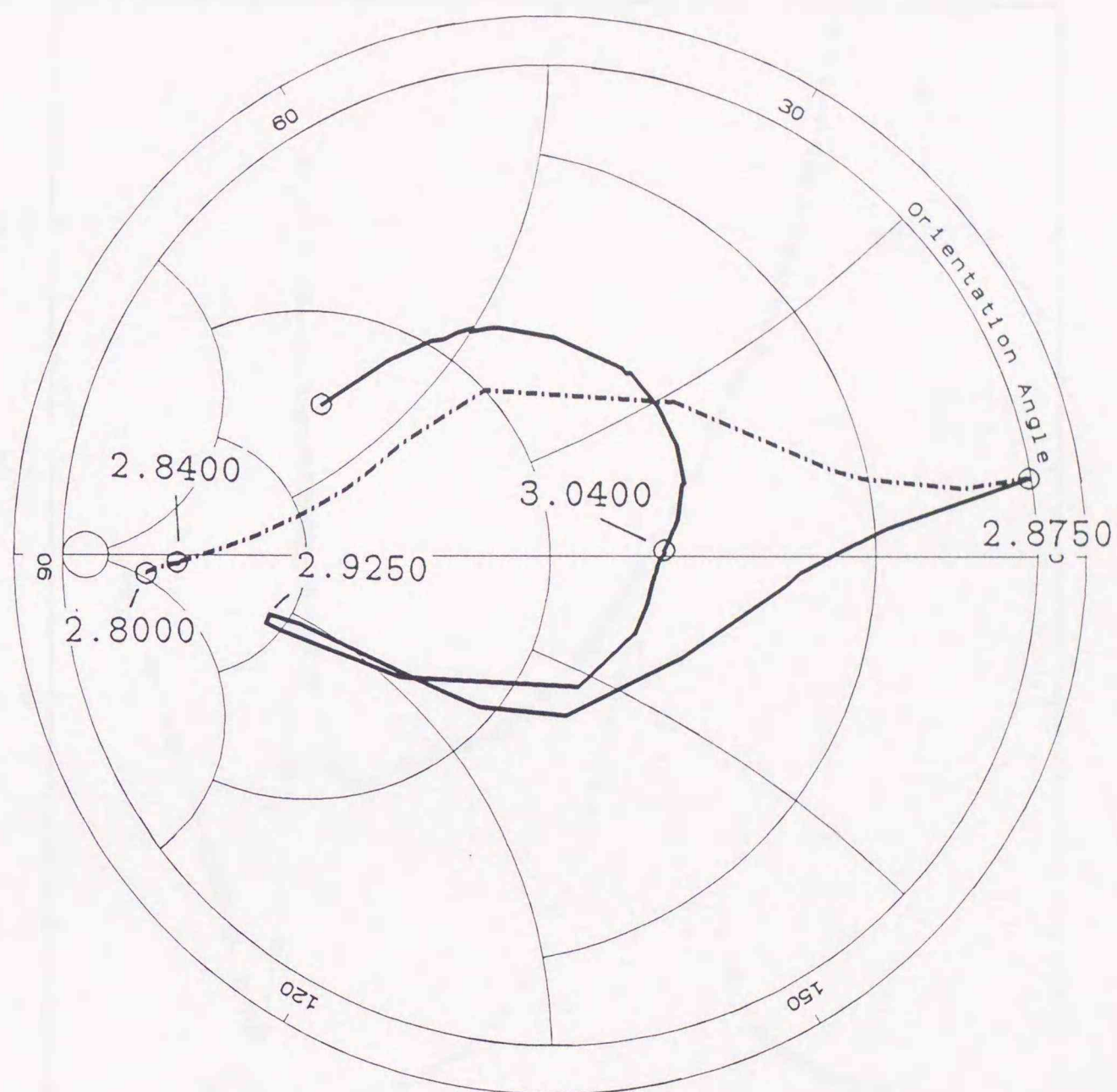
$E_x, E_y \cdots$ the far field in the direction of $\theta = \phi = 0$ calculated using eqn.(4.41)
and eqn.(4.42) ($K = 1$).

