HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	自由剪断乱流の組織構造とその低周波数変調
Author(s)	石川, 仁
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第4098号
Issue Date	1997-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3122256
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51411
Type	doctoral thesis
File Information	000000307447.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

自由剪断乱流の組織構造と
その低周波数変調

石川　仁

0

自由剪断乱流の組織構造とその低周波数変調

石川　仁

目 次

第1章 序 論 **1**

1.1 乱流の組織構造 1

1.2 ウェーブレット変換とPOD 4

1.3 本論文の目的と概要 6

1.4 主な記号の定義 9

第2章 実験装置および方法 **11**

2.1 実験概要および座標系の定義 12

2.2 風洞 14

2.2.1 風洞概略 14

2.2.2 風洞特性 15

2.2.3 供試物体 15

2.3 計測装置 19

2.3.1 流速測定装置 19

2.3.2 データ処理装置 19

2.4 乱流後流の基本構造 21

2.4.1 時間平均速度および乱れ強さ分布 21

2.4.2 中間後流領域の規定 21

第3章 ウェーブレット変換とPOD **26**

3.1 ウェーブレット変換 27

3.1.1 基礎理論 27

3.1.2 ウェーブレット変換の導出 28
3.1.3 乱流研究への応用 33
3.2 POD (Proper Orthogonal Decomposition) 34
3.2.1 基礎理論 34
3.2.2 PODの導出 35
3.2.3 乱流研究への応用 36

第4章 乱流後流の低周波数変調 **38**
4.1 低周波数変調に関する研究例 39
4.2 速度変動波形のウェーブレット変換 41
4.3 ウェーブレット変換の有効性 46
4.4 $|W|$ を時系列としたスペクトル解析 51
4.5 主流方向測定位置およびレイノルズ数の影響 59
4.5.1 主流方向測定位置の影響 59
4.5.2 レイノルズ数の影響 59
4.6 考察 62
4.7 第4章の結論 66

第5章 乱流混合層の組織構造 **67**
5.1 乱流混合層速度変動データベースについて 68
5.1.1 実験概要および座標系の定義 68
5.1.2 乱流混合層の $y-t$ 平面における基本構造 69
5.2 PODの固有値 $\lambda^{(n)}$ の評価 75
5.3 PODの固有関数分布 77
5.3.1 $\psi^{(1)}$〜$\psi^{(3)}$ による構造 77
5.3.2 $\psi^{(4)}$〜$\psi^{(12)}$ による構造 78
5.4 PODによる速度変動の再構成 81
5.5 $y-t$ 平面内の構造 85

5.5.1 $y-t$ 平面内の渦度分布 85
5.5.2 $y-t$ 平面内渦度分布に対するウェーブレット変換 85
5.6 POD のモードによる再構成波形の変化 90
5.7 考察 94
5.8 第 5 章の結論 95

第6章 乱流混合層のスパン方向の構造 **96**
6.1 乱流混合層のスパン方向の基本構造 97
6.1.1 スパン方向平均速度分布および乱れ強さ分布 97
6.1.2 速度変動 u のスペクトル 97
6.2 POD による解析 101
6.2.1 固有値 $\lambda^{(n)}$ の評価 101
6.2.2 POD による再構成波形 103
6.3 ウェーブレット変換による解析 115
6.3.1 特定スケールのウェーブレット変換による構造抽出 . . . 115
6.3.2 乱流混合層の低周波数変調 115
6.4 考察 120
6.5 第 6 章の結論 121

第7章 結論 **122**

参考文献 **125**

謝 辞 **132**

第1章　序　論

1.1　乱流の組織構造

Kline et al. [1] による乱流境界層のバースティングの発見以来, 乱流研究の主題がそれまでの統計理論の確立から, 組織構造の解明に移っていったことは歴史的事実である. これは統計理論が(一様等方性乱流という特殊な流れ場においては) ほぼ確立できたことや, むしろ組織構造こそが, 乱流の本質である混合・拡散作用やエネルギーの生成等に大きな役割を果たしていることが明らかになったためである. (しかし, 人が理解しがたい不規則な場から, 自分が認識できる何らかの構造を見い出そうとすること, たとえば, 空にただよう雲を何かの形にあてはめること, とか満天の星空の中から星座を創り出そうとすること, は人の科学的好奇心という本能なのかもしれない. 流体力学の世界では, 理解しがたい不規則な場 =「乱流」であり, 認識できる構造 =「組織構造」なのである.)

では,「乱流の組織構造」とはいったい何か? 木田 [2]は,「秩序構造」という言葉を「組織構造」と同義で用いて

「激しくランダムに変動する流れ場の中に, 比較的長く個性を保って存在するなにがしかの構造」

としている. 日野 [3] によれば,

「…流れの幅や厚さなど, 全体的スケールと同程度の大きなスケールの共通な構造が存在すること, それが現実の(乱流の)特徴であり, 乱れを作り出し維持する重要な役割を担っている…」

というように,構造性の乱流運動を組織構造と呼んでいる.「乱流現象の科学」[4] では,

「規則的ではないまでも,流れの尺度と同程度のスケールを持った運動」

と述べられている.いずれも漠然とした意味を残したままで,明確な定義はおこなわれていない.

ここで著者は,以下の特性をもつものを「乱流の組織構造」と呼ぶことにする.

「乱流の組織構造とは,時間的空間的に不規則な流れ場の中に見られる,

(1) 流れ場と同程度のスケールの構造(大規模構造)

(2) 流れ場に周期的に現れる構造(周期的構造)

(3) そのエネルギーが流れ場全体のエネルギーに対し,大きな構造(支配的構造)

の条件のうち,少くとも一つを満たすような構造のことをいう.」

一様流中の2次元物体から周期的に放出されるカルマン渦列,乱流混合層において下流方向に発達していく横渦列,乱流境界層における境界層厚さとほぼ同スケールの構造など,これらはどれも組織構造である.組織構造については,Cantwall [5] の優れた総説がある.

本研究が取り扱う流れ場は,乱流後流と乱流混合層である.いずれも大規模渦による組織構造が観察される,代表的な自由剪断乱流である.乱流後流では円柱表面からの境界層の剥離,乱流混合層ではケルビン・ヘルムホルツ不安定による擾乱の成長と,大規模渦の生成プロセスは異なるが,渦が主流と直角なスパン方向に発達した2次元構造や隣接した渦どうしの合体,渦による周囲流体の取り込み(エントレイメント)等共通な構造をもつことで知られている.

先にも述べたように,現在では,まずこの組織構造を解明することで,本来の乱流研究の目的である流れ場の予測をおこなおうとしてきた.しかし組織構造の詳細が明らかになるにつれ,組織構造自体の持つ新たな性質を考慮しなければ説明できないことが多くなってきた.それは組織構造の非定常性(不規則性や間欠性)といわれる性質である.

例えば,カルマン渦列は,その形成(放出)過程が周期的であることで知られている.しかし実際には,放出渦の個性(放出周波数,循環,渦核半径,中心位置)は時間的に変動しており,完全に同じではない.極端な場合には,渦が消滅する場合もある.このような時間的非定常性は,カルマン渦列の「ゆらぎ」の構造と呼ばれる.円柱を流れの中に2本平行に置くと,前方円柱からの渦放出が周期的におこなわれるモードと,前方円柱からの剥離が後方円柱に再付着するモードが不規則におこる.このいわゆる双安定流れ[6]とよばれる状態は,時間的非定常性の概念を導入しなけば説明ができない.また組織構造は,時間的非定常性だけでなく空間的な非定常性を併せもつ.実際,Kline et al.[1]の論文でも,出現するバースティングのスパン方向の間隔については,明らかにされていない.このように,組織構造を抽出し,その非定常性をふまえなければ乱流の完全なる記述をおこなうことは難しい.(そのための別の形での試みが,カオス理論の展開である.)換言すれば,組織構造の非定常性こそが乱流の本質的な特性の一つなのである.一般に,非定常性は高レイノルズ数流れに多く観察され,比較的長いスケールの変動,低周波数変調として現れる.この低周波数変調の程度が明らかになれば,より精度の高い流れ場の予測が可能になる.

1.2 ウェーブレット変換と POD

組織構造を抽出する方法としては, 条件付抽出法 (Antonia [8]) がよく用いられてきた. これは特定の乱流信号をトリガーと規定し, このトリガーを検出用プローブが捕らえた時のみ, 他の測定用プローブにより流れ場の測定をおこない (条件付抽出), その信号の集合平均から組織構造を類推する方法である. 流れに周期性があるときは, 位相平均法により組織構造が抽出できる. これは周期的に検出される基準信号をもとに位相を決定し, 時間平均構造から組織構造を抽出する方法である. この 2 つの方法は, 単なる乱流の統計量 (時間平均速度, r.m.s. 値等) による解析よりは, 組織構造を抽出するという点でははるかに優れている. しかし非定常性への追従を考えると, やはり時間平均の原理にたよっているため失われる情報も多い. たとえば, 条件付抽出法では明確な組織構造が形成された場合しか測定はおこなわれないし, 位相平均法では組織構造が空間的な非対称性を持つ場合には, その対称性は時間平均構造の中に埋没してしまう.

Kline et al. [1] による乱流境界層のバースティングは, 水素気泡による可視化法によりなされた. これは可視化法が組織構造の抽出に優れていて, さらには瞬時構造を捕らえることで, 非定常性への追従が可能であったからにほかならない. 可視化法では, この他にも Brown & Roshko [7] による乱流混合層の大規模渦とその内部の微細構造や, 渦の合体のプロセスが明らかになるなど, 大きな成果がえられている. しかし, より詳細な解明のためには, やはり定量的データを扱う必要があろう. すなわち速度変動等のデータから組織構造が抽出でき, さらにはその非定常性を保存できるような手法が期待されるのである.

本研究では 2 つの解析方法を採用した. 第 1 の方法はウェーブレット変換である. (本来, ウェーブレットとは持続時間の短い波束, 波粒のことをいう.) フランス人技士 J.Morlet は人工地震波を FFT 処理してえられる地層断面図から石油の埋蔵量を計算する仕事をしていて, 断面画像の精度を上げるため

に,“サウンド・オクターブ変換”と呼ばれる画像処理手法を考案した (Morlet et al. [9]). これが現在のウェーブレット変換と呼ばれているものである. 従来まで, 乱流研究での信号処理手法といえば, FFT(高速フーリエ変換) がよく用いられてきた. しかし FFT はその信号の周波数情報を最大限に引き出すため, 局所的な時間情報 (その周波数成分が解析時間上でいつ出現したか, すなわち時間的非定常性) を失うという性質をもつ. 非定常性が乱流の組織構造を性質の一つであるとすれば, これは大きな弱点となってしまう. これに対しウェーブレット変換は最大の特徴として, その信号中の様々な周波数成分を, もとの時間軸情報を失わずに抽出できる. これはまさに乱流中の組織構造の抽出と評価, その非定常性の研究に最適なものの一つといえよう. この性質をいかし大気乱流 (Yamada & Ohkitani [10]) 乱流境界層 (大田黒ら [11]) や一様等方性乱流の慣性小領域の微細構造 (Argoul et al. [12]) の研究に, ウェーブレット変換が使われている.

第 2 の方法は POD (Proper Orthogonal Decomposition), 固有関数展開法である. POD は Lumley [13] により, 客観的に組織構造を抽出する方法として提案された. ある関数系を, テイラー展開では高次の導関数を係数とするべき関数で, フーリエ展開では正弦・余弦関数で展開できるように, POD では関数系, すなわち解析する乱流場を, 固有値, 固有関数で表される成分に展開する. この固有値, 固有関数は乱流場の構成成分のエネルギー寄与に相当するので, 任意の次数もの (POD でモードという) のみから再構成することで, 支配的な構造, すなわち組織構造を抽出することが可能となる手法である. POD を用いた乱流組織構造の研究としては, Payne & Lumley [14] の円柱後流に関するもの, Aubry et al. [15] の乱流境界層に関するものがある. これらは新しい乱流解析手法であり, また, 乱流場をウェーブレット変換では, ウェーブレット基本関数という小さな変動成分に, POD では固有関数というエネルギー的な構成成分に展開するという点では, ともに関数展開法の一種と考えてよい.

1.3 本論文の目的と概要

本論文は,自由剪断乱流の組織構造とその非定常構造の解明を目的としている.代表的な自由剪断乱流である,乱流後流と乱流混合層の速度変動から,ウェーブレット変換とPODという2つの方法を用いて解析をおこない,大規模渦による組織構造の抽出を試みる.さらに高レイノルズ数の乱流組織構造の本質的な特性とされる非定常な構造について,その低周波数変調のスケールを明らかにすることで議論をおこなう.また2つの方法の結果の比較をおこない,得られる構造の差異についても検討する.このことはウェーブレット変換とPODが,乱流研究において,ともに新しい知見を得られる方法と期待されるので,その工学的意義も大きい.

本論文は,結論を含めて7章から構成されている.その概略は以下の通りである.

第1章は序論であり,自由剪断乱流の組織構造,本論文の目的および構成について述べている.

第2章では,本研究で使用した風洞,実験装置および実験方法について述べている.特に,乱流後流に関してはカルマン渦列による組織構造を対象としている.よって速度変動の測定は,カルマン渦列が明確に規定できる中間後流領域でおこなうのが望ましい.本章では,まず乱流後流の基本構造について述べ,測定されたデータから中間後流領域の定義をおこなっている.

第3章では,本研究で解析方法として採用したウェーブレット変換とPODの基礎理論について述べている.またそれぞれの既存の研究について述べている.

第4章では,乱流後流の組織構造,すなわちカルマン渦列とその低周波数変調について議論している.カルマン渦列を含む速度変動に対し,ウェーブレット変換による解析をおこない,ウェーブレット係数の絶対値 $|W|$ が渦列に生じた低周波数変調を表していることを示している.ウェーブレット基本

波形としては, 複素関数の Morlet ウェーブレットを採用している. さらに特定スケール(カルマン渦列のスケール成分に相当する) のウェーブレット変換をおこない, 結果の $|W|$ を時系列としてスペクトル解析をおこなうことで, 低周波数変調の程度が明らかになることを提案している. 実際に解析おこなうに際し, まず代表的なサンプル波形に対し同様な解析し, その有効性を検討している. その結果, 乱流後流の速度変動には, カルマン渦列の放出周波数の 1/25 の低周波数変調が存在することを明らかにした. またその発生要因が乱流後流中に発達する 3 次元構造であるとの考察をおこなっている.

第 5 章では, 乱流混合層の組織構造である横渦について議論している. POD による解析では, 支配的な構造の抽出するために固有値, 固有関数の評価をおこなっている. その結果, 固有関数の第 1 項目のみによる再構成 (POD 1 mode) で, 組織構造を抽出できることを明らかにした. さらに POD 1 mode の再構成波形と原波形による構造の差異を, r.m.s 値や瞬時渦度場から比較検討している. ウェーブレット変換による解析では, 渦度場の時系列変化に対して横渦のスケールに相当する周波数成分の解析をおこない, 横渦構造の低周波数変調の様子を観察する.

第 6 章では, 乱流混合層の横渦スパン方向の構造と, それに重畳する非定常構造について議論している. POD による解析では, 第 5 章同様, 固有値の評価から支配的な構造を抽出するための POD のモード数を決定する. その結果, 混合層外層領域では POD 1 mode で支配的構造が抽出できること, 混合層中心領域では POD 9 modes (固有関数の最初の 9 項による再構成) でも支配的な構造が抽出できないことを示した. また POD のモードを段階的に上げていくことによるスパン方向の構造の変化を速度変動により時空間構造から観察する. ウェーブレット変換では, ウェーブレットのスケールを横渦構造のスケールに固定して解析することで, POD 1 mode からは抽出できなかった混合層中心領域でのスパン方向の横渦構造を捕らえることができた. また, 第 4 章でおこなったのと同様な, 特定スケールのウェーブレット変換に

よる低周波数変調の解析をおこない,乱流混合層にも渦通過周波数の約 1/6 の低周波数変調が存在することを明らかにしている.

第 7 章は結論であり,本研究でえられた主要な結果についてまとめている.

1.4 主な記号の定義

a : ウェーブレット変換のスケールパラメータ

b : ウェーブレット変換のシフトパラメータ

d : 円柱直径

f_K : 乱流後流のカルマン渦放出周波数

f_V : 乱流混合層の大規模渦の通過周波数

Re : レイノルズ数 $(U_0 d/\nu)$

$R_{e\omega}$: 乱流混合層のレイノルズ数 ($\Delta U \delta_\omega/\nu$)

U : 主流方向の時間平均速度

U_0 : 乱流後流の主流速度

U_1 : 乱流混合層の低速側主流速度

U_2 : 乱流混合層の高速側主流速度

U_c : 乱流混合層の移流速度

ΔU : 主流速度差 ($= U_2 - U_1$)

u : 主流方向の速度変動成分

u' : 主流方向の速度変動成分の r.m.s. 値

v : 主剪断方向の速度変動成分

v' : 主剪断方向の速度変動成分の r.m.s. 値

$W(a,b)$: ウェーブレット係数

W_R : ウェーブレット係数の実数部

$|W|$: ウェーブレット係数の絶対値

x : 主流方向の座標

y : 主剪断方向の座標

z : スパン方向の座標

Δt : 変動波形のサンプリング時間間隔

δ_ω : 渦度厚さ ($= \Delta U/(dU/dy)_{max}$)

$\lambda_{u,v}^{(n)}$ ：POD の固有値 (u,v は主流方向および主剪断方向の速度変動を示す. n は POD の次数)

$\psi_{u,v}^{(n)}$ ：POD の固有関数

ψ_W ：基準ウェーブレット関数

ν ：動粘性係数

第2章　実験装置および方法

本章では,実験に使用した風洞,供試物体および主要計測装置について述べる. これらの測定装置は,主に乱流後流の解析に用いられたものである. 乱流後流のカルマン渦列では,後流内領域によって観察される渦列の成長過程(生成,発達および崩壊)がそれぞれ異なる. そのため,本節では円柱の乱流後流について,その基本構造を詳しく述べる.

2.1 実験概要および座標系の定義

実験は2次元円柱を供試物体としておこなった. 円柱の諸元については, 次節2.2.3において説明する. レイノルズ数 Re については, d と U_∞ を変化させることより, 2,500 ～ 10,000 の範囲で実験をおこなった.

図2.1に座標系と主な記号の定義を示す. 円柱中心を座標軸の原点にとり, 主流方向に x 軸, 円柱のスパン方向と主流方向の両者に直角に y 軸をとる. x 方向の時間平均速度を U, 速度変動成分を u, 変動成分の r.m.s. 値を u' とする. 速度変動の測定は, x 方向に $x/d = 2$～50, y 方向に $y/d = \pm 5$ の範囲についておこなった.

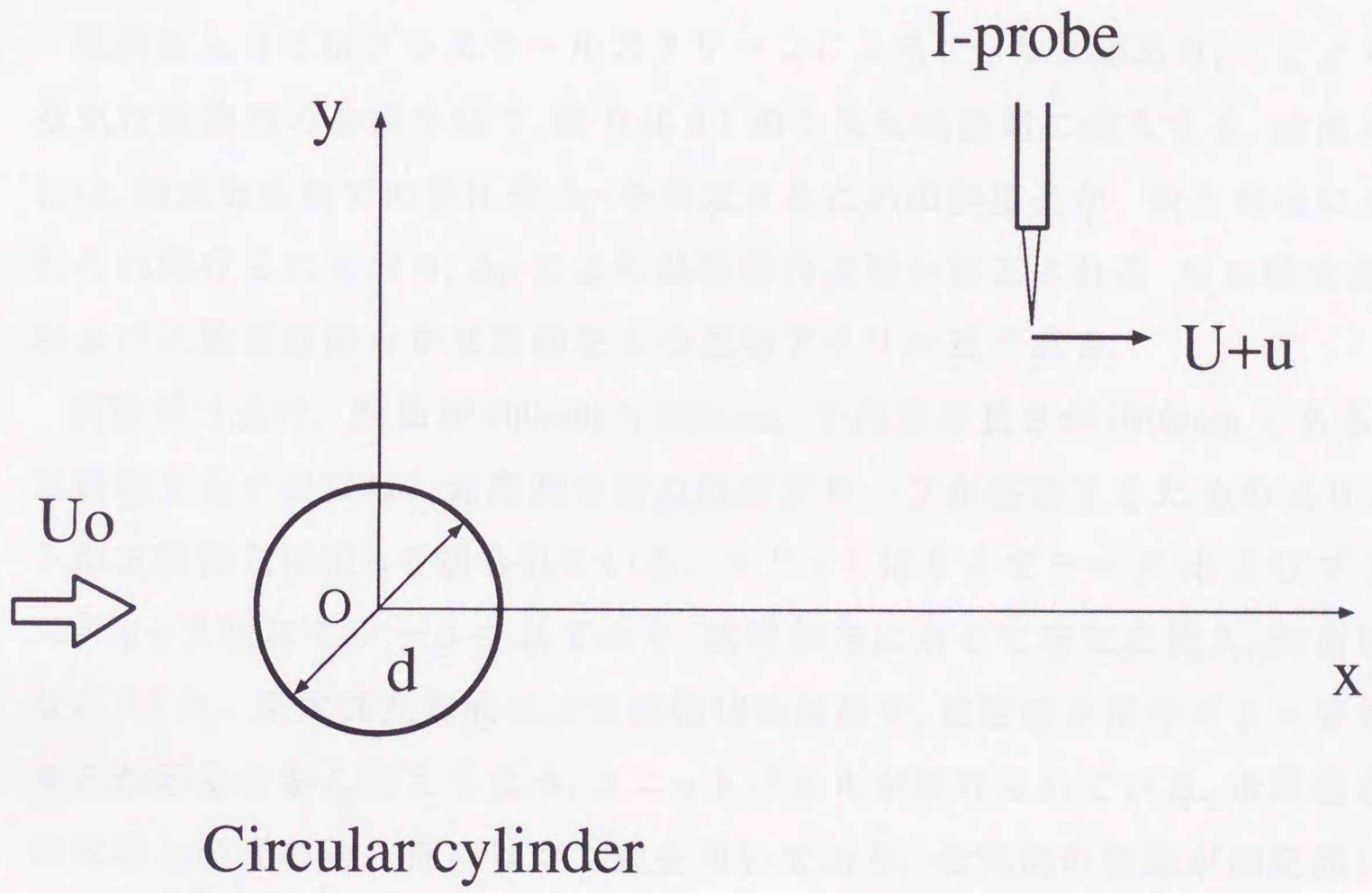


図 2.1　円柱後流, 座標系および主な記号の定義.

2.2 風洞

2.2.1 風洞概略

本研究では, 吸い込み型貫流風洞を使用した. その概観図を図2.2に, 全景図を図2.3に示す. この風洞は当研究室で設計, 製作したものである. 風洞は, フィルタ部, 縮流部, 試験部, ディフューザー部, 直線流管部, 送風機および風洞出口ディフューザから構成される.

風洞流入口にはグラスウールスクリーンによるフィルタがあり, ここより空気は整流用の金網を経て, 絞り比6:1の2次元縮流部に流入する. 縮流部には, 縮流部前後での静圧差 Δp を測定するための静圧孔が, 絞り前後にそれぞれ開けられており, Δp により試験部内流速が較正される. なお縮流部, および試験部は滑らかな表面をもつ透明アクリル製である.

試験部寸法は, 断面が400mm × 200mm, 主流方向長さが1010mmである. 試験部上面中央には, 速度測定用の熱線プローブが移動するためのスリットが主流方向に沿って切られている. スリットはすきまテープ, およびプラスティック板にてシールされており, 試験部内に対して空気の流入, 流出はない. また, 測定部左側面には供試物体の設置や, 速度較正用のピトー管の挿入が容易におこなえるよう, ユニットパネルが設けられている. 送風機と測定部との間の連結部にはゴム膜を用いており, 送風機の振動が測定部にまで伝わらないように工夫されている. 送風機はシロッコファンで, 3相交流モータによって回転する. モータの回転数は, インバータを介して0 ~ 120ppmまで調整可能であり, 流速を0 ~ 20 m/sの範囲で変化させることができる.

風洞出口にはディフューザが設置してある. ディフューザは, 送風機の流出口での急激な流路拡大による圧力損失の防止, および下流で生ずる擾乱の伝播による試験部内の乱れを減少させる役割を果たす.

2.2.2 風洞特性

図2.4に, 風洞試験部内における主流方向の時間平均速度 U の分布を示す. 実験をおこなう主流速度範囲内 $U_\infty = 8$ および 16 m/s では, 平均速度は良好な一様性を示している. これらの流速における主流乱れ度は 0.3 % 以下である.

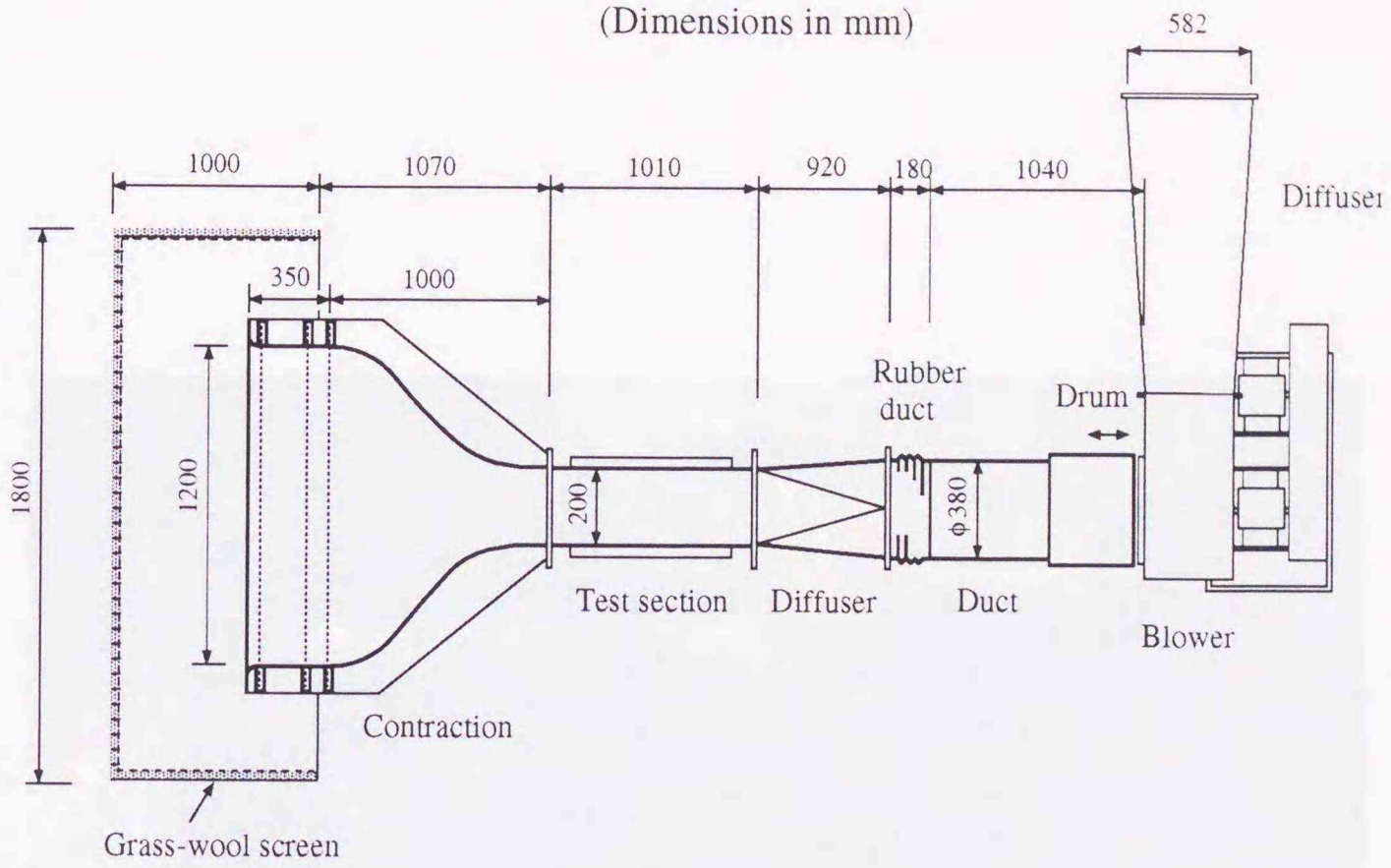
図2.5に, 主流乱れ強さ分布を示す. 測定位置は, 試験部入口から 50 cm 下流である. 主流乱れ強さも良好な一様性を示し, とくに $y/h < 0.6$ (h は風洞試験部高さの 1/2) の領域では, 乱れ強さは 0.3 % 以下である. 本研究で測定をおこなう円柱の後流幅は, $|y/h| < 0.6$ よりも十分小さく, よって主流の測定は一様中におかれた円柱に対するものと考えてよい.

2.2.3 供試物体

本研究では供試物体として, 2 次元円柱を使用した. これは滑らかな表面をもつ真鍮製である. 円柱直径 d は 5mm および 10 mm の 2 種類を用いた. 円柱の風洞試験部に対する拘束比は, それぞれ 0.0125 および 0.025 である. アスペクト比は, それぞれ 40 および 20 である. なお, 風洞試験部に円柱を設置する際に端板は使用していない.

Plane view

(Dimensions in mm)



Side view

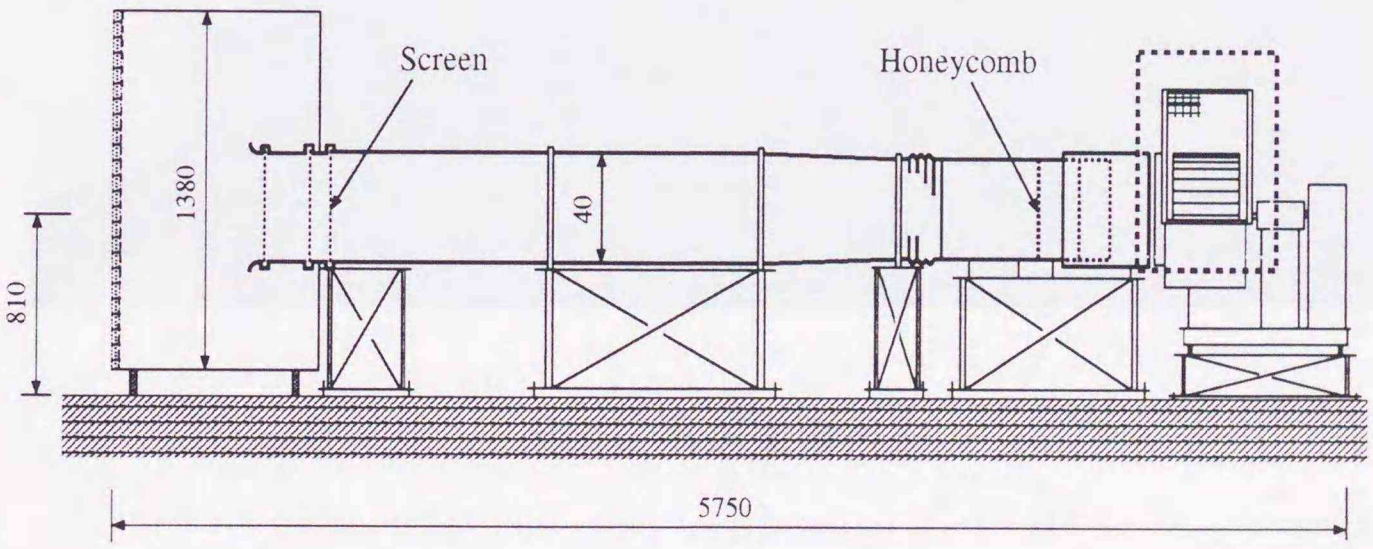


図 2.2　風洞装置の概略.

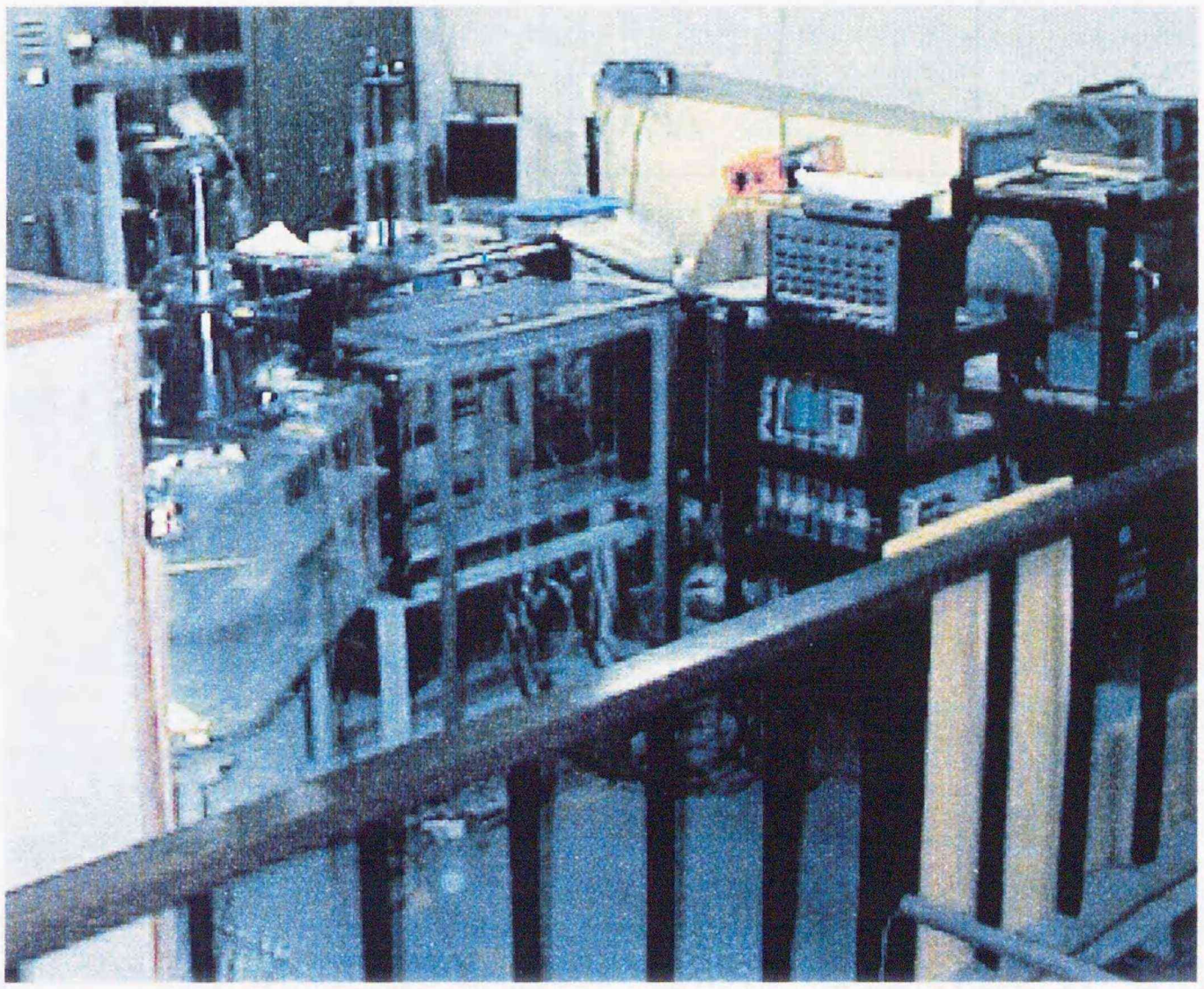


図 2.3　風洞全景図

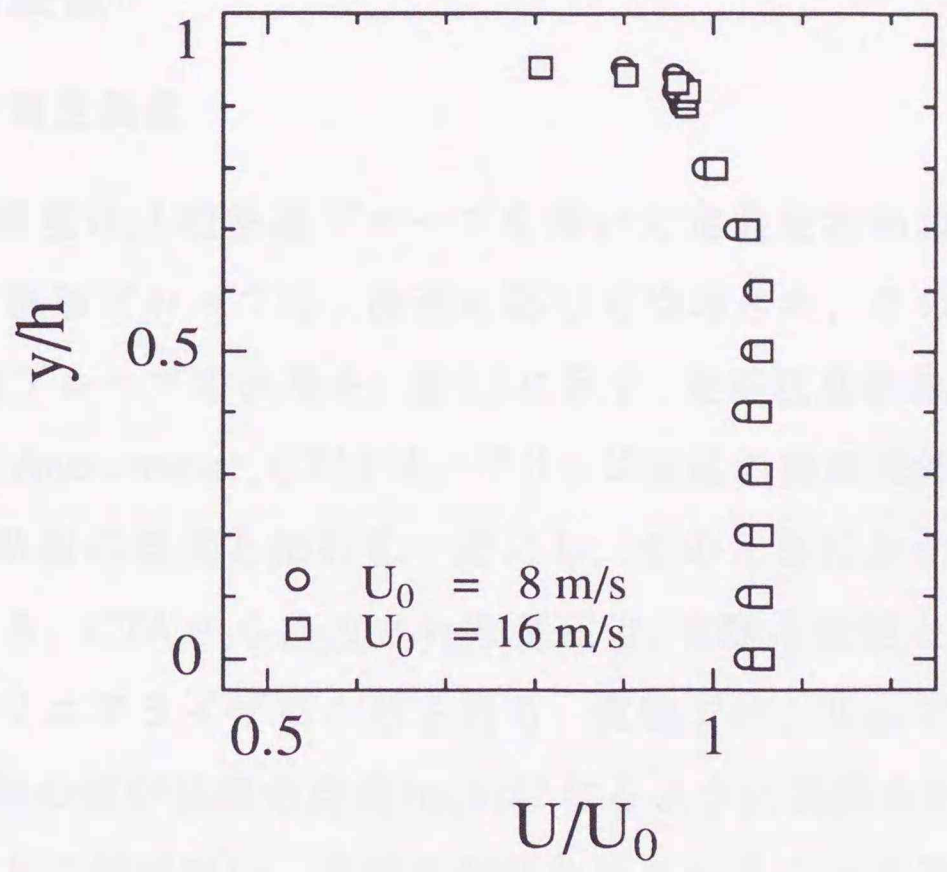


図 2.4　風洞試験部内における主流方向の時間平均速度 U の分布.

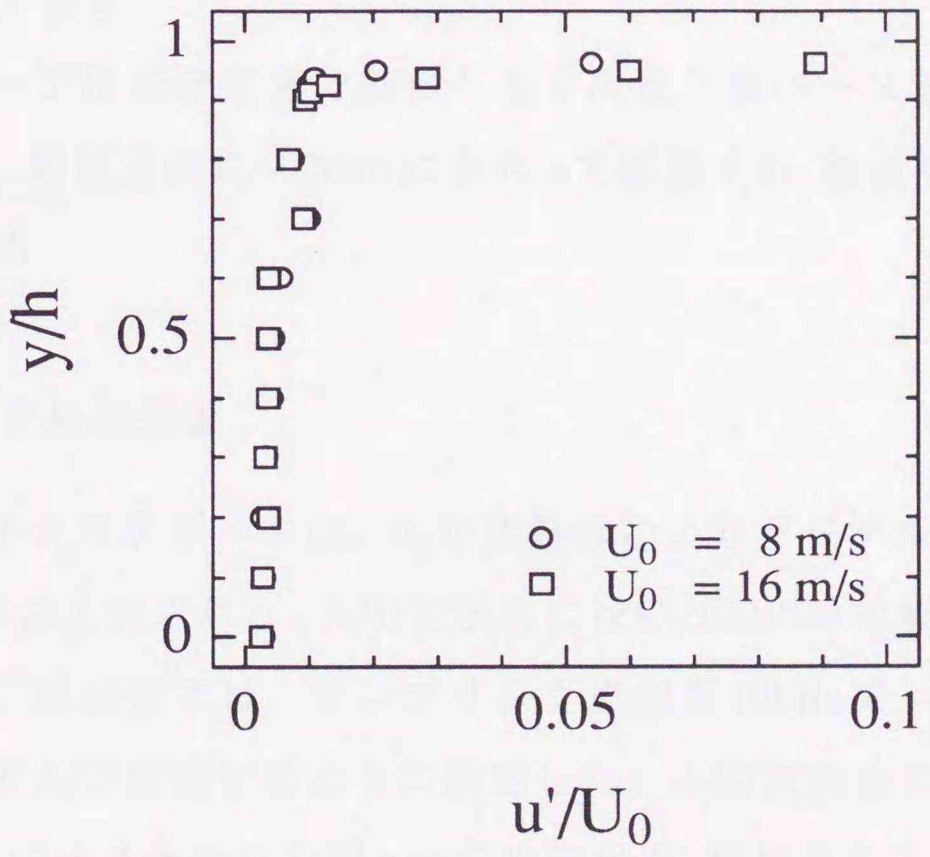


図 2.5　風洞試験部内における主流方向の速度変動の r.m.s. 値 u' の分布.

2.3 計測装置

2.3.1 流速測定装置

後流中の速度は,I型熱線プローブを用いて定温度型熱線流速計により測定した.I型熱線プローブは，流速に応じて冷却され，その抵抗値が変化する.I型熱線プローブの仕様を，表2.1に示す.定温度型熱線流速計 (Constant Temperature Anemometer, CTA) は，ブリッジ回路の熱線両端の電圧を調整することで，熱線の温度と抵抗を一定にし，そのときにかかる電圧を出力する装置である.CTAから出力された電圧は,実際の流速との関係を直線化するようにリニアライザにかけられる.実験では，リニアライザからの出力電圧の2倍の値が実際の流速(m/s)になるように調整されている.この調整は実験ごとに毎回行い，直線化が行われていることを確認している.これらと出力電圧表示用の直流電圧計の3つのユニットで流速測定系を構成する.3つのユニットはいずれも日本科学工業製である.表2.1に，それらの仕様について示す.

またプローブは当研究室で製作した2次元トラバース装置により水平方向に600mm，鉛直方向に400mmにわたって移動され,後流中各領域での測定が可能になる.

2.3.2 データ処理装置

速度uのアナログデータは，A/D変換器によりデジタル信号に変換され，コンピュータに入力される.A/D変換器にはCANOPUS社製ANALOG PRO-IIを使用した.本研究では，サンプリング周波数10kHzで $-10 \sim 10$ Vを4096諧調(12bit)でA/D変換するように設定した. A/D変換後のデータはEPSON社製の32bitパーソナルコンピュータにて保存,解析される.

装置名	製作会社＆型番	諸元
熱線プローブ	KANOMAX MODEL 0251R-T5	定温度形 I 型熱線プローブ サポータ抵抗　0.32Ω
定温度型熱線流速計	KANOMAX MODEL 1011	ブリッジ抵抗比　10:1 最大許容熱線抵抗　10Ω
リニアライザ	KANOMAX MODEL 1013	直線化方式　m 乗回路 1/n 乗回路
直流電圧計	KANOMAX MODEL 1008	電圧測定範囲　0 ～ 19.99V

表 2.1 速度測定装置(日本科学工業株式会社製)

2.4 乱流後流の基本構造

2.4.1 時間平均速度および乱れ強さ分布

図2.6に, $x/d = 2, 4$ および7 , 図2.7に, $x/d = 10, 30, 50, 70, 90$ および110 における乱流後流の時間平均速度Uの分布を示す. また図2.7中には, 後流の半値幅 $b_{1/2}(x)$ $(\times)$ をあわせて示す. 半値幅は, 速度Uが, $(U_\infty - U_{min})/2$ (U_{min} : 後流中心軸上の速度) となる y 座標であり後流の拡がり幅を示す. 図中の実線はSchlichting [16] による理論式

$$b_{1/2}(x) = \frac{1}{4}(C_D d)^{1/2} x^{1/2} \tag{2.1}$$

からもとめたものである. ここに $C_D (= D/\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 d)$ は抗力係数で, ここでは1.0とした. 本研究の実験値は理論値によく一致している.

図2.8に, $x/d = 2, 4$ および7, 図2.9に, $x/d = 10, 30, 50, 70, 90$ および110, における主流方向速度変動のr.m.s. 値の分布を示す. $x/d < 10$ の領域では, 2つの乱れ強さの極大値が見られる. これは円柱下流に形成されるカルマン渦列によるものであり, 乱れ強さ最大の y 方向位置 (たとえば $x/d = 10$ では, $y/d = 0.6$) が, 渦の中心が通過する位置に相当する. $x/d = 30$ でも, この極大値が観察される. より下流の $x/d > 50$ の領域では, 2つの極大値は確認できない. したがって, 本実験の乱流後流ではカルマン渦列の崩壊が $x/d = 30$ 付近で始まると考えられる. なお $y/d = 0$ から左右の時間平均速度, 乱れ強さについて, 後流としては対称であるべきものだが, 本研究の測定値では対称になっておらず誤差が見られる. これは測定が長時間におよんだことによる熱線のドリフト, もしくは熱線のサポートの影響である.

2.4.2 中間後流領域の規定

円柱後流は渦列の成長過程にもとづき, 近傍後流領域, 中間後流領域および遠方後流領域の3つに大別できる. 近傍後流領域は, 円柱のごく近傍で,

渦の形成される領域である. この領域には逆流が存在する. また, 速度変動のスペクトルは渦放出周波数 f_K に鋭いピークが観察される. 中間後流領域は, 円柱直径の数倍程度下流の領域であり, 円柱からの放出渦により, カルマン渦列が形成されてる. 速度変動のスペクトルには, 近傍後流同様, 渦放出周波数 f_K にピークが存在する. 遠方後流領域は, 円柱直径数十倍程度下流の領域であり, すでにカルマン渦列は崩壊し, 乱流の統計的性質は平衡状態をもっている. この領域にはスペクトルにピークを生ずるような明確な組織構造は存在しない.

速度変動波形からカルマン渦列の低周波数変調を抽出するには, 渦列が形成されている中間後流領域に注目するのがよい. しかし前節で述べた r.m.s. の二つの極大値の有無から, 中間後流領域を判別することは適当ではない. そこで速度変動波形に FFT によるスペクトル解析をおこない, 渦放出周波数 f_K のピークから中間後流領域を定義することにする. 図2.10 に主流方向測定位置 $x/d = 10, 30, 50,$ および 90 での速度変動のスペクトルを示す. いずれも y 方向測定位置は乱れ強さ最大位置である. $x/d = 10, 30$ までは, 渦放出周波数 $f_K = 600$ Hz にピークがあり, カルマン渦列の存在が明らかである. $x/d = 50$ より下流の領域では, ピークがなく, なだらかな連続スペクトルになる. よって本研究では, $x/d = 30$ までの領域を中間後流領域とし, 速度変動の測定をこの領域でおこなうことにする.

