



Title	Pb-Sn系合金の粘塑性構成式と疲労強度評価
Author(s)	大口, 健一
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第4102号
Issue Date	1997-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3122260
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51412
Type	doctoral thesis
File Information	000000307451.pdf



Pb - Sn 系合金の粘塑性構成式と
疲労強度評価

大 口 隆 一

①

Pb-Sn系合金の粘塑性構成式と 疲労強度評価

平成8年12月

大口 健一

目 次

	頁
主要記号一覧	1
第 1 章 序 論	5
第 2 章 60Sn-40Pb 材の粘塑性変形と疲労寿命	11
2・1 緒言	11
2・2 実験装置および試験材料	13
2・2・1 試験材料	13
2・2・2 実験装置	15
2・3 純粹引張り負荷実験	17
2・4 一定ひずみ振幅引張り・圧縮 繰返し負荷実験	20
2・5 クリープ実験	26
2・6 疲労実験	31
2・6・1 疲労寿命の定義	31
2・6・2 実験結果	31
2・7 本章の結論	35
第 3 章 粘塑性構成式	36
3・1 緒言	36

3・2	粘塑性ひずみ速度	38
3・3	背応力速度	40
3・4	応力-ひずみ関係の表示	42
3・5	異方性テンソル係数の拘束条件	45
3・6	本章の結論	47

第 4 章 粘塑性構成式の適用性の検証 48

4・1	緒言	48
4・2	材料定数の決定方法	49
4・3	純粹引張り負荷のシミュレーション	53
4・4	一定ひずみ振幅引張り・圧縮 繰返し負荷のシミュレーション	57
4・5	定常クリープのシミュレーション	64
4・6	本章の結論	68

第 5 章 負荷変動を伴う粘塑性変形 69

5・1	緒言	69
5・2	構成モデル	71
5・2・1	全ひずみ増分および弾性ひずみ増分	71
5・2・2	塑性ひずみ増分	73
5・2・3	クリープひずみ増分	77
5・2・4	クリープ変形を考慮した粘塑性構成式	78
5・3	構成モデルによるシミュレーション	79
5・3・1	単軸負荷への適用	79

5・3・2	純粹引張り負荷および一定ひずみ振幅 引張り・圧縮繰返し負荷	83
5・3・3	ひずみ速度変化を伴う負荷	87
5・3・4	熱応力-熱ひずみ関係への適用の可能性	94
5・4	本章の結論	100
第6章	粘塑性構成式を用いた60Sn-40Pb材の 疲労寿命予測	101
6・1	緒言	101
6・2	疲労寿命予測式の適用性の検証	103
6・3	粘塑性構成式を用いた疲労寿命予測	105
6・4	本章の結論	107
第7章	総括	108
参考文献	113
図・表一覧	118
謝辞	122

主要記号一覧

- 第 2 章 -

- ε_t : 単軸ひずみ (%)
- σ_t : 単軸応力 (MPa)
- $\dot{\varepsilon}_t$: ひずみ速度 (%/s)
- $\Delta\varepsilon_t$: ひずみ振幅 (%)
- N_f : 疲労寿命 (cycles)
- P_p : 塑性ひずみ仕事率密度 (kW/m³)
- ΔS_s : 繰返し負荷中の応力-ひずみ関係安定時ループの面積
- Δt : 繰返し負荷 1 サイクルに要する時間 (sec)

- 第 3 章 -

- $\bar{\sigma}$: 相当応力
- C_{ijkl} : 4階異方性テンソル係数
- σ_{ij} : 応力テンソル
- α_{ij} : 背応力
- F : 粘塑性ポテンシャル
- D^* : 抗応力
- n : 材料定数
- R : 流れ応力
- $\langle \rangle$: $A < 0$ のとき $\langle A \rangle = 0$, $A \geq 0$ のとき $\langle A \rangle = A$ となる Macauley bracket
- $\dot{\varepsilon}_{ij}^v$: 粘塑性ひずみ速度
- \dot{W} : 粘塑性仕事速度
- $\dot{\bar{\varepsilon}}^v$: 相当粘塑性ひずみ速度

- k : Norton則の材料定数
 σ_c : Norton則で基準となる応力
 $\dot{\epsilon}_c$: クリープ速度
 σ_v : 粘性応力
 $\dot{\alpha}_{ij}$: 背応力速度
 $\dot{\mu}$: 定数
 ϵ_t : 単軸ひずみ
 e_t : 降伏曲面中心の単軸ひずみ
 σ_t : 単軸応力
 α_t : 降伏曲面中心の単軸応力
 E : 縦弾性係数
 D : 粘塑性ひずみ $\epsilon_0 = 500 \mu\text{m/m}$ での基準応力
 m : 硬化, 軟化の指数
 K : $= E\epsilon_0/D$
 $D_0, \alpha, a, m_0, \beta, b, R_0, \lambda, c$
: 材料定数
 p : n 回目の負荷方向の変化を受けるまでに蓄積された
累積粘塑性ひずみ $= \int_{n-1} \dot{\epsilon}^v dt$
 B : $B = \frac{3K}{2E}(m+1)$ で与えられる材料定数
 C_t : 異方性パラメータ
 Σ_{ij} : $= \sigma_{ij} - \alpha_{ij}$
 P : 静水圧

- 第 4 章 -

- D_1, D_2, m_1, m_2
: 材料定数

T : 雰囲気温度 (K)

t : 時間 (sec)

- 第 5 章 -

$d\epsilon_{ij}$: 全ひずみ増分の偏差成分

$d\epsilon_{ij}^e$: 弾性ひずみ増分の偏差成分

$d\epsilon_{ij}^p$: 塑性ひずみ増分

$d\epsilon_{ij}^c$: クリープひずみ増分

$d\epsilon_{ij}^e$: 弾性ひずみ増分

δ_{ij} : クロネッカデルタ

$d\sigma_{kk}$: 静水圧

κ : 体積弾性率

ν : ポアソン比

μ : 横弾性係数

ds_{ij} : 偏差応力増分

db_{ij} : 背応力増分の偏差成分

s_{ij} : 偏差応力

b_{ij} : 背応力の偏差成分

f : 負荷関数

$d\bar{\epsilon}^p$: 相当塑性ひずみ増分

$\bar{\epsilon}^p$: 相当塑性ひずみ

$c_1, c_2, d\chi$

: 材料定数

dW^p : 塑性仕事増分

p_a : 現負荷中を含めた累積塑性ひずみ = $\int d\bar{\epsilon}^p$

c_3 : 材料定数

$\dot{\varepsilon}_{ij}^c$: クリープひずみ速度

A, n : 材料定数

dt : 時間増分

$\text{sgn}(x)$: $x > 0$ のとき $+1$, $x < 0$ のとき -1 を与える関数

$\hat{\alpha}_t$: 現負荷原点の応力(背応力)

ε_t^b : 現負荷原点のひずみ

σ_{lim} : 純粹引張り負荷で応力増分 $=0$ になる一定応力

$\dot{\varepsilon}_0$: σ_{lim} でのひずみ速度

A_0, C, c_4

: 材料定数

第1章

序 論

電子回路装置における半導体等の各種部品の主要な接続技術として、Sn-Pb系はんだ材が用いられている。近年、半導体集積型回路形成技術の発展に伴い、電子回路装置の小型化、多機能化を目的とした高密度実装技術として、LSIチップと回路基板を直接はんだにより接続する方法、いわゆる微細はんだ接続が広く用いられている。多数のLSIチップが装着された実装基板は、材料特性の異なる微小材料から構成されている。したがって、実際の使用環境下では、LSI自身の自己発熱や冷却などによる雰囲気温度の変化と微小材料の熱膨張率の違いによる熱変形量の差から、微小材料を接続しているはんだ材に応力が生じる。さらに、電源のオン・オフ、基板の強制冷却などの温度変動要因により、この応力は繰返し作用する。このように、電子回路装置の接続用はんだ材は力学的に著しく厳しい使用環境下に置かれている。また、この繰返し変形により発生するはんだのき裂が引き起こす通電不良は、重大事故の原因となる可能性がある。例えば、一時期問題となった、AT(自動変速機)仕様の乗用車の暴走の原因の一つは、エンジン制御用コンピュータに使用される電子回路装置内のはんだ接続部の疲労破壊と言われている。これは、エンジンルームに組み込まれ、自動的にスロットルバルブを開閉し、車速を一定に保つ役目を担うオートドライブ・

コンピュータの LSIのはんだ付け部分に疲労き裂が発生し，これに起因する通電不良により，コンピュータが誤作動を起こすというものである．この結果，スロットバルブが勝手に開き，エンジンが高速回転を起こし，自動車の暴走につながることになる．この事故例から分かるように，電子回路装置の接続用はんだの疲労破壊は重大な問題であり，はんだ材の基本的な力学的特性および疲労特性を把握し，疲労寿命評価法を実験的・理論的に確立することが急務となっている．

現在までにも，はんだ材の力学的特性・疲労特性を実験的に把握する数多くの研究⁽¹⁾⁻⁽¹⁸⁾が行われている．例えば，Solomon⁽¹⁾は，一定雰囲気温度下でのはんだ材のせん断による低サイクル疲労について実験を行い，疲労寿命が塑性せん断ひずみ振幅に依存する Coffin-Manson 型の疲労寿命予測式を提案している．Pan⁽⁷⁾は，熱サイクルでの疲労実験を行い，塑性ひずみとクリープひずみを考慮した疲労寿命予測式を提案している．

また，電子回路装置のように機械的負荷，熱的負荷が繰返し作用する変形挙動を把握するためには，各部材の各負荷による変形を記述可能な構成則の構築が重要である．特に，電子回路装置接続用はんだのように強い粘性に支配される材料では，粘塑性変形を正確に記述可能な構成則の構築が必要不可欠である．このため，現在までにも粘塑性変形を記述する数多くの実験的研究，および理論的研究⁽¹⁹⁾⁻⁽³⁴⁾が行われている．Kujawskiら⁽¹⁹⁾や Ishikawaら⁽²⁰⁾は，繰返し負荷中の塑性とクリープ，応力緩和の相互関係についての実験的研究を行っている．また，塑性変形とクリープ変形が組み合わされた負荷を受ける材料の構成式として Chabocheら⁽²¹⁾は統一型構成式を提案し，Krempfら⁽²³⁾は，過応力の考えに基

づくモデルを構築し，繰返し硬化と単軸ラチェットの相互作用のシミュレーションを行っている．Leeら⁽²⁴⁾は，上記の過応力の概念に基づく粘塑性構成式を温度変化を伴う変形解析に応用している．Freedら⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾⁽²⁸⁾は，移動硬化を表す背応力テンソル，等方硬化を表す抗応力と降伏強さの3つの内部状態変数を取り入れた粘塑性理論を構築している．さらに，この粘塑性理論と定常クリープ理論を結びつけ，理論の例証のため銅合金 NARloy Z を用いた実験を行っている．Moosbrugger⁽²⁹⁾は，粘塑性モデルに使用する非線形硬化則とパラメータを実験データの解析から決定し，非比例負荷の表示に成功している．しかしながら，はんだ材のような強い粘性に支配される材料の変形挙動を正確に記述可能な構成式は未だ見あたらない．

ここまで述べてきたように，電子回路装置の接続用はんだのより適正な疲労寿命評価法を確立し，より高精度の疲労寿命予測を行うためには，以下のことが重要である．

1. はんだ材の力学的特性・疲労特性を実験的に明確にすること
2. はんだ材の力学的特性を考慮した疲労寿命評価法の確立
3. はんだ材の変形挙動を正確に記述可能な構成モデルの構築

本研究では，上記3項目を遂行することにより，はんだ材の疲労寿命評価法の確立と，それを用いたより高精度の疲労寿命予測を目指す．そのために，以下の手順で研究を遂行する．

- (1) 電子回路装置の接続用はんだに使用される 60Sn-40Pb 材を試験材料として，数種類の雰囲気温度下で純粋引張り負荷実験，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験，およびクリープ実験を行い，60Sn-40Pb 材の力学的特性について詳しく調べる．
- (2) 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷による 60Sn-40Pb 材

の疲労実験を行い，(1)で明らかとした 60Sn-40Pb材の力学的特性を考慮した疲労寿命評価法を確立する．

(3) 60Sn-40Pb材の力学的特性を正確に記述できる構成モデルを構築する．

(4) 構築した構成モデルの適用性の検証を(1)で行った実験のシミュレーションにより行う．

(5) (2)で確立した疲労寿命評価法と(3)で構築した構成モデルを使用することにより，疲労寿命予測を行う．

次に本論文の構成を述べる．

第1章は，序論であり，本研究の背景，および目的について述べている．

第2章では，60Sn-40Pb材を用いた純粋引張り実験，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験，およびクリープ実験を雰囲気温度 303K，323K，343Kで行い，60Sn-40Pb材の粘塑性変形について詳しく調べる．さらに，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷による疲労実験を雰囲気温度 303K，323K，343Kで行い，疲労寿命の定義と疲労寿命評価法について検討する．そして，強い粘性に支配される 60Sn-40Pb材の疲労寿命評価のために，新たに塑性ひずみ仕事率密度⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を提案し，これを用いた疲労寿命予測式を定式化する．

第3章では，60Sn-40Pb材の粘塑性変形を記述できる構成式の構築を行う．まず，降伏曲面をポテンシャル面とした粘塑性ポテンシャルを定義し，降伏曲面と粘塑性ひずみ増分の垂直性から塑性流れ則を導出する．次いで，Prager-Zieglerの移動硬化則⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾から背応力を算出する．そして，背応力を考慮した Ramberg-Osgood

則⁽³⁷⁾を用いて相当粘塑性ひずみ増分と相当応力増分を n 乗則で表し、これと塑性流れ則より粘塑性構成式を構築する。また、この粘塑性構成式が理論的に Norton則に一致することを示し、粘塑性理論がクリープ変形も表示可能であることを示す。

第4章では、第3章で構築した粘塑性構成式の適用性の検証を行う。すなわち、第2章で行った実験結果のシミュレーションを構築した粘塑性構成式により行う。また、粘塑性構成式に使用する各材料定数の決定方法についても述べる。

第5章では、60Sn-40Pb材の著しいひずみ速度依存性による特徴的な変形挙動を的確に記述できる構成モデルの構築を第3章で構築した粘塑性構成式を拡張することにより行う。60Sn-40Pb材の変形は、常に弾性変形、塑性変形、クリープ変形を同時に含むことから、弾性変形は背応力を考慮した Hookeの法則より、塑性変形は Misesの降伏条件と Prager-Zieglerの移動硬化則より、クリープ変形は Norton則よりそれぞれ求め、全体のひずみを第3章で示した移動硬化則より定まる背応力を介し、連結した和で表して構成モデルを構築する。そして、その適用性を60Sn-40Pb材を用いた、ひずみ速度の変化を伴う純粋引張り負荷実験および一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験により検討する。また、弾性ひずみ増分および塑性ひずみ増分は雰囲気温度、時間に非依存であり、クリープひずみ増分のみが雰囲気温度、時間に依存すると仮定し、構成モデルによる熱応力-熱ひずみ関係の表示の可能性についても検討する。

第6章では、第2章で定式化した塑性ひずみ仕事率密度と疲労寿命の関係および前節までに構築した粘塑性構成式を用いた60Sn-40Pb材の疲労寿命予測を試みる。すなわち、第2章で定式化

する塑性ひずみ仕事率密度と疲労寿命の関係と粘塑性構成式によるシミュレーションから算出した塑性ひずみ仕事率密度を用いた疲労寿命の推定を試みる。

第7章は、本研究の総括であり、本研究で得られた結論をまとめて示し、今後残された問題点について若干述べている。

第2章

60Sn-40Pb材の粘塑性変形と疲労寿命

2・1 緒言

電子回路装置の小型化，多機能化のための高密度実装の技術として，微細はんだ接続の技術が広く用いられている．電子回路装置では，熱膨張率の異なる部材を接続しているため，使用温度変化，電子回路装置の自己発熱等による繰返し加熱・冷却に伴い熱応力が発生し，はんだ接続部は，繰返し変形等を受ける厳しい状態にある．この繰返し変形により発生するはんだのき裂が引き起こす通電不良は，重大事故の原因となる可能性がある．

このため，はんだ材の疲労強度を把握することが非常に重要であり，数多くの研究⁽¹⁾⁻⁽¹⁸⁾が行われている．Solomon⁽¹⁾は，一定温度場でのはんだ材のせん断による低サイクル疲労について実験を行い，疲労寿命がせん断ひずみ振幅に依存する Coffin-Manson 型の寿命予測式⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾を提案している．Pan⁽⁷⁾は，熱サイクルでの疲労実験を行い，塑性ひずみとクリープひずみを考慮した疲労寿命予測式を提案している．

はんだ材の疲労寿命を的確に予測するためには，粘性材料であるはんだ材の粘塑性変形を把握し，その粘塑性変形を十分に考慮した疲労寿命評価法を確立することが必要不可欠である．

また、同時に、はんだ材の粘塑性変形を的確に表示可能な構成則が望まれる。

本章では、まず、はんだ材の粘塑性変形を把握し、第3章で構築する粘塑性構成式の基礎的資料とするために、電子回路装置の接続用はんだとして使用される60Sn-40Pb材を試験材料として、数種類の雰囲気温度下での純粋引張り負荷実験、一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験、およびクリープ実験を行う。

さらに、一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷による疲労実験を数種類の雰囲気温度下で行い、疲労寿命の定義、および疲労寿命評価法について考察する。そして、新たな疲労寿命評価法として塑性ひずみ仕事率密度⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を提案し、疲労寿命と塑性ひずみ仕事率密度の関係を定式化する。

2・2 実験装置および試験材料

2・2・1 試験材料

本研究で使用した試験材料は，電子回路装置の接続用はんだとして広く使用されている 60Sn-40Pb材である．60Sn-40Pb材は，SnとPbが60：40の重量比から成っている．図2.1に示すように試験片は，試験部外径5mm，ゲージ長さ20mmの中実円筒形である．試験片の製作は，実際の電子回路装置のはんだ接続部の鑄造状態を考慮する必要がある．そこで，先の重量割合のSnとPbをるつぽに入れ，電気炉により633Kに熱し，溶融したはんだを十分に攪拌した後，図2.2に示す黒鉛製の鑄型に流し込み，自然空冷状態で冷却するという方法により，試験片の製作を行った．また，60Sn-40Pb材は融点が約450Kと室温に近いため，内部組織の経時変化がある⁽¹⁵⁾．そこで，本研究では，残留応力の除去と組織を十分に安定させるために，試験片を鑄造後2週間室温で放置した後実験に使用した．

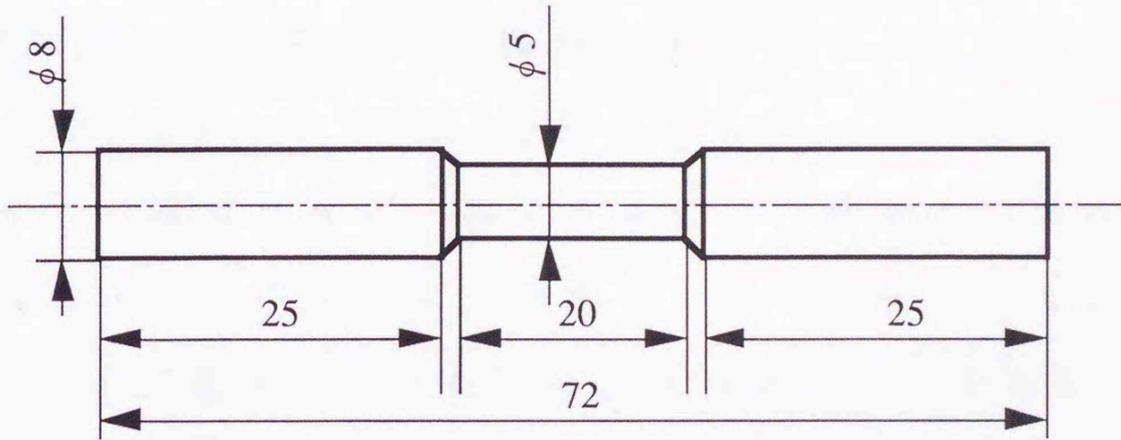


图 2.1 試驗片形状



图 2.2 試驗片製作用黑鉛製鑄型

2・2・2 実験装置

本研究の全ての実験には、Instron社製引張り・圧縮試験機(Model 5565)を使用した。試験機の外観を図2.3に示す。試験機は、ベーステーブル、2本のコラム、固定クロスヘッド、および移動クロスヘッドで構成される。各コラムには、移動クロスヘッドに接続するスクリュードライブがあり、ベーステーブル内にあるモータにより回転することにより、クロスヘッドを移動させる。

試験機の制御は、デジタルインターフェースで試験機と接続されるコンピュータ上でInstron社製Merlinソフトウェアを実行することにより行った。

Merlinソフトウェアは、試験中のクロスヘッドの動きを制御すると同時にクロスヘッドの移動距離の測定とクロスヘッドに備え付けられたロードセルにより荷重の測定を行う。本研究の全ての実験のひずみはMerlinソフトウェアにより得られたクロスヘッドの移動距離と試験片のゲージ長さから算出し、応力はMerlinソフトウェアにより得られた荷重と試験片断面積から算出した。また、雰囲気温度は、試験機付属の恒温槽により全ての実験で一定に保ち行った。

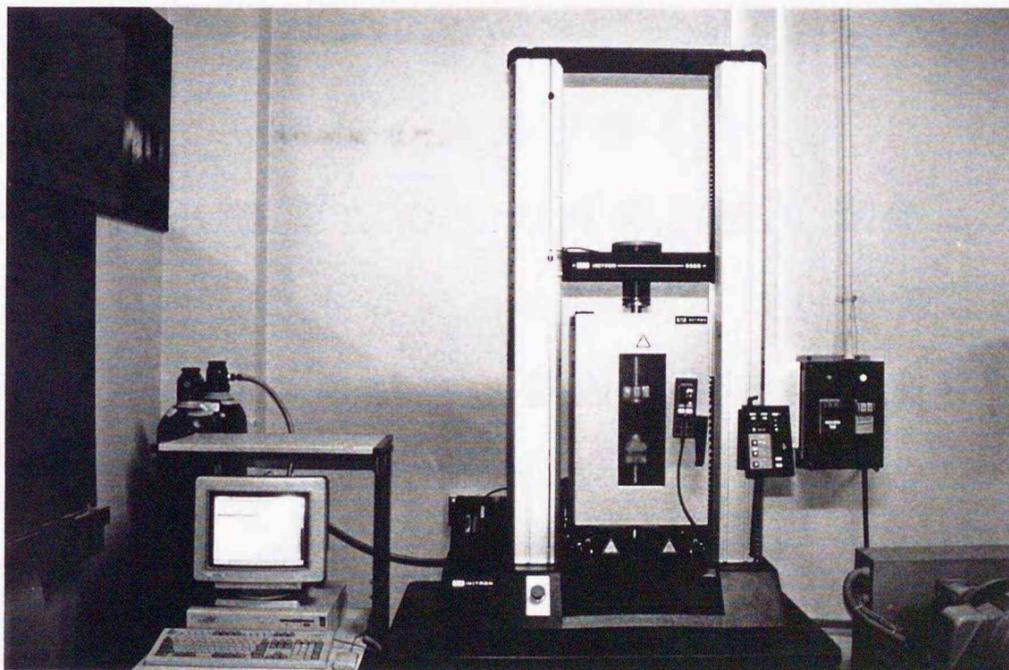


図 2.3 試験機外観 (Instron Model 5565)

2・3 純粋引張り負荷実験

純粋引張り負荷実験は，表 2.1 に示すように，3種類のスライダ気温度 303K，323K，343K で，それぞれ，3種類のひずみ速度 0.001%/s，0.01%/s，0.1%/s で行い，ひずみ速度，およびスライダ気温度の影響を調べた．図 2.4 に一例として，スライダ気温度 303K での純粋引張り負荷におけるひずみ速度依存性を示す．図 2.4 よりひずみ速度の増加に伴い，加工硬化量が増加することが分かる．なお，他のスライダ気温度においても同様の結果が得られた．

図 2.5 は，ひずみ速度 0.1%/s での純粋引張り負荷におけるスライダ気温度依存性を示したものである．図 2.5 よりひずみ速度が等しく，スライダ気温度が異なる場合，スライダ気温度の増加に伴い，加工硬化量が減少することが分かる．

以上のことから，純粋引張り負荷を受ける 60Sn-40Pb 材の変形挙動には，ひずみ速度依存性，およびスライダ気温度依存性があることが分かる．

表 2.1 純粋引張り負荷実験の負荷条件

Temperature (K)	303			323			343		
Strain Rate (%/s)	0.001	0.01	0.1	0.001	0.01	0.1	0.001	0.01	0.1

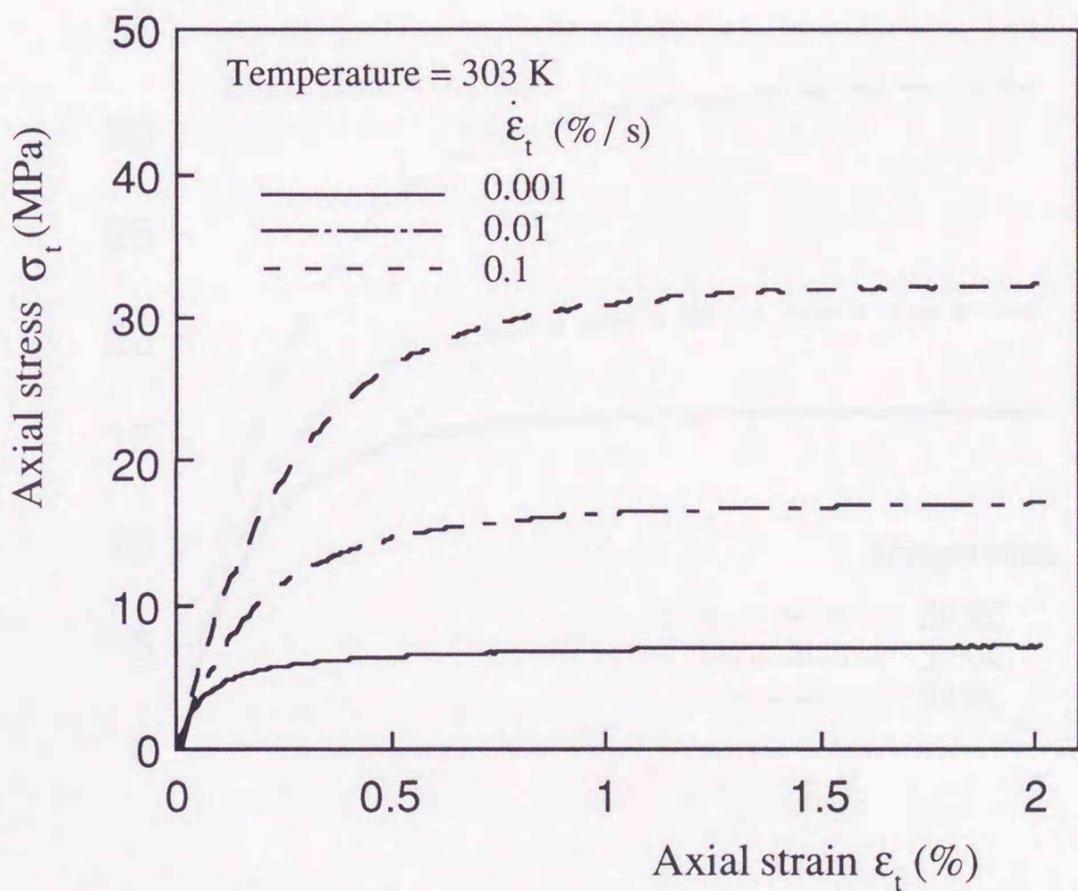


図 2.4 純粋引張り負荷におけるひずみ速度依存性 (303K)

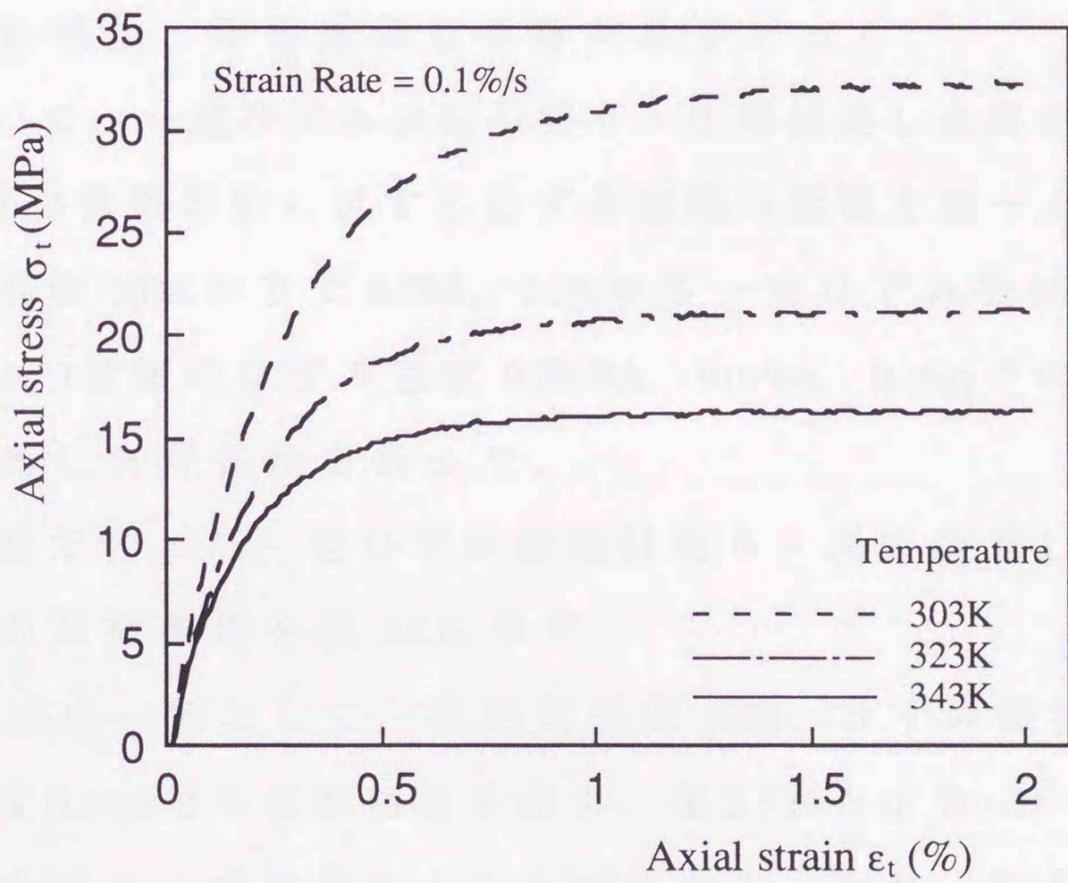


図 2.5 純粋引張り負荷における雰囲気温度依存性 ($\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$)

2.4 一定ひずみ振幅

引張り・圧縮繰返し負荷実験

本節では、まず、一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷を受ける 60Sn-40Pb材の変形挙動に対するひずみ速度と雰囲気温度の影響を調べるため、303K、323K、343Kの各雰囲気温度下で一定ひずみ振幅 0.5%に対し、3種類のひずみ速度 0.001%/s, 0.01%/s, 0.1%/sでの引張り・圧縮繰返し負荷実験を行った。

次いで、一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷を受ける 60Sn-40Pb材の変形挙動に対するひずみ振幅の影響を調べるために、雰囲気温度 303Kの下で 0.25%、0.5%の各一定ひずみ振幅に対し、それぞれ3種類のひずみ速度 0.001%/s, 0.01%/s, 0.1%/sでの引張り・圧縮繰返し負荷実験を行った。