図 4.23: 軸比および正面方向の電界 (d) L=26.5mm

図 4.24: 偏波チャート (a) $L=4.0\text{mm}$

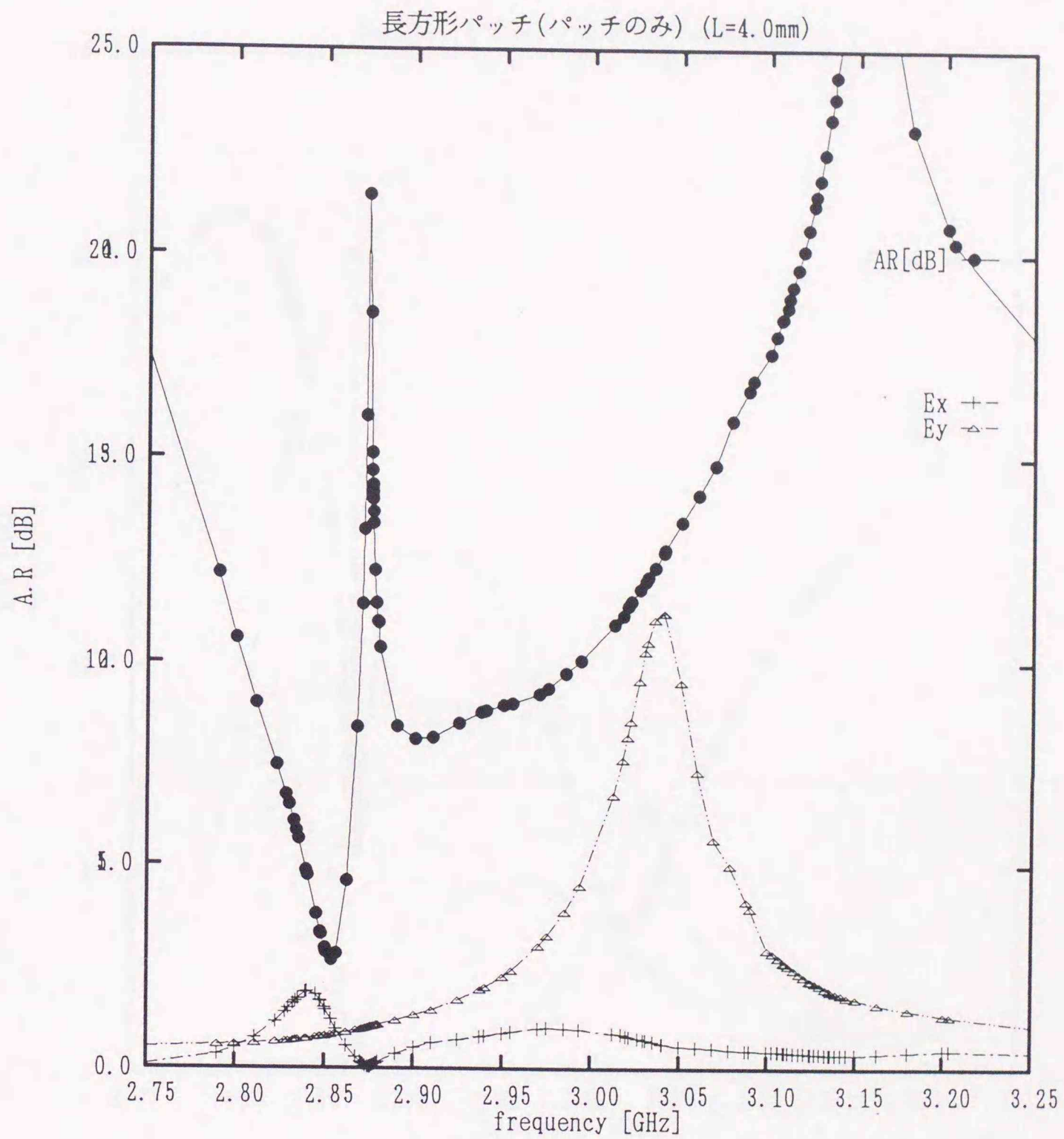
図 4.25: 偏波チャート (b) $L=9.6\text{mm}$

図 4.26: 偏波チャート (c) $L=15.8\text{mm}$



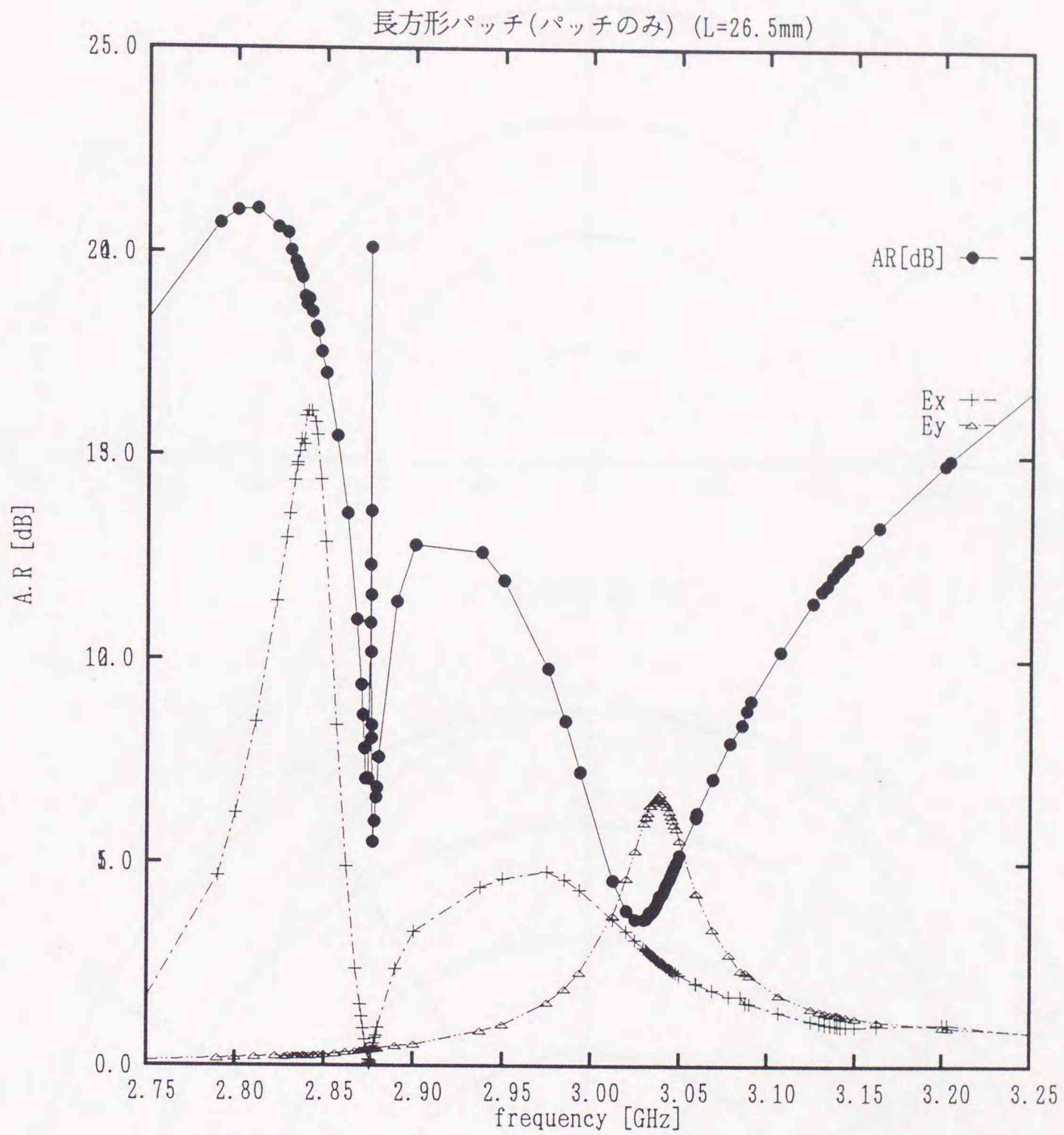
— clockwise
 - - - counter-clockwise

図 4.27: 偏波チャート (d) $L=26.5\text{mm}$



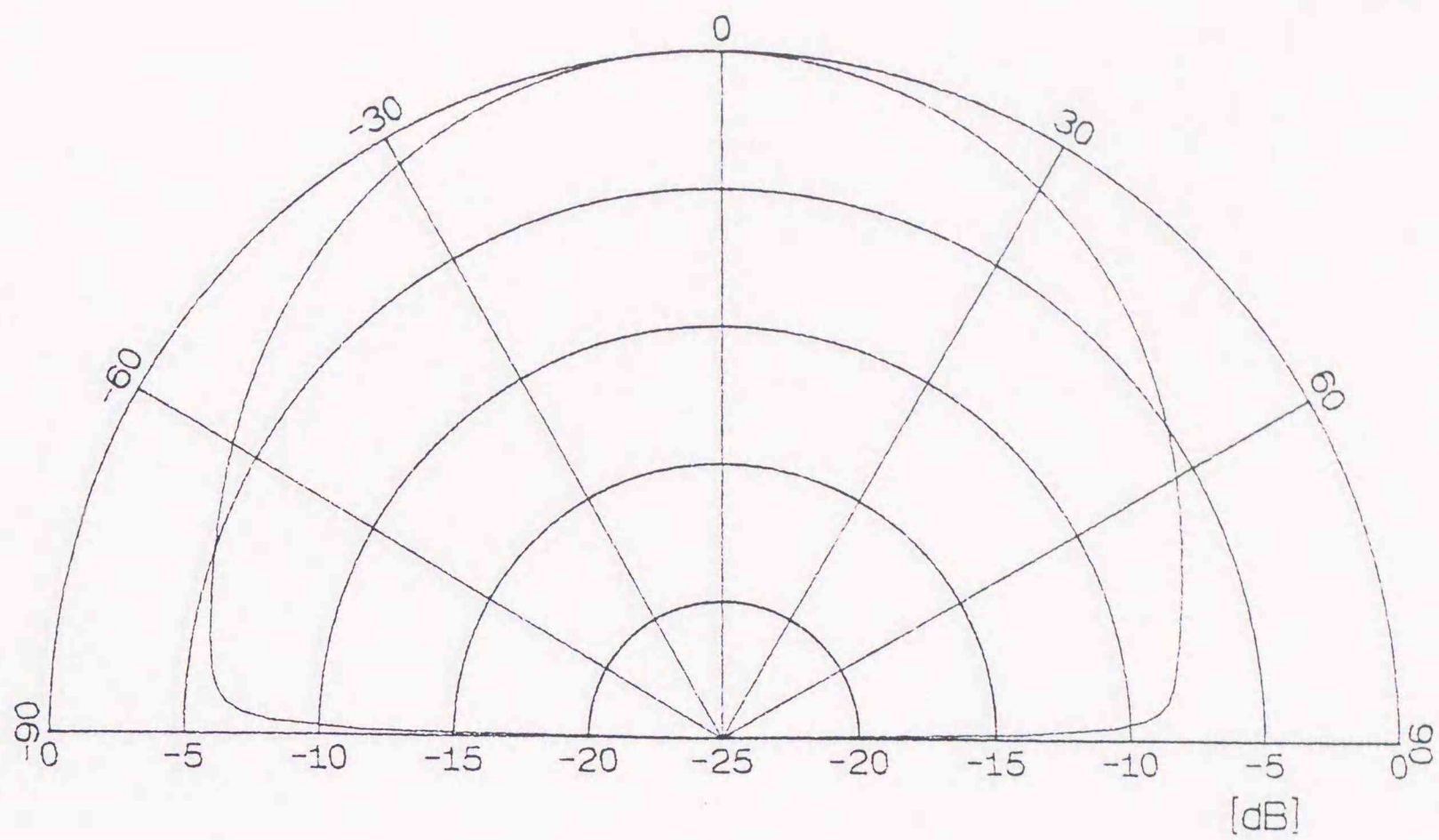
$E_x, E_y \dots$ the far field in the direction of $\theta = \phi = 0$ calculated using eqn.(4.41)
and eqn.(4.42) ($K = 1$).

