HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Bi-Isotropic/Bi-Anisotropic光・マイクロ波導波路解析ツールの開発に関する研究
Author(s)	丸山, 眞示
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第4126号
Issue Date	1997-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3122284
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51416
Type	doctoral thesis
File Information	000000307475.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

博士論文

Bi-Isotropic/Bi-Anisotropic 光・マイクロ波導波路解析ツールの開発に関する研究

北海道大学大学院工学研究科

電子工学専攻

丸山 眞示

博士論文

Bi-Isotropic/Bi-Anisotropic 光・マイクロ波導波路解析ツールの開発に関する研究

北海道大学大学院工学研究科
電子工学専攻

丸　山　眞　示

目 次

1 序論 1

2 Bi-Isotropic 媒質と Bi-Anisotropic 媒質 4
- 2.1 はじめに . . . 4
- 2.2 キラル性媒質 . . . 5
- 2.3 非相反性媒質 . . . 7
- 2.4 構成方程式 . . . 9
- 2.5 非相反性 Bi-Isotropic 媒質は存在するか？ . . . 12
- 2.6 Bi-Isotropic 媒質，Bi-Anisotropic 媒質の情報通信デバイスへの応用 . . . 13

3 高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素 15
- 3.1 はじめに . . . 15
- 3.2 基本方程式 . . . 16
- 3.3 エッジ/ノーダルハイブリッド要素 . . . 16
- 3.4 有限要素法 . . . 17
- 3.5 適用事例 . . . 23
- 3.6 まとめ . . . 32

4 2 次元キラル導波路 33
- 4.1 はじめに . . . 33
- 4.2 基本方程式 . . . 34
- 4.3 有限要素法 . . . 36
- 4.4 適用事例 . . . 37
- 4.5 まとめ . . . 41

5 3 次元キラル導波路 42
- 5.1 はじめに . . . 42
- 5.2 基本方程式 . . . 42
- 5.3 有限要素法 . . . 43
- 5.4 適用事例 . . . 47
- 5.5 まとめ . . . 57

6 3 次元 Bi-Anisotropic 導波路 58
- 6.1 はじめに . . . 58
- 6.2 基本方程式 . . . 58
- 6.3 有限要素法 . . . 59
- 6.4 適用事例 . . . 62

6.5 まとめ 69
7 結論 70
謝　辞 71
参考文献 72
本研究に関する発表 86

1　序論

近年の計算機の著しい普及とともに，計算機間のネットワーク整備が世界規模で進んでおり，各種情報サービスに対する需要は爆発的に増大し続けている．いわゆるマルチメディアシステムの実現に向けて，超大容量，超高速通信を可能とする情報通信システムの早期確立に対する期待は高まる一方であり，そのための研究が世界中で繰り広げられている．こうした動きと歩調をあわせるように，最近の情報通信デバイスの高性能化，多機能化，微細化，集積化に対する要求が一段と厳しくなり，特に，光・マイクロ波デバイスの構成に不可欠な，導波路の最適設計法の確立が強く望まれている．また，光・マイクロ波導波路を構成する材料は，ガラス，強誘電体，半導体，有機物など，極めて多岐にわたっているが，なかでも最近，エキゾチックマテリアルと呼ばれる特異な材料に大きな関心が寄せられている．エキゾチックマテリアルにはキラル媒質 [1] - [11] を含む bi-isotropic 媒質 [1], [12] - [16]，Ω媒質 [17] - [20] を含む bi-anisotropic 媒質 [21] - [27]，さらに，非線形媒質，超伝導媒質，プラズマなどといったものが含まれ，このような材料を用いて，これまでにない機能をもった新しいデバイスを構成するための研究が様々な分野で盛んに行われている．

さて，光・マイクロ波導波路の導波モードは一般にハイブリッドモードになっているため，厳密な解析・設計にはベクトル波解析が必須である．しかしながら，光・マイクロ波導波路のベクトル波解析は一般に困難であり，計算機のメモリ容量，計算時間の点で実用的でないものが多いため，実際の解析・設計にはスカラ波近似に基づく方法が数多く用いられているのが現状である．ところが，最近の導波路の高度利用や様々な機能性材料の使用に伴い，従来のスカラ波近似解析では設計指針さえ立てられないことも起こり始めており，実用的なベクトル波解析の確立が急務になっている．

ところで，有限要素法は構造力学の分野で誕生した数値解析技術の一つであるが，その考え方の汎用性から，構造力学，機械工学の分野のみならず，土木，流体工学をはじめとして，理工学のあらゆる分野において汎用性の極めて高い解析・設計支援ツールとして広範囲に利用されるようになっており，光・マイクロ波導波路解析においても幅広く利用されている [28] - [30]．導波路のベクトル波解析を行うためのベクトル有限要素法についても，これまでに様々な手法が開発され，導波路の解析・設計支援ツールのソルバーとして採用されているものもある [31], [32]．しかし，ベクトル有限要素法解析ではスプリアス解と呼ばれる非物理的な解が発生し，これがベクトル有限要素法を利用するうえでの大きな障害となってきた．このため，こうしたスプリアス解を除去するための方法が各種開発されてきたが，最近開発されたエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いたベクトル有限要素法 [33] - [37] は，スプリアス解を除去できる [33] - [37] だけでなく，伝搬定数を直接算出できる [33], [34] など，計算効率の点からも有効であることに加え，これまで困難とされてきた導体エッジにおける電磁界の特異性も考慮できる [33], [34], [38] - [40] ことから，実用的な手法として様々な光・マイクロ波導波路の汎用解析法として期待されている．しかしながら，これまでに開発されたエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いた有限要素法は最

低次の要素を使用しているために，一般に解の収束が遅く，高速高信頼度のベクトル波解析法として普及させるためには，より高次のハイブリッド要素の開発が必要であると考えられる．

本研究では，こうした状況のもとで，高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いたベクトル有限要素法ならびにこれに基づく bi-isotropic/bi-anisotropic 光・マイクロ波導波路 [41] - [63] 解析のツールの開発を行っている．以下に本論文の概要を示す．

第 2 章ではまず，bi-isotropic 媒質および bi-anisotropic 媒質の紹介を行う．これらの媒質はキラル性と非相反性をあわせもつ媒質として定義される [1], [21], [25]．媒質のキラル性，非相反性について，電磁波工学，光学の分野における研究の歴史を簡単に紹介するとともに，それぞれの媒質の性質について具体的に説明し，bi-isotropic 媒質，bi-anisotropic 媒質の構成方程式について述べる．また，最近話題になっている非相反性の bi-isotropic 媒質の存在の有無 [64] - [72] について検討を加えている．さらに，bi-isotropic 媒質，bi-anisotropic 媒質の情報通信デバイスへの応用についても言及している．

第 3 章では，スプリアス解が発生せず，また，光・マイクロ波導波路の伝搬定数を直接算出することが可能となるエッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素を用いた有限要素法の定式化を新たに行っている．0 次エッジ要素と 1 次ノーダル要素で構成される基本ハイブリッド要素 [33] - [35] を用いた有限要素法の定式化は既に行われているが，ここでは，Hammer らの数値積分公式 [28], [29], [34] の利用を可能とするため，エッジ要素の形状関数ベクトルを文献 [33], [34] よりも簡潔な形で記述するとともに，解の収束を改善するために，1 次エッジ要素と 2 次ノーダル要素で構成される高次ハイブリッド要素を新たに開発している．さらに，従来の定式化では，固有値方程式の係数行列のスパース性が失われていた [33], [34] が，ここでは行列のスパース性を保ったまま伝搬定数を直接算出することが可能な定式化を行うことに成功している．具体的に，ベンチマークテスト用の誘電体装荷方形導波管の解析を行い，厳密解と比較して，高次ハイブリッド要素を用いた有限要素法の優位性を確認している．さらに，光導波路の標準的なベンチマークテストの実施結果についてもあわせて示している．また，本手法を損失媒質を含む導波路に適用し，本手法が損失性導波路にも有効であることを実証している．

第 4 章では，2 次元 bi-isotropic 導波路の一つである 2 次元キラル導波路 [73] - [81] 解析のための有限要素法の定式化を行っている．通常の光導波路に対しては，解析精度は劣化するものの，3 次元光導波路解析用の有限要素法を流用することが可能であるが，キラル性を有する場合には，3 次元キラル導波路解析用の有限要素法を 2 次元キラル導波路に適用することはできない．具体的に，2 次元均質キラル導波路に本手法を適用し，厳密解と比較して本手法の妥当性，有効性を示すとともに，2 次元不均質キラル導波路の解析を行い，キラルアドミタンスの分布の違いが伝搬特性に与える影響について調査している．

第 5 章では，3 次元 bi-isotropic 導波路の一つである 3 次元キラル導波路 [82] - [96] にエッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素を用いた有限要素法を適用することを提案するとともに，その定式化を行っている．3 次元のキラル導波路解析に対しては，既に三角形

ノーダル要素を用いた電磁界の6成分による有限要素法 [82], [83] の定式化が行われているが，この手法では媒質境界の境界条件を要素ごとに考慮する必要があり，また，無損失のキラル導波路であっても，最終的な行列方程式の係数行列が複素行列になってしまう．しかし，エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いると，境界条件が自動的に満足されるだけでなく，無損失導波路の場合には，最終的な行列方程式の係数行列は実行列になる．具体的に，キラル媒質を装荷した円形導波管の解析を行い，厳密解と比較して本手法の妥当性を確認している．さらに，埋め込み型構造のキラル導波路に本手法を適用し，厳密解，および他の手法による解析結果との比較から，本手法の有効性を示している．また，損失のあるキラル導波路の解析も行い，円形損失キラル導波路の伝搬特性について詳細な調査を行っている．

第6章では，Ω媒質で構成されるΩ導波路 [17] - [20]，フェライト材料にキラル物体を装荷して構成されるフェライトキラル導波路 [97] - [101] などを含む一般的な bi-anisotropic 導波路 [56] - [60] に対するエッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素を用いた有限要素法の定式化を行っている．3次元キラル導波路の場合と同様に，ハイブリッド要素を用いているため，媒質境界での電磁界の連続性は自動的に満たされ，伝搬定数を固有値として直接算出することが可能である．具体的に，フェライトキラル媒質を装荷した金属円形導波管，および埋め込み型円形フェライトキラル導波路の解析を行い，本手法の有効性を示すとともに，フェライトキラル導波路の伝搬特性について詳細な調査を行っている．

第7章では，本研究で得られた成果の総括を行っている．

2　Bi-Isotropic 媒質と Bi-Anisotropic 媒質

2.1　はじめに

情報通信需要の爆発的な増大に伴い，大容量，高速通信を実現する新しい通信システム，情報処理システム構築のための研究が基礎と応用の両面から広範囲にわたって展開されている．このようなシステムを実現するために集積情報通信デバイスは必要不可欠であるが，特にその基幹部品である光・マイクロ波導波路の特性自体を向上させることが，情報通信システム全体の性能を向上させることなるため，導波路に関する研究が幅広く行われている．光・マイクロ波導波路を構成する材料は，ガラス，強誘電体，半導体，有機物など，極めて多岐にわたっているが，最近，エキゾチックマテリアルと呼ばれる特異な材料に大きな関心が寄せられており，基礎から応用にわたる様々な分野で盛んに研究が行われている．

エキゾチックマテリアルと呼ばれるものには，キラル媒質 [1] - [11] などの bi-isotropic 媒質 [1], [12] - [16]，Ω媒質 [17] - [20] などの bi-anisotropic 媒質 [21] - [26]，非線形媒質，超伝導媒質，プラズマなどがある．なかでも，bi-isotropic 媒質，あるいは bi-anisotropic 媒質に対する関心は高く，これらの媒質を用いて新しい機能をもった情報通信デバイスを実現するための研究が世界中で展開されている．

bi-isotropic 媒質，あるいは bi-anisotropic 媒質をさらに細かく分類すると，以下のようになる [1], [25]

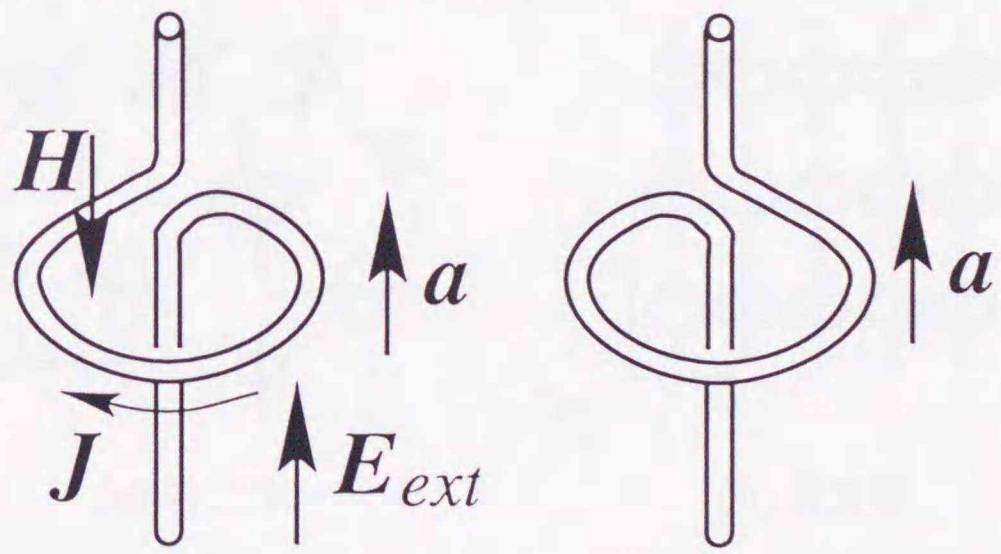
- 通常の誘電体媒質:
  電界によってのみ媒質中に分極が誘導される．
- 通常の磁性体媒質:
  磁界によってのみ媒質中に磁化が誘導される．
- 相反性キラル媒質:
  媒質のキラル性が原因となり，磁界による分極，電界による磁化が誘導される．
- 非相反性媒質:
  キラル性媒質とは異なる原因で，同位相での磁界による分極，電界による磁化が誘導される．

以上 4 つの性質を兼ね備え，その分極，磁化の向きが方向に依存しないもの，すなわち等方性のものを bi-isotropic 媒質，方向に依存する異方性のものを bi-anisotropic 媒質という [1], [25].