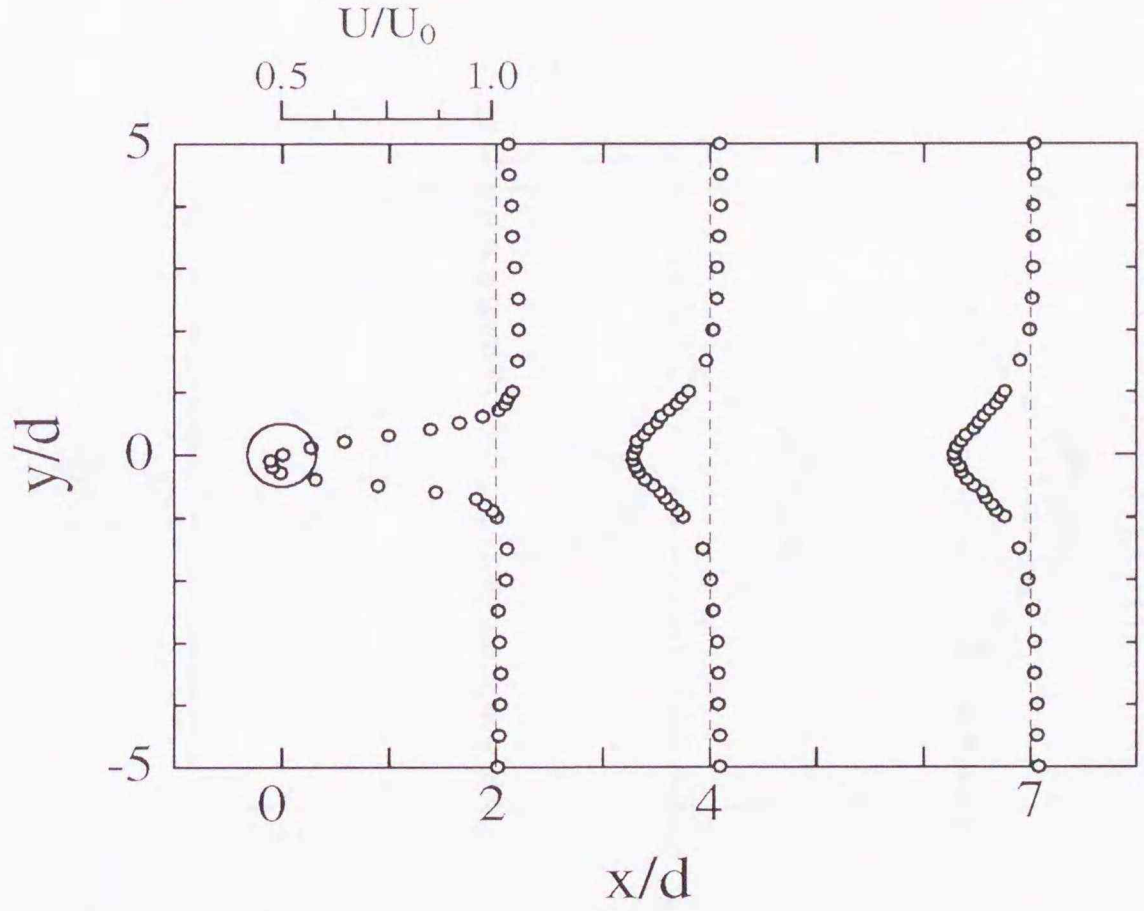


図 2.6 乱流後流の主流方向の時間平均速度 U の分布. $x/d = 2, 4, 7$

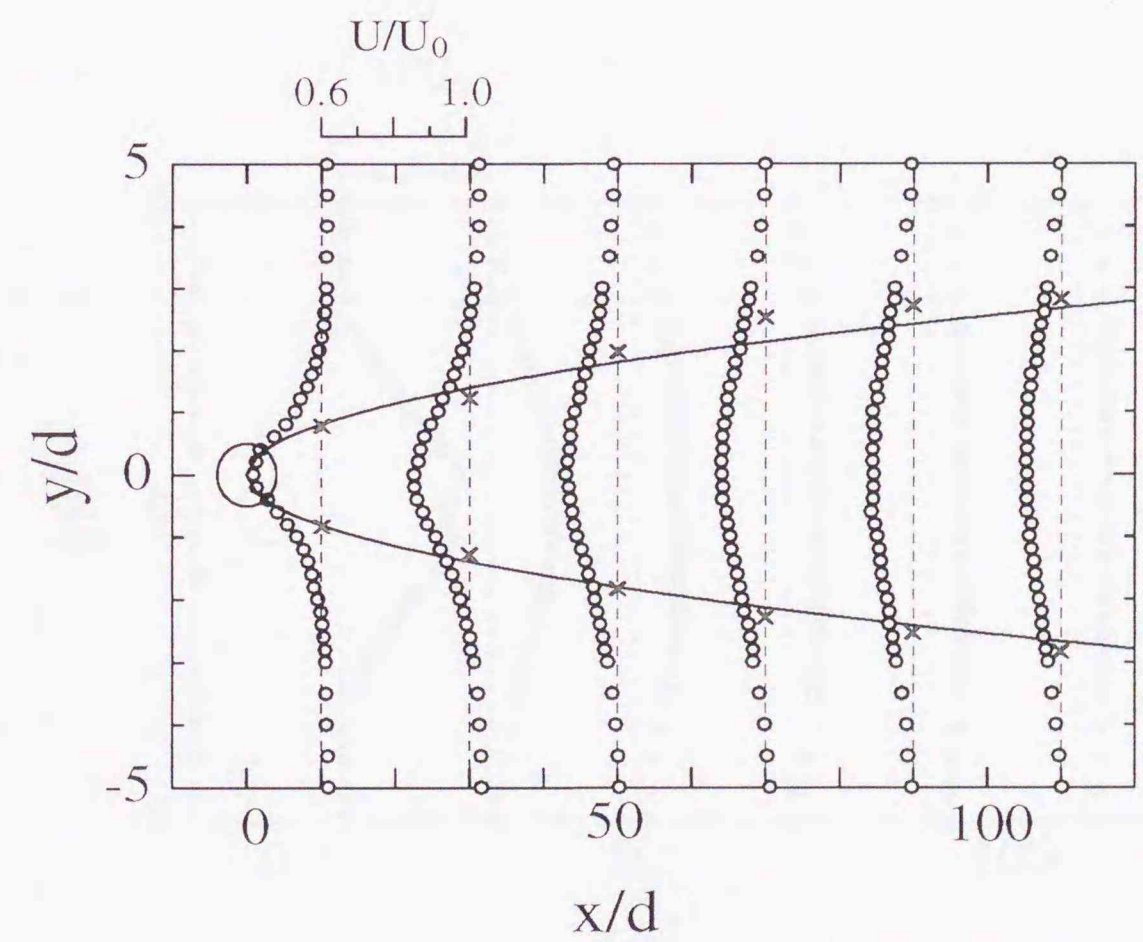


図 2.7 乱流後流の主流方向の時間平均速度 U の分布. $x/d = 10, 30, 50, 70, 90, 110$. ×, 実験値から求めた半値幅.

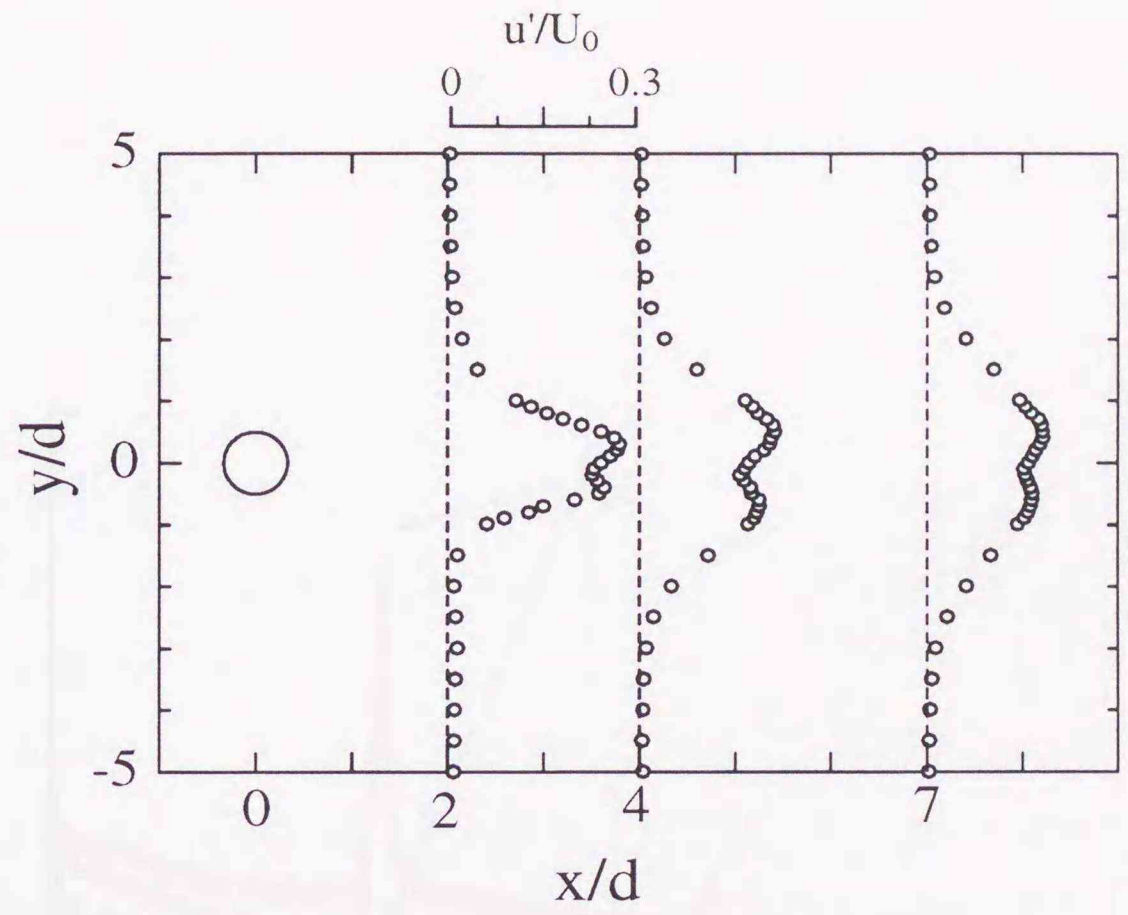


図 2.8 乱流後流の速度変動の u' の分布. $x/d = 2, 4, 7$.

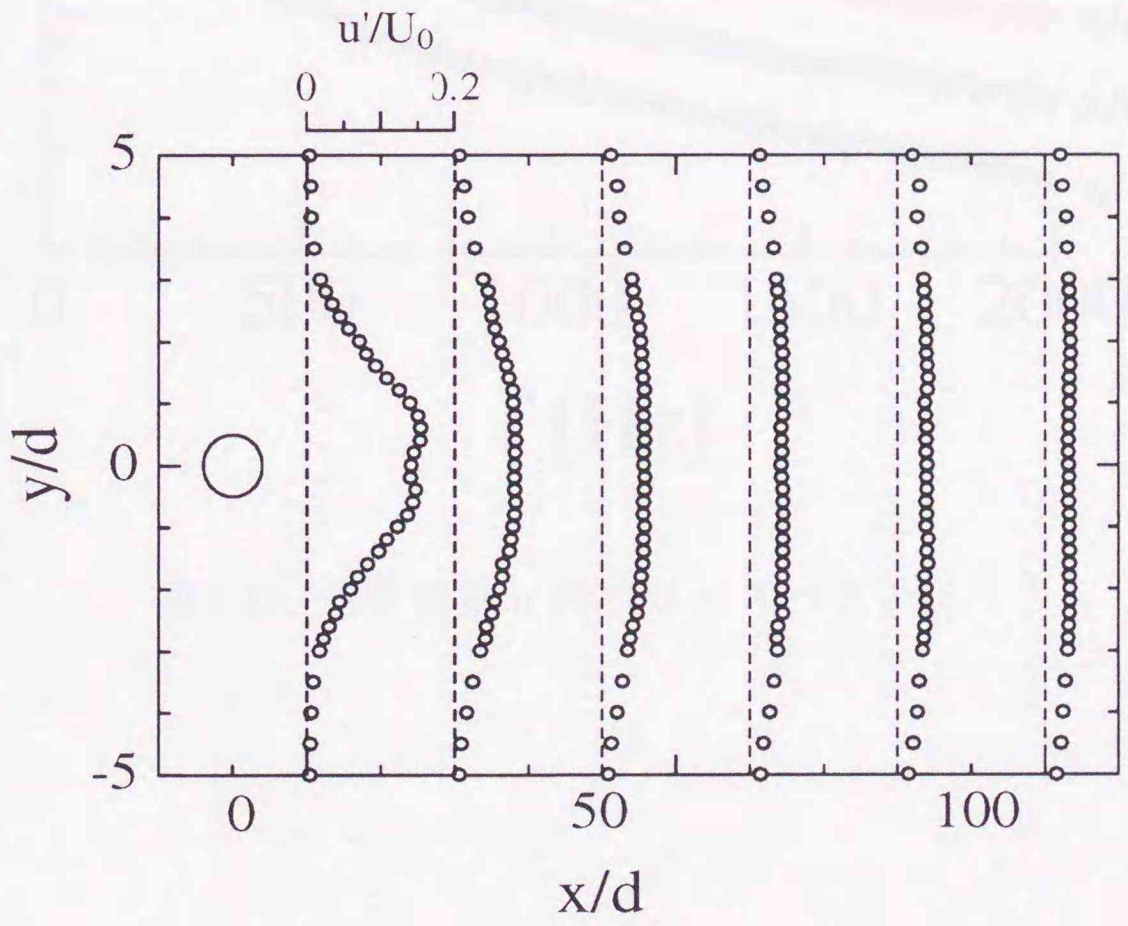


図 2.9 乱流後流の速度変動の u' の分布. $x/d = 10, 30, 50, 70, 90, 110$.

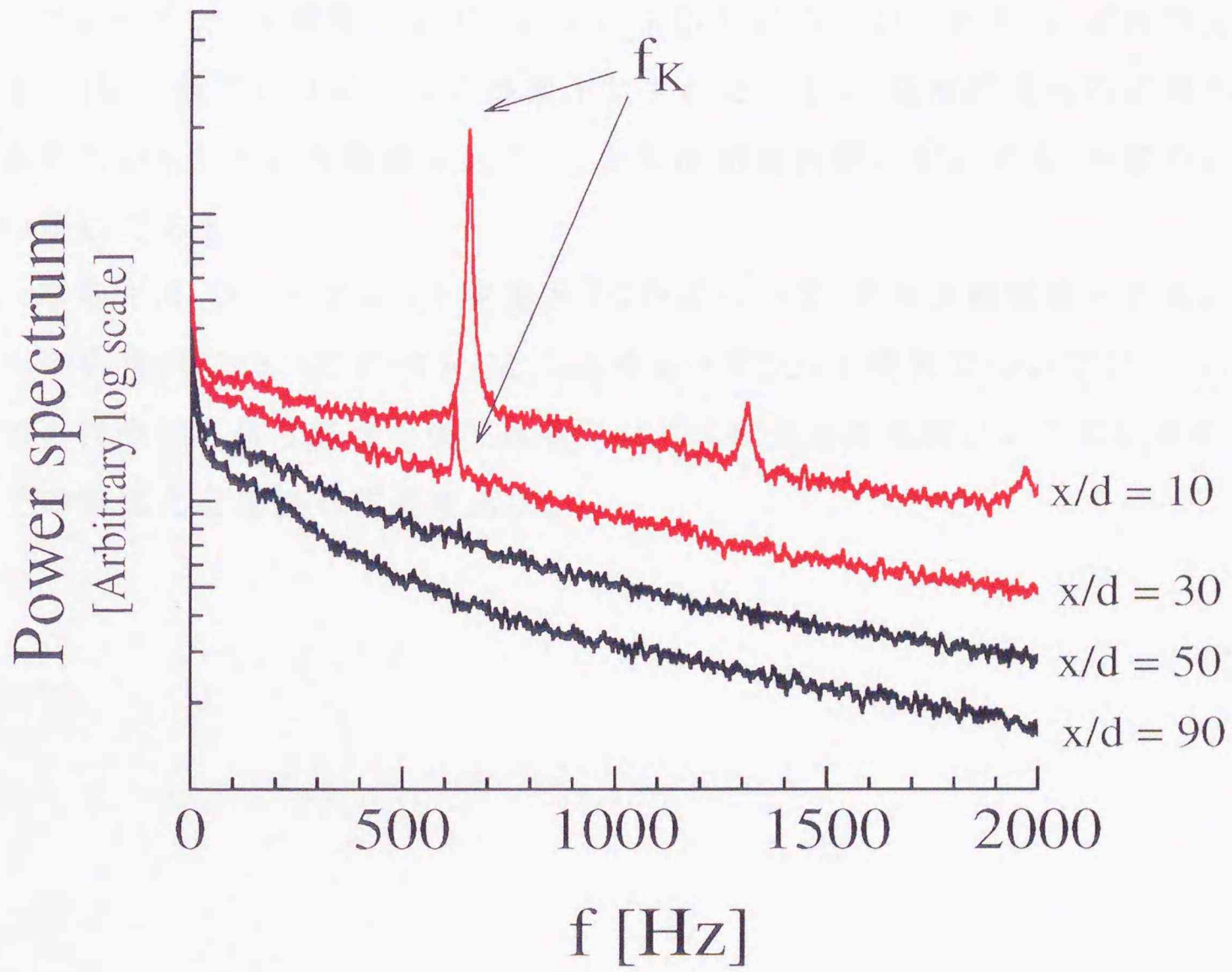


図 2.10　速度変動 u のパワースペクトル.

第3章　ウェーブレット変換と POD

ウェーブレット変換と POD は, 共に関数展開の一種である. いずれの方法も, 当初は数学的立場からの提案がなされたのちに, 乱流研究への応用がなされていったという経緯がある. また乱流研究分野においても, 比較的新しい手法である.

本章では, ウェーブレット変換と POD について, その基礎理論と乱流研究への応用例について述べる. とくにウェーブレット変換については, これまでの代表的な信号処理手法であるフーリエ変換との比較をおこないながら, その特徴と有効性を詳述する.

3.1 ウェーブレット変換

3.1.1 基礎理論

関数展開とは, 任意の関数 $f(x)$ を既知関数の和で表すことをいう. たとえばテイラー展開は, $f(x)$ が有限区間 $[x,a]$ で第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ まで持つとき,

$$f(x) = f(a) + \frac{f^{(1)}(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \qquad (3.1)$$

と定義される. また, フーリエ展開では,

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)] \qquad (3.2)$$

となる. 言いかえれば, テイラー展開が $f(x)$ を $[1, x, x^2, \cdots]$ の基底関数列で, フーリエ展開が $[\cos nx, \sin nx]$ の基底関数列で展開することに相当する.

ウェーブレット変換では, 時間的にもスケール的にも局在した基本ウェーブレット(アナライジングウェーブレット, あるいはマザーウェーブレットとも呼ばれる) を基底関数として関数展開をおこなう. ここでは, その基底関数列がどのように構成されるかについて考えることにする. フーリエ展開の基底関数列 $[\cos nx, \sin nx]$ は, Euler の公式より

$$\cos nx + i \sin nx = e^{inx} = w(nx) \qquad (3.3)$$

と表せる. ここで $w(nx)$ は $w(x)$ の整数倍ダイレーション (Integral dilation) である. すなわち, もとの関数 $f(x)$ は基底関数 $w(x) = e^{ix}$ の整数 n 倍ダイレーションの重ね合わせによって生成されるということである. 言いかえればこの基底関数 1 つだけで $f(x)$ の全体を生成できる. ここで絶対値の大きい整数 n に対して波 $w(nx)$ は高い周波数をもち, 小さい絶対値 n に対しては波 $w(nx)$ は低い周波数をもつ.

次にこの考えを実数全体 (以下, 実軸 $\mathbf{R} = [-\infty, \infty]$ とする) に拡張する. 実軸 $\mathbf{R}$ 上で定義された任意関数 $f(x)$ を満たすもの全体を $L^2(\mathbf{R})$ とする[35]. 特

に $L^2(\mathbf{R})$ に属する関数は $\pm\infty$ で 0 に減衰しなくてはならない. さらにその減衰は速い方が実用的に都合がよい. とするとフーリエ展開の正弦波関数 $w(nx)$ は $L^2(\mathbf{R})$ に属さないことになる. $L^2(\mathbf{R})$ を生成する波を見つけようとすると, それらの波は$\pm\infty$ で 0 に減衰しなければならない. すなわち $L^2(\mathbf{R})$ を生成する小さい波, ウェーブレット ψ_W を見つける必要がある. さらにフーリエ展開では, ただ一つの基底関数 $w(x) = e^{ix}$ が整数倍ダイレーションにより $L^2(0, 2\pi)$ 全体を生成したように, ここでも $L^2(\mathbf{R})$ 全体をただ一つだけで生成できる関数, ウェーブレット ψ_W が重要である. しかしウェーブレット ψ_W が非常に速く減衰するものならば, どのように $\mathbf{R}$ 全体をカバーすればよいか. 最も簡単な方法は ψ_W を $\mathbf{R}$ に沿ってシフトさせることである. 次に正弦波の場合と同じように異なった周波数の波も考慮しなくてはならない. それにはウェーブレットのスケール(大きさ) を変化させればよい. ここでウェーブレット関数のスケールパラメータ a, シフトパラメータ b の概念が必要になってくる.

3.1.2 ウェーブレット変換の導出

ここで今まで述べてきた任意関数 $f(x) \in L^2(\mathbf{R})$ を, 時系列波形 $s(t)$ (本研究では乱流の速度変動波形) と考えることにする.

ウェーブレット変換を定義するため, 時間的にも周波数的にも局在した仮の基本ウェーブレット関数 $\psi_W(t)$ を用意する. ウェーブレット変換の基底関数列は, この仮の基本ウェーブレット $\psi_W(t)$ を a 倍スケール変換 (dilatation) した後に, 中心を b だけシフト(平行移動) してえられる.

$$\psi_W(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi_W\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{3.4}$$

フーリエ変換と比較すると, a は周期の役割を持つが, b は時間のパラメータでフーリエ変換には対応するものはない. この b がウェーブレット変換の性質のひとつである「局所的時間情報の保存」に重要な役割を果たす. $1/\sqrt{a}$

は $\psi_W(t)$ のノルム(関数の大きさ)を正規化するための係数である.

ここでウェーブレット関数 $\psi(t) \in L^2(\mathbf{R})$ に対する条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_W(t)dt = 0 \tag{3.5}$$

をアドミッシブル条件(Admissibility condition)という. $\psi_W(t)$ がアドミッシブル条件を満たす時 $\psi_W(t)$ を基本ウェーブレットと呼ぶ. 基本ウェーブレットが与えられた時, すなわちアナログ信号のウェーブレット変換を

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int \psi_W^* \left(\frac{t-b}{a} \right) s(t)dt, \quad s \in L^2(\mathbf{R}) \tag{3.6}$$

によって定義する. ここに $a,b \in \mathbf{R}, a \neq 0$ である. $W(a,b)$ をウェーブレット係数と呼ぶ. ψ_W^* は ψ_W の複素共役を表す. a は解析波形中の様々なスケールの変動成分を抽出するためのスケーリングパラメータであり, b は解析信号中の時間軸に沿ってウェーブレットを移動させるシフトパラメータである.

ここで, スケールパラメータ a とシフトパラメータ b のウェーブレット変換での役割について詳しく説明する.

まずスケールパラメータ a はウェーブレット関数の時間軸上での大きさを制御する, すなわちスケールのパラメータである. a を大きくするとウェーブレットの波形が拡大し, 解析対象信号中の大きなスケールの変動成分と強い相関を持つ. 次に a を小さくするとウェーブレットの波形は圧縮され, 信号の小さなスケールの変動成分と強い相関を持つ. これによって信号中の様々なスケールの変動の抽出, すなわち周波数が可能になる.

b は時間軸上の位置のパラメータで, b を変化させることによりウェーブレットの波形は解析対象信号上をシフト(平行移動)していく. これにより信号中の局所的時間軸情報を失うことなく抽出できる. これはフーリエ変換には見られない性質である. 図3.1にそれぞれのパラメータの変化に対するウェーブレット関数の挙動を示す.

局所的時間軸情報と周波数の両方の情報は, 不確定性原理[17]の許容範囲内で抽出が可能である. 特にスケール変換により基底関数を生成するため

に, 高い周波数成分(急激な変化)に対しては時間の分解能が向上し, 低い周波数成分(緩やかな変化)に対しては周波数の分解能が高くなるという特徴を持っている. これに比べフーリエ変換(FFT)では, 分解能は周波数によらず一定である. また局在した関数が基底関数であることにより, 解析対象信号の特異点(乱流信号でいえばバースティング等)を敏感に捕らえるという特徴も持っている. ウェーブレット変換はこのように乱流信号の性質にあった特徴を持っているので, 通常のフーリエ変換では見えにくい情報の抽出も可能である.

ウェーブレット変換のいまひとつの特徴として, 基本ウェーブレットに任意の関数を選択することによって, 解析対象信号から様々な情報の抽出が可能になる. 石川ら(1995) [18] は, 乱流後流の速度変動波形に対し, 3 種類の基本ウェーブレット関数を用いて解析をおこない, 得られる構造の差異について研究をおこなっている.

本研究ではウェーブレットとして, 複素関数の Morlet ウェーブレット [19]

$$\psi_W(T) = exp(\sqrt{-1}k_\psi \cdot T)exp(-|T|^2/2) \tag{3.7}$$

$$T = \frac{t-b}{a} \tag{3.8}$$

を採用した. k_ψ はウェーブレットの中の振幅変調された正弦波の周波数を示すもので, 本研究では $k_\psi = 6$ とした [19]. 図3.2 に Morlet ウェーブレットの波形を示す.

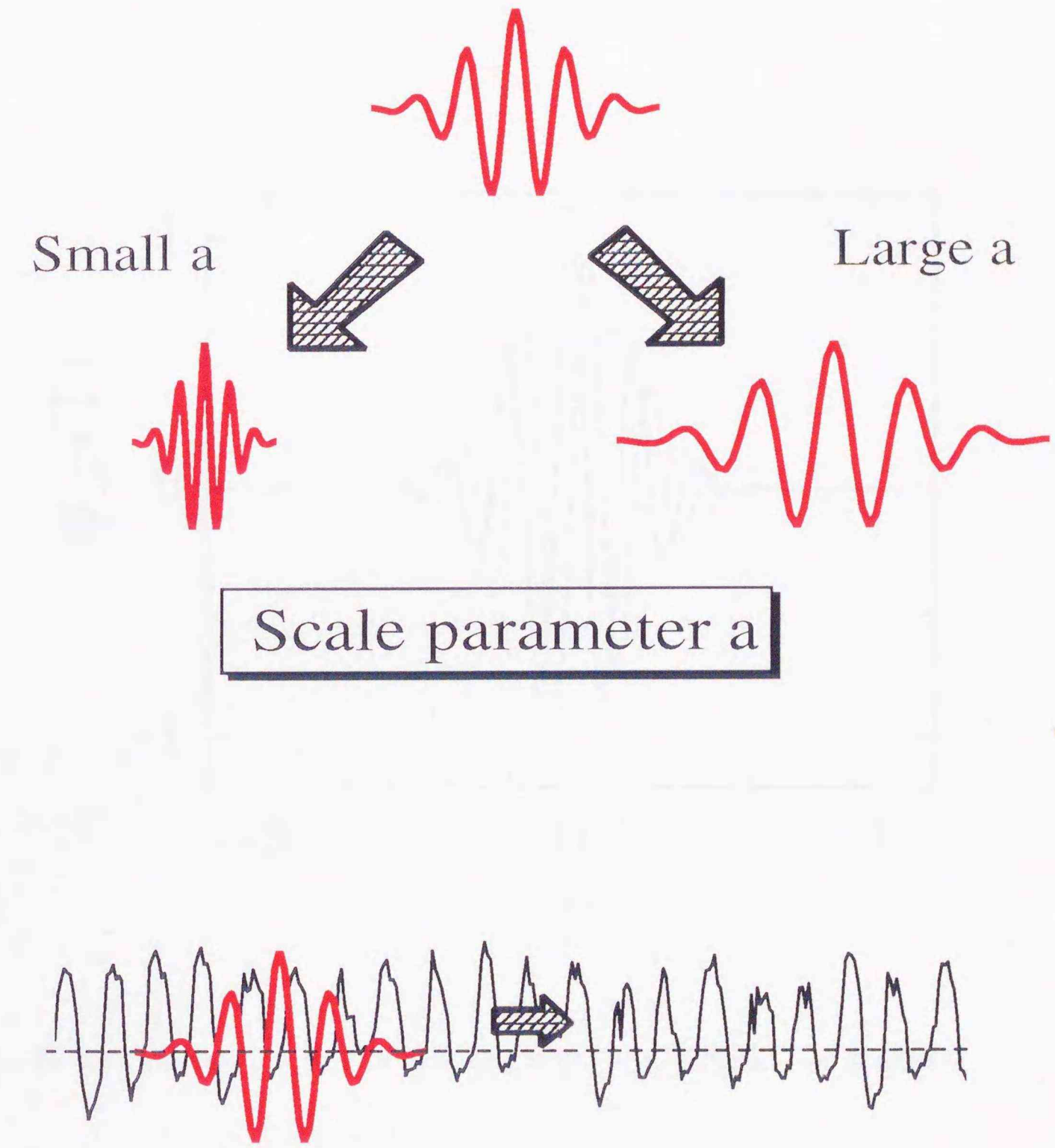


図 3.1　スケールパラメータ a と シフトパラメータ b.

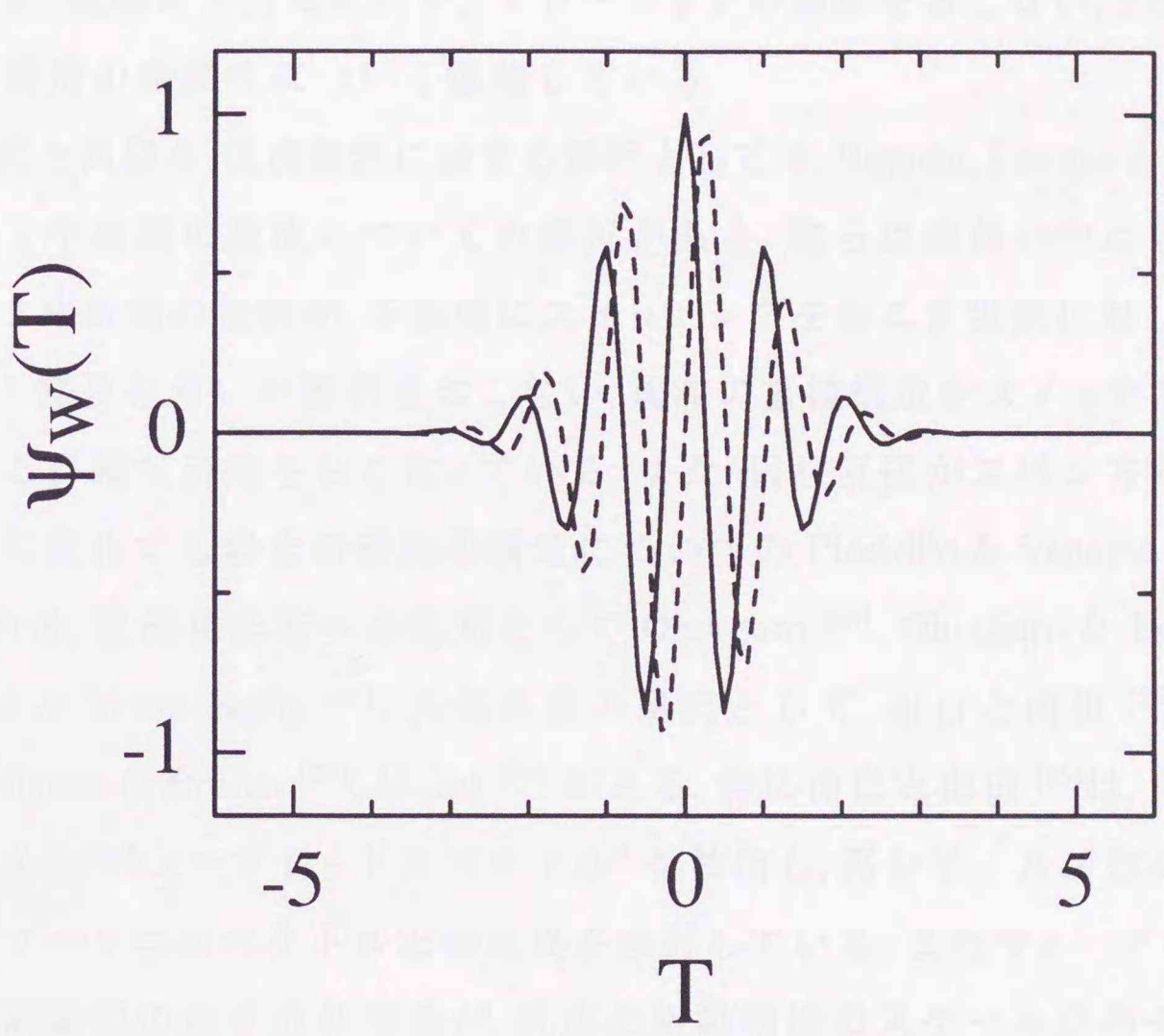


図 3.2 Morlet ウェーブレット ($k_\psi = 6$). —; 実数部, - - -; 虚数部.

3.1.3 乱流研究への応用

ウェーブレット変換は, もともと画像処理や信号処理の手法として用いられてきたが, 現在では乱流研究やその他の方面への応用が数多くおこなわれるようになってきた. ウェーブレット変換の優れた総説としては, Farge [19] があげられる. Farge [19] は, ウェーブレットの基礎理論, 定義についてのべるとともに, 実際に2次元乱流シュミレーションの解析をおこない, 2次元乱流の組織構造の特異性について議論している.

本研究と同様な, 乱流後流に対する解析としては, Higuchi, Lawalle & Crane [20] [21] の垂直2平板間の後流についての解析がある. 彼らは流れの中に垂直に置かれた2平板間の後流が, 不規則にスイッチングをおこす現象に対し, ウェーブレット変換を用いた解析をおこない, 後流の組織構造やスイッチング周期に対する詳細な研究をおこなっている. また, 円柱直径がスパン方向にテーパー状に変化する場合の後流の構造についての Piccirillo & Vanatta [22] がある. この他, 乱流境界層への応用として Ohtaguro [23], Ohtaguro & Takagi [11], Liandrat & Moret-Bailly [24], 大気乱流の研究として, 山口と山田 [25], Katul, [26], Collineau & Brunet [27], Mahrt [28] がある. 特に山口と山田 [25]は, 大気中の自然風から"ウェーブレットスペクトル"を抽出し, 高レイノルズ数の乱流におけるフーリエスペクトルとの差異を検討している. またウェーブレット係数の等高線図の示す分岐構造が, 乱流の組織構造のスケール分布そのものを示すことや, 非定常性への有効性などの特徴から, カオス系やフラクタルの解析にも用いられている [29] [30]. 特に Holschneider は, ウェーブレット係数からフラクタルスケール指数の導出 [31] をおこなっている.

ウェーブレットをさらに発展させた解析方法として, 李と野崎 [32]はウェーブレット相関方法を提案し, 噴流の渦構造の周期性について議論をおこなっている.

ウェーブレットの数学的な議論については, 文献 [33] [34] や教科書 [35]が詳しい.

3.2 POD (Proper Orthogonal Decomposition)

3.2.1 基礎理論

前説では, 任意の関数 $f(x)$ を様々な基底関数列により展開することで, フーリエ変換, およびウェーブレット変換の導出をおこなった. これらの関数展開には, $f(x)$ が不規則に変化する場合にも適応できる, という前提が存在した. このことは, カルフーネン・ラブの展開 (Karhunen-Loeve expansion, KL 展開) または固有 (直交) 展開 (Proper Orthogonal Decomposition) ともいわれる.

ここで, 任意の関数 $f(x)$ を速度変動 $u(x)$ とし, $u(x)$ の関数系からある構造を抽出することを試みる. その構造を表す関数を, ここで $\psi(x)$ は固有関数と呼ぶことにする.

$\psi(x)$ ができるだけ $u(x)$ を近似するように決定するには, 一般に次式で定義される相関が用いられる[43]:

$$\frac{\int u(x)\psi^*(x)dx}{\sqrt{\int \psi(x)\psi^*(x)dx}} \tag{3.9}$$

$\psi(x)$ は上式が最大の値をとるように決定される. しかしアンサンブル平均 $\int u(x)\psi^*(x)dx$ は, $u(x)$ が正負両方の値をとるため, 0 になる可能性がある. 実際に $u(x)$ のアンサンブル平均は

$$< \int u(x)dx >= 0 \tag{3.10}$$

である. これでは $\psi(x)$ は決定できない. このことを防ぐために, $\int u(x)\psi^*(x)dx$ の 2 乗について考えることにする. すなわち

$$\frac{< [\int u(x)\psi^*(x)dx][\int u(x')\psi^*(x')dx']^* >}{\int \psi(x)\psi^*(x)dx} = \lambda \geq 0 \tag{3.11}$$

ここに, λ は固有値である. 積分順序を入れ換えることで式(3.11) は以下のように書き直すことができる.

$$< \int\int u(x)u^*(x')\psi^*(x)\psi(x')dxdx' > -\lambda \int \psi^*(x)\psi(x)dx = 0 \tag{3.12}$$

また,

$$\int \psi^*(x) \left[\int < u(x)u^*(x') > \psi(x')dx' - \lambda\psi(x) \right] dx = 0 \tag{3.13}$$

となる. ここで $\psi^*(x) \neq 0$ なので

$$\int < u(x)u^*(x') > \psi(x')dx' = \lambda\psi(x) \tag{3.14}$$

ここで, $u(x)$ と $u^*(x')$ のアンサンブル平均とは, 相互相関関数 $R_{u,u}(x,x')$ に他ならない. すなわち,

$$< u(x)u^*(x') > = R_{u,u}(x,x') \tag{3.15}$$

である. よって式(3.14)は次のように書きかえることが可能になる.

$$\int R_{u,u}(x,x')\psi(x')dx' = \lambda\psi(x) \tag{3.16}$$

この形の方程式は積分の中に未知関数が入っているので, 積分方程式とよばれPODの基本式となる.

3.2.2 PODの導出

PODはLumley [13] によって乱流の構造解析に導入された. これは不規則変動量 u_i, u_j (本研究では乱流混合層の速度変動)の相互相関 $R_{i,j}(\mathbf{r},\mathbf{r}') =< u_i(\mathbf{r},t)u_j(\mathbf{r}',t) >$ (t : 時間)を求め, それを核関数とする積分方程式

$$\int R_{i,j}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\psi_i^{(n)}(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' = \lambda^{(n)}\psi_i^{(n)}(\mathbf{r}) \tag{3.17}$$

$$n = 1, 2, \cdots, N$$

を解くと, 固有値 $\lambda^{(n)}$, 固有関数 $\psi_i^{(n)}$ が求められ, この $\psi_i^{(n)}$ から, もとの変動量が再構成できる. ここで, N は核関数を構成する相互相関の数である. 固有関数からの再構成で, 流れの構造を決定するということは抽出した構造

に主観的な要素が導入されないということである. たとえば条件付抽出法では, 抽出する「条件」が研究者の主観により決定されてしまう, いいかえれば, 抽出したい構造のみにしか解析がおこなわれないことになる. 「客観的」に構造抽出がおこなわれることは, POD の大きな特徴である.

POD によって展開された構成成分の, もとの変動量の全エネルギーを λ_{total} とすれば,

$$\lambda_{Total} = \sum_{n=1}^{N} \lambda^{(n)} \tag{3.18}$$

である. したがって, $\lambda^{(n)}$ は第 n 構成成分の全エネルギーに対する寄与を表す [70]. このエネルギー寄与から, 必要数 K 個の $\lambda^{(n)}$ を決定し, 対応する $\psi_i^{(n)}$ まで採用して, 次式

$$u_i(r,t) = \sum_{n=1}^{K} a^{(n)}(t)\psi_i^{(n)}(\mathbf{r}) \tag{3.19}$$

から任意構成成分のみによる変動量の再構成が可能となる. ここで $a^{(n)}(t)$ はランダム変数であり, 次式により決定される.

$$a^{(n)}(t) = \int u_i(\mathbf{r},t)\psi_i^{(n)}(\mathbf{r})d\mathbf{r} \tag{3.20}$$

3.2.3 乱流研究への応用

POD を初めて乱流研究に用いたのは, Payne & Lumley [14] である. 彼らは, 乱流後流中の撹乱の大きさを固有関数によって規定し, そのなかでも最大のものを選び, 後流中に渦塊のモデルを構築した.

Berkooz et al. [37] は, POD の数学的な背景を詳細に述べるとともに, 乱流研究への応用例に対する総括をおこなっている. その他, 乱流境界層についての Aubry [15], Park, [38], Chambers [39], Bakewell & Lumley [40] Nakamura [41], Tsuji [42], Lu & Smith [43] など, 剪断層について Rajaee がある [44]. また, 本研究と同様な乱流混合層への解析としては, 鈴木ら [45]がある. 実際に, 工学的

な応用として用いられた例としては,ダクト内の流れをPODにより解析したReichert [46]がある.

PODをさらに発展させた手法として,固有関数に時間変化の概念を導入した拡張POD (ExpandedPOD) [47] がある.

PODの数学的な議論については,その文献 [36] が詳しい.

また,本研究のようにウェーブレット変換とPODの比較研究もいくつかおこなわれている.(Berkooz et al. [48], Kevlahan et al. [49] など.)

第4章　乱流後流の低周波数変調

カルマン渦列は, その形成(放出)過程が周期的であることで知られる, 代表的な乱流の組織構造である. しかし実際には, 放出渦の個性(放出周波数, 循環, 渦核半径, 中心位置)は時間的に変動しており, 完全に同じではない. このような変動は, カルマン渦列の「ゆらぎ」の構造と呼ばれる. 「ゆらぎ」の周期は, 渦の放出周期よりもはるかに長く, 速度変動波形には渦放出周波数にくらべ周波数の低い成分, 低周波数変調となって現れる.

本章では, カルマン渦列を含む円柱の乱流後流の速度変動波形を, ウェーブレット変換によって解析しその低周波数変調の特性を調べた. なお, 本章で解析した速度変動について, 測定をおこなった主流方向位置は $x/d = 10$, 主剪断方向位置は主流方向速度変動の r.m.s. 値が最大となる $y/d = 0.6$ である. レイノルズ数 $Re = 5.0 \times 10^3$, 渦放出周波数 $f_K = 650$ Hz である.

4.1 低周波数変調に関する研究例

乱流後流の低周波数変調についての研究例として, Bloor [50] は, 円柱後流の速度変動波形が低周波数変調を受ける様子を, 熱線プローブの出力波形から観察している. しかし, この論文では変調の程度についての定量的な値は示されていない.

のちに Williamson [51] は, スモークワイヤによる円柱後流の可視化をおこない, 2 次元的なカルマン渦列のスパン方向構造に渦の欠落した構造, いわば渦転位構造 (Vortex dislocation) が出現することを明らかにした. カルマン渦列の速度変動はほぼ正弦波形であるが, 渦転位構造が出現すれば, この正弦波形は変調を受けることになる. 渦転位構造と速度変動波形の関係を図 4.1 に示す. その出現周期はカルマン渦列の放出周期よりも大きく, その 20 倍程度であるとしている. 同じく可視化による研究から, 横井ら [52] は 170 ～ 1,340 程度のレイノルズ数における 2 次元円柱の境界層剥離流れについて, 円柱上の剥離流脈線の間隔に疎密が生じること, とくに流脈線が疎になる部分が渦放出周期 $1/f_K$ の 15 ～ 23 倍の間隔で間欠的に出現することを報告している.

Williamson [51] や横井ら [52]のように, 低周波数変調の研究は可視化によるものが多い. これは低周波数変調自体が間欠的に出現するため, 時間平均速度等には, その挙動が埋没してしまうからである. この欠点を克服するために, 羽二生ら [53]は 80 ～ 240 程度のレイノルズ数において, 渦放出の一周期ごとの速度変動波形の局所 r.m.s. 値を時系列データとしてスペクトル解析をおこない, 後流中に f_K の約 1/20 の周期的変動が存在することを明らかにしている.

以上の報告例に共通することは, 低周波数変調の代表的な周波数がカルマン渦列の放出周波数の約 1/20 程度であることである.

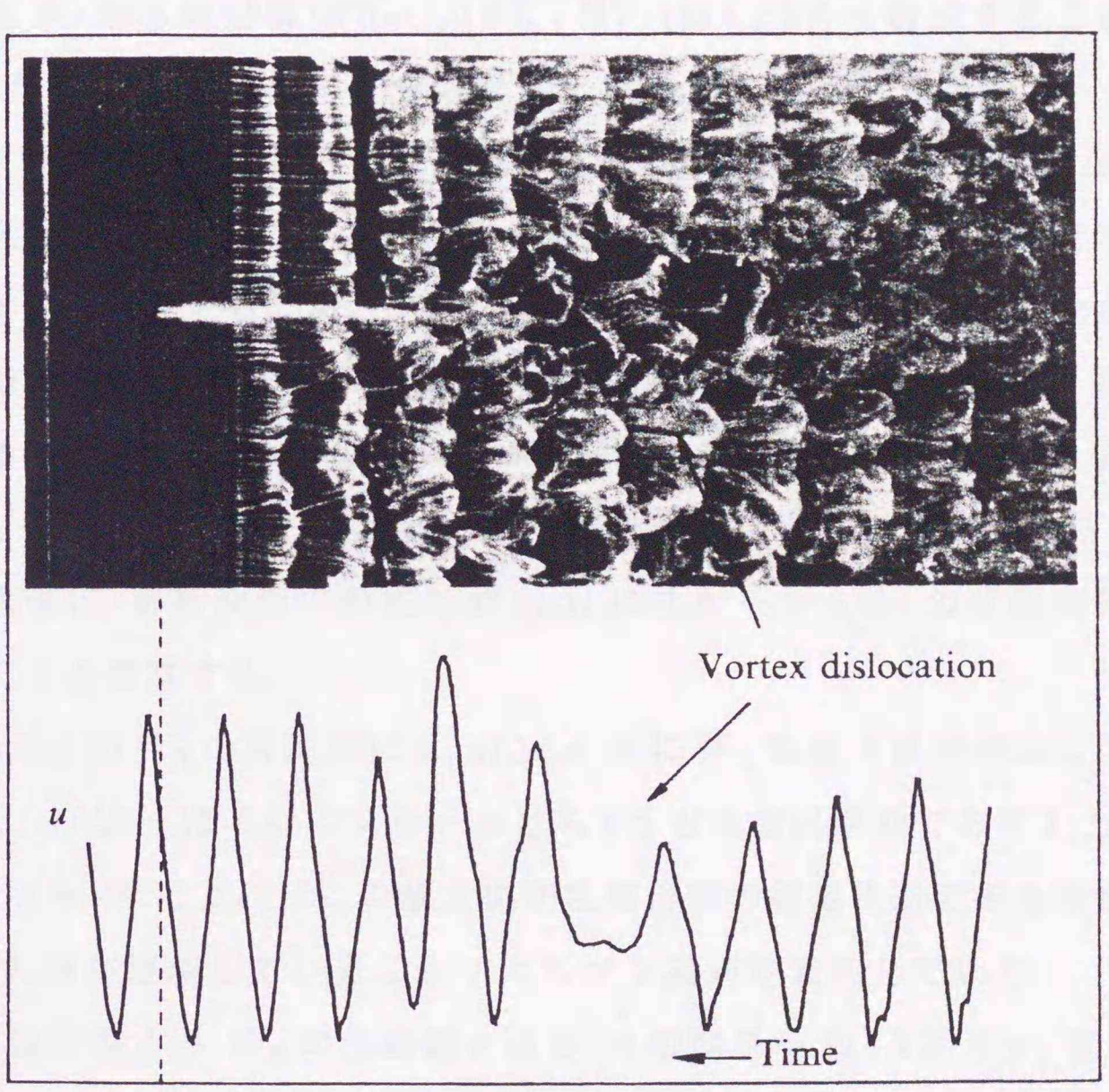


図 4.1　渦転位とこれに対応する速度変動波形の変調 (Williamson [51]).

4.2 速度変動波形のウェーブレット変換

図4.2に乱流後流の速度変動波形のウェーブレット変換による解析結果を示す. ウェーブレット変換の解析結果は, このようなウェーブレット係数 $W(a,b)$ の等高線で表される. 本研究で, 基本ウェーブレットとしたMorlet ウェーブレットは複素関数であるため, $W(a,b)$ の実数部 W_R (図4.2(a)) と, W_R および虚数部 W_I から絶対値 $|W|(=\sqrt{(W_R^2+W_I^2)}$ (図4.2(b)) を構成することができる. また参考のため, 図の下側に速度変動波形 u を示してある.

ここで等高線図の見方を説明する. 図4.2(a) において, 縦軸は $a/\Delta t$ の形に無次元化したウェーブレットのスケールパラメータを, 対数目盛で下向きに増加するようにとってある. すなわち, 小さなスケールの変動成分がグラフの上側に, 大きなスケールの変動成分がグラフの下側に対応する. 縦軸を対数目盛にとるのは, 小さなスケールを詳細に観察するためである. 横軸 $b/\Delta t$ はウェーブレットの中心位置であり, 解析波形の実時刻に対応する. 等高線の極大値は, 解析波形中の実時刻 $b/\Delta t$ にスケール $a/\Delta t$ の変動成分が存在することを意味する.

図4.2(a) の W_R の等高線には, $a/\Delta t = 15$ に W_R の極大値が連続して出現している. $a/\Delta t = 15$ というスケールはちょうど渦放出周期である $1/f_K$ に等しい. 石川ら[18] によればこの極大値が乱流後流の組織構造である放出渦であり, 極大値が連続していることでカルマン渦列を表現している.

$|W|$ は定義より, W_R の包絡線となる. その関係を図4.3に示す. 図4.2(b) には $|W|$ の大きさを際だたせるため, 最大値の50 % 以上の値のみを表示してある. $|W|$ は滑らかに変動しており, 時おり $b/\Delta t \doteqdot 250,800$ におけるように等高線の欠落も見られる.

ここでスケールパラメータを, 放出渦の周期に相当する $a/\Delta t = 15$ に固定した場合のウェーブレット変換を図4.4に示す. 図4.4(a) は速度変動波形 u と $a/\Delta t = 15$ の Morlet ウェーブレット, (b) はウェーブレット係数の W_R(破線) と $|W|$ (実線) である. すなわち図4.4(b) は, 図4.2(a) および (b) の $a/\Delta t = 15$ での

断面と考えてよい. W_R の大きさは速度変動波形 u の振幅に対応し, W_R の包絡線である $|W|$ が渦列に生じた変調を明確に表現している. このことから, 放出渦の周期に相当する特定スケール $a/\Delta t = 15$ の $|W|$ を時系列データとして解析することで, カルマン渦列を含む速度変動の振幅変調を明らかにできることになる. Walker ら [54] は同様な方法により, 高速噴流に発生するスクリーチ音の低周波数変調を解析している.