図 4.28: 軸比および正面方向の電界 (放射パッチのみ) (a) L=4.0mm

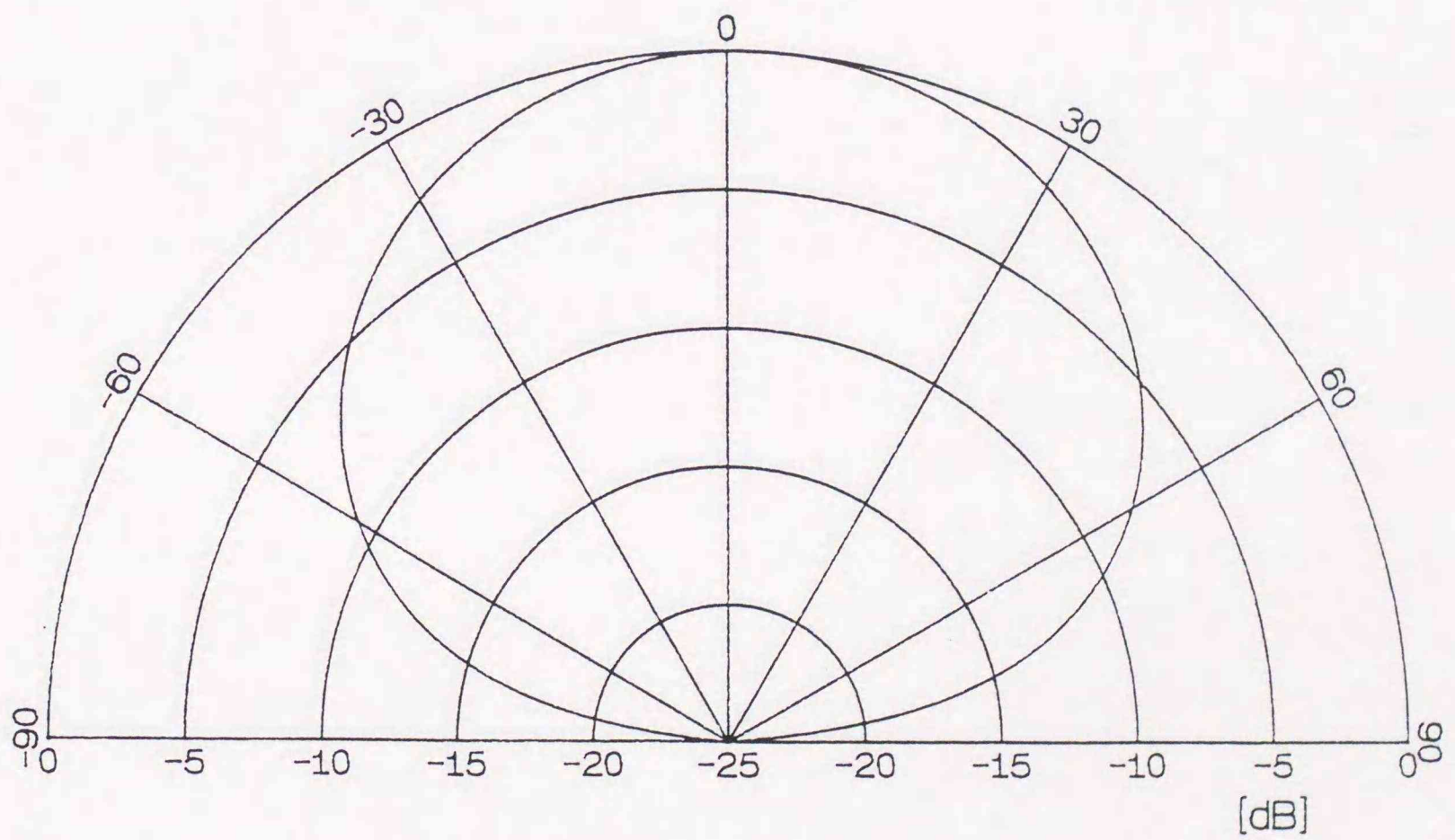


$E_x, E_y \cdots$ the far field in the direction of $\theta = \phi = 0$ calculated using eqn.(4.41)
and eqn.(4.42) ($K = 1$).