本章ではキラル性媒質および非相反性媒質について，具体的な例をあげてその特徴を述べ，これらの構成方程式を示す．また，非相反性 bi-isotropic 媒質の存在 [64] - [72] に関しての検討を行う．さらに，これらの媒質の情報通信デバイスへの応用について紹介する．

2.2　キラル性媒質

1811 年に Arago は水晶に入射した直線偏光した光の偏光面が回転する現象，いわゆる光学活性を発見した．その後の Biot の実験で光学活性による偏光面の回転は入射光の波長に依存することが明らかになった．さらに，1822 年に Fresnel は水晶の結晶軸に沿った直線偏光した光が 2 つの異なる位相速度をもつ円偏光に分かれることを示した．そして，1848 年，Pasteur は 3 次元空間における分子のキラル性が原因となって光学活性が起こることを提唱した．キラル性をもつ物体，いわゆるキラル物体とは，3 次元構造をもつ物体それ自身とその鏡像体が平行移動や回転移動などによっても合同とならない物体のことをいう [1], [2]．光学異性体をもつ分子はキラル物体であり，高分子などの多くの分子はキラル物体である．すなわちこの微小なキラル分子が光学活性を引き起こす．また，キラル物体は自然界に無数に存在しており，地球上の植物のほとんどがキラル物体である．さらに，人工的なキラル物体も数多く存在し，例えば，メビウスの帯，らせん，船のスクリュー，野球のグローブ，ゴルフクラブなどがある．キラル媒質はこのようなキラル物体を通常の媒質にランダムに埋め込むことにより構成される [1], [2]．1920 年に Lindman はキラル分子ではなく人工的なキラル物体，例えば，らせんが埋め込まれた人工的なキラル媒質においても，マイクロ波帯で偏波面の回転が起こることを提唱した．



(a) Left-handed　　(b) Right-handed

図 2.1　キラル物体

図 2.1 にキラル物体の一つであるらせんを示す．図 2.1(a) と (b) は互いに鏡像体の関係にあり，らせんのループ部分の回転の向きが互いに反対向きである．すなわち，キラル物体はそれぞれ handedness をもち，一方が left-handedness であれば，その鏡像体は right-handedness であるという [1], [2]．キラル物体の handedness は偏波面の回転方向に影響を与える [1], [2].

いま，図 2.1(a) のキラル物体に時間変化する電界$\boldsymbol{E}_{ext}$ が物体の軸方向 $\boldsymbol{a}$ と平行に加わるとする．このとき，通常の媒質と同様に分極が $\boldsymbol{a}$ と平行に生じる．同時に，らせんの直

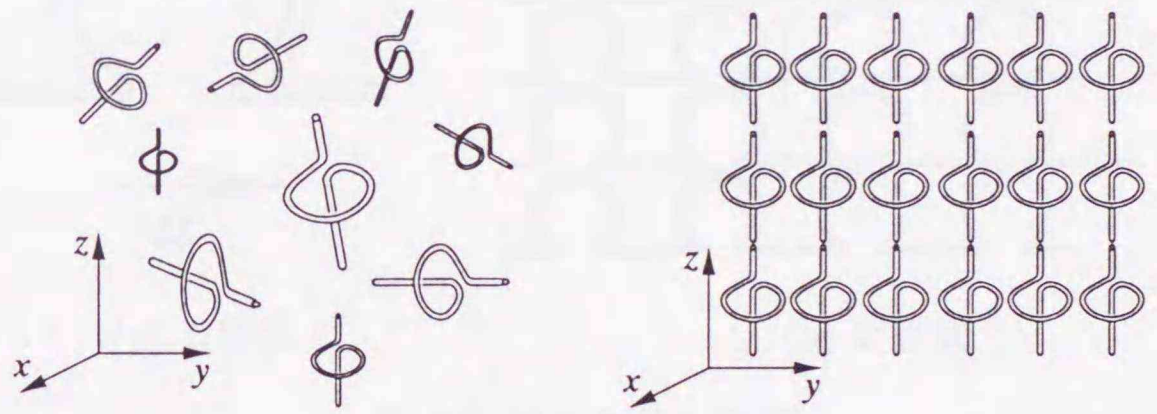
線部分からループ部分に向けて電流 $\boldsymbol{J}$が流れる．この $\boldsymbol{J}$の変化に対応してアンペアの法則に従う磁束がらせんのループ部分を貫くように生じる．すなわち，軸 $\boldsymbol{a}$ と平行な磁化が生じる．逆に，キラル物体の軸 $\boldsymbol{a}$ と平行に時間変化する磁界$\boldsymbol{H}$が加わると，ループ部分を貫く磁束の変化に対応した電流 $\boldsymbol{J}$ がループ部分から直線部分へと流れ，直線部分に $\boldsymbol{a}$ と平行に分極が生じる．すなわち，キラル物体には通常の媒質に生じる分極，磁化の他に電界に平行な磁化，磁界に平行な分極が誘導的に生じる [21]．図 2.1(b) の handedness が逆向きのキラル物体についても同様のことがいえ，(a) の場合とは逆向きに電界に平行な磁化，磁界に平行な分極が誘導されることになる．つまり，handedness が異なると，誘導的に生じる分極あるいは磁化の方向が逆になる [2], [21].

キラル媒質の構成方程式はキラル性パラメータをκとし，電磁界が $\exp(j\omega t)$ で変化するものとすると

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} - j\kappa\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{H} \tag{2.1a}$$

$$\boldsymbol{B} = j\kappa\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{E} + \mu \boldsymbol{H} \tag{2.1b}$$

と表される [1]．ここにε_0，μ_0はそれぞれ自由空間の誘電率，透磁率，ε，μはそれぞれ媒質の誘電率，透磁率であり，ωは角周波数を表す．



(a) 等方性　　(b) 異方性

図 2.2 キラル媒質

図 2.2(a) に示すように，キラル物体を通常の媒質にランダムに埋め込むことでキラル媒質は構成されるので，キラル媒質のキラル性は等方性を示す．しかし，図 2.2(b) のように軸 $\boldsymbol{a}$ を揃えて埋め込むことで異方性のキラル媒質が構成される [102] - [104]．図 2.2(b) のようにらせんが埋め込まれたキラル媒質の構成方程式は以下のように表される．

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} - j[\kappa]\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{H} \tag{2.2a}$$

$$\boldsymbol{B} = j[\kappa]\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{E} + \mu \boldsymbol{H} \tag{2.2b}$$

$$[\kappa] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa \end{bmatrix} \tag{2.2c}$$

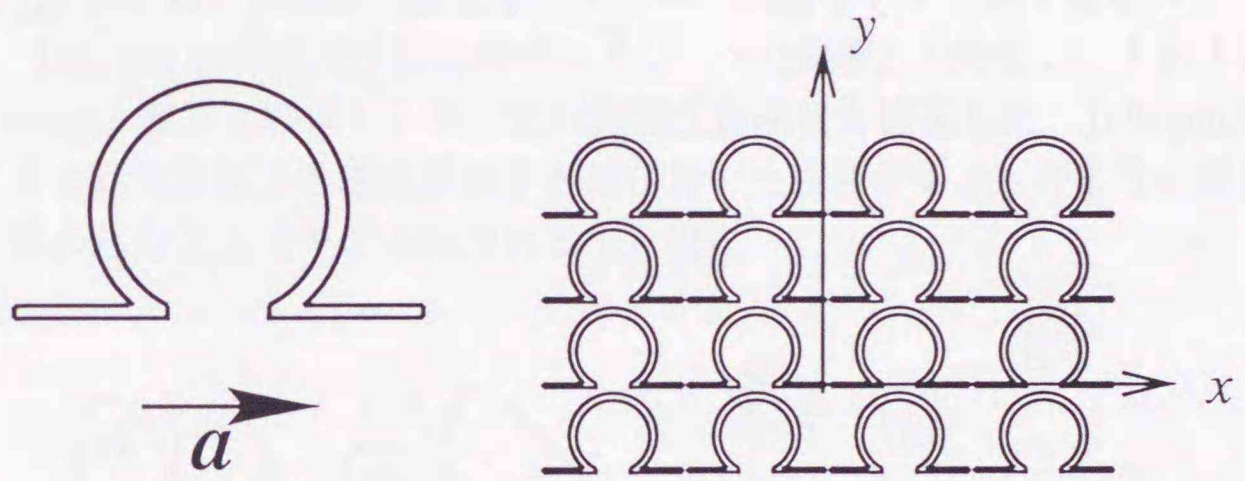
また，同様な異方性を示すキラル性媒質として提案されているものにΩ媒質がある [17] - [20]．Ω媒質は，図 2.3(a) に示すようなギリシャ文字Ωの形をした物体を図 2.3(b) のようにその方向を揃えて媒質に埋め込むことで構成される．図 2.3(b) のΩ媒質の構成方程式はキラル性パラメータをΩ_cとして以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} - j[\kappa]^T \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \boldsymbol{H} \tag{2.3a}$$

$$\boldsymbol{B} = j[\kappa] \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \boldsymbol{E} + \mu \boldsymbol{H} \tag{2.3b}$$

$$[\kappa] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \Omega_c & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.3c}$$

ここにTは転置をとることを意味する．Ω物体はキラル物体ではないため，Ω媒質は疑似キラル媒質と呼ばれる．



(a) Ω物体　　(b) Ω媒質

図 2.3　疑似キラル媒質

さらに，キラル物体とΩ物体の両方を組み合わせて，キラルパラメータテンソルに対角成分，非対角成分の両方をもたせることのできる，キラル–Ω媒質 [105] - [107] も提案されている．

2.3　非相反性媒質

1894 年に Curie はキラル性媒質以外に，それとは異なる原因で電界が磁化を生じる可能性をもつ媒質が存在すると提唱した．その後，1956 年に Landau と Lifshitz が反強磁性体において，媒質のキラル性とは異なる原因で電界と磁界が結合する現象が起こる可能性があると唱えた．この電磁界の結合は magnetoelectric 効果と呼ばれた．ここで，electromagnetic という語を用いないのは，通常の電磁界の結合と，キラル媒質のように，材料自身の働きでおこる電磁界結合とを区別するためである [1]．1960 年に Dzyaloshinskii が反強磁性体と

してよく知られている Cr_2O_3 でキラル性以外の原因による magnetoelectric 効果が起こることを予言し，翌年の Astrov の実験により証明された．さらに，Cr_2O_3 以外にもチタン酸化物やクロム酸化物から生成されるセラミックスをはじめ，反強磁性体ばかりでなく他の強磁性体においてもキラル性以外の magnetoelectric 効果が起こることが明らかになった．

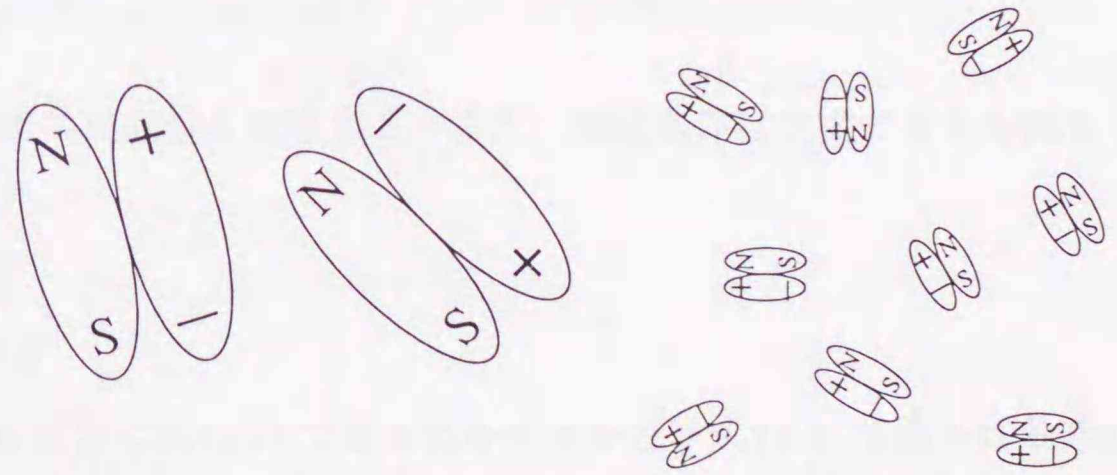
一般に，これらのキラル性が原因でない magnetoelectric 効果を起こす媒質は，非相反性を示すため，非相反性媒質と呼ばれる．非相反性媒質における電磁界の結合は一般に異方性を示し，キラル性媒質のように直観的にメカニズムを説明することは非常に難しい．非相反性媒質の構成方程式は非相反性パラメータテンソルを $[\chi]$ として，以下のように与えられる [25].

$$\boldsymbol{D} = [\varepsilon]\boldsymbol{E} + [\chi]\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{H} \tag{2.4a}$$

$$\boldsymbol{B} = [\chi]\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{E} + [\mu]\boldsymbol{H} \tag{2.4b}$$

ここに $[\varepsilon]$，$[\mu]$ はそれぞれ媒質の誘電率テンソル，透磁率テンソルである．

1961 年に Tellegen は非相反性回路のジャイレータを提案したときに，それを実現する材料として Tellegen 媒質と呼ばれる等方性の非相反性媒質を提案した．Tellegen 媒質は，図 2.4(a) のような電気双極子と磁気双極子が結び付いた四極子を (b) のように通常の媒質にランダムに埋め込むことでモデル化される [1], [25].



(a) Tellegen 四極子　　(b) Tellegen 媒質

図 2.4　非相反性 bi-isotropic 媒質

Tellegen 媒質の構成方程式は非相反性パラメータを χ として，以下のように表される．

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E} + \chi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{H} \tag{2.5a}$$

$$\boldsymbol{B} = \chi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{E} + \mu\boldsymbol{H} \tag{2.5b}$$

このような Tellegen 媒質は，自然界にはまだその存在が確認されておらず，人工的に製作されたという報告もない．最近，この Tellegen 媒質をはじめとする非相反性の bi-isotropic 媒質の存在に関する論議が巻き起こっている [64] - [72]．このことについては 2.5 章で述べる．

2.4 構成方程式

通常の異方性媒質の構成方程式は

$$\boldsymbol{D} = [\varepsilon]\boldsymbol{E} \tag{2.6a}$$

$$\boldsymbol{B} = [\mu]\boldsymbol{H} \tag{2.6b}$$

と表される.

媒質中で電磁界が結合する bi-anisotropic 媒質の構成方程式は$\boldsymbol{D}$は$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{H}$の両方を用いて，$\boldsymbol{B}$は$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{H}$の両方を用いて表される．すなわち，電磁界の結合を表す magnetoelectric パラメータテンソルを $[\xi]$, $[\eta]$ として

$$\boldsymbol{D} = [\varepsilon]\boldsymbol{E} + [\xi]\boldsymbol{H} \tag{2.7a}$$

$$\boldsymbol{B} = [\eta]\boldsymbol{E} + [\mu]\boldsymbol{H} \tag{2.7b}$$

で表される [25].

bi-anisotropic 媒質の無損失条件はエネルギー保存則より次式で表される [25].

$$[\varepsilon] = [\varepsilon]^{\dagger} \tag{2.8a}$$

$$[\mu] = [\mu]^{\dagger} \tag{2.8b}$$

$$[\xi] = [\eta]^{\dagger} \tag{2.8c}$$

ここに † は複素共役転置を意味する．また，相反条件は次式で与えられる [25].

$$[\varepsilon] = [\varepsilon]^{T} \tag{2.9a}$$

$$[\mu] = [\mu]^{T} \tag{2.9b}$$

$$[\xi] = -[\eta]^{T} \tag{2.9c}$$

bi-anisotropic 媒質は式 (2.1) で表されるキラル性と式 (2.4) で表される非相反性を兼ね備えていること，さらに，式 (2.8), (2.9) で表される条件を考慮すると，magnetoelectric パラメータテンソル $[\xi]$, $[\eta]$ はそれぞれ

$$[\xi] = ([\chi]^{T} - j[\kappa]^{T})\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \tag{2.10a}$$

$$[\eta] = ([\chi] + j[\kappa])\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \tag{2.10b}$$

と書き表すことができ，$[\chi]$, $[\kappa]$ はそれぞれ，非相反性パラメータテンソル，キラル性パラメータテンソルと呼ばれる [25].