本節で行った一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験の全ての負荷条件を表 2.2に示す。

図 2.6に一例として、雰囲気温度 303K、ひずみ振幅 1.0%、ひずみ速度 0.1%/sでの実験結果を示す。図 2.6から応力-ひずみ関係は、2~3サイクルで安定することが分かる。なお、他の負荷条件においても応力-ひずみ関係は、数サイクルで安定した。

図 2.7~ 2.9に全ての一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験から明らかとなった 60Sn-40Pb材の応力-ひずみ関係に対するひずみ速度依存性、雰囲気温度依存性、ひずみ振幅依存性を示す。図 2.7~ 2.9より以下のことが分かる。

- (1)ひずみ速度の増加に伴い、応力振幅が増加する。
- (2)雰囲気温度の増加に伴い、応力振幅が減少する。
- (3)ひずみ振幅の増加に伴い、応力振幅が増加する。

すなわち，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷を受ける 60Sn-40Pb材の変形挙動には，著しいひずみ速度依存性，雰囲気温度依存性，ひずみ振幅依存性がある．

表 2.2 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験の負荷条件

Temperature (K)	Strain Amplitude (%)	Strain Rate (%/s)
303	0.25	0.001
		0.01
		0.1
	0.5	0.001
		0.01
		0.1
	1.0	0.001
		0.01
		0.1
323	0.5	0.001
		0.01
		0.1
343	0.5	0.001
		0.01
		0.1

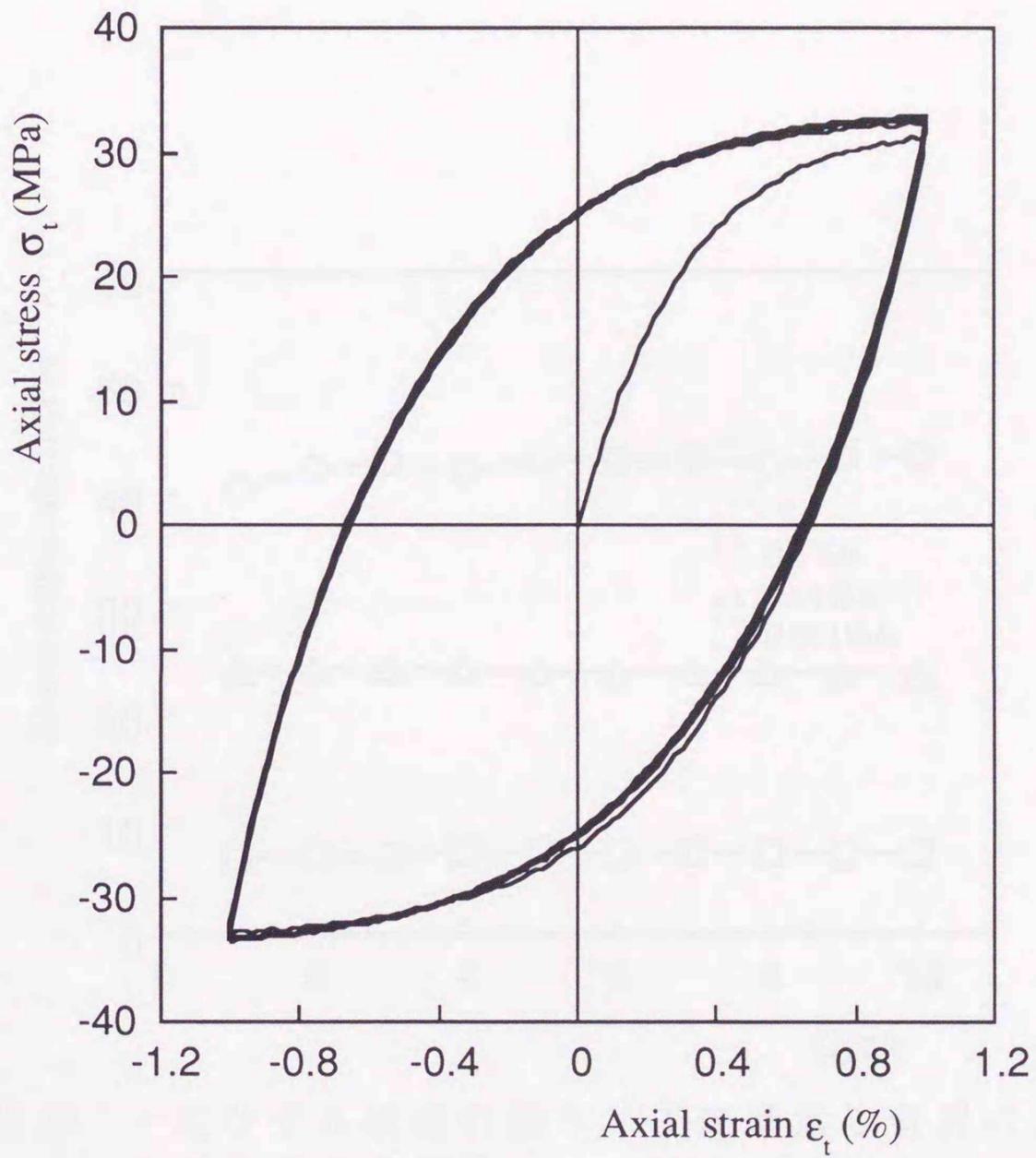


図 2.6 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 ($\Delta\varepsilon_t = 1.0\%$, $\dot{\varepsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K, 実験)

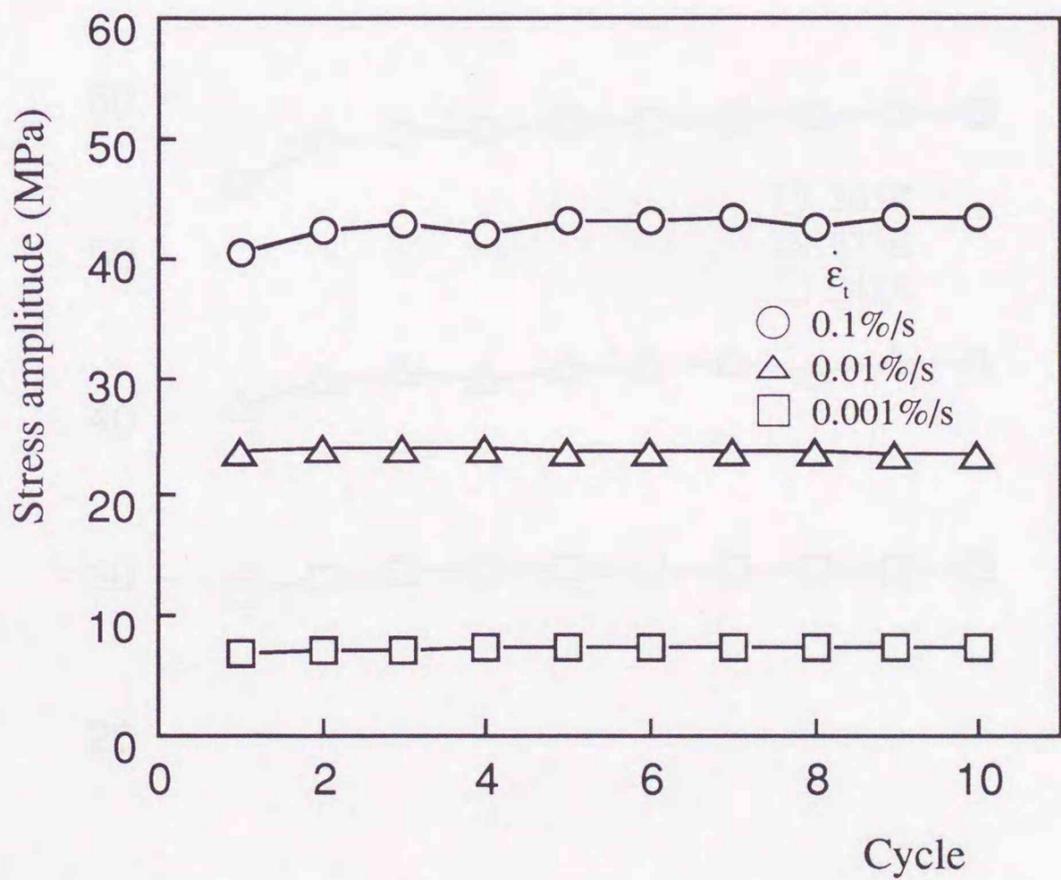


図 2.7 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷におけるひずみ速度依存性 ($\Delta\epsilon_i=0.5\%$, 323K, 実験)

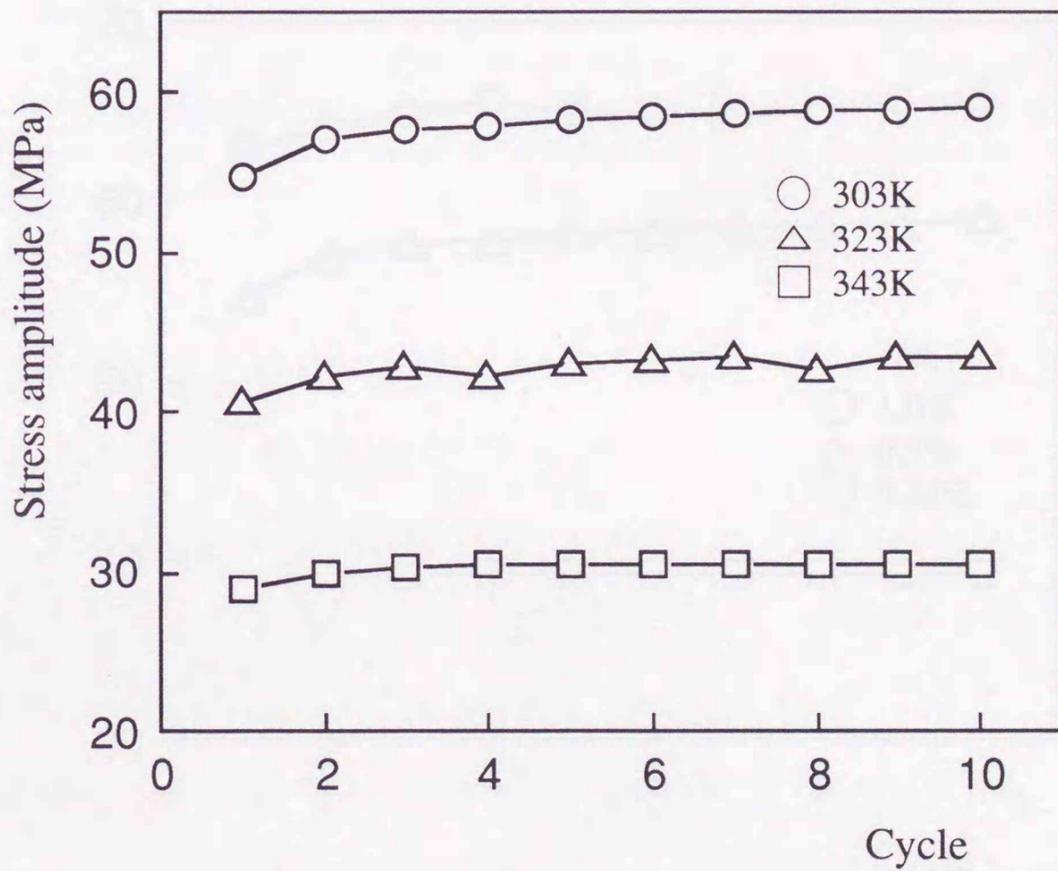


図 2.8 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷における
 雰囲気温度依存性 ($\Delta\epsilon_t=0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t=0.1\%/s$, 実験)

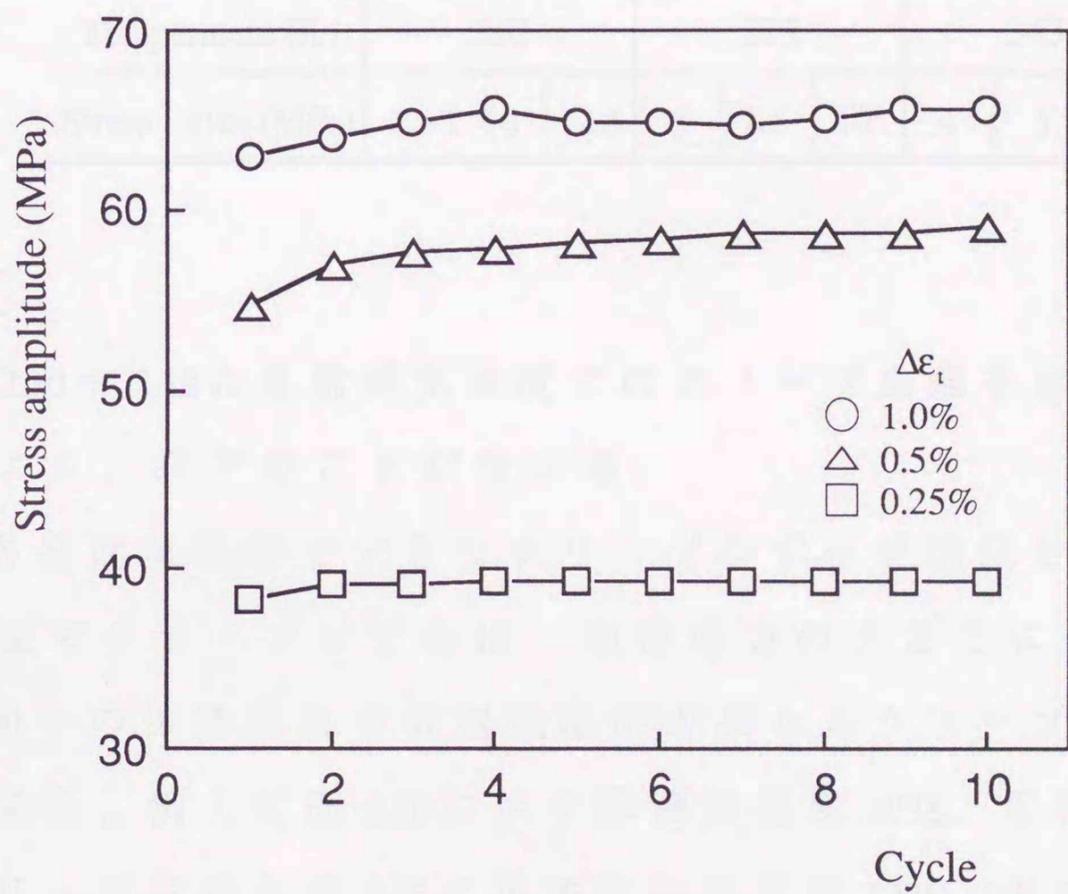


図 2.9 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷におけるひずみ振幅依存性 ($\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s, 303K, 実験$)

2.5 クリープ実験

クリープ実験は，表 2.3 に示すように，303K，323K，343K の雰囲気温度でそれぞれ 3 種類の保持応力で行った。

表 2.3 クリープ実験の負荷条件

Temperature (K)	303			323			343		
Stress Level (MPa)	7.5	10	12.5	5	7.5	10	4	5	6

図 2.10～2.12 に各雰囲気温度でのクリープ曲線を示す。これらの図より，以下のことが分かる。

(1)各雰囲気温度で大きなクリープひずみが確認され，各雰囲気温度でクリープひずみは，保持応力の大きさに依存する。

(2)同一の保持応力で雰囲気温度が異なるクリープ曲線を比較した場合，例えば図 2.10 に示す雰囲気温度 303K，保持応力 10MPa のクリープ曲線と図 2.11 に示す雰囲気温度 323K，保持応力 10MPa のクリープ曲線を比較した場合，雰囲気温度 323K のクリープひずみは雰囲気温度 303K のクリープひずみよりも著しく大きくなる。同様の比較を図 2.11 に示す雰囲気温度 323K，保持応力 5MPa のクリープ曲線と図 2.12 に示す雰囲気温度 343K，保持応力 5MPa のクリープ曲線で行った場合にもこの傾向は確認できる。

(3)60Sn-40Pb 材のクリープ曲線は，いずれの雰囲気温度および一定荷重下においても，遷移クリープはほとんど見られず，定常クリープと加速クリープのみで構成される。

すなわち，(1)，(2)から，60Sn-40Pb材のクリープ変形は，著しく保持応力および雰囲気温度の影響を受けることが分かる．また，(3)は，ある一定荷重下で微小時間内に生じる60Sn-40Pb材のクリープひずみが，定常クリープ則で表示できることを示している．



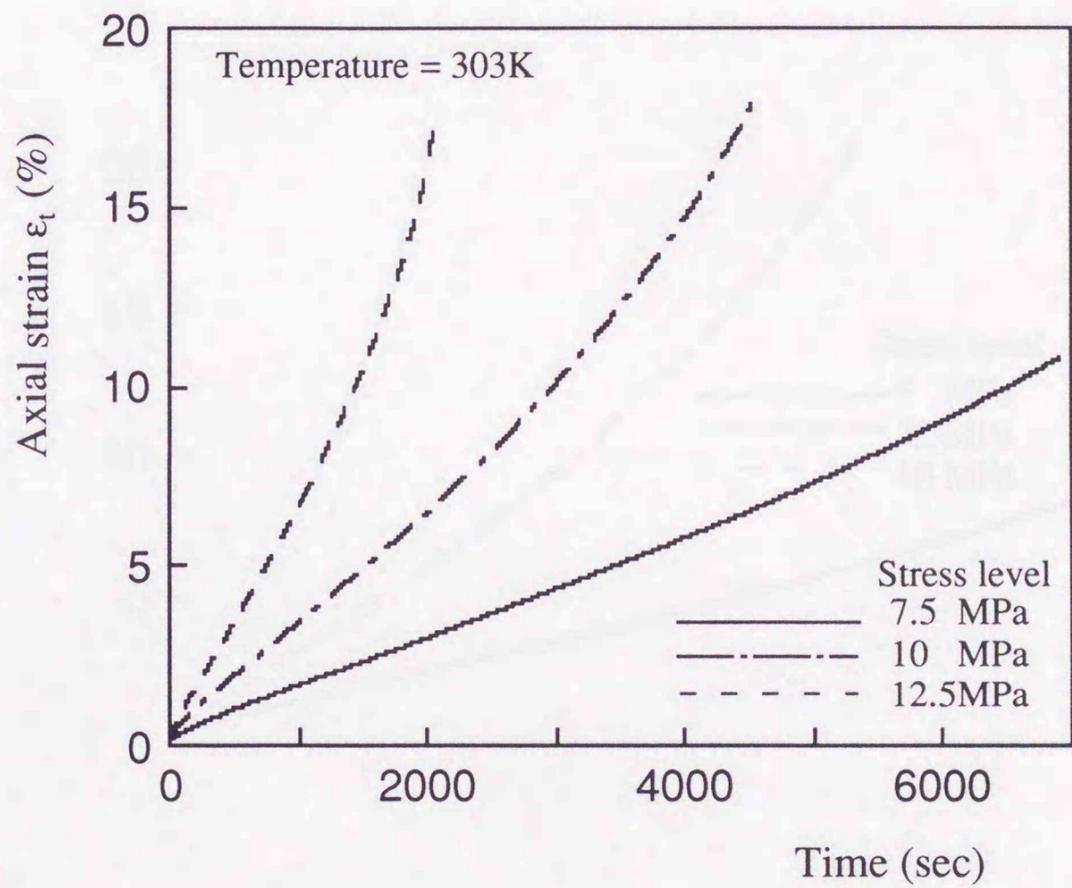


図 2.10 クリープ曲線 (303K)

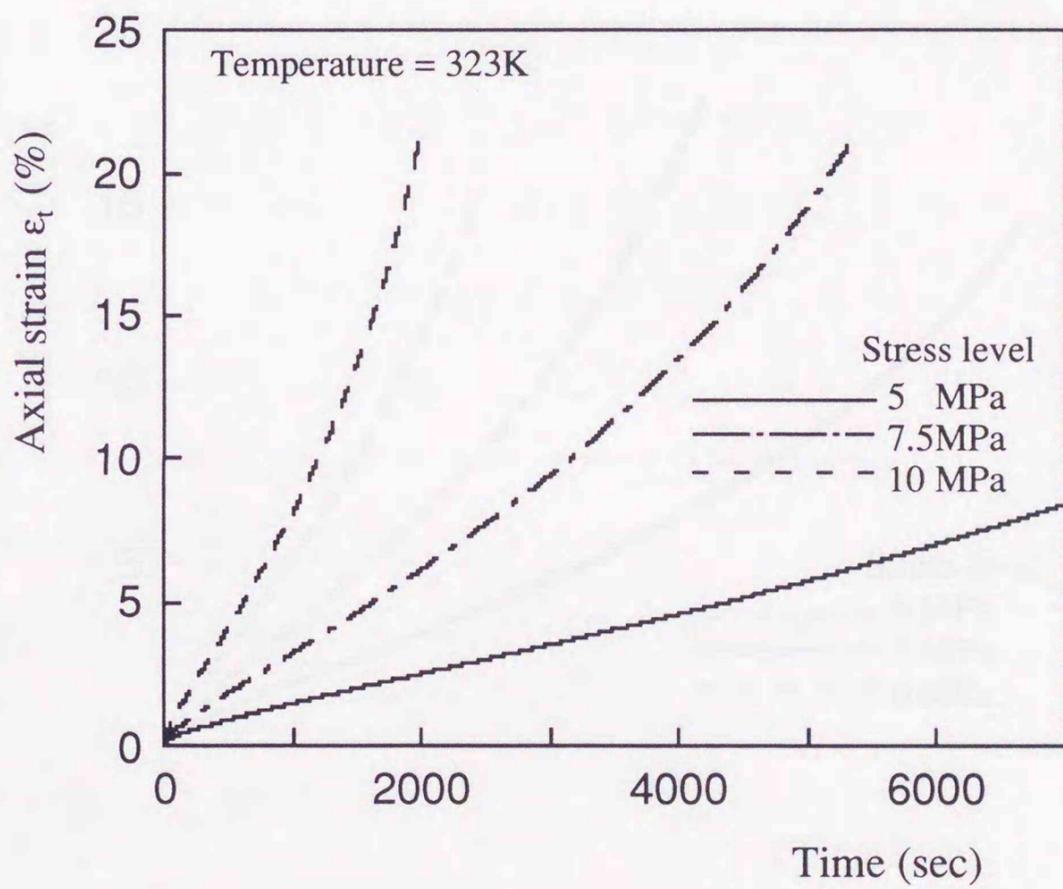


図 2.11 クリープ曲線 (323K)

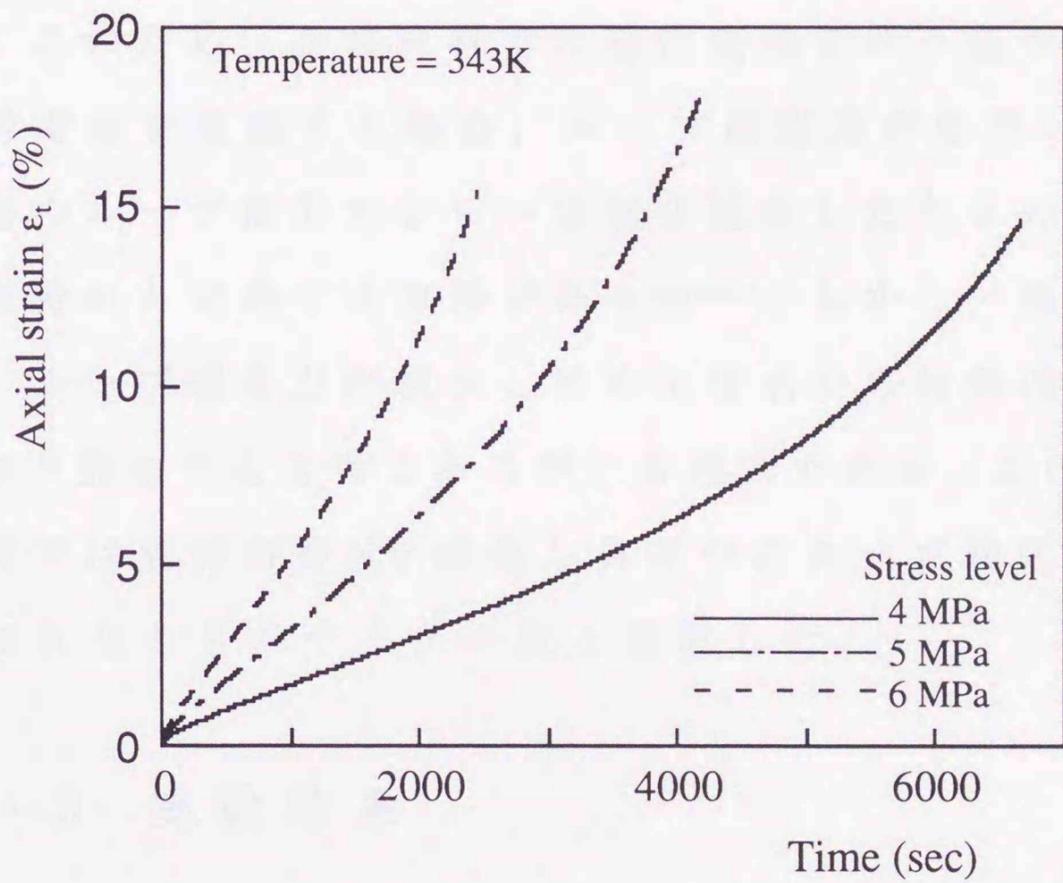


図 2.12 クリープ曲線 (343K)

2・6 疲労実験

2・6・1 疲労寿命の定義

一般的に繰返し負荷を受ける金属材料の応力-ひずみ関係では，繰返し硬化後ループ端応力は安定し，負荷中の材料内部に損傷が発生するとループ端応力の減少が始まることが知られている．このため，金属材料での塑性変形を伴う低サイクル疲労で疲労寿命を定義する場合，ループ端応力が応力-ひずみ関係安定時のループ端応力から一定割合減少したときのサイクル数を疲労寿命と定義する方法がある⁽²⁾⁽¹⁴⁾⁽⁴²⁾．しかし，損傷力学的⁽⁴³⁾には，ループ端応力が減少し始めた時点から材料内部にき裂等の損傷が発生すると考えるのが，合理的である．このことから，本研究では疲労寿命 N_f を繰返し負荷中のループ端応力の減少が確認されたときのサイクル数と定義した．

2・6・2 実験結果

疲労実験は，表 2.4 に示す実験条件で一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷を試験片に与えて行った．

低サイクル疲労では，一般にひずみ振幅，あるいは応力振幅を用いた Coffin-Manson 型の疲労寿命評価が行われている．しかし，前節までに明らかとなったように，60Sn-40Pb 材の変形挙動は，ひずみ速度，雰囲気温度の影響が著しいため，ひずみ振幅が同一であってもひずみ速度，雰囲気温度が異なる場合，ループ形状が大きく異なる．このため，60Sn-40Pb 材の場合には，塑性ひず

み振幅による Coffin-Manson 型の疲労寿命評価は不適當である。そこで、本研究では、新たに図 2.13 と次式で定義する塑性ひずみ仕事率密度 P_p を提案し、それを用いた疲労寿命評価を試みた。

$$P_p = \frac{\Delta S_s}{\Delta t} \quad (2-1)$$

表 2.4 疲労実験の負荷条件

Number of Specimen	1	2	3	4	5	6
Strain Rate (%/s)	0.1	0.2	0.05	0.2	0.1	0.2
Temperature (K)	303		323		343	
Strain Amplitude (%)	0.5		0.5		0.5	

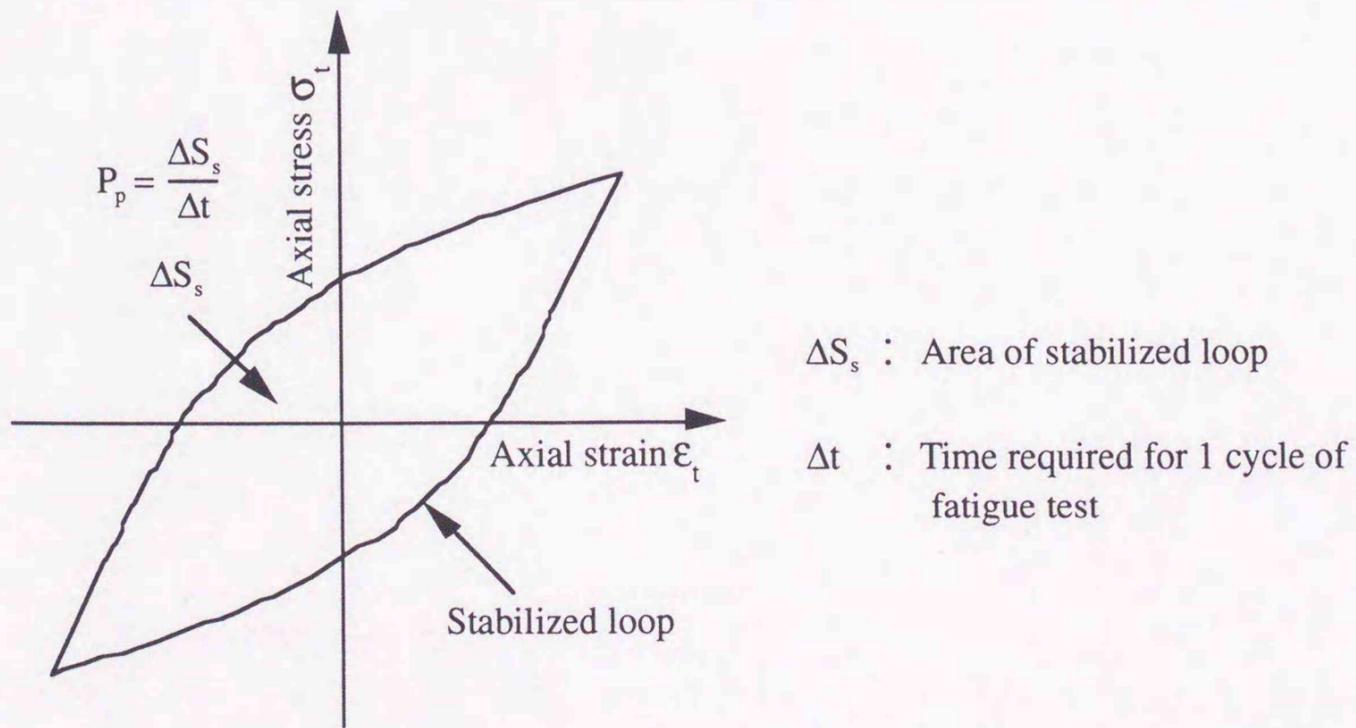


図 2.13 塑性ひずみ仕事率密度 P_p の定義

上式で ΔS_s は、図 2.13 に示すように、安定時ループの面積で表される単位体積当たりの塑性ひずみ仕事、 Δt は、繰返し負荷 1 サイクルに要する時間である。

図 2.14 に疲労実験から得られた疲労寿命 N_f と塑性ひずみ仕事率密度 P_p の関係を示す。図 2.14 で各点に付記している数字は試験片番号である。疲労寿命 N_f と塑性ひずみ仕事率密度 P_p の関係は、実線で示す次式により、よく表示できることが図 2.14 より分かる。

$$P_p = 102 N_f^{-0.505} \quad (2-2)$$

すなわち、あらかじめ塑性ひずみ仕事率密度 P_p が求められれば、式 (2-2) により 60Sn-40Pb 材の疲労寿命 N_f が推定可能であると考えられる。