図 4.29: 軸比および正面方向の電界 (放射パッチのみ) (b) L=26.5mm

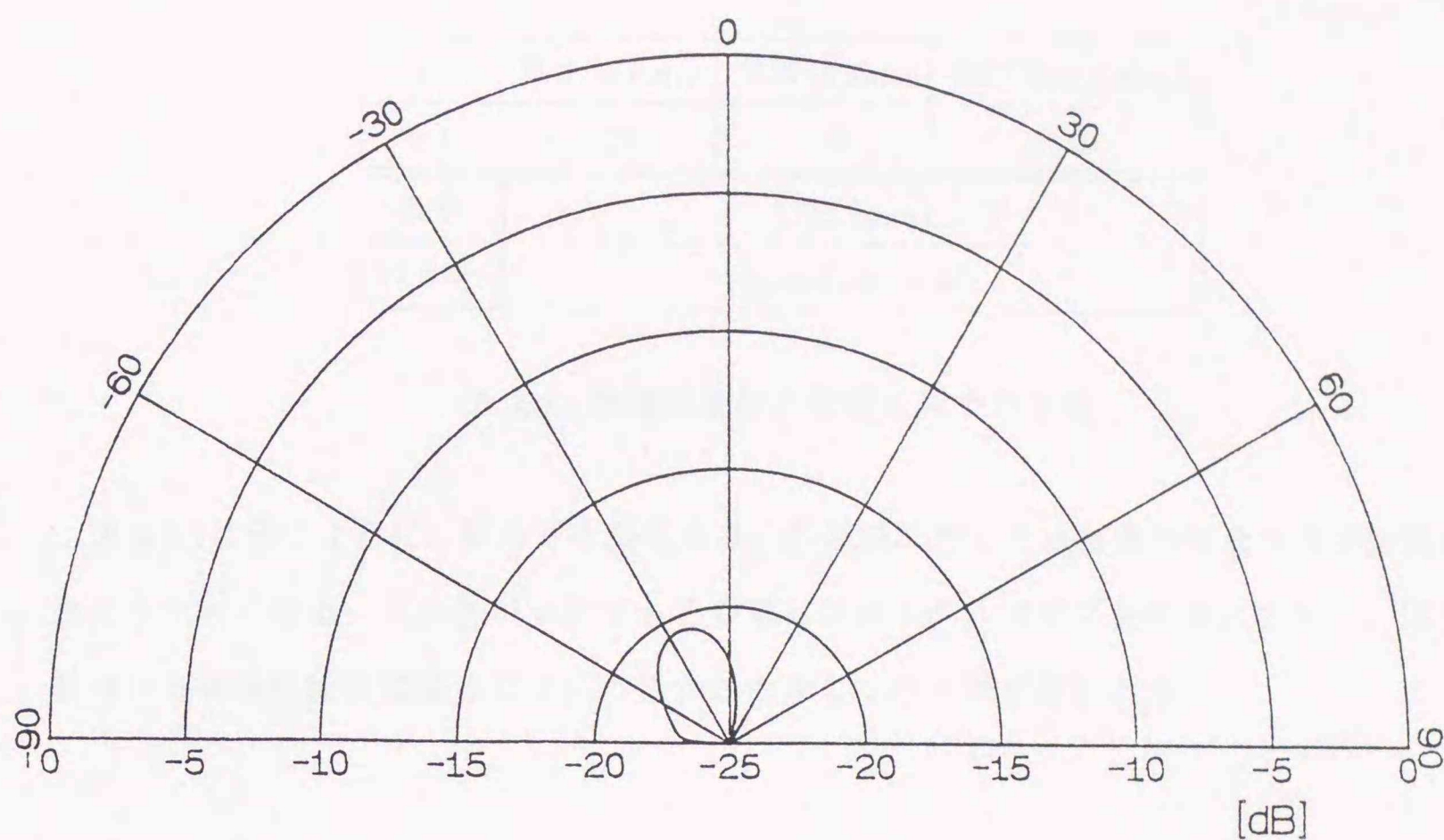


E-面放射パターン

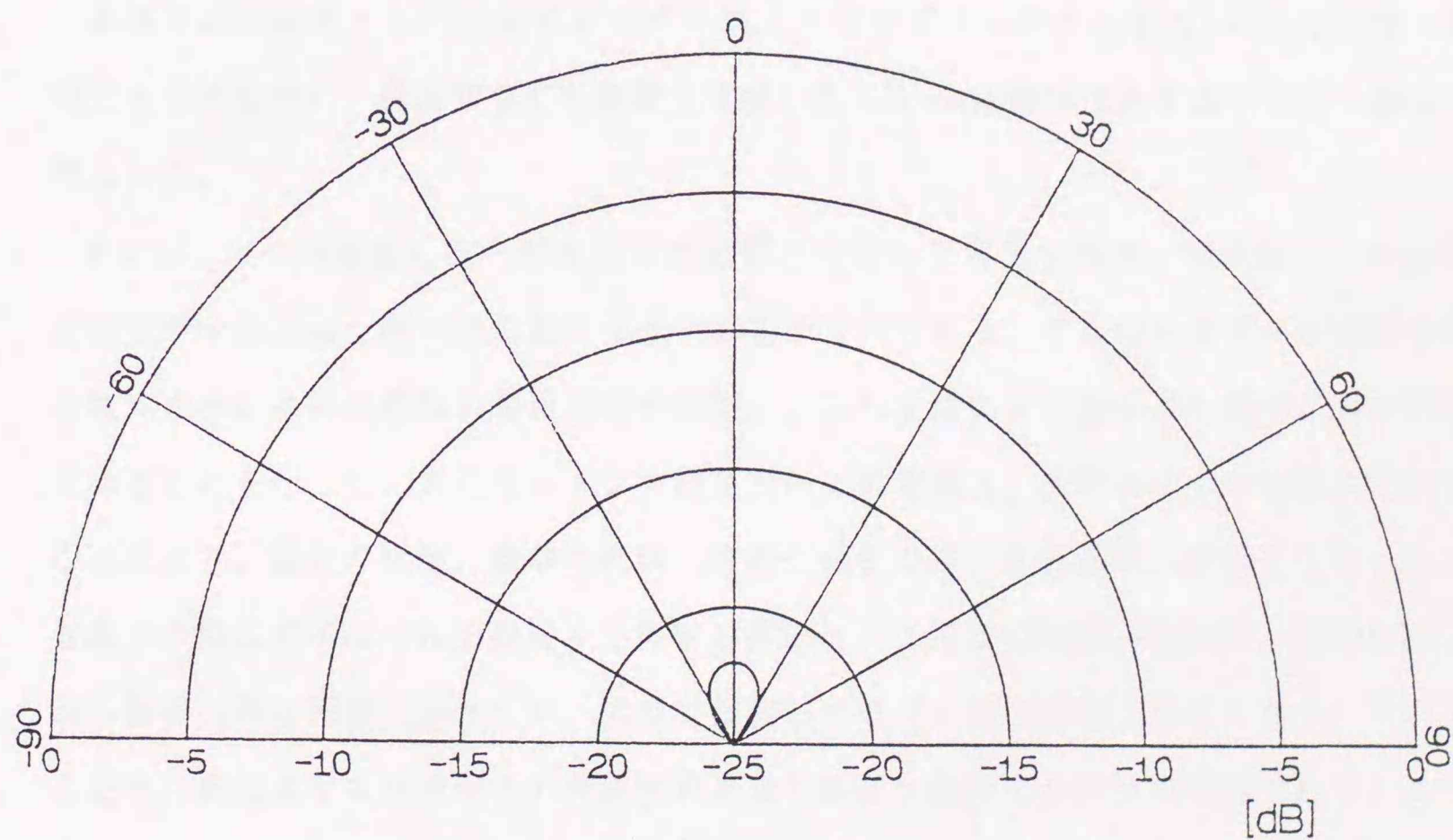


H-面放射パターン

図 4.30: PMA の放射パターン



E-面放射パターン (給電線のみ)



H-面放射パターン (給電線のみ)

図 4.31: PMA 給電線部の放射パターン

ε_r	厚さ $h(\text{mm})$	間隙 $g(\text{mm})$	線路幅 $w_f(\text{mm})$
2.1	0.75	1.0	2.40
素子	寸法 (mm)		
パッチ	$w_p = l_p = 34.62$		

表 4.3: 誘電体基板の仕様と素子の寸法

図 4.5.1 に示すように，結合が十分に大きい間隙長に対しては容量性結合の方が誘導性結合より大きくなる．正方形パッチでもこの傾向がみられ，スタブ長を変化させて，誘導性結合から容量性結合に移るにつれて結合が増大して行く様子がわかる．

4.6 むすび

本章では間隙を介して給電するマイクロストリップアンテナ (PMA) の入力特性・偏波特性を示すために，表面波などの影響も考慮した full-wave 解析であるスペクトル領域法を導入した．

PMA は他の給電法と比べ給電線部の影響が大きいと考えられる，給電線上の厳密なモデル化がその正確な特性を把握する上で必要不可欠である．そこで本章では放射素子による散乱を含めた給電線部の電流分布を提案し，これを用いることにより厳密に解析が可能であることを示した．更にモーメント法を用いて給電線上，放射素子上の電流を決定することにより，偏波の状態，誘導性結合・容量性結合の様子を数値的に解析を行なった．放射素子の横にダイポールを配置する従来の解析モデルでは OPEN-END 時，SHORT-END 時の解析以外は困難であったが，本章で提案したモデル化は実態に即しており，スタブ長を任意に変化させて給電線上の電流状態を変化させた場合でも解析が可能である．これにより定在波状態，間隙長，パッチの大きさを変えることにより，様々な偏波状態をもつアンテナの設計も可能であると思われる．PMA はこれまで給電線の終端の開放・短絡を切り替えることにより偏波を切り替え可能であることが実験により示されていたが，これを数