媒質が等方性の場合，すなわち bi-isotropic 媒質では，これらの材料パラメータテンソルはスカラ量で書き表すことができ，構成方程式は次式で与えられる [1].

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E} + \xi\boldsymbol{H} \tag{2.11a}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H} + \eta\boldsymbol{E} \tag{2.11b}$$

ここに magnetoelectric パラメータ ξ, η は

$$\xi = (\chi - j\kappa)\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \tag{2.12a}$$

$$\eta = (\chi + j\kappa)\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \tag{2.12b}$$

で与えられる.

結局，bi-isotropic 媒質と各パラメータの関係をまとめると，表 2.1 のようになる [1].

表 2.1 bi-isotropic 媒質

	nonchiral ($\kappa = 0$)	chiral ($\kappa \neq 0$)
reciprocal ($\chi = 0$)	simple isotropic medium	Pasteur (chiral) medium
nonreciprocal ($\chi \neq 0$)	Tellegen medium	general bi-isotropic medium

bi-isotropic，bi-anisotropic 媒質の構成方程式には，1) Condon-Telegen の構成方程式，2) Post-Jaggard の構成方程式，3) Drude-Born-Fedorov の構成方程式と呼ばれる 3 つの形式があり，それぞれ magnetoelectric パラメータの次元が異なる [1], [12]. ここでは，これらの式を bi-isotropic 媒質の構成方程式として紹介する．bi-anisotropic 媒質の場合は材料パラメータをテンソル量として扱えばよい.

Condon-Tellegen の構成方程式

これまでの説明に用いられてきた式は Condon-Tellegen の構成方程式と呼ばれる.

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_{CT}\boldsymbol{E} + (\chi - j\kappa)\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{H} \tag{2.13a}$$

$$\boldsymbol{B} = (\chi + j\kappa)\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\boldsymbol{E} + \mu_{CT}\boldsymbol{H} \tag{2.13b}$$

ここに，非相反性パラメータ χ，キラル性パラメータ κ はともに無次元量である.

Post-Jaggard の構成方程式

Post-Jaggard の構成方程式は導波路解析の分野でよく用いられている．本研究においても導波路解析のための定式化の出発式として，この構成方程式を採用している.

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_{PJ}\boldsymbol{E} + (\psi_n - j\xi_c)\boldsymbol{B} \tag{2.14a}$$

$$\boldsymbol{H} = -(\psi_n + j\xi_c)\boldsymbol{E} + \mu^{-1}\boldsymbol{B} \tag{2.14b}$$

ここに，ψ_n，ξ_c はそれぞれ非相反サセプタンス，キラルアドミタンスと呼ばれ，[S] の次元をもつ．また，Condon-Tellegen の構成方程式の各パラメータと Post-Jaggard の構成方程式の各パラメータの関係は以下のように表される [1], [12].

$$\varepsilon_{PJ} = \varepsilon_{CT} - \frac{\mu_0\varepsilon_0}{\mu_{CT}}(\chi^2 + \kappa^2) \tag{2.15a}$$

$$\mu_{PJ} = \mu_{CT} \tag{2.15b}$$

$$\psi_n = \frac{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{\mu_{CT}}\chi \tag{2.15c}$$

$$\xi_c = \frac{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{\mu_{CT}}\kappa \tag{2.15d}$$

あるいは

$$\varepsilon_{CT} = \varepsilon_{PJ} + \mu_{PJ}(\psi_n^2 + \xi_c^2) \tag{2.16a}$$

$$\mu_{CT} = \mu_{PJ} \tag{2.16b}$$

$$\chi = \frac{\mu_{PJ}\psi_n}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \tag{2.16c}$$

$$\kappa = \frac{\mu_{PJ}\xi_c}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \tag{2.16d}$$

Drude-Born-Fedorov の構成方程式

最後に，Drude-Born-Fedorov の構成方程式を紹介する．

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_{DBF}[\boldsymbol{E} + (\beta + j\alpha)\nabla \times \boldsymbol{E}] \tag{2.17a}$$

$$\boldsymbol{D} = \mu_{DBF}[\boldsymbol{H} + (\beta + j\alpha)\nabla \times \boldsymbol{H}] \tag{2.17b}$$

ここに α，β は非相反性パラメータ，キラル性パラメータであり，[m] の次元をもつ [1], [12]
また，Condon-Tellegen の構成方程式の各パラメータと Drude-Born-Fedorov の構成方程式の各パラメータの関係は以下のように表される [1], [12].

$$\varepsilon_{DBF} = \varepsilon_{CT}\left[1 - (\chi^2 + \kappa^2)\frac{\mu_0\varepsilon_0}{\mu_{CT}\varepsilon_{CT}}\right] \tag{2.18a}$$

$$\mu_{DBF} = \mu_{CT}\left[1 - (\chi^2 + \kappa^2)\frac{\mu_0\varepsilon_0}{\mu_{CT}\varepsilon_{CT}}\right] \tag{2.18b}$$

$$\alpha = \frac{\chi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}/\omega}{\mu_{CT}\varepsilon_{CT} - (\chi^2 + \kappa^2)\mu_0\varepsilon_0} \tag{2.18c}$$

$$\beta = \frac{\kappa\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}/\omega}{\mu_{CT}\varepsilon_{CT} - (\chi^2 + \kappa^2)\mu_0\varepsilon_0} \tag{2.18d}$$

また，その逆に

$$\varepsilon_{CT} = \frac{\varepsilon_{DBF}}{1 - k_{DBF}^2(\alpha^2 + \beta^2)} \tag{2.19a}$$

$$\mu_{CT} = \frac{\mu_{DBF}}{1 - k_{DBF}^2(\alpha^2 + \beta^2)} \tag{2.19b}$$

$$\chi = \frac{\omega\mu_{DBF}\varepsilon_{DBF}\alpha/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{1 - k_{DBF}^2(\alpha^2 + \beta^2)} \tag{2.19c}$$

$$\kappa = \frac{\omega\mu_{DBF}\varepsilon_{DBF}\beta/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{1 - k_{DBF}^2(\alpha^2 + \beta^2)} \tag{2.19d}$$

(2.19e)

ここに

$$k_{DBF}^2 = \omega^2\mu_{DBF}\varepsilon_{DBF} \tag{2.19f}$$

で定義される．

2.5 非相反性 Bi-Isotropic 媒質は存在するか？

Tellegen は非相反回路を構成することのできる非相反性 bi-isotropic 媒質，いわゆる Tellegen 媒質を提案した．ところが，この Tellgen 媒質は今だもって自然界にその存在が確認されておらず，人工的に作成されたという報告例もない．

最近，Lakhtakia と Weiglhofer [64] - [69], [71] は非相反性の bi-isotropic 媒質，すなわち Tellegen 媒質は存在しないことを数学的に示した．Lakhtakia と Weiglhofer によると，Post の電磁気学 [108] より，式 (2.7) で表される bi-anisotropic 媒質はトレースレス条件と呼ばれる次式を満たす．

$$\mathrm{Trace}\{[\mu]^{-1} \cdot [\eta] + [\xi] \cdot [\mu]^{-1}\} = 0 \tag{2.20}$$

ここで，Trace$\{[A]\}$ の意味は $n \times n$ の行列 $[A]$ の対角成分 a_{ii} $(i = 1, 2, ..., n)$ の和をとること意味する．すなわち

$$\mathrm{Trace}\{[A]\} = \sum_{i}^{n} a_{ii} \tag{2.21}$$

である．bi-isotropic 媒質に対して，式 (2.20) は次のように表される．

$$\xi + \eta = 0 \tag{2.22}$$

式 (2.12)，(2.22) から

$$\chi = 0 \tag{2.23}$$

が導かれ，これは bi-isotropic 媒質においては非相反性パラメータは常に 0 であること，すなわち Tellegen 媒質が存在しないことを示している．

これに対して，Sihvola [70], [72] は異方性の非相反性媒質として知られる Cr_2O_3の非相反性パラメータの測定を行った Folen ら [109] の実験の結果から非相反性 bi-isotropic 媒質は存在すると唱えている．Cr_2O_3の非相反性パラメータは c 軸方向に垂直な成分と平行な成分の値が異なり，ともに強い温度依存性を示す．Folen らの非相反性パラメータの温度依存性を測定した実験の結果から，両方の成分が 120K 付近で等しくなることが確認された [109]．すなわち，Cr_2O_3は温度により非相反 BI 媒質としての性質をもつと考えられる．

ところが，Folen らの実験は式 (2.7) において $[\xi] = [\eta]$ としている．この関係は定常状態でのみ成り立ち，Folen らの実験は 5kHz の周波数で測定しているために，$[\xi] = [\eta]$ の前提が間違っていると Lakhtakia と Weiglhofer は指摘している [66], [71]．また O'Dell らは，0–5MHz で測定した結果，$[\xi]$ と $[\eta]$ には値にしておよそ 20%の差があると報告している．したがって，Folen らの実験結果だけでは非相反性の bi-anisotropic 媒質が等方性として振る舞う場合があるという結論には達し得ない．

本研究では，数学的な裏付けがあることと，それに反論する実験に基づくデータの信頼性がないことから，非相反性の bi-isotropic 媒質は存在しないという立場をとることにする．

2.6 Bi-Isotropic 媒質，Bi-Anisotropic 媒質の情報通信デバイスへの応用

bi-isotropic 媒質，および bi-anisotropic 媒質の情報通信デバイスへの応用が様々な方面から提案されている．

液晶ディスプレイなどにおいては，古くからキラル媒質を利用して，その画像をさらに良くしようという研究が盛んに進められている [110]．また，地球上の植物のほとんどがキラル物体であることから，リモートセンシングによる植物の分布調査に利用しようという動きもある [41], [111].

1980 年代後半になって，光·マイクロ波導波路に bi-isotropic 媒質，あるいは bi-anisotropic 媒質を用いたデバイスが提案されはじめた．導波路型デバイスの応用例として，方向性結合器，モード変換器などが提案されている [42] - [45], [112].

一般にキラル媒質は相反性である．簡単に非相反性キラル材料を構成するために，ジャイロ性材料のフェライトにキラル媒質を埋め込んだフェライトキラル媒質が提案され，非相反性導波路への応用が提案されている [98] - [101]．異方性のキラル媒質やΩ媒質を用いてフェライトキラル導波路を構成すると，導波モードの種類によって異なる特性を有する導波路の構成が可能となる．

さらに，他のデバイスへの応用として，bi-isotropic 媒質や bi-anisotropic 媒質を基板にしたマイクロストリップ線路などのマイクロ波伝送路 [113] - [121]，キラル媒質に周期構造を組み込んだキラルグレーティング [122] - [125]，さらには DFB レーザ [126] などへの応

用が提案されている．

また，これらのデバイスの実現に向けて，実際にキラル媒質，Ω媒質などを作製し，その反射透過特性や導波路の伝搬特性を測定した実験結果も報告されている [127] - [131]．これらの新材料を用いたデバイスは，従来の材料では実現し得ない様々な特性を有しており，将来の情報通信デバイスの一翼を担うことが期待されている．

3　高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素

3.1　はじめに

光・マイクロ波導波路解析ツールとして，これまで様々なベクトル有限要素法が開発された．とりわけ，電界，あるいは磁界の3成分を用いた解析法は現実的で複雑な問題に幅広く適合するものであり [132] - [144]，最近ではCADパッケージのソルバーとしても利用されている [31]．しかしながら，この電界，あるいは磁界の3成分を用いた有限要素法の重要な問題点としてスプリアス解の発生があげられる．この問題を解決するための一手法としてペナルティ法 [31], [132] - [144] が用いられてきたが，このペナルティ法ではペナルティ係数と呼ばれる正の任意定数が含まれ，解の精度がこのペナルティ係数の大きさに依存してしまう．さらに，電界，あるいは磁界の3成分を用いた有限要素法解析では，伝搬定数を最初に入力データとして与え，周波数を固有値として算出しなければならないという問題点があるのに加えて，従来のラグランジュ多項式を用いた補間関数をそのまま用いると，導体エッジにおける電磁界の特異性を考慮することが極めて難しいという問題点もある [145], [146]．最近になって，電界，あるいは磁界の横成分に0次エッジ要素，縦成分に1次ノーダル要素を用いた基本エッジ/ノーダルハイブリッド要素による有限要素法が開発された [33] - [35]．エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いると，伝搬定数を固有値として直接算出できる [33], [34] ほか，スプリアス解の発生を避けることができる [33], [34]．しかし，これは最低次の要素であるため，一般に解の収束が遅い．そこで本章では，解の収束を速め，より高精度な解析が可能となるように，電界，あるいは磁界の横成分に1次エッジ要素，縦成分に2次ノーダル要素を用いたベクトル有限要素法を提案するとともに，その定式化を行う．

一般に，有限要素法を適用して得られる行列方程式は疎行列方程式であり，その行列のスパース性を利用した高速計算が可能である．ところが，エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いたベクトル有限要素法では，伝搬定数を直接に算出しようとすると，行列のスパース性が失われる [33], [34] ために，計算効率が悪く，光・マイクロ波導波路解析・設計ツールとして実用的でない部分がある．そこでここでは，行列のスパース性を保ったまま，伝搬定数を直接算出することが可能な定式化を行う．

具体的に，ベンチマークテスト用の誘電体装荷方形導波管の解析を行い，厳密解と比較して本手法の妥当性を確認している．さらに，光導波路の標準的なベンチマークテストの実施結果についてもあわせて示している．

また，損失媒質を含む光・マイクロ波導波路に対する本手法の適用性について調査を行っている．具体的には，損失媒質を装荷した方形導波管，損失媒質を含む埋め込み型光導波路ならびにリッジ光導波路の解析を通して，本手法が損失性導波路解析にも有効であることを実証している．

3.2 基本方程式

xy 平面内に任意形状の断面 Ω をもち，波の伝搬軸 z 方向に一様な構造を有する 3 次元導波路を考える．いま，導波路を構成する材料は対角成分のみからなる誘電率テンソルをもつ異方性材料とし，導波路中の電磁界は時間因子 $\exp(j\omega t)$ で変化するものとすると，Maxwell の方程式から次のベクトル波動方程式が得られる．

$$\nabla \times ([p]\nabla \times \boldsymbol{\phi}) - k_0^2[q]\boldsymbol{\phi} = 0 \tag{3.1}$$

$$[p] = \begin{bmatrix} p_x & 0 & 0 \\ 0 & p_y & 0 \\ 0 & 0 & p_z \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

$$[q] = \begin{bmatrix} q_x & 0 & 0 \\ 0 & q_y & 0 \\ 0 & 0 & q_z \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