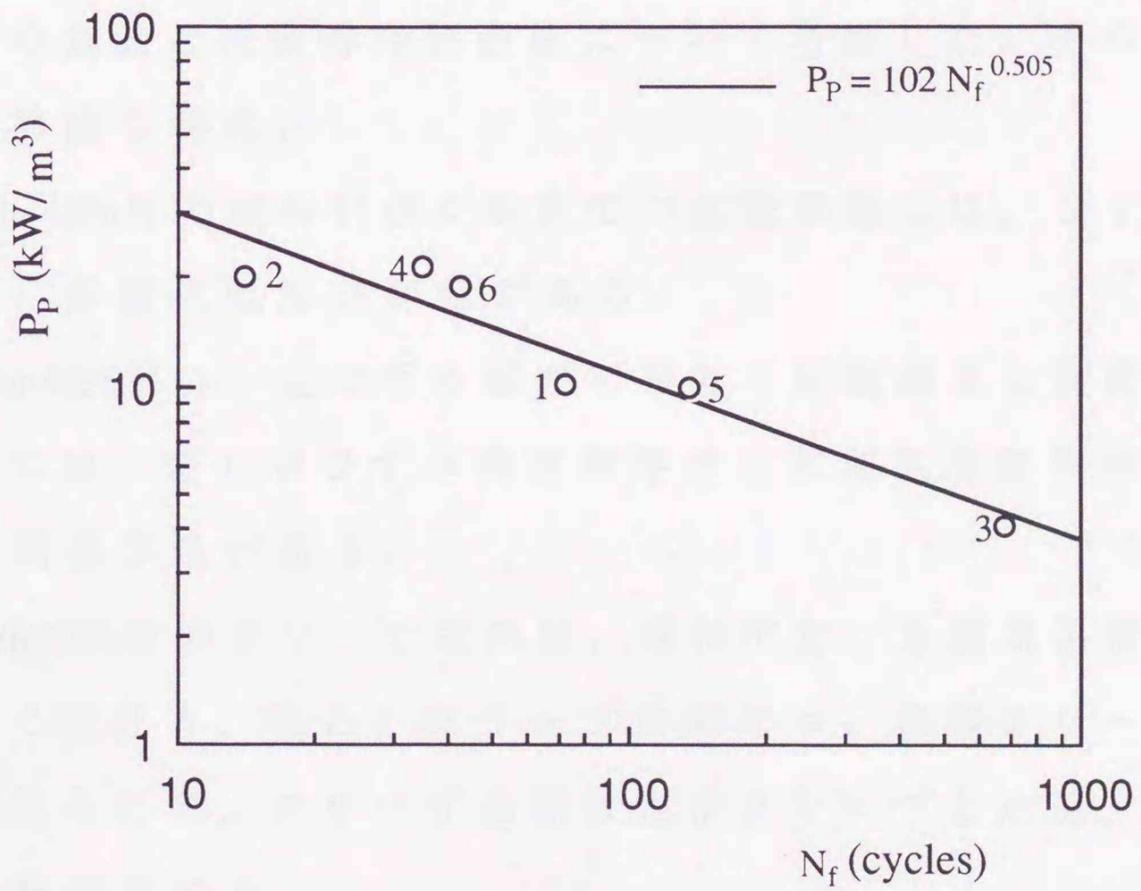


図 2.14 塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係

2・7 本章の結論

本章では，雰囲気温度 303K, 323K, 343K で純粋引張り負荷実験，一定ひずみ引張り・圧縮繰返し負荷実験，クリープ実験を行い，60Sn-40Pb材の粘塑性変形について調べた．さらに，60Sn-40Pb材の疲労挙動を調べるために，雰囲気温度 303K, 323K, 343K で一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷による疲労実験を行い，疲労寿命の定義と疲労寿命評価法について考察した．その結果，以下の結論を得た．

(1)60Sn-40Pb材の純粋引張り負荷での変形挙動には，ひずみ速度依存性，雰囲気温度依存性がある．

(2)60Sn-40Pb材の一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷での変形挙動には，著しいひずみ速度依存性，雰囲気温度依存性，ひずみ振幅依存性がある．

(3)60Sn-40Pb材のクリープ変形は，保持応力，雰囲気温度の影響を著しく受ける．また，クリープ曲線には，遷移クリープはほとんど見られず，クリープ曲線は定常クリープと加速クリープのみで構成される．

(4)60Sn-40Pb材の疲労寿命評価のために，新たに塑性ひずみ仕事率密度 P_p を提案した．

(5)60Sn-40Pb材の疲労寿命 N_f と塑性ひずみ仕事率密度 P_p の関係を定式化できた．

第3章

粘塑性構成式

3・1 緒言

電子回路装置構成材料に見られる，機械的負荷，熱的負荷が繰返し作用する変形挙動を数値解析等により把握するためには，各部材に機械的，熱的負荷が単独あるいは同時に作用した時の変形を記述できる構成則の構築が重要である．特に電子デバイス接続用はんだのように強い粘性に支配される材料では，粘塑性変形を正確に記述可能な構成則の構築が必要不可欠である．このため，現在までにもいくつかの粘塑性構成式が提案されている．例えば，Freedら⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾⁽²⁸⁾は，移動硬化を表す背応力テンソル，等方硬化を表す抗応力と降伏強さの3つの内部状態変数を取り入れた粘塑性理論を構築している．Moosbrugger⁽²⁹⁾は，粘塑性モデルに使用する非線形硬化則とパラメータを実験データの解析から決定し，非比例負荷の表示に成功している．また，Chabocheら⁽²¹⁾は，塑性変形とクリープ変形が組み合わさった負荷を受ける材料の統一型構成式を示し，Miller⁽³⁰⁾も繰返し変形とクリープ変形に適用するモデルを提案している．しかしながら，はんだ材のような強い粘性に支配される材料の変形挙動を正確に記述できる構成式は未だ見あたらない．

本章では，はんだ材の応力-ひずみ関係のひずみ速度効果，ク

クリープ変形等の粘塑性変形を記述できる構成式の構築を行う。まず、降伏曲面をポテンシャル面とした粘塑性ポテンシャルを定義し、降伏曲面と粘塑性ひずみ増分の垂直性から塑性流れ則を導出する。次いで、Prager-Zieglerの移動硬化則⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾から背応力を算出する。そして、背応力を考慮したRamberg-Osgood則⁽³⁷⁾を用いて相当粘塑性ひずみ増分と相当応力増分を n 乗則で表し、これと塑性流れ則より粘塑性構成式を構築する。また、この粘塑性構成式が理論的にNorton則に一致することを示し、粘塑性理論がクリープ変形も表示可能であることを示す。

3・2 粘塑性ひずみ速度

今、相当応力 $\bar{\sigma}$ を次式で定義する。

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{3}{2} C_{ijkl} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3-1)$$

式(3-1)で σ_{ij} は応力テンソル， α_{ij} は現負荷の原点，すなわち，負荷方向変化前の前負荷中に記憶された背応力， C_{ijkl} は粘塑性変形中に誘起される4階異方性テンソル係数である。 α_{ij} の算出方法，および C_{ijkl} の拘束条件は，それぞれ3・3，3・5節で後述する。

降伏曲面を粘塑性ポテンシャル F とし，式(3-1)を用いて次式で定義する。

$$F = \frac{D^*}{n+1} \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{D^*} \right\rangle^{n+1} \quad (3-2)$$

ここで D^* は抗応力， R は流れ応力， n は材料定数である。 $\langle \rangle$ は Macauley bracket であり， $A < 0$ のとき $\langle A \rangle = 0$ ， $A \geq 0$ のとき $\langle A \rangle = A$ となる。

降伏曲面上の滑らかな点において，粘塑性ひずみ速度は降伏曲面の外向き法線ベクトルと一致するとした粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ とポテンシャル面の垂直性の仮定と式(3-2)より，粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ は次式で与えられる⁽²²⁾。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^v = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{D^*} \right\rangle^n \frac{3}{2} \frac{1}{\bar{\sigma}} C_{ijkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) \quad (3-3)$$

また，式(3-3)から粘塑性仕事速度 \dot{W} は次式になる。

$$\dot{W} = \bar{\sigma} \dot{\epsilon}^v = (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \dot{\epsilon}_{ij}^v = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{D^*} \right\rangle^n \frac{3}{2\bar{\sigma}} C_{ijkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{D^*} \right\rangle^n \bar{\sigma}$$

結局，相当粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^v (= \sqrt{\frac{2}{3} C_{ijkl}^{-1} \dot{\epsilon}_{ij}^v \dot{\epsilon}_{kl}^v})$ は次式となる。

$$\dot{\epsilon}^v = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{D^*} \right\rangle^n \quad (3-4)$$

一般に， $\dot{\epsilon} = k \sigma^n$ で表される Norton 則で，ある一定の応力 σ_c を基準に選ぶと，相当するクリープ速度 $\dot{\epsilon}_c$ は $\dot{\epsilon}_c = k \sigma_c^n$ で与えられる。この関係を用いれば，Norton 則は次式のように表される⁽⁴⁰⁾。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_c \left(\frac{\sigma}{\sigma_c} \right)^n$$

式(3-4)で粘性応力 σ_v を $\sigma_v = \bar{\sigma} - R$ と定義し，基準となる応力 σ_c および相当するクリープ速度 $\dot{\epsilon}_c$ を導入すると，式(3-4)は次式に示すように Norton 則と一致する。

$$\dot{\epsilon}^v = \dot{\epsilon}_c \left\langle \frac{\sigma_v}{\sigma_c} \right\rangle^n \quad (3-5)$$

ここで $\dot{\epsilon}_c = \left(\sigma_c / D^* \right)^n$ であり，前述の k は $k = \left(1 / D^* \right)^n$ となる。

また，式(3-3)，式(3-4)から次式に示す粘塑性流れ則を得る。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^v = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}^v}{\bar{\sigma}} C_{ijkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) \quad (3-6)$$

以上のように粘塑性ポテンシャル F を用いて粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ を算出することができる。

3・3 背応力速度

粘塑性変形中は，応力点がポテンシャル面上に存在するとした Prager の適合条件⁽³⁵⁾から次式を得る．

$$\dot{F} = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{D^*} \right\rangle^n \left[\frac{1}{2\bar{\sigma}} \frac{3}{2} C_{ijkl} \left\{ (\sigma_{kl} - \alpha_{kl})(\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\alpha}_{ij}) + (\sigma_{ij} - \alpha_{ij})(\dot{\sigma}_{kl} - \dot{\alpha}_{kl}) \right\} - \dot{R} \right] = 0 \quad (3-7)$$

後述する 3・5 節の 4 階異方性テンソル係数 C_{ijkl} の対称性を考慮すると式 (3-7) は次式となる．

$$\dot{F} = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{D^*} \right\rangle^n \left\{ \frac{3}{2\bar{\sigma}} C_{ijkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl})(\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\alpha}_{ij}) - \dot{R} \right\} = 0 \quad (3-8)$$

式 (3-8) より次式を得る．

$$C_{ijkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl})(\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\alpha}_{ij}) - \frac{2}{3} \bar{\sigma} \dot{R} = 0 \quad (3-9)$$

背応力速度 $\dot{\alpha}_{ij}$ の方向が負荷原点 α_{ij} と現負荷点 σ_{ij} を結ぶ径ベクトルに一致するとした Prager-Ziegler の仮定⁽³⁶⁾から背応力速度 $\dot{\alpha}_{ij}$ は次式で与えられる．

$$\dot{\alpha}_{ij} = (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \dot{\mu} \quad (3-10)$$

式 (3-10) で $\dot{\mu}$ は，(3-10) を式 (3-9) に代入することにより得られ，次式で与えられる．

$$\dot{\mu} = \frac{3}{2} \frac{1}{\bar{\sigma}^2} \left\{ C_{klmn} (\sigma_{mn} - \alpha_{mn}) \dot{\sigma}_{kl} - \frac{2}{3} \bar{\sigma} \dot{R} \right\} \quad (3-11)$$

結局，式 (3-10), (3-11) より，背応力速度 $\dot{\alpha}_{ij}$ は次式となる。

$$\dot{\alpha}_{ij} = \frac{3}{2\bar{\sigma}^2} \left\{ C_{klmn} (\sigma_{mn} - \alpha_{mn}) \dot{\sigma}_{kl} \right\} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - \frac{\dot{R}}{\bar{\sigma}} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \quad (3-12)$$

3.4 応力 - ひずみ関係の表示

式(3-6)中の相当粘塑性ひずみ速度を導出するために，背応力を考慮した次式の修正 Ramberg-Osgood則を用いる．

$$\varepsilon_t - e_t = \frac{\sigma_t - \alpha_t}{E} \left\{ 1 + K \left(\frac{\sigma_t - \alpha_t}{D} \right)^m \right\} \quad (3-13)$$

上式で ε_t , σ_t はそれぞれ単軸ひずみと単軸応力， e_t と α_t はそれぞれ降伏曲面中心の単軸ひずみと単軸応力， E はヤング率である． K は材料定数であり， D は粘塑性ひずみ ε_0 での基準応力， m は硬化，軟化の指数⁽⁴¹⁾⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁷⁾である．また， K と ε_0 には， $K = E\varepsilon_0/D$ なる関係がある．なお，本研究では，広範囲のひずみ振幅に式(3-13)を適用可能とするために， $\varepsilon_0 = 500 \mu\text{m/m}$ とした．

繰返し硬化，軟化安定材の応力 - ひずみ関係は，繰返し負荷により，一定の応力 - ひずみ関係になるという実験事実⁽²⁶⁾に基づき D , m , R をそれぞれ次式で表せる⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁷⁾と仮定する．

$$D = D_0 \left\{ 1 - \alpha \exp\left(-\frac{p}{a}\right) \right\} \quad (3-14)$$

$$m = m_0 \left\{ 1 - \beta \exp\left(-\frac{p}{b}\right) \right\} \quad (3-15)$$

$$R = R_0 \left\{ 1 - \lambda \exp\left(-\frac{p}{c}\right) \right\} \quad (3-16)$$

ここで， D_0 , α , a , m_0 , β , b , R_0 , λ , c は負荷履歴あるいは負荷経路に依存する材料定数⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁷⁾である．また， p は n 回目の負荷方向の変化を受けるまでに蓄積された累積粘塑性ひずみであり， $p = \int_{n-1} \dot{\varepsilon}^v dt$ である．

式(3-13)の右辺第2項目は，粘塑性変形成分を表している．そこで，式(3-13)を時間で微分し，弾性変形成分を取り除くと，相当粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^v$ は次式となる．

$$\dot{\epsilon}^v = \frac{K}{E} (m+1) \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m \dot{\bar{\sigma}} \quad (3-17)$$

式(3-5)と式(3-17)から次式を得る．

$$\dot{\epsilon}^v = \dot{\epsilon}_c \left\langle \frac{\bar{\sigma} - R}{\sigma_c} \right\rangle^n = \frac{2B}{3} \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m \dot{\bar{\sigma}} \quad (3-18)$$

上式で，Bは次式で与えられる．

$$B = \frac{3K}{2E} (m+1) \quad (3-19)$$

式(3-18)で $\bar{\sigma}$ が一定，すなわち， $\dot{\bar{\sigma}}=0$ である場合，材料の挙動は式(3-18)の第2項に従い，定常クリープを表示する Norton則型の式となる．また， $\dot{\bar{\sigma}} \neq 0$ の場合には式(3-18)の第3項に従い，粘塑性式となる．すなわち，粘塑性構成式は理論的に定常クリープを表示可能である．

最終的に，粘塑性変形中の粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ ，背応力速度 $\dot{\alpha}_{ij}$ は式(3-6)，(3-12)，(3-16)，(3-17)より次式で表せる．

$$\dot{\epsilon}_{ij}^v = B \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m \frac{3}{2\bar{\sigma}^2} \left\{ C_{mnkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) (\dot{\sigma}_{mn} - \dot{\alpha}_{mn}) \right\} C_{ijkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) \quad (3-20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{ij} = & \frac{3}{2\bar{\sigma}^2} \left\{ C_{klmn} (\sigma_{mn} - \alpha_{mn}) \dot{\sigma}_{kl} \right\} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - R_0 \frac{\lambda}{c} \exp\left(-\frac{p}{c}\right) B \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m \frac{1}{\bar{\sigma}^2} \\ & \times \left\{ C_{mnkl} (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) (\dot{\sigma}_{mn} - \dot{\alpha}_{mn}) \right\} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \end{aligned} \quad (3-21)$$

なお，本研究で主に取り扱う引張り・圧縮の繰返し負荷の場合，粘塑性ひずみ速度，背応力速度は次式となる．

$$\dot{\epsilon}_t^v = B \left(\frac{\sigma}{D} \right)^m C_t \dot{\sigma} \quad (3-22)$$

$$\dot{\alpha}_t = \dot{\sigma}_t - R_0 \frac{\lambda}{c} \exp \left(-\frac{p}{c} \right) \dot{\epsilon}_t^v \quad (3-23)$$

式(3-22)で $\sigma = \sigma_t - \alpha_t$ ， $C_t = C_{1111} = \frac{2}{3}$ である．また，添字 t は単軸応力状態を示す．

3・5 異方性テンソル係数の拘束条件

今、式(3-2)に式(3-1)を代入すると式(3-24)を得る。

$$F = \frac{D^*}{n+1} \left\langle \frac{\left\{ \frac{3}{2} C_{ijkl} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) (\sigma_{kl} - \alpha_{kl}) \right\}^{\frac{1}{2}} - R}{D^*} \right\rangle^{n+1} = 0 \quad (3-24)$$

式(3-24)で粘塑性変形により誘起される4階異方性テンソル係数 C_{ijkl} は81個ある。しかし、応力テンソルの対称性を考慮すると $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij}$ となり、独立な変数は21個となる。さらに、 $\Sigma_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij}$ とおき、等方応力は粘塑性変形に影響を与えない条件より、静水圧 P を用い $(\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{33})$ を $(\Sigma_{11} - P, \Sigma_{22} - P, \Sigma_{33} - P)$ で置き換えた場合、粘塑性ポテンシャル F は不変でなければならない。この置換を行い、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(C_{1111} + 2C_{1122} + 2C_{1133} + C_{2222} + 2C_{2233} + C_{3333} \right) P^2 \\ & - \left(2C_{1111} + 2C_{1122} + 2C_{1133} \right) \Sigma_{11} \times P \\ & - \left(2C_{2222} + 2C_{1122} + 2C_{2233} \right) \Sigma_{22} \times P \\ & - \left(2C_{3333} + 2C_{1133} + 2C_{2233} \right) \Sigma_{33} \times P \\ & - \left(4C_{1122} + 4C_{2212} + 2C_{3312} \right) \Sigma_{12} \times P \\ & - \left(4C_{1133} + 4C_{2213} + 2C_{3313} \right) \Sigma_{13} \times P \\ & - \left(4C_{1123} + 4C_{2223} + 2C_{3323} \right) \Sigma_{23} \times P = 0 \end{aligned} \quad (3-25)$$

すなわち、式(3-25)より、以下の6個の式が成立するとき静水圧 P 、および応力 Σ_{ij} に無関係に粘塑性ポテンシャル F は恒等的に満足される。

$$\begin{aligned}
C_{1111} + C_{1122} + C_{1133} &= 0 \\
C_{2222} + C_{1122} + C_{2233} &= 0 \\
C_{3333} + C_{1133} + C_{2233} &= 0 \\
C_{1112} + C_{2212} + C_{3312} &= 0 \\
C_{1113} + C_{2213} + C_{3313} &= 0 \\
C_{1123} + C_{2223} + C_{3323} &= 0
\end{aligned} \tag{3-26}$$

結局、 C_{ijkl} の独立な成分の数は15個となる。また、以上のことは、次のように求めることもできる。式(3-24)で $\Sigma_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij}$ とおき、次式を得る。

$$F = \frac{D^*}{n+1} \left\langle \frac{\left(\frac{3}{2} C_{ijkl} \Sigma_{ij} \Sigma_{kl} \right)^{\frac{1}{2}} - R}{D^*} \right\rangle^{n+1} = 0 \tag{3-27}$$

等方応力が粘塑性変形に影響を与えない条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mm}} = 0 \tag{3-28}$$

式(3-28)は任意の σ_{kl} に対し、 $C_{mmkl} \sigma_{kl} = 0$ であることを示す。すなわち、 $C_{mmkl} = 0$ であり、式(3-26)の独立した6個の条件式を与えることを示す。

3・6 本章の結論

本章では，一定雰囲気温度での金属材料のクリープ，および速度依存性のある繰返し負荷を表示するために，粘塑性構成式を構築した．その結果，以下の結論を得た．

(1)降伏曲面をポテンシャル面とした粘塑性ポテンシャルを定義し，背応力を考慮した Mises 型の相当応力から粘塑性流れ則を導出できた．

(2)Prager-Ziegler の移動硬化則より算出した背応力と，背応力を考慮した Ramberg-Osgood 則より算出した相当粘塑性ひずみ速度，および結論 (1) の粘塑性流れ則より粘塑性構成式を構築した．

(3)構築した構成式は，応力増分が 0 のとき，クリープ変形を記述する Norton 則と理論的に一致することが分かった．

第4章

粘塑性構成式の適用性の検証

4・1 緒言

前章までに述べたように，機械的負荷，熱的負荷が繰返し作用する電子回路装置のはんだ接続部の変形挙動を把握するためには，各種負荷によるはんだ材の変形挙動の調査と各負荷による変形を高精度で表示可能な構成式の構築が必要である．このため，第2章で電子回路装置で接続用はんだとして使用される60Sn-40Pb材の各種負荷による変形挙動の調査を行い，第3章で60Sn-40Pb材の変形挙動を記述するために，粘塑性構成式を構築した．

本章では，第2章で行った60Sn-40Pb材を用いた純粋引張り負荷実験，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験，クリープ実験の各実験結果と第3章で構築した粘塑性構成式による各実験のシミュレーションを比較することにより，粘塑性構成式の適用性の検証を行う．さらに，材料定数を雰囲気温度，ひずみ速度，ひずみ振幅の関数とすることにより，60Sn-40Pb材の任意の雰囲気温度，ひずみ速度での純粋引張り負荷，任意の雰囲気温度，ひずみ速度ひずみ振幅での一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷，および任意の雰囲気温度でのクリープを表示可能であることを示す．

4・2 材料定数の決定方法

本研究で取り扱う粘塑性構成式では，負荷原点 α_{ij} から式(3-20)，(3-21)を適用することにより応力-ひずみ関係の表示を行う。したがって，負荷方向が変化するまで α_{ij} は一定値となる。負荷方向が変化したときには，前負荷中に式(3-21)により計算された α_{ij} を新たな負荷原点として式(3-20)，(3-21)を適用する。

本研究で主に取り扱う単軸負荷の場合，式(3-20)，(3-21)はそれぞれ，式(3-22)，(3-23)で表されることを第3章で示した。

$$\dot{\epsilon}_t^v = B \left(\frac{\sigma}{D} \right)^m C_t \dot{\sigma} \quad (\sigma = \sigma_t - \alpha_t, C_t = C_{1111} = \frac{2}{3}) \quad (3-22)$$

$$\dot{\alpha}_t = \dot{\sigma}_t - R_0 \frac{\lambda}{c} \exp\left(-\frac{p}{c}\right) \dot{\epsilon}_t^v \quad (3-23)$$

純粋引張り負荷に上式を適用する場合，まず，材料定数 D ， m を決定する。 D ， m は，負荷履歴に依存する定数として，それぞれ，式(3-14)，(3-15)で仮定した。純粋引張り負荷は負荷履歴がないため，実験結果から直接 D ， m を決定できる。したがって， D はFig. 4.1で示すように $\alpha_t = \alpha_{t1} = 0$ として粘塑性ひずみ $\epsilon_0 = 500 \mu\text{m}/\text{m}$ での応力値から決定し， m は決定した D を式(3-22)に使用し，実験結果を最も良く表すように試行錯誤的に決定する。

一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷に本構成式を適用する場合は，以下の方法で行う。負荷開始時の1サイクル目の負荷の表示は，純粋引張り負荷と同様に， $\alpha_t = \alpha_{t1} = 0$ として実験結果から，1サイクル目の $D = D_1$ ， $m = m_1$ を決定することにより行う。負

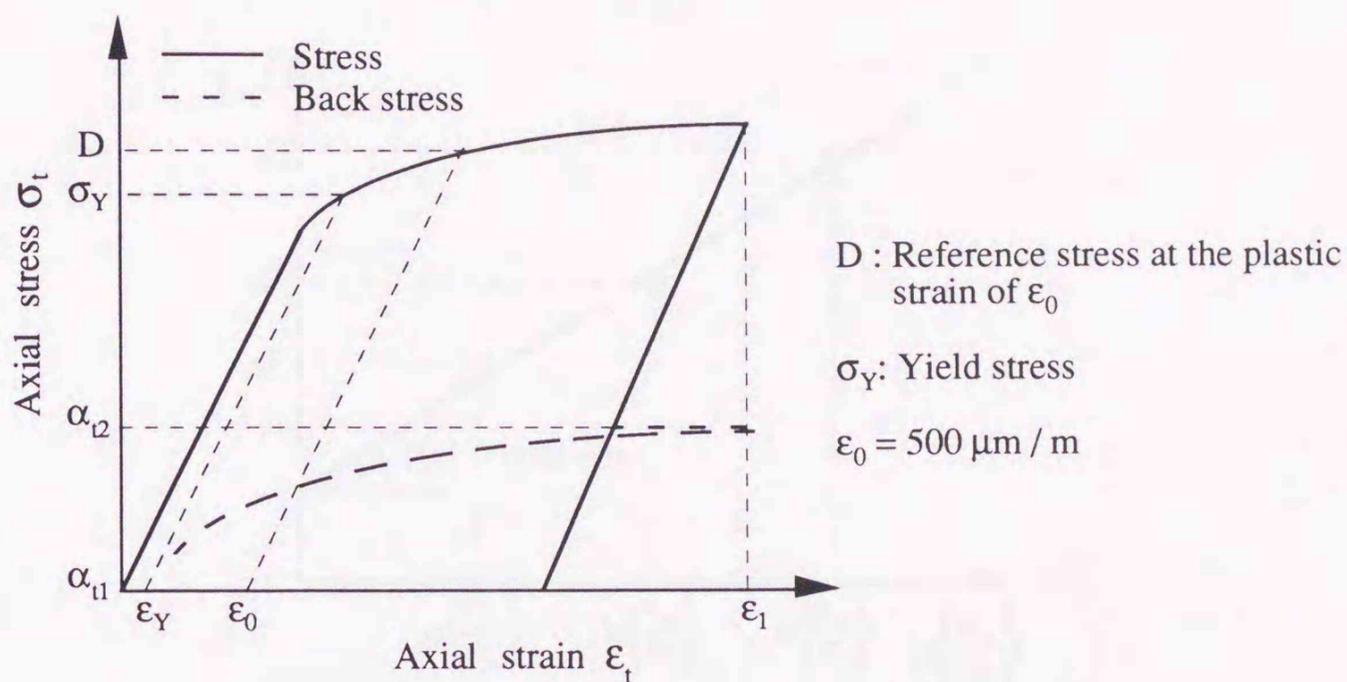


図 4.1 材料定数の決定方法 1

荷方向が変化したとき，つまり，図 4.1 で示す $\epsilon_t = \epsilon_1$ で引張りから圧縮へ変化したときには， $\epsilon_t = \epsilon_1$ の背応力であり，次の圧縮負荷の負荷原点である α_2 まで除荷を行う． α_2 は 1 サイクル目の負荷中に計算されるが，1 サイクル目の背応力は，降伏応力 σ_Y 以降に硬化した応力として近似的に求められる⁽⁴⁴⁾．なお，本研究では，降伏応力 σ_Y を粘塑性ひずみ $\epsilon_Y = 50 \mu\text{m}/\text{m}$ での応力と定義した．したがって，背応力は $\epsilon_Y = 50 \mu\text{m}/\text{m}$ 以降に発達することになる．

2 サイクル目は負荷原点を $\alpha_1 = \alpha_2$ として，1 サイクル目と同様に材料定数 $D = D_2$ ， $m = m_2$ を決定し，応力 - ひずみ関係および背応力の計算を行う．3 サイクル目以降は，構成式に使用する D ， m ， R の各パラメータをそれぞれ式 (3-14)，(3-15)，(3-16) で表し，材料定数 D_0 ， α ， a ， m_0 ， β ， b ， R_0 ， λ ， c を実験結果を最も良く表す値となるように決定し，応力 - ひずみ関係の表示を行う．

第 3 章で構築した粘塑性構成式は，粘性応力を $\sigma_v = \bar{\sigma} - R$ と定義し，基準となる応力 σ_c および相当するひずみ速度 $\dot{\epsilon}_c$ を導入すれば

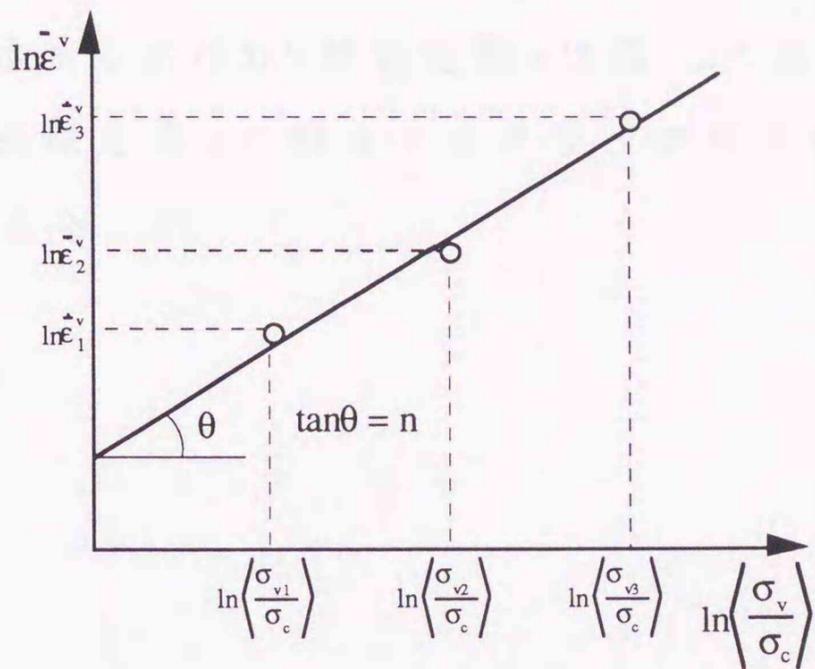


図 4.2 材料定数の決定方法 2

式 (3-5) により定常クリープが表示できる。

$$\dot{\epsilon}^v = \dot{\epsilon}_c \left\langle \frac{\sigma_v}{\sigma_c} \right\rangle^n \quad (3-5)$$

一定雰囲気温度下の定常クリープを表す式 (3-5) の材料定数は一定雰囲気温度下で 3 種類の保持応力 σ_{v1} , σ_{v2} , σ_{v3} ($\sigma_{v1} < \sigma_{v2} < \sigma_{v3}$) によるクリープ実験を行うことにより決定できる。まず、各保持応力 σ_{v1} , σ_{v2} , σ_{v3} によって与えられる定常クリープ速度 $\dot{\epsilon}_1^v$, $\dot{\epsilon}_2^v$, $\dot{\epsilon}_3^v$ を各クリープ曲線から求める。次いで、式 (3-5) の両辺の対数をとると次式となる。

$$\ln \dot{\epsilon}^v = \ln \dot{\epsilon}_c + n \ln \left\langle \frac{\sigma_v}{\sigma_c} \right\rangle \quad (4-1)$$