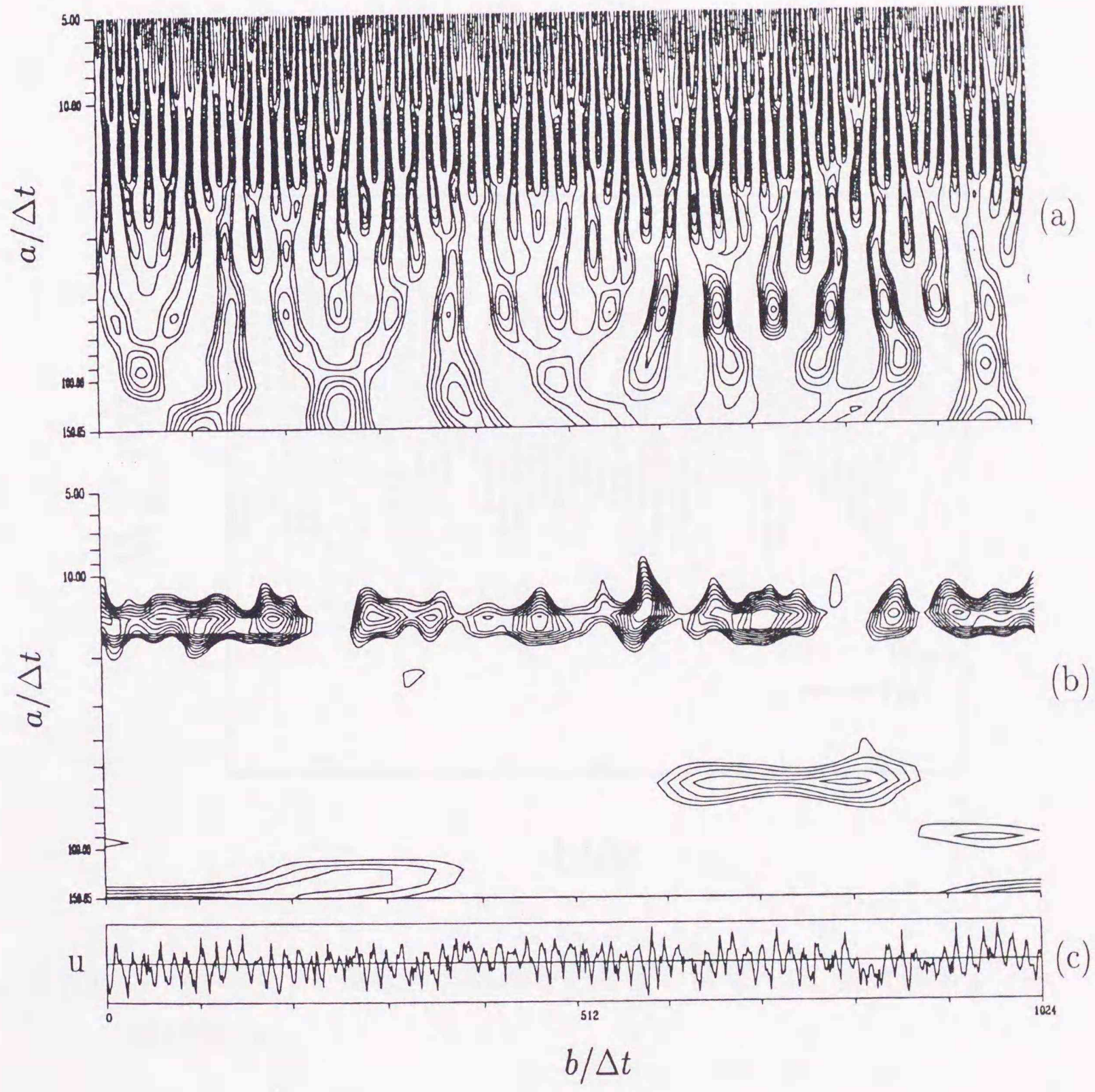


図 4.2　速度変動波形とそのウェーブレット変換. $x/d = 10, y/d = 0.6$. (a) 実数部 W_R (正の値のみ表示), (b) 絶対値 $|W|$, (c) 速度変動 u.

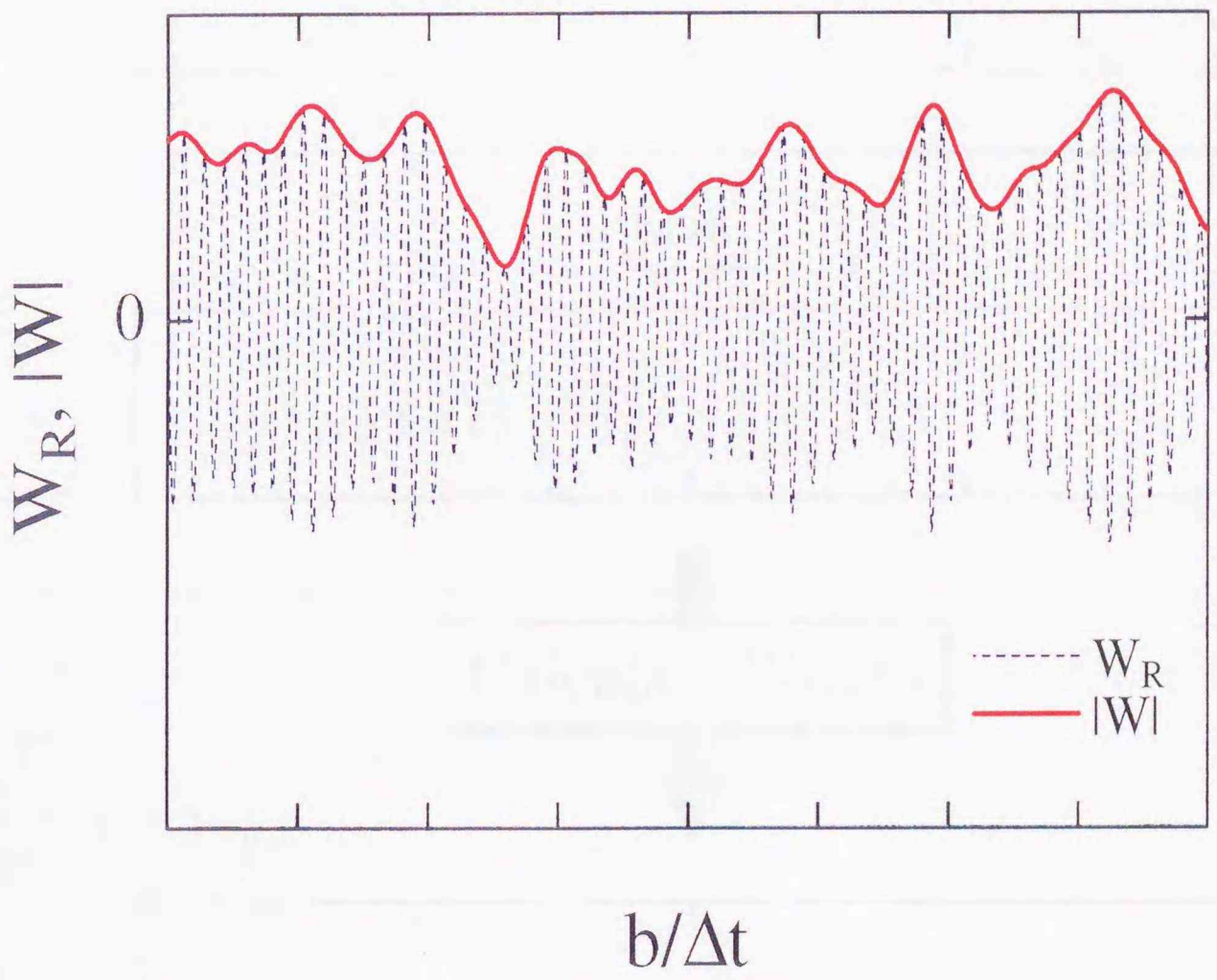


図 4.3　ウェーブレット係数の実数部と絶対値の関係. ---, 実数部 W_R, —, 絶対値 $|W|$.

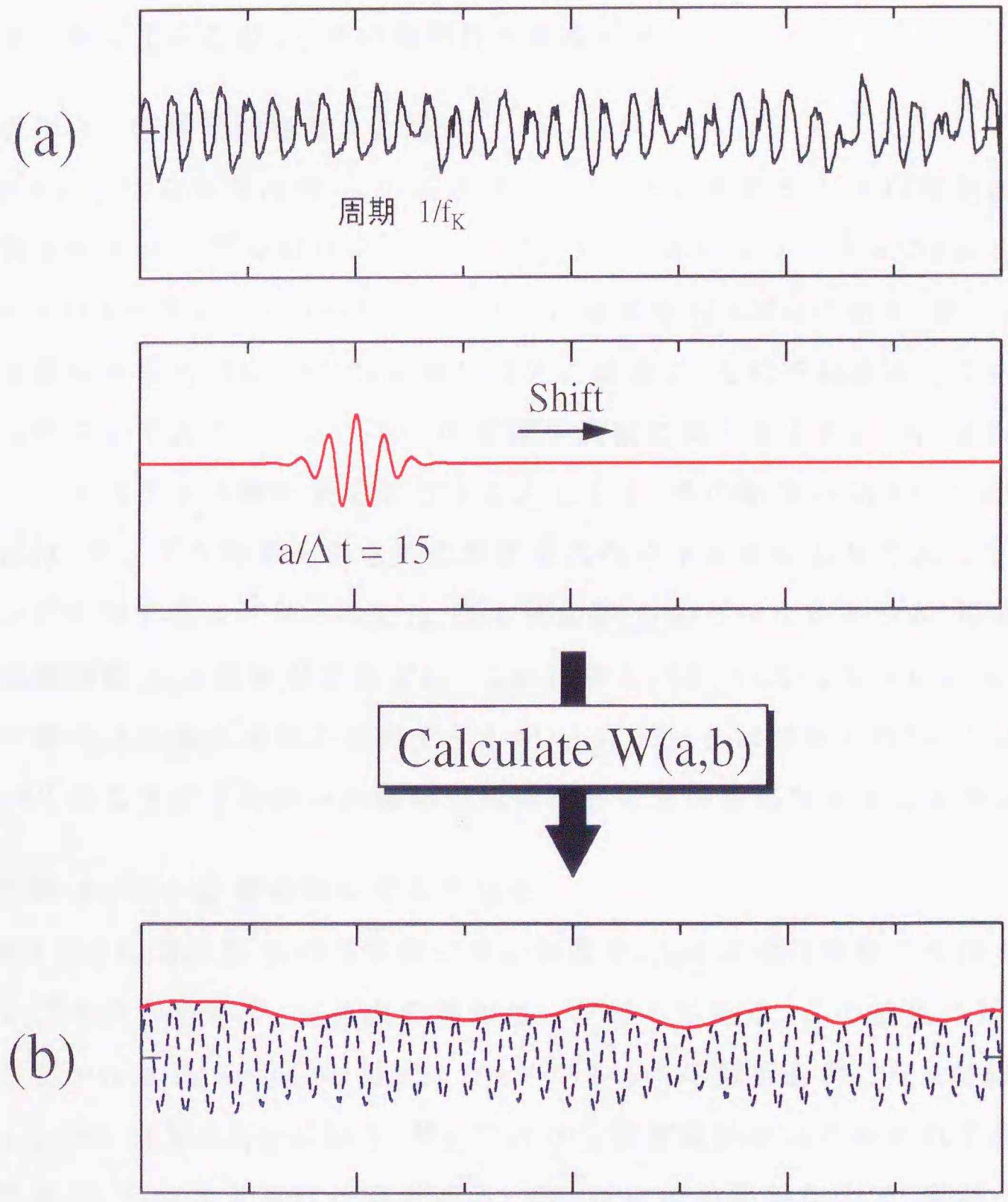


図 4.4　(a) 速度変動波形および Morlet ウェーブレット変換の (b) 実数部および絶対値の関係を示す一例.

4.3 ウェーブレット変換の有効性

本節では, 前節で提案した特定スケールのウェーブレット変換をサンプル波形に対しておこない, その有効性を検証する.

解析例 1：振幅変調を与えた場合

図4.5(a) に基本周波数 f_0 の正弦波に対し, その振幅を $f_0/8$ の低周波数で変調させたサンプル波形を示す. この波形に, 特定スケール $a/\Delta t = 1/f_0$ の Morlet ウェーブレットの解析をおこなった結果を図4.5(b) に示す. W_R はサンプル波形そのものに, $|W|$ は振幅に与えた変調に, それぞれ対応していることは明らかである. ここで, $|W|$ の変調を詳細に調べるために $|W|$ を時系列としたスペクトル解析をおこなうことにする. その結果を図4.6 に示す. 図中には, サンプル波形そのものに対するスペクトルを合わせて示してある. サンプル波形のスペクトルには, 基本周波数 f_0 のピークがあるが, 振幅変調の低周波数 $f_0/8$ は検出できない. これに対し, $|W|$ のスペクトルからは, 振幅変調 $f_0/8$ の低周波数が検出できるが, f_0 にピークは存在しない. このことは $|W|$ のスペクトルのみが振幅の低周波数変調を検出できることを示す.

解析例 2：中心位置変調を与えた場合

図4.7(a) に周波数 f_0 の正弦波の中心位置を, $f_0/8$ の低周波数で変調させたサンプル波形を示す. 正弦波の振幅は一定にしてある. この波形に対し, 特定スケール $a/\Delta t = 1/f_0$ の Morlet ウェーブレットの解析をおこなった結果の, W_R と $|W|$ を図4.7(b) に示す. W_R では中心位置変調が取り除かれて表現されており, その大きさは一定である. $|W|$ はその包絡線なので, 当然一定である.

サンプル波形と $|W|$ のスペクトル解析の結果を図4.8 に示す. まずサンプル波形のスペクトルには, 基本周波数 f_0 と中心位置に与えた低周波数変調 $f_0/8$ にピークが見られる. これに対し, $|W|$ のスペクトルには, $f_0/8$ は中心位置に与えた変調に対応するピークは存在しない. このことは, $|W|$ の波形

が一定であったことから明らかである. よって $|W|$ を時系列としたウェーブレットの解析からは, 解析波形の中心位置の変調は解析されないといえる.

解析例 3：振幅変調と中心位置変調を与えた場合

図 4.9(a) に基本周波数 f_0 の正弦波に, $f_0/8$ の振幅変調と $f_0/16$ の中心位置変調を同時に与えた場合のサンプル波形を示す. この波形に対し, 特定スケール $a/\Delta t = 1/f_0$ の Morlet ウェーブレットの解析をおこなった結果の W_R と $|W|$ を図 4.9(b) に示す. W_R には中心位置変調が取り除かれており, $|W|$ には振幅変調が保存されている. サンプル波形と $|W|$ のスペクトル解析の結果を図 4.10 に示す. サンプル波形のスペクトルには, 正弦波の基本周波数 f_0 と中心位置変調の $f_0/16$ にピークが見られる. $|W|$ のスペクトルには, 振幅変調の $f_0/8$ にピークがある. このことから, $|W|$ のスペクトルには解析波形の振幅変調のみが反映されることになる.

以上の結果から, $|W|$ を時系列とした FFT スペクトル解析をおこなうことで, 解析波形, すなわちカルマン渦列を含む速度変動の低周波数変調が抽出できるといえる. また, その低周波数変調は振幅に与えられた変調と規定できることになる.

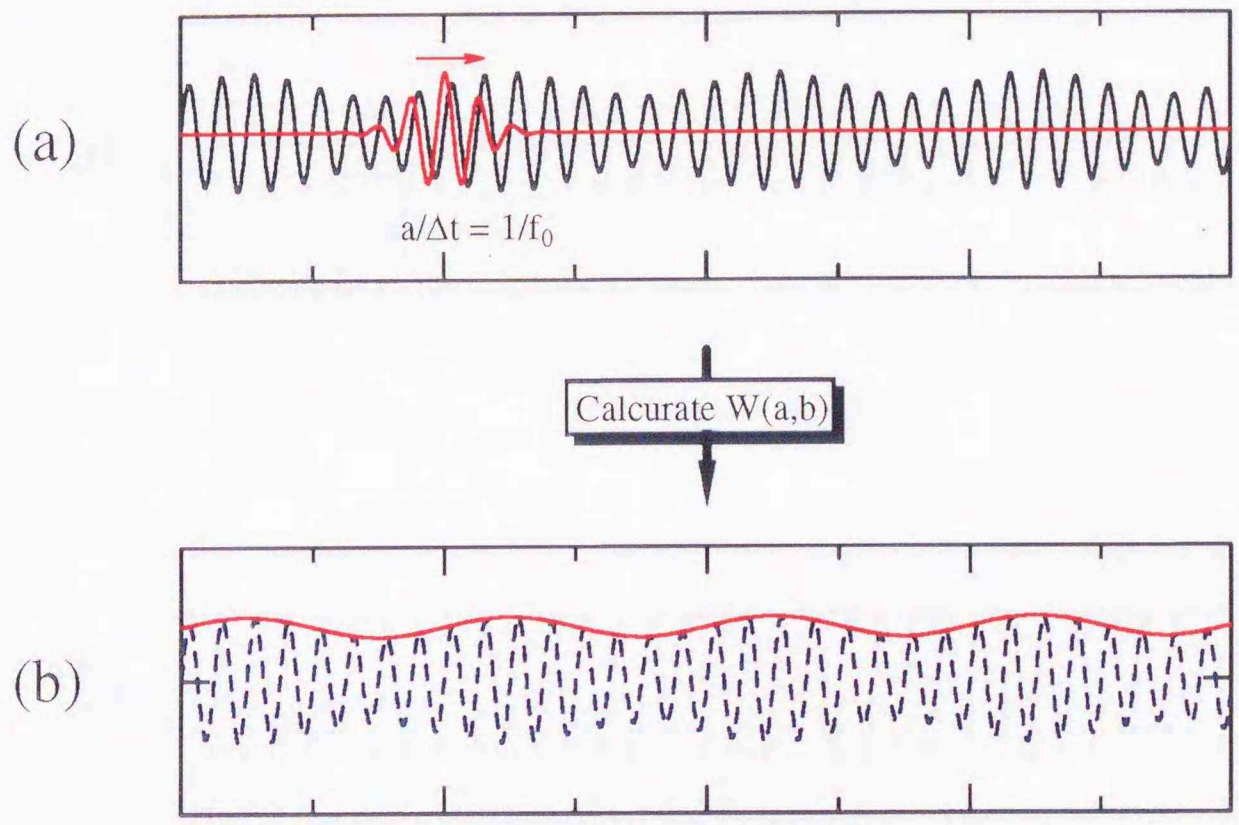


図 4.5　サンプル波形 1 : (a) 基本周波数 f_0 の正弦波に $f_0/8$ の周波数の振幅変調を与えた波形と, (b) その Morlet ウェーブレット変換 $(a/\Delta t = 1/f_0)$.

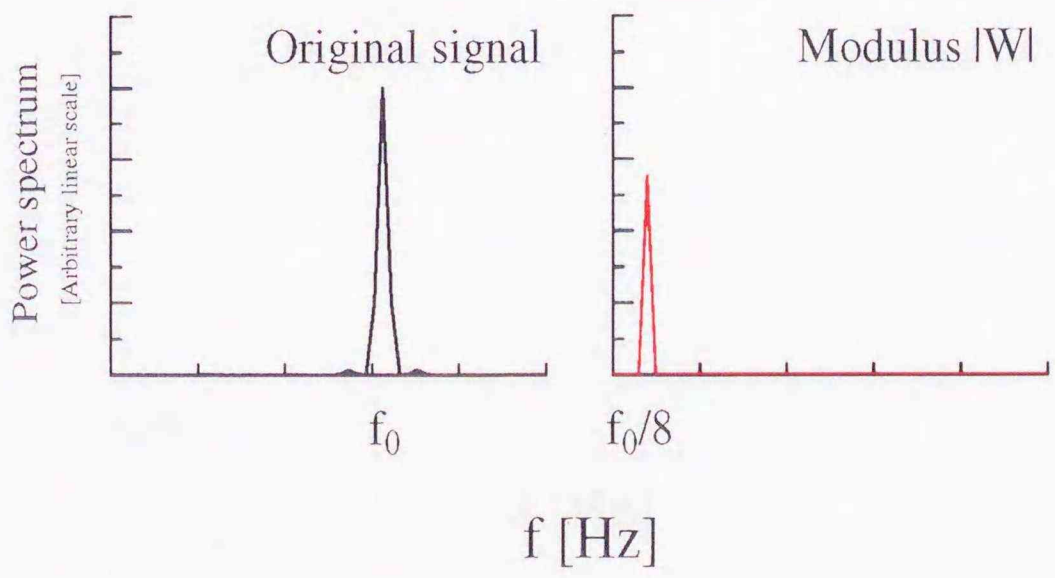


図 4.6　サンプル波形 1 の FFT スペクトル. 左側はサンプル正弦波, 右側は Morlet ウェーブレット変換の絶対値 $|W|$.

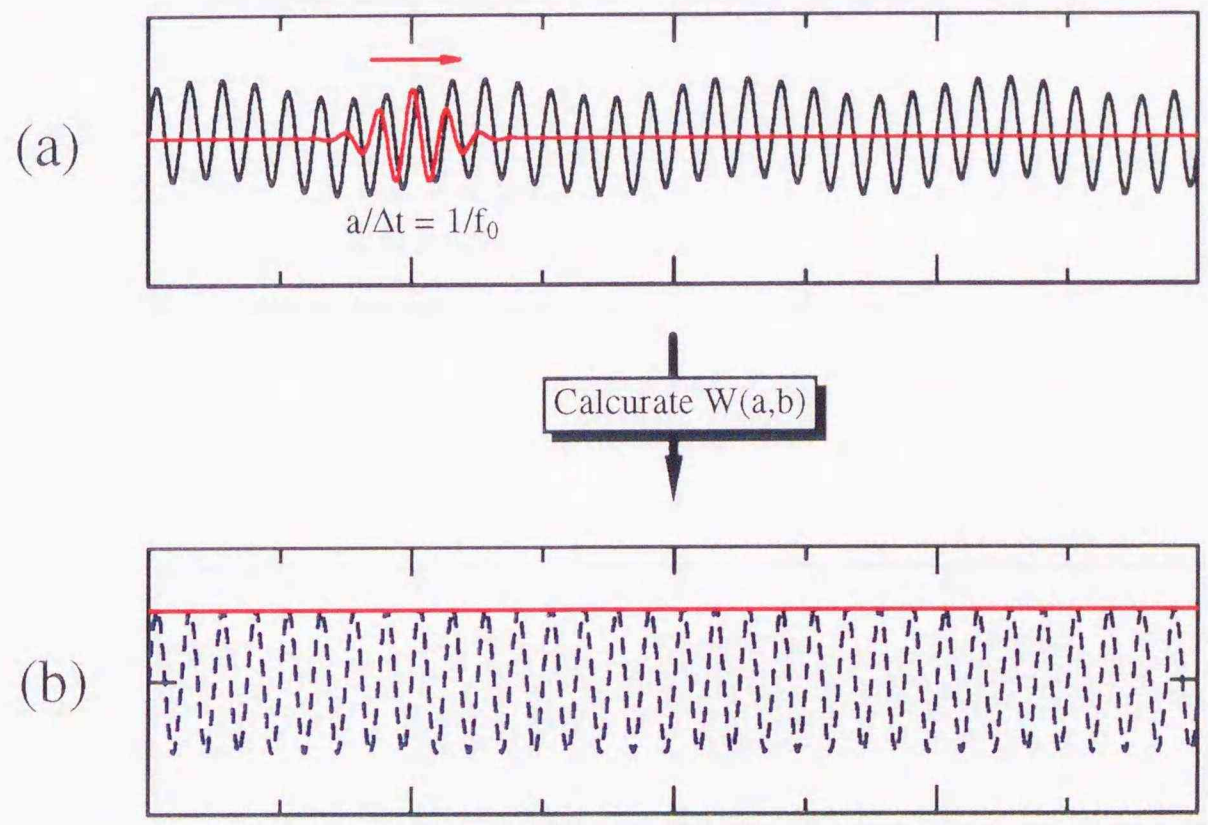


図 4.7　サンプル波形 2 : (a) 基本周波数 f_0 の正弦波に周波数 $f_0/8$ の中心位置変調を与えた波形と, (b) その Morlet ウェーブレット変換 $(a/\Delta t = 1/f_0)$.

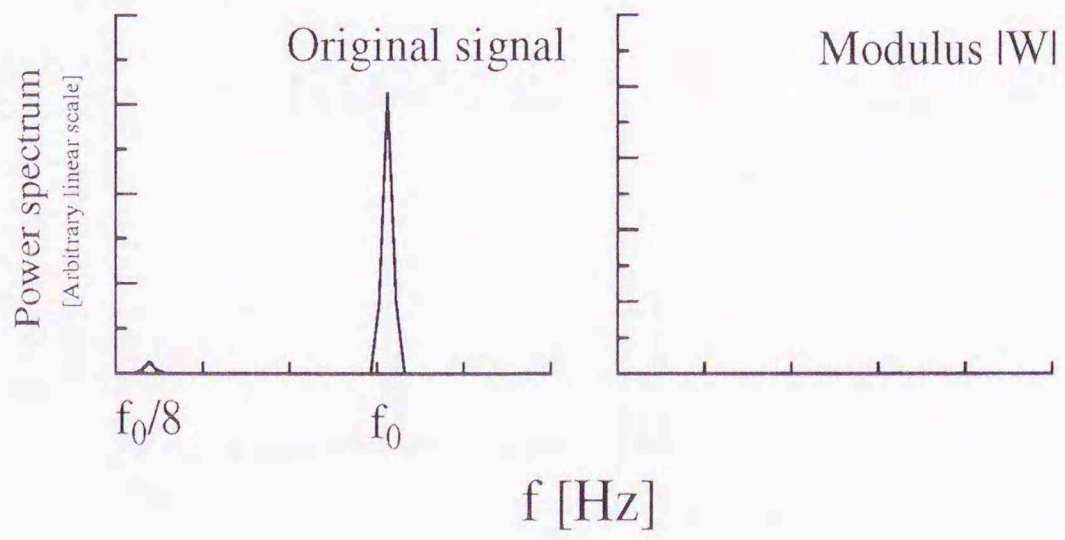


図 4.8　サンプル波形 2 の FFT スペクトル. 左側はサンプル波形, 右側は Morlet ウェーブレット変換の絶対値 $|W|$.

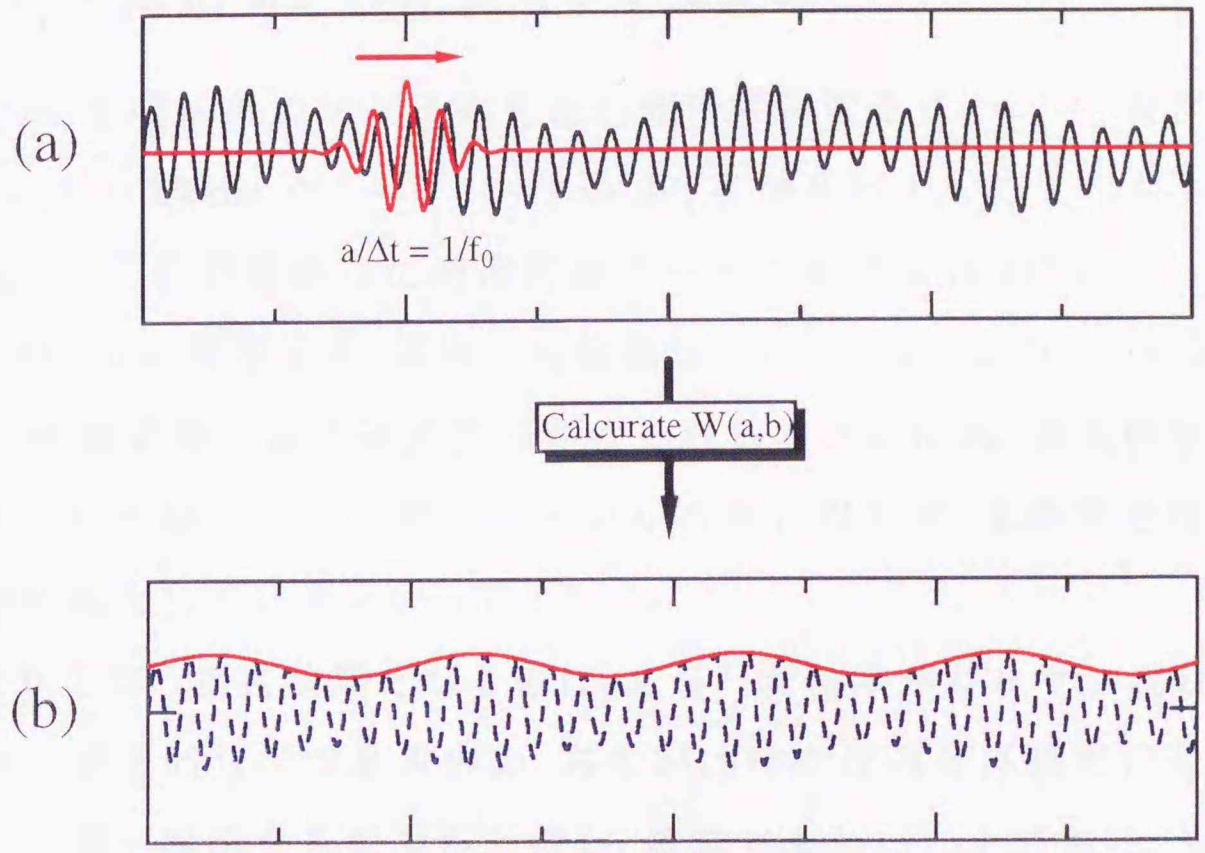


図 4.9　サンプル波形 3 : (a) 基本周波数 f_0 の正弦波に $f_0/8$ の振幅変調と, 同時に $f_0/16$ の中心位置変調を与えたものと, (b) その Morlet ウェーブレット変換 $(a/\Delta t = 1/f_0)$.

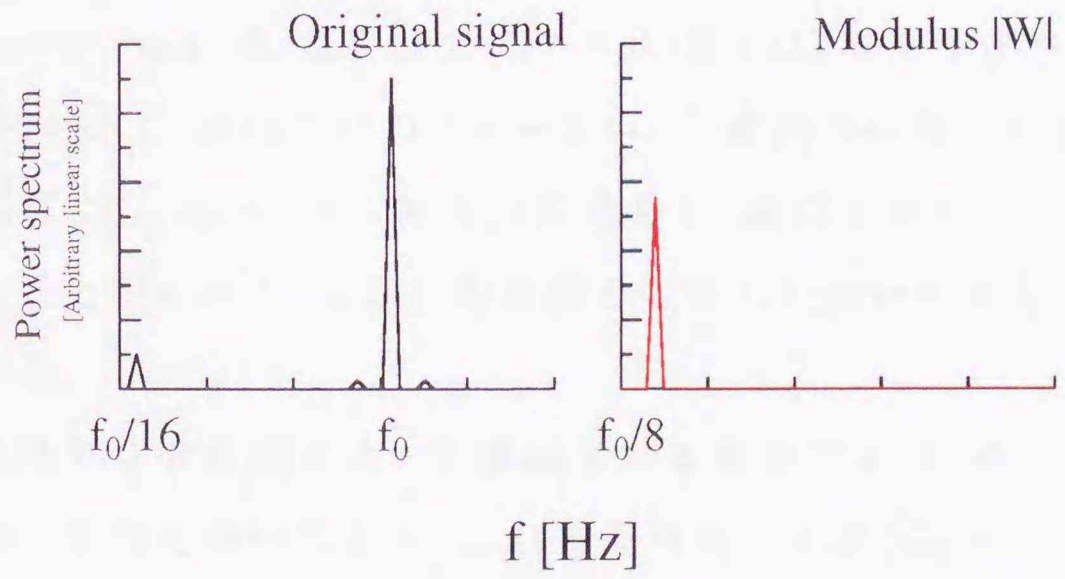


図 4.10　サンプル波形 3 の FFT スペクトル. 左側はサンプル波形, 右側は Morlet ウェーブレット変換の実数部の絶対値 $|W|$.

4.4 $|W|$ を時系列としたスペクトル解析

本節では, 実際にカルマン渦列を含む速度変動波形について, 特定スケール $a/\Delta t = 15$ の Morlet ウェーブレットの $|W|$ を時系列としてスペクトル解析をおこなう. ここで解析した速度変動データの時間長は $32768 \times \Delta t =$ 約 3 秒, $\Delta t = 0.1$ ms に相当する. 渦放出周波数は $f_K = 600$ Hz なので, 一つのデータに約 1800 個の渦による速度変動が含まれることになる. 低周波数変調の解析をおこなう際には長時間のデータが必要となるが, 本研究ではその条件を十分に満たしているといってよい.

解析をおこなう前に問題となるのは, えられた結果がカルマン渦列を含む乱流後流に固有のものであるのか, あるいは他の適当な不規則信号についても見られる一般的なものであるのか, 確定できないことである. ウェーブレット変換のように, 比較的新しい信号処理手法を使用するときは, とくにこの点に留意しなければならない. そのため本研究では, 実際の乱流後流の速度変動波形の他に, 2 種類の波形について同様の解析をおこなった. 一つは実際の乱流後流の速度変動 (図 4.2(c)) を周波数分解し, 各成分の位相を正規乱数によって不規則に変えて再構成したものである. 本研究では, これを疑似乱流 (Phase-randomized signal) とよぶことにする. この波形は, 原波形とまったく同一の r.m.s. 値, およびスペクトル (図 4.11) をもつように再構成されている. 図 4.12 に, 疑似乱流のウェーブレット変換の結果を示す. 乱流後流の場合と同様に, $a/\Delta t = 15$ に極大値が見られ, 疑似乱流もカルマン渦列を含んでいることがわかる. しかし等高線の欠落した部分が多く, 間欠性が強化されている.

いま一つはガウス乱数によって構成される波形であり, その r.m.s. 値はもとの波形のそれと同一である. これをガウスノイズ (Gaussian white noise) とよぶことにする. 図 4.11 には, あわせてガウスノイズのパワースペクトルを示してあるが, これは当然ながら, すべての周波数にわたって平坦である. 図 4.13 に, ガウスノイズのウェーブレット変換を示す. $|W|$ の等高線はさまざ

まなスケールの成分に分散しており, ガウスノイズが構造をもたないことがわかる.

図4.14に$a/\Delta t = 15$における絶対値$|W|$の時系列を示す. 疑似乱流は原波形にくらべ, 低周波のゆらぎが増大している. ガウスノイズでは振幅の大きい変動になっている. 各波形の変動の様子を定量的に調べるために, 図4.15に絶対値$|W|$の確率密度分布$P(|W|)$を示す. 疑似乱流とガウス分布はほぼ同一の確率密度分布をもつのに対し, 乱流後流のそれは全く違っている.

図4.16に$|W|$の波形を時系列データとしてスペクトル解析をおこなった結果を示す. 乱流後流のスペクトル(図4.16(a))には, 約20 ～ 30 Hzの周波数にピークが見られる. すなわち後流の速度変動には, 渦放出周波数f_Kの約1/25の周波数をもつ低周波変調が存在する. これはWilliamson [51]($Re = 180$ ～ 280), 横井ら [52]($Re = 170$ ～ 1340), 羽二生ら [53]($Re = 80$ ～ 240)の低周波成分の周波数にほぼ一致する. 疑似乱流には同じ約20 ～ 30 Hzにピークがあるが, 他の周波数成分に埋没しているため, 低周波数変調とは認めがたい. またガウスノイズには特定の周波数におけるピークはない. 以上のことから, 低周波数変調は乱流後流速度変動のみに存在する固有のものといえる. またこのことは, ウェーブレット変換が乱流後流速度変動に固有の特性を導き出す有力な手法である証拠である.

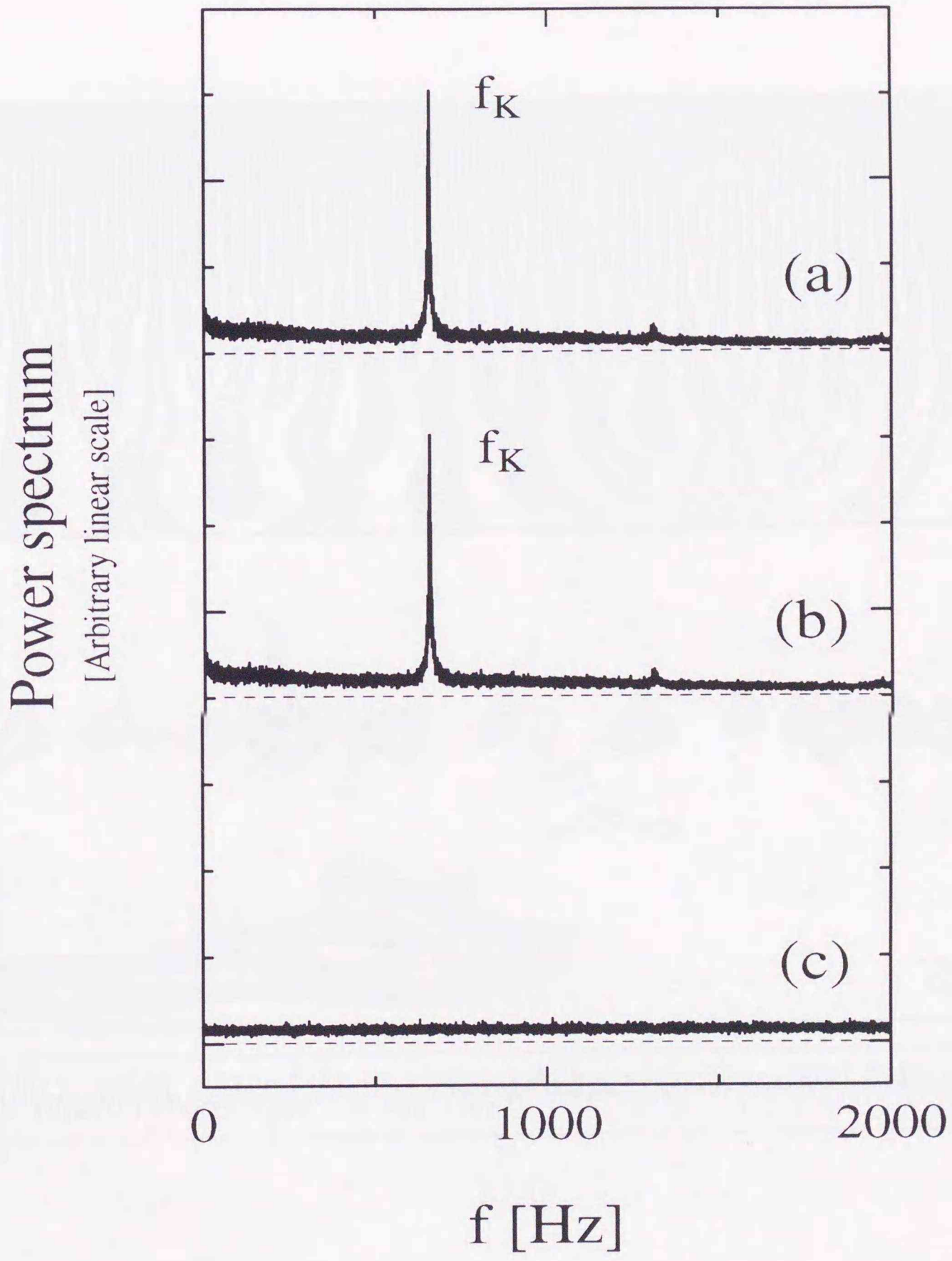


図 4.11　3 種類の速度変動のパワースペクトルの比較. (a) 乱流後流. (b) 疑似乱流. (c) ガウスノイズ.

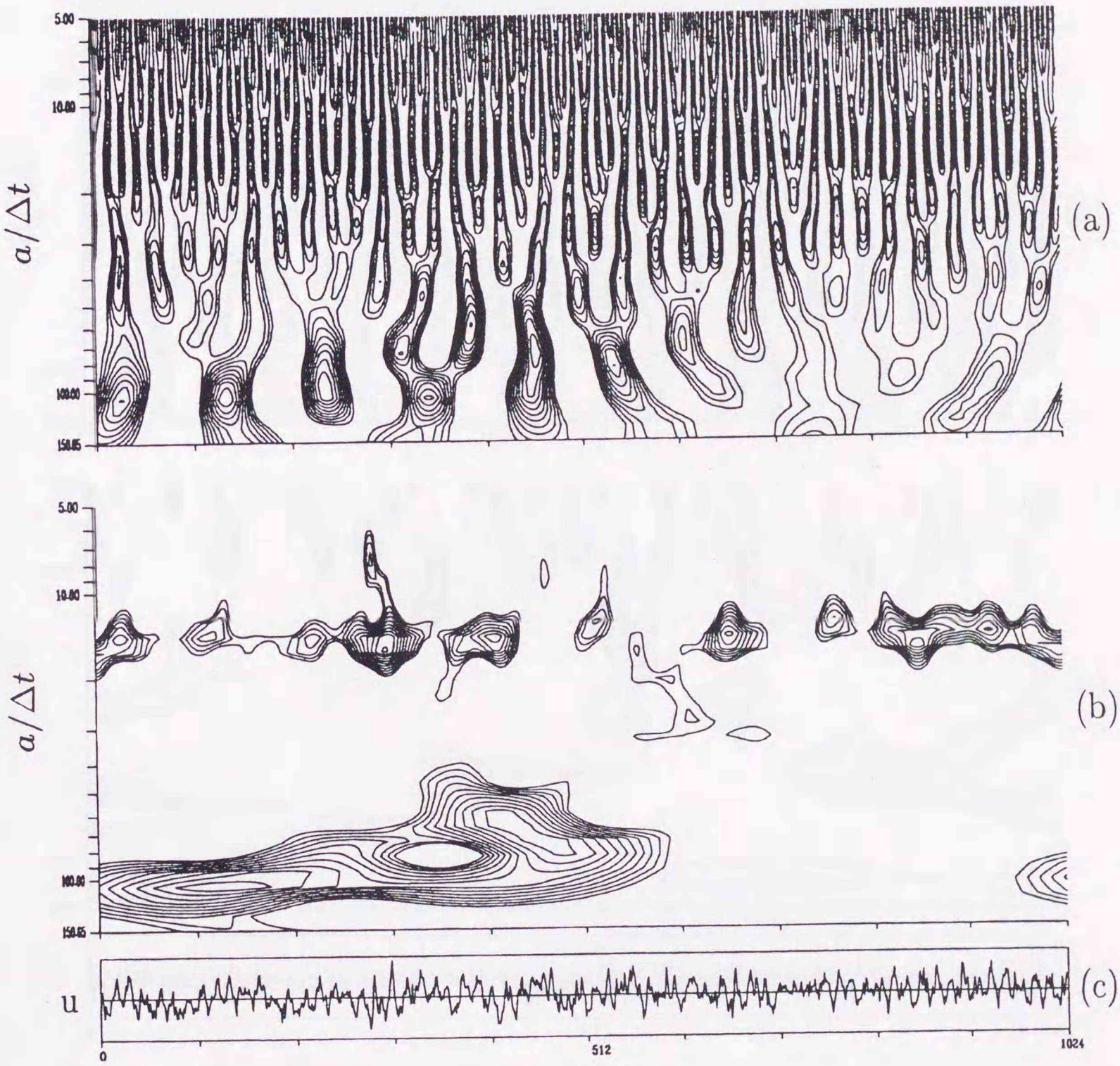


図 4.12　疑似乱流のウェーブレット変換. (a) 実数部 W_R (正の値のみ表示), (b) 絶対値 $|W|$, (c) 疑似乱流の速度変動

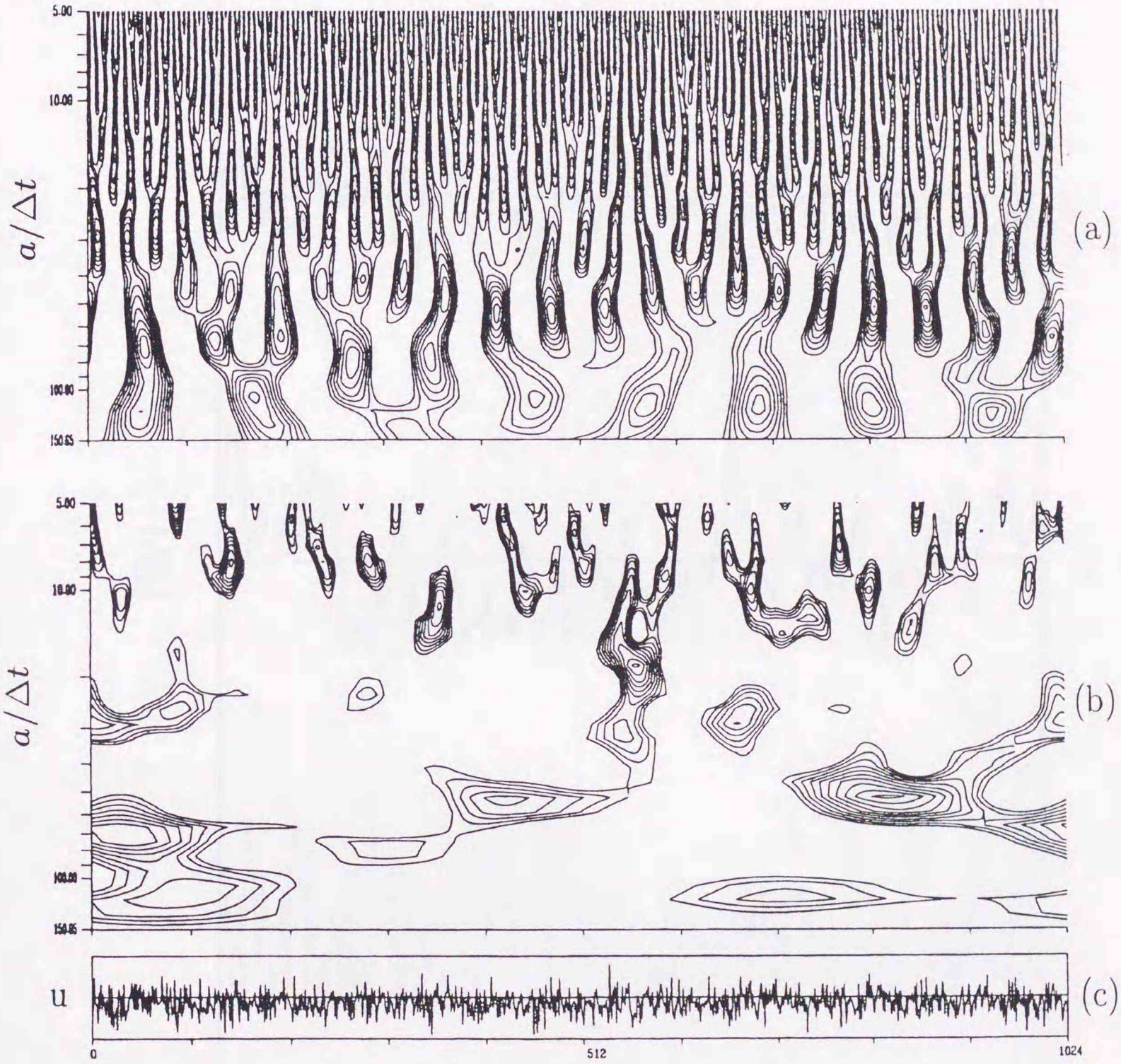


図 4.13　ガウスノイズのウェーブレット変換. (a) 実数部 W_R (正の値のみ表示), (b) 絶対値 $|W|$, (c) ガウスノイズの速度変動

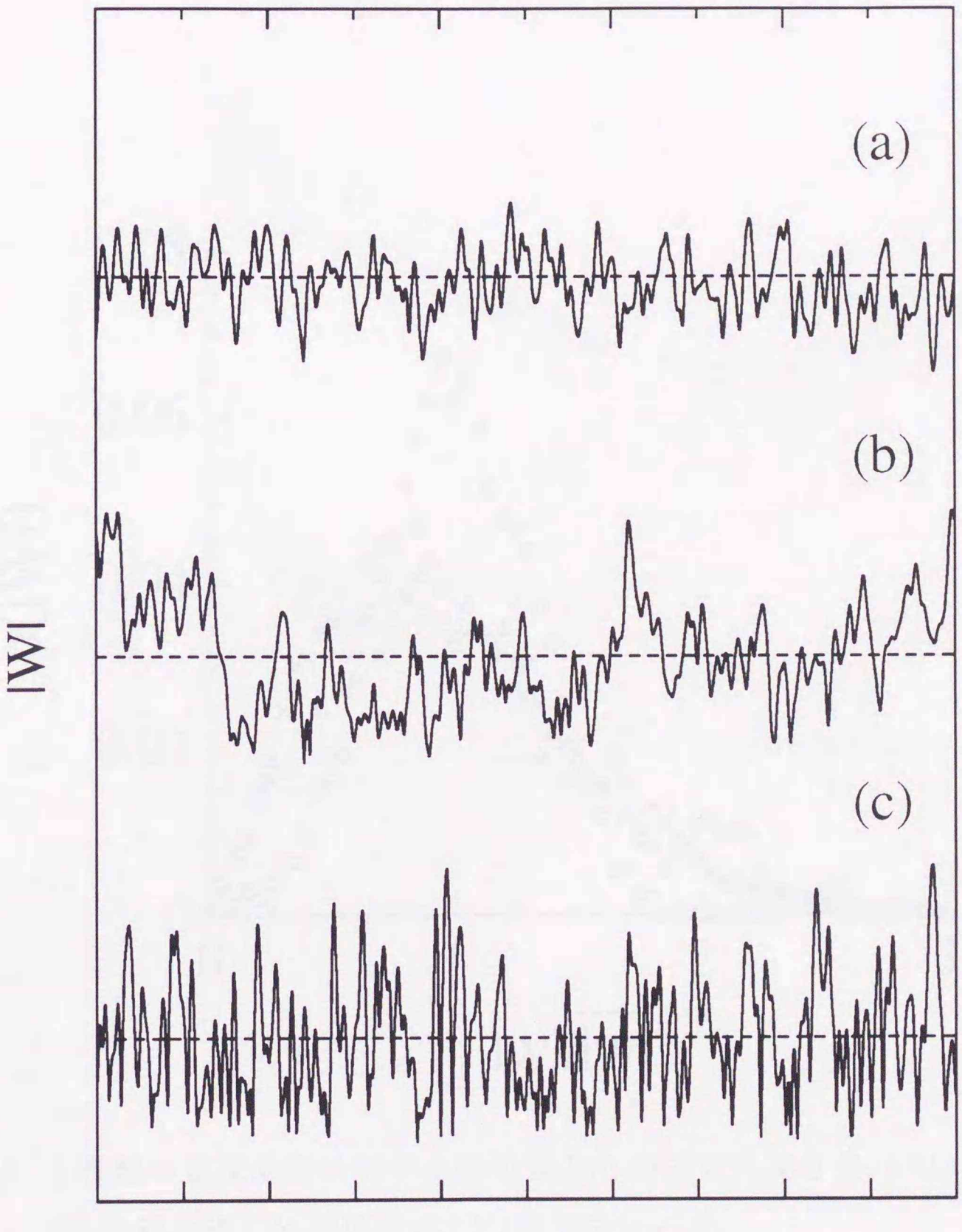


図 4.14　3 種類の速度変動に対する絶対値 $|W|$ の変調. $a/\Delta t = 15$. (a) 乱流後流, (b) 疑似乱流, (c) ガウスノイズ.