ここに ω は角周波数，k_0 は自由空間波数，$\boldsymbol{\phi}$ は電界ベクトル $\boldsymbol{E}$，あるいは磁界ベクトル $\boldsymbol{H}$ を表し，$\boldsymbol{\phi}$ と $[p]$，$[q]$ の各成分との関係は以下のようになる．

$$\begin{cases} p_x = p_y = p_z = 1, \\ q_x = n_x^2, \\ q_y = n_y^2, \\ q_z = n_z^2 \qquad \text{for } \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{E} \end{cases} \tag{3.4a}$$

$$\begin{cases} p_x = 1/n_x^2, \\ p_y = 1/n_y^2, \\ p_z = 1/n_z^2, \\ q_x = q_y = q_z = 1 \quad \text{for } \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{H} \end{cases} \tag{3.4b}$$

ここに n_x, n_y, n_z はそれぞれ x, y, z 方向の屈折率である．式 (3.1) に対する汎関数は

$$F = \iint_\Omega \left[(\nabla \times \boldsymbol{\phi})^* \cdot ([p]\nabla \times \boldsymbol{\phi}) - k_0^2[q]\boldsymbol{\phi}^* \cdot \boldsymbol{\phi} \right] dxdy \tag{3.5}$$

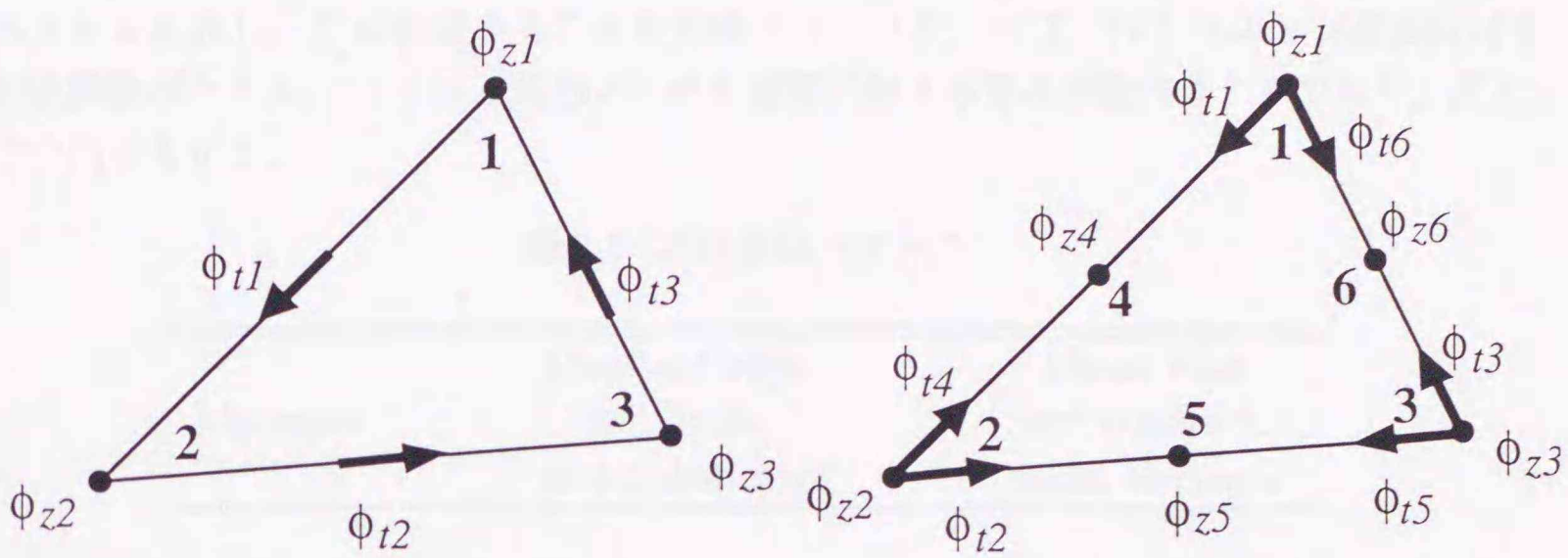
で与えられる．ここに $*$ は複素共役をとることを表す．

3.3 エッジ/ノーダルハイブリッド要素

電磁界は媒質境界面においてその接線成分が連続でなければならないが，エッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素を用いると，媒質境界面での接線成分の連続性を直接課すことが可能である．

図 3.1(a) に 0 次エッジ要素と 1 次ノーダル要素とから構成される基本エッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素 [33], [34] を示す．基本要素内では，ϕ の横成分は三角形の辺上の 3 個

の接線成分の値 $\phi_{t1} \sim \phi_{t3}$ で近似され，縦成分の値は頂点上の 3 個の縦成分の値 $\phi_{z1} \sim \phi_{z3}$ で近似される．また，この基本要素では，要素境界における電磁界の接線成分は，それぞれの辺上で一定であるため，横成分に対して用いられるエッジ要素を 0 次（定数）エッジ要素と呼ぶ．



(a) 基本要素　　(b) 高次要素

図 3.1 エッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素

図 3.1(b) に 1 次エッジ要素と 2 次ノーダル要素とから構成される高次エッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素を示す．高次要素では ϕ の横成分は頂点上の 6 個の接線成分の値 $\phi_{t1} \sim \phi_{t6}$ で近似され，縦成分の値は頂点上および各辺の中点上の 6 個の縦成分の値 $\phi_{z1} \sim \phi_{z6}$ で近似される．この高次要素では，要素境界における電磁界の接線成分は，それぞれの辺上で線形に変化しているため，横成分に対して用いられるエッジ要素を 1 次（線形）エッジ要素と呼ぶ．

羽野 [35] は電磁界の横成分を三角形上の 6 個の節点における接線成分の値で近似するエッジ要素を提案しているが，これらの節点配置には任意性がある．また，Lee ら [147] は，補間関数として 2 次 Lagrange 多項式を用いることを提案しているが，この場合には電磁界の横成分の値を近似するのに頂点上の 6 個の接線成分の値に加えて，辺上の 2 個の節点における法線成分の値が必要になる．

なお，1 次エッジ要素については，2 次元問題に対して Brezzi ら [148] や Durán [149] により，3 次元問題に対しては Nédélec [150] により，その基本的な考え方が紹介されているが，節点配置を含めて，要素の具体的な構成の仕方については報告がない．

3.4 有限要素法

導波路の断面 Ω を図 3.1 に示したエッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素を用いて要素分割し，界の横成分 ϕ_x，ϕ_y，縦成分 ϕ_z を以下のように近似する．

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{U\}^T\{\phi_t\}_e \\ \{V\}^T\{\phi_t\}_e \\ j\{N\}^T\{\phi_z\}_e \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

ここに $\{\phi_t\}_e$ は各要素に対する節点接線界ベクトル，$\{\phi_z\}_e$ は各要素に対する節点軸方向界ベクトルを表し，T は転置することを意味する．また，$\{U\}$，$\{V\}$ はエッジ要素に対する形状関数ベクトル，$\{N\}$ は三角形ノーダル要素に対する形状関数ベクトルであり，表3.1にその内容を示す．

表3.1 形状関数ベクトル

Elements	Constant edge and linear nodal elements	Linear edge and quadratic nodal elements
$\{U\}$	$\begin{bmatrix} l_1(L_1\partial L_2/\partial x - L_2\partial L_1/\partial x) \\ l_2(L_2\partial L_3/\partial x - L_3\partial L_2/\partial x) \\ l_3(L_3\partial L_1/\partial x - L_1\partial L_3/\partial x) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} l_1L_1\partial L_2/\partial x \\ l_2L_2\partial L_3/\partial x \\ l_3L_3\partial L_1/\partial x \\ l_1L_2\partial L_1/\partial x \\ l_2L_3\partial L_2/\partial x \\ l_3L_1\partial L_3/\partial x \end{bmatrix}$
$\{V\}$	$\begin{bmatrix} l_1(L_1\partial L_2/\partial y - L_2\partial L_1/\partial y) \\ l_2(L_2\partial L_3/\partial y - L_3\partial L_2/\partial y) \\ l_3(L_3\partial L_1/\partial y - L_1\partial L_3/\partial y) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} l_1L_1\partial L_2/\partial y \\ l_2L_2\partial L_3/\partial y \\ l_3L_3\partial L_1/\partial y \\ l_1L_2\partial L_1/\partial y \\ l_2L_3\partial L_2/\partial y \\ l_3L_1\partial L_3/\partial y \end{bmatrix}$
$\{N\}$	$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} L_1(2L_1-1) \\ L_2(2L_2-1) \\ L_3(2L_3-1) \\ 4L_1L_2 \\ 4L_2L_3 \\ 4L_3L_1 \end{bmatrix}$

ここに $L_k(k=1,2,3)$ は面積座標であり，要素の面積 A_e，三角形の二つの頂点 (x_k, y_k)，(x_l, y_l) の間の辺の長さ l_k，係数 a_k，b_k，c_k はそれぞれ次式で表される．

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2A_e} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

$$2A_e = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} \tag{3.8}$$

$$l_k = \sqrt{b_m^2 + c_m^2} \tag{3.9}$$

$$a_k = x_l y_m - x_m y_l \tag{3.10}$$

$$b_k = y_l - y_m \tag{3.11}$$

$$c_k = x_m - x_l \tag{3.12}$$

ここに $(x_k, y_k)\,(k=1,2,3)$ は三角形要素の頂点 1 ～ 3 のデカルト座標であり，添字 k, l, m は三角形の 3 頂点を反時計回りに 1 から 3 まで循環する．辺の長さ l_k を用いると，基本エッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素の形状関数ベクトルは文献 [33], [34] に比べて非常に簡単な形で書き表すことができる．

三角形の二つの頂点 (x_k, y_k)，(x_l, y_l) 間の辺に沿う単位接線方向ベクトル $\boldsymbol{t}_k$ は

$$\boldsymbol{t}_k = (c_m/l_k)\boldsymbol{i}_x - (b_m/l_k)\boldsymbol{i}_y \tag{3.13}$$

で与えられる．ここに $\boldsymbol{i}_x$，$\boldsymbol{i}_y$ はそれぞれ x，y 方向の単位ベクトルである．0 次エッジ要素の各辺上における接線成分は次式で表される．

$$\phi_{tk} = (\phi_{xk}\boldsymbol{i}_x + \phi_{yk}\boldsymbol{i}_y) \cdot \boldsymbol{t}_k \tag{3.14}$$

ここに ϕ_{xk}，ϕ_{yk} は三角形の長さ l_k の辺上における横方向成分であり，ϕ_t は各辺上で一定の値をとる．また，1 次エッジ要素における接線成分は次式で表される．

$$\phi_{t1} = (\phi_{x1}\boldsymbol{i}_x + \phi_{y1}\boldsymbol{i}_y) \cdot \boldsymbol{t}_1 \tag{3.15a}$$

$$\phi_{t2} = (\phi_{x2}\boldsymbol{i}_x + \phi_{y2}\boldsymbol{i}_y) \cdot \boldsymbol{t}_2 \tag{3.15b}$$

$$\phi_{t3} = (\phi_{x3}\boldsymbol{i}_x + \phi_{y3}\boldsymbol{i}_y) \cdot \boldsymbol{t}_3 \tag{3.15c}$$

$$\phi_{t4} = (\phi_{x2}\boldsymbol{i}_x + \phi_{y2}\boldsymbol{i}_y) \cdot \boldsymbol{t}_1 \tag{3.15d}$$

$$\phi_{t5} = (\phi_{x3}\boldsymbol{i}_x + \phi_{y3}\boldsymbol{i}_y) \cdot \boldsymbol{t}_2 \tag{3.15e}$$

$$\phi_{t6} = (\phi_{x1} \boldsymbol{i}_x + \phi_{y1} \boldsymbol{i}_y) \cdot \boldsymbol{t}_3 \tag{3.15f}$$

ここに ϕ_{xk}, ϕ_{yk} $(k = 1, 2, 3)$ はそれぞれ三角形の各頂点上での横成分の値を表す.

式 (3.6) を (3.5) に代入し, 変分原理を用いると, 次に示すような固有値方程式が得られる.

$$[K]\{\phi\} - k_0^2[M]\{\phi\} = \{0\} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned} [K] &= \begin{bmatrix} [K_{tt}] & [K_{tz}] \\ [K_{zt}] & [K_{zz}] \end{bmatrix} \\ &= \sum_e \iint_e [B]^*[p][B]^T dxdy \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned} [M] &= \begin{bmatrix} [M_{tt}] & [0] \\ [0] & [M_{zz}] \end{bmatrix} \\ &= \sum_e \iint_e [N]^*[q][N]^T dxdy \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} j\beta\{V\} & -j\beta\{U\} & -\{U_y\} + \{V_x\} \\ j\{N_y\} & -j\{N_x\} & \{0\} \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

ここに $\{0\}$ は零ベクトル, $\{U_y\} \equiv \partial\{U\}/\partial y$, $\{V_x\} \equiv \partial\{V\}/\partial x$, $\{N_x\} \equiv \partial\{N\}/\partial x$, $\{N_y\} \equiv \partial\{U\}/\partial y$ であり, $\sum_e$ はすべての要素についての和をとること, $\iint_e dxdy$ は各要素領域での積分を表す. また, 行列 $[K]$, $[M]$ の小行列は以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} [K_{tt}] = \sum_e \iint_e \big[& p_x\beta^2\{V\}\{V\}^T + p_x\beta^2\{U\}\{U\}^T \\ & + p_z\{U_y\}\{U_y\}^T + p_z\{V_x\}\{V_x\}^T \\ & - p_z\{U_y\}\{V_x\}^T - p_z\{V_x\}\{U_y\}^T \big] dxdy \end{aligned} \tag{3.20a}$$

$$[K_{tz}] = \sum_e \iint_e \left[p_x\beta\{V\}\{N_y\}^T + p_y\beta\{U\}\{N_x\}^T \right] dxdy \tag{3.20b}$$

$$[K_{zt}] = [K_{tz}]^T \tag{3.20c}$$

$$[K_{zz}] = \sum_e \iint_e \left[p_x\{N_y\}\{N_y\}^T + p_y\{N_x\}\{N_x\}^T \right] dxdy \tag{3.20d}$$

$$[M_{tt}] = \sum_e \iint_e \left[q_x\{U\}\{U\}^T + q_y\{V\}\{V\}^T \right] dxdy \tag{3.21a}$$

$$[M_{zz}] = \sum_e \iint_e q_z\{N\}\{N\}^T dxdy \tag{3.21b}$$

ここにβはz軸方向の伝搬定数である．

伝搬定数を直接固有値として算出するために，式(3.16)を以下のように書き直す．

$$[k_{tt}]\{\phi_t\} - \beta[K_{tz}]\{\phi_z\} - \beta^2[M_{tt}]\{\phi_t\} = \{0\} \tag{3.22a}$$

$$-\beta[K_{zt}]\{\phi_t\} + [K_{zz}]\{\phi_z\} = \{0\} \tag{3.22b}$$

$$\begin{aligned}[K_{tt}] = \sum_e \iint_e \Big[& q_x k_0^2 \{U\}\{U\}^T + q_y k_0^2 \{V\}\{V\}^T \\ & - p_z \{U_y\}\{U_y\}^T - p_z \{V_x\}\{V_x\}^T \\ & + p_z \{U_y\}\{V_x\}^T + p_z \{V_x\}\{U_y\}^T \Big] \, dxdy \end{aligned} \tag{3.23a}$$

$$[K_{tz}] = \sum_e \iint_e \left[p_y \{U\}\{N_x\}^T + p_x \{V\}\{N_y\}^T \right] dxdy \tag{3.23b}$$

$$[K_{zt}] = [K_{tz}]^T \tag{3.23c}$$

$$[K_{zz}] = \sum_e \iint_e \left[q_z k_0^2 \{N\}\{N\}^T - p_y \{N_x\}\{N_x\}^T - p_x \{N_y\}\{N_y\}^T \right] dxdy \tag{3.23d}$$

$$[M_{tt}] = \sum_e \iint_e \left[p_y \{U\}\{U\}^T + p_x \{V\}\{V\}^T \right] dxdy \tag{3.24}$$