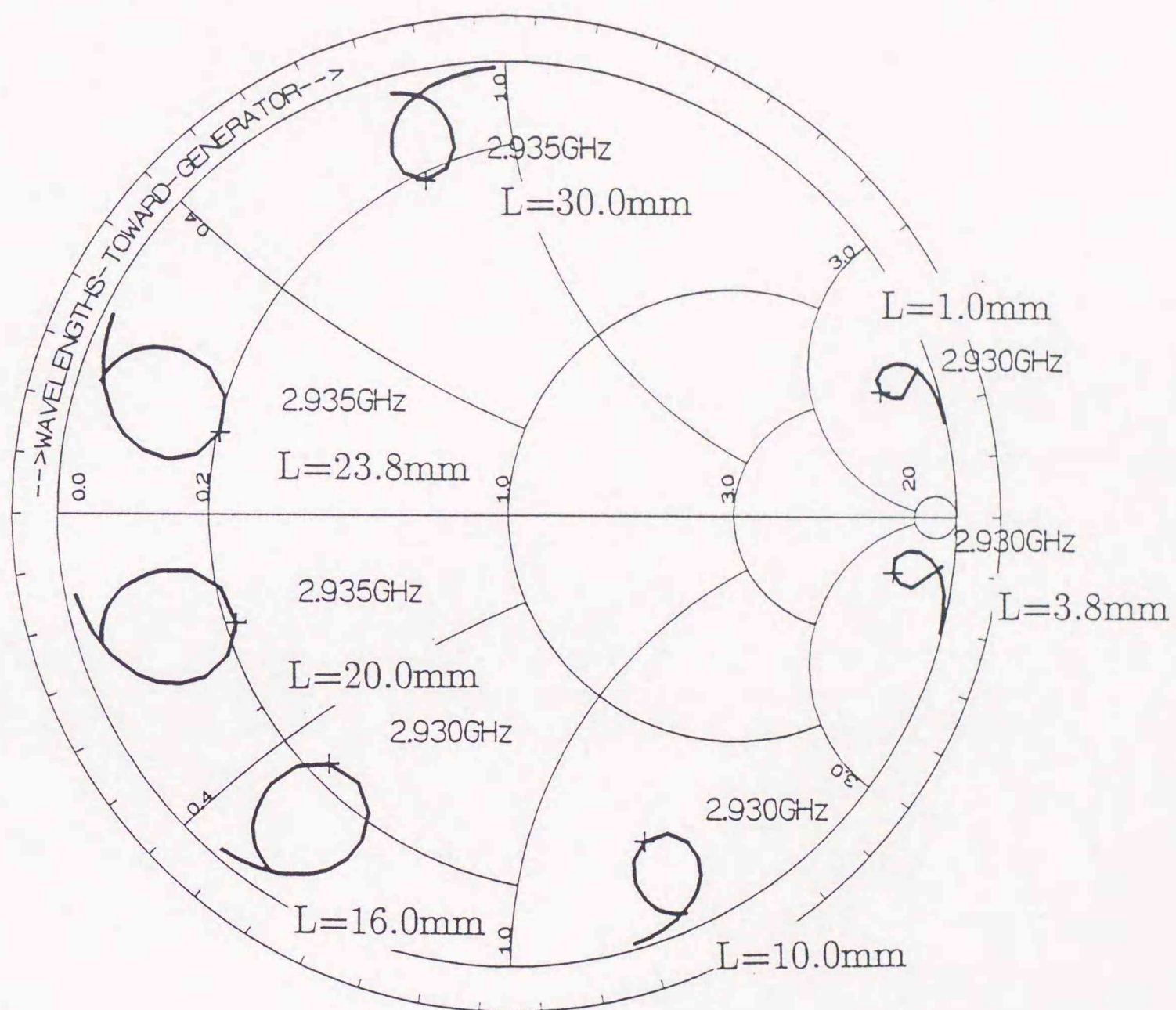


図 4.32: 正方形パッチ入力特性

值的に解析できたことにより厳密な解析が可能となった.

Chapter 5

結論

本論文は，リモートセンシングなどの分野で求められる偏波切替型のアンテナのひとつである PMA の解析手法を確立し，その物理的特性を明らかにしたものである．このために，多層平面構造をもつマイクロストリップアンテナの解析に有用であり，現在盛んに研究が行なわれているスペクトル領域法を導入した．PMA は給電線による入力特性，偏波特性への影響，更に間隙を介して表面波による強い結合が予想されるため従来の手法では厳密な解析が不可能であった．スペクトル領域法は厳密な Green 関数を数値解析中に導入しているため，空間波による結合だけではなく表面波による結合など，すべての電磁界現象を考慮した full-wave 解析が可能である．しかし，電流基底選択，配置など解析対象のモデル化にその解析の精度，計算速度は大きく依存する．また，スペクトル領域法は波数領域におけるリアクションの数値積分を伴うため，極における発散，積分空間が 2 次元空間全面にわたる積分を取り扱うことによる収束性の問題など，これを慎重に取り扱うことが必要となる．

また，本論文は，マイクロストリップアンテナの解析手法のひとつであるスペクトル領域法が，平面型 2 層構造の方形マイクロストリップアンテナの解析において非常に有用であることを明らかにした．

マイクロストリップアンテナは小型，軽量という特徴を持ち，近年盛んに研究，実用化が行なわれているアンテナ素子である．このマイクロストリップアンテナの解析法として

はスペクトル領域法以外にもいくつか知られており、盛んに研究が行なわれている。空間回路網法、FD-TD法などの数値シミュレーションは計算量が大きくなる傾向があるが、応用範囲が広く、また比較的容易に解が得られる長所を持っている。これに対してスペクトル領域法に代表されるモーメント法を根底とした解析法は、電磁界現象の物理的な意味の把握が可能であることから、解析対象のもつ電磁界現象全般を捉えることが可能となる。

第一章では、本論文で解析を行なった薄型アンテナの定義とその背景および概要について述べた。

第二章では、本論文で用いた解析法であるスペクトル領域法の概要と完全な定式化を行なうとともに、実際に解析対象のモデル化を行なう際に必要となる各種電流基底関数について述べた。

第三章では、スペクトル領域法を拡張して複素共振周波数を求めるための定式化を行ない、実際にいくつかのモデルについて複素共振周波数解析をおこない、その妥当性を論じた。複素共振周波数解析を行うことにより、低利得、高 Q という特徴をもつマイクロストリップ素子単体を効率的に動作させうる設計が可能となる。PMAは非常に狭い間隙をもち、素子間の強い結合が存在するため、スペクトル領域法を適用する場合にも、リアクション積分の取り扱いに慎重を要する。本章では、本解析法がPMAにも有効であることを明らかにした。これにより、PMAの共振周波数、帯域を厳密に評価できるようになった。

第四章では、マイクロストリップアンテナの給電法の1形態であるPMAの数値解析をスペクトル領域法を用いて行なった。PMAはこれまで実験等によりその特性を把握してきたが、スペクトル領域法を用いる事によりその厳密な設計が可能となった。また、従来の解析では不可能であった偏波特性、共振状態以外での特性も、物理的考察が可能であるというスペクトル領域法の長所を生かして解析が可能となったことは、将来の本モデルの整合問題等の解決に役立つであろう。また、ここで用いた解析手順は普遍的な物であり、他のモデルへの応用も可能であると考えられる。

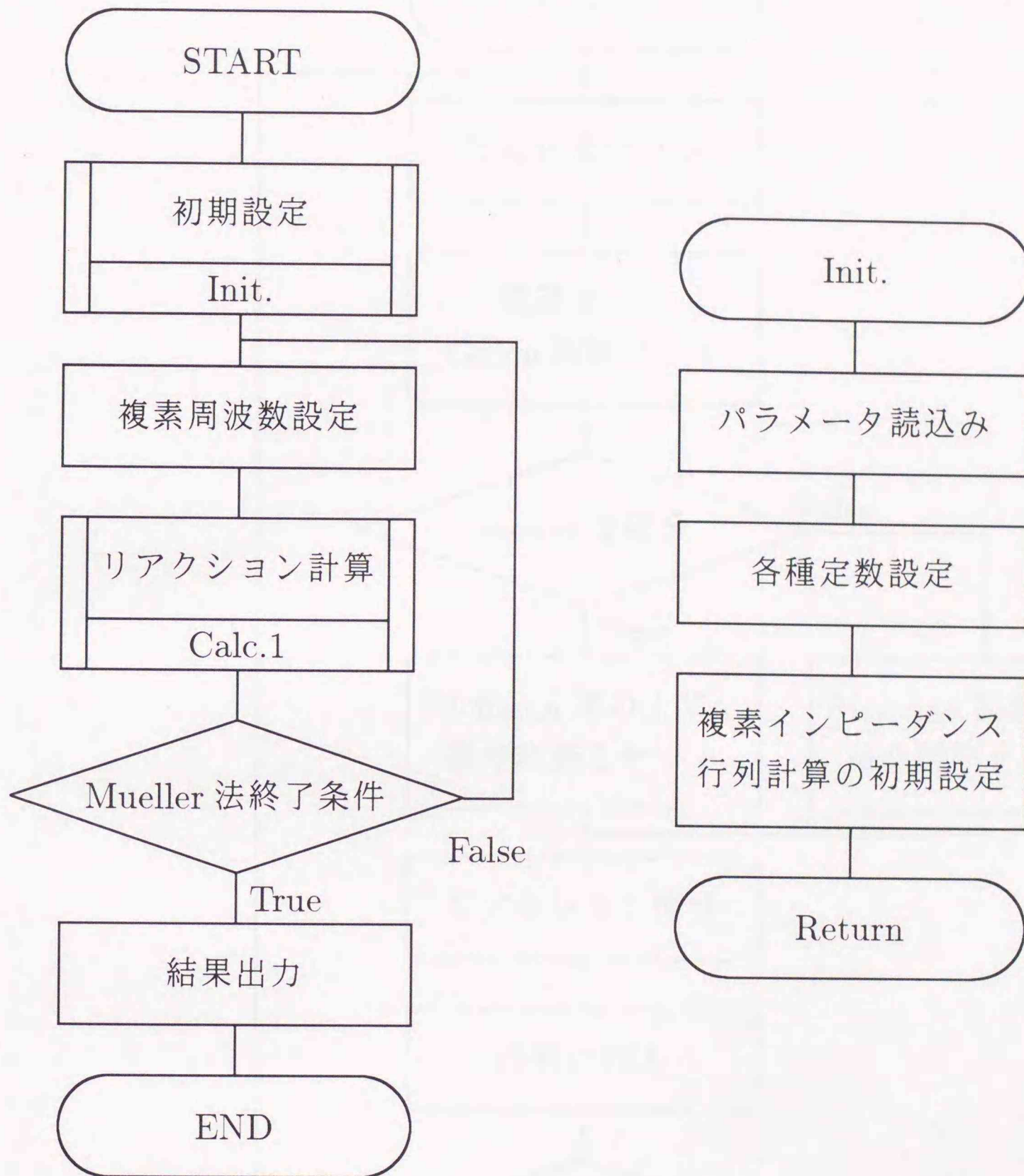
以上、本研究では偏波切替可能な素子であるPMAの解析に関する基礎研究を行なったものである。本研究によりPMAの解析手法が確立されたことにより、本素子の応用に少なからず貢献、寄与するものと期待される。