ここで、 $\sigma_c \leq \sigma_{v1}$ なる基準応力 σ_c を決定し、横軸に $\ln \left\langle \frac{\sigma_v}{\sigma_c} \right\rangle$ 、縦軸に $\ln \dot{\epsilon}^v$ をとり、グラフにすると図 4.2 が得られ、式 (4-1) は、これらの実

験点を最も良く表す直線として得られる。したがって、定常クリープを表示する式(3-5)の材料定数 n は図 4.2 の直線の傾きとして与えられ、基準応力 σ_c に相当するクリープ速度 $\dot{\epsilon}_c$ は直線の y 切片から算出できる。

4・3 純粋引張り負荷のシミュレーション

図 4.3, 4.4, 4.5に第2章で示した 60Sn-40Pb材の純粋引張り負荷実験の結果と粘塑性構成式によるシミュレーション結果の比較を示す。図 4.3, 4.4, 4.5は、それぞれ雰囲気温度 303K, 323K, 343Kにおける実験結果とシミュレーション結果の比較である。これらの図から構築した粘塑性構成式は 60Sn-40Pb材の純粋引張り負荷を良く表せることが分かる。また、これらのシミュレーションに用いた材料定数 E , D , m は、それぞれひずみ速度と雰囲気温度の関数として次式により表示可能であることが明らかとなった。

$$E = (4.40 \times 10^{-3} T - 0.648) \ln \dot{\epsilon}_t + (-4.65 \times 10^{-2} T + 25.9) \text{ (GPa)}$$

$$D = (-1.80 \times 10^{-2} T + 8.52) \ln \dot{\epsilon}_t + (-0.196 T + 83.6) \text{ (MPa)}$$

$$m = (9.23 \times 10^{-3} T - 3.57) \ln \dot{\epsilon}_t + (0.117 T - 32.4) \quad (4-2)$$

式(4-2)で、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_t$ 、雰囲気温度 T の単位はそれぞれ(%/s), (K)である。なお、材料定数 D , m はそれぞれ次節での繰返し負荷のシミュレーションでは、 D_1 , m_1 として使用できる。また、ヤング率 E も式(4-2)の関数が使用できる。

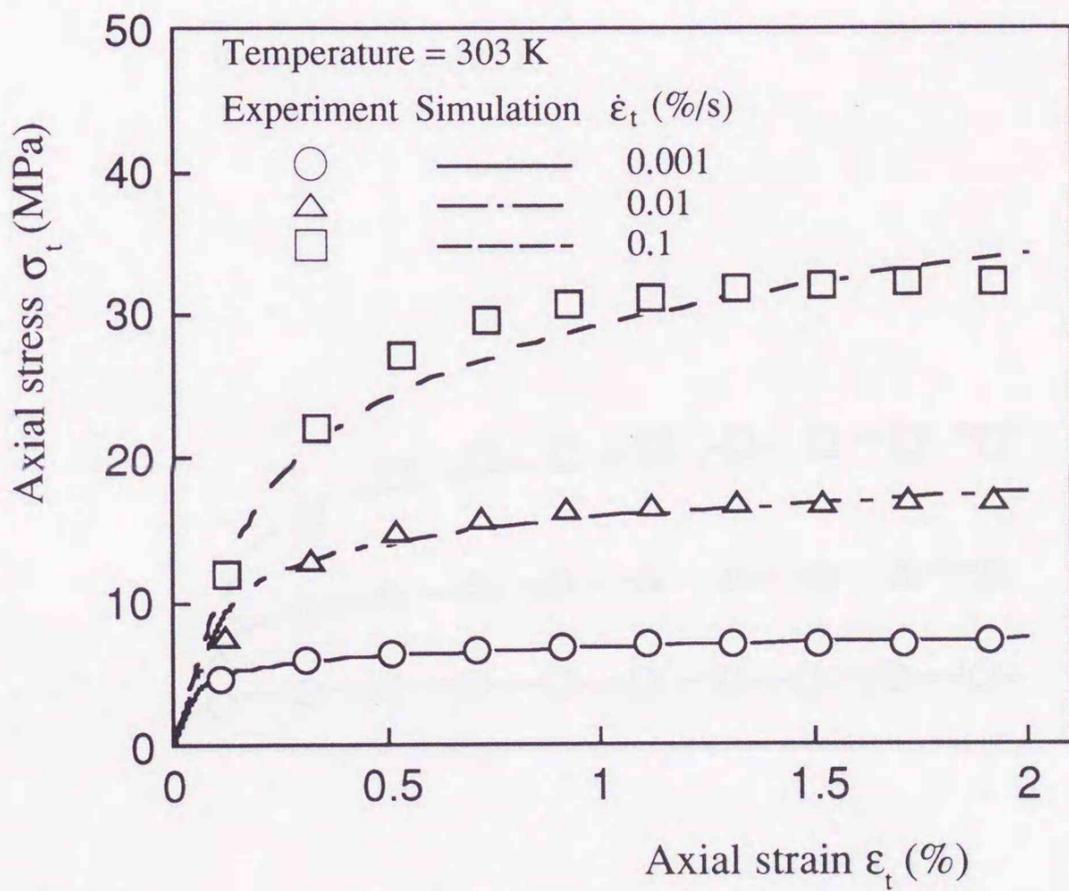


図 4.3 純粹引張り負荷 (303K)

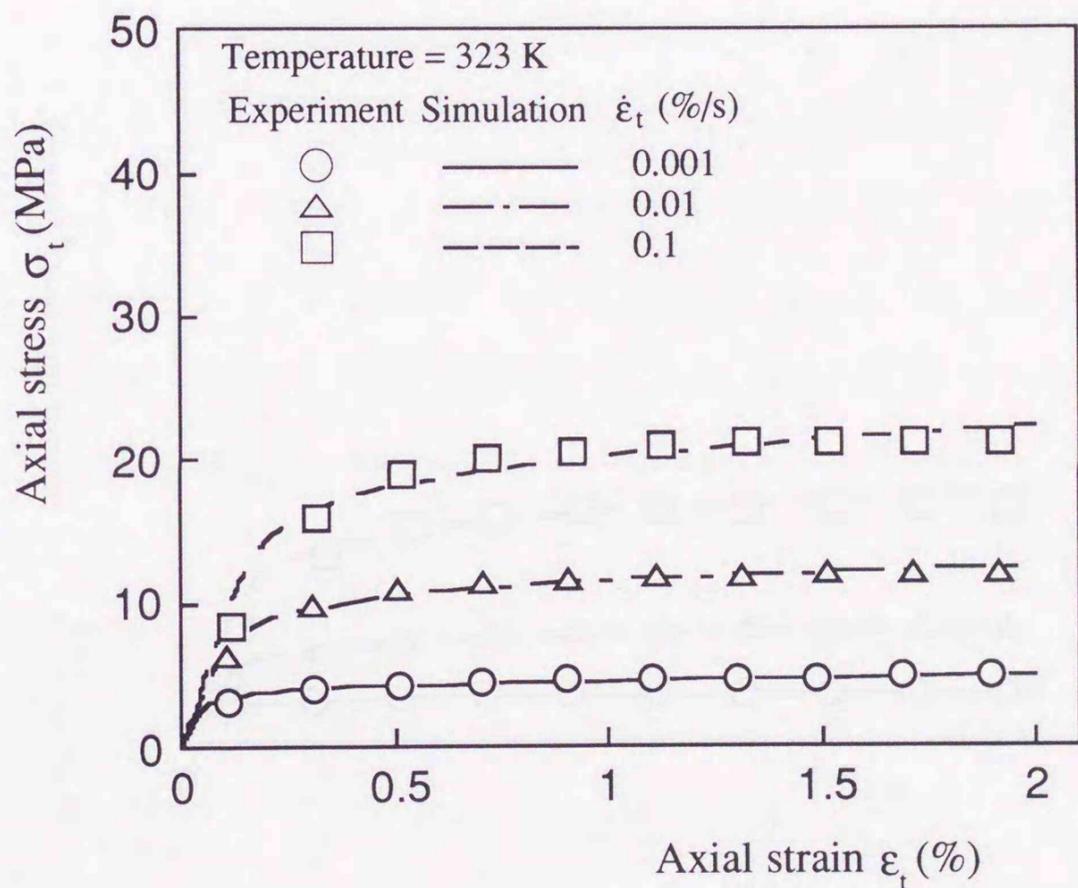


図 4.4 純粹引張り負荷 (323K)

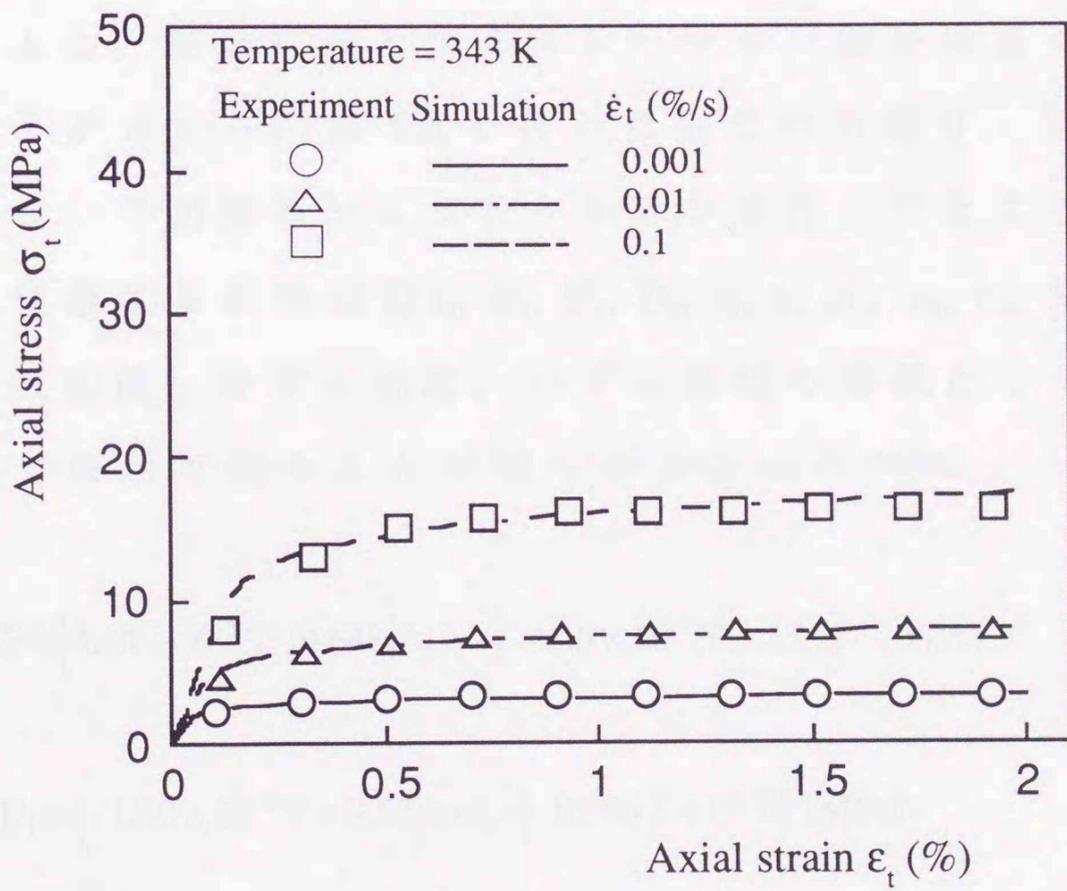


図 4.5 純粹引張り負荷 (343K)

4・4 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷のシミュレーション

一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷の一例として，雰囲気温度 323K，ひずみ振幅 0.5%，ひずみ速度 0.1%/sでの引張り・圧縮繰返し負荷実験の結果を図 4.6に示す．図 4.7は図 4.6の粘塑性構成式によるシミュレーション結果である．図 4.6と図 4.7を比較すると，実験結果とシミュレーション結果は良く一致していることが分かる．第 2章で行った全ての引張り・圧縮繰返し負荷について同様のシミュレーションを行ったところ粘塑性構成式に使用する材料定数 E , D_1 , D_2 , D_0 , α , a , m_1 , m_2 , m_0 , β , b , R_0 , λ , c は雰囲気温度，ひずみ速度，ひずみ振幅の関数として，それぞれ次式で表示可能なことが明らかとなった⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾．

$$E = \left(4.40 \times 10^{-3} T - 0.648 \right) \ln \dot{\epsilon}_t + \left(- 4.65 \times 10^{-2} T + 25.9 \right) \quad (\text{GPa})$$

$$D_1 = \left(- 1.80 \times 10^{-2} T + 8.52 \right) \ln \dot{\epsilon}_t + \left(- 0.196 T + 83.6 \right) \quad (\text{MPa})$$

$$D_2 = \left\{ \left(- 4.73 \times 10^{-2} T + 18.3 \right) \ln \dot{\epsilon}_t + \left(- 0.374 T + 145 \right) \right\} \left(0.267 \Delta \epsilon_t + 0.841 \right) \quad (\text{MPa})$$

$$D_0 = \left\{ \left(- 4.83 \times 10^{-2} T + 18.9 \right) \ln \dot{\epsilon}_t + \left(- 0.395 T + 155 \right) \right\} \left(0.113 \Delta \epsilon_t + 0.931 \right) \quad (\text{MPa})$$

$$m_1 = \left(9.23 \times 10^{-3} T - 3.57 \right) \ln \dot{\epsilon}_t + \left(0.117 T - 32.4 \right)$$

$$m_2 = \left\{ \left(- 7.60 \times 10^{-3} T + 2.09 \right) \ln \dot{\epsilon}_t + \left(1.91 \times 10^{-2} T - 3.33 \right) \right\} \left(0.674 \Delta \epsilon_t + 0.620 \right)$$

$$m_0 = \left\{ \left(-6.53 \times 10^{-3} T + 1.80 \right) \ln \dot{\epsilon}_i + \left(2.00 \times 10^{-2} T - 3.74 \right) \right\} \left(0.825 \Delta \epsilon_i + 0.548 \right)$$

$$R_0 = \left(-2.72 \times 10^{-2} T + 10.1 \right) \ln \dot{\epsilon}_i + \left(-0.233 T + 87.3 \right) \text{ (MPa)}$$

$$a = b = c = 0.05, \quad \alpha = \beta = \lambda = 0.05 \quad (4-3)$$

なお、式(4-3)で、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_i$ 、雰囲気温度 T 、ひずみ振幅 $\Delta \epsilon_i$ の単位はそれぞれ、(K)、(%/s)、(%)である。

図 4.8, 4.9, 4.10 に式(4-3)により材料定数を決定したシミュレーションによる 60Sn-40Pb 材のひずみ速度依存性、雰囲気温度依存性、ひずみ振幅依存性を示す。これらの図は第 2 章で示した 60Sn-40Pb 材のひずみ速度依存性、雰囲気温度依存性、ひずみ振幅依存性を良く表している。すなわち、式(4-3)を用いれば、60Sn-40Pb 材の任意の雰囲気温度、ひずみ速度、ひずみ振幅での一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷を表示可能である。

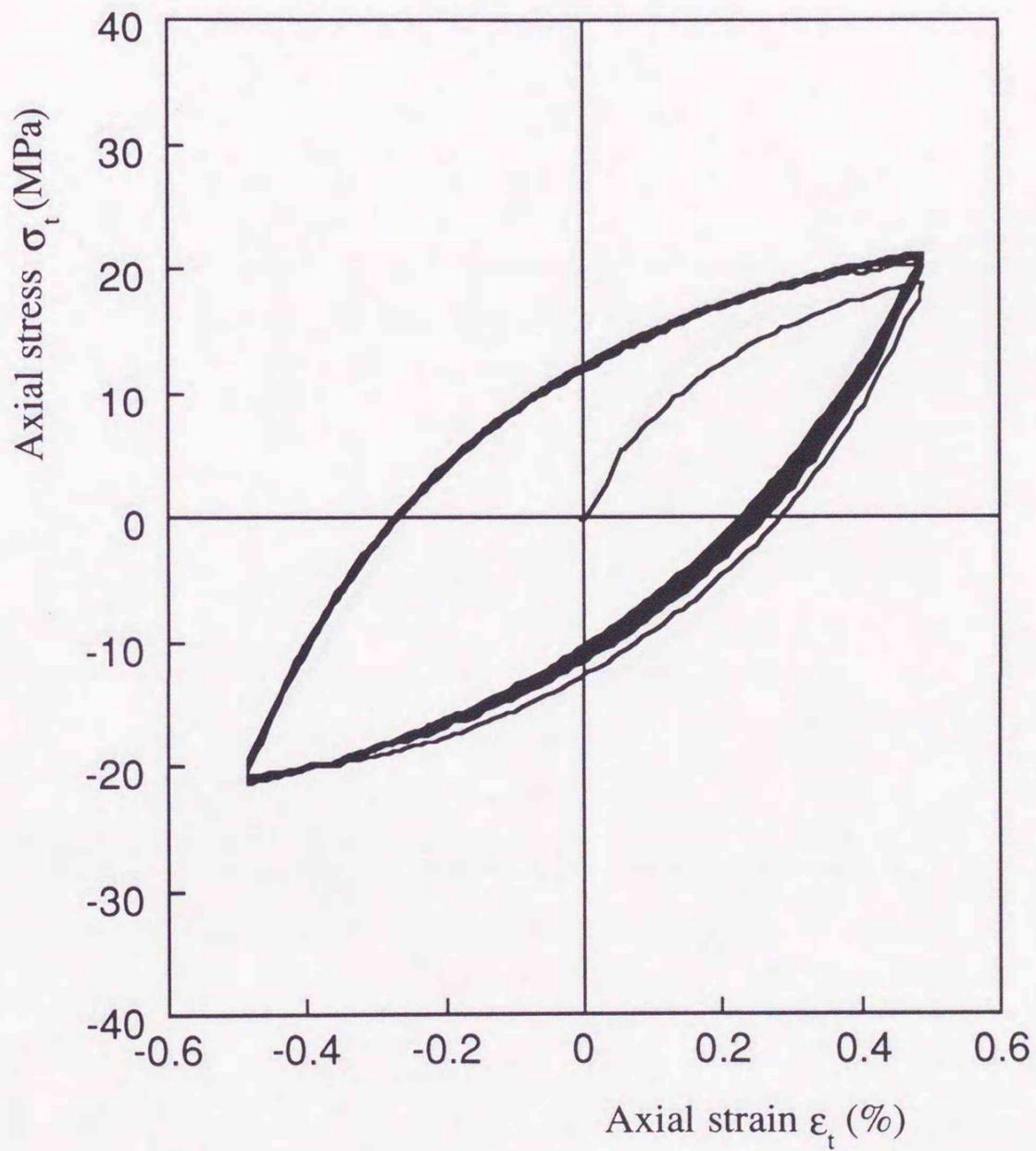


図 4.6 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 ($\Delta\varepsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\varepsilon}_t = 0.1\%/s$, 323K, 実験)

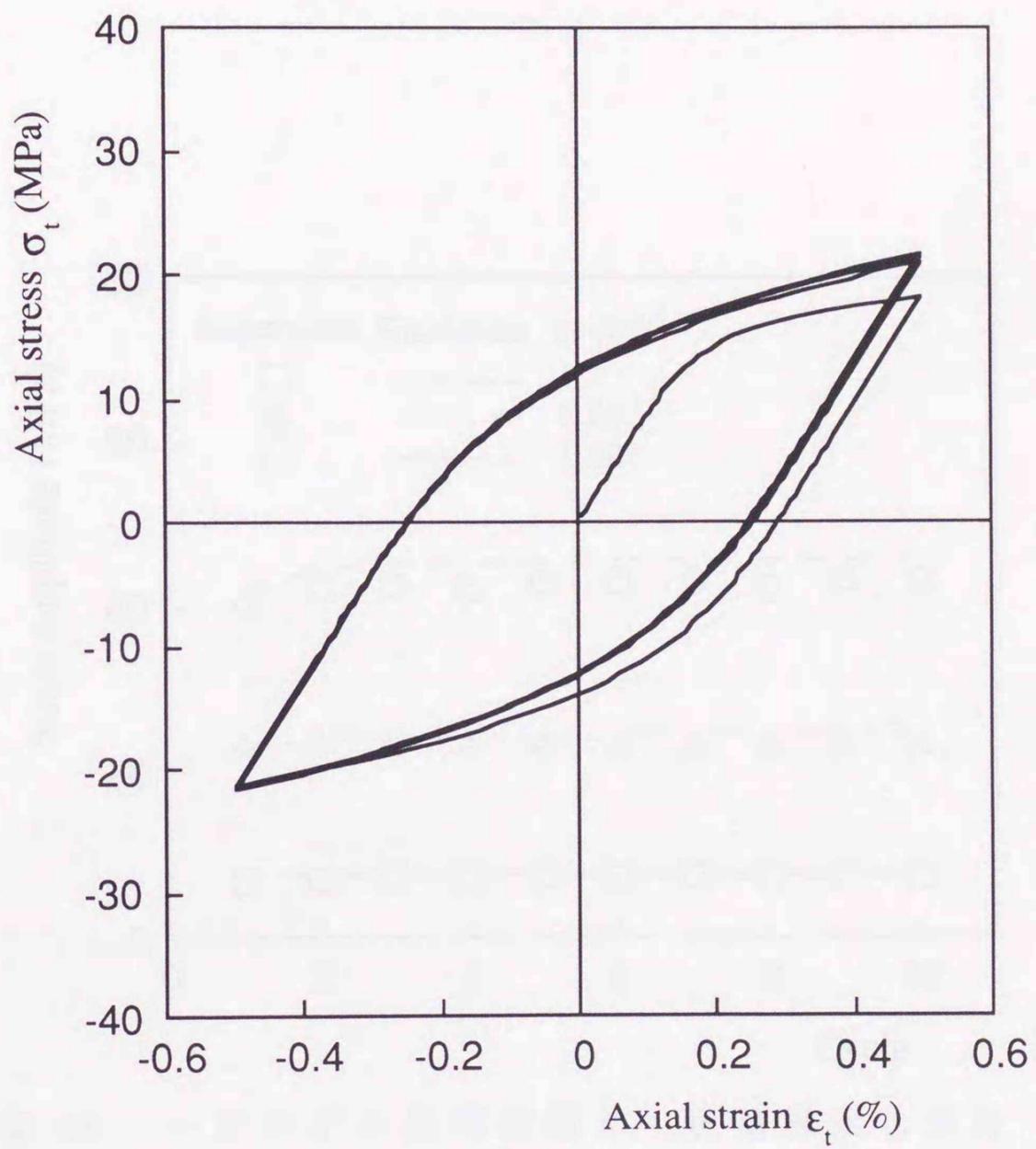


図 4.7 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 ($\Delta\epsilon_t=0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t=0.1\%/s$, 323K, シミュレーション)

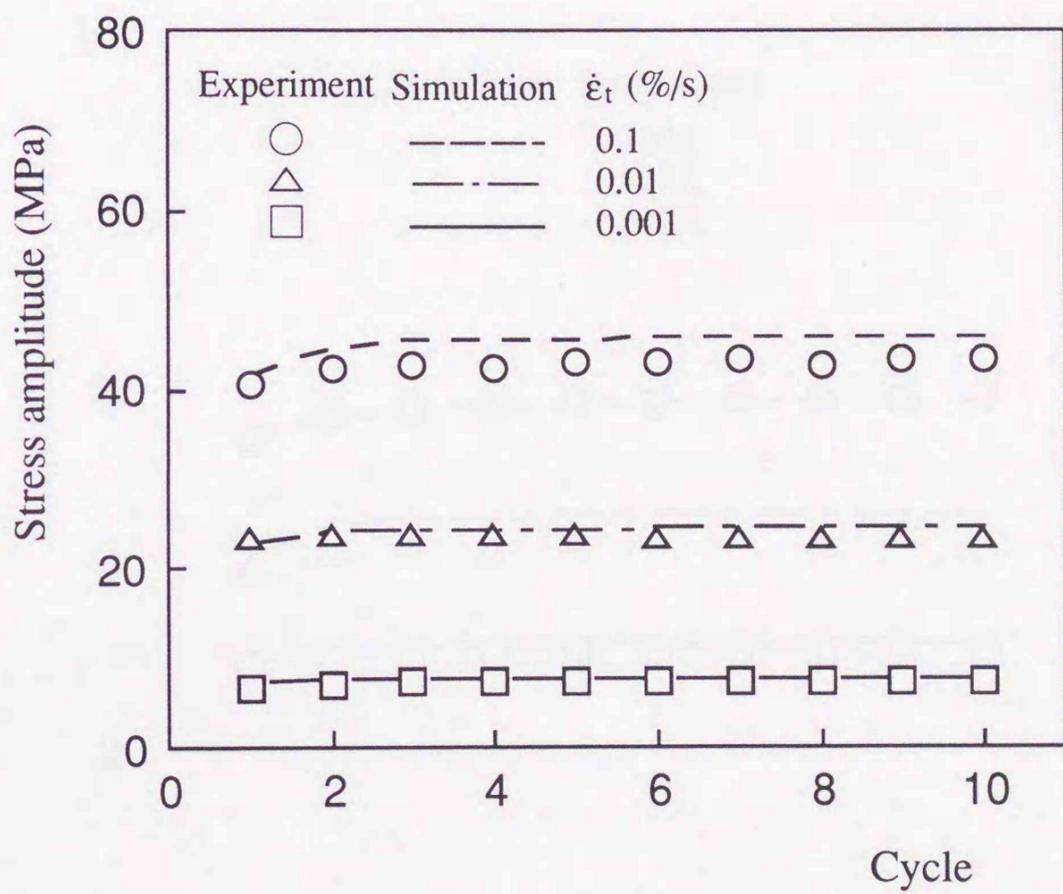


図 4.8 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 におけるひずみ速度依存性
 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, 323K)

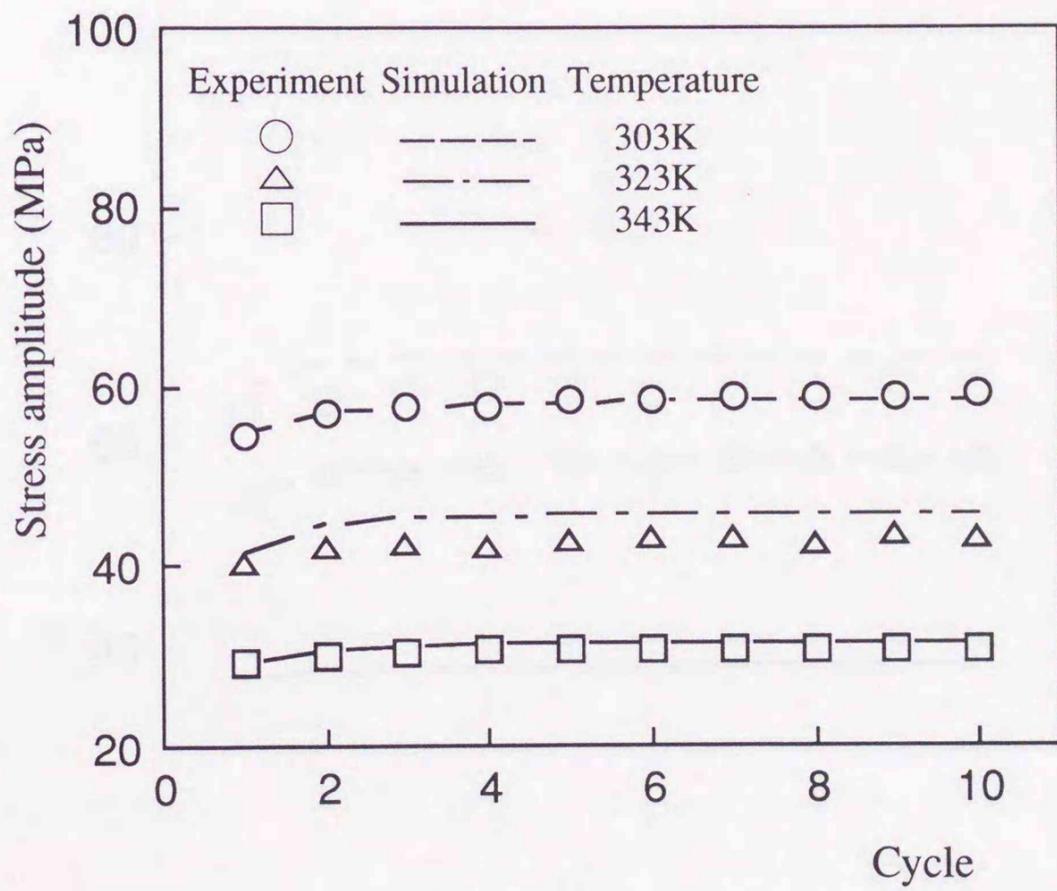


図 4.9 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷における雰囲気温度依存性
 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$)

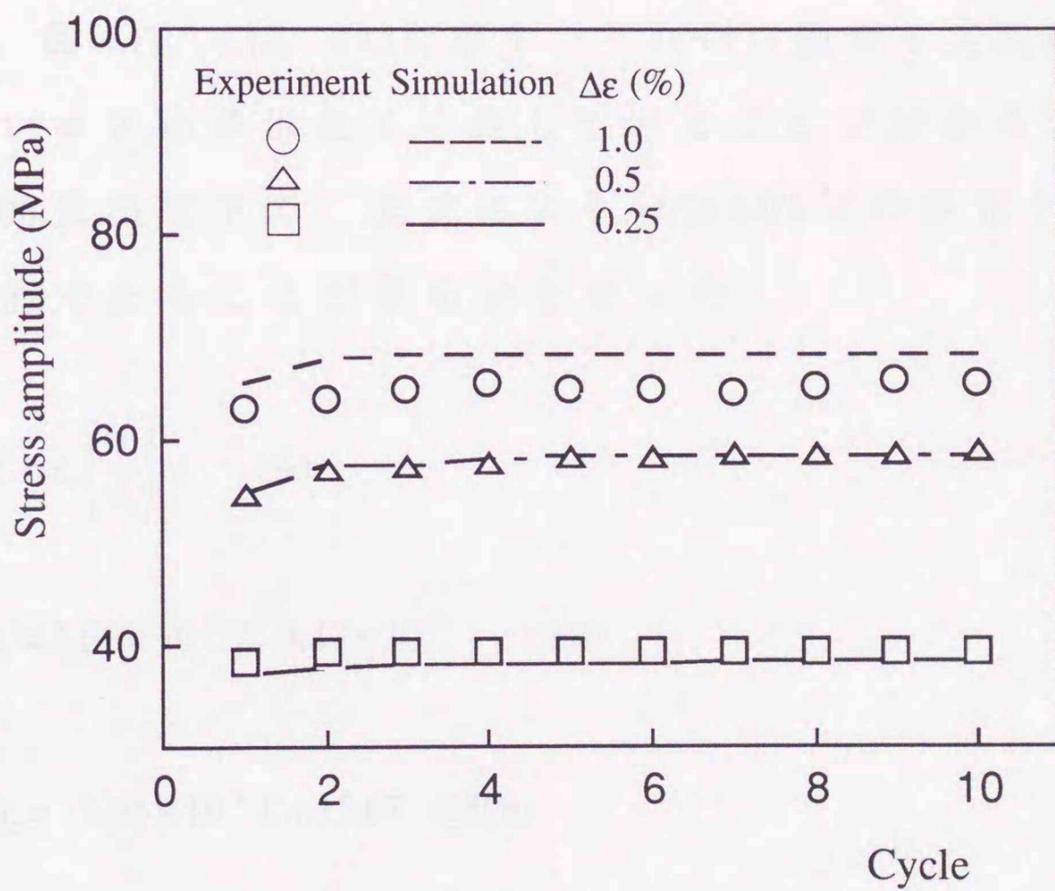


図 4.10 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 におけるひずみ振幅依存性
 ($\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s, 303K$)