ここに式(3.23), (3.24)で与えられる小行列は式(3.20), (3.21)で与えられる小行列とは異なるものであることに注意する．式(3.22b)を(3.22a)に代入すると，次の固有値方程式が得られる．

$$[K_{tt}]\{\phi_t\} - \beta^2 \left([M_{tt}] + [K_{tz}][K_{zz}]^{-1}[K_{zt}] \right) \{\phi_t\} = \{0\} \tag{3.25}$$

式(3.25)は界の接線成分$\{\phi_t\}$のみを固有ベクトルとする固有値方程式となるが，行列$[K_{zz}]$の逆行列を用いているために，行列のスパース性が失われている．そこで，新たに行列のスパース性を保ったまま伝搬定数を直接算出するために，式(3.22)を以下のように書き改める．

$$\begin{bmatrix} [K_{tt}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_t\} \\ \beta^{-1}\{\phi_z\} \end{bmatrix} - \beta^2 \begin{bmatrix} [M_{tt}] & [K_{tz}] \\ [K_{zt}] & [K_{zz}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_t\} \\ \beta^{-1}\{\phi_z\} \end{bmatrix} = \{0\} \tag{3.26}$$

ここに，式(3.26)中の小行列は式(3.25)の各小行列と同じである．また，式(3.26)中の行列方程式には特異行列が含まれているために，その固有値計算には注意を要する．本論文ではサブスペース反復法[151]を用いる．

式(3.20)，(3.21)および式(3.23)，(3.24)の各小行列における積分計算は表3.2に示すHammerらの数値積分公式[28], [29], [34]を用いて

$$\begin{aligned} I &= \iint_e f(L_1, L_2, L_3) dxdy \\ &= A_e \sum_{i=1}^{n} W_i f(L_1, L_2, L_3) \end{aligned} \tag{3.27}$$

で与えられる．

表 3.2 2 次元問題に対する Hammer らの数値積分公式

n	m	i	(L_{1i}, L_{2i}, L_{3i})	W_i	$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$
1	1	1	(α, α, α)	1	$\alpha = 1/3$
3	2	1	$(\alpha, \alpha, 0)$	1/3	$\alpha = 1/2$
		2	$(0, \alpha, \alpha)$		
		3	$(\alpha, 0, \alpha)$		
4	3	1	(α, α, α)	$-27/48$	$\alpha = 1/3$
		2	(β, γ, γ)	25/48	$\beta = 0.6$
		3	(γ, β, γ)		$\gamma = 0.2$
		4	(γ, γ, β)		
7	4	1	(α, α, α)	0.225	$\alpha = 1/3$
		2	(β, γ, γ)	0.13239415	$\beta = 0.05971587$
		3	(γ, β, γ)		$\gamma = 0.47014206$
		4	(γ, γ, β)		$\delta = 0.79742699$
		5	$(\delta, \varepsilon, \varepsilon)$	0.12593918	$\varepsilon = 0.10128651$
		6	$(\varepsilon, \delta, \varepsilon)$		
		7	$(\varepsilon, \varepsilon, \delta)$		

このため，要素内で媒質定数が任意に変化するような場合に対しても要素行列の作成は極めて容易で，材料定数が導波路断面内で任意に変化するような，いわゆるグレーデッド型導波路の精密解析が可能となる [152].

また，図 3.1(a) に示した基本エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いて要素分割を行うと，隣合う要素間で共有する辺に沿った電磁界のエッジ成分の方向ベクトルが互いに逆向きとなってしまい，整合が取れなくなる．そこで，エッジ成分の方向ベクトルの向きをあらかじめ一定の方向に決める必要がある．本論文では，辺の両端の三角形の頂点の y座標の大きい方を，y座標が等しい場合は x 座標が大きい方を正の向きと定める．すなわち，行列 $[S]$ を以下のように定める．

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{12} & 0 & 0 \\ 0 & s_{23} & 0 \\ 0 & 0 & s_{31} \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

$$s_{kl} = \begin{cases} 1 & \begin{cases} b_m > 0 \\ b_m = 0 \text{ and } c_m < 0 \end{cases} \\ -1 & \begin{cases} b_m < 0 \\ b_m = 0 \text{ and } c_m > 0 \end{cases} \end{cases} \tag{3.29}$$

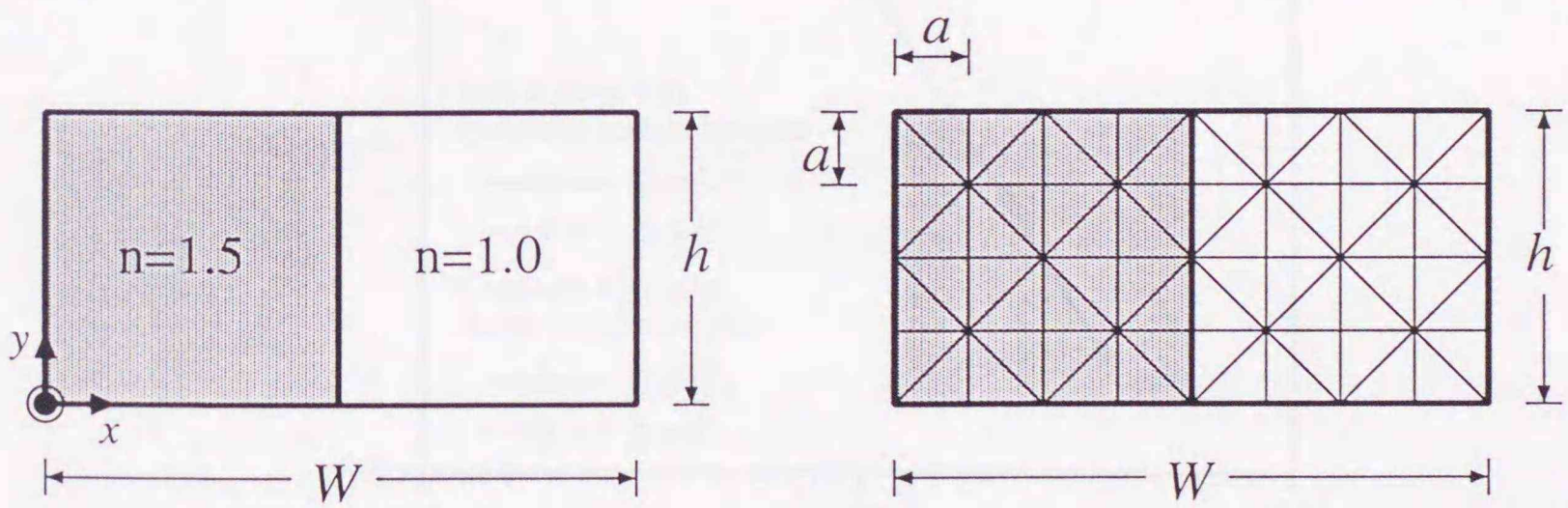
ここに添字 k, l, m は 1 から 3 まで順に循環する．さらに，各要素の小行列 $[\,\cdot\,]_e$ に対して以下のような演算を行う．

$$[K'_{tt}]_e = [S][K_{tt}]_e[S] \tag{3.30a}$$
$$[K'_{tz}]_e = [S][K_{tz}]_e \tag{3.30b}$$
$$[K'_{zt}]_e = [K_{zt}]_e[S] \tag{3.30c}$$
$$[M'_{tt}]_e = [S][M_{tt}]_e[S] \tag{3.30d}$$

このようにして得られる $[K'_{tt}]_e$, $[K'_{tz}]_e$, $[K'_{zt}]_e$, $[K'_{zz}]_e$ を用いて，式 (3.25) あるいは式 (3.26) における $[K_{tt}]$, $[K_{tz}]$, $[K_{zt}]$, $[K_{zz}]$ を組み立てる．

3.5 適用事例

まず，図 3.2(a) に示すような屈折率 1.5 の誘電体を装荷した，幅 W，高さ $a = W/2$ の方形導波管を考え，図 3.2(b) のように要素分割する．



(a) 導波管構造　　(b) 要素分割例

図 3.2 誘電体装荷導波管

図 3.3 は，$k_0 h = 3.0$ における基本モード (LSE_{10}) の有限要素解 β_{FEM} の収束性を示したものである．ここに N_t, N_z はそれぞれ ϕ_t, ϕ_z の対応する節点数を表し，相対誤差は，厳密解を β_{EXACT} として

$$\text{Relative error} = |\beta_{EXACT} - \beta_{FEM}|/\beta_{EXACT} \tag{3.31}$$

で評価されている．このモードの電磁界横成分は，E_y，H_xであり，これらの電磁界はy方向に変化していないため，$\phi = \boldsymbol{E}$とした場合には高次ハイブリッド要素を用いても解析精度の向上は認められないが，$\phi = \boldsymbol{H}$とすることにより解析精度の大幅な向上がはかられている．

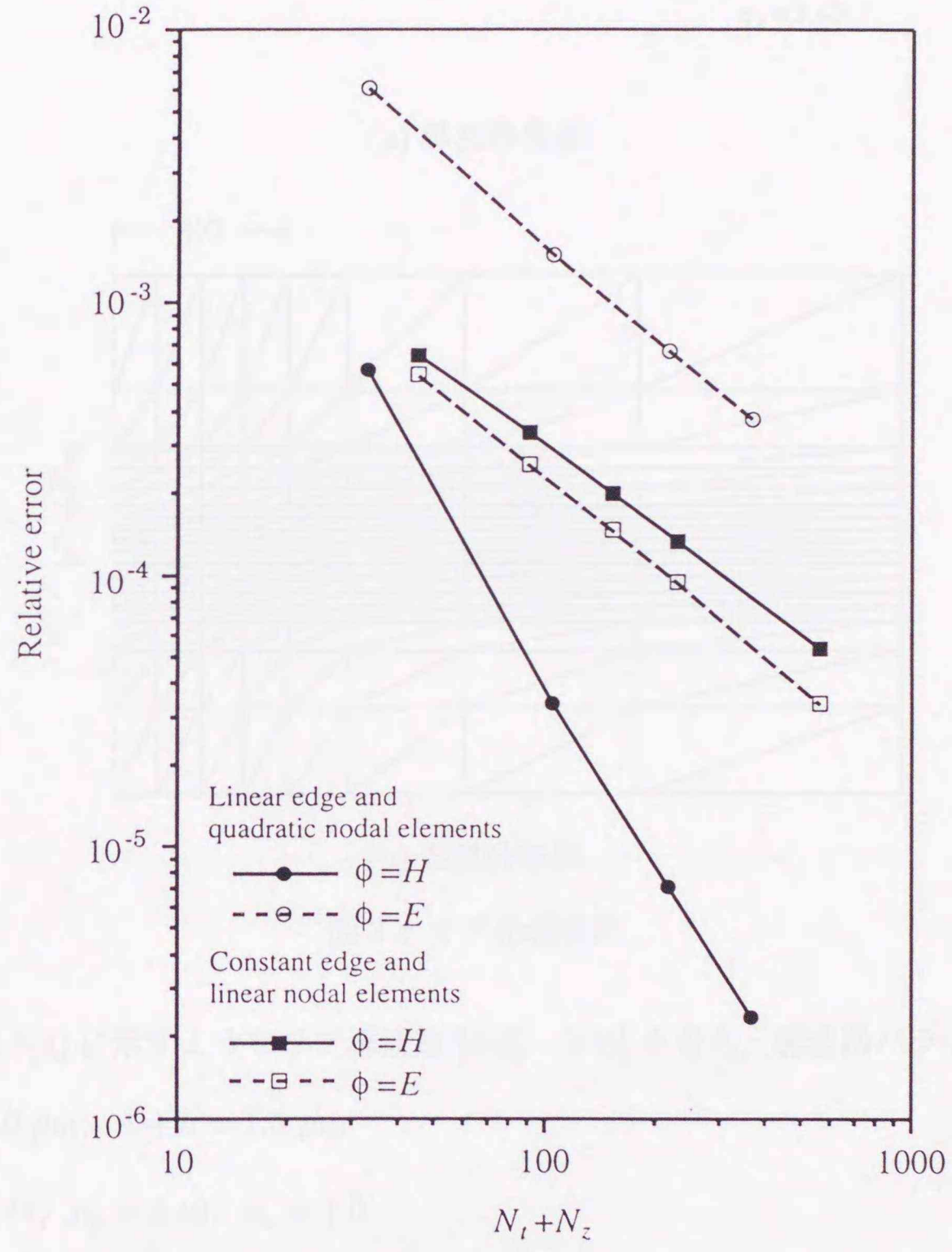
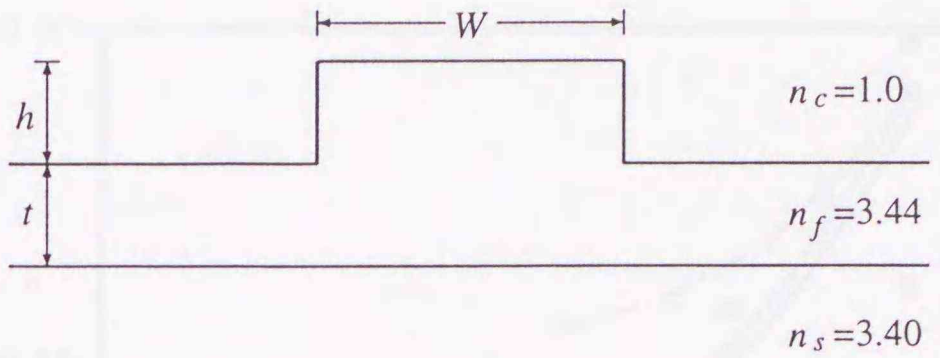
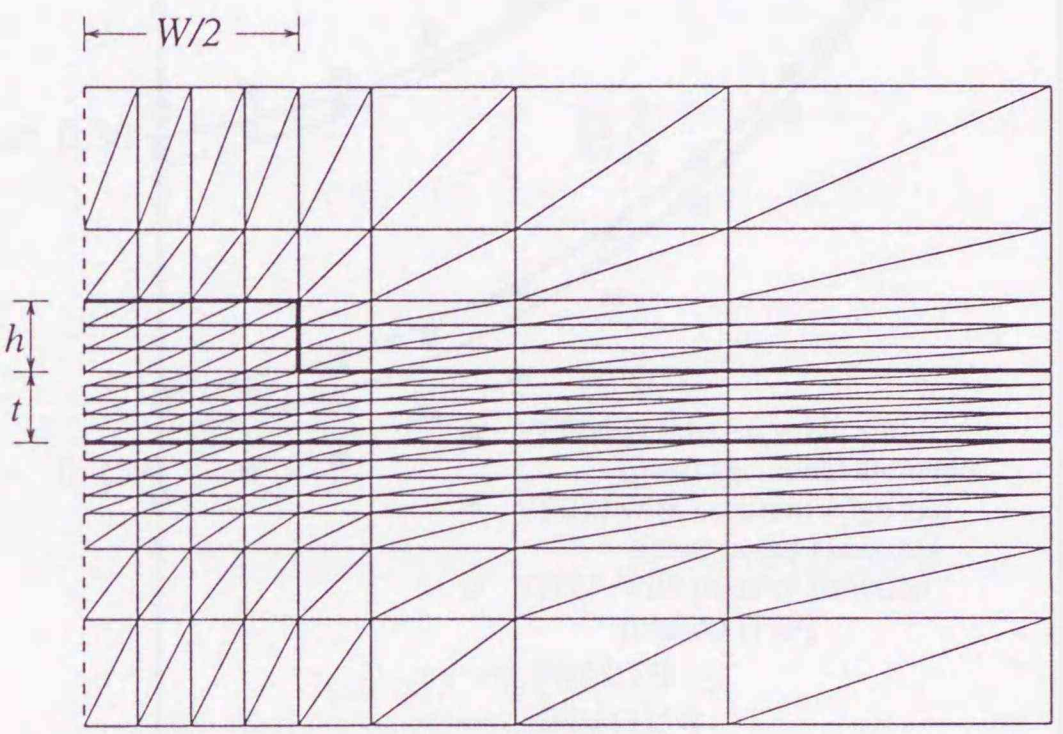