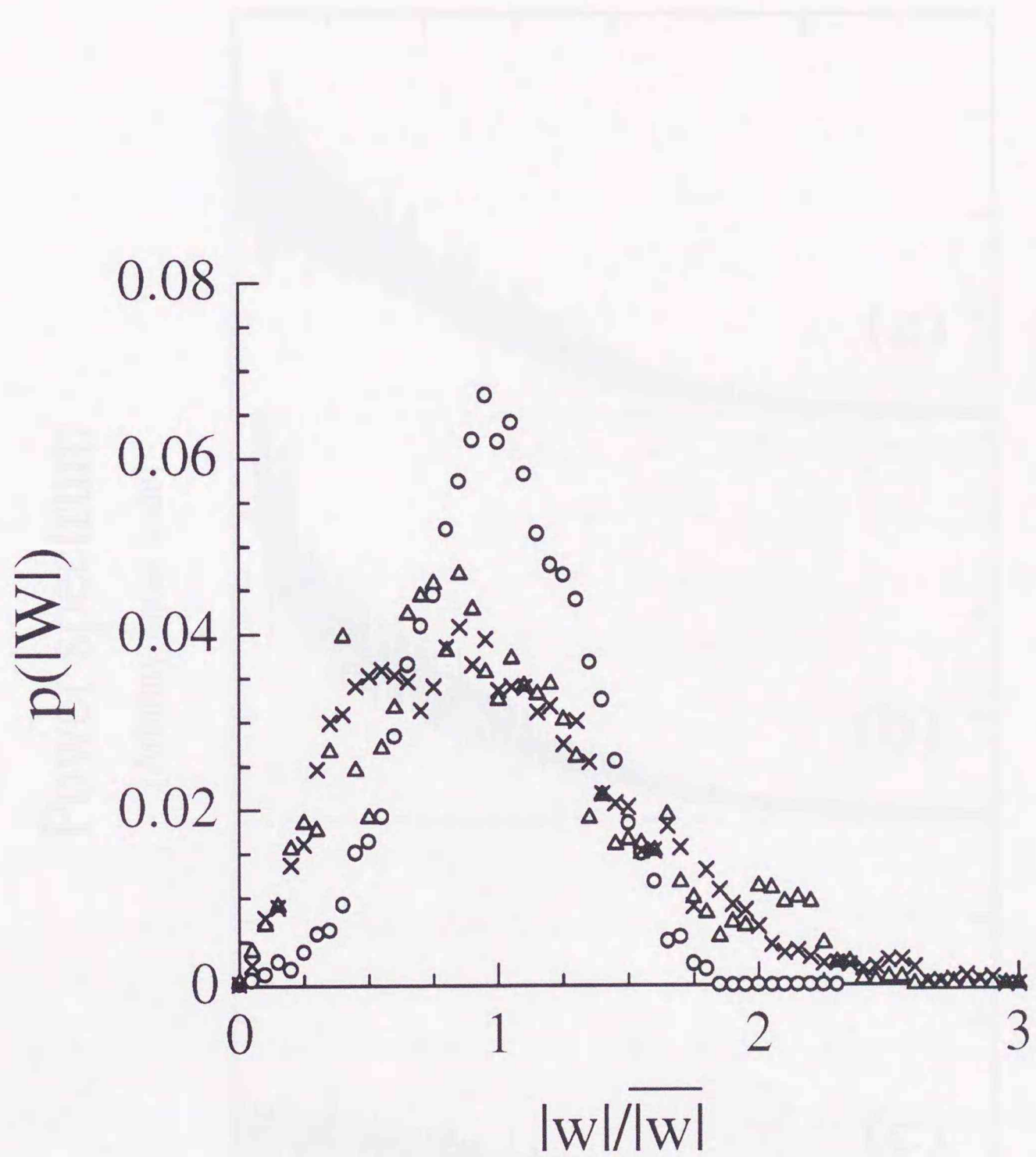


図 4.15　3 種類の速度変動に対する絶対値 $|W|$ の確立密度分布. $a/\Delta t = 15$.
○, 乱流後流 ; △, 疑似乱流 ; ×, ガウスノイズ.

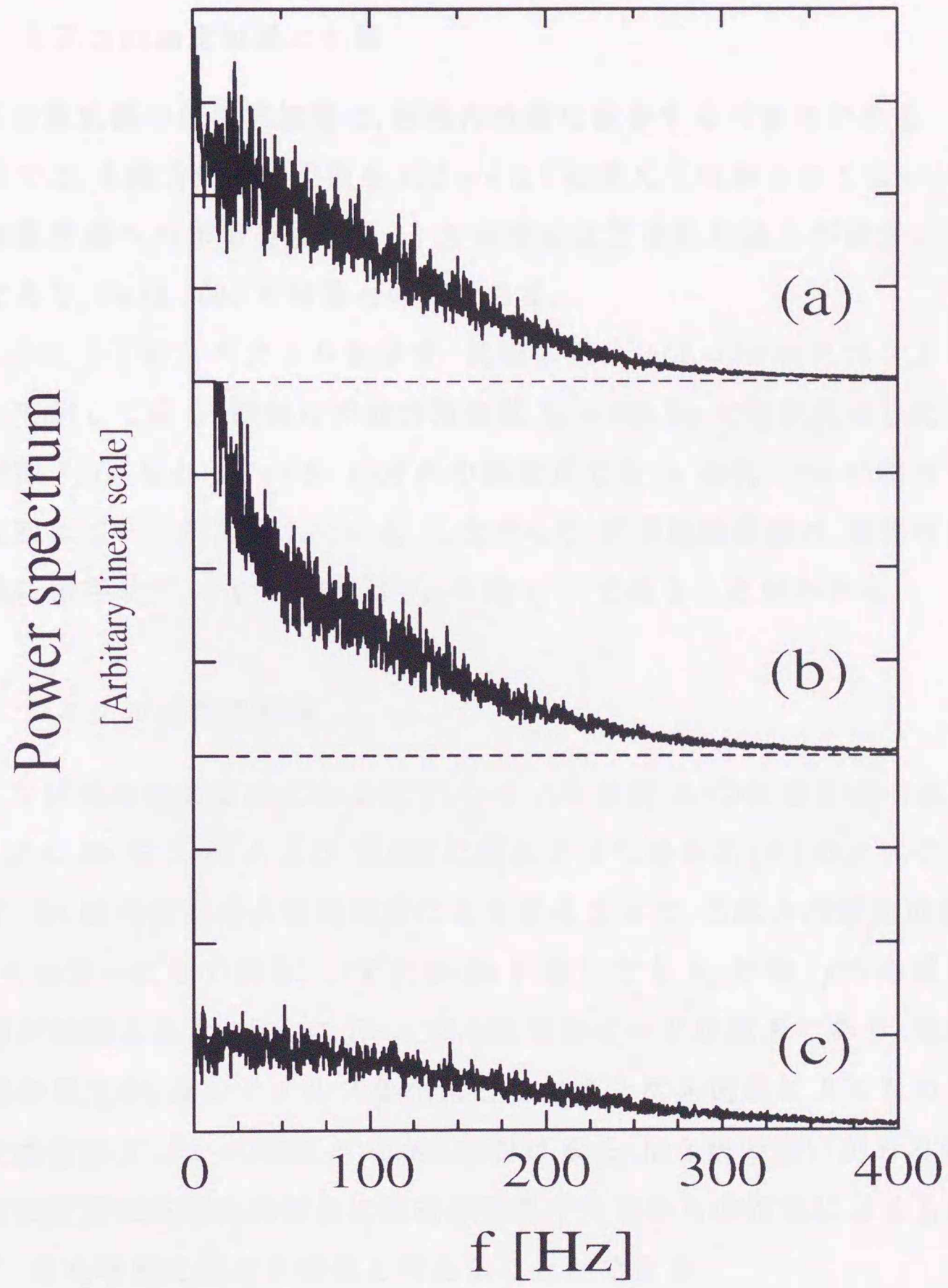


図 4.16　3 種類の速度変動に対する絶対値 $|W|$ のパワースペクトル. $a/\Delta t = 15$. (a) 乱流後流, (b) 疑似乱流, (c) ガウスノイズ.

4.5 主流方向測定位置およびレイノルズ数の影響

4.5.1 主流方向測定位置の影響

低周波数変調の統計的性質は,後流内位置に依存する可能性がある.そこで本節では,主流方向測定位置を $x/d=4$ と7に変えて実験をおこない,その低周波数変調への影響を調べる.y 方向測定位置は乱れ強さが最大になる位置であり,Re は5000で前節と同一である.

図4.17に $|W|$ のスペクトルを示す.比較のため $x/d=10$ のスペクトルもあわせて示してある.横軸は渦放出周波数 $f_K=650$ Hz で無次元化した無次元周波数 f/f_K をとっている.いずれの測定点でも f_K の約 1/25 に相当する低周波数にピークが出現している.したがって,低周波数変調は,後流内の測定位置に依存せず,その周波数は f_K の約 1/25 であることがわかる.

4.5.2 レイノルズ数の影響

ここでは低周波数変調におよぼす,レイノルズ数 Re の影響を調べる.

図4.18に Re を2,500および10,000に変化させた場合の $|W|$ のスペクトルを示す.Re は円柱直径と主流速度により変化させた.主流方向測定位置は,$x/d=4$ と同一にしてある.いずれの Re においても f_K の約 1/25 の低周波数変調が確認される.とくに $Re=10{,}000$ でのピークが顕著であり,低周波数変調の発生が,高レイノルズ数化にともなう3次元構造によるものである可能性を示す.$Re=2{,}500$ と $10{,}000$ における f_K は2倍の違いがあるので,低周波数変調は風洞内の流れに固有の撹乱や外部からの撹乱によるものではなく,乱流後流に固有の特性と考えることができる.

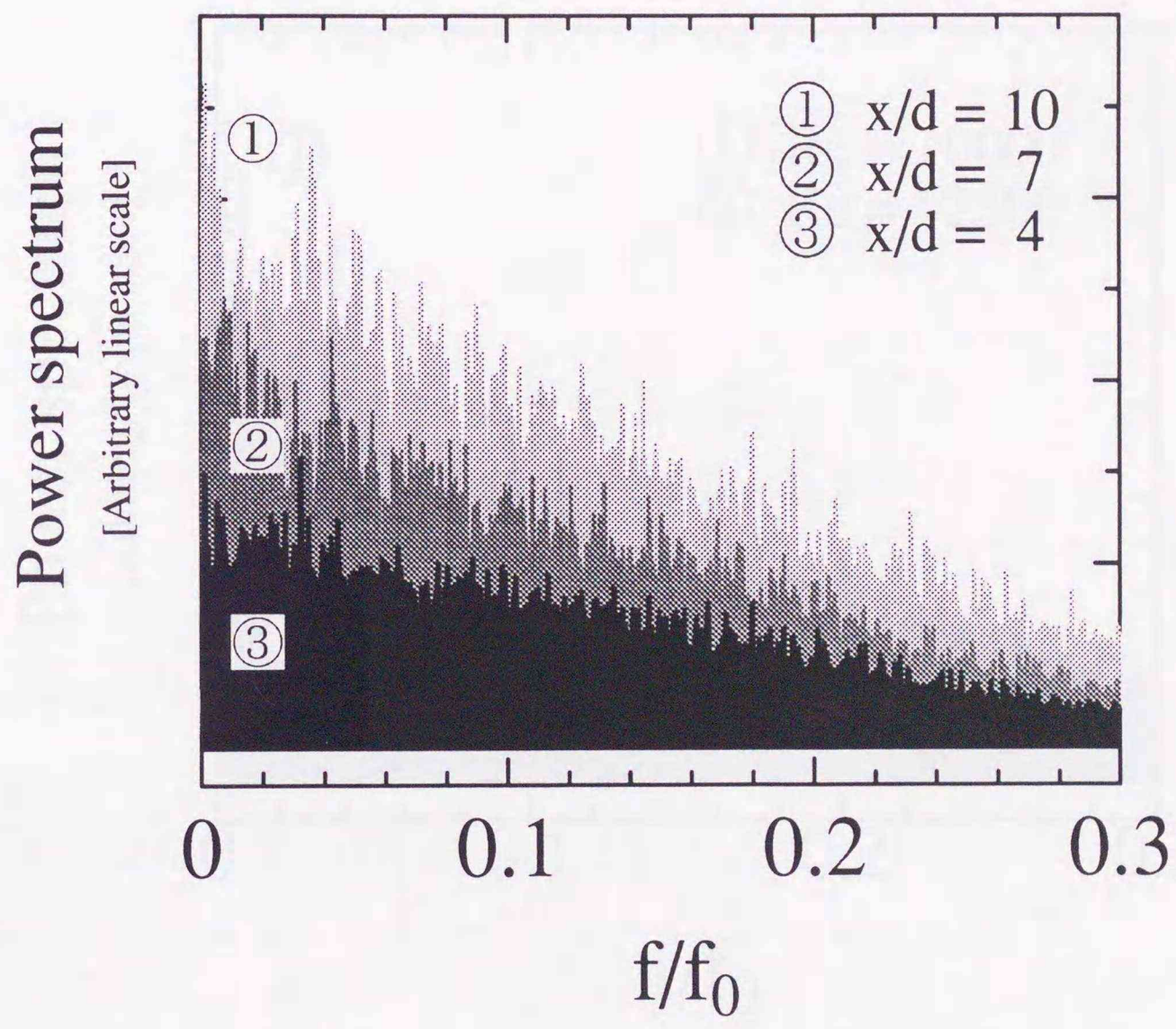


図 4.17　後流内の異なる位置における絶対値 $|W|$ のパワースペクトル(縦軸は任意直線スケール). $Re = 5{,}000$.

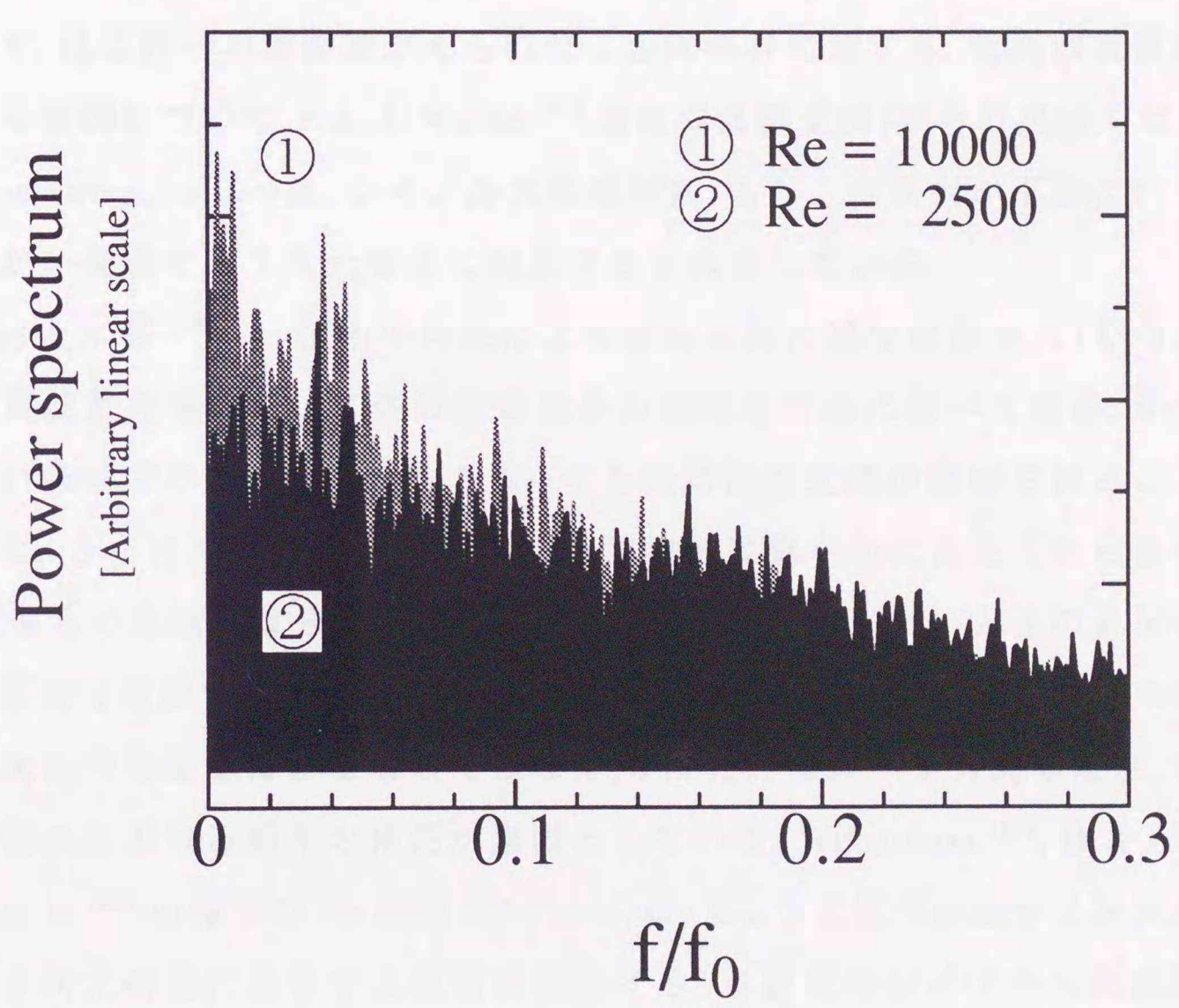


図 4.18　異なるレイノルズ数における絶対値 $|W|$ のパワースペクトル (縦軸は任意直線スケール). $x/d = 4$.

4.6 考察

本研究では, Williamson [51], 横井ら [52] および羽二生ら [53] の報告とほぼ同じ f_K の約 1/25 の周波数をもつ低周波数変調の存在を明らかにした. 本研究での Re = 2,500 ～ 10,000 は, Williamson [51](Re = 180 ～ 280), 横井ら [52](Re = 170 ～ 1,340), 羽二生ら [53](Re = 80 ～ 240) よりもはるかに高いにもかかわらず, ほぼ同一の周波数がえられたことは注目に値する. 低周波数変調を与える要因について, Sato & Kuriki [55] は低周波数変調(彼らの用語では, low freqency irregularities)は, レイノルズ数の増加, もしくは渦列が下流にいくにしたがい発達する 3 次元構造に起因すると報告している.

松村と木谷 [57] は, 位相平均法により求められた速度変動を, いくつかの狭い周波数領域に分けて各周波数成分の特性を詳細に調べた結果, かなり厳しい条件での位相平均をおこなっても低周波数変調が観察されることを示した. さらに木谷と松村 [56] では, 低周波数変調をあたえる「ゆらぎの構造」(彼らの用語では分散構造)こそが, レイノルズ数が高いときの乱流後流の本質的な構造であるとしている. また彼らは,「ゆらぎ」の構造は渦の個性の 2 次元的な変調によるものではなく, 3 次元的なスパン方向の変形, または鞍部点における渦糸の伸長が原因としている. Williamson [51], 横井ら [52], 羽二生ら [53] の報告の Re 範囲 (80～1340) は, ちょうど乱流後流が 2 次元構造から 3 次元構造に遷移する領域に相当する. 本研究のレイノルズ数範囲も 2,500 ～ 10,000 と十分に大きいので, 低周波数変調がレイノルズ数の増加に伴って成長する 3 次元構造によって与えられる可能性が極めて高い.

乱流後流の 3 次元構造の代表的な例は, 隣接する渦をつなぐように発生する縦渦(リブ)構造である. Cimbala ら [59], Hussain & Hayakawa [60] は, 縦渦の生成機構について, カルマン渦列の発達にともなって流れに潜んでいた弱い 3 次元の撹乱が, 渦に重畳した形で鞍部点で伸長され増幅することで縦渦が生成されるとしている. この縦渦構造は DNS を用いた数値計算 (Najjar & Vanka [58]) でも確認されている. 横井ら [52] によって報告された, 円柱から

の剥離流脈線の疎密も, この縦渦によるものと考えられる. 剥離流脈線の疎密に現れるように, 縦渦が主流に直角方向, すなわち円柱のスパン方向に移動する性質をもてば, 本研究のような空間のただ一点における速度変動の測定でも, その低周波数変調を捕らえることは可能である. その際には, 低周波数変調の程度に隣接する縦渦のスパン方向間隔が重要な意味を持つ. スパン方向の間隔については, Hayakawa & Hussain [61] では $1 \sim 2d$, Wei & Smith (1986) [62] では $0.4 \sim 0.6\ d$, 有江ら [63] の総括によれば $2 \sim 3\ d$ であり, 概ね円柱直径の数倍程度である. しかし, Williamson [64] はスパン方向の間隔に2つの異なるスケールがあること, さらにその間隔はレイノルズ数が低くなると狭くなることを指摘しているが, 本研究でレイノルズ数を変化させた場合にも, 低周波数変調の程度は同一の f_K の 1/25 であったことには一致しない.

いま一つの3次元構造として, スパン方向に良好な2次元性を示す渦列が, ある幅のセル構造に分割された場合があげられる. これまでに, セル構造が斜めに傾いている放出されるもの (Williamson [65]) や, セル構造の両端が円柱に付着したまま渦放出がおこなわれるもの (Zhang et al. [66]) 等が報告されている. これは渦放出周波数が円柱のスパン方向位置で局所的に変化するためにおこる現象である. 本研究で明らかになった低周波数変調が, このようなセル構造によって与えられる可能性も十分に考えられる.

ここまで述べた縦渦構造やスパン方向セル構造は, 比較的安定して出現する3次元構造である. これに対し, 時間的に非定常に出現する3次元構造としては, やはり Williamson [51]の指摘する渦転位構造がある. Williamson は, この渦転位構造が渦列形成時の不安定性により, 渦放出周波数の変化が瞬時に起こるために発生するものであり, 後流下流にいくに従い成長する撹乱のようなものではないとしている. このことは, 前節 4.5.1 のように測定位置を変化させて実験をおこなっても, その低周波数変調のスケールが変化しなかったことに一致する. また, Williamson は渦転位構造が, 連続して発生

する場合も指摘しているが, その際には, 乱れ強さの分布が二つの極大値を示さなくなるので本研究の結果にはあてはまらない.

3 次元構造を発生させる要因として, Gerich [67] らは円柱の端面の影響を指摘している. すなわち, 円柱の一方の側端を自由端面, もう一方の側端に端板を設置し, その端板をスパン方向に移動すると, 後流内の固定点における速度変動波形が変調を受ける. しかし, Norberg [68] によれば, アスペクト比が 2000 をこえるような, 十分端面の影響が減衰されるような場合でも 3 次元構造が確認されており, Williamson も渦転位構造の発生は, 端面の影響に依存しないとしている. 本研究の場合も, アスペクト比が十分大きいので, 明らかになった低周波数変調は円柱後流の本質的な現象であると考えられる.

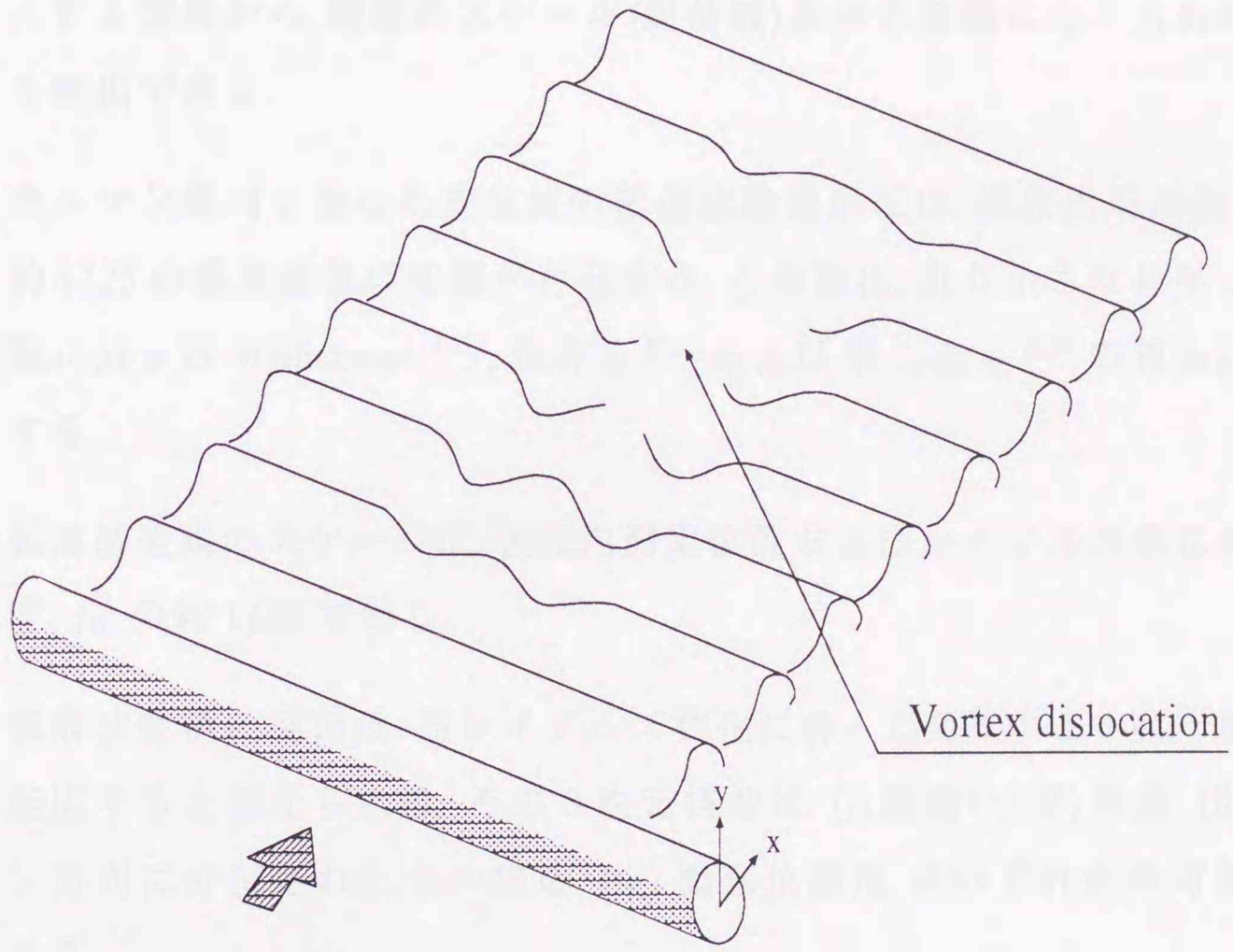


図 4.19　渦転位構造の摸式図 [64].

4.7 第 4 章の結論

本章でえられた結果を以下に示す.

(1) Morlet ウェーブレットを用いたウェーブレット変換をおこない, ウェーブレット係数の絶対値 $|W|$ のスペクトル解析をおこなうことで, 解析対象とする波形から, 特定のスケール(周波数)成分の振幅に与えられた変調を検出できる.

(2) カルマン渦列を含む乱流後流の速度変動波形には, 渦放出周波数 f_K の約 1/25 の低周波数の変調が存在する. この値は, より小さなレイノルズ数に対する Williamson [51], 横井ら [52] および羽二生ら [53] の報告に一致する.

(3) 低周波変調のスケールは, 後流内測定位置およびレイノルズ数に依存せず, f_K の約 1/25 である.

(4) 低周波変調の要因は, 高レイノルズ数化に伴って発達する 3 次元構造に起因すると考えられる. その 3 次元構造は, (i) 縦渦 (リブ) 構造, (ii) スパン方向に分割されたセル構造, (iii) 渦転位構造 のいずれかの可能性がある.

(5) カルマン渦列を含む乱流後流の速度変動波形の低周波数変調は, 乱流の本質的な現象であり, 実験装置の特性や端面の影響などによるものではない.

第5章　乱流混合層の組織構造

乱流混合層の組織構造は, ケルビン・ヘルムホルツ不安定によって巻き上がる渦により形成される. この渦は, レイノルズ数の増加に伴いスパン方向の 2 次元的な大規模渦に成長する. 本研究ではこれを混合層の横渦(列)と呼ぶ. この横渦は流下にともない, 横渦内の微小渦構造の発達, 横渦どうしの合体などの過程を経て, しだいに複雑な構造を示すようになる. 本研究では, この乱流混合層の横渦を POD(Proper Orthogonal Decomposition) およびウェーブレット変換により解析をおこなう.

5.1 乱流混合層速度変動データベースについて

本章で解析をおこなう乱流混合層はBonnet ら[69] によって計測された速度変動データベースである. 本節では, このデータベースについて説明する. なお, データベースの流れの諸元は Delville[70] に述べられている.

5.1.1 実験概要および座標系の定義

実験は吸い込み型貫流風洞を用いておこなわれた. その概観図を, 図5.1に示す. 風洞流入口には, フィルタが設置されている. 縮流部入口には, 主流を減速させるための抵抗体が設けられており, スプリッタプレート下側の低速領域を形成している.

混合層は, スプリッタプレートにより形成される. スプリッタプレート上には発達した乱流境界層が形成されている. 境界層厚さは 7mm である. なお, 混合層に人工的な撹乱は与えられていない. 主流速度は高速側 $U_2 = 42.2$ m/s, 低速側 $U_1 = 25.2$ m/s であり, 移流速度は $U_c(= (U_1 + U_2)/2) = 33.7$ m/s である. 図5.2 に座標系と主な記号の定義を示す. スプリッタプレート後端に原点をとり, 主流方向に x 軸, スプリッタプレートと垂直方向に y 軸, スパン方向に z 軸をとる.

解析対象となる速度変動は, 2 種類の熱線プローブにより測定された. 一つは, y 方向に設置された 12 本の X 型プローブ(間隔 6 mm)による主流方向速度変動成分 u と主剪断方向速度変動成分 v である. 測定位置は, スプリッタプレート下流 $x = 600$ mm であり, 測定位置での渦度厚さ δ_ω は 27.8mm, レイノルズ数 Re $(= \Delta U \delta_\omega / \nu,\ \Delta U = U_2 - U_1$: 主流速度差, ν : 動粘性係数) はおよそ 3.4×10^4 である. いま一つは, スパン方向に設置された 22 本の I 型プローブ(間隔 4 mm)による主流方向速度変動成分 u である. 測定位置は, スプリッタプレート下流 $x = 300$ mm であり, δ_ω は 15.4mm, Re はおよそ 1.9×10^4 である. いずれも, サンプリング周波数は 10 kHz (サンプリング間隔 $\Delta t = 0.1$

ms) で測定をおこなった. 本章では, u と v の解析から, 主剪断方向 y と時間 t による $y-t$ 平面の構造について議論する. なお, t をテーラー仮説を用いれば, $dx = -U_c dt$ により主流方向座標 x に変換できる. I 型プローブによるスパン方向 $z-t$ 平面の構造については, のちの第 6 章で議論する.

5.1.2 乱流混合層の $y-t$ 平面における基本構造

図 5.3 に, 主流方向の平均速度分布を, 図 5.4 に, u, v の乱れ強さ分布を示す. 乱れ強さは, 混合層外層領域 $|y/\delta_\omega| > 0.5$ では u, v ともほぼ同じであるが, 混合層中心領域では, u が大きい. 混合層中心に関する対称性は, u では高速領域, v では低速領域で良好である.

図 5.5 に混合層低速領域, 図 5.6 に混合層高速領域での, y 方向各測定位置での u のスペクトルを示す. 混合層中心に近いほどエネルギーが大きく, なだらかな連続スペクトルになっている. このスペクトルから横渦の通過周波数 f_V を規定することは困難である. これは Re が比較的大きいため, 横渦の変動成分に不規則な高周波数成分が重畳したためである. これに対し, 外層領域では約 350 Hz を中心としたなだらかなピークが確認できる. よって本研究では, 測定位置 $x = 600$ mm での横渦の通過周波数 f_V を 350 Hz とする.

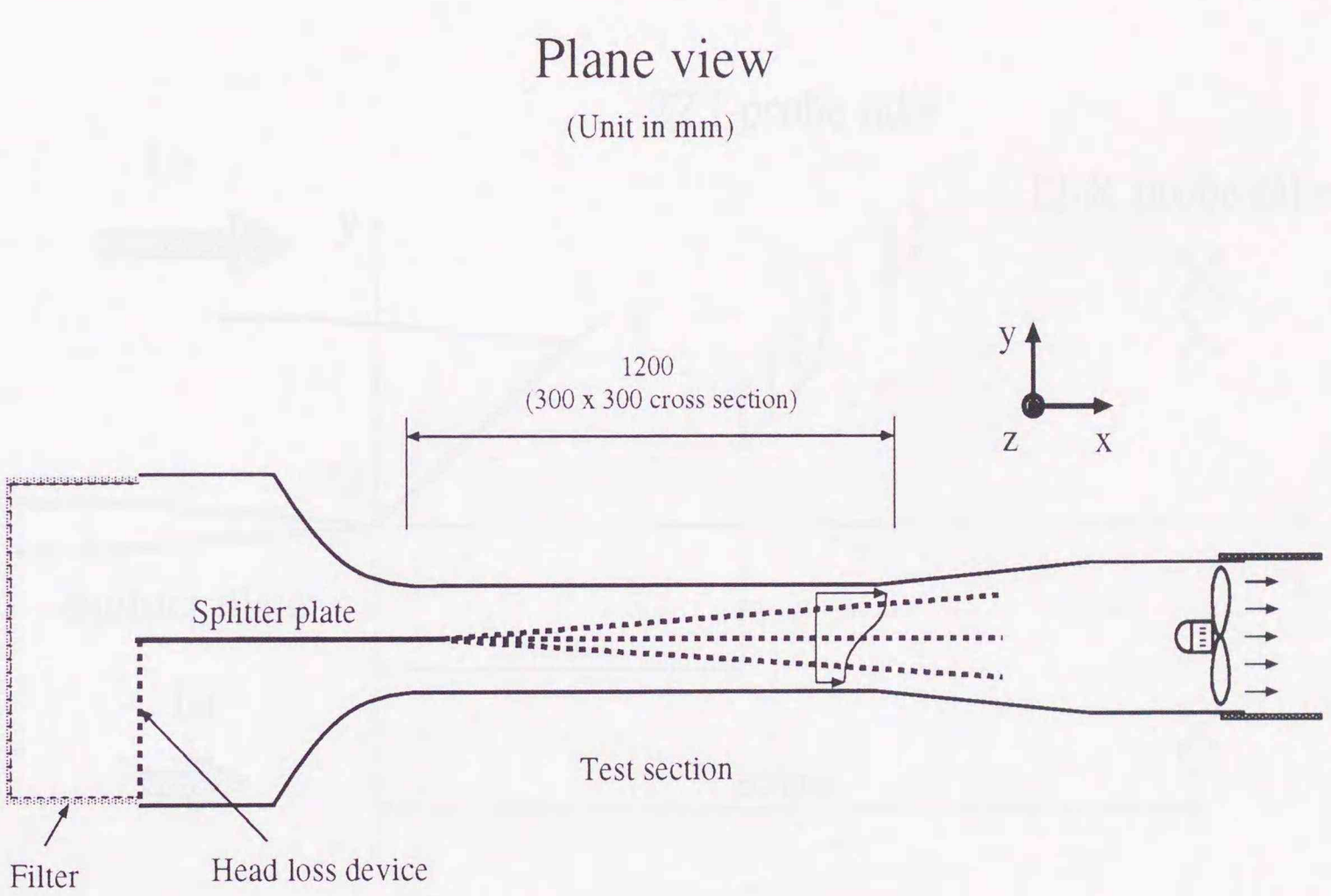


図 5.1　風洞概観図 (Delville et al. [70]).

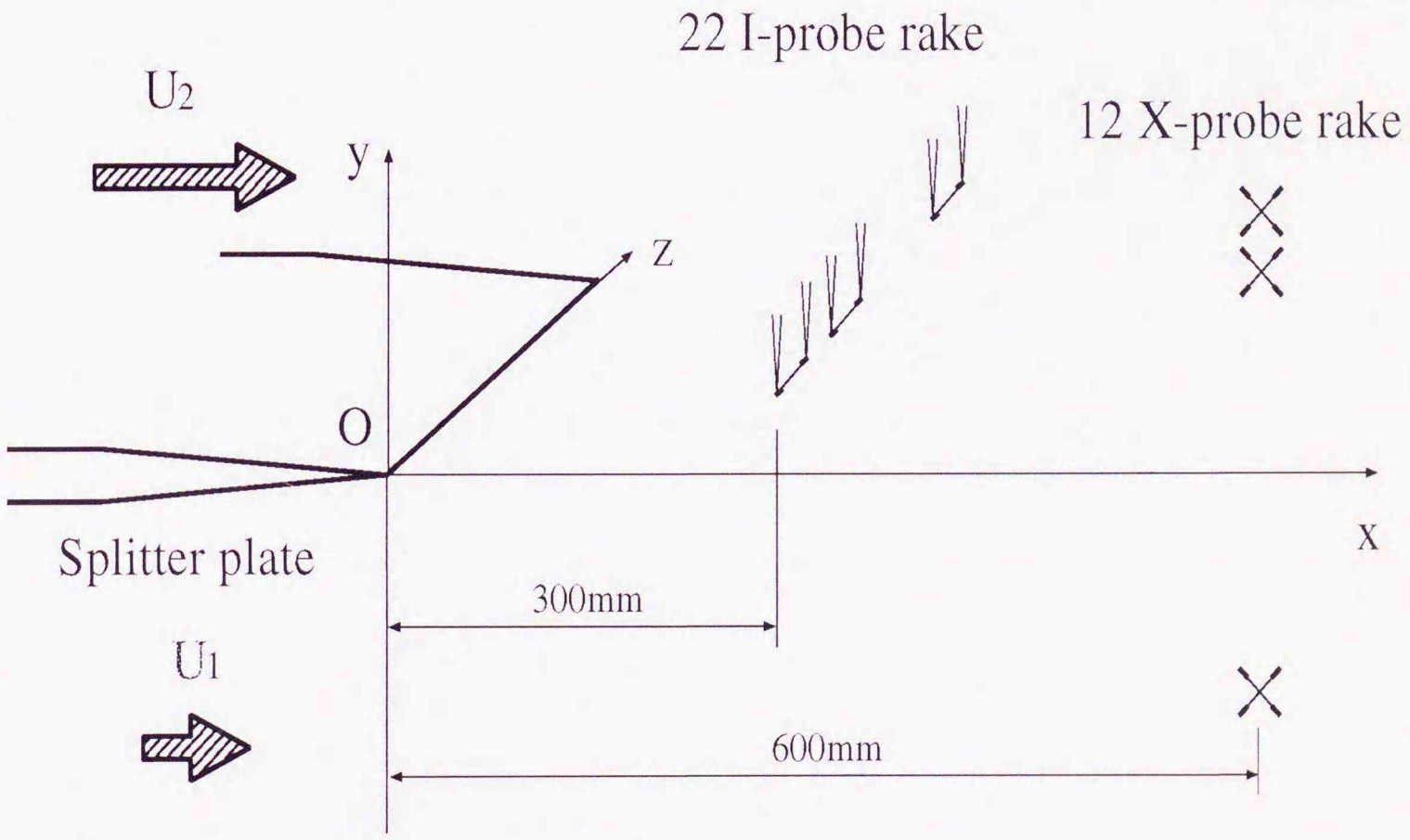


図 5.2　座標系および主な記号の定義.

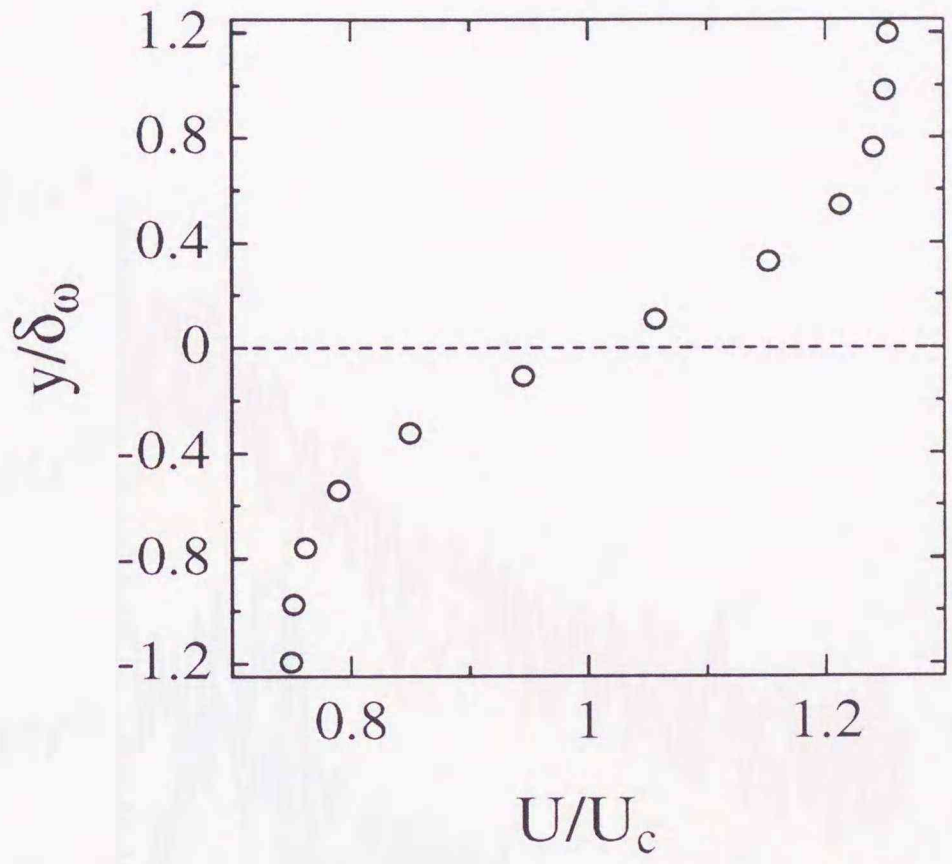


図 5.3 主流方向の時間平均速度 U の分布 ($x = 600$mm).

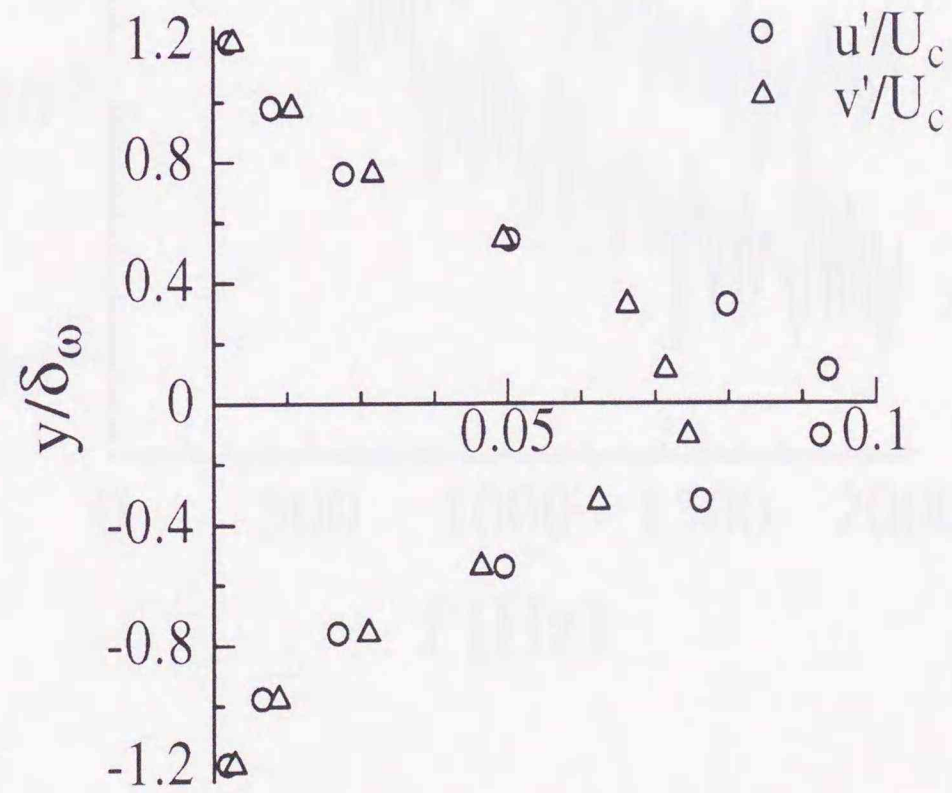


図 5.4 乱れ強さ分布 ($x = 600$mm). ○, u : △, v.

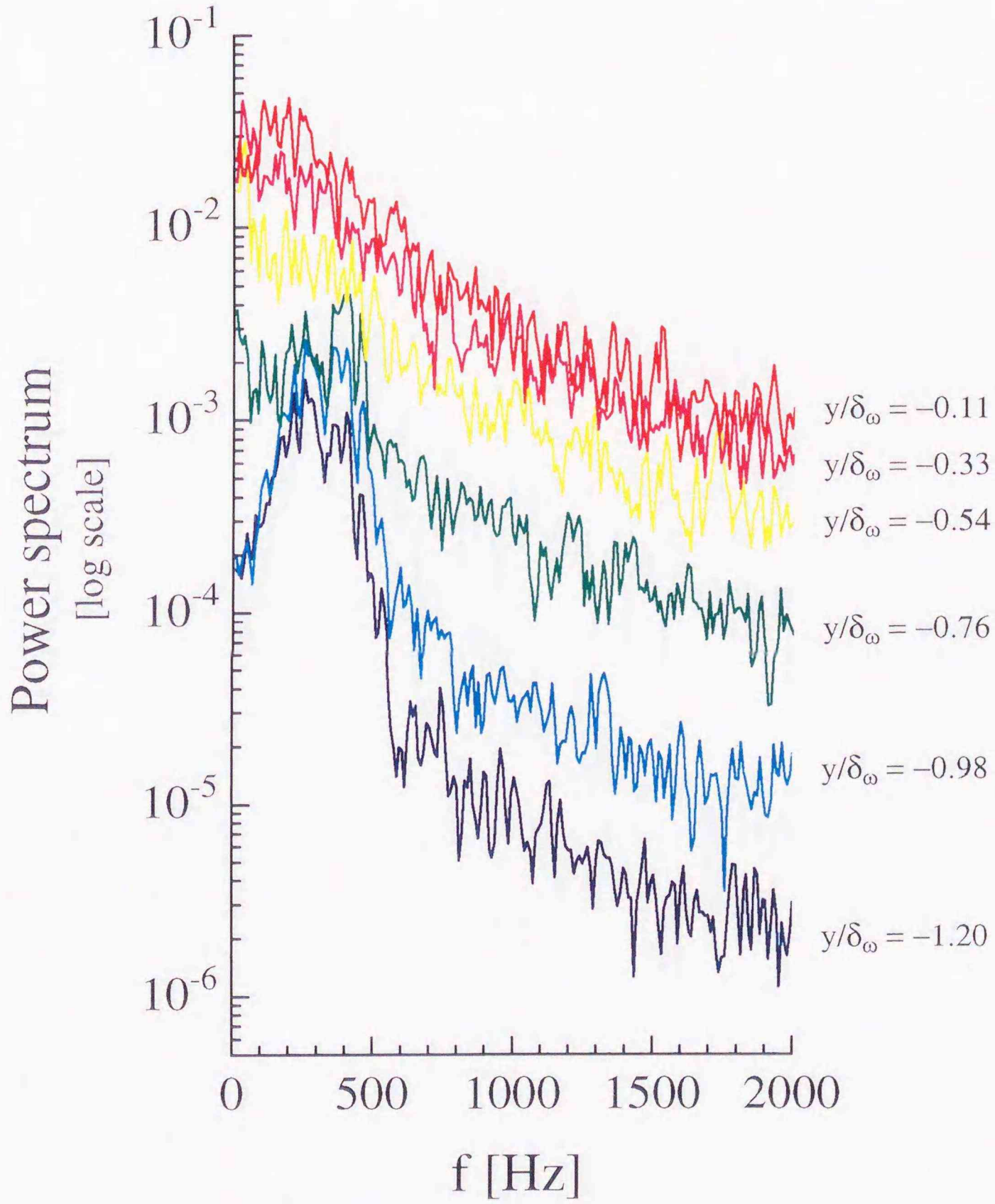


図 5.5 主流方向速度変動 u のパワースペクトル (低速領域).