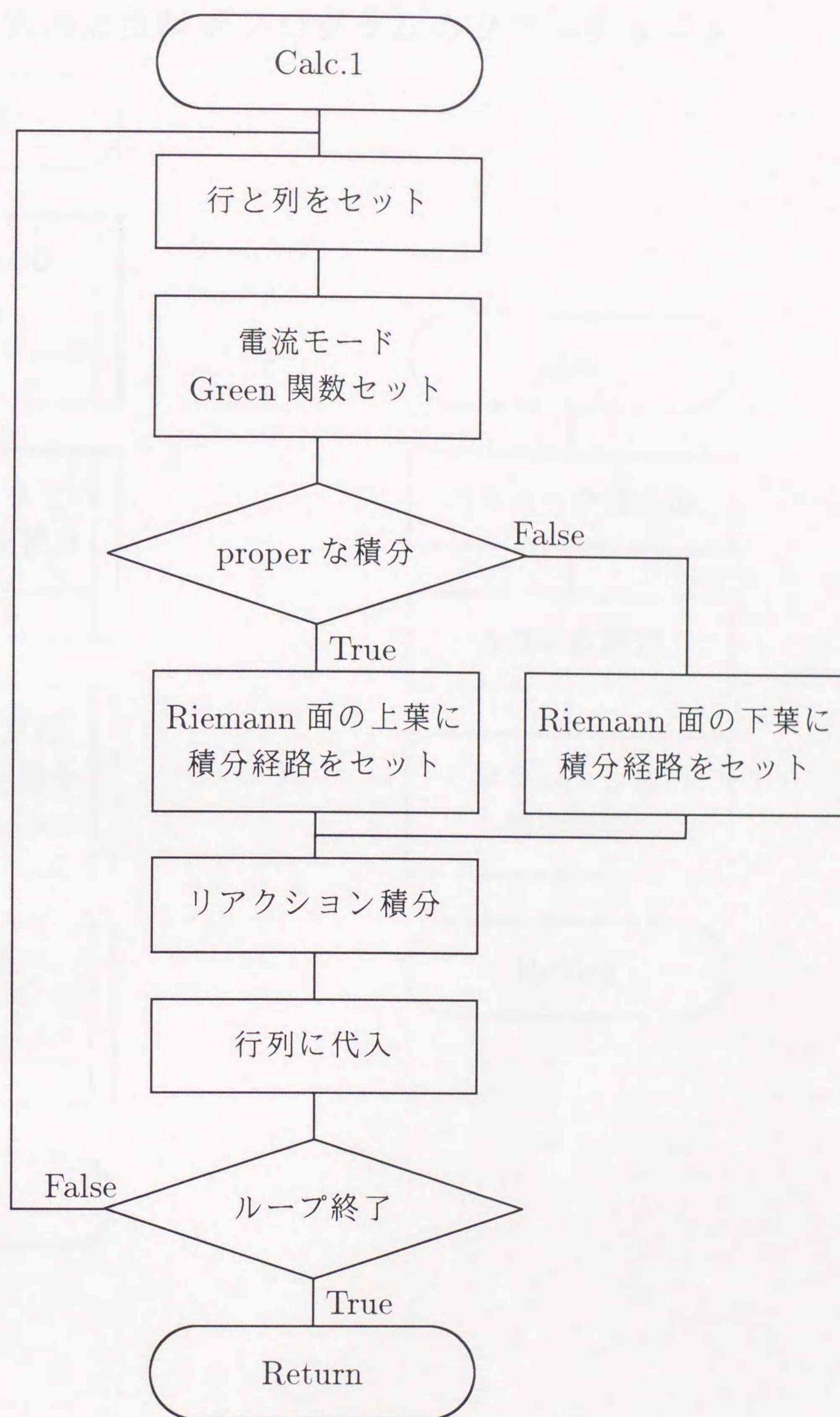
Appendix A

フローチャート

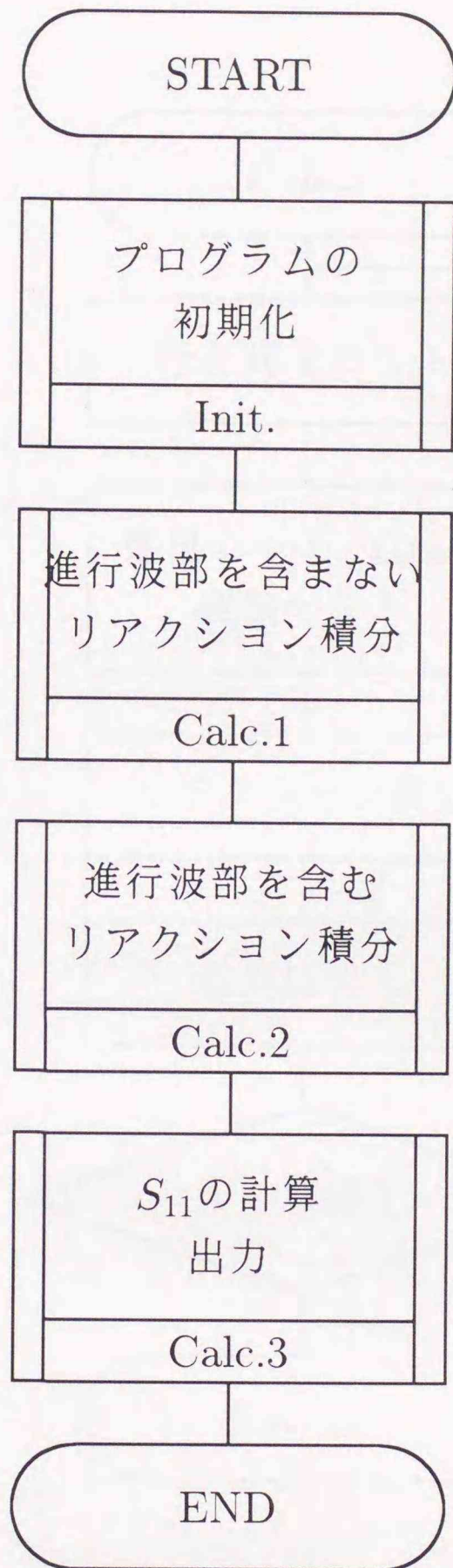
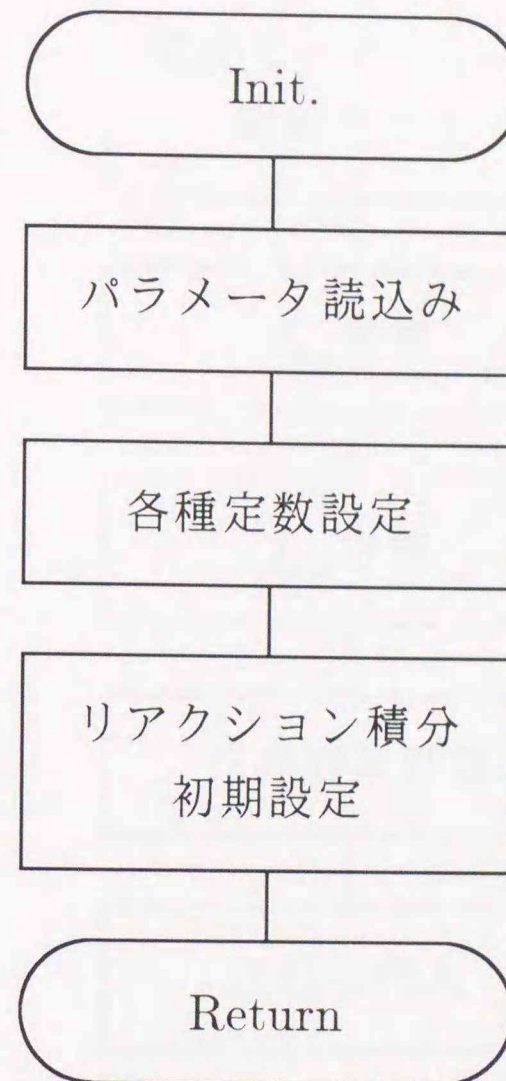
本章では，実際に本論文の解析に使用したプログラムを解説する．第3章および第4章の解析に使用したプログラムは，細部は異なるものの，ほぼ同一のプログラムを使用している．プログラムでもっとも注意が必要であり，また差異が生じるところがリアクションの数値積分である．複素共振周波数解析の際には，Riemann面の構造を把握した上で積分経路を設定し，また，Green関数の極が k_ρ 平面の実軸上方へ移動するため，これに対応する必要がある．また，PMA解析のように実周波数を取り扱う場合は，表面波極が k_ρ 平面実軸上にあるため，この部分の処理が必要となる．しかし，最も解析結果に影響を及ぼす k_ρ が大きい部分での積分値の収束に関する手法はほぼ同一であり，ほとんど同じアルゴリズムを使用することができる．ここではふたつのプログラムのフローチャートを提示する．