図 3.3 LSE_{10}モードにおける解の収束性



(a) 導波路構造



(b) 要素分割例

図 3.4 リブ光導波路

次に，図 3.4(a) に示すようなリブ導波路 [153] - [155] を考え，導波路パラメータとして

$$W = 3.0\ \mu\mathrm{m}, \quad t + h = 1.0\ \mu\mathrm{m}$$

$$n_f = 3.44,\ n_s = 3.40,\ n_c = 1.0$$

を使用し，動作波長を $\lambda = 1.15\ \mu\mathrm{m}$ とする．

図 3.4(b) は要素分割の一例を示したものである．基本ハイブリッド要素を用いた場合，要素数および各節点数は $N_e = 352$ ，$N_t = 558$，$N_z = 207$ であり，高次ハイブリッド要素を用いた場合は，$N_e = 288$ ，$N_t = 916$，$N_z = 629$ である．

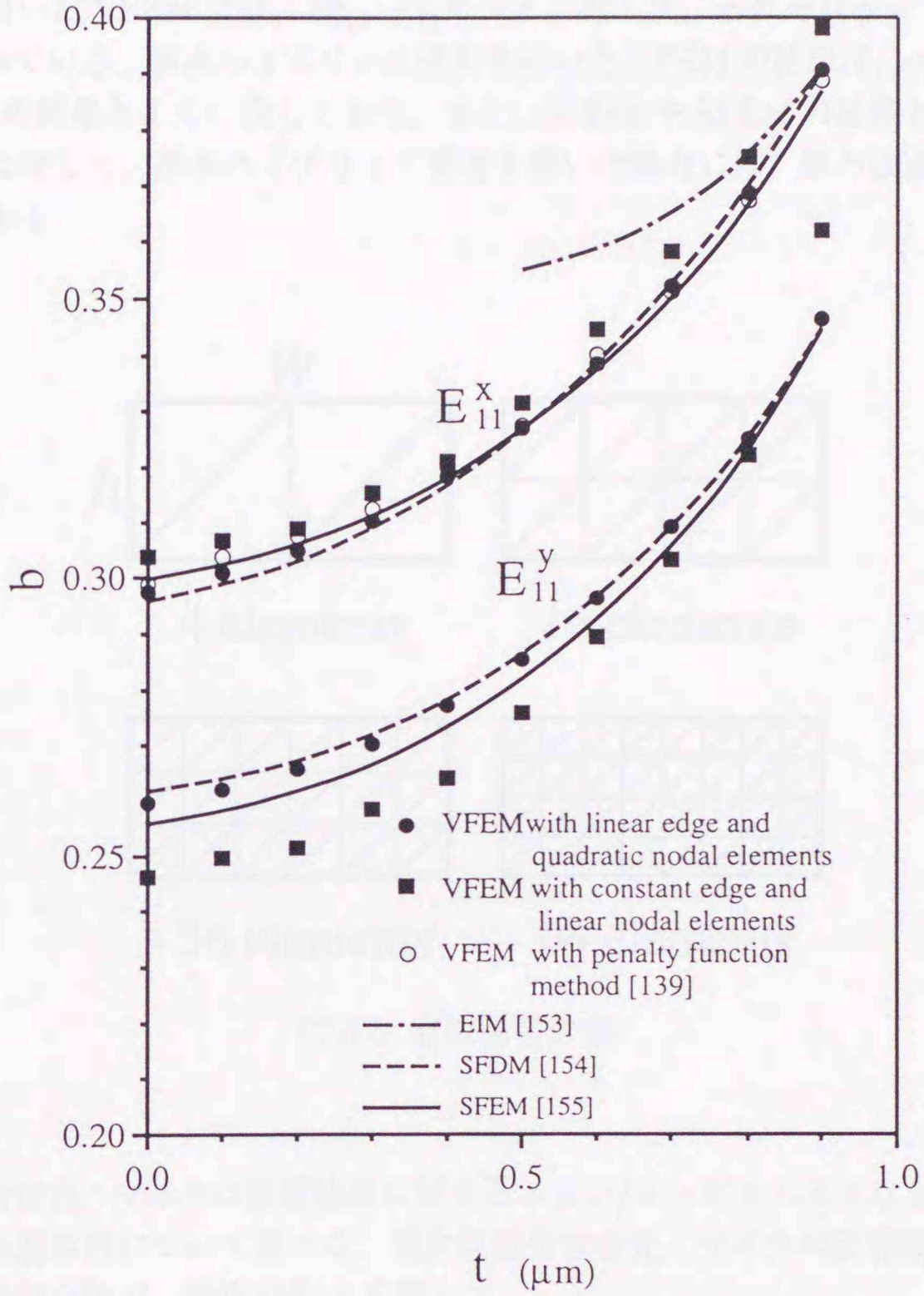


図 3.5 規格化伝搬定数の膜厚 t 依存性

図 3.5 は，E_{11}^{x}，E_{11}^{y}モードに対する正規化伝搬定数 b，すなわち

$$b = \frac{(\beta/k_0)^2 - n_s^2}{n_f^2 - n_s^2} \tag{3.32}$$

の膜厚 t 依存性を示したものである．ここに●，■はそれぞれ高次ハイブリッド要素，基本ハイブリッド要素を用いたベクトル有限要素法 (VFEM) の結果，○はペナルティ法を用いた VFEM の結果 [139]，一点鎖線は等価屈折率法 (EIM) の結果 [153]，破線はスカラ差分法 (SFDM) の結果 [154]，実線はスカラ有限要素法 (SFEM) の結果 [155] である．ハイブ

リッド要素を用いたVFEMでは，E_{11}^x，E_{11}^yモードに対して，それぞれ$\phi = \boldsymbol{H}$，$\phi = \boldsymbol{E}$として解析を行っている．高次ハイブリッド要素を用いたVFEMの結果は，ペナルティ法を用いたVFEMの結果とよく一致しており，また，SFDMやSFEMの結果ともよく一致している．これに対して，基本ハイブリッド要素を用いた場合には，解の収束がまだ十分でないことがわかる．

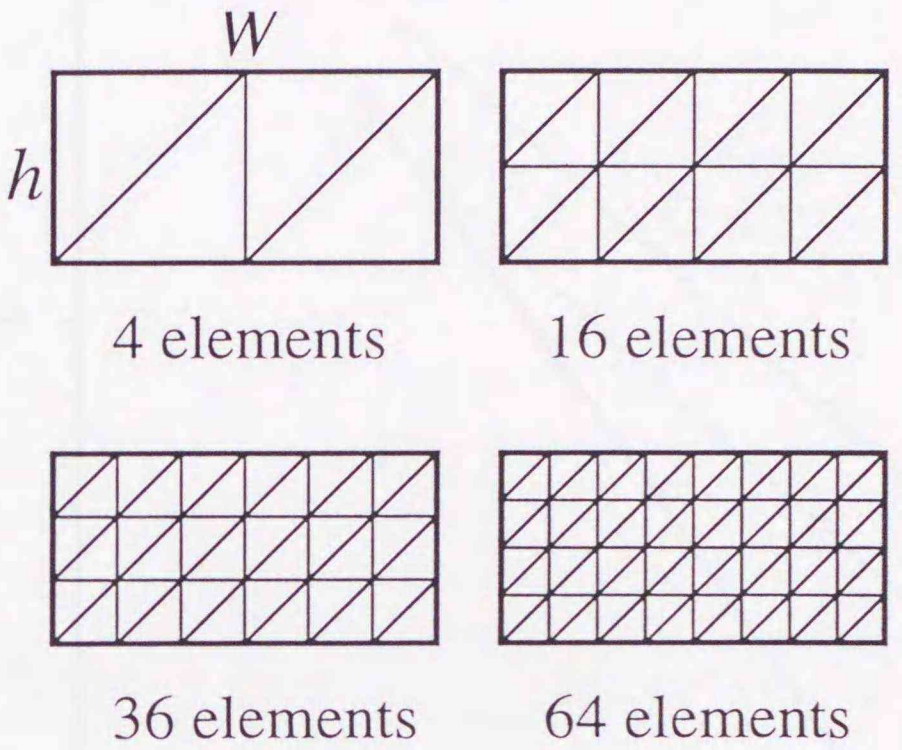


図 3.6 有限要素分割

損失媒質を含む光・マイクロ波導波路に対するエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いた有限要素法の適用性について調べる．損失媒質を含む光・マイクロ波導波路の伝搬定数γを導波路の位相定数β，減衰定数αを用いて

$$\gamma = \beta - j\alpha \tag{3.33}$$

と表すことにより，式(3.25)あるいは式(3.26)をそのまま用いることができ，固有値として，伝搬定数，すなわち位相定数，減衰定数の両方を同時に算出することが可能となる．

具体的に，まず，比誘電率$\varepsilon = 1.5 - j1.5$の損失媒質でその内部が完全に満たされた，幅W，高さ$h = W/2$の方形導波管を考え，図3.6に示すような要素分割を行う．

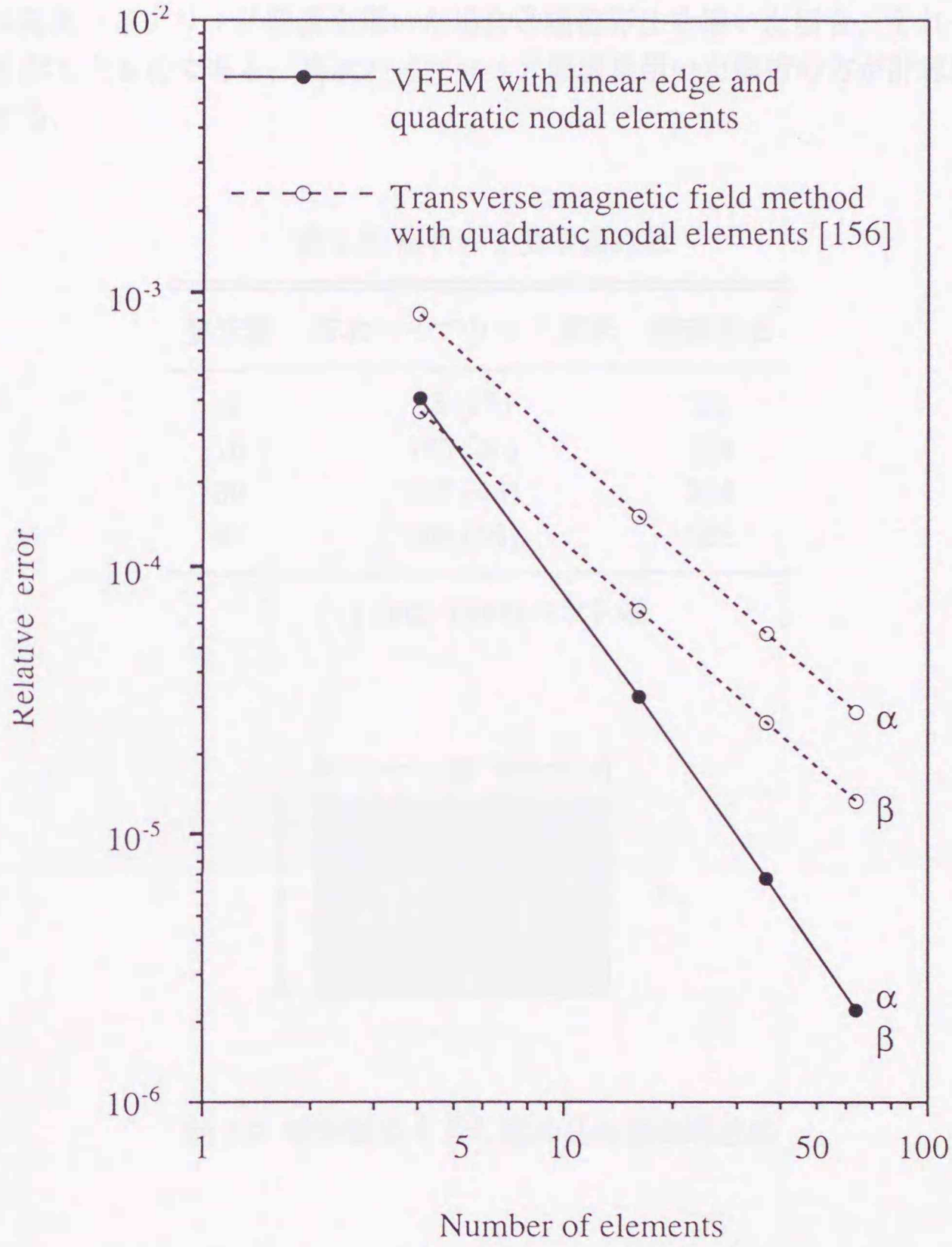


図 3.7 有限要素解の収束性

図 3.7 は，$k_0h = 3.0$ とし，TE_{10} モードに対する位相定数 β，減衰定数 α の収束性を示したものである．ここに実線は節点変数が磁界に対応する高次要素を用いた場合の結果，破線は磁界の 3 成分すべてに対して 2 次ノーダル要素を用い，磁界の縦成分を消去した横磁界法 [156] による結果を表している．横磁界法では，ある要素数に対する位相定数，減衰定数の解析精度に差があるのに対して，エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いた場合には，これらの解析精度は同じになっている．