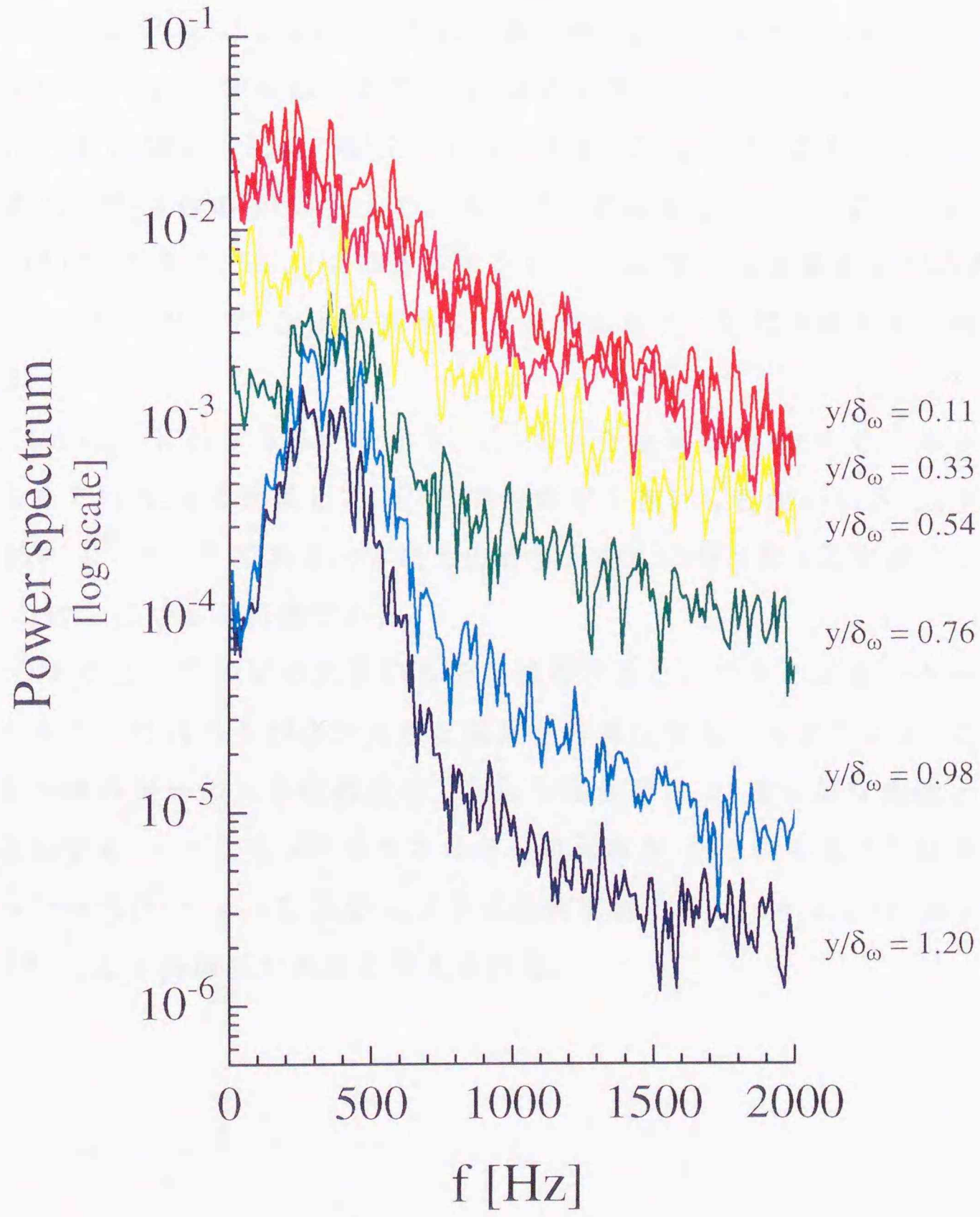


図 5.6　主流方向速度変動 u のパワースペクトル (高速領域).

5.2 POD の固有値 $\lambda^{(n)}$ の評価

本節では, POD による解析をおこなう. 式3.18 で示したように, 固有値 $\lambda^{(n)}$ の大きさは, POD によって展開された第 n 構成成分の全エネルギーに対する寄与を表す. $y-t$ 平面の測定では, 12 本の X 型プローブを用いたので, 固有値 $\lambda^{(n)}$ は 12 個えられる. 図5.7 に u の固有値 $\lambda_u^{(n)}$ を示す. 最も大きな第 1 固有値 $\lambda_u^{(1)}$ が, 全体の 40 % 以上のエネルギー寄与率をもつ. 以下, $\lambda_u^{(2)}$ が 20%, $\lambda_u^{(3)}$ が10% であり, 5% 以上の寄与率をもつのは, 第 6 固有値までである. 第 3 固有値までの和で, 全体の 70 % 以上のエネルギー寄与を満たすことができる.

図5.8 に, v に対する $\lambda_v^{(n)}$ を示す. $\lambda_v^{(1)}$ のみで全体の約 60 % のエネルギーを占めており, u に比較して $\lambda^{(1)}$ の寄与率が大きいことがわかる. 以下, $\lambda_v^{(2)}$ が 15%, $\lambda_v^{(3)}$ が 10% である. 5% 以上の寄与率をもつのは第 6 固有値までであり, このことは u と同様である.

POD では, $\lambda^{(n)}$ の値の大きいものを採用することでそのエネルギーが全エネルギーに占める割合が大きな構造を再構成することができる. ここで最もエネルギーの大きな構造を, (もとの混合層中の) 支配的な構造とよぶことにする. u, v とも $\lambda^{(1)}$ のエネルギー寄与率が, 第 2 固有値 $\lambda^{(2)}$ 以降にくらべ十分大きい. よって POD により支配的な構造を抽出するには, 第 1 固有値 $\lambda^{(1)}$ による再構成が適当と考えられる.

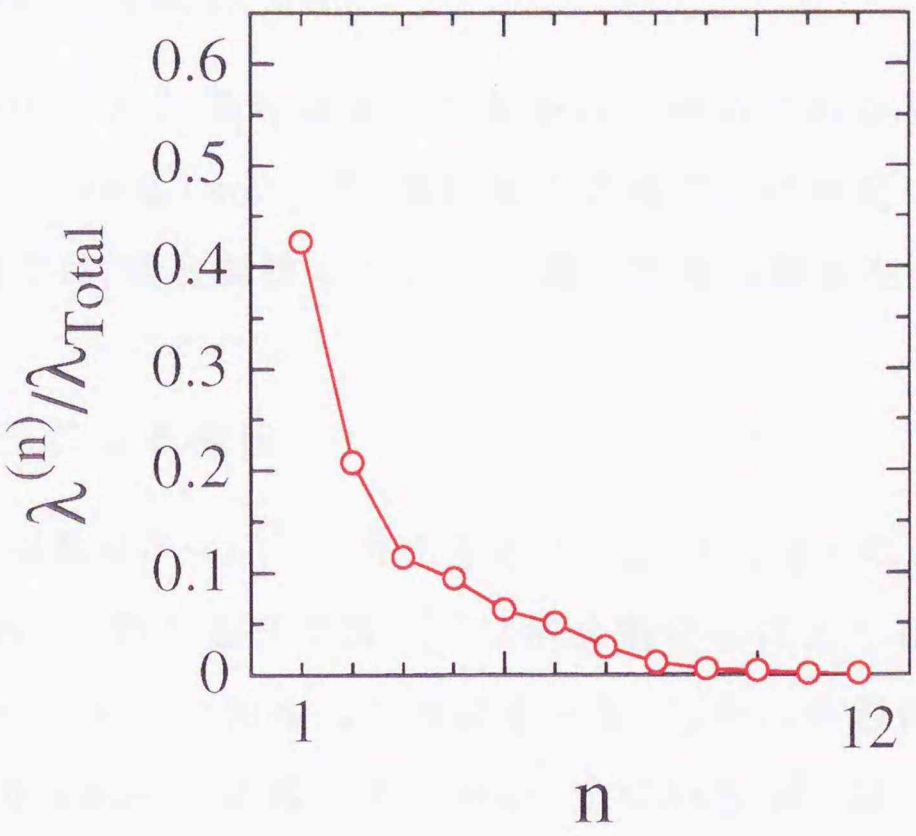


図 5.7　主流方向速度変動 u の固有値 $\lambda_u^{(n)}$.

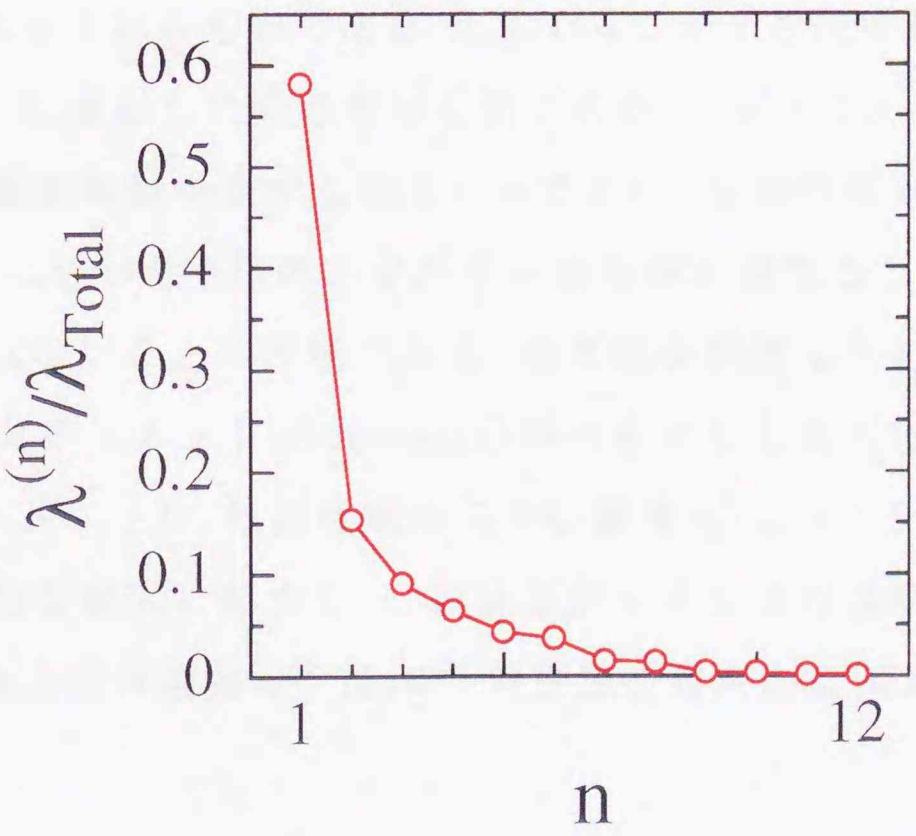


図 5.8　主剪断方向速度変動 v の固有値 $\lambda_v^{(n)}$.

5.3 POD の固有関数分布

POD の特徴の一つに, 固有関数 $\psi^{(n)}$ の分布が流れの構造を表現するということがある. Payne & Lumley [14] は同様な方法で乱流後流中の渦塊を構成している. 本節では, 固有関数 $\psi^{(n)}$ から乱流混合層の構造を議論する.

5.3.1 $\psi^{(1)}$〜$\psi^{(3)}$ による構造

図5.9 に固有関数 $\psi_u^{(1)}$〜 $\psi_u^{(3)}$ の分布を示す. 図5.9 には u の r.m.s. 分布もあわせて示してある. 第 1 固有関数 $\psi_u^{(1)}$ は混合層中心に対しほぼ対称な分布をとり, u の r.m.s. 分布と類似した形状をとる. しかし外層領域 $|y/\delta_\omega| > 0.5$ では, $\psi_u^{(1)}$ の値が r.m.s. と比較して小さい. すなわち $\psi_u^{(1)}$ は, r.m.s. 分布を一様な精度で表現していないといえる.

図5.10 に, v の固有関数 $\psi_v^{(1)}$〜 $\psi_v^{(3)}$ の分布を示す. $\psi_v^{(1)}$, $\psi_u^{(1)}$ ともに r.m.s. 分布と類似した分布を示す. しかし $\psi_v^{(1)}$ は, 外層領域での傾向も r.m.s. とほぼ一致している. 図5.9 および図5.10 のような r.m.s. 分布は大規模な横渦の通過によってもたらされるものである. したがって u, v それぞれの第 1 固有関数$\psi^{(1)}$ が, r.m.s. に類似した分布を示したことから, $\psi^{(1)}$ によって表現される構造は横渦の基本構造を表すものといってよい. 分布の傾向が u, v で異なること, また先に述べた $\lambda^{(1)}$ のエネルギー寄与率が異なることは, 横構造の断面が円形ではないことの反映である. 第 2 固有関数 $\psi^{(2)}$ の分布形状は, u および v の 3 次モーメント(skewness)の符合を逆にしたものに類似している [71]. 3 次モーメントは, 外層領域から中心領域 $|y/\delta_\omega| < 0.5$ への高速, あるいは低速流体塊の流入に相当し, この構造が $\psi^{(2)}$ により表現されたと考えられる. なお, 第 3 固有関数 $\psi^{(3)}$ は, $\psi^{(1)}$ 同様混合層中心に関して対称な分布をもつ.

5.3.2 $\psi^{(4)}$～$\psi^{(12)}$ による構造

固有関数 $\psi^{(4)}$～$\psi^{(12)}$ により表される構造について, 固有値 $\lambda^{(4)}$～$\lambda^{(12)}$ から考えると, そのエネルギー寄与は小さい. 図5.11に, $\psi^{(4)}$～$\psi^{(7)}$ の分布を示す. $\psi^{(4)}$～$\psi^{(6)}$ に, 混合層中心に関して非対称な構造が現れる.

図5.12に, $\psi^{(8)}$～$\psi^{(12)}$ の分布を示す. $\psi^{(8)}$ 以降の固有関数では, 外層領域への分布が顕著になる. したがって $\psi^{(8)}$ 以降の固有関数は, 混合層外層領域での構造に影響を与えることになる.

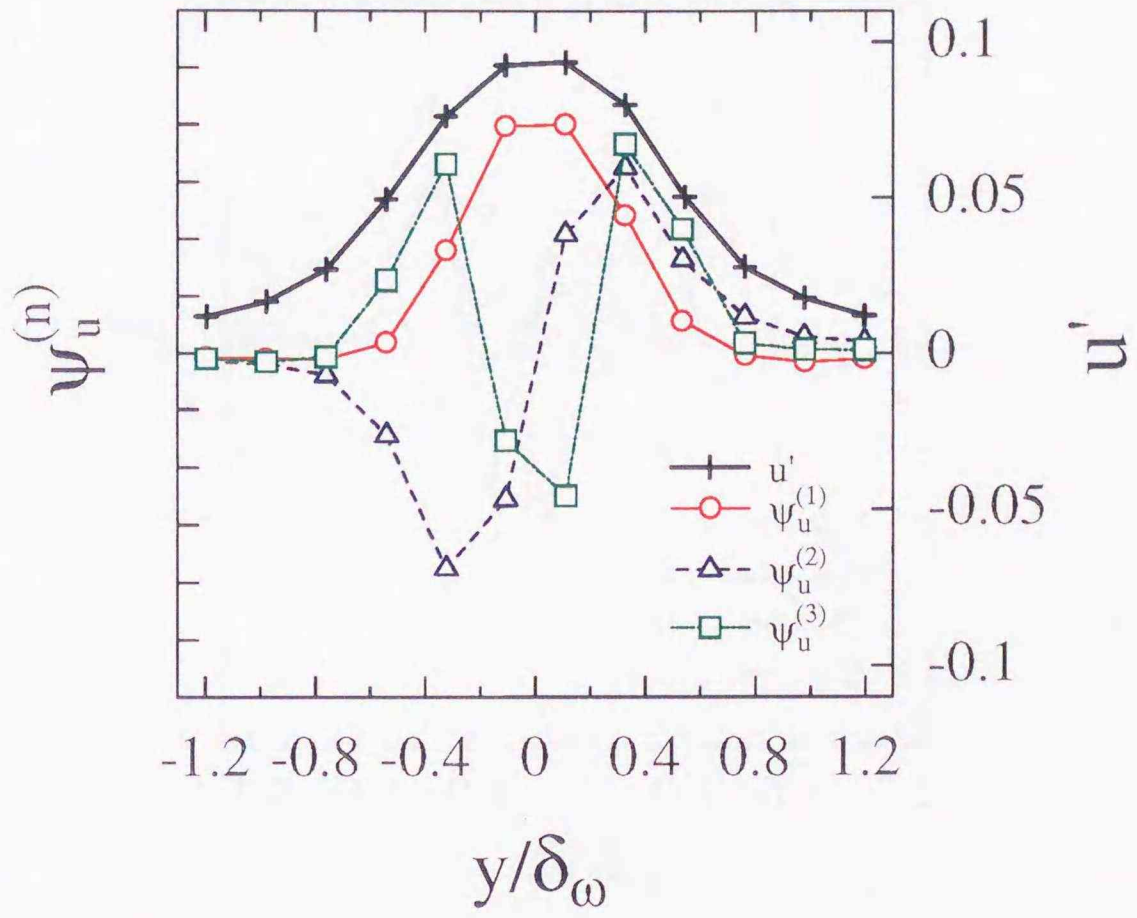


図 5.9　主流方向速度変動 u の固有関数 $\psi_u^{(1)} \sim \psi_u^{(3)}$.

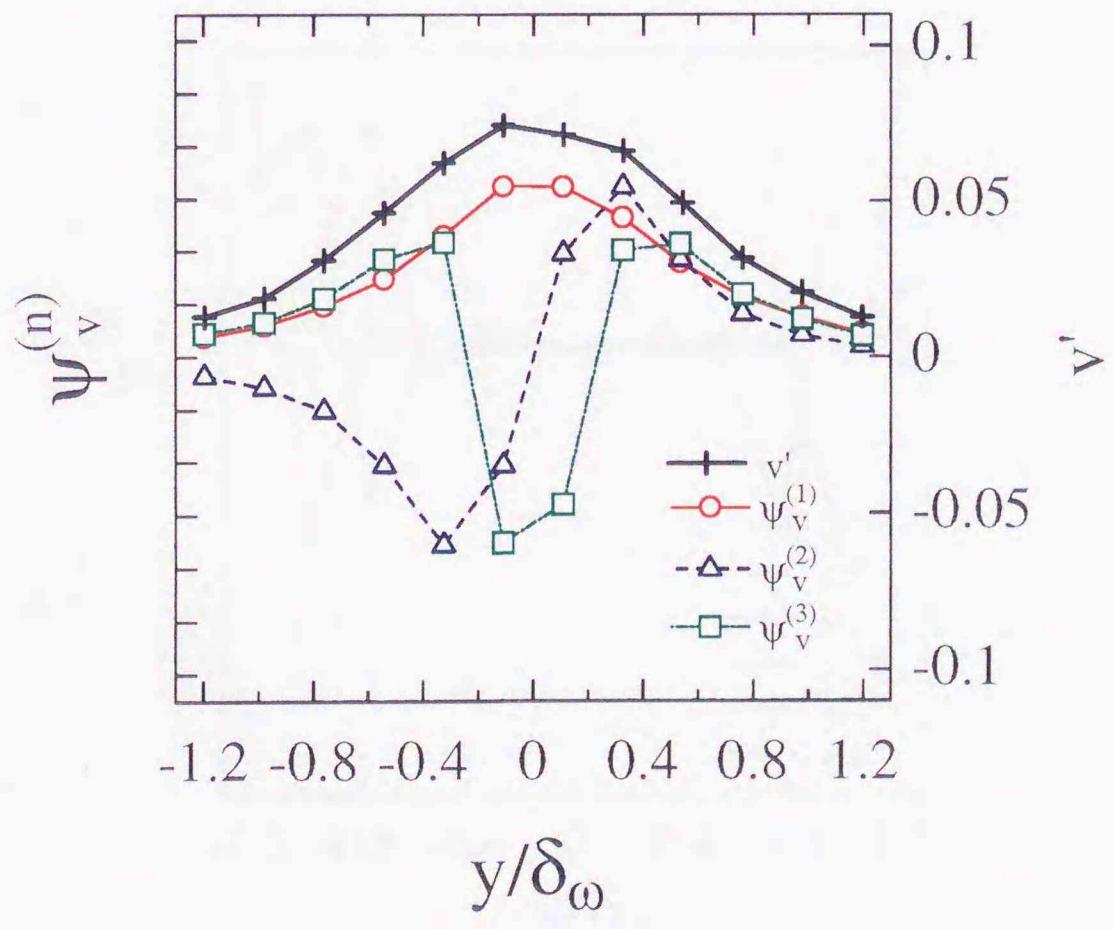


図 5.10　主剪断方向速度変動 v の固有関数 $\psi_v^{(1)} \sim \psi_v^{(3)}$.

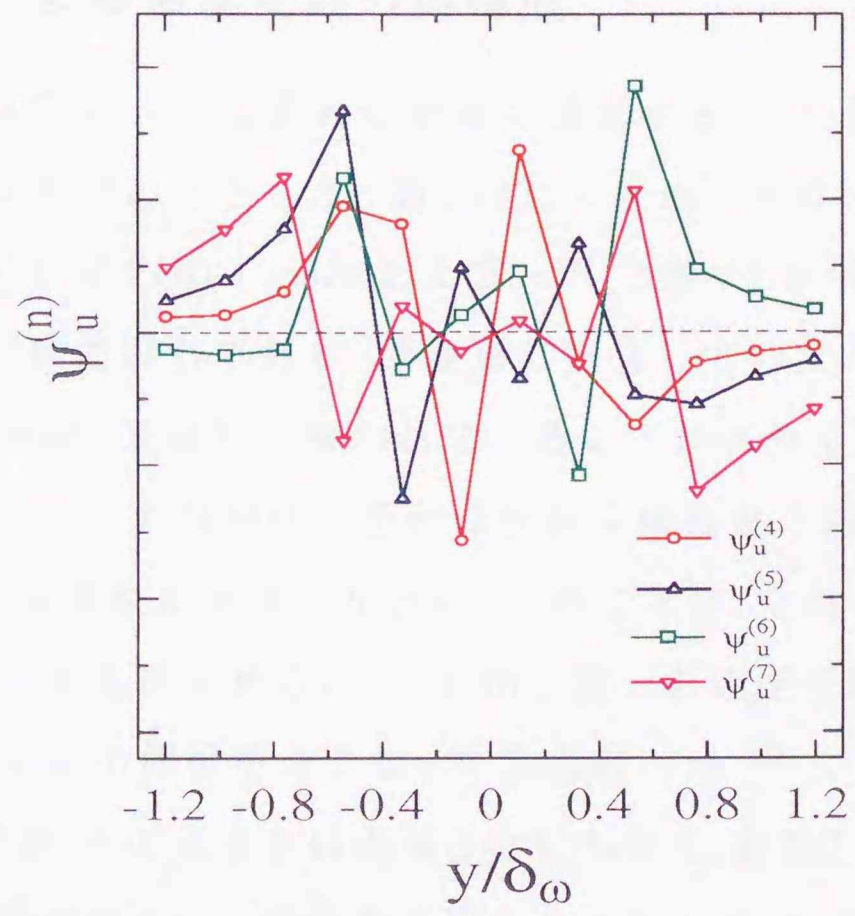


図 5.11　主流方向速度変動 u の固有関数 $\psi_u^{(4)} \sim \psi_u^{(7)}$.

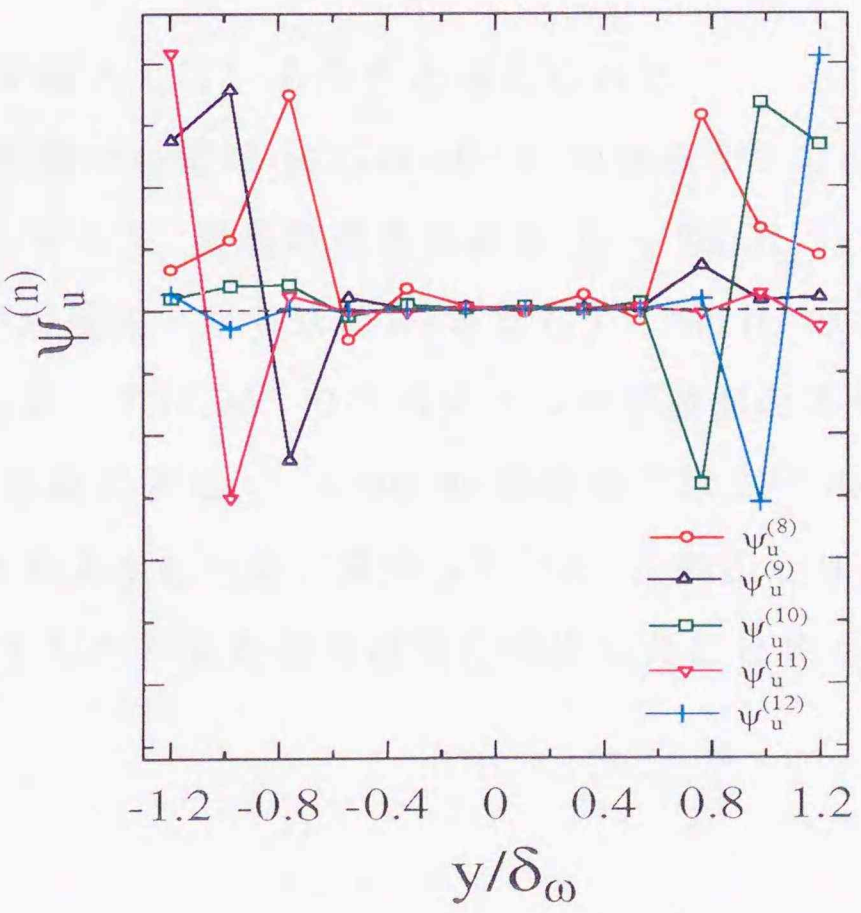


図 5.12　主剪断方向速度変動 u の固有関数 $\psi_u^{(8)} \sim \psi_u^{(12)}$.

5.4 POD による速度変動の再構成

前節5.2 で, POD により支配的な構造を抽出するには, 第 1 固有値 $\lambda^{(1)}$ による再構成が適当であるとした. 図5.13 に u を$\psi_u^{(1)}$ を用いて再構成した波形 (以下, 本研究では POD 1 mode とよび, $u^{(1)}$ で表す) を示す. 図5.13 には u の原波形もあわせて示してある. 原波形に重畳していた不規則な高周波数成分が, POD 1 mode では取り除かれていることがわかる. 混合層中心領域 $y/\delta_\omega > -0.5$ では, $u^{(1)}$ の再構成波形が原波形を精度良く表現しているが, 外層領域では $u^{(1)}$ の変動が非常に小さい. このことは, それぞれの r.m.s. 分布の比較 (図5.14) からも確かめられる. しかし同一の速度変動データベースについて POD 1 mode の解析をおこなった Bonnet et al. [69] の r.m.s. 分布 (×) をあわせてしめすが, その大きさは領域全体にわたり, 原波形の r.m.s. 値の 1/2 程度であり, 本研究の r.m.s. 分布を必ずしも一致しない. このことは Bonnet et al. [69] の POD では, 相互相関;

$$R_{i,j}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\tau) =< u_i(\mathbf{r},t)u_i(\mathbf{r}',t+\tau) > \tag{5.1}$$

(τ : 時間遅れ) を導入しているためと考えられる.

図5.15 に, 混合層中心領域 $y/\delta_\omega = -0.1$ における $u^{(1)}$ の波形と原波形のパワースペクトルを示す. 横渦の通過周波数 $f_V = 350$ Hz ($x = 600$ mm における外層領域の速度変動 u から求めた) を含む $f < 400$ Hz のエネルギーの大きな周波数領域においては, $u^{(1)}$ のスペクトルが原波形のスペクトルを忠実に表現している. これに対し, $f > 400$ Hz の領域では, $u^{(1)}$ のスペクトルは, 原波形のスペクトルよりも一様に減少している. このことは $u^{(1)}$ がエネルギーの大きな構造, すなわち支配的な構造を抽出したことを示すものである.

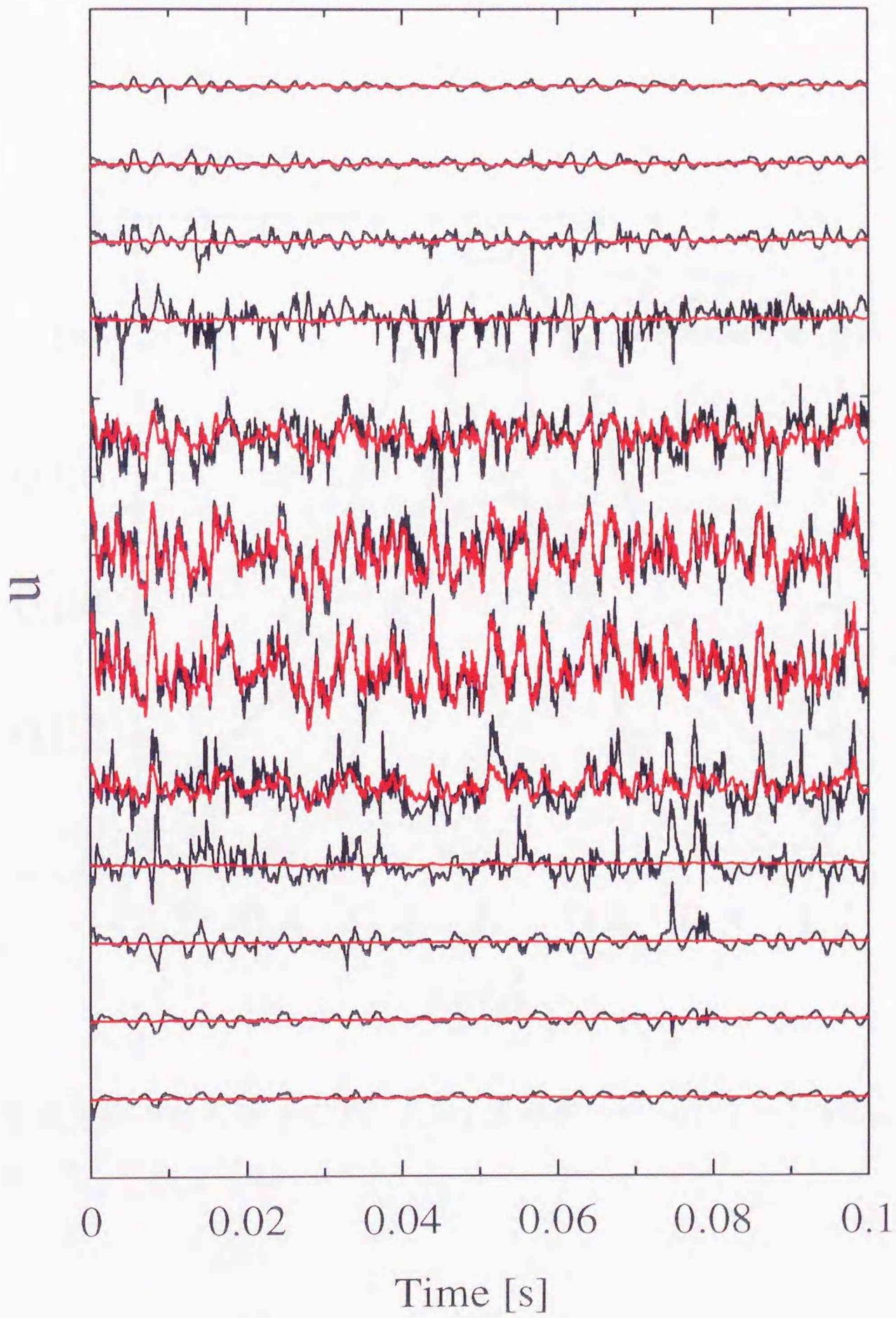


図 5.13　u の速度変動波形. —, 原波形; —, $u^{(1)}$.

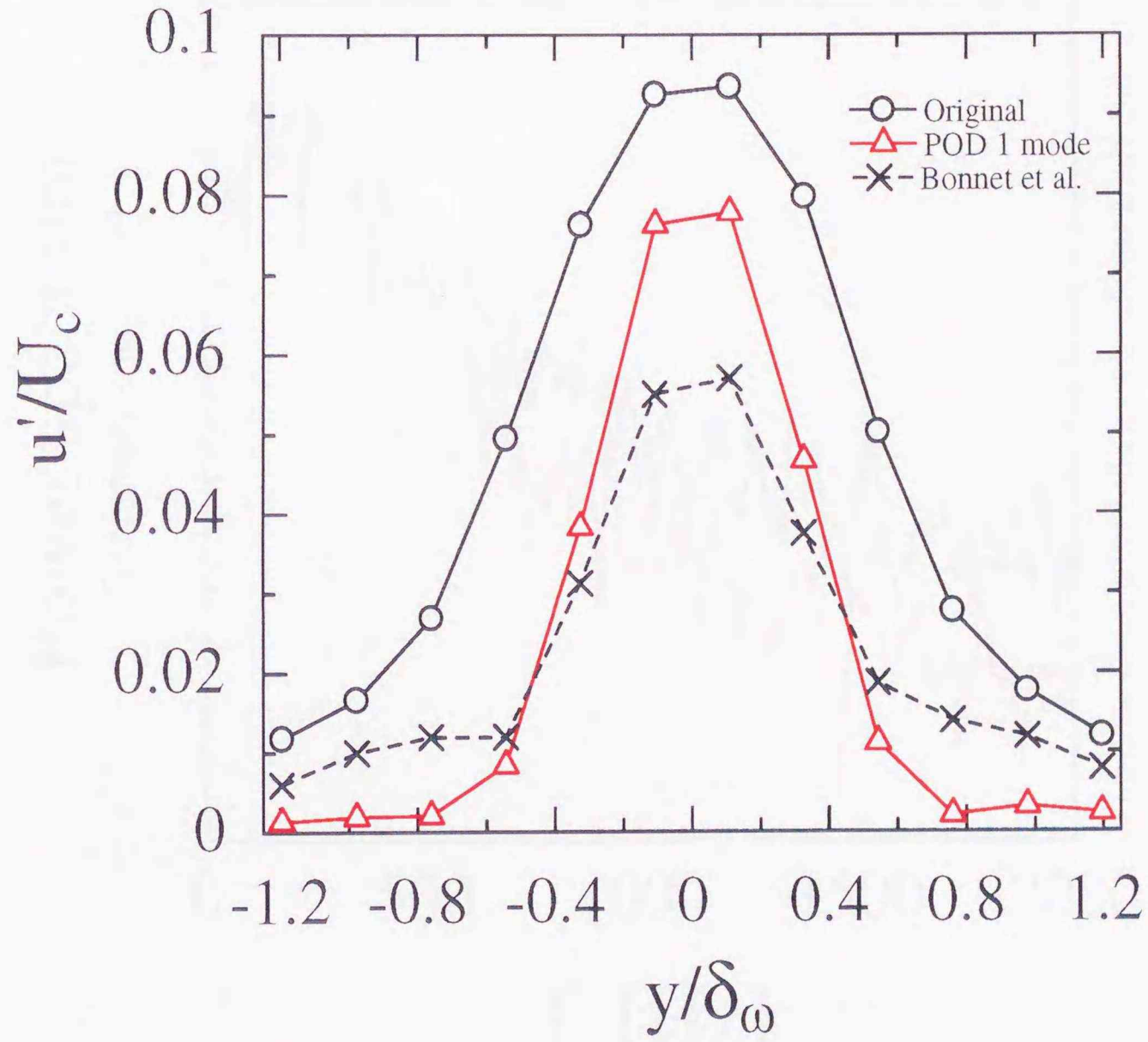


図 5.14　主流方向の乱れ強さ分布. -○- , 原波形; -△-, $u^{(1)}$;-×-, Bonnet et al. [69].

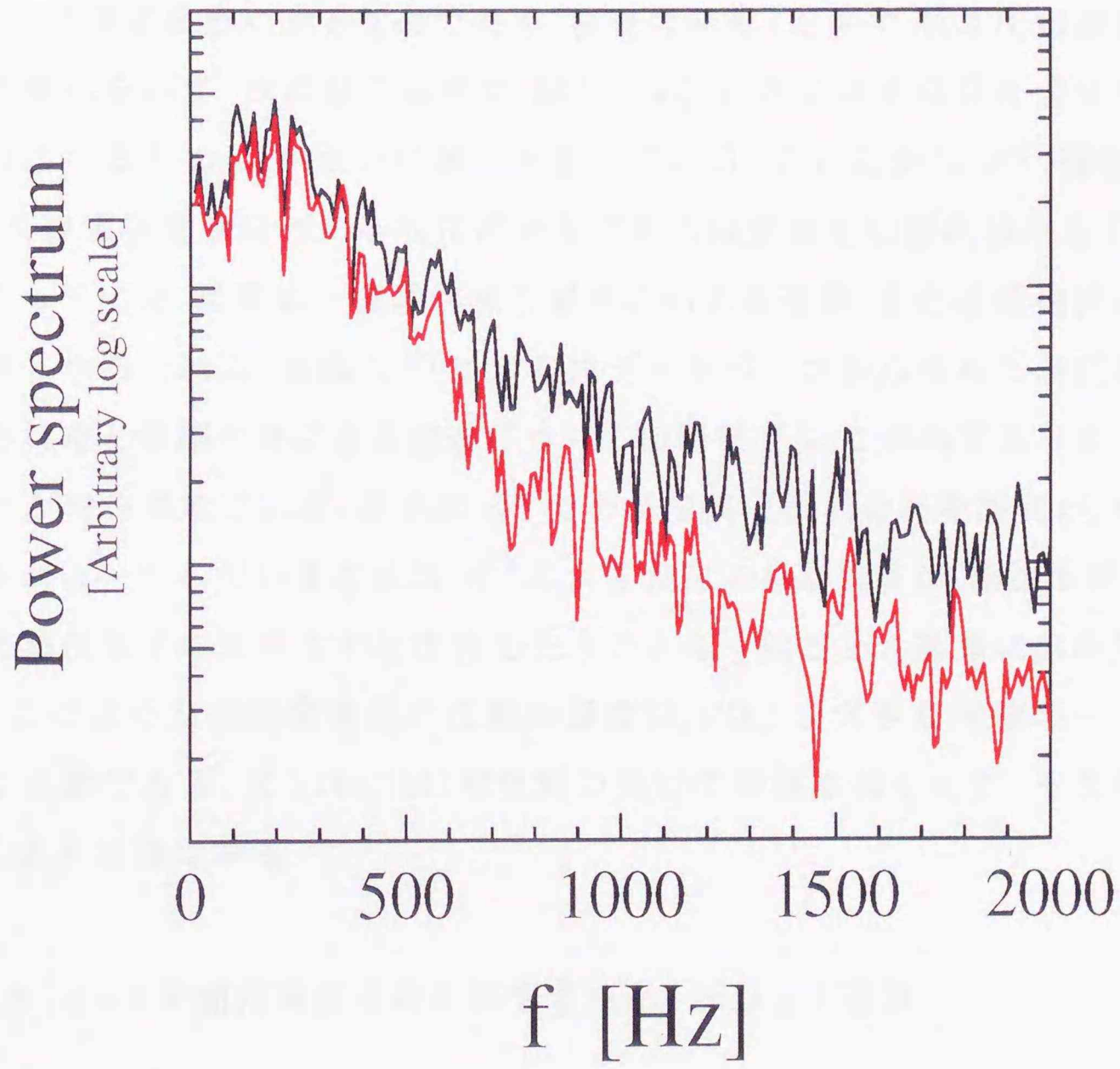


図 5.15　$y/\delta_\omega = -0.1$ ($x = 600$mm) における主流方向速度変動 u のパワースペクトル. —, 原波形; —, $u^{(1)}$.

5.5 $y-t$ 平面内の構造

5.5.1 $y-t$ 平面内の渦度分布

$y-t$ 平面内の横渦構造をより詳細に観察するために, 渦度による評価をおこなう. 図5.16 に $y-t$ 平面内での渦度の等値線図を示す. (a)が原波形, (b)が $u^{(1)}$ の再構成波形によるものである. 横軸は時間 t なので, 図5.16 は渦度の時系列変化を示す. 原波形の渦度場(図5.16(a))は, さまざまな乱れ成分が重畳されているために, 小さい領域に分散している. これに対し $u^{(1)}$ (図5.16(b))は, 大規模組織構造のある程度広がりのある渦度場を明瞭に抽出している. また $u^{(1)}$ には, 渦度集中領域が混合層中心から高速側, または低速側に片寄る様子もみられる. 高橋ら[72]による同データベースから求めた渦度場の瞬間的構造と位相平均による構造についての研究でも, この渦度集中領域の片寄りが報告されている. さらに $u^{(1)}$ での渦度集中領域の出現時刻が, 原波形のそれと一致していることは, $u^{(1)}$ により抽出された構造が, 原波形がもっていた渦度集中に関する非定常性を失うことなく抽出した結果にほかならない. このような非定常構造の情報の保存は, POD の大きな特徴の一つということができる. 図5.17 には, 別時刻の渦度の等値線図を示す. その傾向は図5.16 と同様である.

5.5.2 $y-t$ 平面内渦度分布に対するウェーブレット変換

前節に示した渦度集中領域は散発的に出現するのではなく, なにか長い時間スケールの変調をうけて出現するようにみえる. このことを明らかにするために, 前章でおこなった特定スケール a に対するウェーブレット変換を用いる. この際には, ウェーブレットのスケールは, 大規模渦構造の通過周波数 $f_V = 350Hz$ に対応するスケール $a/\Delta t = 30$ とすればよい.

図5.18 に図5.16(a) に示した原波形の渦度場に対するウェーブレット係数 $W(a,b)$ の等値線図を示す. 図中には, $W(a,b)$ の正の値のみ表示してあり, こ

の値が大きなところが渦度が集中している領域である. この図から, 渦度の大きな構造は 2, 3 個が連続して出現している. よって, 渦度は渦通過周波数よりも低周波数の変調をうけていることがわかる.

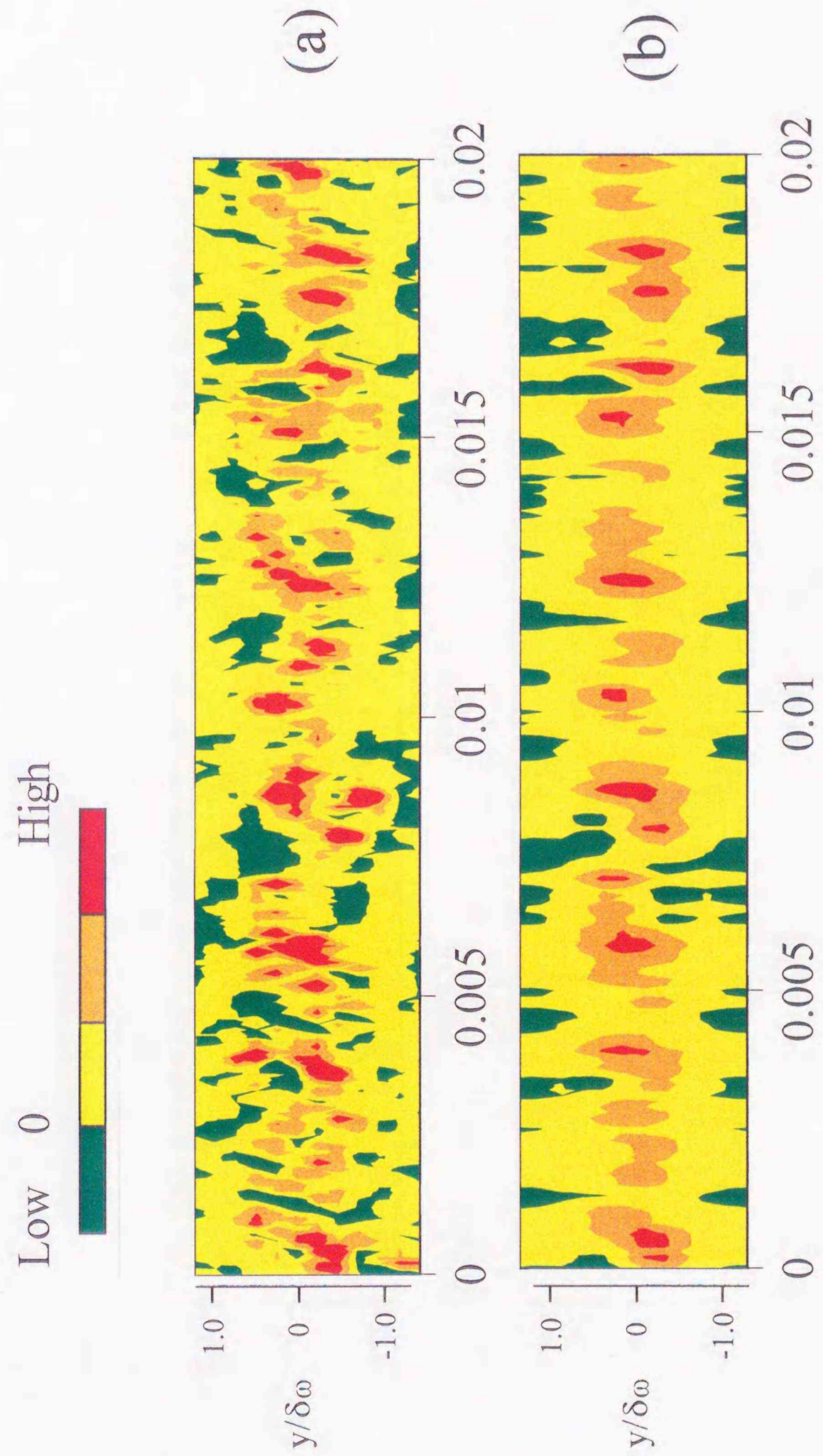


図 5.16　等渦度線図による横渦の瞬時構造の一例. (a) 原波形; (b) POD 1 mode.

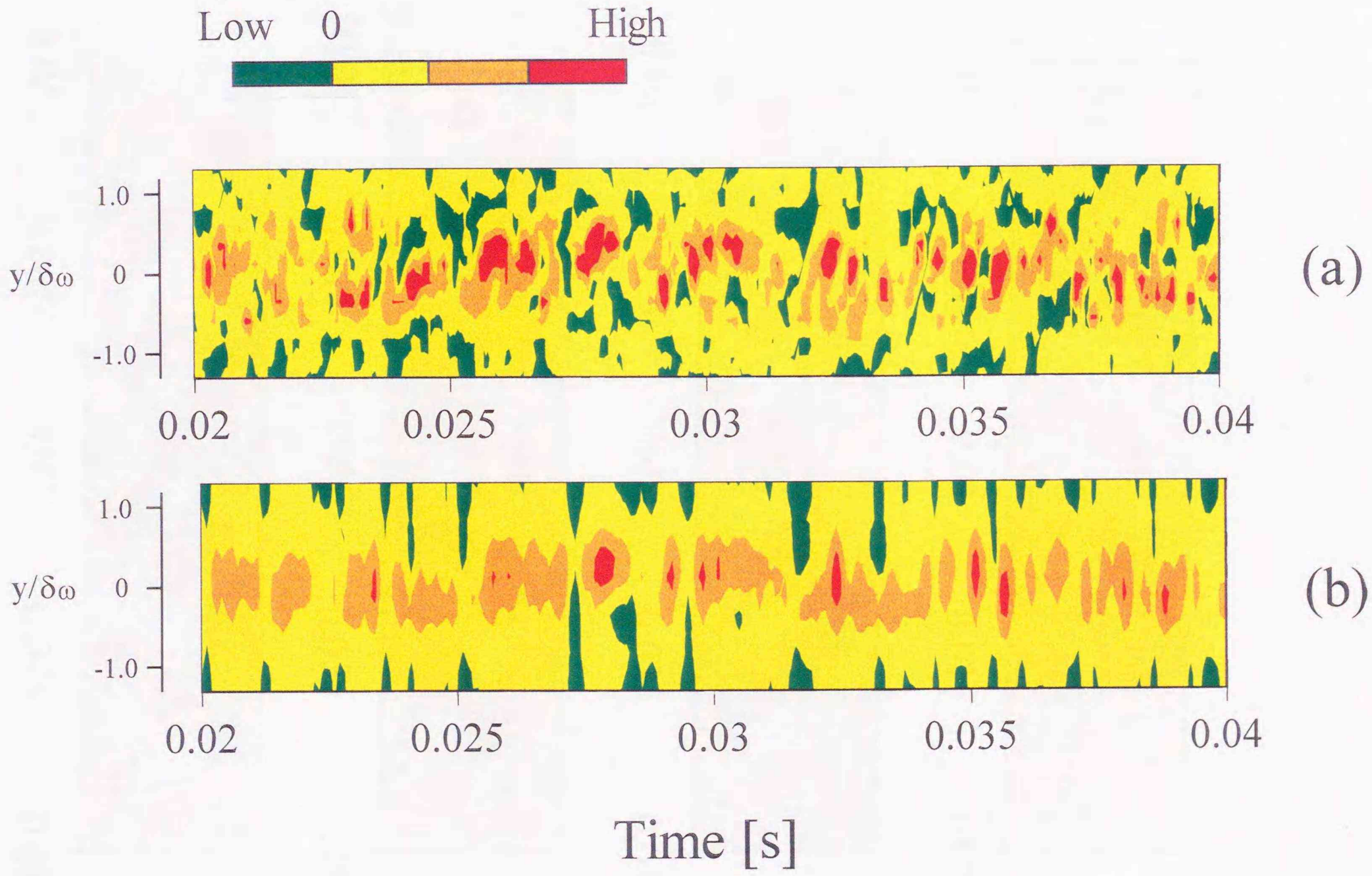
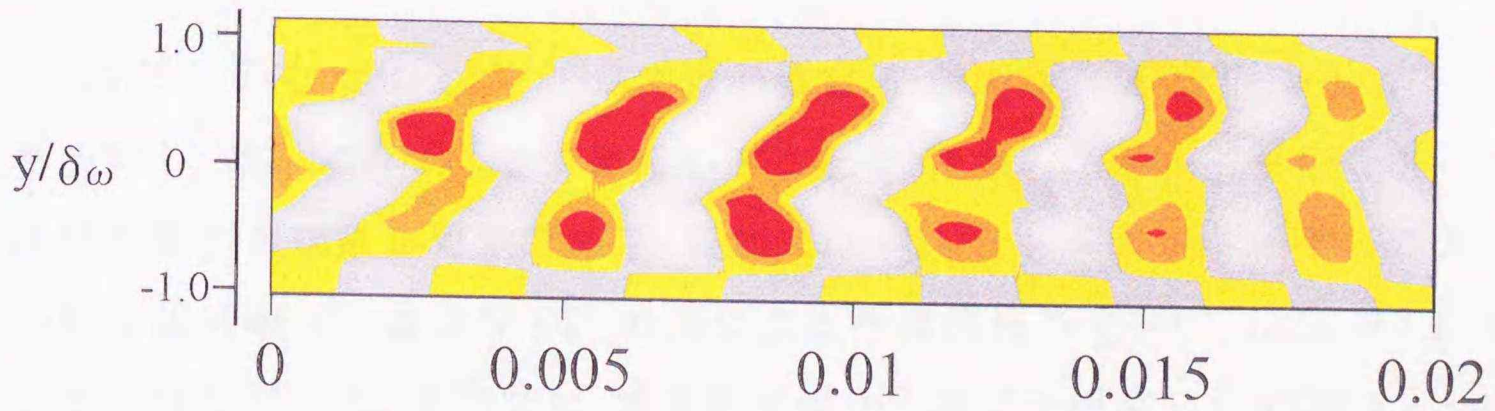
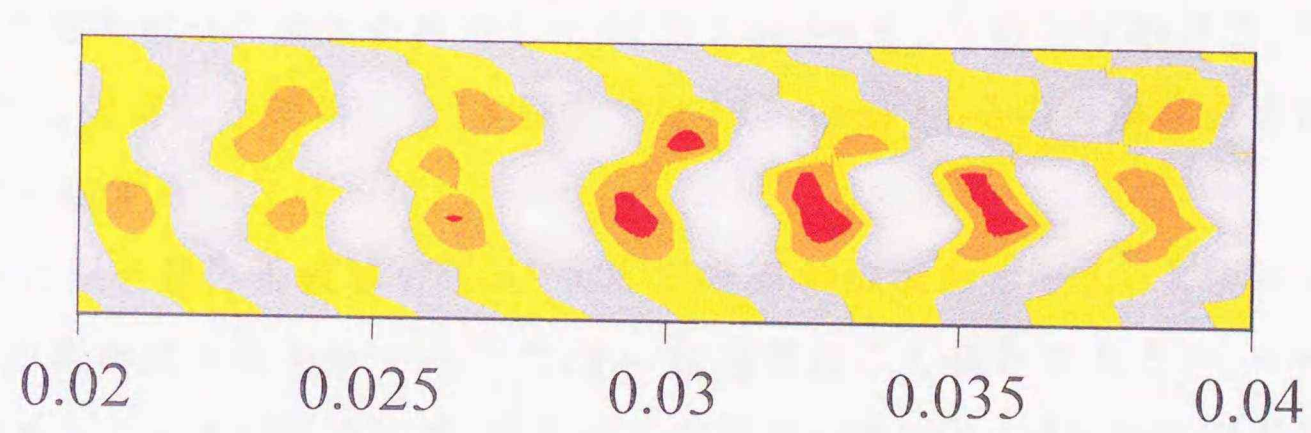
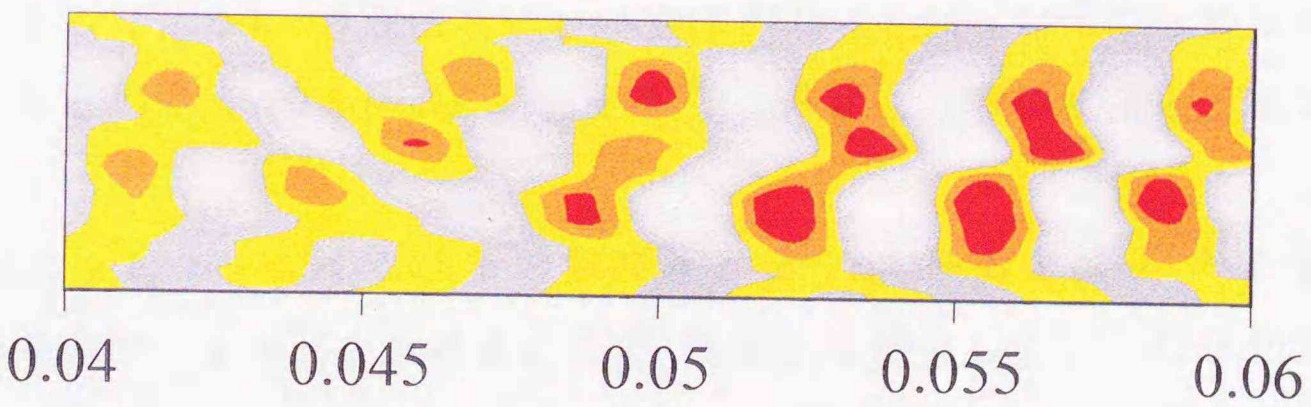


図 5.17 等渦度線図による横渦の瞬時構造の一例. (a), 原波形; (b), POD 1 mode.