4・5 定常クリープのシミュレーション

これまでに述べたように，構築した粘塑性構成式は理論的に定常クリープを表示可能である．そこで，第2章で示した60Sn-40Pb材のクリープ曲線から定常クリープを取り出し，式(3-5)によるシミュレーションを行った．雰囲気温度303K，323K，343Kでの定常クリープの実験結果とシミュレーション結果の比較をそれぞれ，図4.11，4.12，4.13に示す．これらの図から実験結果とシミュレーション結果は良く一致していることが分かる．この結果，各雰囲気温度下で，次式により60Sn-40Pb材の定常クリープを表示可能であることが明らかとなった．

$$\epsilon^v = \dot{\epsilon}_c \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_c} \right)^n t \quad (\%)$$

$$\dot{\epsilon}_c = 1.61 \times 10^{-5} T - 4.47 \times 10^{-3} \quad (\%/s)$$

$$\sigma_c = -3.50 \times 10^{-2} T + 15.67 \quad (\text{MPa})$$

$$n = 3 \quad (5-4)$$

すなわち，式(5-4)を用いれば，任意の雰囲気温度，任意の保持応力での60Sn-40Pb材の定常クリープを粘塑性構成式により表示可能である．

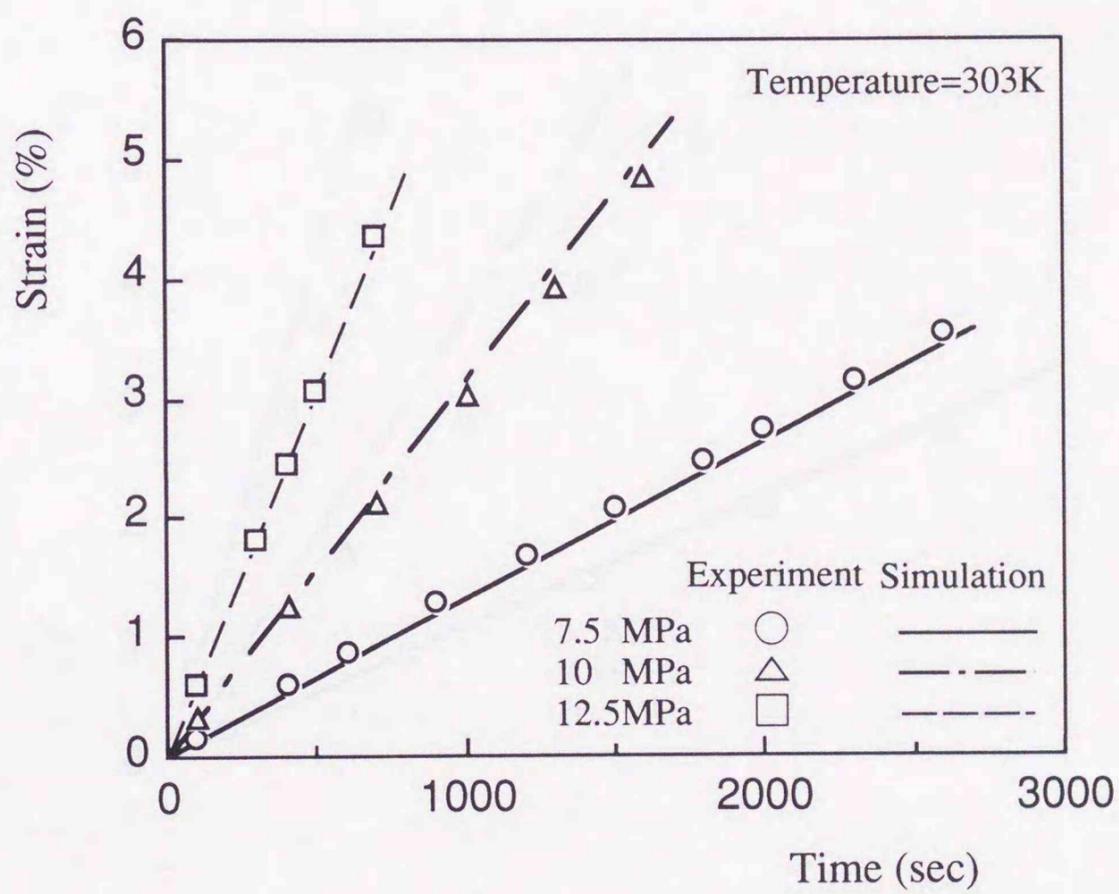


図 4.11 定常クリープの実験とシミュレーションの比較 (303K)

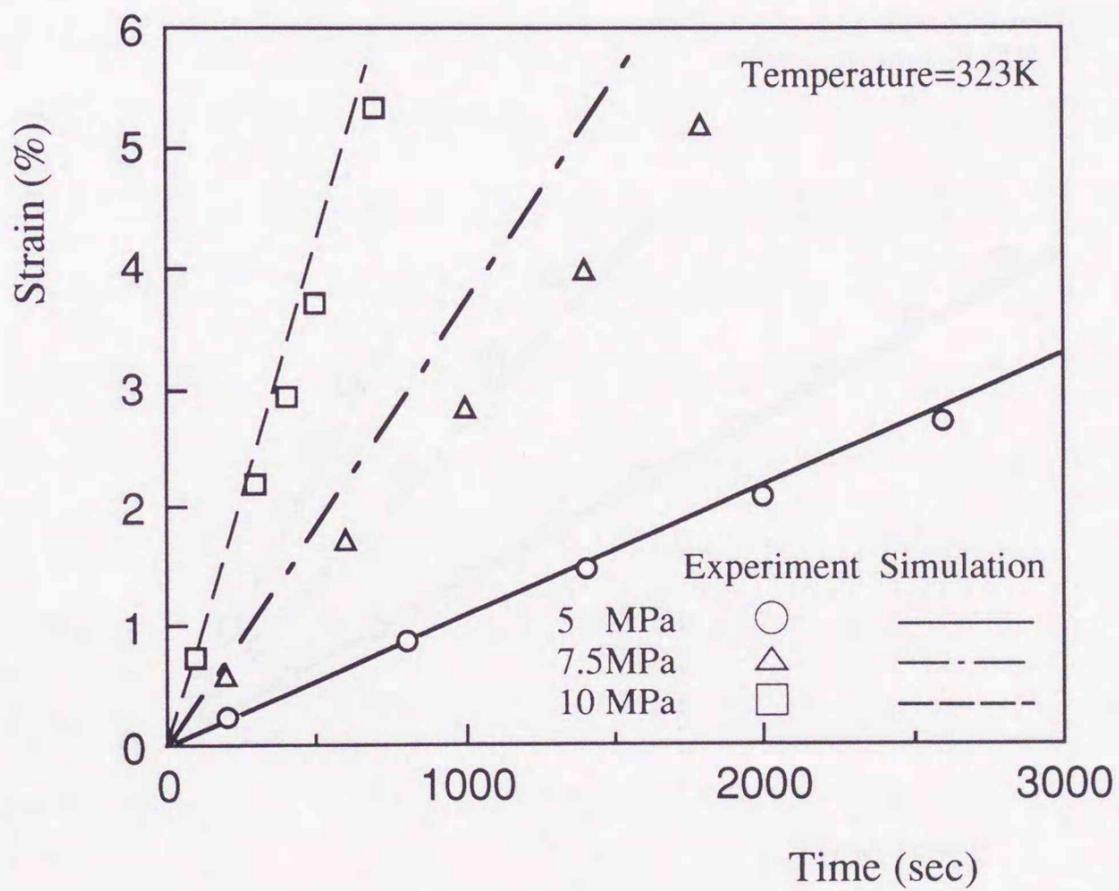


図 4.12 定常クリープの実験とシミュレーションの比較 (323K)

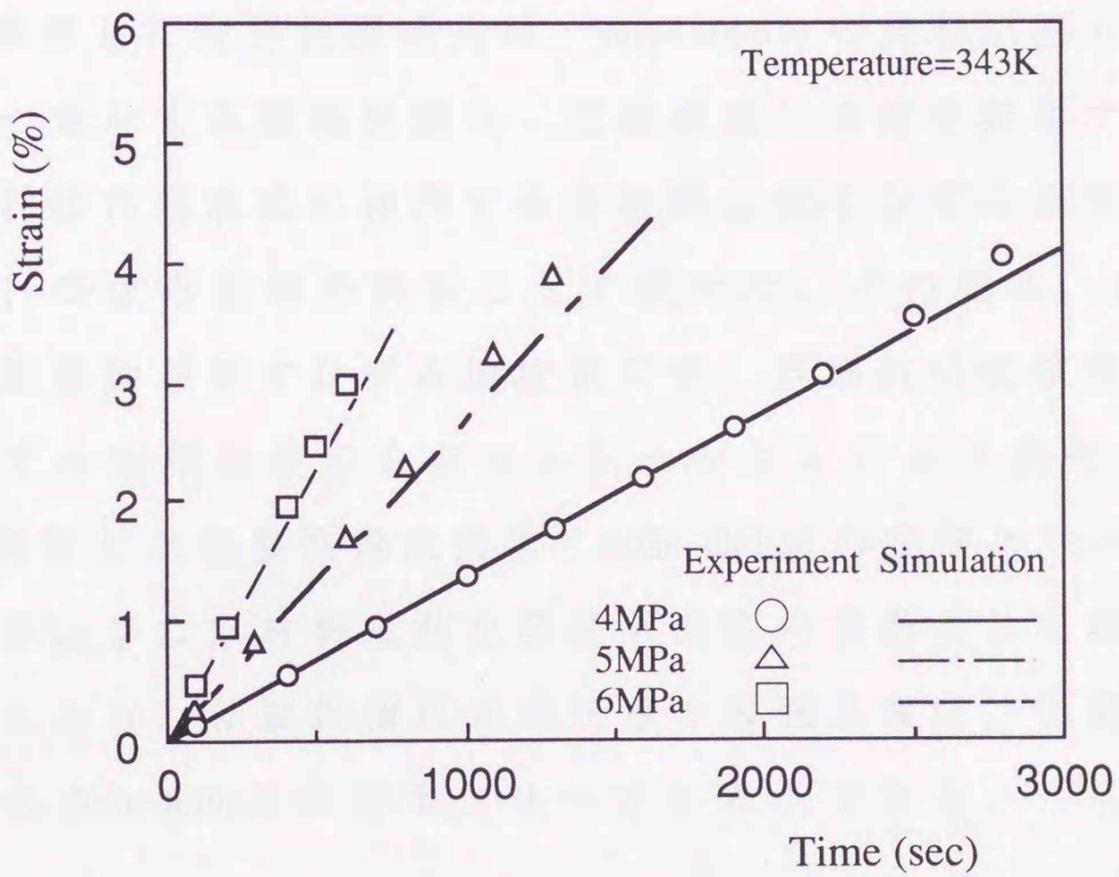


図 4.13 定常クリープの実験とシミュレーションの比較 (343K)

4・6 本章の結論

本章では，第2章で行った60Sn-40Pb材を用いた純粋引張り実験，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験，クリープ実験の各実験結果と第3章で構築した粘塑性構成式による各実験のシミュレーションを比較することにより，粘塑性構成式の適用性の検証を行った．その結果，以下の結論を得た．

(1) 構築した粘塑性構成式は，60Sn-40Pb材の純粋引張り負荷，および一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷を表示できる．また，粘塑性構成式に使用する各材料定数をひずみ速度，雰囲気温度，ひずみ振幅の関数として表せた．その結果，60Sn-40Pb材の変形挙動が示すひずみ速度依存性，雰囲気温度依存性，およびひずみ振幅依存性をシミュレーションにより表せた．

(2) 構築した粘塑性構成式は，60Sn-40Pb材の定常クリープを表示できる．また，材料定数を雰囲気温度の関数として表せた．このことから，粘塑性構成式は任意の雰囲気温度，任意の保持応力での60Sn-40Pb材の定常クリープを表示できる．

第5章

負荷変動を伴う粘塑性変形

5・1 緒言

電子回路装置の接続用はんだ材は、力学的に著しく厳しい使用環境下に置かれていることを前章までに述べた。したがって、その使用環境を考慮すると、電子回路装置の実装基板上で、はんだ材に作用する負荷は、ひずみ速度は一定でなく、なおかつ、温度変化が伴うことが推察できる。さらに、第2章で既述したように、電子回路装置の接続用はんだとして使用される60Sn-40Pb材は、ひずみ速度依存性および温度依存性が鋼などの一般金属材料と比較すると著しい。第2章で提案した疲労寿命評価法を実装状態に拡張し、構造解析などによるより適正な疲労寿命評価を行うためには、負荷中のひずみ速度変化および温度変化に対応できるはんだ材の力学的構成モデルが必要である。

Guoら⁽⁸⁾は、負荷中にひずみ速度変化、または、温度変化がある場合の95.5Sn4Cu0.5Ag材の変形挙動の考察を行い、その変形機構の解明を試みている。

田中ら⁽³¹⁾⁽³²⁾は、温度変動履歴の非弾性挙動への影響を考慮した統一型構成式の構築を試みている。さらに、Freedら⁽²⁷⁾は、温度変化を考慮した粘塑性構成式に関する検討を行い、Ohnoら⁽³³⁾は、時効効果とクリープに関する理論解析について検討してい

る。河井⁽³⁴⁾は、塑性ひずみとクリープの異方性との関連性について理論的検討を行っている。また、Leeら⁽²⁴⁾は、過応力の概念に基づく粘塑性構成式を温度変化を伴う変形解析に応用している。

しかしながら、現在までに、負荷の途中でひずみ速度が変化した場合に見られる特徴的なはんだ材の応力-ひずみ関係を正確に記述できる簡便な構成モデルはほとんどない。

そこで本章では、60Sn-40Pb材の著しいひずみ速度依存性による特徴的な変形挙動を的確に記述できる構成モデルの構築を第3章で構築した粘塑性構成式を拡張することにより行う。

60Sn-40Pb材の変形は、常に弾性変形、塑性変形、クリープ変形（粘性変形）を同時に含むことから、弾性変形は背応力を考慮した Hooke の法則より、塑性変形は Mises の降伏条件と Prager-Ziegler の移動硬化則より、クリープ変形は Norton 則よりそれぞれ求め、全体のひずみをそれらの和で表して構成モデルを構築する。つまり、構成式の枠組みは古典的手法であるが、上述の3種類の変形様式が第3章で示した移動硬化則より定まる背応力を介し、連結されているのが本モデルの特徴である。そして、その適用性を 60Sn-40Pb材を用いた、ひずみ速度の変化を伴う純粋引張り負荷実験および一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験により検討する。また、弾性ひずみ増分および塑性ひずみ増分は雰囲気温度、時間に非依存であり、クリープひずみ増分のみが雰囲気温度、時間に依存すると仮定し、構成モデルによる熱応力-熱ひずみ関係の表示の可能性についても検討する。

5・2 構成モデル

5・2・1 全ひずみ増分および弾性ひずみ増分

本章では、まず、以下の仮定を適用する。

(1)60Sn-40Pb材のような著しいひずみ速度依存性を示す材料の変形には、常に時間非依存成分である弾性変形、塑性変形と時間依存成分であるクリープ変形が同時に含まれている。

(2)弾性ひずみ増分、塑性ひずみ増分、クリープひずみ増分の方法は常に共軸である。

(3)非弾性変形（塑性変形、クリープ変形）により異方性は誘起されない。

以上の3つの仮定より、全ひずみ増分テンソルは、弾性ひずみ増分テンソル、塑性ひずみ増分テンソル、クリープひずみ増分テンソルの和として次式で表せられる。

$$de_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^p + de_{ij}^c \quad (5-1)$$

式(5-1)で、 de_{ij} は全ひずみ増分の偏差成分であり、 de_{ij}^e は弾性ひずみ増分の偏差成分、 de_{ij}^p は塑性ひずみ増分であり、 de_{ij}^c はクリープひずみ増分である。なお、 de_{ij}^e は次式で表せられる。

$$de_{ij}^e = de_{ij}^e - \frac{de_{kk}^e \delta_{ij}}{3}$$

上式で δ_{ij} はクロネッカデルタである。また、 de_{kk}^e は静水圧 $d\sigma_{kk}$ と次式の関係がある。

$$d\epsilon_{kk}^e = \frac{d\sigma_{kk}}{3\kappa} \quad (5-2)$$

ここで、 κ は体積弾性率であり、縦弾性係数 E 、ポアソン比 ν を用いると、 $\kappa = E/3(1-2\nu)$ である。なお、塑性変形およびクリープ変形中は体積が一定であるという非圧縮性の仮定から、塑性とクリープひずみ増分の軸方向成分の和 $d\epsilon_{kk}^p$ および $d\epsilon_{kk}^c$ は共に 0 である。したがって、式 (5-1) に式 (5-2) を考慮すれば全ひずみ増分が算出できる。

等方性材料に対して、塑性変形中において背応力を新たな負荷原点として考慮すると、弾性ひずみ増分を次式の Hooke の法則により算出できる。

$$de_{ij}^e = \frac{ds_{ij} - db_{ij}}{2\mu} \quad (5-3)$$

ここで、 μ は横弾性係数であり、 $\mu = E/2(1+2\nu)$ である。また、 db_{ij} は背応力増分の偏差成分、 ds_{ij} は偏差応力増分であり、 $ds_{ij} = d\sigma_{ij} - d\sigma_{kk}\delta_{ij}/3$ で表せられる。

5・2・2 塑性ひずみ増分

塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^p$ は、第3章で示した下記の繰返し塑性構成モデル⁽⁴⁶⁾から求める。すなわち、非弾性変形により誘起する異方性を考慮しない場合、塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^p$ を以下のように導出できる。

まず、背応力を考慮した von Mises の降伏条件より、相当応力 $\bar{\sigma}$ を次式で定義する。

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{3}{2} (s_{ij} - b_{ij})(s_{ij} - b_{ij}) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5-4)$$

ここで、 b_{ij} は背応力 α_{ij} の偏差成分である。さらに、負荷関数を相当応力を用いて次式で定義する。

$$f = \bar{\sigma} - R \quad (5-5)$$

ここで、 R は流れ応力である。式(5-5)と、降伏曲面と塑性ひずみ増分の垂直性の仮定より、塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^p$ は次式で与えられる。

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}^p}{\bar{\sigma}} (s_{ij} - b_{ij}) \quad (5-6)$$

式(5-6)で、 $d\bar{\epsilon}^p$ は相当塑性ひずみ増分である。

第3章で示したように、相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ と相当応力が次式で表せると仮定する。

$$\bar{\epsilon}^p = \frac{K}{E} \left(\frac{1}{D} \right)^m \bar{\sigma}^{m+1} \quad (5-7)$$

ここで、 K は定数である。また、 D は抗応力、 m は硬化指数であり、それぞれ次式により表せると仮定する。

$$D = D_0 \left\{ 1 - \alpha \exp\left(-\frac{p}{c_1}\right) \right\} \quad (5-8)$$

$$m = m_0 \left\{ 1 - \beta \exp\left(-\frac{p}{c_2}\right) \right\} \quad (5-9)$$

式(5-8)、(5-9)で、 D_0 、 α 、 c_1 、 m_0 、 β 、 c_2 は材料定数である。また、 p は、前負荷まで、すなわち、 n 回目の負荷方向の変化を受けるまでに累積された塑性ひずみ $\int_{n-1} d\bar{\epsilon}^p$ であり、現負荷方向中は一定値である。

式(5-7)の両辺を微分すると、相当塑性ひずみ増分 $d\bar{\epsilon}^p$ は次式で与えられる。

$$d\bar{\epsilon}^p = \frac{K}{E} (m+1) \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m d\bar{\sigma} \quad (5-10)$$

式(5-4)、(5-6)、(5-10)より、最終的に次式の塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^p$ を得る。

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{3B}{2} \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m \frac{1}{\bar{\sigma}^2} (s_{ij} - b_{ij})(s_{kl} - b_{kl})(ds_{kl} - db_{kl}) \quad (5-11)$$

ここで、 $B = 3K(m+1)/2E$ である。

背応力 α_{ij} の偏差成分 b_{ij} は、第3章と同様に、次式の Prager-Ziegler の移動硬化則を用いて定めた。

$$db_{ij} = (s_{ij} - b_{ij}) d\chi \quad (5-12)$$

式(5-12)で $d\chi$ は負荷履歴に依存する定数である。式(5-12)と Prager の適合条件 $df=0$ および塑性仕事増分 $dW^P = (s_{ij} - b_{ij}) d\varepsilon_{ij}^P = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^P$ の関係より、背応力増分 $d\alpha_{ij}$ の偏差成分 db_{ij} は次式で表される。

$$db_{ij} = \frac{3}{2\bar{\sigma}^2} \left\{ (s_{ij} - b_{ij})(s_{kl} - b_{kl}) ds_{kl} \right\} - \frac{dR}{\bar{\sigma}} (s_{ij} - b_{ij}) \quad (5-13)$$

さらに、流れ応力 R が次式で表せると仮定する。

$$R = R_0 \left\{ 1 - \lambda \exp\left(-\frac{p_a}{c_3}\right) \right\} \quad (5-14)$$

ここで、 R_0 , λ , c_3 は材料定数である。また、 p_a は負荷方向の変化にかかわらず現負荷中を含めた累積塑性ひずみ $p_a = \int d\bar{\varepsilon}^P$ である。雰囲気温度が一定の場合、式(5-14)の両辺を微分すると次式を得る。

$$dR = \frac{1}{c_3} (R_0 - R) d\bar{\varepsilon}^P \quad (5-15)$$

従って、式(5-13), (5-15)より、 db_{ij} は最終的に次式となる。

$$db_{ij} = \frac{3}{2\bar{\sigma}^2} \left\{ (s_{ij} - b_{ij})(s_{kl} - b_{kl}) ds_{kl} \right\} - \frac{1}{c_3 \bar{\sigma}} (R_0 - R) (s_{ij} - b_{ij}) d\bar{\varepsilon}^P \quad (5-16)$$

なお、背応力は負荷方向の変化がない場合、その負荷中は一

定値である。すなわち，負荷方向が変化すると，負荷方向が変化した瞬間の背応力の値を新たな原点として適用し，次の負荷を計算する。

5・2・3 クリープひずみ増分

本研究で扱う 60Sn-40Pb材のクリープ曲線では，遷移クリープ領域がほとんど見られず，定常クリープと加速クリープのみでクリープ曲線が構成されていることを第2章で示した．このことは，ある一定応力荷重下で微小時間内に生じる 60Sn-40Pb材のクリープひずみが，定常クリープ則で表示できることを示している．そこで，微小時間内に発生するクリープひずみが，次式の Norton 則⁽³²⁾⁽³³⁾で表示できると仮定する．

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{3A}{2} \bar{\sigma}^{n-1} (s_{ij} - b_{ij}) \quad (5-17)$$

上式で $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ は，クリープひずみ速度， A ， n は材料定数である．式(5-17)より，微小時間 dt 中に生ずるクリープひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^c$ は次式となる．

$$d\epsilon_{ij}^c = \frac{3A}{2} \bar{\sigma}^{n-1} (s_{ij} - b_{ij}) dt \quad (5-18)$$

5・2・4 クリープ変形を考慮した粘塑性構成モデル

式(5-1)に式(5-3), (5-11), (5-18)を代入すると次式を得る.

$$de_{ij} = \frac{ds_{ij} - db_{ij}}{2\mu} + \frac{3B}{2} \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m \frac{1}{\bar{\sigma}^2} (s_{ij} - b_{ij})(s_{kl} - b_{kl})(ds_{kl} - db_{kl}) + \frac{3A}{2} \bar{\sigma}^{n-1} (s_{ij} - b_{ij}) dt \quad (5-19)$$

ところで, ある全ひずみ速度 \dot{e}_{ij} で負荷をする場合, 微小時間 dt 中に生ずる全ひずみ増分 de_{ij} は $\dot{e}_{ij} dt$ で表される. また, 応力増分 ds_{ij} は, 全ひずみ速度に起因する応力速度を \dot{s}_{ij} とすると, $\dot{s}_{ij} dt$ で表されなければならない. したがって, 式(5-19)は次式のひずみ速度と応力速度の関係となる.

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\dot{s}_{ij} - \dot{b}_{ij}}{2\mu} + \frac{3B}{2} \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m \frac{1}{\bar{\sigma}^2} (s_{ij} - b_{ij})(s_{kl} - b_{kl})(\dot{s}_{kl} - \dot{b}_{kl}) + \frac{3A}{2} \bar{\sigma}^{n-1} (s_{ij} - b_{ij}) \quad (5-20)$$

また, 同様に背応力増分は式(5-16), (5-10)より次式となる.

$$\dot{b}_{ij} = \frac{3}{2\bar{\sigma}^2} \left\{ (s_{ij} - b_{ij})(s_{kl} - b_{kl}) \dot{s}_{kl} \right\} - \frac{B}{c_3 \bar{\sigma}^2} (R_0 - R) (s_{ij} - b_{ij}) \left(\frac{\bar{\sigma}}{D} \right)^m (s_{kl} - b_{kl}) (\dot{s}_{kl} - \dot{b}_{kl}) \quad (5-21)$$

すなわち, 式(5-20), (5-21)が, 本構成モデルの基本式である.

5.3 構成モデルによるシミュレーション

5.3.1 単軸負荷への適用

純粹引張り負荷および引張り・圧縮繰返し負荷に前節の構成モデルを適用するために、まず、式(5-2)を考慮して、式(5-20)、(5-21)を単軸状態に書き換えるとそれぞれ次式となる。

$$\dot{\varepsilon}_t = \frac{\dot{\sigma}_t - \dot{\alpha}_t}{E} + \frac{2B}{3} \left(\frac{\sigma_t - \alpha_t}{D} \right)^m (\dot{\sigma}_t - \dot{\alpha}_t) + A |\sigma_t - \alpha_t|^n \operatorname{sgn}(\sigma_t - \alpha_t) \quad (5-22)$$

$$\dot{\alpha}_t = \dot{\sigma}_t - \frac{2B}{3c_3} (R_0 - R) \left(\frac{\sigma_t - \alpha_t}{D} \right)^m (\dot{\sigma}_t - \dot{\alpha}_t) \quad (5-23)$$

式(5-22)、(5-23)で、 ε_t 、 σ_t 、 α_t はそれぞれ単軸ひずみ、単軸応力、単軸の背応力である。また、 $\operatorname{sgn}(x)$ は、変数 x が正の時は +1、負の時は -1 を与える関数である。

背応力を考慮して変形をシミュレーションする場合、負荷の方向が変化した瞬間の背応力が次の負荷方向をシミュレーションするための原点として適用される。すなわち、ある一定の負荷方向をシミュレーションしている間は、その適用原点（背応力）は変化しない。そこで、負荷方向が変化した瞬間の背応力を $\hat{\alpha}_t$ で表し、現負荷中で $\dot{\hat{\alpha}}_t = 0$ を考慮すると、式(5-22)、(5-23)はそれぞれ次式となる。

$$\dot{\varepsilon}_t = \frac{\dot{\sigma}_t}{E} + \frac{2B}{3} \left(\frac{\sigma_t - \hat{\alpha}_t}{D} \right)^m \dot{\sigma}_t + A |\sigma_t - \hat{\alpha}_t|^n \operatorname{sgn}(\sigma_t - \hat{\alpha}_t) \quad (5-24)$$

$$\dot{\alpha}_t = \dot{\sigma}_t - \frac{2B}{3c_3} (R_0 - R) \left(\frac{\sigma_t - \hat{\alpha}_t}{D} \right)^m \dot{\sigma}_t \quad (5-25)$$

ところで、式(5-24)右辺第3項目は定常クリープを表す Norton則である。ここで用いられる定数 A および n を実験から簡単に定めシミュレーションに用いるために、定数 A および n に関して以下のような処理を行った。

図 5.1 は、第 2 章で示した 303K の雰囲気温度下で 3 種類のひずみ速度 0.001, 0.01, 0.1%/s で純粋引張り試験を行った時の結果であり、それぞれの応力-ひずみ関係を実線、一点鎖線、破線で示している。図 5.1 より明らかなように、60Sn-40Pb 材の場合は、一般金属材料と比較すると加工硬化が小さく、なおかつ、一定応力でひずみが進行するひずみ範囲が存在する。例えば、ひずみ速度 0.01%/s での負荷の場合、ひずみが約 1.3% で応力増分が 0 に

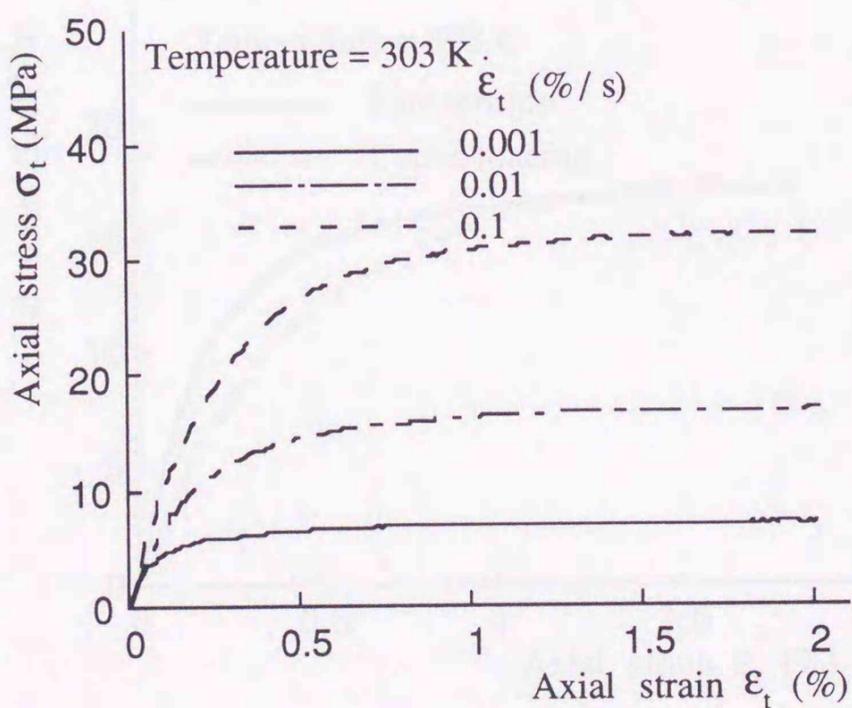


図 5.1 純粋引張り負荷 (303K)

なり，ひずみ 1.3%以降は一定応力 (16.7MPa)でひずみが進行する．
 また，その一定応力の値は，与えるひずみ速度により著しく異なる．そこで，この一定応力と与えたひずみ速度の関係が，Norton
 則と同様な次式の関数で表示できると仮定した．

$$\dot{\epsilon}_0 = A_0 \sigma_{lim}^n \quad (5-26)$$

ここで， σ_{lim} は純粋引張り試験において応力増分が0になる一定
 応力値であり， A_0 , n は定数である．さらに，繰返し負荷時の一
 定応力 σ_{lim} は以下のように仮定する．図 5.2に，一例として，雰
 囲気温度 303K，ひずみ速度 0.01%/sでの純粋引張り実験の応力－ひず
 み関係と，純粋引張り実験と同一のひずみ速度での引張り・圧
 縮繰返し負荷実験での硬化安定時の引張り側の応力－ひずみ関
 係との比較を示す．