表 3.3 は高次ハイブリッド要素を用いた場合と横磁界法を用いた場合，それぞれに必要な節点数を示したものである．高次ハイブリッド要素を用いた解析の方が計算効率がよいことが分かる．

表 3.3 解析に必要な節点数

要素数	高次ハイブリッド要素	横磁界法
4	33 (15)	28
16	105 (35)	124
36	217 (48)	284
64	369 (58)	508

( ) 内は行列のバンド幅

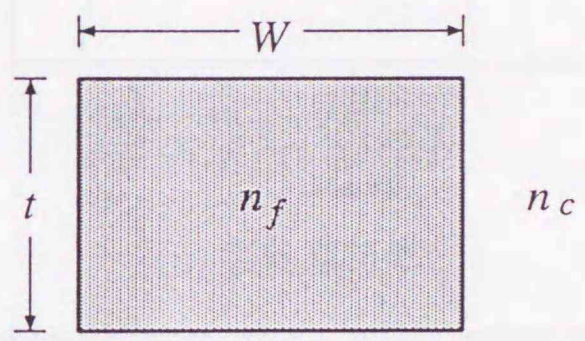


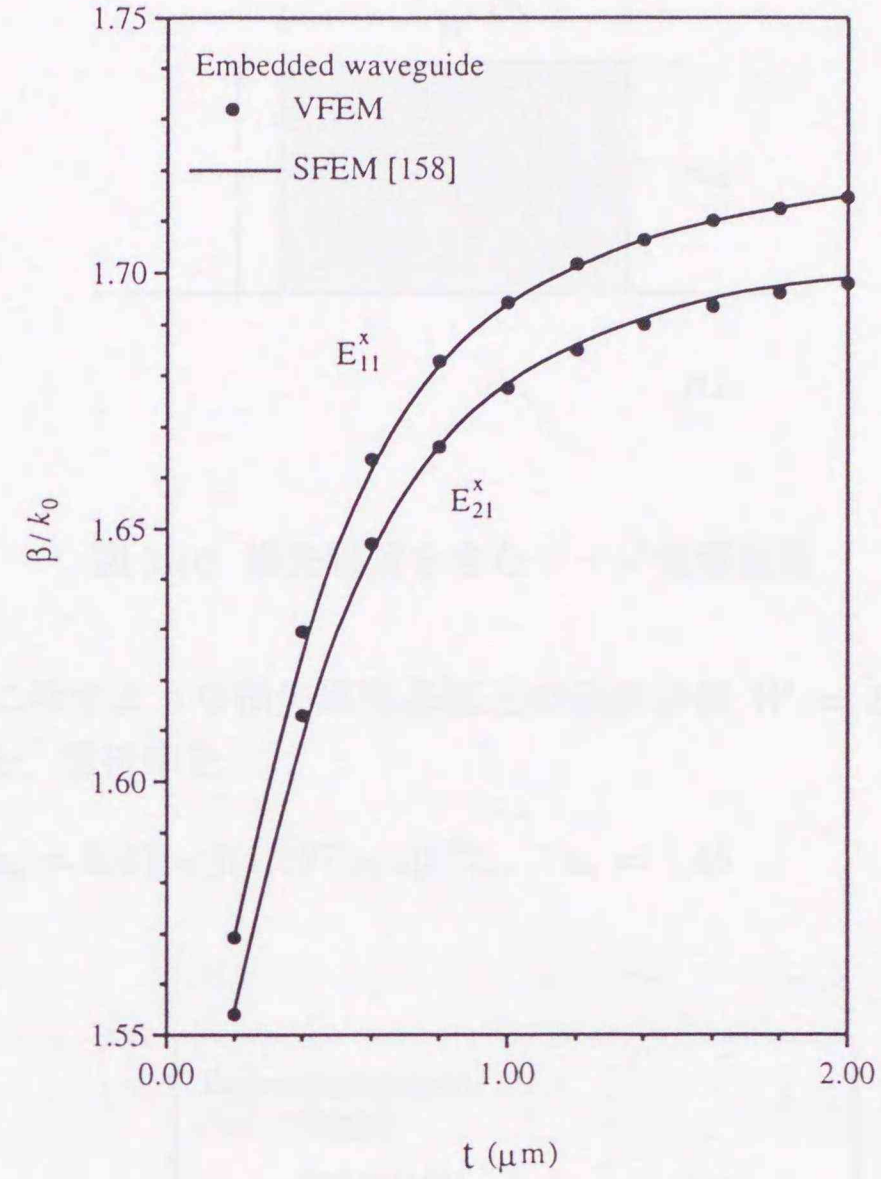
図 3.8 損失媒質を含む埋め込み型光導波路

次に，図 3.8 に示すような，導波路幅 $W = 3\ \mu$m の損失媒質コアをもつ埋め込み型光導波路 [157], [158] を考える．ここに導波路の屈折率は

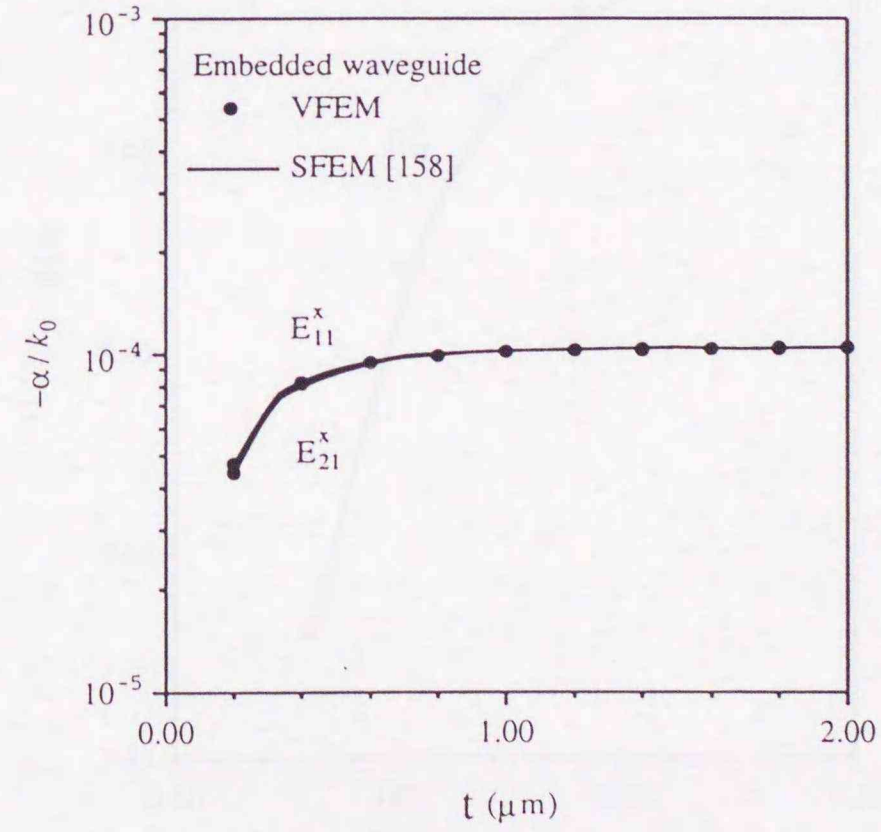
$$n_f = 1.73 - j(1.03849 \times 10^{-4}), \quad n_c = 1.52$$

とする．

図 3.9(a), (b) は，それぞれ動作波長を $\lambda = 0.87\ \mu$m としたときの実効屈折率，減衰定数の膜厚 t 依存性を示したものである．図中の●は $\phi = H$ とし，高次ハイブリッド要素を用いた結果（$N_e = 216$, $N_t = 690$, $N_z = 475$），実線は SFEM [158] による解析結果を表している．



(a) 実効屈折率



(b) 減衰定数

図 3.9 損失媒質を含む埋め込み型光導波路の膜厚 t 依存性

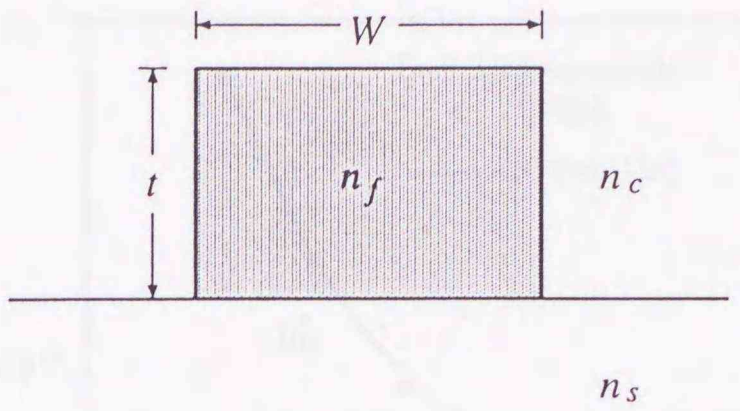
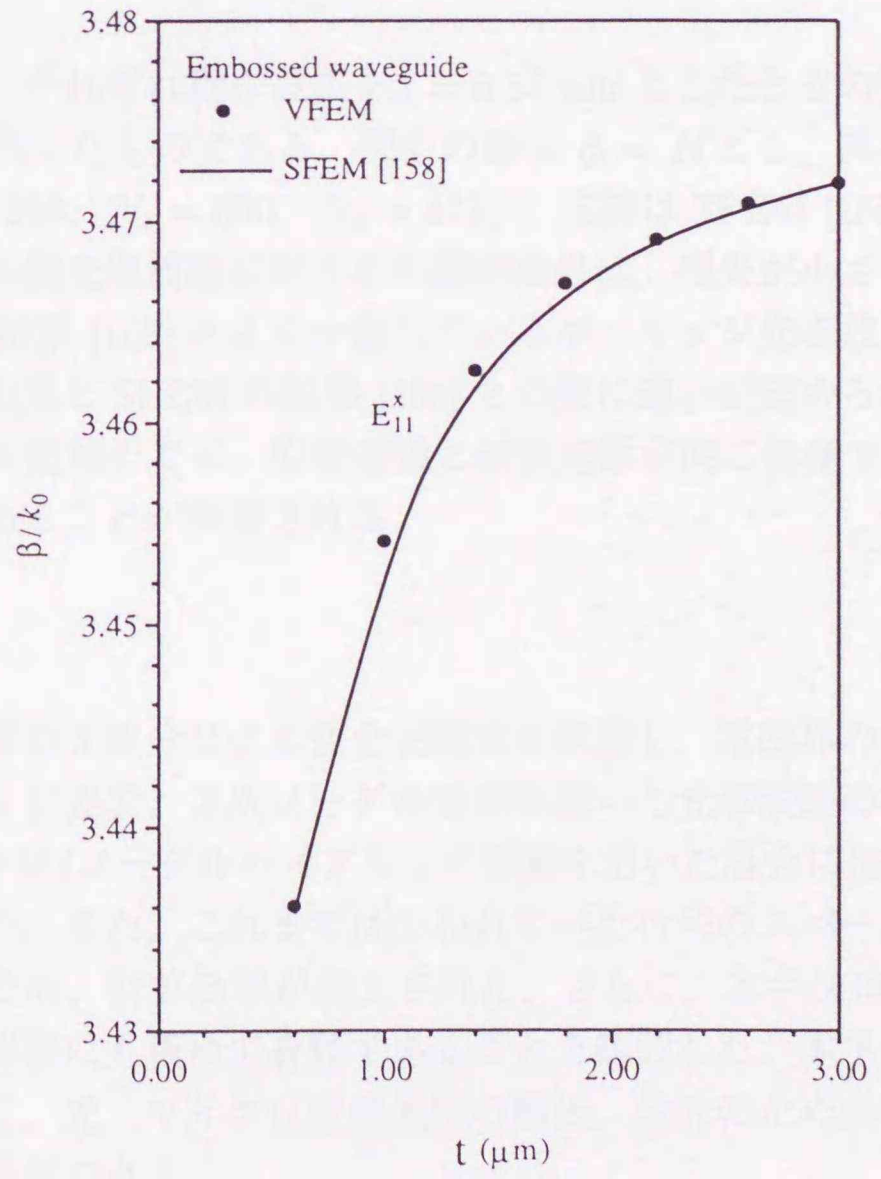


図 3.10 損失媒質を含むリッジ光導波路

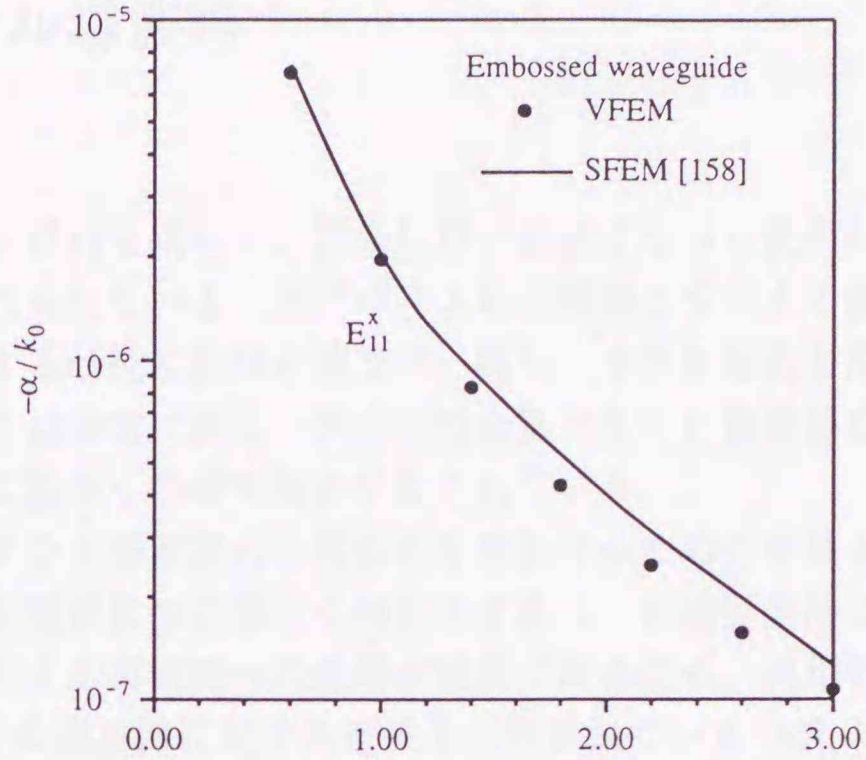
さらに，図 3.10 に示すような損失媒質基板上の導波路幅 $W = 3\ \mu\mathrm{m}$ のリッジ光導波路 [157], [158] を考え，屈折率を

$$n_f = 3.48, \quad n_s = 3.43 - j(1.687 \times 10^{-5}), \quad n_c = 1.45$$

とする．



(a) 実効屈折率



(b) 減衰定数

図 3.11 基板に損失媒質を含むリッジ光導波路の膜厚 t 依存性

図 3.11(a), (b) は，それぞれ動作波長を$\lambda = 0.87$ μm としたときの実効屈折率，減衰定数の膜厚 t 依存性を示したものである．図中の●は $\phi = \boldsymbol{H}$とし，高次ハイブリッド要素を用いた結果（$N_e = 216$，$N_t = 690$，$N_z = 475$），実線は SFEM [158] による解析結果を表している．埋め込み型光導波路に対する本解析結果は，損失が小さい場合に有効とされる SFEM による解析結果 [158] とよく一致しているが，リッジ光導波路の場合には，減衰定数に対する本解析結果と SFEM の結果 [158] との間に違いが認められる．ハイブリッド要素を用いたベクトル波解析では，位相定数と減衰定数が同じ精度で求まるので，SFEM の適用範囲に限界があることが推察される．