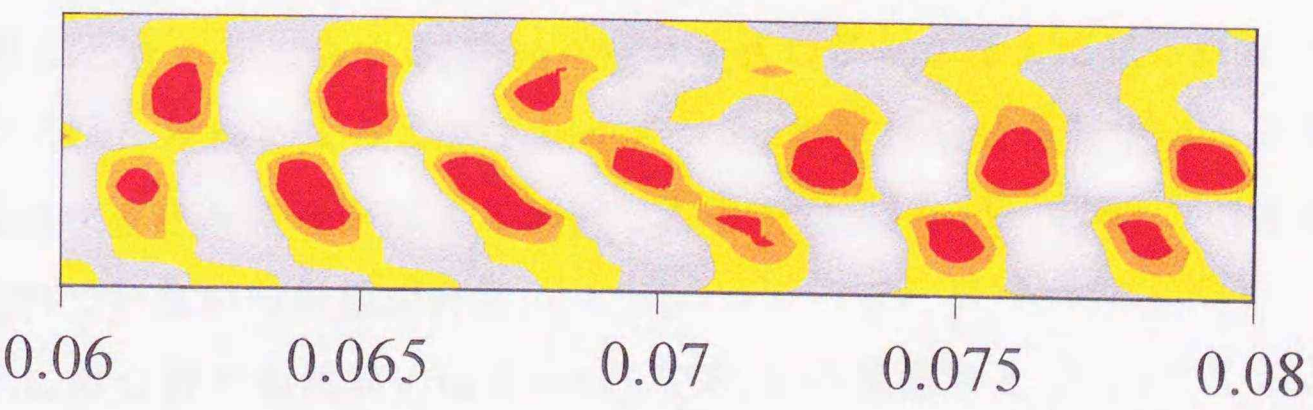


図 5.18 原波形による渦度場に対するウェーブレット変換. $a/\Delta t = 30$.

5.6 PODのモードによる再構成波形の変化

式3.19に示したように, PODでは必要数K個の固有値$\lambda^{(n)}(u=1,2,\cdots K)$を決定し, 対応する$\psi_i^{(n)}$まで採用することで, 任意のエネルギー寄与をもつ速度変動の再構成が可能である. 前節では, もっともエネルギー寄与の大きい第1固有値$\lambda^{(1)}$および$\psi_u^{(1)}$のみによる再構成波形POD 1 mode $u^{(1)}$について注目してきた. 本節では, 第2固有値$\lambda^{(2)}$までを採用したPOD 2 modes $u^{(1-2)}$, 第3固有値$\lambda^{(3)}$までを採用したPOD 3 modes $u^{(1-3)}$をとりあげる. なお, すべての固有値を採用する(本研究では12 modes)と, その再構成波形は原波形に一致する.

図5.19に混合層外層領域$y/\delta_\omega=-0.98$での, uの原波形と$u^{(1)}$, $u^{(1-2)}$および$u^{(1-3)}$の再構成波形を示す. $u^{(1)}$では, uの振幅はごく僅かであるが, モードの次数を2, 3と上げることで, 乱れ成分が重畳していく. 図5.12の固有関数分布で示したように, 外層領域においてはPOD 8 modes以降から寄与率が大きくなるので, POD 8 modesの波形は, 原波形により類似すると予想される.

図5.20に$y/\delta_\omega=-0.54$での, uの原波形と$u^{(1)}$, $u^{(1-2)}$および$u^{(1-3)}$の再構成波形を示す. モードを上げることで, 原波形に類似していく様子が観察される. $u^{(1-3)}$までで, 原波形のおおよその変動が表現されている. しかし, 原波形にときおり出現する, 鋭いバースト状のピークはまだ見られない. $y/\delta_\omega=-0.54$は, 横渦によるエントレイメント, すなわち混合層中心への高速流体塊の吹き込み構造が顕著な領域である. POD 3 modesでも, この構造が表現されていない可能性がある.

図5.21に混合層中心領域$y/\delta_\omega=-0.11$での, uの原波形と$u^{(1)}$, $u^{(1-2)}$および$u^{(1-3)}$の再構成波形を示す. 混合層中心領域ではPOD 1 modeのみによって原波形の変動のほとんどが表現されているので, モードの増加による波形の差異は小さいが, 高周波数成分がしだいに重畳していくようすが観察される.

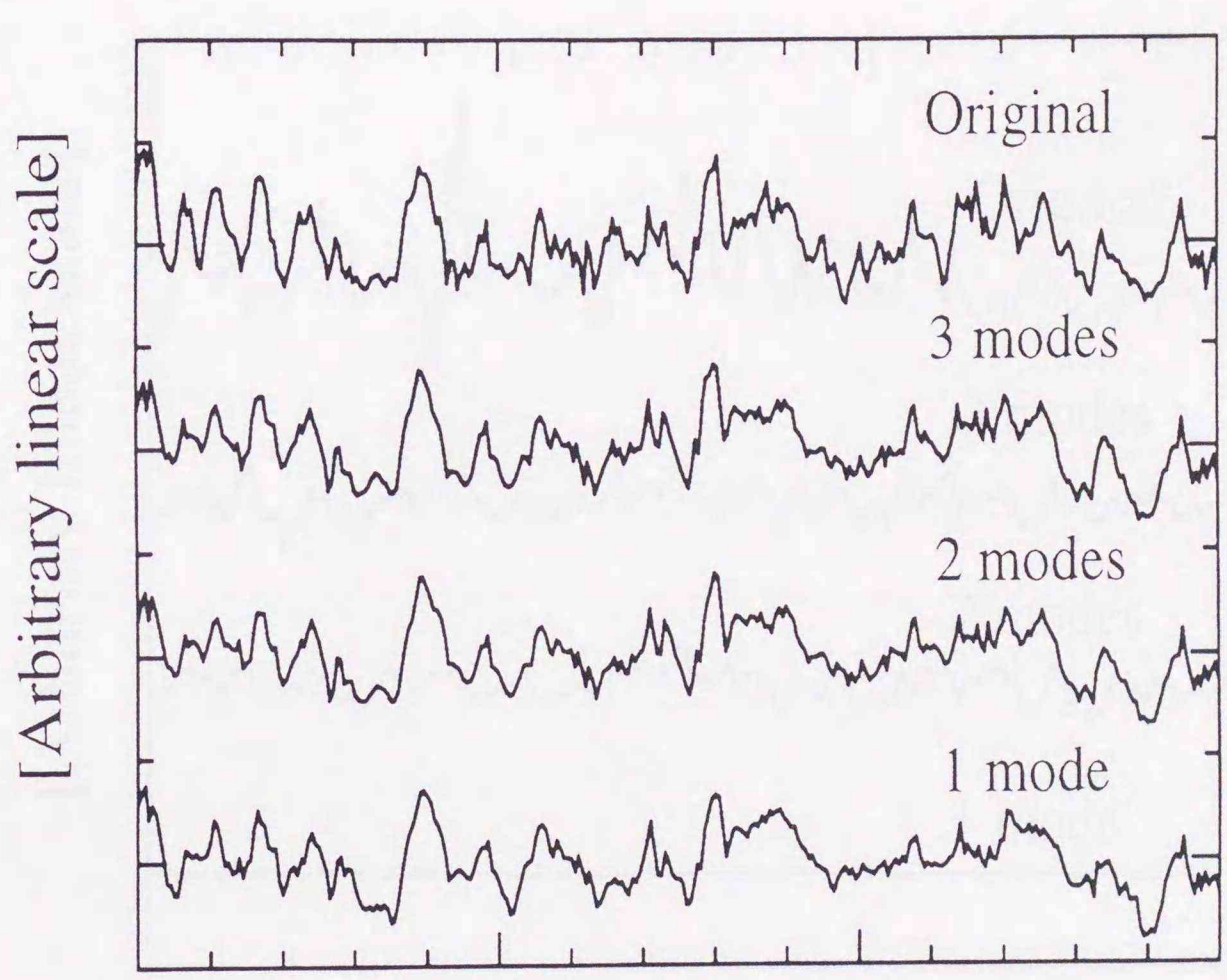


図 5.19　重畳モード数の増加による再構成波形の変化 ($y/\delta_\omega = -0.98$).

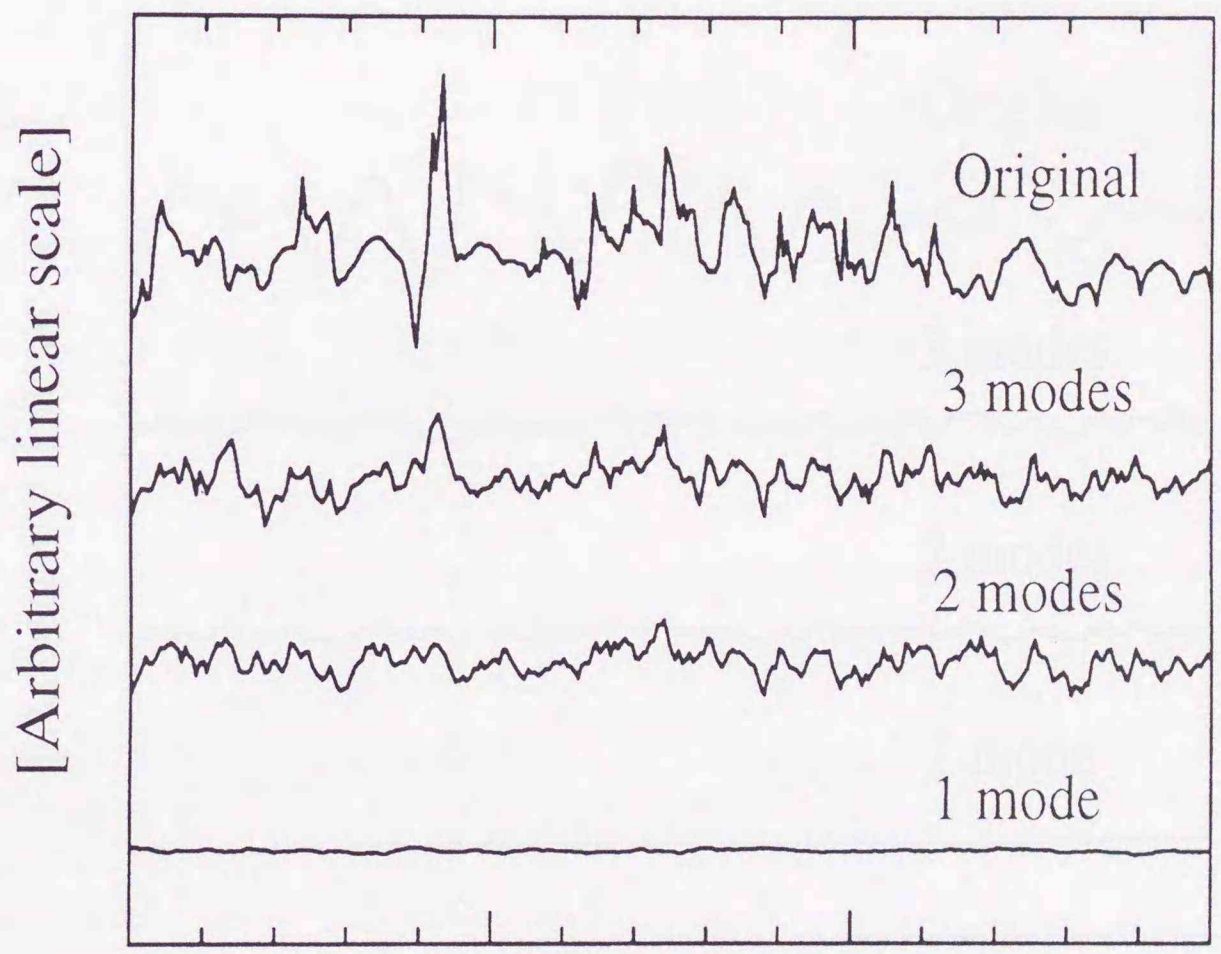


図 5.20　重畳モード数の増加による再構成波形の変化 ($y/\delta_\omega = -0.54$).

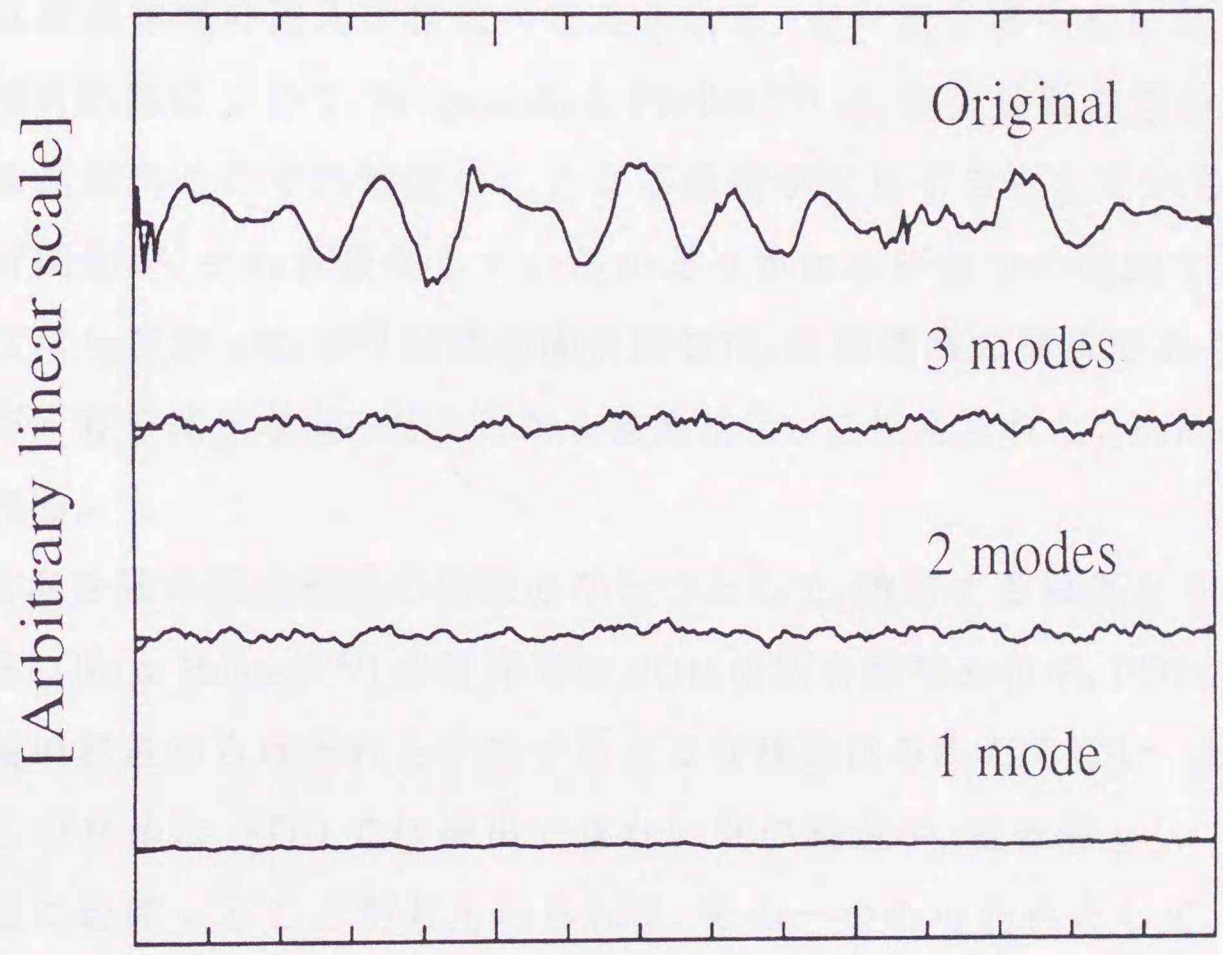


図 5.21　重畳モード数の増加による再構成波形の変化 ($y/\delta_\omega = -0.11$).

5.7 考察

POD では解析対象としたもとの流れ場を, エネルギー寄与ごとにいくつかの構造に分解(展開)できる. その構造は固有関数の分布によって表現される. 本節では, 固有関数分布から乱流混合層の構造を考察をおこなう. 第一固有関数 $\psi^{(1)}$ は, 乱れ強さ分布に類似したことから大規模組織構造である横渦を表現すると考えられる. $\psi^{(2)}$ は, 外層領域から中心領域への高速, あるいは低速流体塊の流入の構造と考えられる. また混合層中心に関して非対称な固有関数について, Wygnanski & Fiedler [73] は, 間欠係数の違いから高速側と低速側にそれぞれ性質のことなる渦塊が存在するとしている. 非対称な固有関数が, それを表現しているかどうかは本研究での範囲ではあきらかにはならなかった. $\psi^{(8)}$ 以降の固有関数は, 外層領域の構造であり, そのエネルギー寄与は少なかったことから横渦によって与えられた2次的な構造と思われる.

乱流混合層の組織構造の特徴のひとつとして, 隣接する横渦どうしの合体がある. (Ho & Huang [74]) 本研究での POD の固有関数分布や, POD 1 mode の渦度場の構造からはそれを示唆するような構造はみあたらない. よって横渦どうしの合体は, POD では抽出できない別の構造や, 混合層 $y-t$ 平面以外の構造に起因することが考えれられる. その一つの可能性として, ウェーブレット変換の解析に現れたような低周波数変調のような撹乱が考えられる.

5.8 第 5 章の結論

本章でえられた結果を以下に示す.

(1) 乱流混合層の $y-t$ 平面内の速度変動波形に対する, POD 1 mode (エネルギー寄与の最も大きな成分による再構成) の解析により, 支配的な構造として組織構造の横渦を抽出することができた. また, そのことは速度変動の r.m.s. 値や FFT のスペクトル解析からも確かめられた.

(2) 支配的な構造のみに注目した POD 1 mode では, 速度変動原波形に重畳する不規則変動成分が除去される. このことは POD は一種のフィルタの役割をすることを示している.

(3) POD の固有関数分布から乱流混合層の構造を類推すると, 第 1 固有関数に表現された最もエネルギーが大きな構造は横渦である. 混合層中心領域へのエントレイメントを促す構造は, 第 2 固有関数に表現され, 横渦に次ぐエネルギー寄与が大きい構造である. また外層領域での変動は, 第 8 固有関数以降に表現される可能性がある.

(4) POD によって抽出される構造には, もとの流れ場が持つ非定常性の情報が失われずに保存される. そのことは, 渦度場の構造に顕著に現れる.

(5) ウェーブレット変換による解析から, 横渦構造の渦度は渦通過周波数よりも低周波数の変調を受けていることが観察された.

第6章　乱流混合層のスパン方向の構造

本章では, POD およびウェーブレット変換による解析から, 乱流混合層のスパン方向 ($y-t$ 平面) の構造について述べる. POD では, 各モードの再構成波形の等値線図から時空間構造を求め, 原波形との比較からスパン方向の支配的構造やそれに重畳する非定常な構造について述べる. ウェーブレット変換では, 横渦のスケール成分に注目した解析をおこない, POD によって得られた構造との違いについて議論する. また前 4 章でおこなったような, ウェーブレット係数の絶対値 $|W|$ を時系列とした FFT の周波数解析により, 横渦の低周波数変調を明らかにする.

なお, 本章で解析する速度変動はスパン方向に設置された 22 本の I 型プローブにより測定された主流方向速度変動 u である. 測定位置は, 主流 x 方向には 300mm であり, 主剪断 y 方向に 0.0, 7.2, および 15.4 mm の 3 点である. 渦度厚さ $\delta_\omega = 15.4$mm, レイノルズ数 Re は 1.9×10^4 である.

6.1 乱流混合層のスパン方向の基本構造

6.1.1 スパン方向平均速度分布および乱れ強さ分布

図6.1に各y方向測定点での時間平均速度Uのスパン方向分布, 図6.2に乱れ強さの分布を示す. y方向位置に関しては, $x = 300$mmでの渦度厚さ$\delta_\omega = 15.4$mmで無次元化した値で示す. 平均速度に関しては, いずれのy方向測定点でも良好な一様性を示している. 乱れ強さに関しては, 混合層外層領域$y/\delta_\omega = 1.0$ではほぼ良好な一様性を示す. $y/\delta_\omega = 0$および0.5では, 一様性からの偏差がやや大きく, いくつかの極大, 極小値も認められる. 極値をとるスパン方向位置は$y/\delta_\omega = 0$と0.5でほぼ同一である. Jimenez [75] は混合層のスパン方向に関して, 平均速度と乱れ強さが同様な分布をとることを報告しているが, 本研究においてはそのような傾向は認められない. さらにJimenezは乱れ強さの分布が, 混合層を形成するスプリッタプレートのエッジ形状に大きく影響されることを指摘しているが, 本研究での乱れ強さの分布もその影響を受けているかどうかについては, 明らかにならなかった.

6.1.2 速度変動 u のスペクトル

図6.3(a)-(c)に, スパン方向の各測定位置でのuのスペクトルを示す. いずれのスパン方向位置でもスペクトル分布は同一であり, 乱れ強さ分布に見られたような差異は認められない. よって本研究で解析をおこなった速度変動は, 周波数成分についてはスパン方向に関する特異性を持たないといえる.

横渦の通過周波数f_Vを規定するために, このスペクトルをスパン方向に平均化したものを, 図6.4に示す. 混合層中心領域の$y/\delta_\omega = 0$および0.5については, 高周波数成分が重畳しているので, f_Vの同定は困難である. そこで外層領域$y/\delta_\omega = 1.0$に認められる平坦なピークの中心周波数(600 Hz)をf_Vとすることにし, 以下, ウェーブレット変換による解析では, $f_V = 600$ Hzに相当する特定スケールについておこなうことにする.

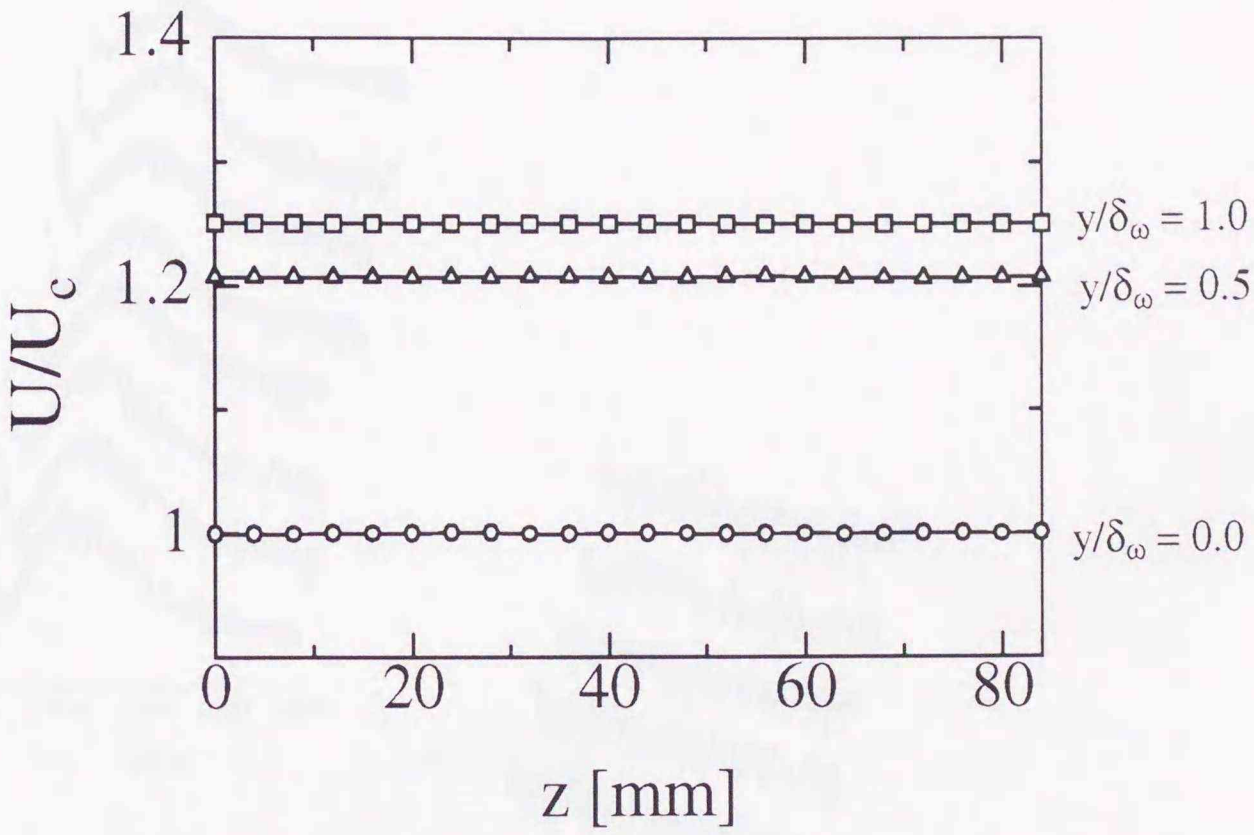


図 6.1 時間平均速度 U のスパン方向分布.

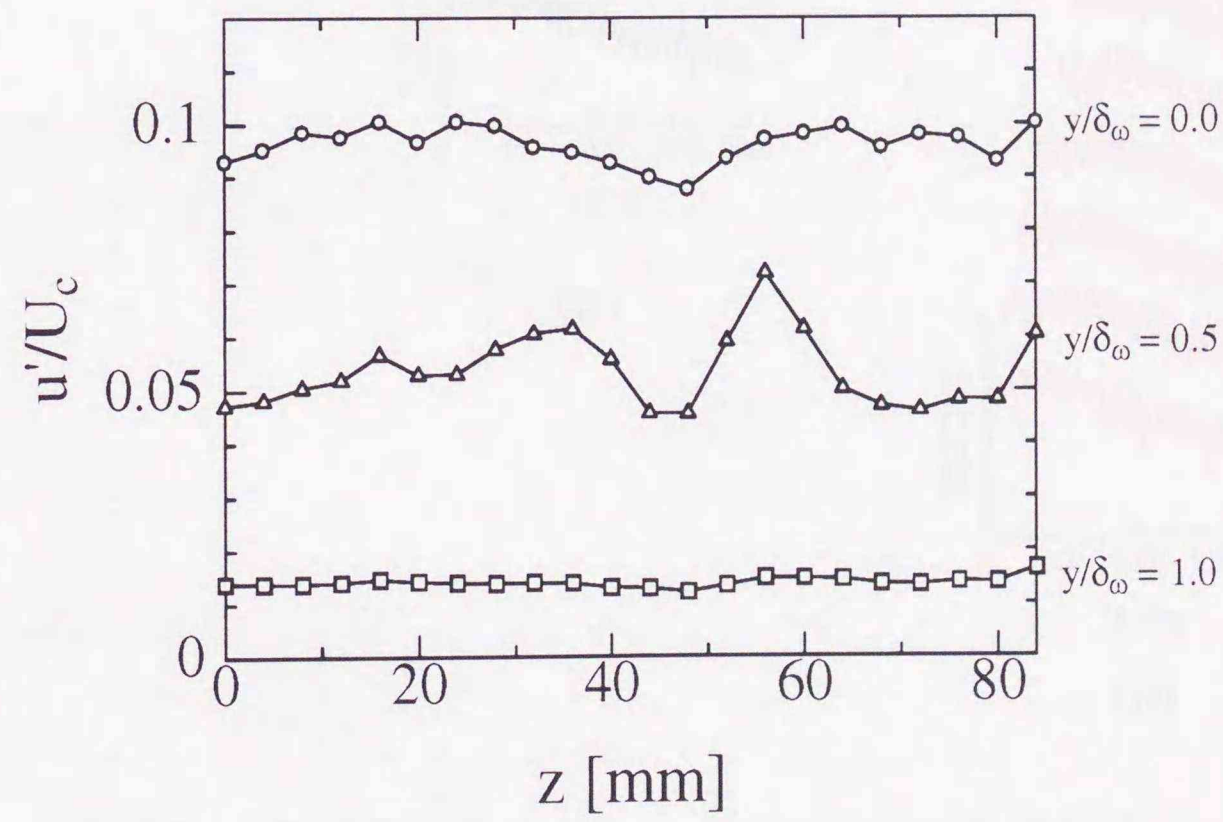
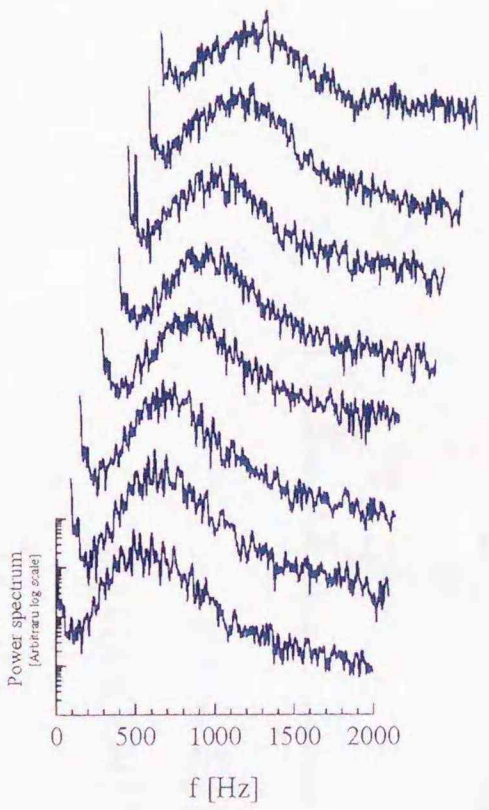
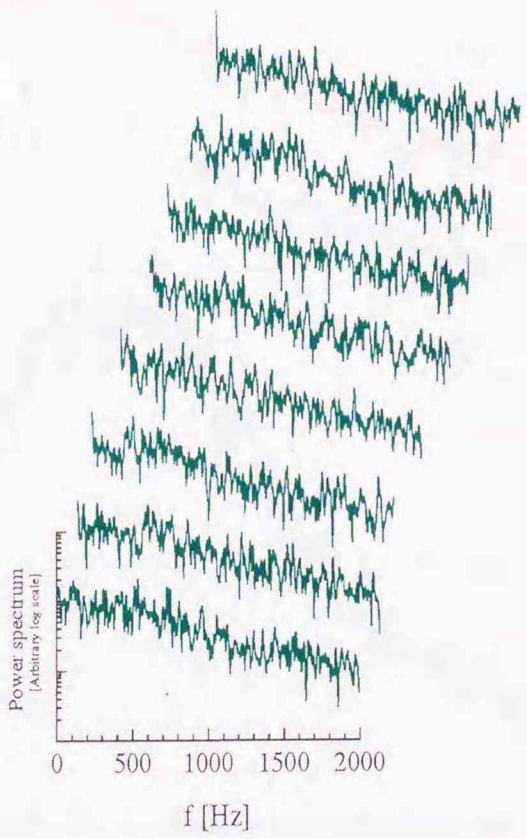


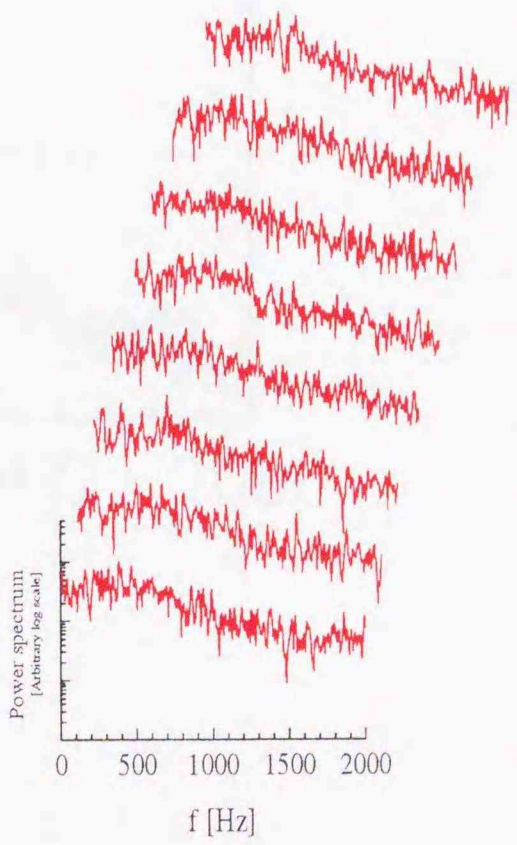
図 6.2 速度変動 u の r.m.s. 値のスパン方向分布.



(a)



(b)



(c)

図 6.3　速度変動 u のパワースペクトル. (a) $y/\delta_\omega = 1.0$, (b) $y/\delta_\omega = 0.5$, (c) $y/\delta_\omega = 0.0$.

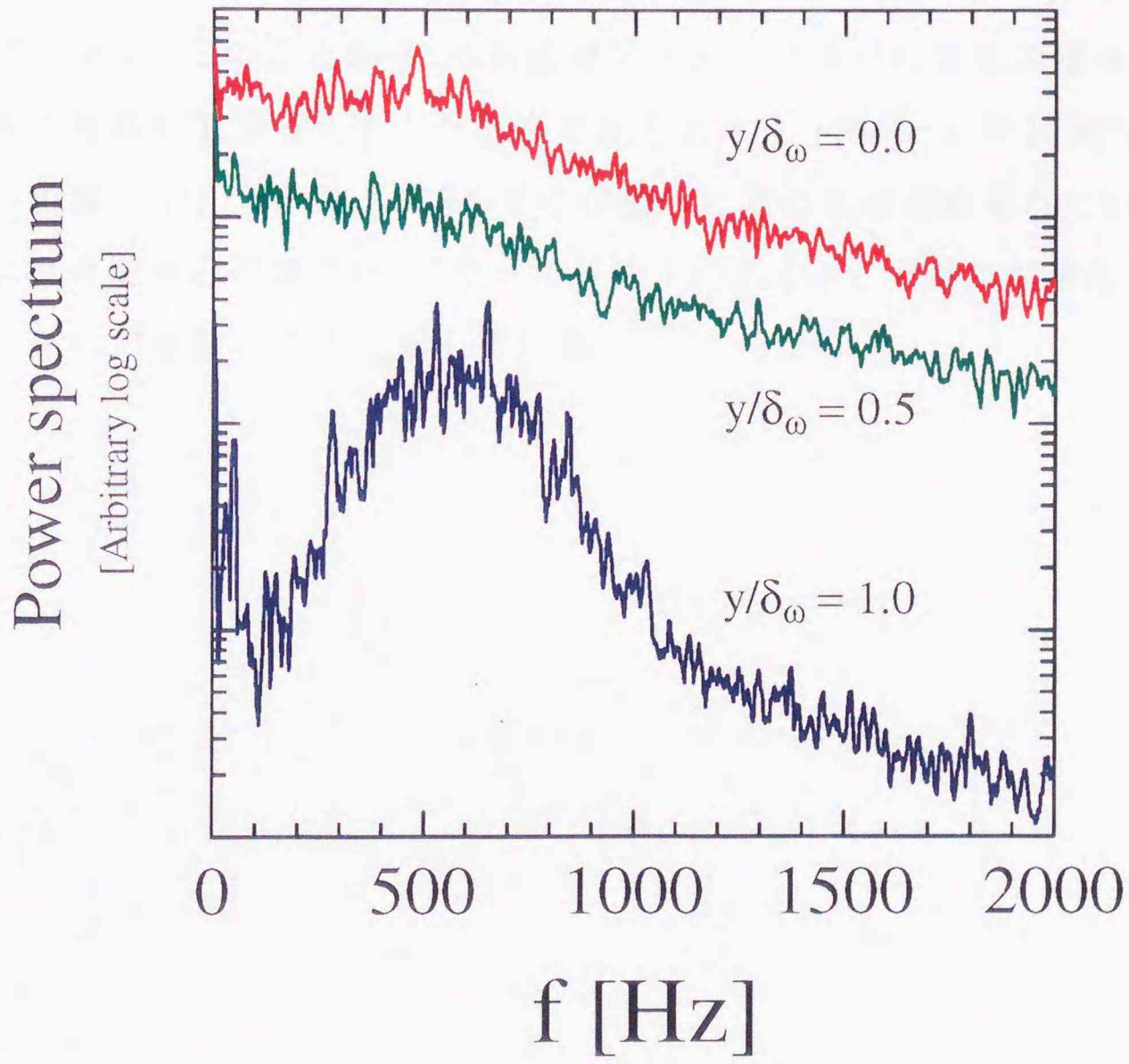


図 6.4　スパン方向に平均した速度変動 u のパワースペクトル. $x = 300$mm.

6.2 POD による解析

6.2.1 固有値 $\lambda^{(n)}$ の評価

図6.5に，$y/\delta_\omega = 0, 0.5$ および 1.0 での速度変動 u に対する POD の固有値 $\lambda^{(n)}$ を示す．$z-t$ 平面においては 22 点の測定点があるので，$\lambda_u^{(n)}$ は 22 個得られる．外層領域 $y/\delta_\omega = 1.0$ では，第 1 固有値 $\lambda_u^{(1)}$ のエネルギー寄与率が約 60 % を占める．このことから，外層領域ではスパン方向の支配的構造を第 1 項のみの再構成波形 $u^{(1)}$ で十分抽出できると考えられる．これに対し，混合層中心領域の $y/\delta_\omega = 0$ および 0.5 では卓越した固有値は認められない．このことは混合層中心領域では，パワースペクトルによって支配的な構造の存在を明らかにできないことを示している．

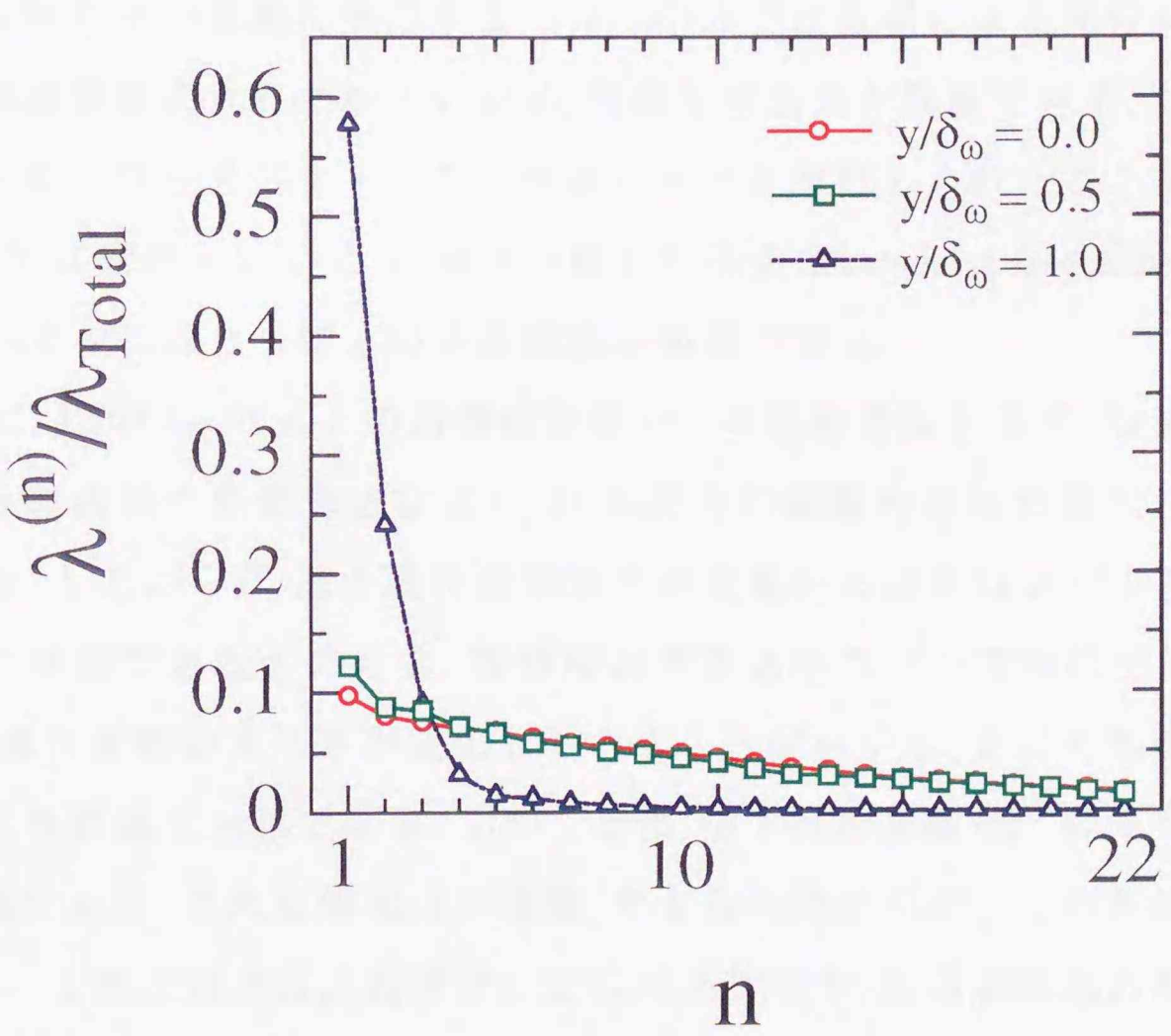


図 6.5　速度変動 u に対する POD の固有値 (スパン方向に配列された 22 本のＩ型プローブによるデータに対する POD 解析の結果).

6.2.2 POD による再構成波形

(1) 外層領域 ($y/\delta_\omega = 1.0$)

図6.6 に外層領域 ($y/\delta_\omega = 1.0$) での u の原波形の等値線図による時空間構造を示す. 図中では, 速度変動が正の領域のみ表示してある. スパン方向に尾根のような構造が現れている. この尾根の一つ一つがスパン方向に良好な 2 次元性を保つ横渦に対応する. $y/\delta_\omega = 1.0$ では横渦による速度変動に重畳する高周波数の乱れが小さいため, 明確な横渦列が観察できる. このことは, 図6.4 のパワースペクトルから平坦なピークが認められたことに対応する. 特徴的な構造としては, 尾根が分岐した構造 (Branching structure) が見られる. 図6.6 中には 5 つほどの分岐構造が確認できる.

図6.7 に, POD 1st モードの再構成波形 $u^{(1)}$ の等値線図を示す. 原波形にみられた分岐構造や終端構造はなく, 14 個ほどの直線的な尾根構造のみが認められる. したがって, 混合層外層領域での支配的な構造はスパン方向に 2 次元的な横渦であるといえる. 等値線の大きさをスパン方向にそって見ていくと, 速度変動の大きさが変化していることがわかる. またその変化の様子は各尾根構造で一律である. このことは, 第 1 固有関数 $\psi_u^{(1)}$ の分布に起因した結果である. また尾根構造の間隔, すなわち横渦列どうしの間隔は一定ではない. これは横渦の誘起速度による相互作用や, 渦通過周期の変調により, 隣接した横渦の間隔が変化したために生ずるものと考えられる. これは POD のランダム変数 $a^{(n)}(t)$ が時間 t の関数であり, 時間情報の保存が可能であることを示す一例である.

図6.8 に, 再構成波形 $u^{(2)}$ の等値線図を示す. ここで初めて分岐構造や終端構造が確認されるようになる. このような分岐構造をもたらす要因としては, 横渦の分離と合体の2つが考えられる. しかし乱流混合層の場合, 横渦の分離についての報告例はないので隣接した横渦の合体によるものと考えられる. 横渦の合体は, 乱流混合層の特徴的な構造であり, Ho & Huang [74] や Winant & Browand [76] により詳細な研究がなされている. 分岐構造がスパン

方向の様々な位置で確認されることから, 横渦の合体は, 同じスパン方向位置で生ずるものではないことが考えられる. また図中では, 尾根構造より分岐構造の方が多く, 良好な 2 次元性を保つ横渦の尾根構造は少く, むしろ合体構造のほうが出現頻度が多い.

いま一つの注目すべき構造として, 渦の欠落による終端構造 (End structure) が見られる. Browand & Troutt [81] は, この終端構造に対し 2 つの説明をしている. 一つは, 横渦がシート状に広がり渦度が拡散したために, 横渦が消滅したようにみえる拡散 (Diffusion) モード, もう一つは, 横渦が混合層高速領域あるいは低速領域に変形するために横渦が埋没したようにみえるもぐりこみ (Dip down) モードである. それぞれのモードの模式図を, 図 6.10 に示す. Browand らの研究では 2 つのモードの判別は不可能としており, 本論文でもこの点では同様である. また彼らは, この終端構造の出現頻度は主流方向位置によらず一定であると報告している.

$u^{(1-3)}$ (図 6.9) になると分岐構造の数は $u^{(1-2)}$ とは変化していないが, 終端構造がより多く見られるようになる. 分岐構造, すなわち渦の合体のプロセスは POD の固有関数第 2 項目 $\psi^{(2)}$ に, 終端構造は第 3 項目 $\psi^{(3)}$ に表現される構造といえる. また固有関数の次数から, エネルギーの寄与は渦の合体のプロセスのほうが大きいことが考えられる.