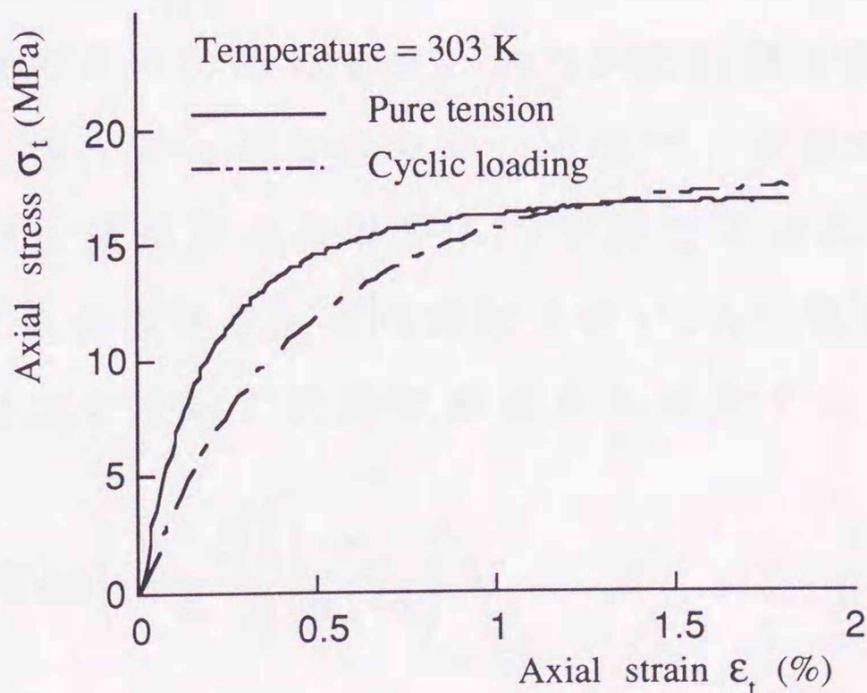


図 5.2 純粋引張り負荷と引張り・圧縮繰返し負荷の比較
 ($\dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s, 303K$)

図 5.2では比較のために，繰返し負荷実験での応力－ひずみ関係のひずみの値を原点にシフトして表示している．図 5.2から明らかなように，純粹引張り実験で見られる一定応力値が，繰返し負荷安定時の応力－ひずみ関係でも存在し，それらの値はほぼ等しい．このことから，引張り・圧縮繰返し負荷の場合も背応力を考慮すれば，式(5-26)と同様に一定応力値とひずみ速度の関係を次式のように表せられると仮定できる．

$$\dot{\epsilon}_0 = A_1 (\sigma_{\text{lim}} - \hat{\alpha}_t)^{n'} \quad (5-27)$$

上式で A_1 , n' は定数である．ここで，簡単化のために $n' = n'' = n$ とすると，式(5-26), (5-27)より定数 A_1 は次式で与えられる．

$$A_1 = \left(\frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_{\text{lim}} - \hat{\alpha}_t} \right)^n A_0 \quad (5-28)$$

また，式(5-28)の A_1 は，応力－ひずみ関係が一定応力 σ_{lim} に収束した時の値であり，そのまま，式(5-24)右辺第3項目の定数 A と同値として扱うことができない．そこで，式(5-24)右辺第3項目の定数 A が，適用原点のひずみ（背応力に対応するひずみ） ϵ_t^b からのひずみの大きさ $|\epsilon_t - \epsilon_t^b|$ の増加に伴い， A_1 に収束するとし，さらに，式(5-28)を用いて次式で表せると仮定する．

$$A = \left\{ 1 + C \exp \left(- \frac{|\epsilon_t - \epsilon_t^b|}{c_4} \right) \right\} \left(\frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_{\text{lim}} - \hat{\alpha}_t} \right)^n A_0 \quad (5-29)$$

上式で C , c_4 は定数である．

5・3・2 純粋引張り負荷および一定ひずみ振幅 引張り・圧縮繰返し負荷

図 5.3 に、純粋引張り時の応力-ひずみ関係のシミュレーション結果を示す。図 5.3 で実線、一点鎖線、破線はそれぞれひずみ速度 0.001, 0.01, 0.1%/s でのシミュレーション結果を示し、○, △, □印は図 5.1 の実験結果を示している。シミュレーション結果は実験結果をよく表していることが図 5.3 より分かる。

図 5.4, 5.5 に、雰囲気温度 303K, ひずみ振幅 0.5%, ひずみ速度 0.1%/s で繰返し負荷の実験結果と構成モデルでのシミュレーション結果をそれぞれ一例として示す。図 5.5 と図 5.4 を比較するとシミュレーションは実験結果を良く表していることが分かる。

図 5.3 および図 5.5 のシミュレーションにおいて、構成モデルの材料定数を以下のように定めた。まず、3 種類のひずみ速度での純粋引張り実験から σ_{lim} を求め、その値と式 (5-26) より A_0 および n を算出した。また、材料定数 $D_0, \alpha, c_1, m_0, \beta, c_2, R_0, \lambda, c_3, A_0, n, C, c_4$ は、雰囲気温度 303K での他の 2 種類のひずみ速度 0.001%/s および 0.01%/s を含めた全ての繰返し負荷と純粋引張り実験に基づいて、最適な値を試行錯誤的に求めた。その結果、それらの材料定数はひずみ速度を問わず一定値として次式で与えられる。

$$D_0=33\text{MPa}, m_0=2.60, R_0=15.0\text{MPa},$$

$$\alpha=0.380, \beta=0.100, \lambda=0.0005,$$

$$c_1=c_2=c_3=0.0005, A_0=1.11 \times 10^{-6}, n=3.23,$$

$$C=18.0, c_4=0.150 \quad (5-30)$$

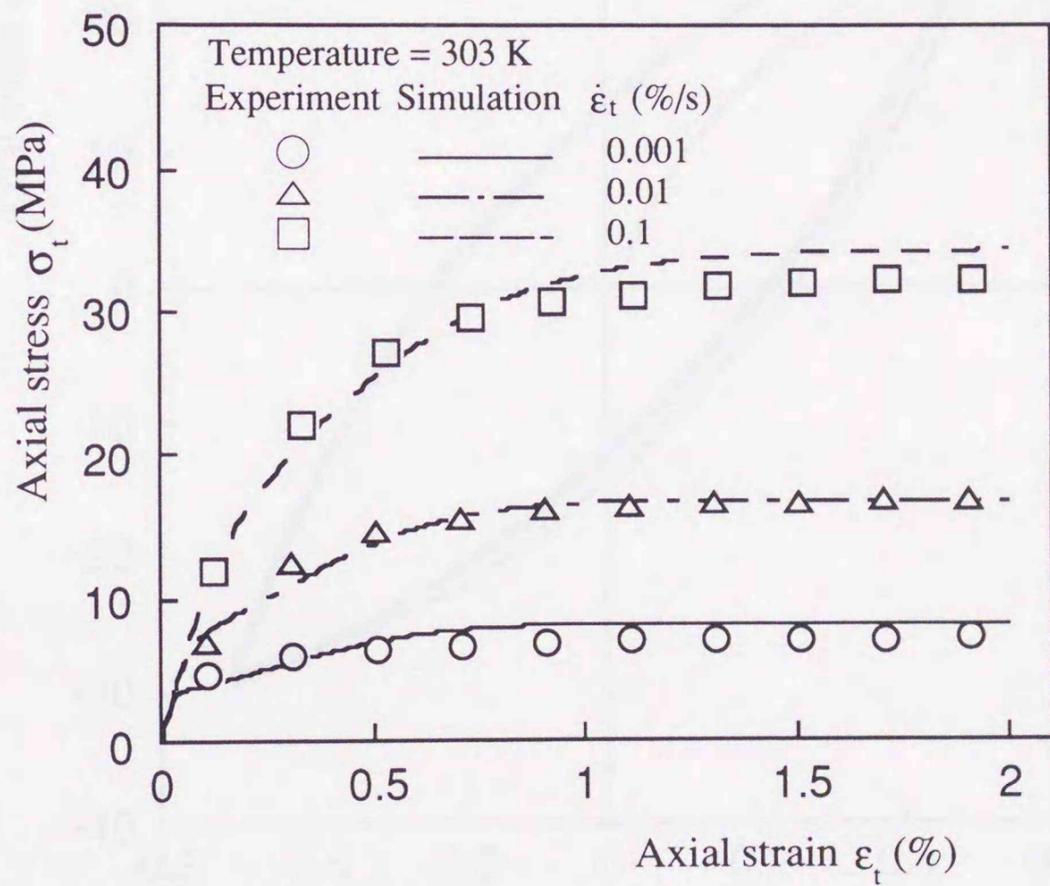


図 5.3 純粹引張り負荷 (303K)

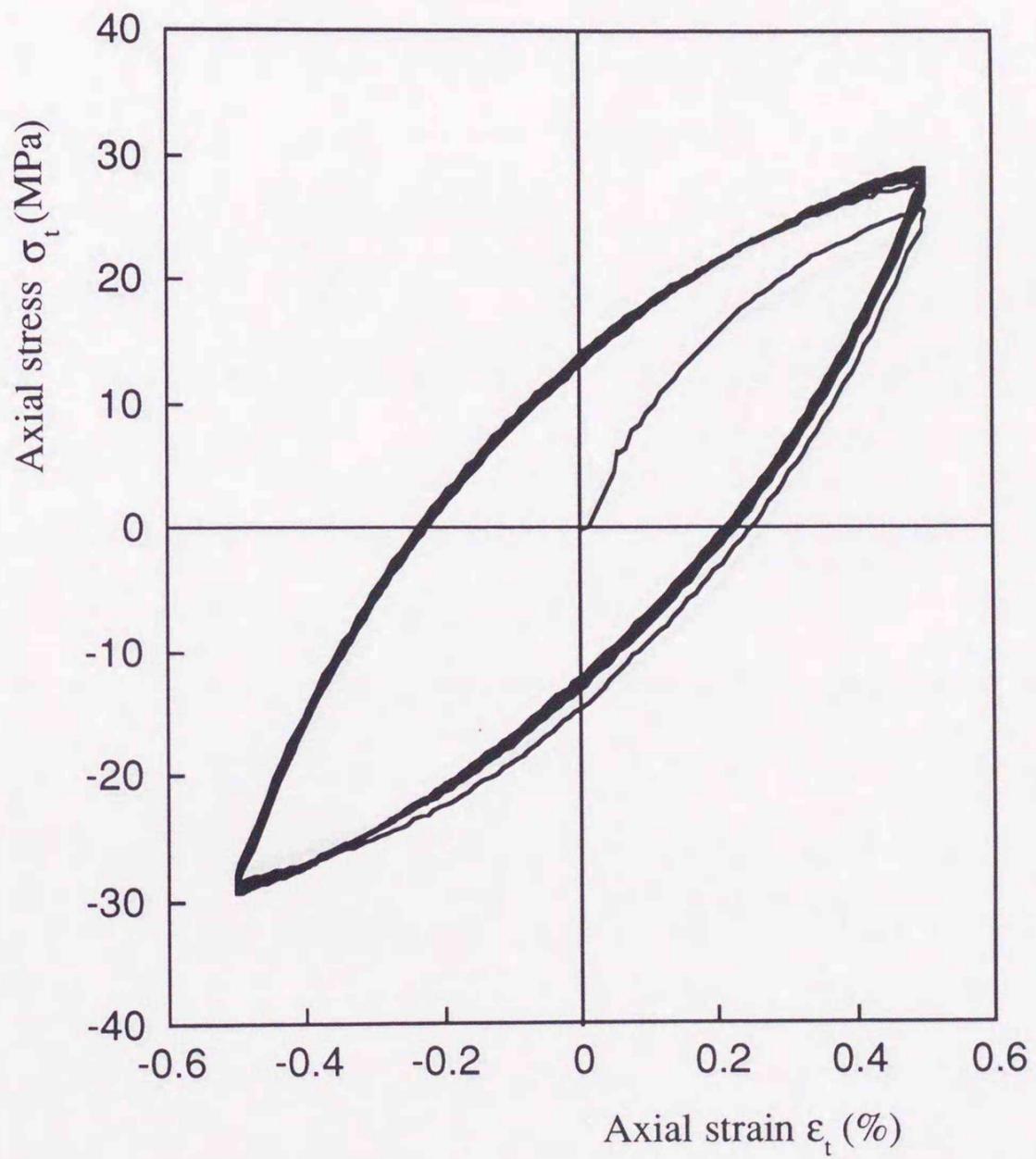


図 5.4 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 ($\Delta\varepsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\varepsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K, 実験)

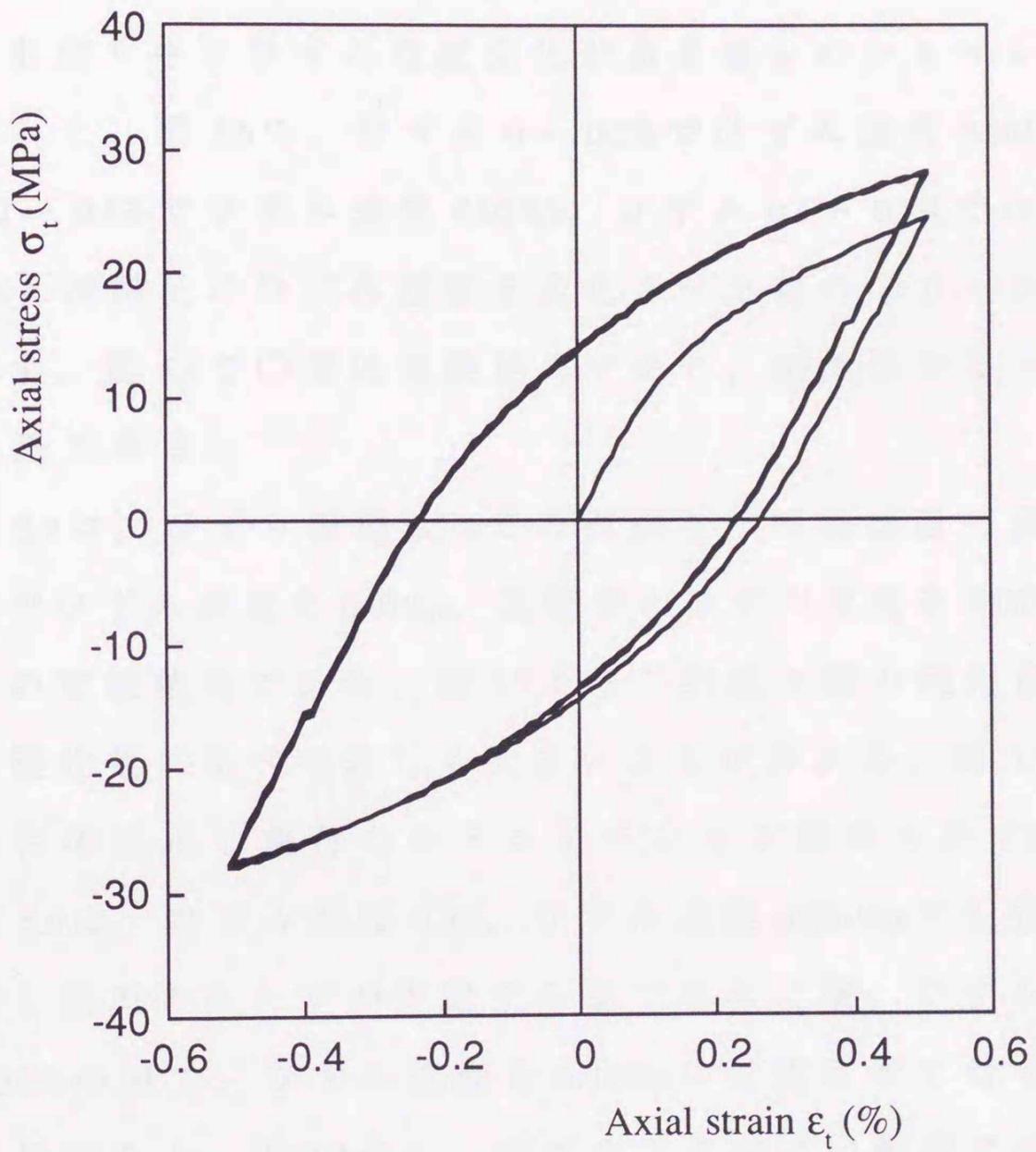


図 5.5 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K, シミュレーション)

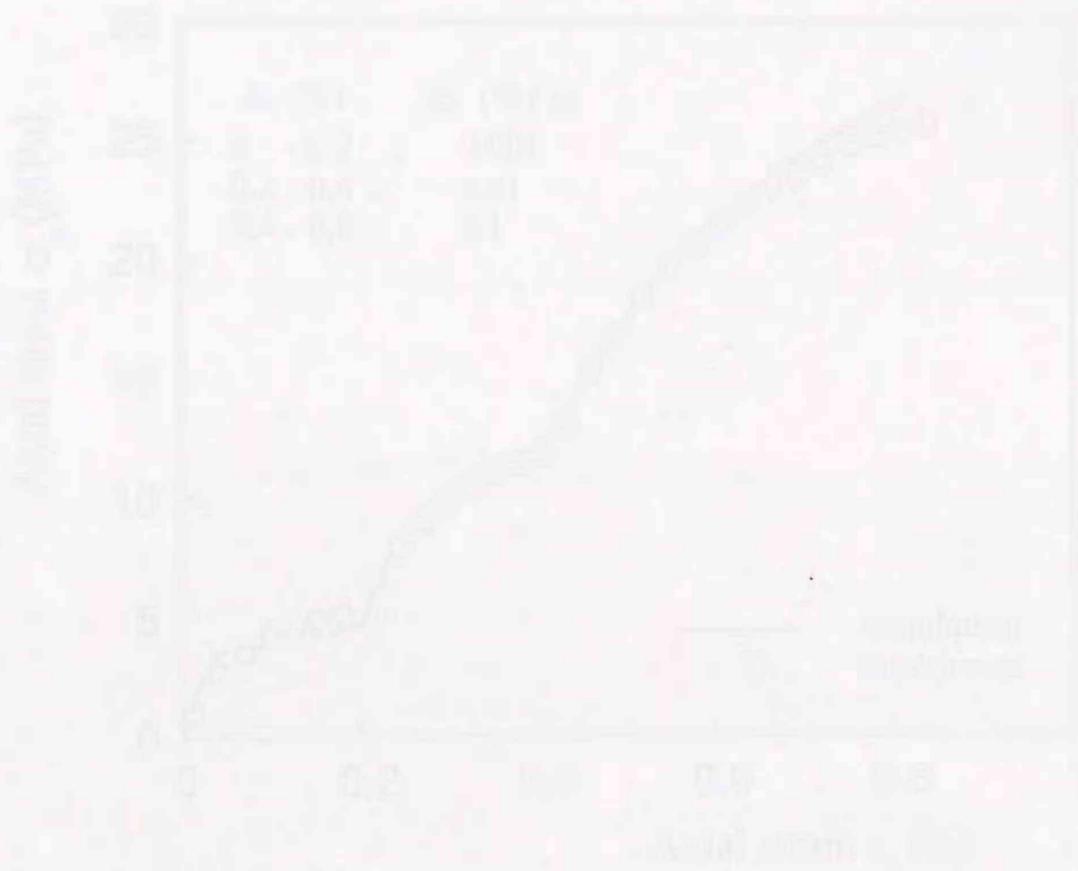
5.3.3 ひずみ速度変化を伴う負荷

前節で定めた材料定数，式(5-30)を用いて，雰囲気温度 303Kでひずみ速度変化を伴う負荷のシミュレーションを行った。まず，純粹引張り中にひずみ速度変化がある場合のシミュレーションを試みた。図 5.6に，ひずみ 0～0.2%でひずみ速度 0.001%/s，ひずみ 0.2～0.4%でひずみ速度 0.01%/s，ひずみ 0.4～0.8%でひずみ速度 0.1%/sと段階的にひずみ速度を変化させた時の応力-ひずみ関係を示す。図 5.6で○印は実験結果であり，実線はシミュレーション結果である。

図 5.7は，ひずみ振幅 0.5%での引張り・圧縮繰返し負荷を引張り側のひずみ速度を 0.01%/s，圧縮側のひずみ速度を 0.001%/sで行った時の実験結果である。図 5.7より，引張り側の硬化量が，圧縮側の硬化量に比べて著しく大きいことが分かる。図 5.7と同一負荷条件の繰返し負荷のシミュレーション結果を図 5.8に示す。

図 5.9は，ひずみ振幅 0.5%，ひずみ速度 0.001%/sで引張り・圧縮繰返し負荷をループが安定するまで与えた後，ひずみが -0.2%から +0.2%の間で，ひずみ速度を 0.01%/sに変化させて行った時の実験結果である。図 5.9から，ひずみ速度が速い範囲では硬化量が著しく大きくなることが分かる。また特に，速いひずみ速度から遅いひずみ速度に変化した場合，応力が徐々に減少し再び遅いひずみ速度での応力-ひずみ曲線に一致する。図 5.9と同一負荷条件での繰返し負荷のシミュレーション結果を図 5.10に示す。図 5.6～図 5.10より，いずれの負荷に対してもシミュレーションと実験結果は良く一致していることが分かる。特に，図 5.9で見られるひずみ速度の急変にともなう応力変動の特徴的な現象を

的確に表している。



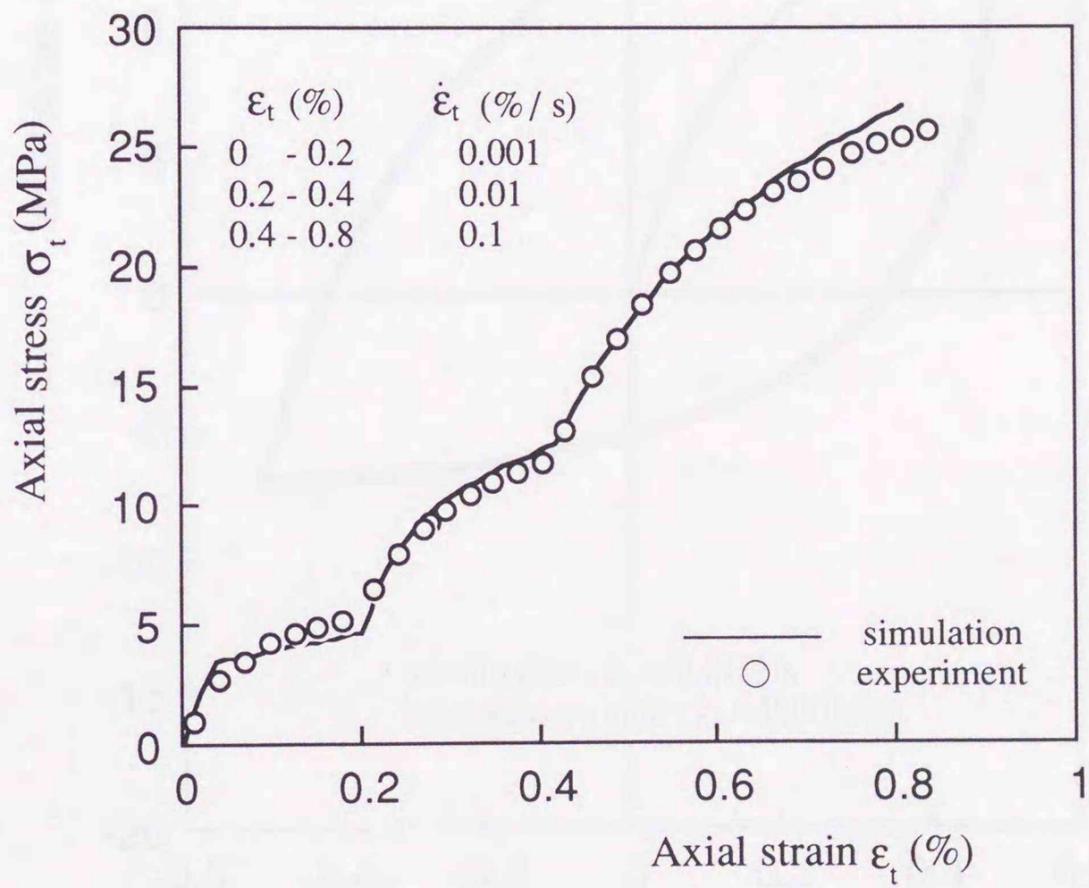


図 5.6 ひずみ速度変化を伴う純粋引張り負荷
(実験とシミュレーションの比較)

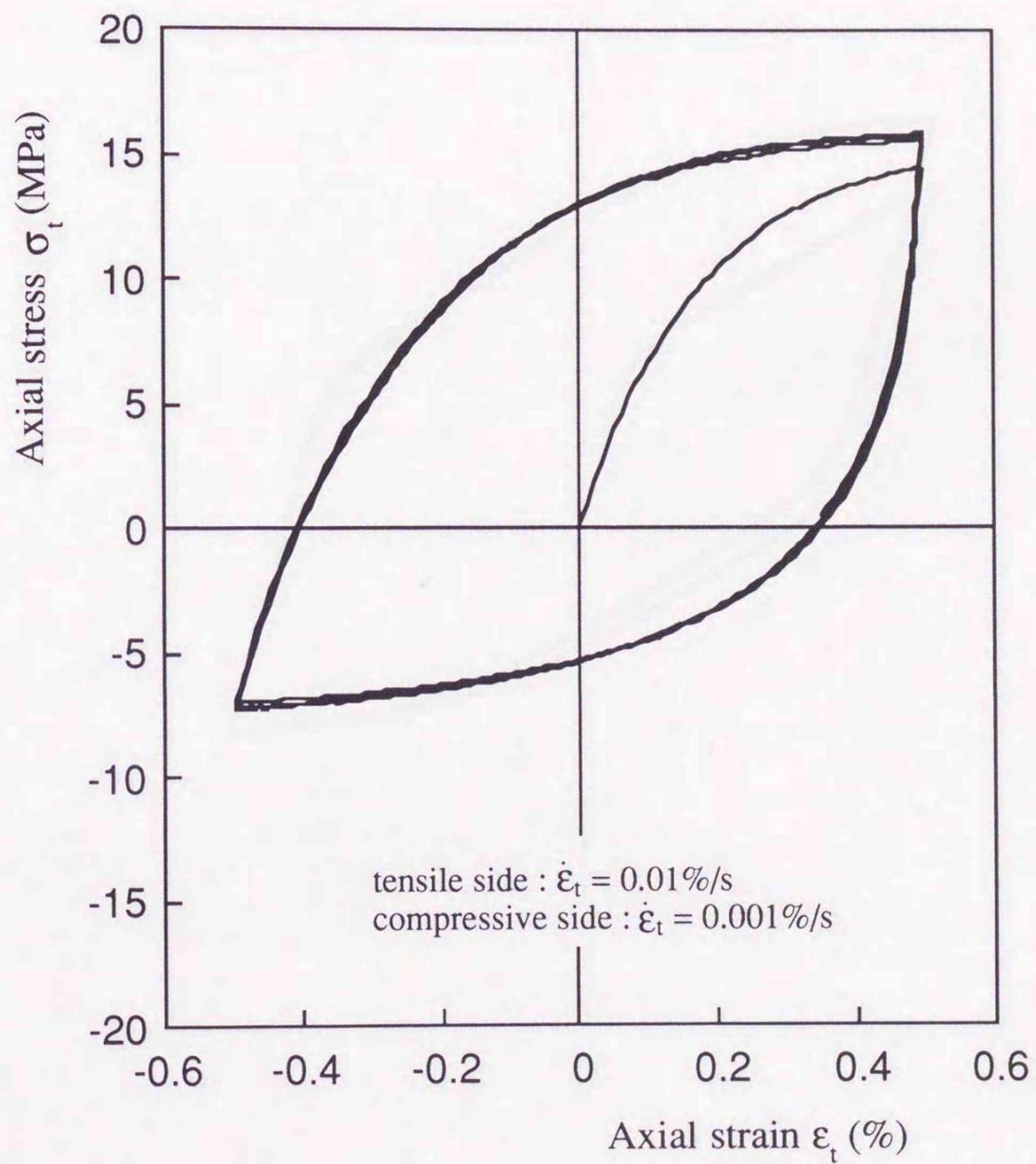


図 5.7 ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅
 引張り・圧縮繰返し負荷
 (引張り側 : $\dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s$, 圧縮側 : $\dot{\epsilon}_t = 0.001\%/s$, 実験)

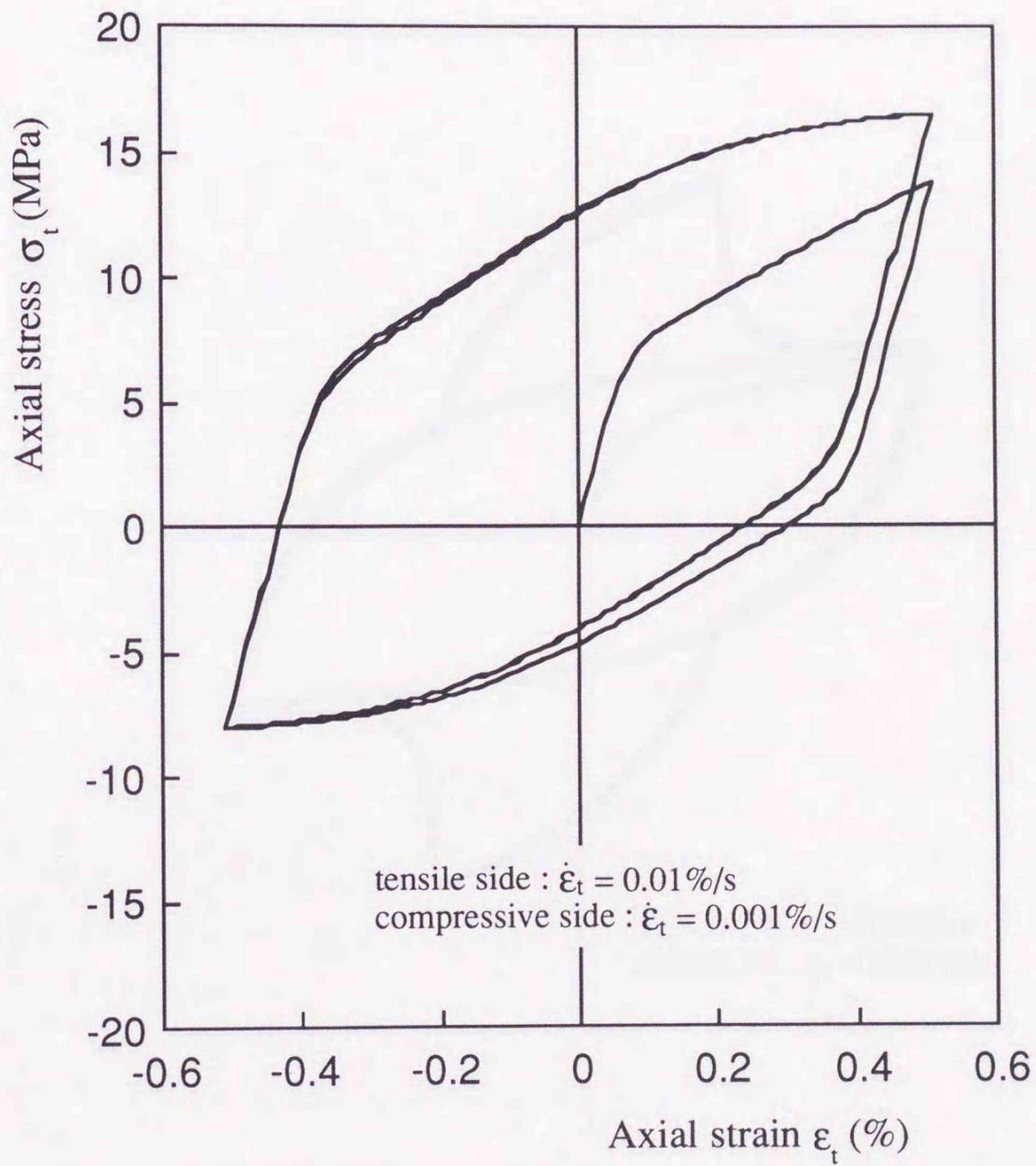


図 5.8 ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅
引張り・圧縮繰返し負荷

(引張り側 : $\dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s$, 圧縮側 : $\dot{\epsilon}_t = 0.001\%/s$, シミュレーション)