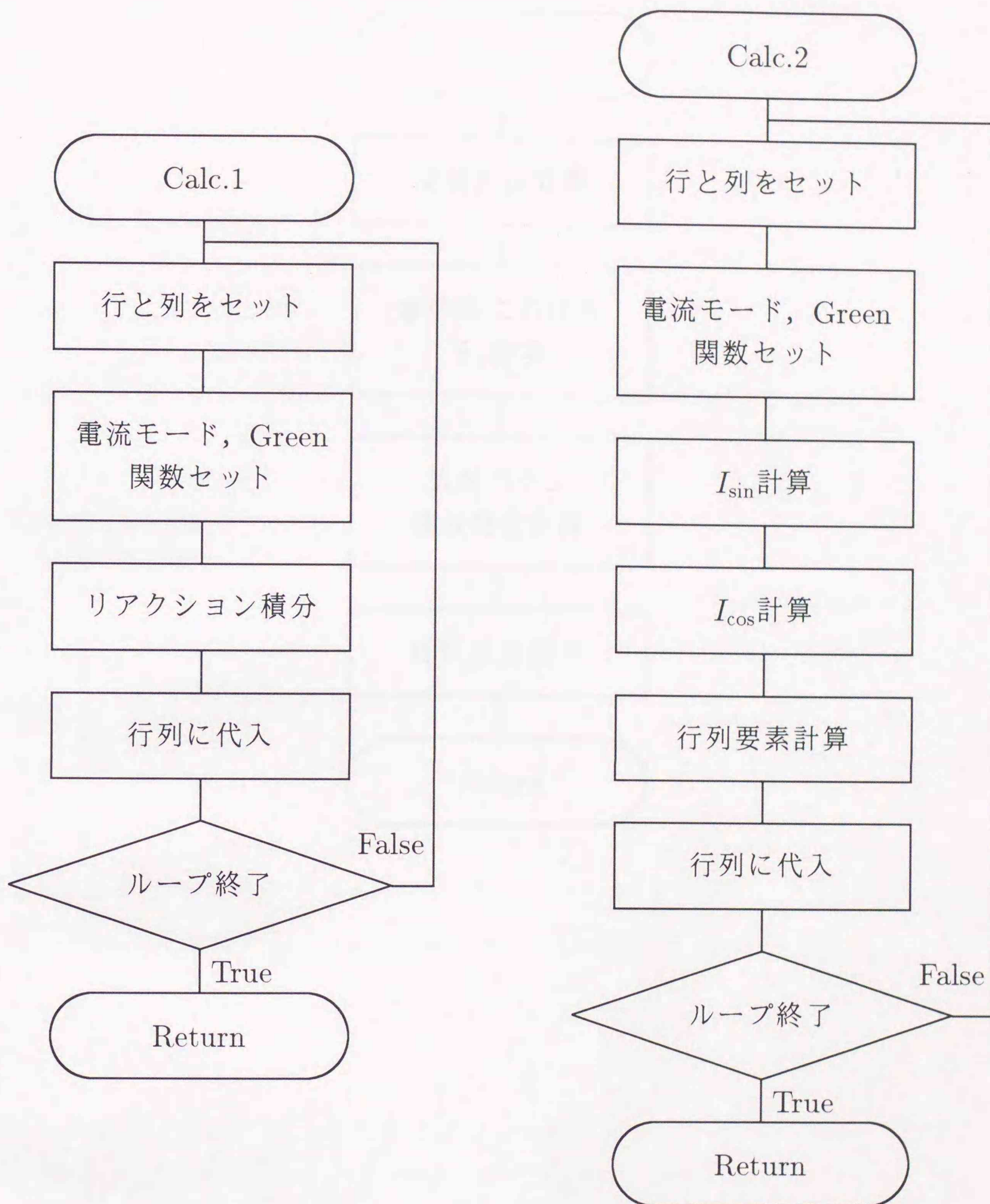
A.1 複素共振周波数解析プログラムのフローチャート

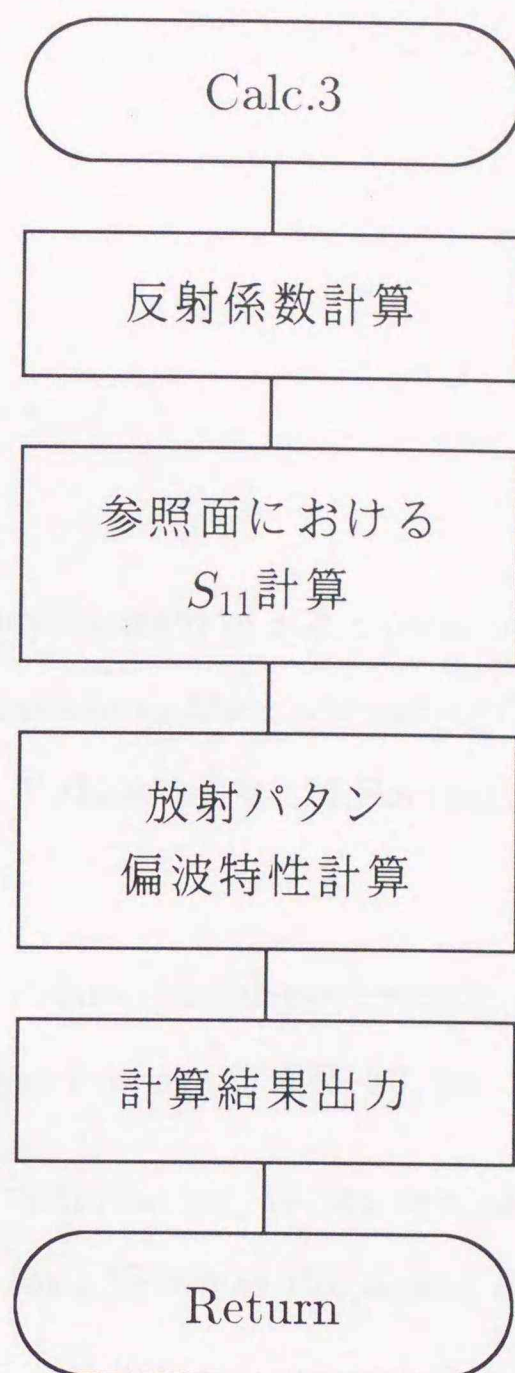




A.2 複素共振周波数解析プログラムのフローチャート







Bibliography

- [1] W.-M.Boerner: "Historical development of radar polarimetry, incentives for this workshop, and overview of contributions to these proceedings", Direct and Inverse Methods in Radar Polarimetry Part 1 (Eds. by W.-M.Boerner and et al.), Kluwer Academic Publishers., pp. 1-32 (1982).
- [2] W.-M.Boerner and et al.: "Polarization dependence in electromagnetic inverse problems", IEEE Trans., Antennas Propagat., **AP-29**, pp. 262-271 (1981).
- [3] W.-M.Boerner and et al.: "Introduction to the special issue on inverse methods in electromagnetics", IEEE Trans., Antennas Propagat., **AP-29**, pp. 185-189 (1981).
- [4] K.Itoh: "Polarimetric integrated antennas composed of microstrip patches", Direct and Inverse Methods in Radar Polarimetry Part 2 (Eds. by W.-M.Boerner and et al.), Kluwer Academic Publishers., pp. 1335-1348 (1982).
- [5] 伊藤, 手代木: "薄型アンテナの現状と動向", 信学論 (B), J71-B, 11, pp. 1217-1227 (1988).
- [6] N.G.Alexopoulos: "Integrated-circuit structures on anisotropic substrates", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-33**, pp. 847-881 (1985).
- [7] E.Yamashita, K.Atsuki and T.Ueda: "An approximate dispersion formula of microstrip lines for computer-aided design of microwave integrated circuits", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-27**, pp. 1036-1038 (1979).

- [8] T.Itoh and R.Mittra: "Spectral domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-21**, pp. 496-499 (1973).
- [9] Y.Rahmat-Samii, T.Itoh and R.Mittra: "A spectral domain analysis for solving microstrip discontinuity problems", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-22**, pp. 372-378 (1974).
- [10] J.B.Davies and D.Mirshekar-Syahkal: "Spectral domain solution of arbitrary coplanar transmission line with multilayer substrate", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-25**, pp. 143-146 (1977).
- [11] T.Itoh: "Spectral domain immittance approach for dispersion characteristics of generalized printed transmission line with multilayer substrate", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-28**, pp. 733-736 (1980).
- [12] 今村: "物理とグリーン関数", 岩波全書 (1978).
- [13] S.Scott: "THE SPECTRAL DOMAIN METHOD IN ELECTROMAGNETIC", ARTECH HOUSE (1989).
- [14] J.Meixner: "The behavior of electromagnetic fields at edges", IEEE Trans, Antennas Propagat., **AP-20**, pp. 442-446 (1972).
- [15] R.H.Jansen: "High speed computaton of single and coupled microstrip parameters including dispersion, higher order modes, loss and finite strip thickness", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-26**, pp. 75-87 (1978).
- [16] D.M.Pozar: "Input impedance and mutual coupling of rectangular microstrip antennas", IEEE Trans. Antennas Propagat., **AP-30**, 6, pp. 1191-1196 (1982).