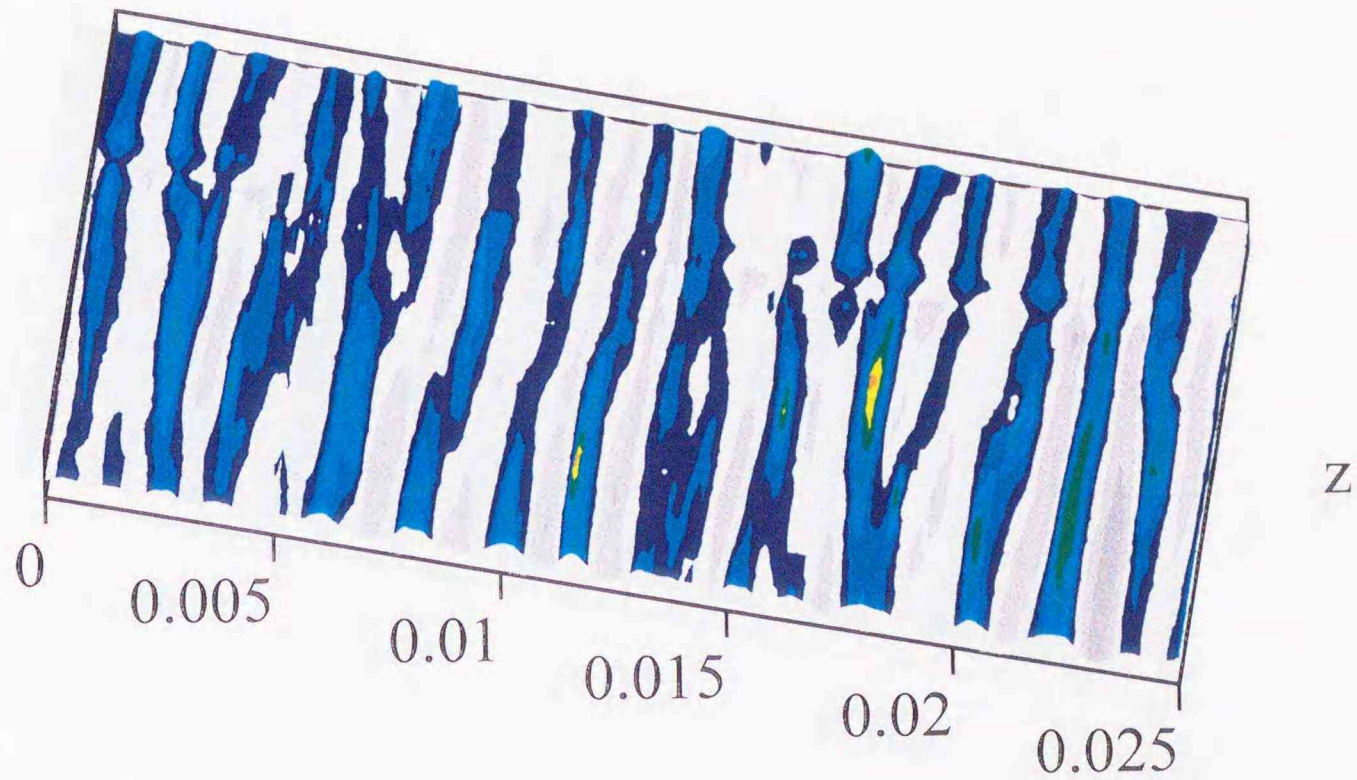


図 6.6　速度変動原波形 u の時空間構造. $y/\delta_\omega = 1.0$.

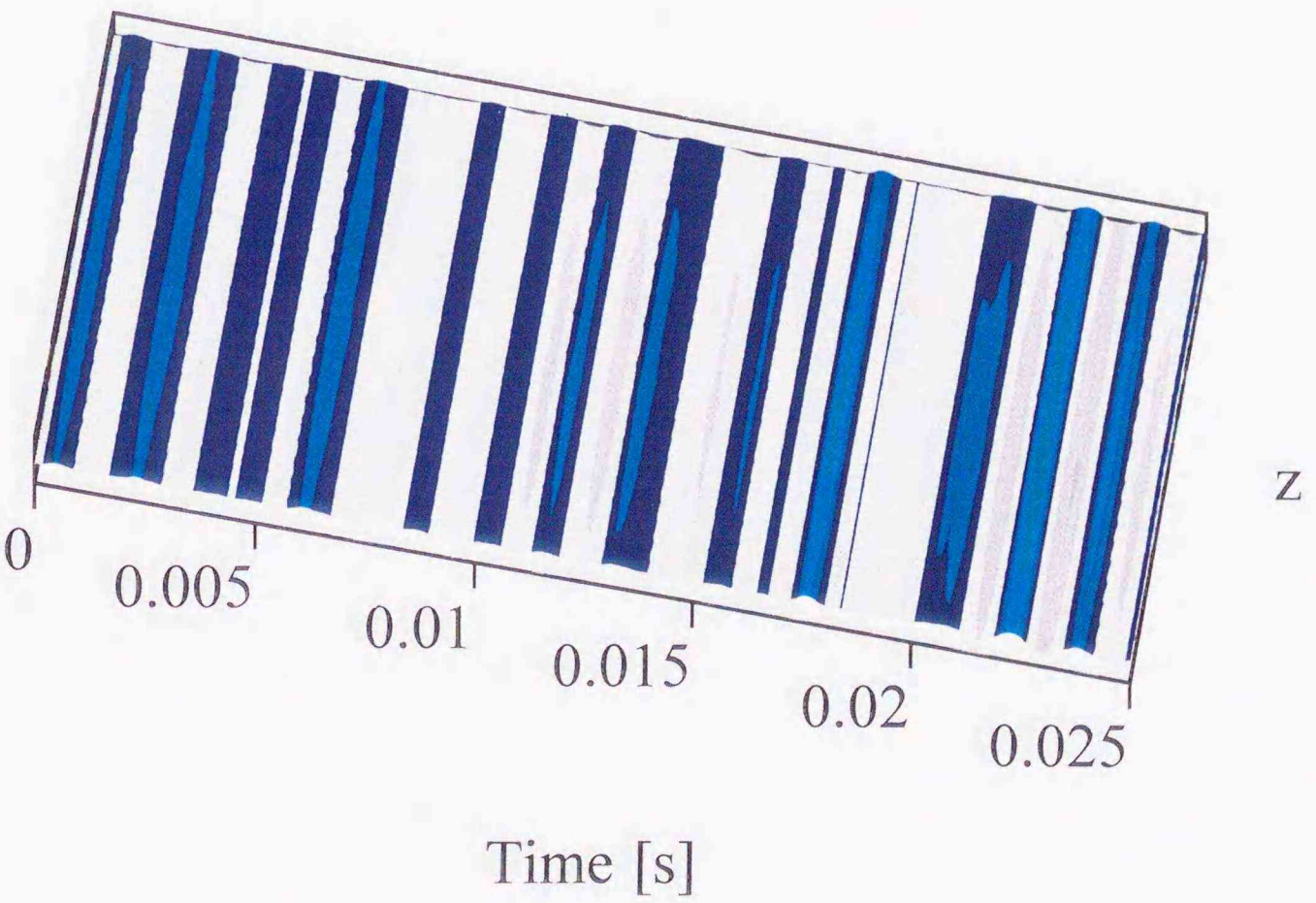


図 6.7　POD 1 mode $\mathrm{u}^{(1)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 1.0$.

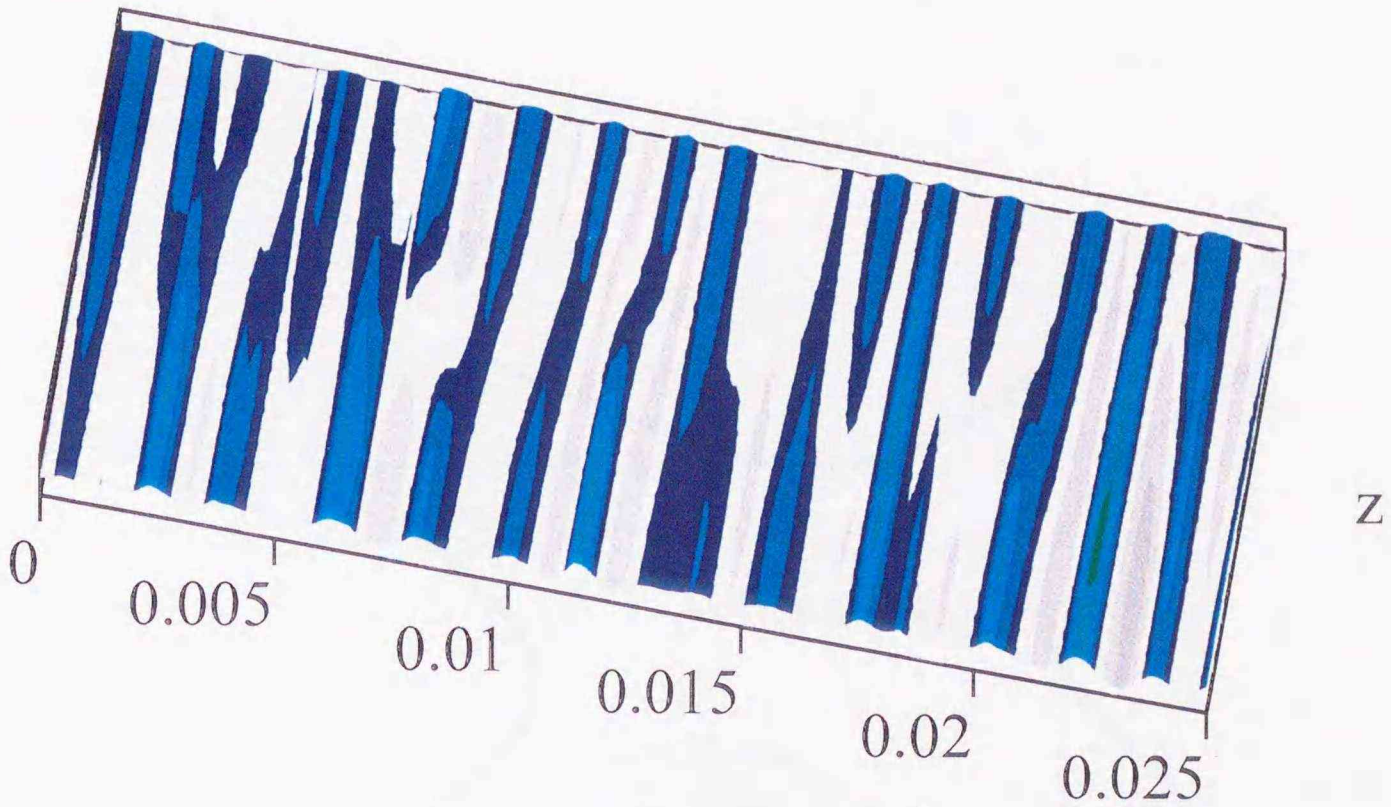


図 6.8　POD 2 modes $u^{(1-2)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 1.0$.

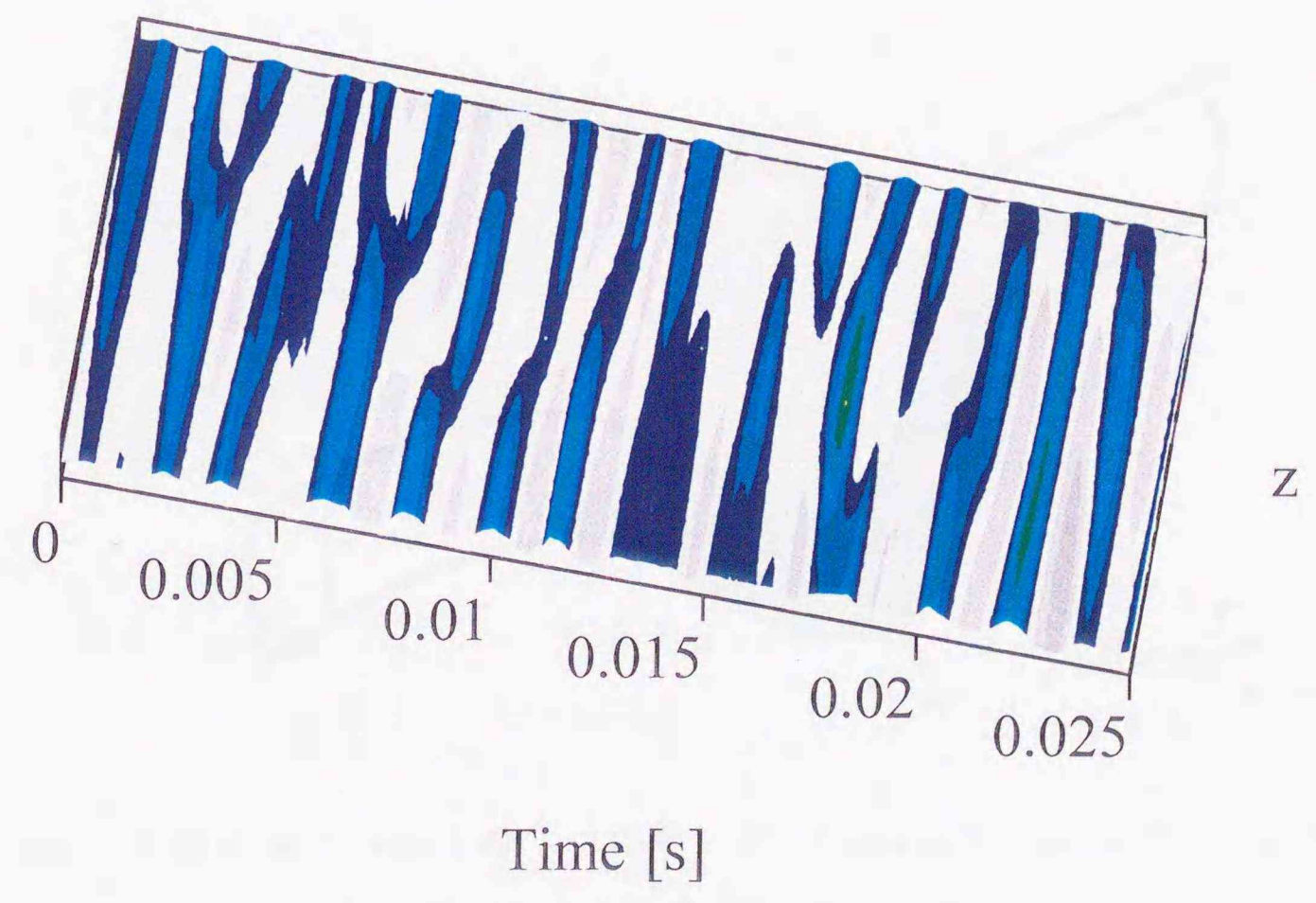
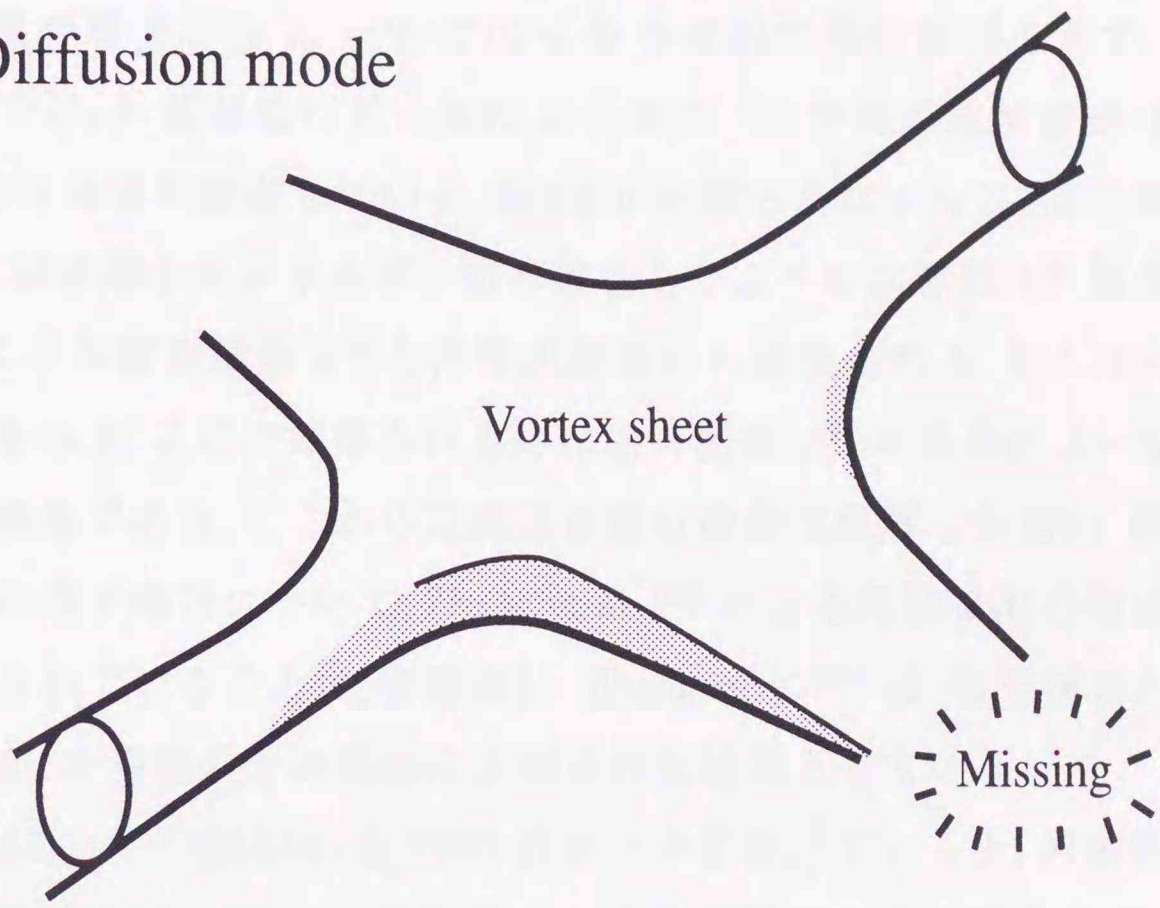


図 6.9　POD 3 modes $u^{(1-3)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 1.0$.

(a) Diffusion mode



(b) Dip-down mode

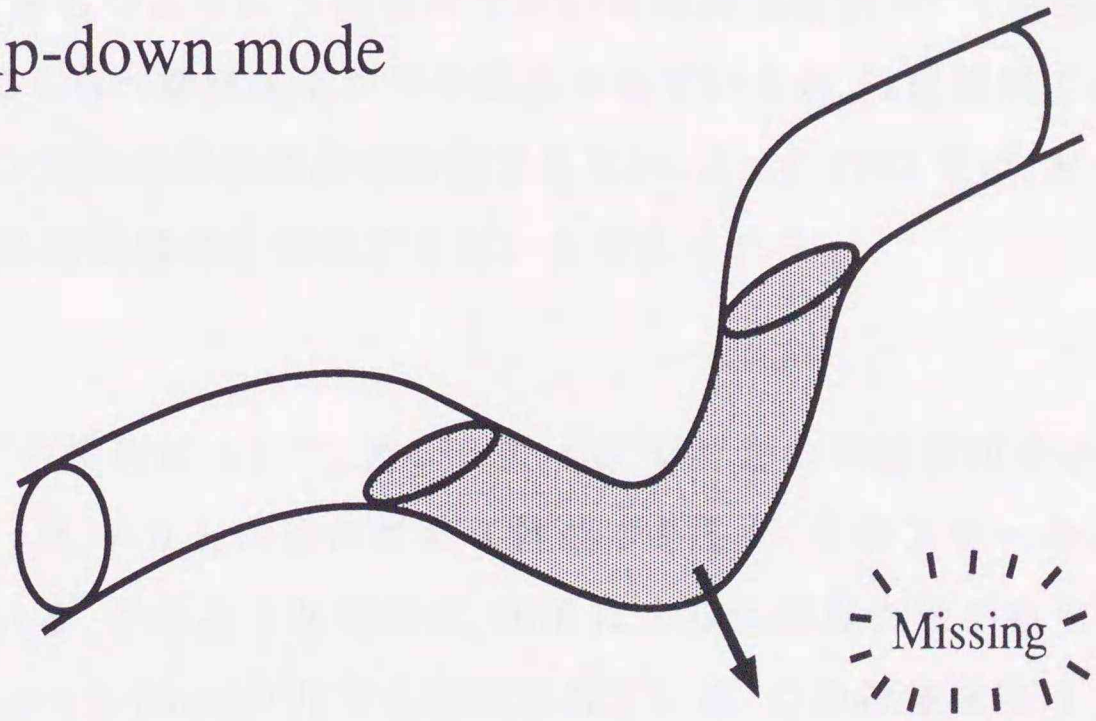


図 6.10　終端構造についての 2 つのモード (Browand & Troutt [81]). (a) 拡散 (Diffusion) モード, (b) 沈みこみ (Dip down) モード.

(2) 混合層中心領域 ($y/\delta_\omega = 0.0$)

図6.11 に混合層中心 ($y/\delta_\omega = 0$) での u の原波形の等値線図を示す. 混合層中心領域では, 外層領域に見られたようなスパン方向の尾根構造は確認できず, 微細な構造が散在している. 図6.5 から明らかなように, 混合層中心 $y/\delta_\omega = 0.0$ には卓越したエネルギー寄与率をもつような固有値 $\lambda^{(n)}$ は存在しない. このことは固有関数 $\psi^{(n)}$と再構成波形にも反映される. 図6.12 に $u^{(1)}$ の等値線図を示す. ここで観察されるのは固有関数 $\psi^{(1)}$ の分布によって決定される格子構造であり, ここから乱流混合層の構造は理解しがたい. 同様なスパン方向の格子構造について, Zhang et al. [66] による円柱後流の数値計算により報告されていることは, 興味深い. Zhang et al. [66] は, 格子構造が 2 次元的な横渦が, 小規模のセル構造に分割された結果としている.

$u^{(1-2)}$(図6.13), $u^{(1-3)}$(図6.14) と POD のモードをあげていくと, 原波形の等値線図に次第に近付いていくが, 依然として格子構造のままである. そこで支配的な構造を抽出するために, 約 60% のエネルギー寄与率 (外層領域での $\lambda^{(1)}$ と同程度) をもつように 9 項目まで用いた再構成波形 $u^{(1-9)}$ を図6.15 に示す. 原波形にくらべ微細構造がやや除去されているが, 外層領域でみられたようなスパン方向の尾根構造は確認できない. よって POD では, 混合層中心領域における横渦構造を抽出できないと考えられる.

(3) $y/\delta_\omega = 0.5$

$y/\delta_\omega = 0.5$ での構造について, 図6.16 に u の原波形の等値線図を示す. 混合層中心領域 $y/\delta_\omega = 0$ と同様に微細な構造であるが, そのスケールが若干大きくなっている. このような傾向は, DNS による乱流混合層の数値シュミレーション (Rogers & Moser [77]) でも確認されている. この微細構造は, Brown & Roshko [7] の可視化写真で明らかにされた, 横渦構造内部の小規模な渦構造と考えられる. POD の再構成波形について, $u^{(1)}$(図6.17), $u^{(1-2)}$(図6.18) および $u^{(1-3)}$(図6.19) をそれぞれ示す. $u^{(1)}$ では, 外層領域の $u^{(1)}$ にみられたような直線的な尾根構造が認められるが, $u^{(1-2)}$, $u^{(1-3)}$ とモードを上げていく

につれ, 混合層中心領域での格子構造に似た構造を示すようになる. このことは, $y/\delta_\omega = 0.5$ の第 1 固有値 $\lambda^{(1)}$ が, $y/\delta_\omega = 0.0$ の $\lambda^{(1)}$ にくらべやや大きかったこと, $\lambda^{(2)}$ 以降は $y/\delta_\omega = 0.0$ と同様な寄与率であったことに起因する結果と思われる. 以上から, $y/\delta_\omega = 0.5$ の構造は, 混合層の外層領域と中心領域の両方の性質を併せもつことが考えられる.

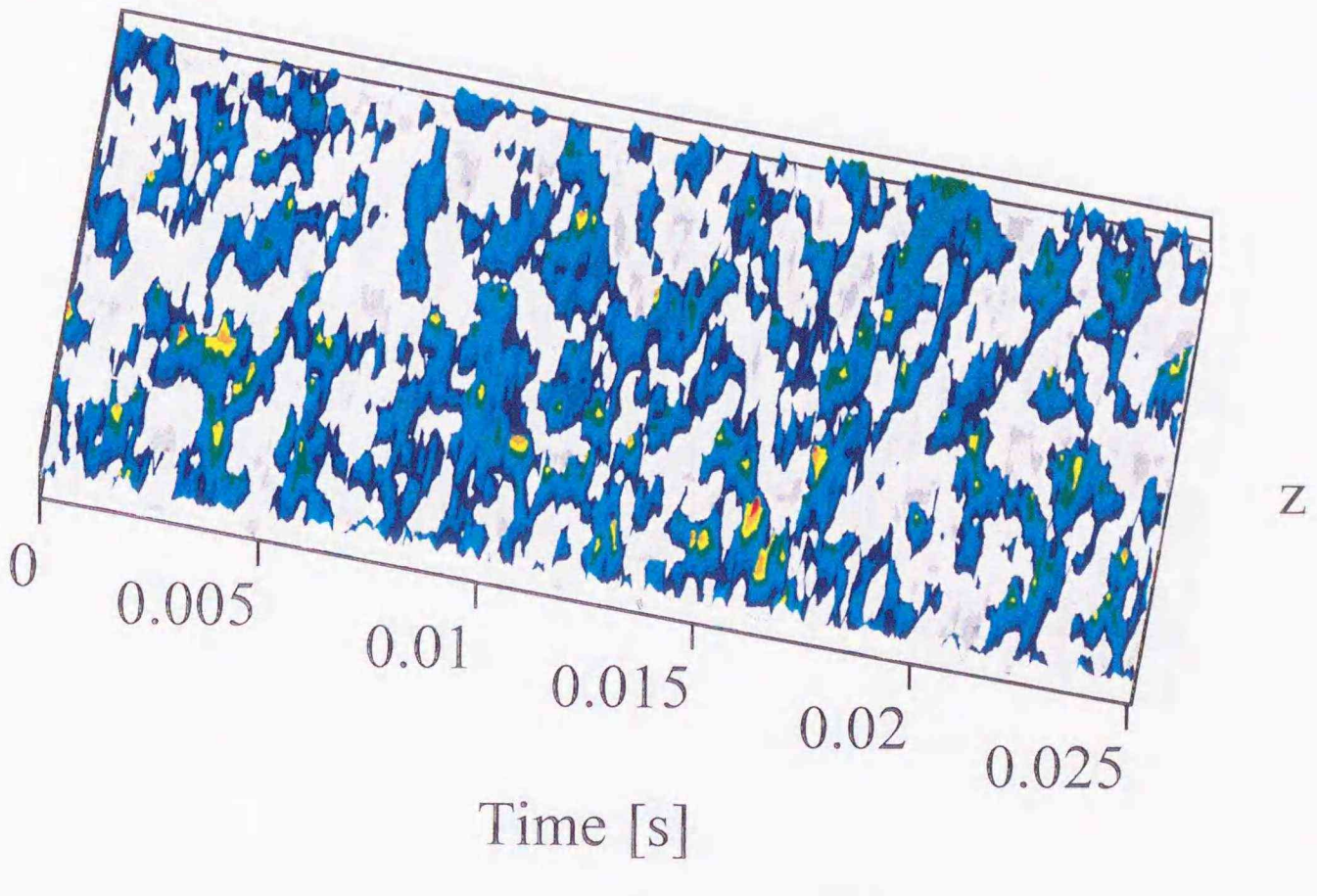


図 6.11　速度変動原波形 u の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.0$.

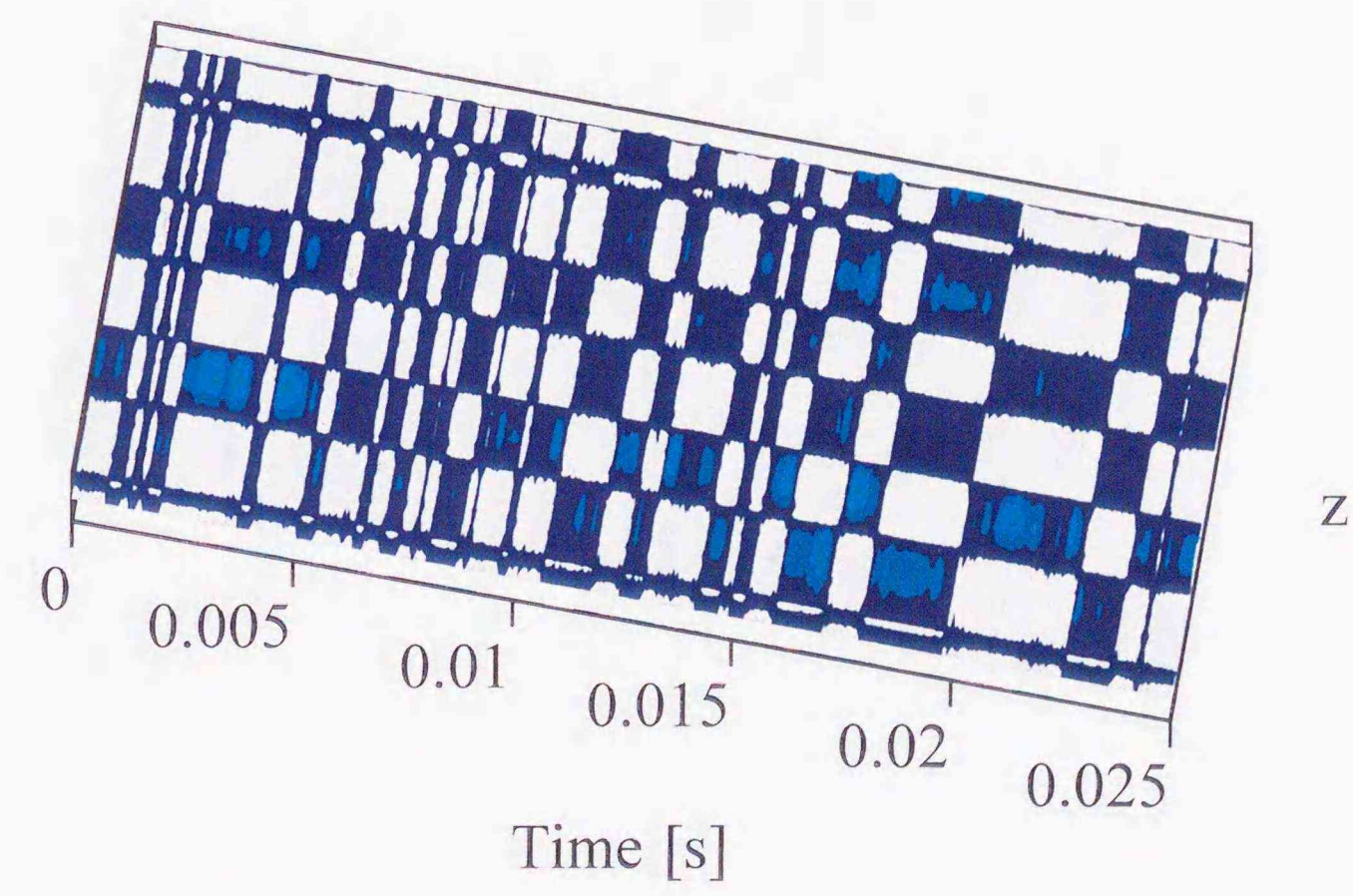


図 6.12　POD 1 mode $u^{(1)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.0$.

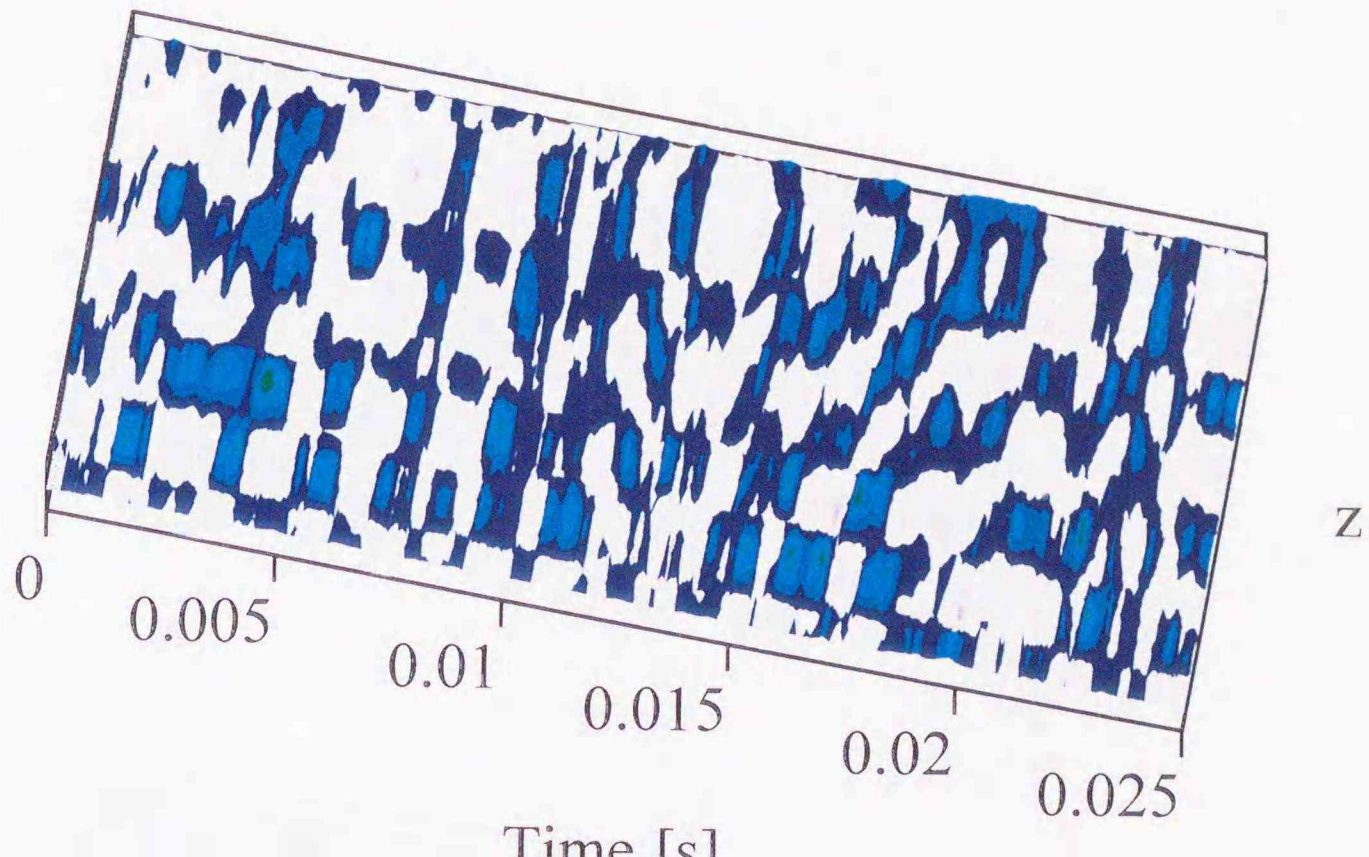


図 6.13　POD 2 modes $u^{(1-2)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.0$

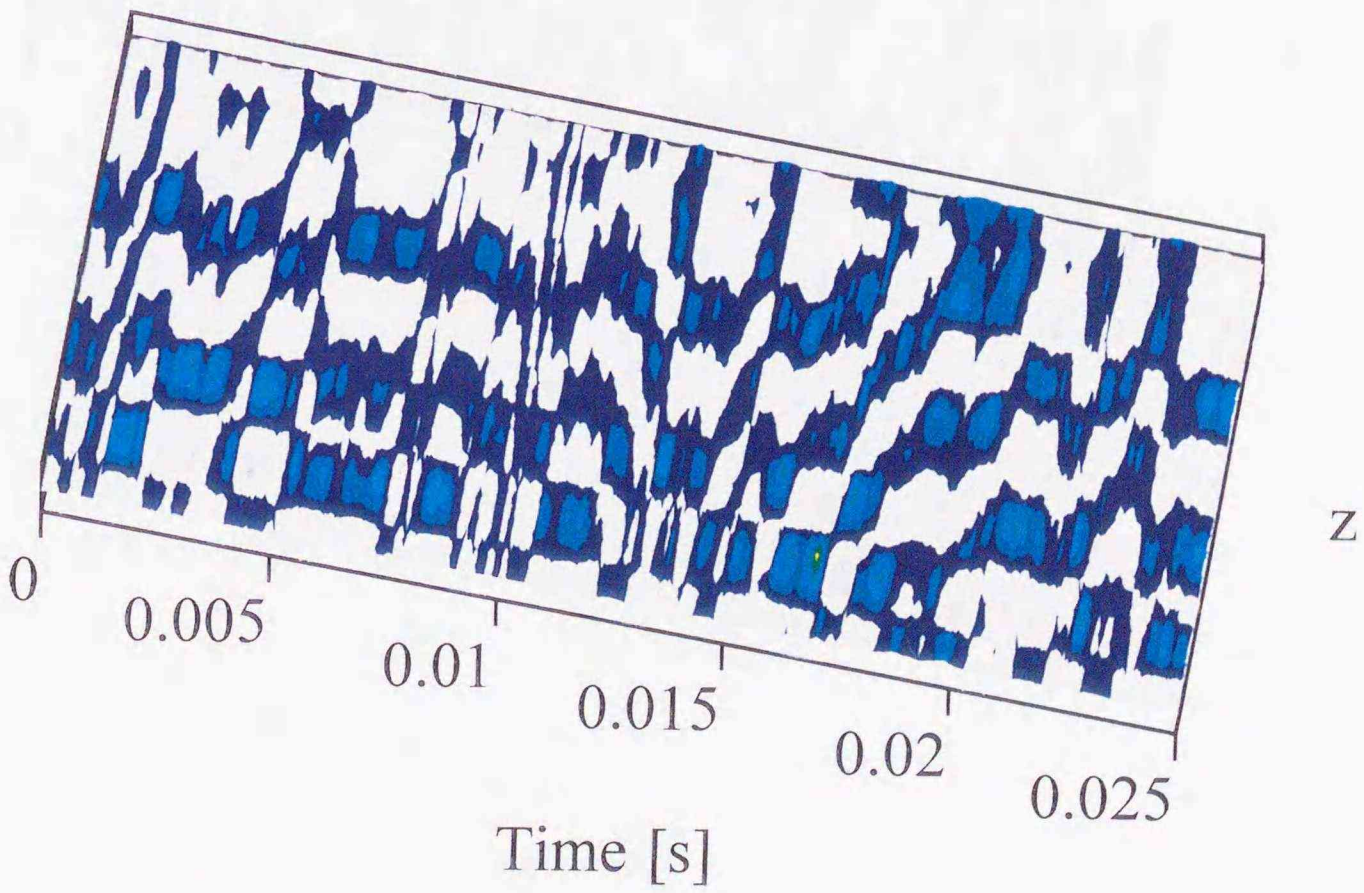


図 6.14　POD 3 modes $u^{(1-3)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.0$

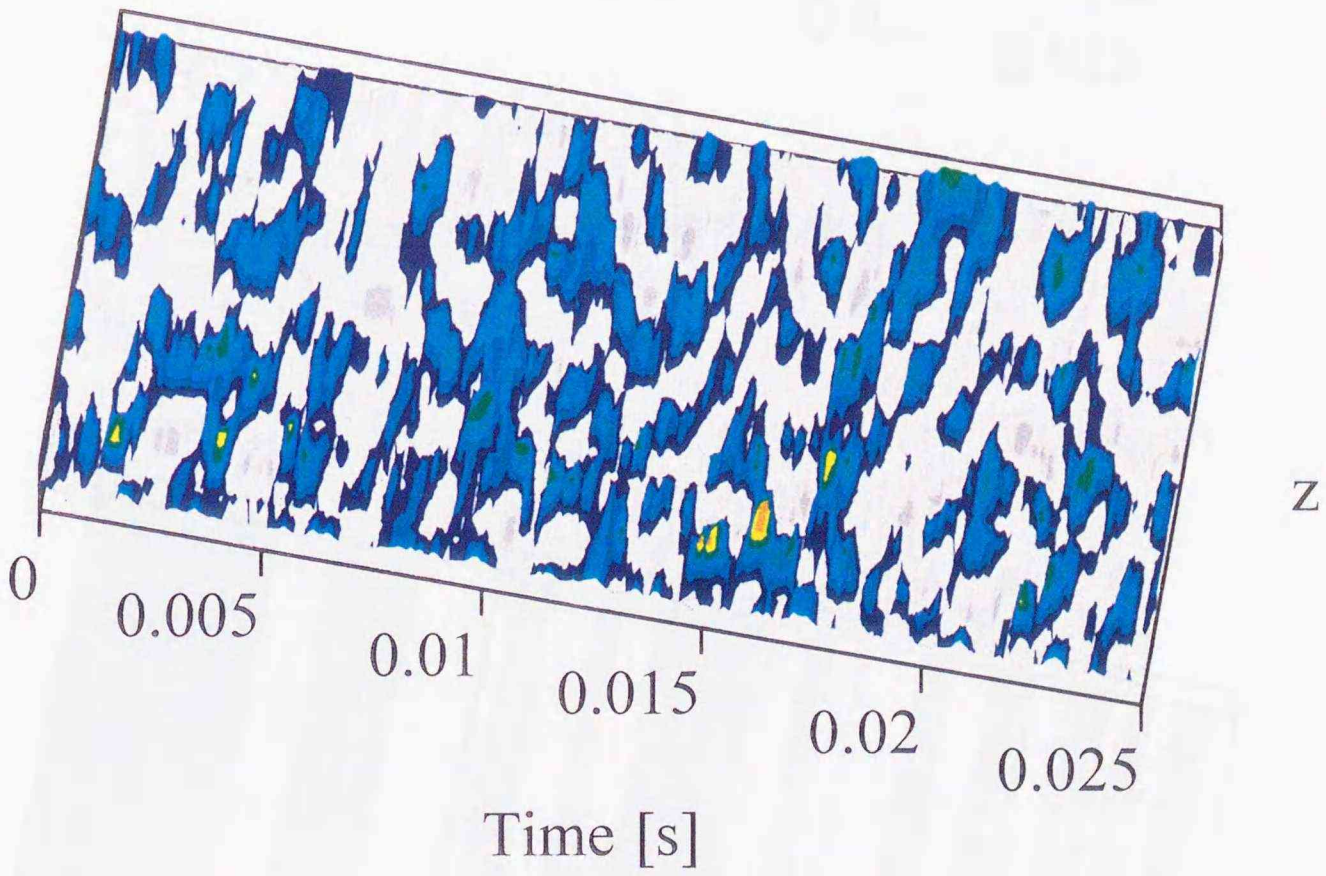


図 6.15　POD 9 modes $u^{(1-9)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.0$.

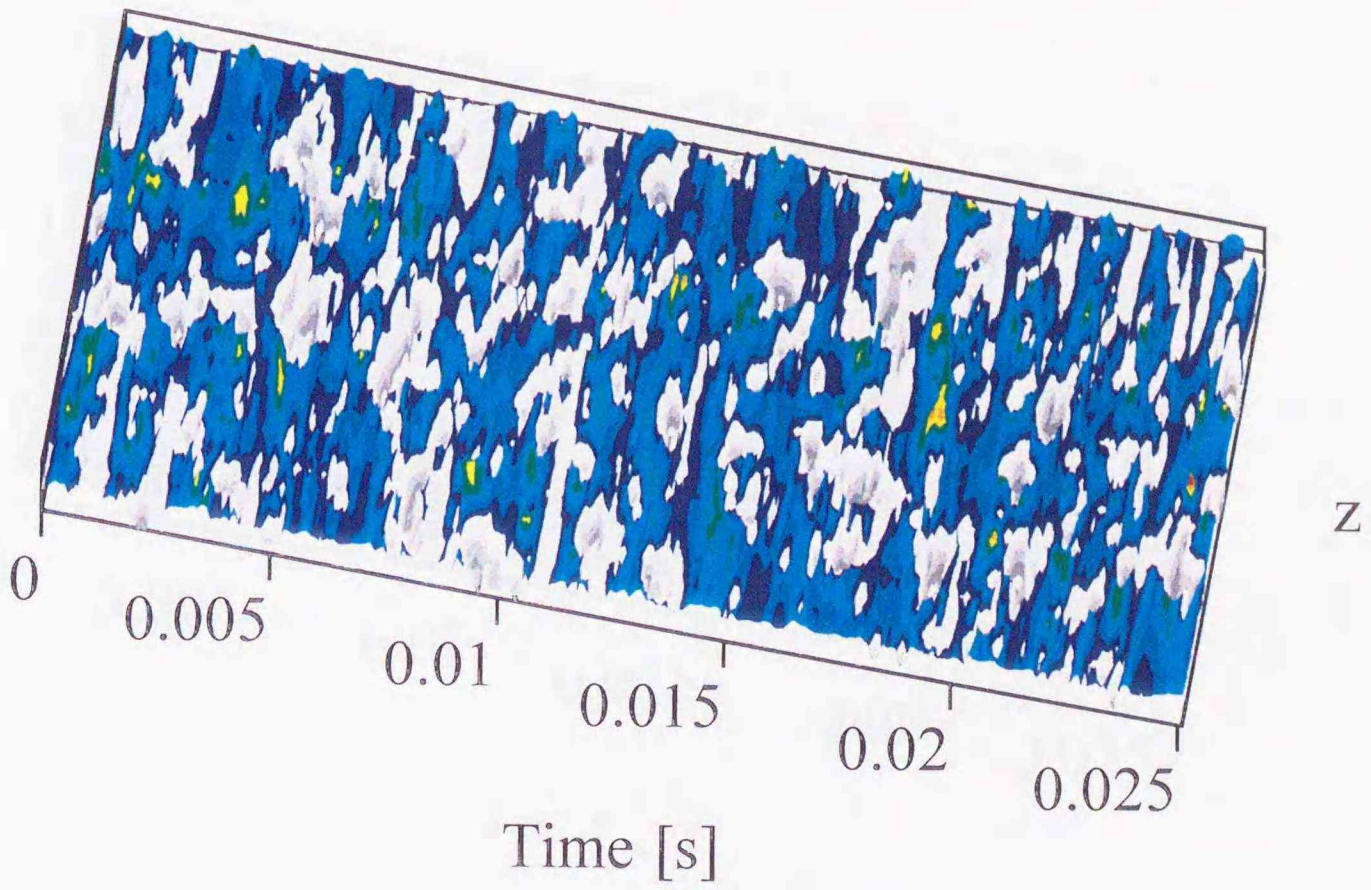


図 6.16　速度変動原波形 u の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.5$.

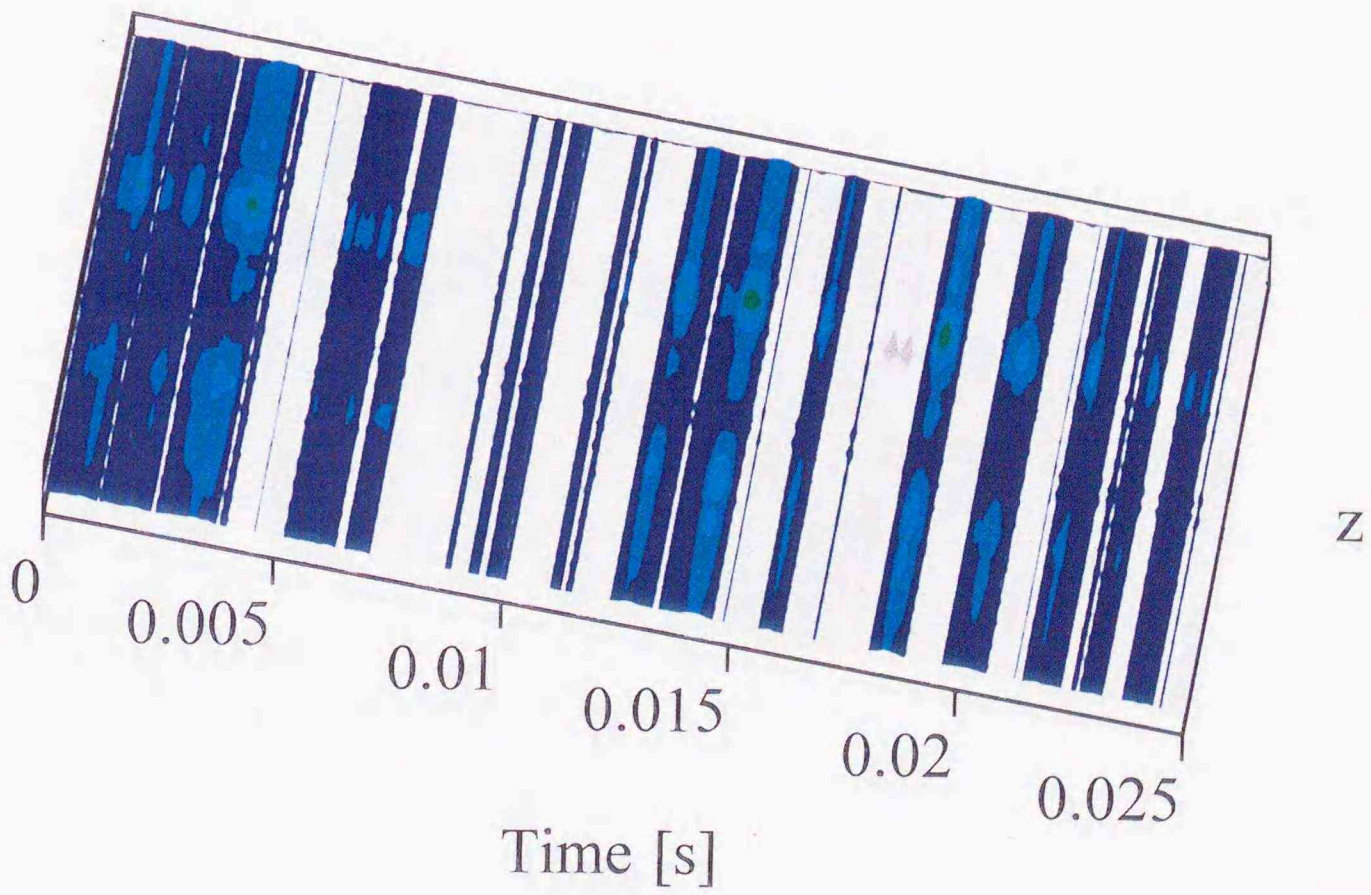


図 6.17　POD 1 mode $\mathrm{u}^{(1)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.5$.