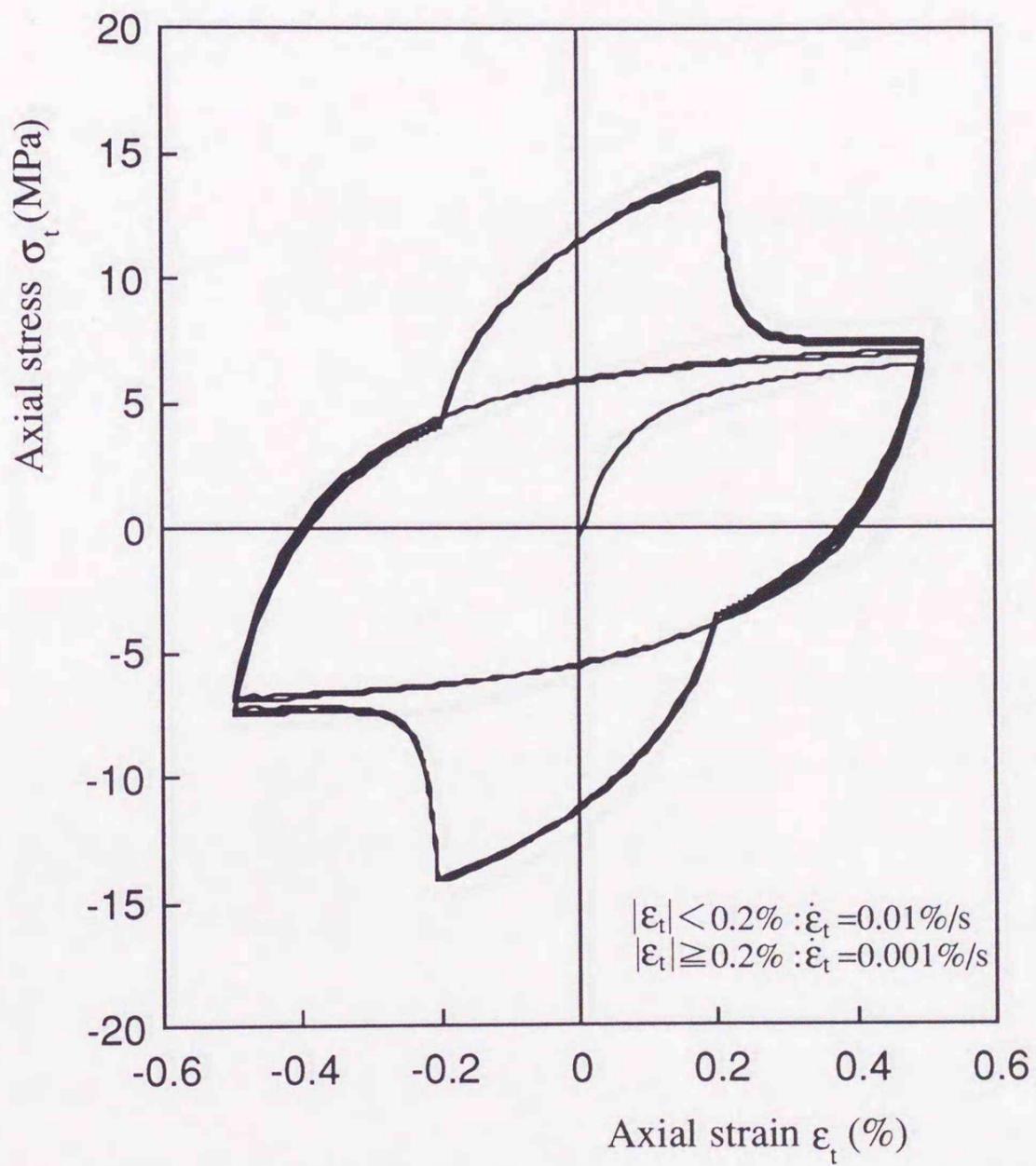


図 5.9 ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅
引張り・圧縮繰返し負荷

($|\epsilon_t| < 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s, |\epsilon_t| \geq 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.001\%/s, \text{実験}$)

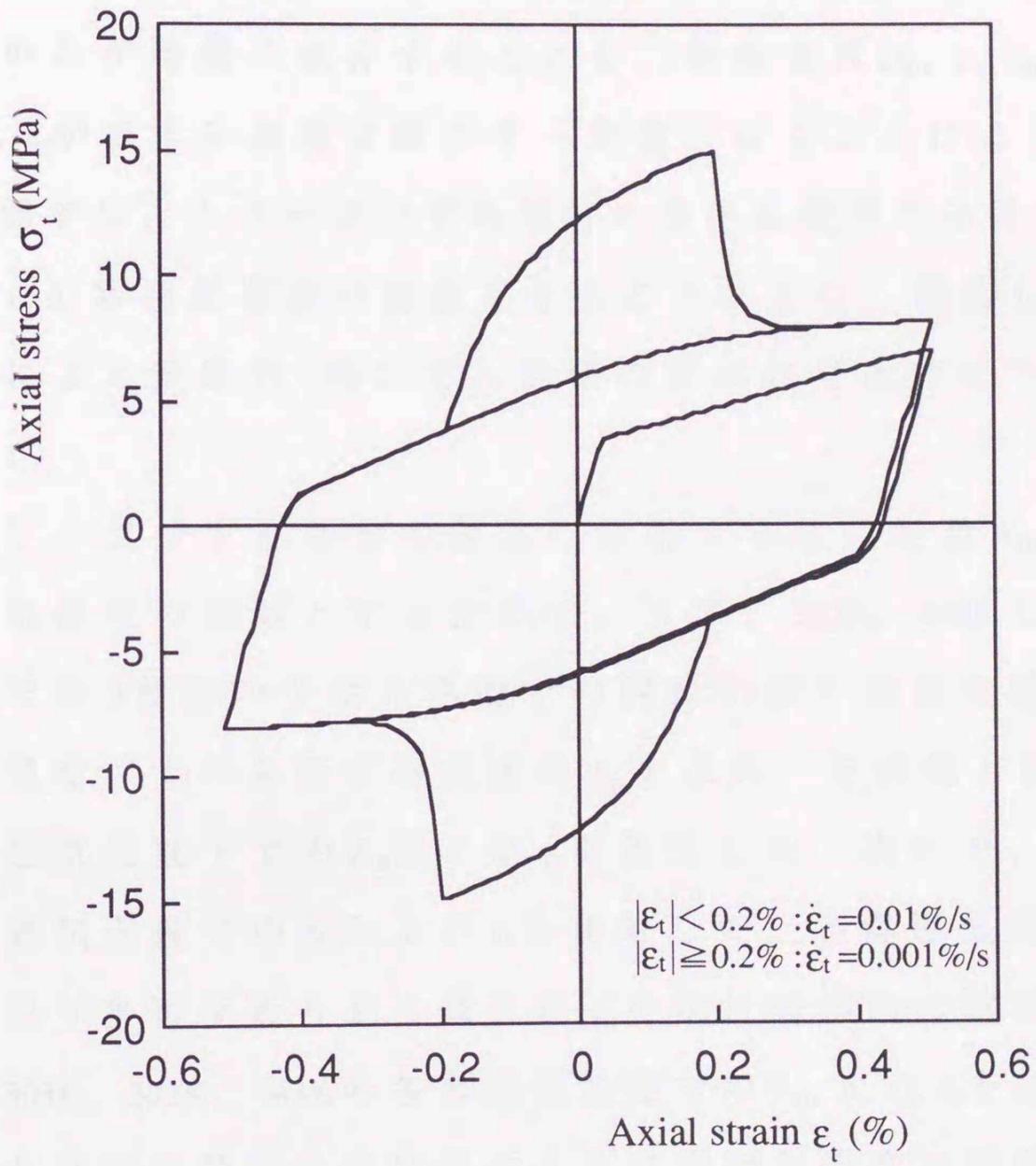


図 5.10 ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅
引張り・圧縮繰返し負荷

($|\epsilon_t| < 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s, |\epsilon_t| \geq 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.001\%/s, \text{シミュレーション}$)

5・3・4 熱応力 - 熱ひずみ関係への適用の可能性

前節までに、構築した構成モデルは、弾性ひずみ増分、塑性ひずみ増分が、時間(ひずみ速度)に非依存で、クリープひずみ増分のみが時間に依存することを、材料定数 $D_0, \alpha, c_1, m_0, \beta, c_2, R_0, \lambda, c_3$ がひずみ速度を問わず一定値となることにより示した。

本節では、クリープひずみ増分の算出に使用する材料定数 A_0, n, C, c_4 を雰囲気温度の関数とすることにより、構築した構成モデルによる熱応力 - 熱ひずみ関係の表示の可能性について検討する。

クリープひずみ増分の算出に使用する材料定数 A_0, n, C, c_4 を雰囲気温度の関数とするために、まず、323K, 343Kの雰囲気温度下での3種類のひずみ速度での純粋引張り負荷実験から各雰囲気温度下での各ひずみ速度の σ_{lim} を求め、その値と式(5-26)より各雰囲気温度下での A_0 および n を算出した。次いで、算出した各雰囲気温度での A_0 および n を使用して、各雰囲気温度での純粋引張り負荷を最も良く表す C, c_4 を試行錯誤的に求めた。そして、303K, 323K, 343Kの各雰囲気温度での A_0, n, C, c_4 を比較した結果、各材料定数は次式に示すように雰囲気温度の関数として表せることが明らかとなった。

$$\begin{aligned} A_0 &= \exp(7.81 \times 10^{-2} T - 37.3), & n &= -7.88 \times 10^{-3} T + 5.61 \\ C &= -5.00 \times 10^{-2} T + 33.2, & c_4 &= -7.50 \times 10^{-4} T + 0.377 \end{aligned} \quad (5-31)$$

ここで、式(5-31)の妥当性の検証のため、雰囲気温度 343K, ひずみ速度 0.1%/s, ひずみ振幅 0.5%での一定ひずみ振幅引張り・圧

縮繰返し負荷のシミュレーションを行った。図 5.11 に実験結果，図 5.12 にシミュレーション結果を示す。これらの図からシミュレーション結果と実験結果は良く一致していることが分かる。

ところで，式 (5-31) は，構築した構成モデルのクリープひずみ増分が雰囲気温度に依存することを示している。したがって，本章で構築した構成モデルと式 (5-31) を使用すれば，60Sn-40Pb 材の熱応力-熱ひずみ関係を表示できる可能性がある。Pao ら⁹⁾は，本研究で取り扱った 60Sn-40Pb 材と同様に著しい雰囲気温度依存性，ひずみ速度依存性を示す 90Pb-10Sn はんだ材により Al_2O_3 と Al を接続し，熱サイクルによる負荷実験を行い，90Pb-10Sn はんだ材のせん断熱応力-せん断熱ひずみ関係を得ている。このせん断熱応力-せん断熱ひずみ関係の 1 サイクル目，313K から 413K への温度速度 10K/min での加熱過程を図 5.13 に示す。図 5.13 で加熱に伴い，応力，ひずみは共に負の方向へ向かうが，応力はひずみ約 $-8000\mu\text{m}/\text{m}$ 付近で極値をとり，正の方向へ向かう応力の反転がおこる。

そこで，本研究で取り扱った 60Sn-40Pb 材を線膨張係数 $\alpha=0$ の材料で拘束し，Pao らと同一条件により加熱した場合の熱応力-熱ひずみ関係の本章で構築した構成モデルによるシミュレーションを図 5.14 に示す。シミュレーションは，60Sn-40Pb 材の線膨張係数 $\alpha=28\mu\text{m}/\text{m}/\text{K}$ とし，熱ひずみ ϵ_{th} が $\epsilon_{\text{th}}=-\alpha\Delta T$ で与えられるとして行った。図 5.14 のシミュレーションにおいても Pao らの実験結果と同様に応力の反転が確認できる。したがって，本章で構築した構成モデルは，熱応力-熱ひずみ関係を表示できる。

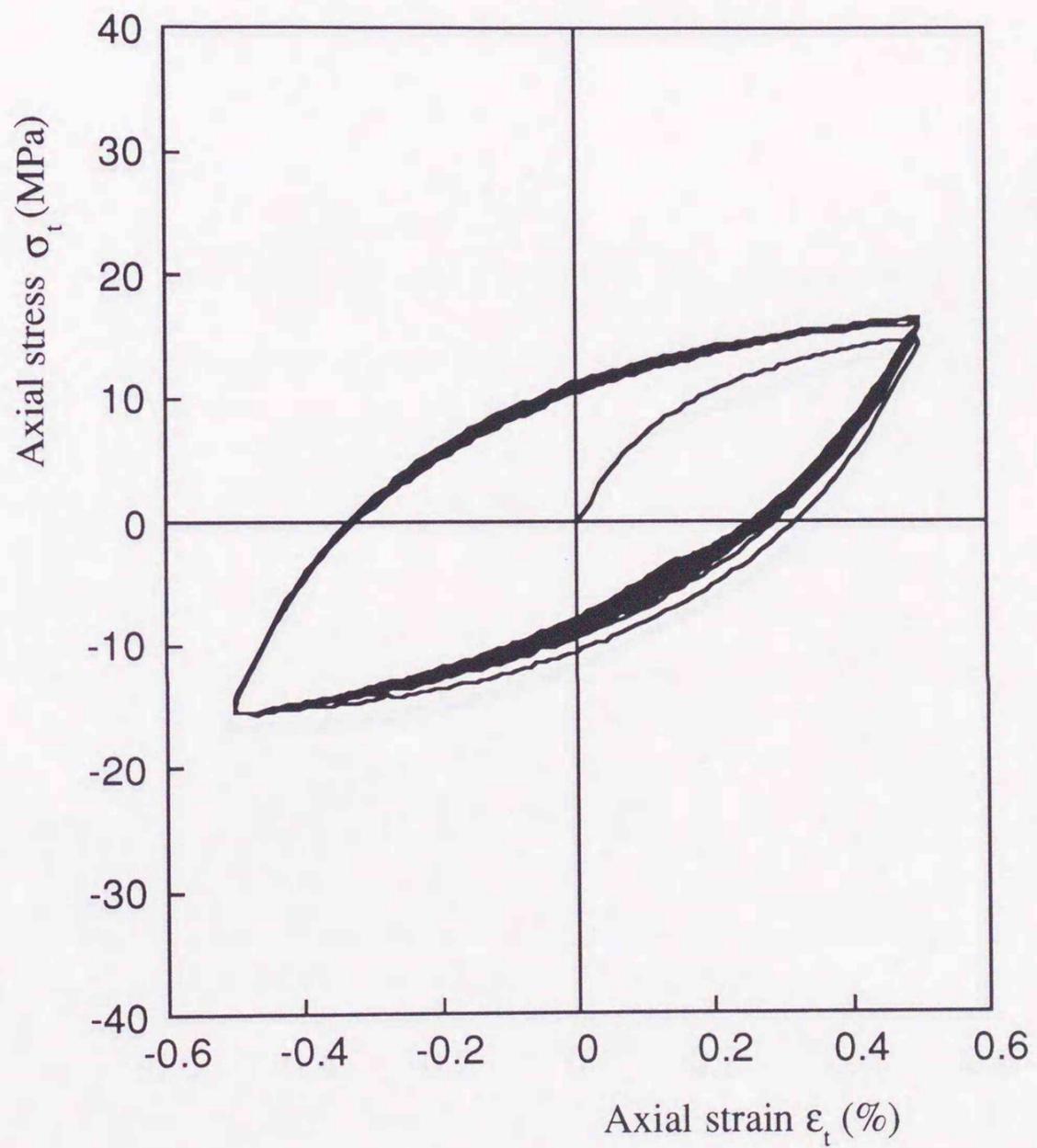


図 5.11 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 ($\Delta\varepsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\varepsilon}_t = 0.1\%/s$, 343K, 実験)

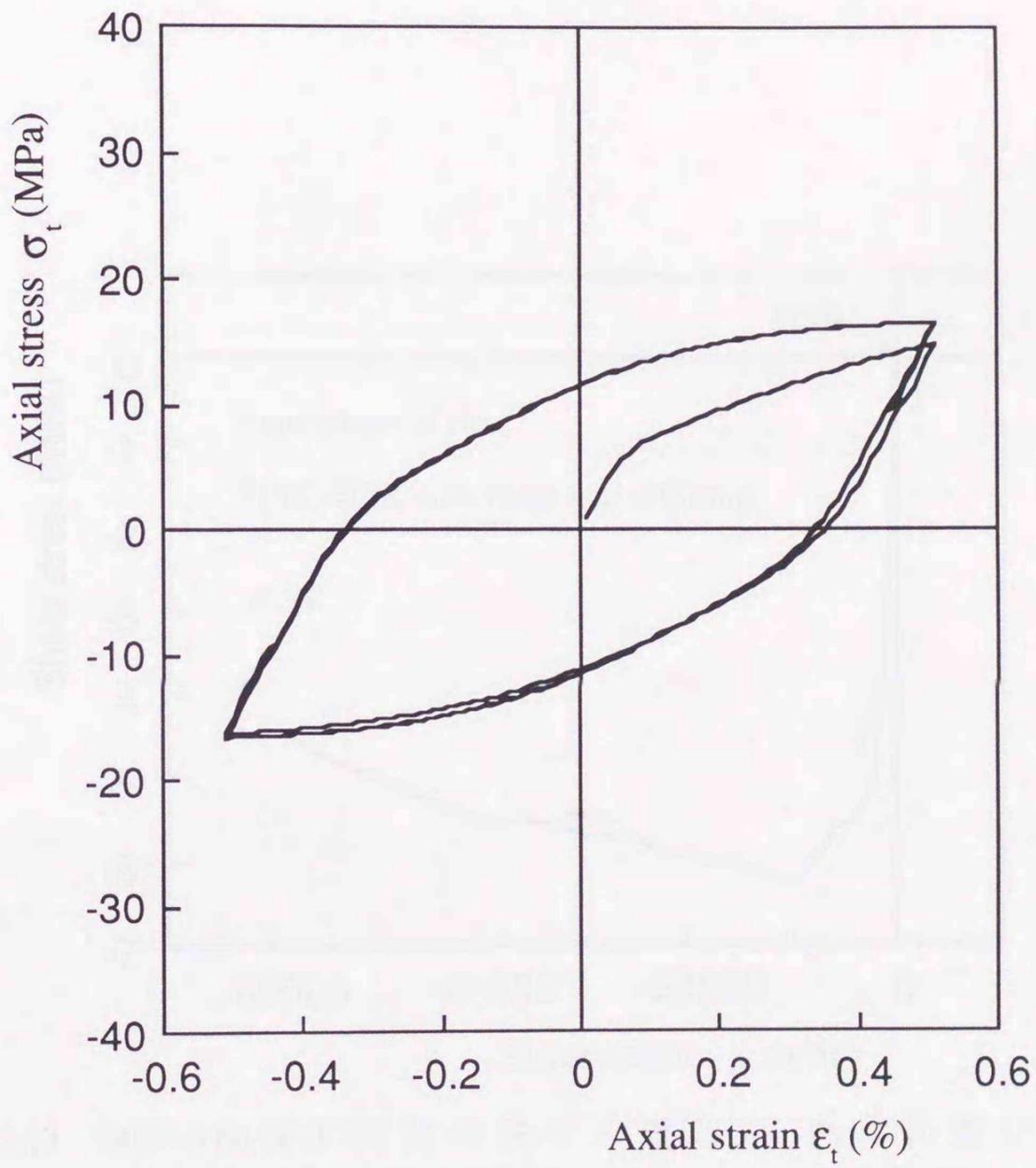


図 5.12 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷
 ($\Delta\varepsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\varepsilon}_t = 0.1\%/s$, 343K, シミュレーション)

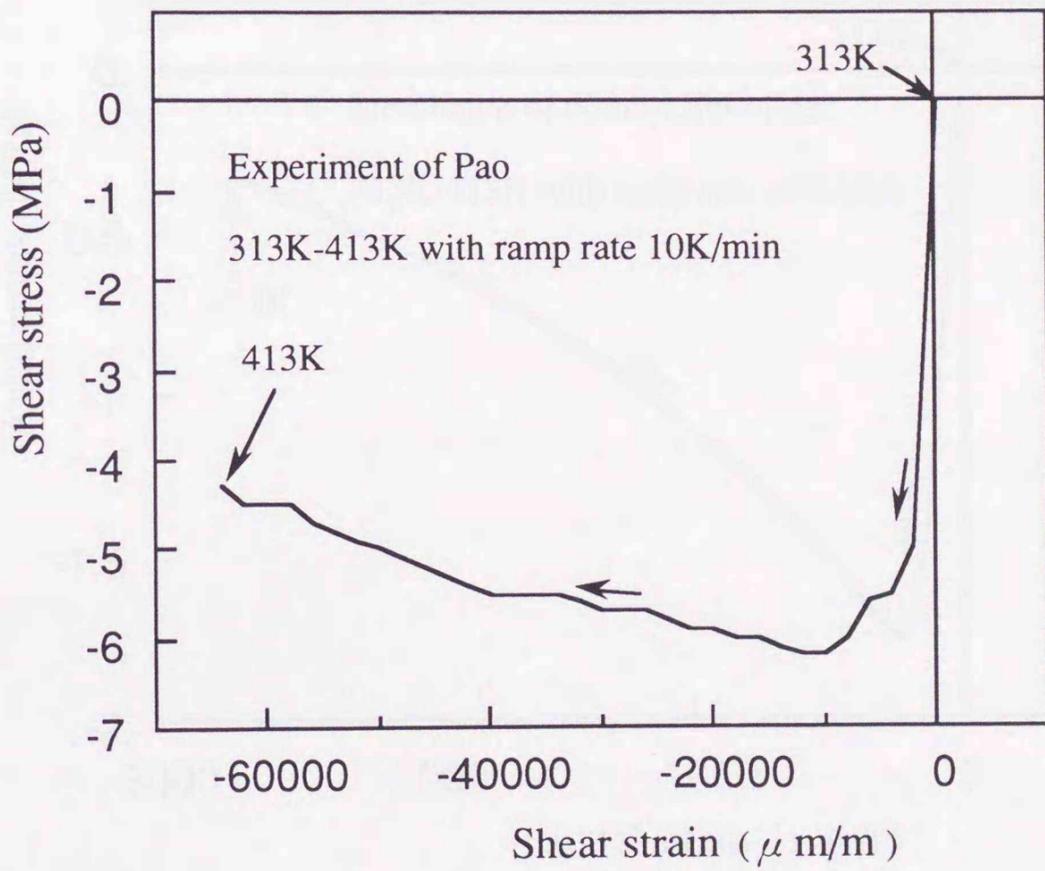


図 5.13 90Pb-10Snはんだ材の熱せん断応力 -熱せん断ひずみ関係
(313K-413K, 温度速度 = 10K/min, Paoの実験⁹⁾)

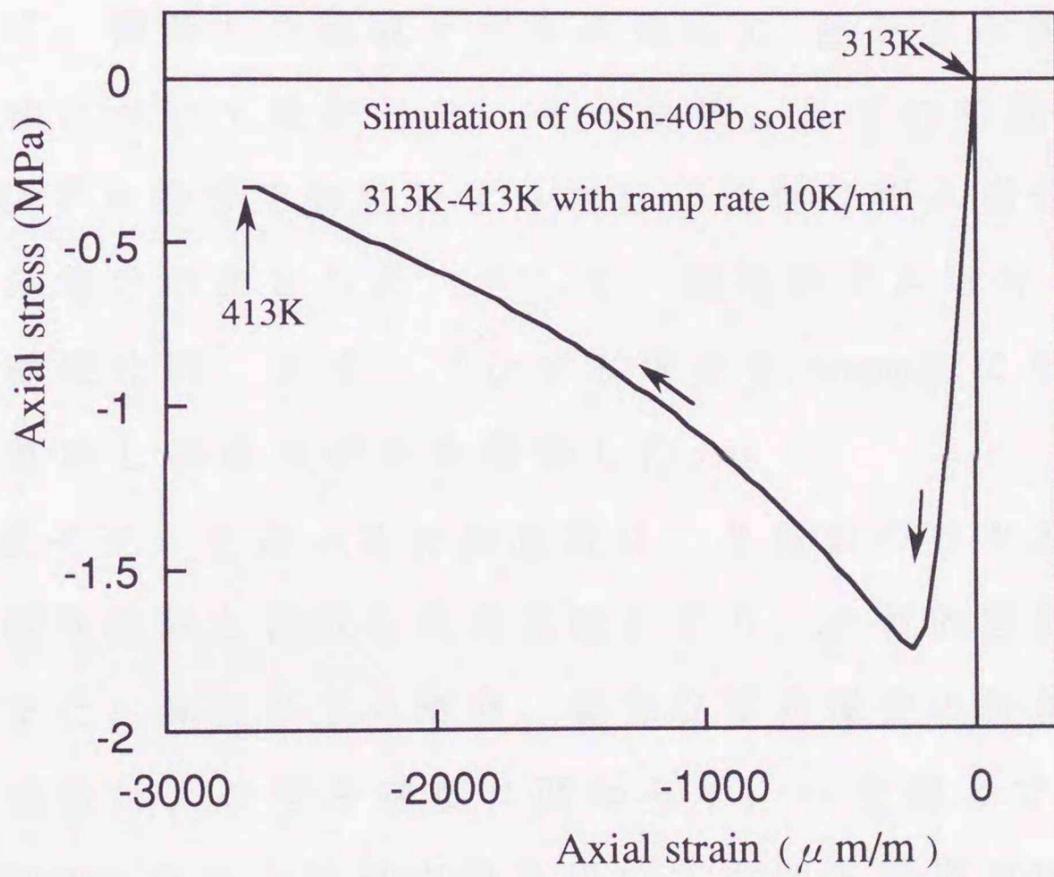


図 5.14 60Sn-40Pb材の熱応力-熱ひずみ関係
(313K-413K, 温度速度 = 10K/min, シミュレーション)

5・4 本章の結論

本章では、ひずみ速度が負荷中に変化する場合を想定した 60Sn-40Pb はんだ材の変形挙動を記述するために、負荷中のクリープ変形を考慮して構成モデルを構築した。そして、構成モデルの適用性の検証を雰囲気温度 303K 下でひずみ速度変化を伴う純粋引張り負荷および繰返し負荷のシミュレーションにより行った。さらに、構築した構成モデルの熱応力-熱ひずみ関係の表示の可能性について検討した。その結果、以下の結論を得た。

(1) 全ひずみ増分を弾性ひずみ増分、塑性ひずみ増分、クリープひずみ増分の和とした。そして、塑性ひずみ増分を Prager-Ziegler の移動硬化則、クリープひずみ増分を Norton 則にそれぞれ基づいて算出し構成モデルを構築した。

(2) 構成モデルで用いる材料定数は、3種類のひずみ速度での純粋引張り実験と繰返し負荷実験により、比較的容易に定められる。また、弾性ひずみ増分、塑性ひずみ増分の計算に使用する材料定数は、ひずみ速度に関わらず、一定値とできる。

(3) 上記(2)で定めた材料定数を用いて雰囲気温度 303K 下での純粋引張り中および繰返し負荷中にひずみ速度が変化する負荷のシミュレーションが可能である。特に、ひずみ速度の急変にともなう応力変動の特徴的な現象を的確に表現できる。

(4) クリープひずみ増分の計算に使用する材料定数を温度の関数として表示できた。

(5) 上記(4)の結論から構築した構成モデルは任意の雰囲気温度での 60Sn-40Pb 材の粘塑性変形を表示できる。また、60Sn-40Pb 材の熱応力-熱ひずみ関係の表示の可能性を見い出した。

第6章

粘塑性構成式を用いた 60Sn-40Pb材の疲労寿命予測

6・1 緒言

電子回路装置の接続用はんだの疲労寿命予測式として、Solomon⁽¹⁾による Coffin-Manson 型の寿命予測式や、Pan⁽²⁾による塑性ひずみとクリープひずみを考慮した疲労寿命予測式等が提案されている。また、金属材料の低サイクル疲労寿命予測式として実験的に妥当とされている Coffin-Manson の式以外に、Ellyin⁽⁴²⁾らの塑性ひずみエネルギー密度を用いた疲労寿命予測式等も提案されている。

これまでに述べたように、60Sn-40Pb材は著しいひずみ速度依存性、雰囲気温度依存性を示すため、疲労寿命予測に上記の疲労寿命予測式を使用するのは困難である。そこで、本研究では、第2章で60Sn-40Pb材の疲労寿命評価のために新たに塑性ひずみ仕事率密度 P_p を提案した。そして、塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係は、ひずみ速度や雰囲気温度などの負荷条件を問わず定式化できることを示した。

本章では、第2章で定式化した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係と前章までに構築した粘塑性構成式を用いた60Sn-40Pb材の疲労寿命予測を行う。すなわち、第2章で定式化した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係と粘塑性構成式による

シミュレーションから算出した塑性ひずみ仕事率密度 P_p を用いた 60Sn-40Pb 材の疲労寿命予測を試みる。

$$P_p = 10224 \text{ } \dots$$

6・2 疲労寿命予測式の適用性の検証

第2章で塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係は式(2-2)により表されることを示した。

$$P_p = 102 N_f^{-0.505} \quad (2-2)$$

ここで、まず、式(2-2)のひずみ速度変化を伴う負荷による疲労寿命への適用性の検証のため、雰囲気温度 293K 下でひずみ振幅 1.5%、ひずみ速度を引張り側で 0.2%/s、圧縮側で 0.1%/s での引張り・圧縮繰返し負荷による疲労実験を行った。図 6.1 に上記の実験から得られた塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係を文字 A を付記した◎により示す。他の数字を付記した点は、第2章で式(2-2)を定式化するために行った疲労実験での実験結果である。図 6.1 で式(2-2)は、上記の実験の塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係を良く表している。したがって、式(2-2)は、任意の雰囲気温度下でひずみ速度変化を伴う引張り・圧縮繰返し負荷による疲労にも適用可能であることが分かる。すなわち、あらかじめ塑性ひずみ仕事率密度 P_p を求められれば、式(2-2)により 60Sn-40Pb 材の疲労寿命の推定が可能である。