- [17] L.P.Schmidt and T.Itoh: "Spectral domain analysis of dominant and higher order modes in finlines", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-28**, pp. 981-985 (1980).
- [18] D.Mirchekar-Syahkal and J.B.Davies: "Accurate solution of microstrip and coplanar structures for dispersion and for dielectric and conductor losses", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-27**, pp. 694-699 (1979).
- [19] D.Mirchekar-Syahkal and J.B.Davies: "An accurate, unified solution to various finline structures, of phase constant, characteristic impedance, and attenuation", IEEE Trans, Microwave Theory Tech., **MTT-30**, pp. 1854-1861 (1982).
- [20] 原: "方形薄型空洞スロットアンテナの数値解法とその応用", Master's thesis, 北海道大学大学院工学研究科電子工学専攻 (1977).
- [21] 中村: "インテグレートッドアンテナに関する基礎研究", Master's thesis, 北海道大学大学院工学研究科電子工学専攻 (1990).
- [22] 小西: "マイクロ波回路の基礎とその応用 - 基礎知識から新しい応用まで -", 総合電子出版社 (1990).
- [23] J.R.Mosig: "The finite element method", Numerical Techniques For Microwave And Millimeter-Wave Passive Structures (Ed. by T.Itoh), John Wiley & Sons, chapter 1 (1989).
- [24] 羽石: "プリントアンテナに関する研究", Master's thesis, 北海道大学大学院工学研究科電子工学専攻 (1985).
- [25] 羽石, 伊藤: "間隙を介して給電されるマイクロストリップアンテナ", 信学論 (B), J68-B, 12, pp. 1475-1481 (1985).
- [26] K.Itoh and H.Ohtsuka: "New polarization switching technic of microstirp antenna", 12th European Microwave Conf., Helsinki, Finland (1982).

- [27] K.Itoh, Y.Mikuni and S.Kensei: "A micro-strip antenna.", Vol. 0066094., European Patent. (1982).
- [28] T.Itoh and W.Menzel: "A full-wave analysis method for open microstrip structures", IEEE Trans., Antennas Propagat., **AP-29**, pp. 63-68 (1981).
- [29] 森田: "電磁波概論", 金原出版 (1961).
- [30] D.M.Pozar: "Full-wave analysis method of open-end gap discontinuities", IEEE Trans., Microwave Theory Tech., **MTT-33**, pp. 1036-1042 (1985).
- [31] C.A.Balanis: "Antenna Theory - Analysis and Design -", John Wiley & Sons, New York (1982).
- [32] V.H.Rumsey: "Transmission between elliptically polarized antennas", Proc. I.R.E., **5**, pp. 535-540 (1951).
- [33] 大塚: "パッチアンテナに関する考察", Master's thesis, 北海道大学大学院工学研究科 電子工学専攻 (1983).

謝 辞

本論文をまとめるにあたり，終始御指導，御鞭撻を賜った北海道大学工学部電子工学科
伊藤精彦教授 に深謝致します。

また，有益な御検討，御助言を頂きました北海道大学工学部電子工学科 小川 吉彦教授，
小柴 正則教授，小川恭孝助教授 に感謝の意を表します。

最後に，日頃，種々御討論，御援助，頂きました本学工学部電子工学科電波伝送工学講
座諸氏に感謝致します。

研究業績一覧

[論文]

- 宮崎, 伊藤, “間隙を介して給電される偏波切替マイクロストリップアンテナのスペクトル領域解析”, 電子情報通信学会, 論文誌 (B-II), Vol.J78-BII, No.2

[研究会報告]

- 宮崎, 伊藤, “間隙を介して給電される偏波切替マイクロストリップアンテナのスペクトル領域解析”, 電子情報通信学会技術研究報告アンテナ伝搬研究会, pp.7-14, A-P 93-101 (1993-12).

[支部大会]

- 宮崎, 伊藤, “スペクトル領域法によるマイクロストリップ共振系の複素周波数の解析についての考察”, 平成3年電気関係学会北海道支部連合大会, 107 (平成3年10月).
- 宮崎, 伊藤, “間隙を介してダイポールによって励振されるマイクロストリップアンテナのスペクトル領域法による解析”, 平成4年電気関係学会北海道支部連合大会, 145 (平成4年10月).
- 宮崎, 伊藤, “半無限マイクロストリップ線路により給電されるマイクロストリップアンテナの解析”, 平成5年電気関係学会北海道支部連合大会, 194 (平成5年10月).