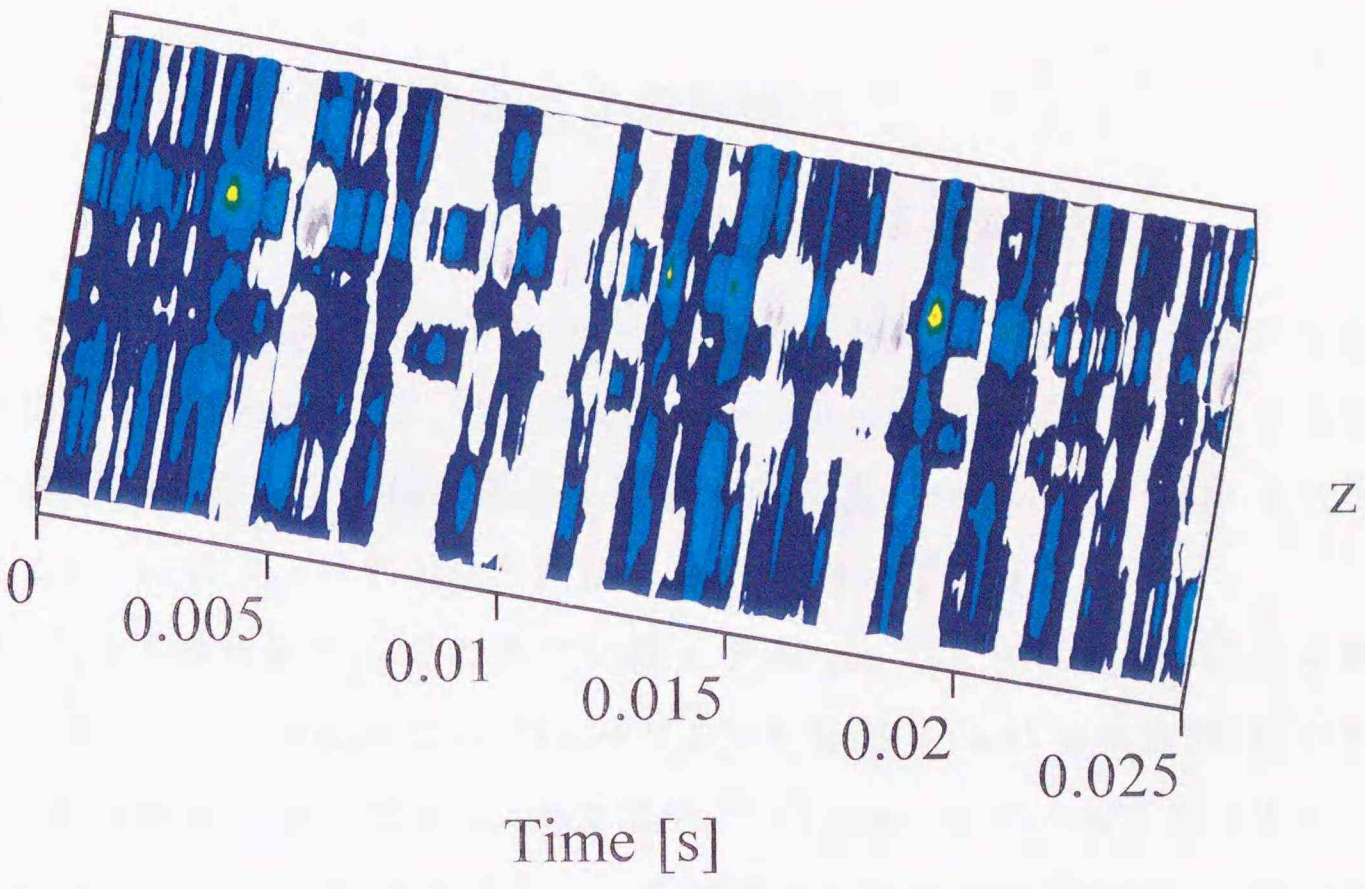


図 6.18　POD 2 modes $u^{(1-2)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.5$.

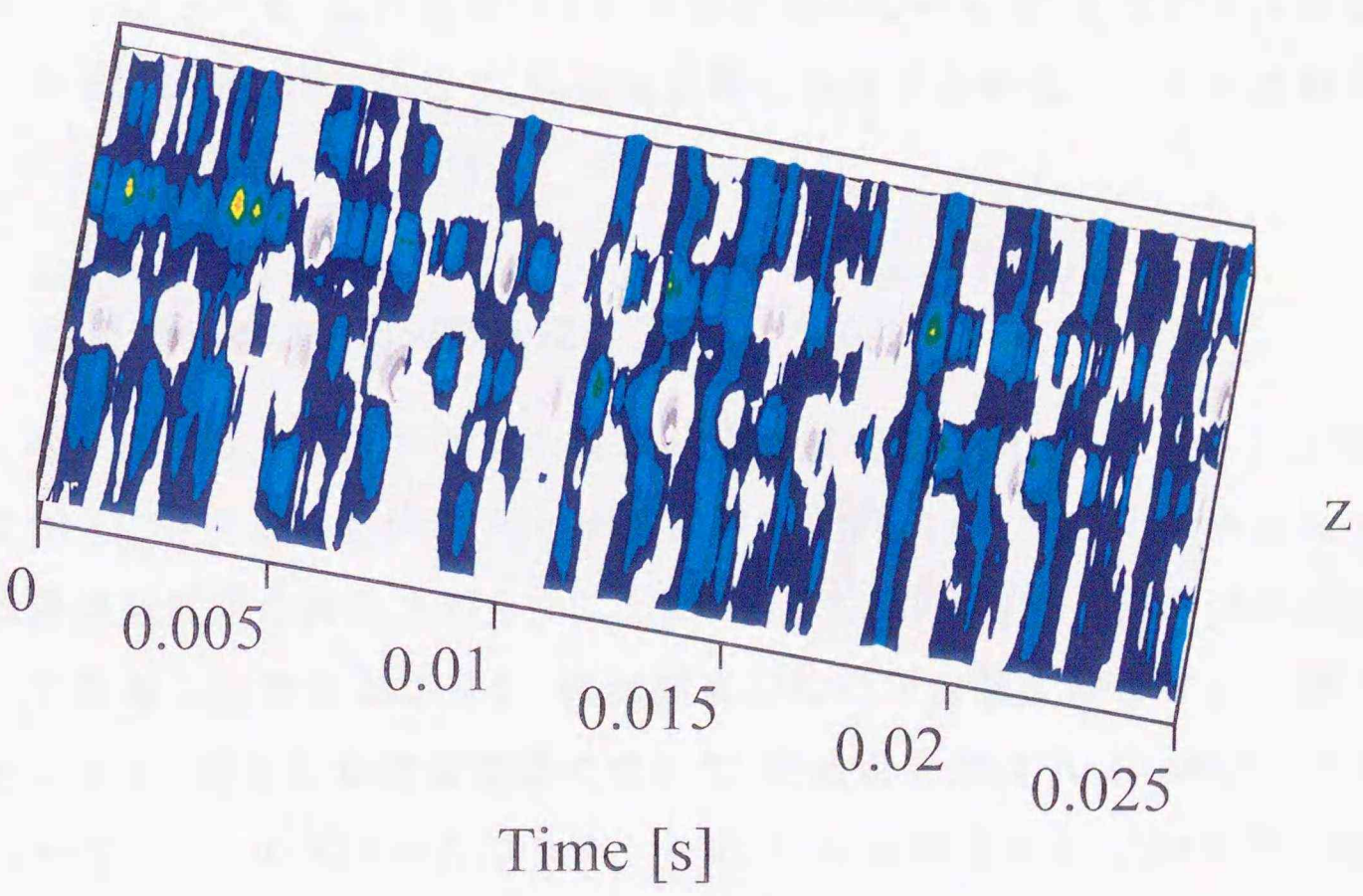


図 6.19　POD 3 modes $u^{(1-3)}$ の時空間構造. $y/\delta_\omega = 0.5$.

6.3 ウェーブレット変換による解析

6.3.1 特定スケールのウェーブレット変換による構造抽出

混合層中心領域では POD 9 modes の再構成をおこなっても支配的な構造は抽出できなかった. そこで本節では, $x = 300$ mm における混合層の外層領域で測定される大規模組織構造の通過周波数 $f_{\vee} = 600$ Hz に対応するスケール $a/\Delta t = 16$ のウェーブレット変換からその抽出を試みる.

図 6.20 に, 混合層中心での速度変動 u を Morlet ウェーブレットにより解析した結果を示す. 図 6.20 には, ウェーブレット係数 $W(a,b)$ の実数部 (正の値のみ) の等高線を表示してある. 原波形や, POD 9 modes によっても抽出できなかったスパン方向にほぼ 2 次元的な大規模組織構造が確認できる. この構造はスパン方向に対し傾きをもち, 傾きのある部分は, ある範囲にわたり連続して現れている. このような構造は, 円柱のカルマン渦列にも存在することが Williamson [51] により報告されている. また横渦構造の形が, 急激に変化する部分もみられる. これらはいずれも横渦構造のゆらぎ, すなわち非定常構造である. この非定常構造は, 乱流混合層に内在する特性である可能性が高い.

6.3.2 乱流混合層の低周波数変調

第 4 章ではカルマン渦列を含む乱流後流速度変動のウェーブレット変換, とくに $|W|$ に対する解析から, 渦放出周波数 f_K の約 1/30 ～ 1/20 の周波数をもつ低周波数変調の存在を明らかにした. ここでは, 乱流混合層の速度変動に対して同様な解析をおこない, 乱流混合層の低周波数変調について調べることにする. 解析した速度変動について, 渦通過周波数 f_V は $600Hz$ であり, ウェーブレットのスケールパラメータは, $1/f_V$ に相当する $a/\Delta t = 16$ である. 各測定点でのデータ長は $10240 \times 0.0001 = 1.0240$ 秒であるので, 約 600 個の渦について解析がおこなわれていることになる. 解析をおこなった y 方向

測定位置は, $y/\delta_\omega = 1.0$ の外層領域である. これはスペクトルから, $y/\delta_\omega = 1.0$ が最もよく規定できるからである.

図6.21 に $|W|$ のスペクトルのうち, 特徴的なものをいくつか示す. いずれの図にも, 約 100 Hz にピークが見られる. このピークは, 乱流混合層の速度変動の低周波数変調によるものと考えられ, そのスケールは f_V の 1/6 である. これは乱流後流の f_K の 1/30 ～ 1/20 の低周波数変調よりも大きい. よって乱流混合層の低周波数変調を与える要因は, 乱流後流のそれよりも強い作用をするといえる.

この $|W|$ のスペクトルをスパン方向に平均化すると, 図6.22 のようになる. 平均化されたスペクトルはなだらかな傾向を示し, 約 60 Hz にもなんらかのピークが認められるようになる. このことは, 平均化による非定常性, とくに間欠性についての情報の埋没であり, 非定常性, とくに間欠性について解析をおこなう際に十分留意しなければいけないことである

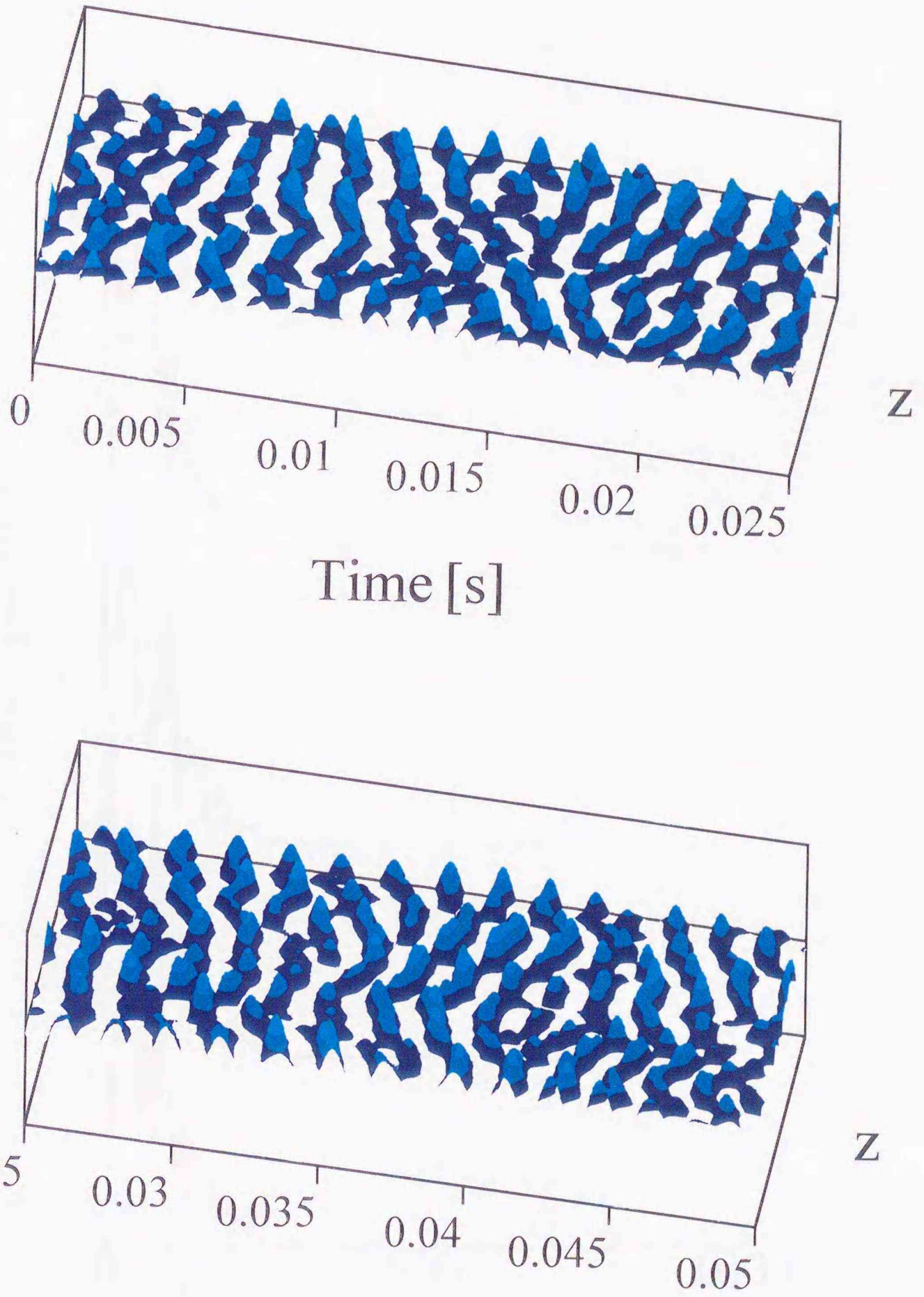


図 6.20　ウェーブレット変換の実数部 W_R で示した乱流混合層スパン方向の構造. 実数部の正の値のみ表示.

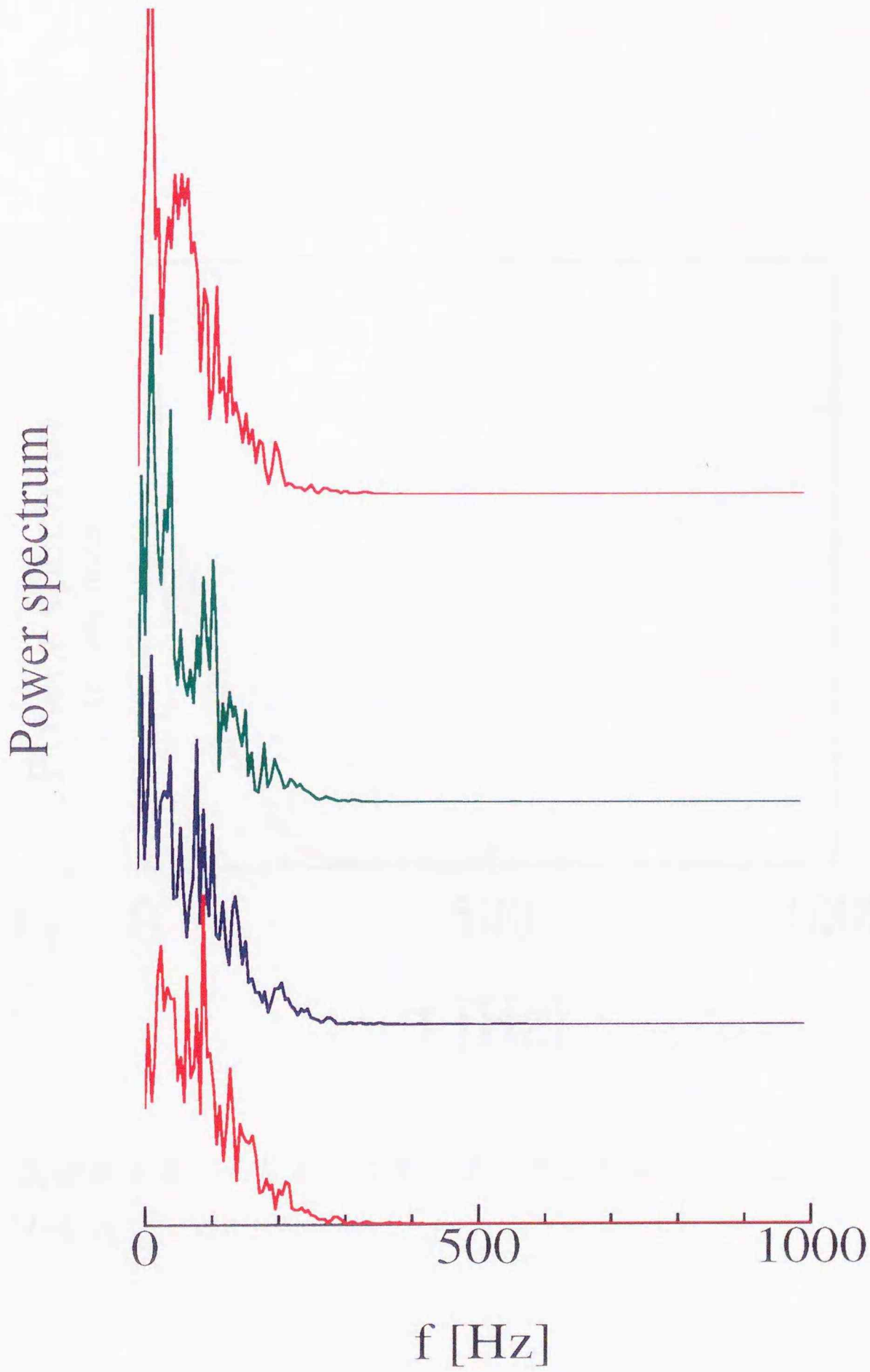


図 6.21　乱流混合層の低周波数変調のスペクトル. (いくつかの特徴的なものを示す.)

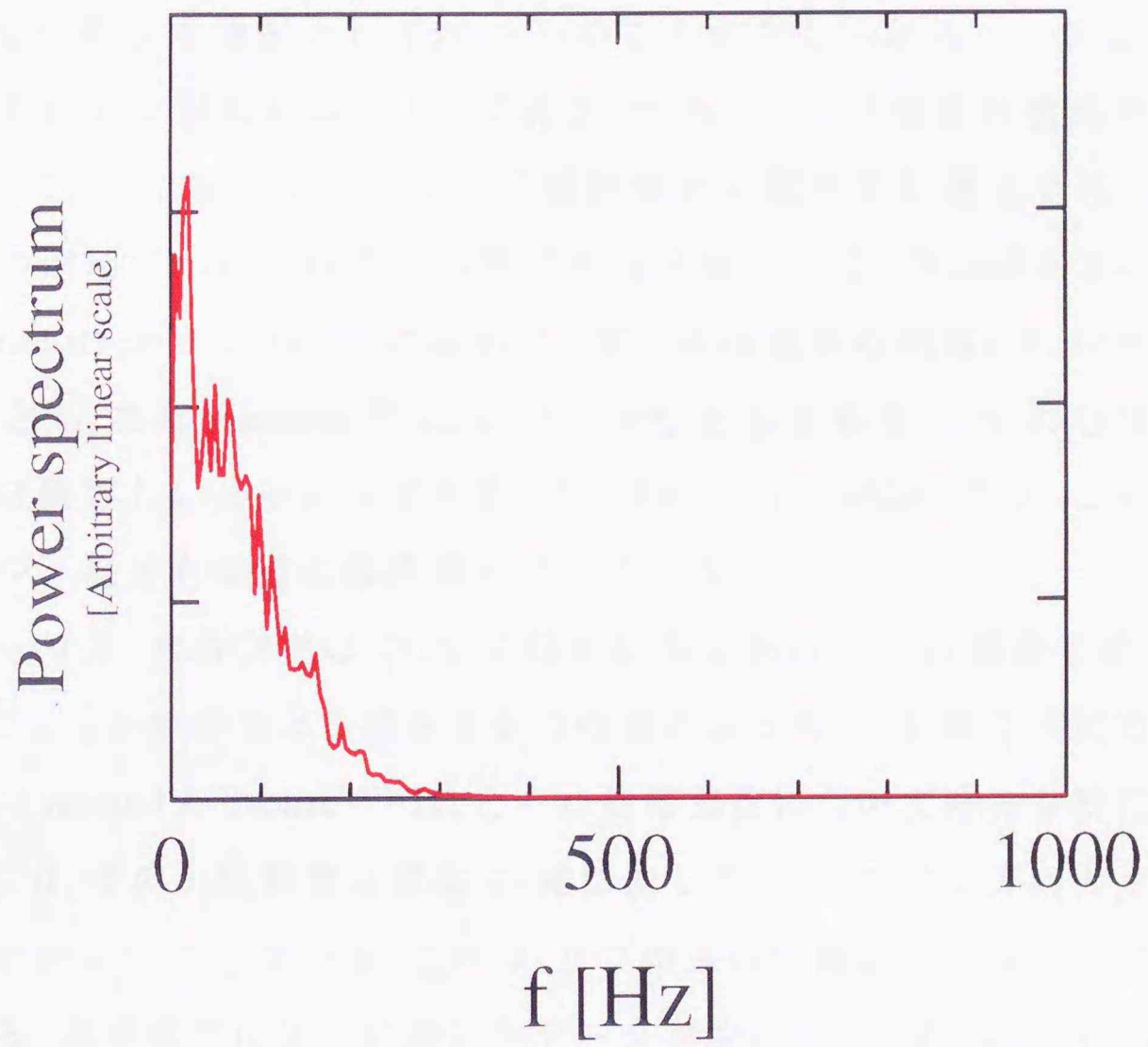


図 6.22　乱流混合層の低周波数変調のスペクトルをスパン方向に平均化したもの.

6.4 考察

高レイノルズ数の乱流混合層の横渦構造は, スパン方向に良好な2次元性を示すものは少く, むしろスパン方向に有限の長さをもつセル構造に分断されたていると考えられる. この傾向は, 混合層中心領域になるほど顕著になる.

横渦を分断する構造としては, 2つのことが考えられる. 一つは, 隣接した横渦をむすぶ縦渦による“リブ構造”である. リブ構造は横渦の不安定性によって生じ, 横渦を歪ませて周囲流体との混合を促進させる. このリブ構造の間隔については多くの研究がなされている. Bernal & Roshko [78], Pierrehumbert & Widnall [79] によれば 0.67λ (λ は横渦の間隔), Breidenthal [80] は 1.1λ とし, また Jimenez [75] は $1 \sim 1.25\,\delta_\omega$ としており, いずれも横渦の大きさにほぼ等しいスケールである. またBernal & Roshko [78] は, この間隔は流速比や下流方向位置に無関係と述べている.

いま一つは, 本研究での POD の解析にあらわれた分岐構造や終端構造, ウェーブレット解析による傾きをもつ構造のような, いわゆる非定常構造であろう. Browand & Troutt [81] は, とくに終端構造について詳細な研究をおこなっており, その出現頻度は横渦 18 個に対して 1 つ, スパン方向の出現間隔は平均で約 $6\,\delta_\omega$ としている. これは, リブ構造の間隔よりもはるかに大きいといえる. 本研究では解析に用いたデータが少いため, (Browand & Troutt は 1500〜3000 の渦について解析をおこなっている). 出現頻度はあきらかにならないが, 図から見たかぎりでは非定常構造による間隔にちかいといえる.

6.5 第 6 章の結論

本章でえられた結果を以下に示す.

(1) 乱流混合層スパン方向の構造について, 混合層外層領域では, 横渦列による 2 次元構造のほか, 分岐構造や終端構造が観察される. 分岐構造や終端構造の出現頻度は, 良好な 2 次元構造の横渦列よりもむしろ多い.

(2) 混合層外層領域において, POD 1 mode の再構成によるスパン方向の構造には, 原波形に見られたような分岐構造や終端構造は消失し, 良好な 2 次元構造のみが確認される. これはスパン方向の支配的構造である.

(3) 混合層中心領域では, POD 1 mode の再構成をおこなっても, 横渦構造のような支配的な構造は確認できず, 微細な構造のみが見られる.

(4) 混合層中心領域において, 支配的な構造を抽出するために十分なエネルギー寄与を持つ POD 9 modes の再構成をおこなっても, 横渦列による 2 次元構造は抽出できなかった.

(5) 混合層中心領域について, 特定スケールのウェーブレット変換をおこなった結果, POD 9 modes で抽出できなかった横渦構造が認められた. また, その構造はスパン方向に分割されたセル構造であり, 通過周波数の局所的な変化による傾いた状態が確認された.

(6) 特定スケールのウェーブレット変換をおこなった結果, 乱流混合層の横渦列を含む速度変動には, 渦通過周波数の約 1/6 の低周波数変調が存在することが明らかになった.

第7章　結論

本論文は, 自由剪断乱流の組織構造とその非定常性の解明を目的としたものである. ウェーブレット変換とPOD (Proper Orthogonal Decomposition) という2つの解析手法を用いて, 代表的な自由剪断乱流である乱流後流と乱流混合層の速度変動から, 組織構造である大規模渦の抽出をおこなった. さらに流れが高レイノルズ数の場合の, 組織構造の本質的な特性である非定常構造については, その低周波数変調のスケールを明らかにした. また, ウェーブレット変換, PODはともに比較的新しい乱流研究方法であるので, 両者の結果の比較をおこないながら. それぞれの有効性とえられた構造の差異についても検討した.

本研究で得られた結果を要約すると, 以下のようになる.

(1) 組織構造の非定常性の解析方法として, 特定スケールのMorletウェーブレットの絶対値 $|W|$ を求めそれを時系列としたスペクトル解析方法を提案し, その低周波数変調抽出への有効性を示した. その際, 抽出される低周波数変調は, 速度変動の振幅に対応するもので, 中心位置の変調を示すものではない.

(2) カルマン渦列を含む乱流後流の速度変動波形には, 渦放出周波数 f_K の約1/25の低周波数変調が存在することを明らかにした. その約1/25という周波数は, Williamson [51], 横井ら [52] および羽二生ら [53] の乱流後流の低周波数変調に関する報告にほぼ一致する.

(3) 低周波変調のスケールが, 後流内測定位置およびレイノルズ数には依存

せず, f_K の約 1/25 であることを明らかにした. このことから, 低周波数変調は風洞内の流れに固有の撹乱や外部からの撹乱によるものではなく, 乱流後流に固有の特性と考えることができる.

(4) 低周波変調の要因は, 高レイノルズ数化に伴って発達する3次元構造に起因すると考えられる. その3次元構造は, (i)隣接した渦を継ぐ縦渦(リブ)構造, (ii)2次元的な渦構造がスパン方向に分割されたセル構造, (iii)渦転位構造 のいずれかである.

(5) カルマン渦列を含む乱流後流の速度変動波形の低周波数変調は, 乱流の本質的な現象であり, 端面の影響等によるものではない.

(6) POD を用いた乱流混合層の速度変動波形に対する解析から, POD の固有値第1項のみによる再構成 POD 1 mode により, 組織構造の横渦を抽出することができた.

(7) POD の固有値の評価から, POD 1 mode で抽出した横渦構造がエネルギー的に最も支配的な構造であることを示した. このことは速度変動の r.m.s. 値や FFT のスペクトル解析からも確かめられた,

(8) POD 1 mode では, 速度変動原波形に重畳する高周波数の不規則成分(横渦によるエントレイメントを示すバースト波形も含まれる)が除去される. このことは POD が組織構造のみを抽出する一種のフィルタの役割をすることを示している. またエントレイメントの構造は, 第2固有関数によって表現される構造の可能性がある.

(9) POD によって抽出される構造には, もとの流れ場が持つ非定常性の情報をが失われずに保存される. そのことは, 渦度場の時系列変化の構造に顕著に現れる.

(10) 渦度集中領域の時系列変化から, 渦通過周波数よりも低周波数の変調

が観察された. そのことは特定スケールのウェーブレット変換の結果から明らかになった.

(11) 乱流混合層のスパン方向の構造を速度変動の時空間構造から検討した結果, 混合層外層領域において横渦列による2次元構造には, 分岐構造や終端構造が観察され, その出現頻度は良好な2次元性を示す横渦構造よりも多い.

(12) 混合層外層領域において, POD 1 mode の再構成によるスパン方向の構造には, 原波形に見られるような分岐構造や終端構造はなく, 良好な2次元性を示す尾根構造のみが確認される. これはスパン方向の支配的な構造を POD 1 mode が抽出した結果である.

(13) 混合層中心領域では, POD 1 mode の再構成をおこなっても, 横渦の支配的な構造は確認できず, 微細な構造が散在する様子が観察される. さらに支配的な構造を抽出するために, 十分なエネルギー寄与をもつ POD 9 modes の再構成をおこなっても, 明確な構造は抽出できなかった.

(14) 混合層中心領域において, 特定スケールのウェーブレット変換をおこなった結果, POD 9 modes でも抽出できなかった横渦構造が抽出できた. また, その構造はスパン方向に分割されたセル構造であり, 周波数の局所的な変化によるかたむいた傾いた状態が確認された.

(15) 乱流混合層の速度変動波形に, 特定スケールのウェーブレット変換をおこなった結果, 渦通過周波数の約 1/6 の低周波数変調が確認された. その変調のスケールは, 乱流後流よりも大きい.

(16) 乱流混合層の低周波数変調をあたえる構造については, 乱流後流同様, 高レイノルズ流れによる3次元構造と推測され, その構造として (i) 横渦を継ぐ縦渦 (リブ) 構造, (ii) 分岐構造や終端構造のような非定常構造である可能性がある.

参考文献

(1) Kline, S.J., Reynolds, W.C., Schraub, F.A. and Runstadler, P.W., The structure of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, **30**(1967), 741-773.

(2) 木田重雄, 乱流の秩序構造, 日本流体力学会誌 “ながれ”, **15-4**(1996), 249-252.

(3) 日野幹雄, 流体力学, 朝倉書店, (1992).

(4) 巽友正編, 「乱流現象の科学 その解明と制御」, 文部省科学研究費補助金特定研究「乱流現象の解明と制御」成果報告書, (1985).

(5) Cantwell, B. J., Organized motion in turbulent flow, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **13**(1981), 457-515.

(6) Kiya, M., Mochizuki, O., Ido, Y., Suzuki, T. and Arai, T., Flip-flopping flow around two bluff bodies in tandem arrangement, Bluff-body wakes, Dynamics and Instabilities, *Eds.* Eckelmann, H., Graham, J.M.R., Huerre, P. and Monkewitz, P.A., (1993), 15-18.

(7) Brown, G.L. and Roshko, A., On density effects and large structure in turbulent mixing layer, *J. Fluid Mech.*, **64**(1974), 775-816.

(8) Antonia, R.A., Conditional sampling in turbulence measurement, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **13**(1981), 131.

(9) Morlet, J., Arens, G., Fourgeau, I. and Giard, D., Wave propagation and sampling theory, **47**(1982), 203-236.

(10) Yamada, M. and Ohkitani, T., Orthogonal wavelet expansion and its application to turbulence, *Prog. Theor. Phys.*, **83**(1990), 819-823.

(11) 大田黒俊夫・高木正平, Wavelet Analysis: 乱流データの新しい見方, 日本機械学会流体工学部門講演会論文集, No.900-54(1990), 116-119.

(12) Argoul, F., Arneodo, A., Grasseau, G., Gagne, Y., Hopfinger, E.J. and Frish. U., Wavelet analysis of turbulence data reveal the multifractal nature of the Richardson cascade. *Nature*, **338**(1989), 51-53.

(13) Lumley, J.L., "Stochastic tools in turbulence", Academic Press, (1970).

(14) Payne, F.R, and Lumley, J.L., Large eddy structure of the Turbulent Wake behind a circular cylinder., *Phys. Fluid Suppl.*, **10**(1967), S194-196.

(15) Aubry, N., Holmes, P., Lumley, J.L. and Stone, E., The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, **192**(1988), 115-173.

(16) Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, *Second edition*, McGraw-Hill Book Company, (1979).

(17) Papoulis, A., Chapter 4 in "The Fourier Integral And Its Applications", McGraw-Hill Book Company, (1962).

(18) 石川仁・木谷勝・望月修, ウェーブレット変換による乱流後流の解析, 日本機械学会論文集(B編), **61**-587(1995), 2409-2417.

(19) Farge, M., Wavelet transform and their applications to turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **24**(1992), 395-457.

(20) Higuchi, H., Lewalle, J. and Crane, P., Asymmetry of a two-dimensional wake behind two flat plates, *NINTH SYMPOSIUM ON "TURBULENT SHEAR FLOWS"*, Kyoto, Japan, August 16-18, 1993, 313.1-313.4.

(21) Higuchi, H., Lewalle, J. and Crane, P., On the structure of a two-dimensional wake behind a pair of flat plates., *Phys. Fluid*, **6**-1(1994), 297-305.

(22) Piccirillo, P.S. and Van Atta, C.W., An experimental study of vortex shedding behind linearly tapered cylinders at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, **246**(1993), 163-195.

(23) 大田黒俊夫, 乱流への応用 実験家の視点から, "特集ウェーブレット信号の新しい表現" 数理科学, 12(1992), 18-23.

(24) Liandrat, J. and Moret-Bailly, F., The wavelet transform: some applications to fluid dynamics and turbulence, *Eur. J. Mech., B/Fluids*, **9**(1990), 1-19.

(25) 山口昌哉・山田道夫, ウェーブレット解析, 科学, 岩波書店, **60**-6(1990),

398-405.

(26) Katul, G.G., Parlange, M.B. and Chu, C.R., Intermittency, local isotropy, and non-Gaussian statistics in atmospheric surface layer turbulence *Phys. Fluid*, **6**-7(1994), 2480-2492.

(27) Collineau, S. and Brunet, Y., Detection of turbulent coherent motions in a forest canopy. Part I: Wavelet Analysis, *Boundary-Layer Meterology*, Kluwer Academic Publishers, **65**, 1993, 357-379.

(28) Mahrt, L., Eddy Asymmetry in the sheared heated boundary layer. *Journal of the atmospheric sciences*, **48**-3 (1991), 472-492.

(29) 飯田誠一・萩原直樹・小河原加久治, カオス力学系のウェーブレット解析, 日本機械学会論文集(B編), **59**-563(1993), 2117-2120.

(30) 神部 勉・山本稀義, 乱流: カスケードとフラクタル, 日本物理学会誌, Vol.46, No.19, (1991).

(31) Holschneider, M., On the wavelet transform of fractal objects., *Journal of Statistical Physics*, Vol. 50, Nos.5/6, (1988), 963-993.

(32) 李 輝・野崎 勉, ウェーブレット相互相関(平面噴流の渦構造の解析), 日本機械学会論文集(B編), **62**-597(1996), 1810-1818.

(33) 佐藤雅昭, ウェーブレット理論の数学的基礎 第I部 －非直交ウェーブレット－, 日本音響学会誌, **6**-47(1991), 405-415.

(34) 佐藤雅昭, ウェーブレット理論の数学的基礎 第II部 －非直交ウェーブレット－, 日本音響学会誌, **6**-47(1991), 416-423.

(35) Chui, C.K. (桜井 明・新井 勉 共訳), "数理科学「ウェーブレット入門」", 東京電機大学出版局, (1992).

(36) Loève, M., Probability Theory, *Third Edition*, Van Nostarand Reinhold Company, (1963).

(37) Berkooz, G., Holmes, P. and Lumley, J.L., The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech*, **25**(1993),

539-575.

(38) Park, S.B., Sung, H.J., Chung, M.K. and Adrian R.J. , Convergence of Galerkin solution using Karhunen-Loève expansions of inhomogeneous 1-D turbulence., *Phys. Fluid* A, **3**-7(1991), 1695-1697.

(39) Chambers, D.H., Adrian R.J., Moin, P., Stewart, D.S. and Sung, H.J., Kauhunen-Loève expansion of Burgers' model of turbulence., *Phys. Fluid*, **31**-9(1988), 2573-2582.

(40) Bakewell, Jr. H.P. and Lumley, J.L., Viscous sublayer and adjacent wall region in turbulent pipe flow, *Phys. Fluid*, **9**-10(1967), 1880-1189.

(41) 中村育雄・辻義之, 乱流の秩序構造の顕れと解析, 日本機械学会第 71 期全国大会講演論文集, No.930-63(1993), 1-4.

(42) 辻義之・中村育雄・楠田武広・笹本健一郎, 乱流境界層壁近傍における整構造のダイナミックス, 日本機械学会第 72 期全国大会講演論文集, No.940-30(1994), 257-259.

(43) Lu, L.J. and Smith, C.R., Velocity profile reconstruction using orthogonal decomposition, *Experiments in Fluids*, **11**(1991), 247-254.

(44) Rajaee, M., Karksson, S.K.F. and Sirovich, L. Low-dimensional description of free-shear-flow coherent structure and their dynamical behavior, *J. Fluid Mech.*, **258**(1994), 1-29.

(45) 鈴木豊彦・落合義考・黒石広明, 平面自由せん断流に関する実験的研究 (POD 法によるコヒーレント構造の抽出), 日本機械学会中国四国支部総会講演論文集, **33**(1995), 9-10.

(46) Reichert, R.S., Hatay, F.F., Biringen, S. and Huser, A., Proper orthogonal decomposition applied to turbulent flow in a square duct, *Phys. Fluid*, **6**(9), 1994, 3086-3092.

(47) Glezer, A., Kadioglu, Z. and Pearlstein, J., Development of an extended proper orthogonal decomposition and its application to a time periodically forced plane

mixing layer, *Phys. Fluid*, **9**(10), 1967, 1880-1189.

(48) Berkooz, G., Elezgaray, J. Holmes, P., Lumley, J.L. and Andrew, P. The proper orthogonal decomposition, Wavelets and Modal Approaches to the Dynamics of Coherent Structure, *Applied Scientific Research*, Kluwer Academic Publishers, **53**, (1994), 321-338.

(49) Kevlahan, N.K.-R., Hunt, J.C.R. and Vassilicos, J.C., A comparison of different analytical techniques for identifying structures in turbulence. *Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows*, *eds.* Bonnet, J.P., Glauser, M.N., Kluwer Academic Publishers, 1993, 311-324.

(50) Bloor, M.S., The transition of turbulence in the wake of a circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, **19**(1964), 290-304.

(51) Williamson, C.H.K., The natural and forced formation of spot-like 'vortex dislocations' in the transition of a wake, *J. Fluid Mech.*, **243**(1992), 393-441.

(52) 横井嘉文・亀本喬司, 二次元的な境界層はく離流れに潜在する初期の三次元渦構造 (円柱上層流境界層はく離の可視化観測), 日本機械学会論文集 (B 編), **57**-534(1991), 427-433.

(53) 羽二生博之・坂本弘志・中村 順・小畑芳弘, 渦放出の不規則性における長周期変動 (局所 rms 値と循環変動のスペクトル解析), 日本機械学会論文集 (B 編), **61**-582(1995), 379-387.

(54) Walker, S. H., Gordeyev, S. V. and Thomas, F. O., A Wavelet transform analysis applied to unsteady jet screech resonance, *ASME*, FED-**214**(1995), 103-108.

(55) Sato, H. and Kuriki, K., The mechanism of transition in the wake of a thin flat plate placed parallel to a uniform flow, *J. Fluid Mech.*, **11**(1961), 321-.

(56) 木谷勝・松村昌典, 二次元うず列後流の分散構造に関する研究, 日本機械学会論文集 (B 編), **52**-473(1986), 266-275.

(57) 松村昌典・木谷勝, 乱流渦列後流の不規則変動成分の特性, 日本機械学

会論文集(B 編), **53**-488(1987), 1190-1198.

(58) Najjar, F.M. and Vanka, S.P., Effects of intrinsic three-dimensionality on the drag characteristics of a normal plate, *Phys. Fluids*, **7**(10), (1995), 2516-2518.

(59) Cimbala, J.M., Nagib, H.M. and Roshko, A., Large-structure in the far wakes of two-dimensional bluff bodies, *J. Fluid Mech.*, **190**(1988), 265-298.

(60) Hussain, A.K.M. and Hayakawa, M., Eduction of large-scale organized structures in a turbulent plane wake, *J. Fluid Mech.*, **180**(1987), 193-229.

(61) Hayakawa, M. and Hussain, A.K.M., Three-dimensionality of organized structures in a plane turbulent wake. *J. Fluid Mech.*, **206**(1989), 375-404.

(62) Wei, T. and Smith, C.R., Secandary vortices in the wake of circular cylinders, *J. Fluid Mech.*, **169**(1986), 513-533.

(63) 有江幹男・木谷勝・鈴木雍宏・荻野光俊・高橋恭吾, 円柱の流体力学的特性におよぼす主流乱れの影響, 日本機械学会論文集(B 編), **46**-408(1991), 1427-1436.

(64) Williamson, C.H.K., Vortex dynamics in the cylinder wake, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **243**(1992), 477-539.

(65) Williamson, C.H.K., Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder, *Phys. Fluids*, **31**(10), 2742-2743.

(66) Zhang, H., Fey, U., Noack, B.R., Konig, M. and Eckelmann, H., On the transition of the cylinder wake, *Phys. Fluids*, **4**(7), (1995), 779-794.

(67) Gerich, D. and Eckelmann, H., *J. Fluid Mech.*, **122**(1982), 109-121.

(68) Norberg, C., An experimental investigation of the flow around a circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, **258**(1994), 287.

(69) Bonnet, J. P., Cole, D.R., Delville, J., Glauser, M.N. and Ukeiley, U.S., Stochastic estimation and proper orthogonal decomposition: Complementary techniques for identifying structure, *Experiments in Fluids.*, **17**(1994), 307-314.

(70) Delville, J., Characterization of the Organization in Shear Layers via the Proper Orthogonal Decomposition, *Applied Scientific Research*, **53**(1994), 263-281.

(71) 長谷川善幸・小尾晋之介・益田重明, ながれ別冊, Vol.14, (1995),65-68.

(72) 高橋博紀・前川博, Delville, J., Bonnet, J-P., 高レイノルズ数乱流混合層の大規模構造 (第 1 報, 大規模構造の瞬間的特性と位相平均特性), 日本機械学会論文集 (B 編), **61**-588, (1995), 2841-2848.

(73) Wygnanski, I. and Fiedler. H.E.,: The two-dimensional mixing region, *J. Fluid Mech.*, **41**(1970), 327-361.

(74) C-M, Ho and L-S, Huang., Subharmonics and vortex merging in mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **119**(1982), 443-473.

(75) Jimenez, J., A spanwise structure in the plane shear layer, *J. Fluid Mech.*, **132**(1983), 319-336.

(76) Winnant, C.D. and Browand, F.K., Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing-layer growth at modetate Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, **63**(1974), 237-255.

(77) Rogers, M.M. and Moser R.D., Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer, *Phys. Fluids*, **6**-2(1994), 903-923.

(78) Bernal, L.P. and Roshko, A. Streamwise vortex structure in plane mixing layers, *J. Fluid Mech.*, **170**(1986), 499-525.

(79) Pierrehumbert, R.T. and Widnall, S.E., The two- and three- dimensional instabilities of a spatially periodic shear layer, *J. Fluid Mech.*, **114**(1982), 59-82.

(80) Breidenthal, R., Structure in turbulent mixing layer and wakes using a chemical reaction, *J. Fluid Mech.*, **109**(1981), 1-24.

(81) Browand, F.K. and Troutt, T.R., The turbulent mixing layer : geometry of large vortices, *J. Fluid Mech.*, **158**(1985), 489-509.

謝　辞

本研究は，北海道大学工学部 木谷 勝 教授の御指導のもとにおこなわれたものであり，研究計画，実験の遂行および結果の検討，考察など終始懇切なる御助言を賜わりました．本論文をまとめるにあたり心より感謝の意を表します．

本論文の作成にあたり，数々の有益な御検討と御意見をいただいた北海道大学工学部 飯田誠一 教授，井上良紀 教授，工藤一彦 教授 に謝意を表します．

本研究の遂行すすめるにあたり，数々の有益な御意見およびあたたかい御激励をいただいた北海道大学工学部 望月 修 助教授，名古屋工業大学工学部 井門 康司 助教授 に深く感謝いたします．

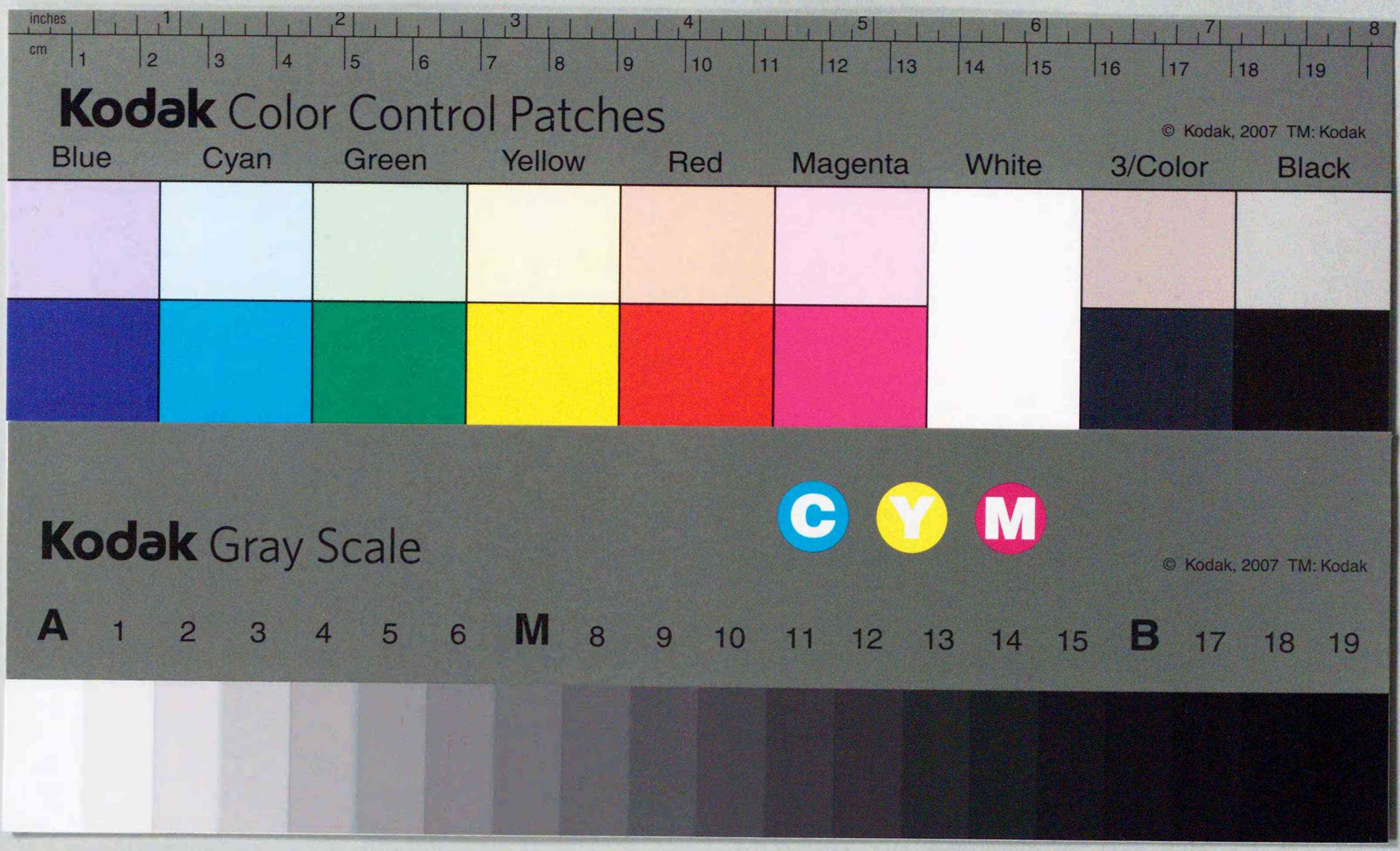
実験装置の作成および修理にあたり，多大の御助力をいただいた山保敏幸技官に御礼申し上げます．

乱流混合層についての研究をおこなうに際しては，こころよく貴重なデータベースを提供してくださったC.E.A.T., Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, J.P. Bonnet 教授, J. Delville 教授, 電気通信大学 前川 博 教授に感謝の意を表します．

また，ともに研究をおこなった流体工学第一講座の大学院および学部学生諸兄に感謝の意を表します．とくに共同研究者の修士２年 小牧靖幸君には，深く感謝いたします．

1997 年 1 月　研究室にて

石川　仁


inches
cm
Kodak Color Control Patches
© Kodak, 2007 TM: Kodak
Blue
Cyan
Green
Yellow
Red
Magenta
White
3/Color
Black
Kodak Gray Scale
C
Y
M
© Kodak, 2007 TM: Kodak
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19