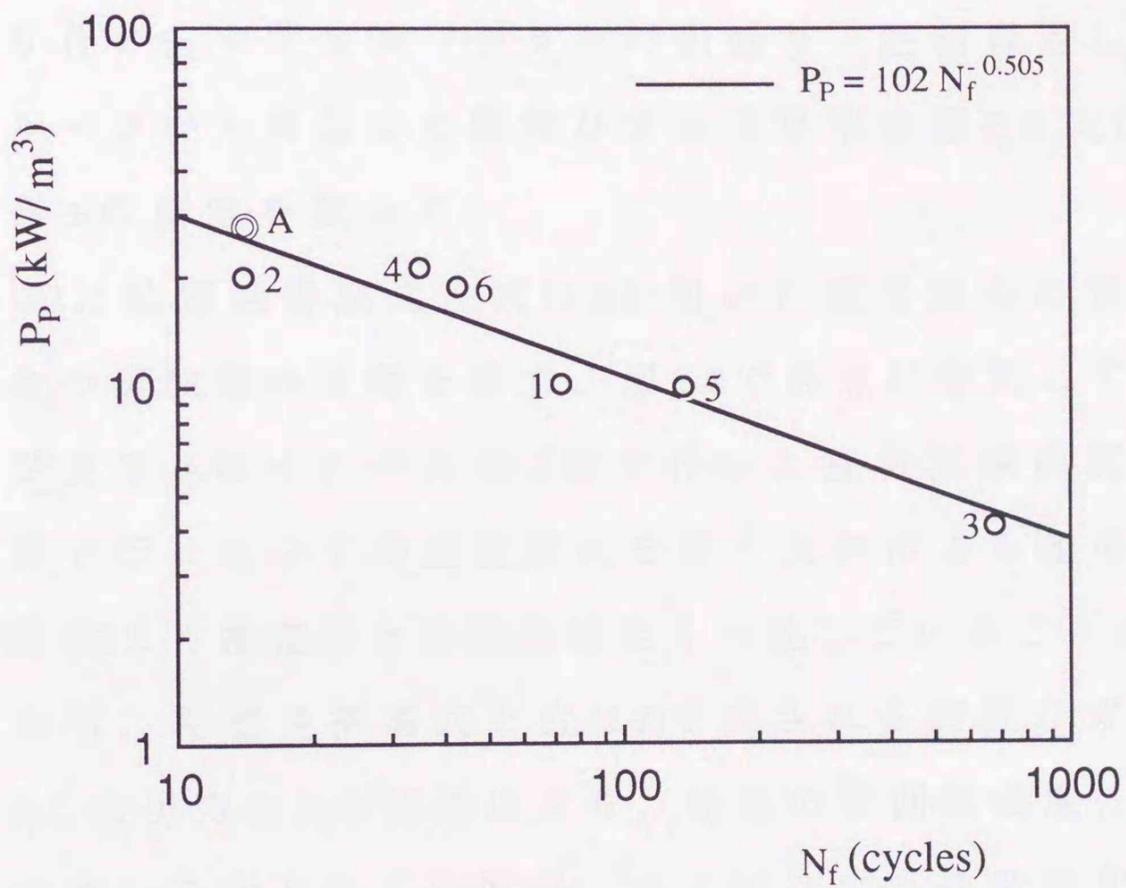


図 6.1 塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係

6・3 粘塑性構成式を用いた疲労寿命予測

前節までに、あらかじめ塑性ひずみ仕事率密度 P_p が求められれば、第2章で定式化した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係式(2-2)により、60Sn-40Pb材の疲労寿命が推定可能であることを示した。そこで、疲労実験における全ての引張り・圧縮繰返し負荷のシミュレーションを本研究で構築した粘塑性構成式により行い、シミュレーションの引張り・圧縮繰返し負荷の安定時ループから算出した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と式(2-2)から疲労寿命 N_f の推定を試みた。

図6.2に粘塑性構成式と式(2-2)を用いた疲労寿命の推定値と疲労寿命の実験値の比較を示す。図6.2で各点に付記している数字および文字Aはそれぞれ第2章で行った疲労実験の試験片番号と前節で行ったひずみ速度変化を伴う負荷による疲労実験を表す。図6.2より推定値と実験値は良く一致していることが分かる。すなわち、粘塑性構成式と式(2-2)で表される塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係により、任意の雰囲気温度、任意のひずみ速度、任意のひずみ振幅、およびひずみ速度変化を伴う引張り・圧縮繰返し負荷を受ける60Sn-40Pb材の疲労寿命を推定できる。

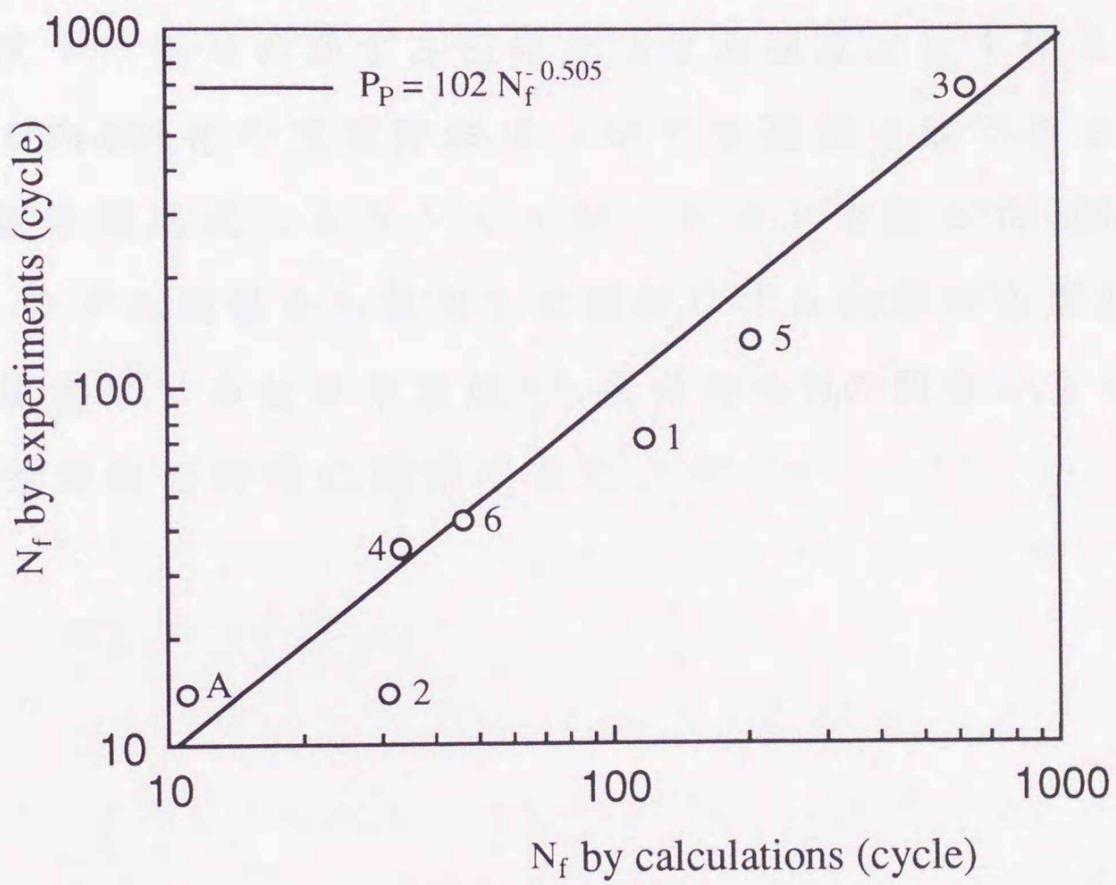


図 6.2 疲労寿命の実験値と推定値の比較

6・4 本章の結論

本章では，第2章で定式化した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係の適用性の検証と，この関係と粘塑性構成式を用いた 60Sn-40Pb 材の疲労寿命予測を行った．その結果，以下の結論を得た．

(1) 塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係式は，任意の雰囲気温度下，任意のひずみ振幅でひずみ速度変化を伴う負荷を受ける 60Sn-40Pb 材の疲労寿命についても適用可能である．

(2) 粘塑性構成式によりシミュレーションを行った 60Sn-40Pb 材の応力-ひずみ関係から算出した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と定式化した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係から 60Sn-40Pb 材の疲労寿命を的確に推定できた．

第7章

総括

本研究では、電子回路装置の接続用はんだである60Sn-40Pb材の力学的特性、疲労特性を実験的に把握し、ひずみ速度や雰囲気温度等の負荷条件が異なる疲労寿命を予測できる疲労寿命評価法を確立した。そして、より高精度の疲労寿命予測を行うために、60Sn-40Pb材の著しいひずみ速度依存性、雰囲気温度依存性による特徴的な変形挙動を的確に記述可能な粘塑性構成式を構築した。

本研究で得られた結論を各章毎に述べる。

第1章では、本研究の緒言であり、本研究の背景、目的、研究例について述べた。

第2章では、60Sn-40Pb材の力学的特性と疲労特性について詳しく調べた。まず、一定雰囲気温度303K、323K、343Kで純粋引張り負荷実験、一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験、クリープ実験を行い、60Sn-40Pb材の粘塑性変形について調べた。その結果、60Sn-40Pb材の純粋引張り負荷、および一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷での力学的特性には、著しいひずみ速度依存性、雰囲気温度依存性があること、クリープ変形は、保持応力、雰囲気温度の影響を著しく受け、クリープ曲線には、遷移クリープはほとんど見られず、クリープ曲線は、定常クリープと加速クリープのみで構成されることが明らかとなった。

次いで，60Sn-40Pb材の疲労特性を調べるために，雰囲気温度303K，323K，343Kで一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷による疲労実験を行い，疲労寿命の定義と疲労寿命評価法について考察した．その結果，60Sn-40Pb材の疲労寿命評価のために新たに提案した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係を定式化できた．

第3章では，一定雰囲気温度での60Sn-40Pb材のクリープおよびひずみ速度依存性のある繰返し負荷を表示するために，粘塑性構成式を構築した．まず，降伏曲面をポテンシャル面とした粘塑性ポテンシャルを定義し，背応力を考慮したMises型の相当応力から粘塑性流れ則を導出した．次いで，Prager-Zieglerの移動硬化則より算出した背応力と，背応力を考慮したRamberg-Osgood則より算出した相当粘塑性ひずみ速度および上記の粘塑性流れ則より粘塑性構成式を構築した．また，構築した構成式は，クリープ変形を記述するNorton則と理論的に一致することを明らかにした．

第4章では，第2章で行った60Sn-40Pb材を用いた純粋引張り実験，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験，クリープ実験の各実験結果と第3章で構築した粘塑性構成式によるシミュレーションを比較することにより，構築した粘塑性構成式の適用性の検証を行った．その結果，構築した粘塑性構成式は，60Sn-40Pb材の純粋引張り負荷，一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷，および定常クリープを表示可能であることが明らかとなった．また，粘塑性構成式に使用する各材料定数をひずみ速度，

雰囲気温度，ひずみ振幅の関数として表せた．このことから，構築した粘塑性構成式は任意の一定雰囲気温度，任意のひずみ速度，任意のひずみ振幅での一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷，および任意の一定雰囲気温度，任意の保持応力での 60Sn-40Pb 材の定常クリープを表示可能であることが明らかとなった．

第 5 章では，第 2 章で提案した疲労寿命評価法を電子回路装置の実装状態に拡張し，構造解析等による，より適正な疲労寿命評価を行うために，負荷中のひずみ速度変化および温度変化に対応できる 60Sn-40Pb 材の力学的構成モデルの構築を第 3 章で構築した粘塑性構成式を拡張することにより行った．すなわち，全ひずみ増分を弾性ひずみ増分，塑性ひずみ増分，クリープひずみ増分の和として表示し，塑性ひずみ増分を Prager-Ziegler の移動硬化則，クリープひずみ増分を Norton 則にそれぞれ基づいて算出し構成モデルを構築した．その結果，構築したモデルは，雰囲気温度 303K 下でひずみ速度の変化を伴う純粋引張り負荷，および繰返し負荷を表示可能であることが明らかとなり，特に，ひずみ速度の急変にともなう応力変動の特徴的な現象を的確に表現できることが明らかとなった．また，構成モデルで用いる材料定数は，3 種類のひずみ速度での純粋引張り実験と繰返し負荷実験により，比較的容易に定められ，弾性ひずみ増分，塑性ひずみ増分の計算に使用する材料定数は，ひずみ速度を問わず一定値とできることが明らかとなった．また，クリープひずみ増分の計算に使用する材料定数は，温度の関数として表示可能となり，構築した構成モデルは任意の雰囲気温度での 60Sn-40Pb 材の粘塑性変形を表示できることが明らかとなった．また，ク

リープひずみ増分の計算に使用する材料定数を温度の関数としたことにより，構築した構成モデルによる 60Sn-40Pb 材の熱応力 - 熱ひずみ関係の表示の可能性を見出した。

第 6 章では，第 2 章で定式化した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係の適用性の検証と，この関係と粘塑性構成式を用いた 60Sn-40Pb 材の疲労寿命予測を行った。その結果，塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係式は，任意の雰囲気温度下，任意のひずみ振幅でひずみ速度変化を伴う負荷を受ける 60Sn-40Pb 材の疲労寿命についても適用可能であることが明らかとなった。また，本研究で構築した粘塑性構成式によりシミュレーションした 60Sn-40Pb 材の応力 - ひずみ関係から算出した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と第 2 章で定式化した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係から 60Sn-40Pb 材の疲労寿命を的確に推定可能であることが明らかとなった。

以上のように本研究では，電子回路装置の接続用はんだである 60Sn-40Pb 材の力学的特性，疲労特性を実験的に把握することにより疲労寿命評価法を確立し，それに基づく高精度の疲労寿命予測を行うために 60Sn-40Pb 材の粘塑性変形を正確に記述できる粘塑性構成式を構築した。

なお，本研究では，構築した粘塑性構成式による熱応力 - 熱ひずみ関係の表示の可能性を示したが，60Sn-40Pb 材を用いた熱サイクルによる負荷実験を行い，実験結果をシミュレーションすることにより，構成式の適用性の検証を行う必要がある。また，熱疲労過程においても提案した塑性ひずみ仕事率密度 P_p と

疲労寿命 N_f の関係式が適用可能であるかの検証も必要である。

これらのことは、将来の課題である。

参考文献

- (1) Solomon, H. D., "Fatigue of 60/40 Solder", *IEEE CHMT-9*, 4 (1986), 423-432
- (2) Solomon, H., D. , "Low-Frequency, High Temperature Low Cycle Fatigue of 60Sn-40Pb Solder", *Low-Cycle Fatigue, ASTM STP, 942*, Solomon, H. D. , et al., eds., (1988), 342-370, ASTM, Philadelphia, Pa.
- (3) Solomon, H., D., "Strain-Life Behavior in 60/40 Solder", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 111 (1989), 75-82.
- (4) Solomon, H., D., "High and Low Temperature Strain-Life Behavior of Pb Rich Solder", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 112 (1990), 123-128.
- (5) Solomon, H., D., "Energy Approach to the Fatigue of 60/40Solder: Part I - Influence of Temperature and Cycle Frequency", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 117 (1995), 130-135.
- (6) Shine, M. C., and Fox, L. R. , "Fatigue of Solder Joints in Surface Mount Devices", *Low-Cycle Fatigue, ASTM STP, 942*, Solomon, H. D. , et al., eds., (1988), 588-610, ASTM, Philadelphia, Pa.
- (7) Pan, T. Y., "Thermal Cycling Induced Plastic Deformation in Solder Joints Part III: Strain-Energy Based Fatigue Life Model and Effects of Ramp Rate and Hold Time", *ASME Winter Annual Meeting*, (1991), EEP-10, Atlanta, GA.
- (8) Guo, Z., Pao, Y. -H. and Conrad, H., "Plastic Deformation Kinetics of 95.5Sn-4Cu0.5Ag Solder Joints", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 117(1995), 100-104.
- (9) Pao, Y. -H., Govila, R. and Badgley, S., "Thermal Fatigue Fracture of 90Pb/10Sn Solder Joints", *Proceedings of the 1992 Joint ASME/JSME Conference on Electronic Packaging, Advances in Electronic Packaging*, 1 (1992), 291-300.
- (10) Pao, Y. -H., Govila, R., Badgley, S. and Jih, E., "An Experimental and Finite Element

- Study of Thermal Fatigue Fracture of PbSn Solder Joints", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 115 (1993), 1-8.
- (11) Wong, B. and Helling, D. E., "A Mechanistic Model for Solder Joint Failure Prediction Under Thermal Cycleng", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 112 (1990), 104-109.
- (12) Zubelewicz, A., Berriche, R., Keer, M. L. and Fine, M. E., "Lifetime Prediction of Solder Materials", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 111 (1989), 179-182.
- (13) Cutiongco, E. C., Vaynman, S., Fine, M. E. and Jeannotte, D. A., "Isothermal Fatigue of 63Sn-37Pb Solder", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 112 (1990), 110-114.
- (14) Summers, T. S. E. and Morris, J. W. Jr., "Isothermal Fatigue Behavior of Sn-Pb Solder Joints", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 112 (1990), 94-99.
- (15) 佐藤了平, "Pb-Sn系合金による微細接続部の強度に関する研究 -半導体および電子回路基板における-", 北海道大学学位論文, (1987)
- (16) Satoh, R., Arakawa, K., Harada, M. and Matsui, K., "Thermal Fatigue Life of Pb-Sn Alloy Interconnections", *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology*, 14 (1991), 224-232.
- (17) 大口・佐々木・石川, "繰返し粘塑性構成式を用いた60Sn-40Pb材の疲労寿命予測", *機論*, 62-594, A(1996), 202-208.
- (18) Ishikawa, H., Sasaki, K. and Ohguchi, K., "Prediction of Fatigue Failure of 60Sn-40Pb Solder Using Constitutive Model for Cyclic Viscoplasticity", *Trans. ASME, J. Electronic Packaging*, 118 (1996), 164-169.
- (19) Kujawski, D., Kallianpur, V. and Krempl, E., "An Experimental Study of Uniaxial Creep, Cyclic Creep and Relaxation of AISI Type 304 Stainless Steel at Room Temperature", *J. Mech. and Phys. of Solids*, 28 (1980), 129-148.

- (20) Ishikawa, H. and Sasaki, K., "Creep, Stress Relaxation and Biaxial Ratchetting of Type 304 Stainless Steel After Cyclic Preloading", *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 116 (1994), 133-141.
- (21) Chaboche, J. L. and Nouailhas, D., "A Unified Constitutive Model for Cyclic Viscoplasticity and Its Application to Various Stainless Steels", *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 111 (1989), 424-430.
- (22) Chaboche, J. L., "Thermodynamically Based Viscoplastic Constitutive Equations: Theory versus Experiment", *ASME, MD-26 / AMD-121* (1991), 207-226.
- (23) Krempl, E. and Ruggles, M. B., "The Interaction of Cyclic Hardening and Ratchetting for AISI Type 304 Stainless Steel at Room Temperature-II, Modelling with the Viscoplasticity Theory Based on Overstress", *J. Mech and Phys. of Solids*, 31 (1990), 587-597.
- (24) Lee, K. D., Krempl, E., "Uniaxial Thermomechanical Loading. Numerical Experiments Using the Thermal Viscoplasticity Theory Based on Overstress", *Eur. J. Mech., A/Solids*, 10(1991), 173-192.
- (25) Freed, A. D., Chaboche, J. L., and Walker, K. P., "A Viscoplastic Theory with Thermodynamic Considerations", *ACTA Mechanica*, (1991), 155-174.
- (26) Freed, A. D., Walker, K. P., "Viscoplastic Model Development with an Eye Toward Characterization", *ASME, MD-43 / AMD-168* (1993), 71-88, Material Parameter Estimation for Modern Constitutive Equations.
- (27) Freed, A. D. and Walker, K. P., "Viscoplasticity with Creep and Plastic Bounds", *Int. J. Plasticity*, 9 (1993), 213-242.
- (28) Freed, A. D. and Walker, K. P., "Viscoplastic Model Development With an Eye Toward Characterization", *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 117 (1995), 8-13.
- (29) Moosbrugger, J. C., "Experimental Parameter Estimation For Nonproportional Cyclic

Viscoplasticity: Nonlinear Kinematic Hardening Rules for Two Waspaloy Microstructures at 650°C ", *Int. J. Plasticity*, 9 (1993), 345-373.

- (30) Miller, A., "An Inelastic Constitutive Model for Monotonic, Cyclic, and Creep Deformation: Part 1-Equation Development and Analytical Procedures", *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 98 (1976), 97-105.
- (31) 田中・秦・宇佐見, "改良 9Cr-1Mo鋼の非弾性挙動の温度依存性と温度変動履歴依存性", *機論*, 60-569, A(1994), 198-204.
- (32) 田中・鈴木, "改良 9Cr-1Mo鋼の温度履歴依存性のモデル化", *日本機械学会東海支部第44期総会講演会講論論文集*, 1995, 39-40.
- (33) Ohno, N., Kawabata, M. and Naganuma, J., "Aging Effects on Monotonic Stress-Paused, and Alternating Creep of Type 304 Stainless Steel", *Int. J. Plasticity*, 6 (1990), 315-327.
- (34) 河井, "塑性ひずみによって生じるクリープ異方性の記述 (第1報, 表現定理に基づく一形式)", *機論*, 56-522, A(1990), 326-334.
- (35) Prager, W., "A New Method of Analysing Stresses and Strains in Work Hardening Plastic Solids", *Trans. ASME, Ser. E*, 23 (1956), 493-496.
- (36) Ziegler, H., "A Modification of Prager's Hardening Rule", *Quart. Appl. Math.*, 17 (1959), 55-56.
- (37) Ramberg, W., and Osgood, W. R., "Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters", NACA, Technical Note, No. 902, (1943), 1-14.
- (38) Coffin, L. F., Jr., "A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stress on a Ductile Metal", *Trans. ASME*, 76 (1956), 991-950.
- (39) Manson, S. S., "Low Cycle Fatigue Crack Propagation in 1018 Steel", *Heat Transfer*

Symp. Univ. of Michigan, (1952), Univ. of Mich. Press; also NACA TN2933.

- (40) Odqvist, F.K.G. and Hult, J. (村上澄男訳), クリープ強さの理論, (1967), 25-30, 培風館.
- (41) Ishikawa, H., "Determination of Material Properties in Hybrid Constitutive Model", *ASME, MD-43* (1993), 103-112.
- (42) Ellyin, F. and Kujawski, D., "Plastic Strain Energy in Fatigue Failure", *Trans. ASME, J. Press Vessel technol.*, 106 (1984), 342-347.
- (43) Lemaitre, J., *A Course on Damage Mechanics*, (1992), 110, Springer-Verlag
- (44) 石川, "繰返し負荷を受ける材料の塑性流れ (第1報 理論の提案)", *機論*, 50-452, A(1984), 729-736.
- (45) 石川・佐々木・中川, "背応力の記憶項を考慮した繰返し塑性構成式", *機論*, 59-558, A(1993), 82-88.
- (46) 佐々木・石川, "ハイブリッド繰返し塑性構成式の sinusoidal 負荷への適用", *機論*, 56-532, A(1990), 168-174.
- (47) Ishikawa, H. and Sasaki, K., "Application of the Hybrid Constitutive Model for Cyclic Plasticity to Sinusoidal Loading", *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, 114 (1992), 172-179.

図・表一覧

第 2 章 60Sn-40Pb材の粘塑性変形と疲労寿命

	頁
図 2.1 試験片形状	14
図 2.2 試験片製作用黒鉛製鋳型	14
図 2.3 試験機外観 (Instron Model 5565)	16
図 2.4 純粋引張り負荷におけるひずみ速度依存性 (303K)	18
図 2.5 純粋引張り負荷における雰囲気温度依存性 ($\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$)	19
図 2.6 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 ($\Delta\epsilon_t = 1.0\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K, 実験)	22
図 2.7 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷におけるひずみ速度依存性 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, 323K)	23
図 2.8 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷における雰囲気温度依存性 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$)	24
図 2.9 一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷におけるひずみ振幅依存性 ($\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K)	25
図 2.10 クリープ曲線 (303K)	28
図 2.11 クリープ曲線 (323K)	29
図 2.12 クリープ曲線 (343K)	30
図 2.13 塑性ひずみ仕事率密度 P_p の定義	32

図 2.14	塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係	34
表 2.1	純粋引張り負荷実験の負荷条件	17
表 2.2	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷実験の負荷条件	21
表 2.3	クリープ実験の負荷条件	26
表 2.4	疲労実験の負荷条件	32

第 4 章 粘塑性構成式の適用性の検証

図 4.1	材料定数の決定方法 1	50
図 4.2	材料定数の決定方法 2	51
図 4.3	純粋引張り負荷 (303K)	54
図 4.4	純粋引張り負荷 (323K)	55
図 4.5	純粋引張り負荷 (343K)	56
図 4.6	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 ($\Delta\epsilon_i = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_i = 0.1\%/s$, 323K, 実験)	59
図 4.7	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 ($\Delta\epsilon_i = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_i = 0.1\%/s$, 323K, シミュレーション)	60
図 4.8	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 におけるひずみ速度依存性 ($\Delta\epsilon_i = 0.5\%$, 323K, シミュレーション)	61
図 4.9	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 における雰囲気温度依存性 ($\Delta\epsilon_i = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_i = 0.1\%/s$, シミュレーション)	62

図 4.10	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 におけるひずみ振幅依存性 ($\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K, シミュレーション)	63
図 4.11	定常クリープの実験とシミュレーションの比較 (303K)	65
図 4.12	定常クリープの実験とシミュレーションの比較 (323K)	66
図 4.13	定常クリープの実験とシミュレーションの比較 (343K)	67

第 5 章 負荷変動を伴う粘塑性変形

図 5.1	純粋引張り負荷 (303K)	80
図 5.2	純粋引張り負荷と引張り・圧縮繰返し負荷 の比較 ($\dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s$, 303K)	81
図 5.3	純粋引張り負荷 (303K)	84
図 5.4	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K, 実験)	85
図 5.5	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 303K, シミュレーション)	86
図 5.6	ひずみ速度変化を伴う純粋引張り負荷 (実験とシミュレーションの比較)	89
図 5.7	ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅 引張り・圧縮繰返し負荷 (引張り側 : $\dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s$, 圧縮側 : $\dot{\epsilon}_t = 0.001\%/s$, 実験)	90

図 5.8	ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅 引張り・圧縮繰返し負荷 (引張り側 : $\dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s$, 圧縮側 : $\dot{\epsilon}_c = 0.001\%/s$, シミュレーション)	91
図 5.9	ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅 引張り・圧縮繰返し負荷 ($ \epsilon_t < 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s$, $ \epsilon_t \geq 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.001\%/s$, 実験)	92
図 5.10	ひずみ速度変化を伴う一定ひずみ振幅 引張り・圧縮繰返し負荷 ($ \epsilon_t < 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.01\%/s$, $ \epsilon_t \geq 0.2\% : \dot{\epsilon}_t = 0.001\%/s$, シミュレーション)	93
図 5.11	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 343K, 実験)	96
図 5.12	一定ひずみ振幅引張り・圧縮繰返し負荷 ($\Delta\epsilon_t = 0.5\%$, $\dot{\epsilon}_t = 0.1\%/s$, 343K, シミュレーション)	97
図 5.13	90Pb-10Snはんだ材の熱せん断応力-熱せん断ひずみ 関係 (313K-413K, 温度速度 = 10K/min, Paoの実験 ⁹⁾)	98
図 5.14	60Sn-40Pb材の熱応力-熱ひずみ関係 (313K-413K, 温度速度 = 10K/min, シミュレーション)	99

第 6 章

粘塑性構成式を用いた

60Sn-40Pb材の疲労寿命予測

図 6.1	塑性ひずみ仕事率密度 P_p と疲労寿命 N_f の関係	104
図 6.2	疲労寿命の実験値と推定値の比較	106

謝 辞

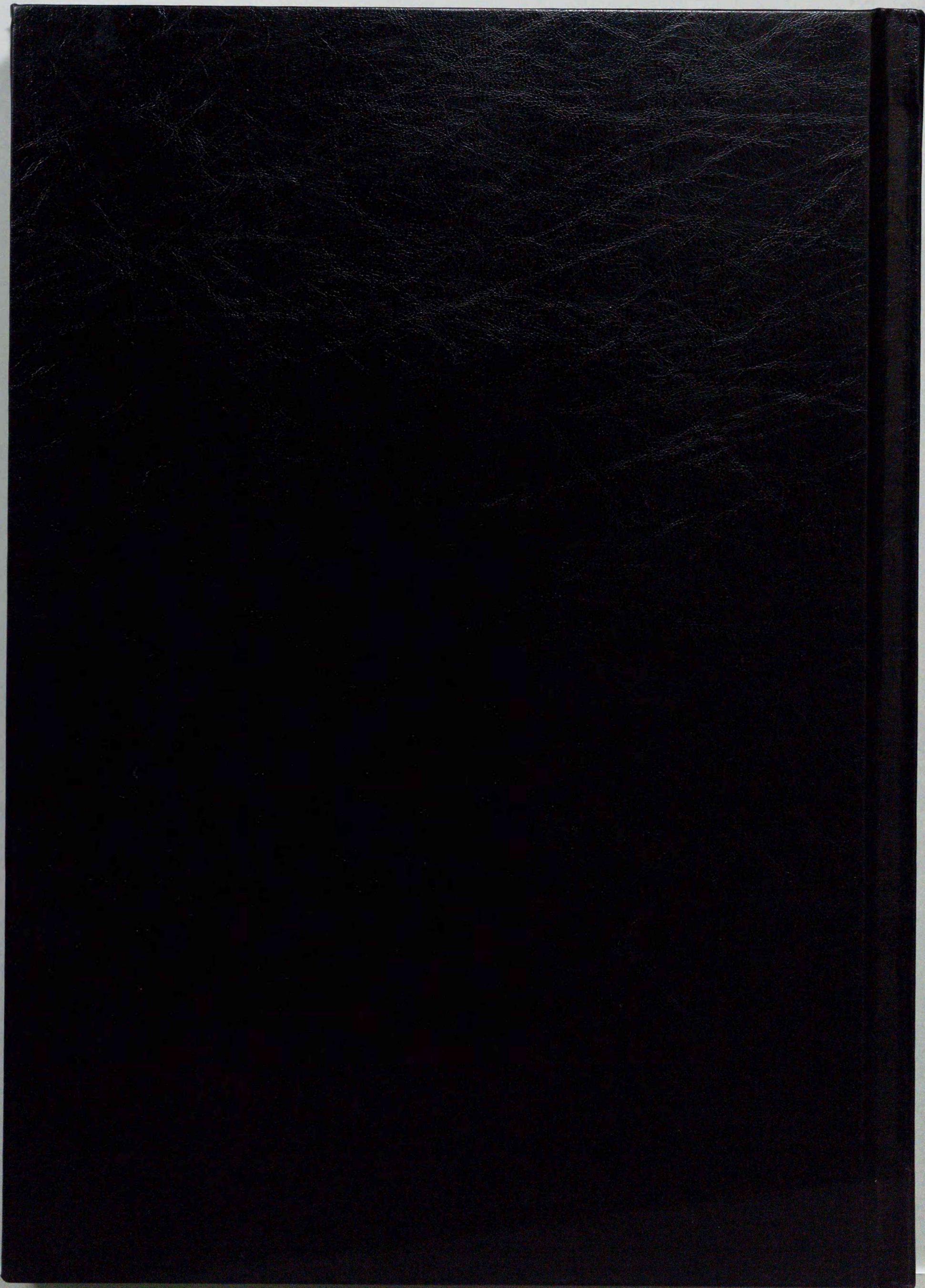
本研究は、北海道大学工学部 石川博將教授の懇切な御指導のもとに行われたものであり、研究計画から論文作成に至るまで終始御丁寧な御指導、御助言を頂きました。さらに、研究のみにとどまらず、広い分野に渡って、多くの事柄を御教授頂きました。ここに心から感謝の意を表します。

本論文の作成にあたり、北海道大学工学部 岸田路也教授、鶴飼隆好教授、野口徹教授には、御専門の立場から有益な御検討と御意見を頂きました。ここに心から感謝の意を表します。

また、機会あるごとに御助言、御激励を頂いた設計機能工学講座変形制御学分野 佐々木克彦助教授、藤木裕行助手に心から感謝の意を表します。

さらに、実験の遂行にあたり、多大な御協力を頂いた設計機能工学講座変形制御学分野 平賀正秋技官に心から感謝の意を表します。

最後に、筆者を日本学術振興会特別研究員として採用し、3年間に渡り本研究を御援助下さった日本学術振興会に感謝の意を表します。



Inches 1 2 3 4 5 6 7 8
cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak

Blue	Cyan	Green	Yellow	Red	Magenta	White	3/Color	Black

Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