3.6 まとめ

電界，あるいは磁界の 3 成分による変分表現式を採用し，電磁界の横成分，縦成分に対してそれぞれ 1 次エッジ要素，2 次ノーダル要素を用いた光導波路の有限要素法解析の定式化を行い，基本エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いた場合に比べて高精度な解が得られることを確認した．また，これまでは失われていた行列のスパース性を保ったままの定式化を行っているため，計算効率が向上された．さらに，本手法は損失媒質を含む光・マイクロ波導波路の解析にも極めて有効であることを確認した．本手法は高精度な解析ができ，計算効率も良く，光・マイクロ波導波路の解析，設計のためのツールとして十分な性能を有するものと確信できる．

4　2次元キラル導波路

4.1　はじめに

最近，エキゾチック材料を用いて，従来にない特性をもった光デバイスを作製するための研究が世界中で進められている．光デバイスの心臓部ともいえる光導波路にこのような材料を利用しようとする研究に注目が集まり，特に，キラル媒質を用いて構成されるキラル導波路に対する関心は非常に高く，方向性結合器やモード変換器などへの応用が期待されており，これまでに数多くの研究報告がなされている．

さて，これまでにキラル導波路の伝搬特性を解析するための手法がいくつか提案されており，そのひとつに有限要素法に基づく解析法がある．有限要素法は任意形状の導波路や媒質定数が任意に変化する導波路への適用が容易であるため，汎用性の高い解析法であるといえる．3次元キラル導波路に対する定式化は行われている [82], [83] が，通常の誘電体導波路と異なり，3次元キラル導波路に対する有限要素法を2次元キラル導波路へ流用することはできない．

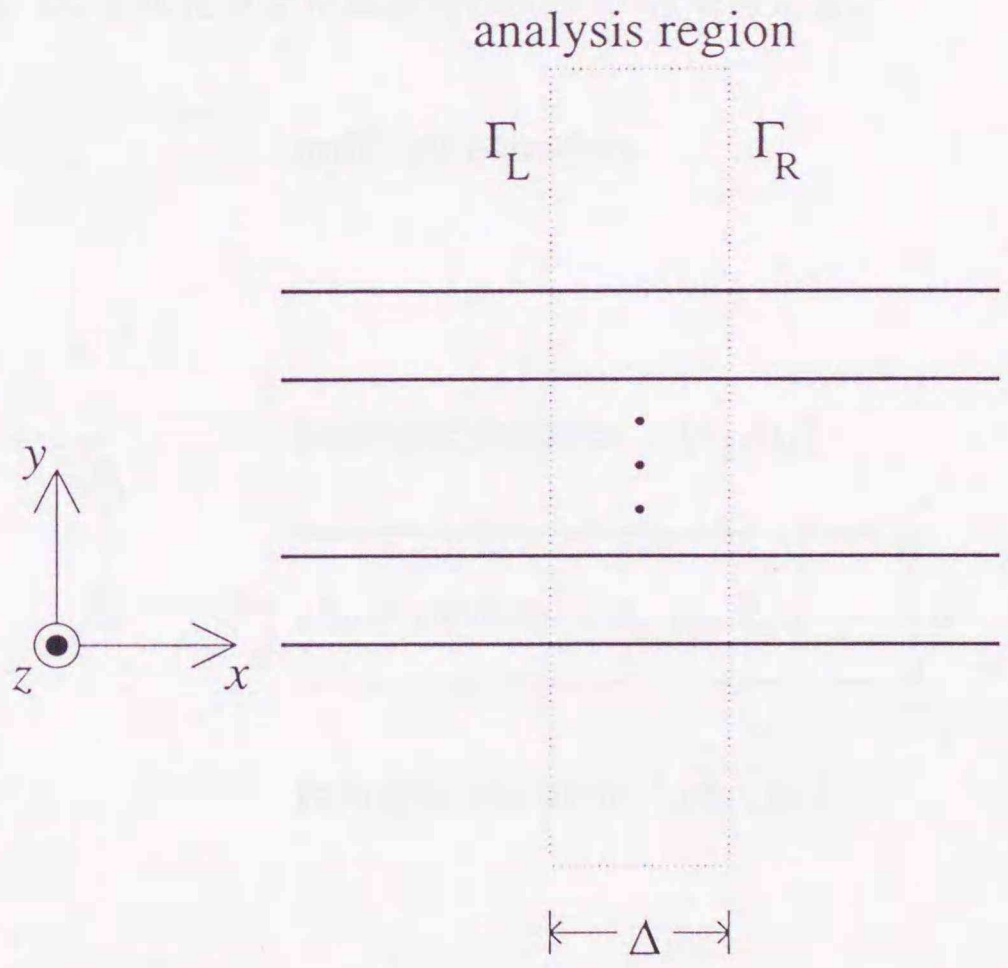


図 4.1　3次元解析の有限要素法を2次元導波路に適用したときの解析領域

通常の3次元導波路解析用の有限要素法を図 4.1 に示すような2次元導波路 ($\partial/\partial x = 0$) に流用しようとすれば，幅Δ が十分に小さな解析領域を考え，TE モードに対しては境界Γ_L, Γ_Rを電気壁 ($E_y = E_z = 0$) とみなし，TM モードに対しては境界Γ_L, Γ_Rを磁気壁 ($H_y = H_z = 0$) とみなすことにより，2次元解析用の有限要素法を用いた場合に比

べて，計算精度，計算効率は当然劣化するものの，解析は可能である．すなわち，境界Γ_L, Γ_Rにこのような境界条件を課すことにより，解析領域内において，TEモードに対して$E_y = E_z = H_x = 0$，TMモードに対して$E_x = H_y = H_z = 0$が近似的に満たされ，3次元導波路解析用の有限要素法が流用可能となるわけである．これに対して，2次元キラル導波路では，キラル媒質内ですべての電磁界成分が結合してしまうために，境界Γ_L, Γ_Rに適当な境界条件を課すことができず，3次元導波路解析用の有限要素法 [82], [83] を流用することはできない．

そこで本章では，新たに2次元キラル導波路の伝搬特性を解析するための有限要素法を提案し，その定式化を行っている．具体的に本手法をキラルアドミタンスがステップ状に変化するキラル導波路に適用し，厳密解と比較して，その妥当性と有効性を示している．さらに，本手法をグレーデッド形キラル導波路に適用して，キラルアドミタンスが一定の場合と比較している．

4.2 基本方程式

図4.2に示すような2次元キラル導波路 $(\partial/\partial x = 0)$ を考える．

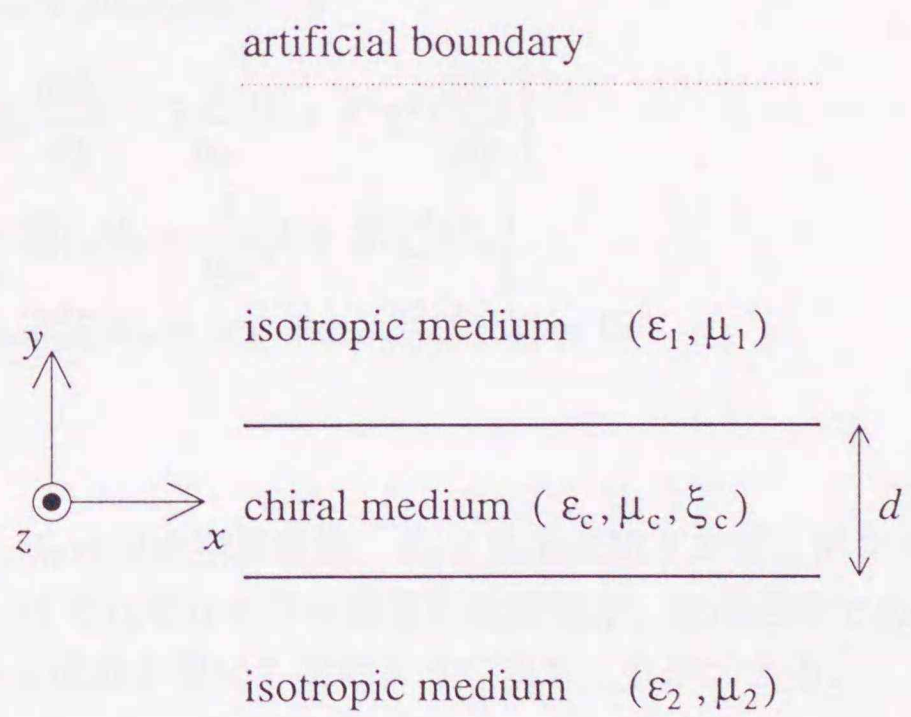


図 4.2 2次元キラル導波路

等方性キラル媒質の構成方程式として，本研究では式 (2.14) の Post-Jaggard の構成方程式 [1], [12] を用いる．

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_c \boldsymbol{E} - j\xi_c \boldsymbol{B} \tag{4.1a}$$

$$\boldsymbol{H} = -j\xi_c \boldsymbol{E} + \mu_c^{-1} \boldsymbol{B} \tag{4.1b}$$

ここにε_c，μ_c，ξ_cはそれぞれキラル媒質の誘電率，透磁率，キラルアドミタンスである．

式 (4.1)，および Maxwell の方程式

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega \boldsymbol{B} \tag{4.2a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega \boldsymbol{D} \tag{4.2b}$$

からキラル媒質中における電磁界の x 成分 E_x，H_xについての波動方程式が次のように求まる．

$$\frac{d}{dy}\left(j\frac{1}{\varepsilon_{cr}}\frac{dH_x}{dy} + \frac{1}{\varepsilon_{cr}}\xi_c\frac{dE_x}{dy}\right) + j\beta^2\left(-\frac{1}{\varepsilon_{cr}}H_x + j\frac{1}{\varepsilon_{cr}}\xi_c E_x\right) + jk_0^2(\mu_{cr}H_x + j\mu_{cr}\xi_c E_x) = 0 \tag{4.3a}$$

$$\frac{d}{dy}\left[\frac{1}{\varepsilon_{cr}}Z_0^2\xi_c\frac{dH_x}{dy} - j\frac{1}{\mu_{cr}}(1+Z^2\xi_c^2)\frac{dE_x}{dy}\right] + j\beta^2\left[j\frac{1}{\varepsilon_{cr}}Z_0^2\xi_c H_x + \frac{1}{\mu_{cr}}(1+Z^2\xi_c^2)E_x\right] - jk_0^2[-j\mu_{cr}Z_0^2\xi_c H_x + (\varepsilon_{cr}+\mu_{cr}Z_0^2\xi_c^2)E_x] = 0 \tag{4.3b}$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_c}{\varepsilon_c}} \tag{4.4}$$

ここにωは角周波数，k_0は自由空間波数，Z_0は自由空間インピーダンス，βは z方向の位相定数であり，ε_{cr}，μ_{cr}はそれぞれキラル媒質の比誘電率，比透磁率である．また，残りの電磁界成分は電磁界の x 成分を用いて次のように表すことができる．

$$E_y = -\frac{\beta}{\omega\varepsilon_c}H_x + j\frac{\beta}{\omega\varepsilon_c}\xi_c E_x \tag{4.5a}$$

$$E_z = j\frac{1}{\omega\varepsilon_c}\frac{dH_x}{dy} + \frac{1}{\omega\varepsilon_c}\xi_c\frac{dE_x}{dy} \tag{4.5b}$$

$$H_y = j\frac{\beta}{\omega\varepsilon_c}\xi_c H_x + \frac{\beta}{\omega\mu_c}(1+Z^2\xi_c^2)E_x \tag{4.5c}$$

$$H_z = \frac{1}{\omega\varepsilon_c}\xi_c\frac{dH_x}{dy} - j\frac{1}{\omega\mu_c}(1+Z^2\xi_c^2)\frac{dE_x}{dy} \tag{4.5d}$$

また，キラルスラブから十分離れた位置に仮想境界壁（点線）を設け，ここで

$$E_x = H_x = 0 \tag{4.6}$$

または

$$\frac{dE_x}{dy} = \frac{dH_x}{dy} = 0 \tag{4.7}$$

とする.

4.3 有限要素法

2次元キラル導波路を図4.3に示す2次線要素 [28], [29] を用いて分割し，各要素内における電磁界 E_x，$\tilde{H}_x = jZ_0 H_x$を要素内節点の値で展開すると

$$E_x = \{N\}^T \{E_x\}_e \tag{4.8}$$

$$\tilde{H}_x = \{N\}^T \{\tilde{H}_x\}_e \tag{4.9}$$

となる.

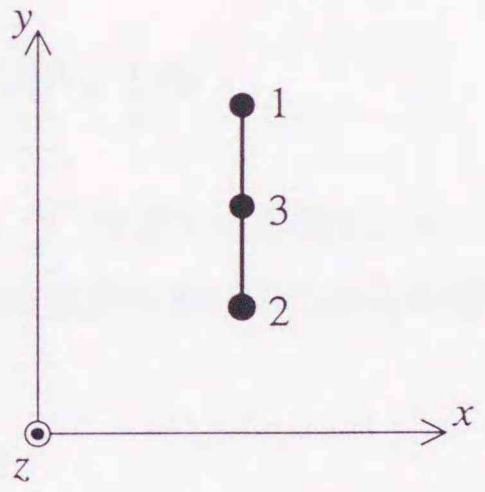


図 4.3 1次線要素

ここに $\{E_x\}_e$，$\{\tilde{H}_x\}_e$はそれぞれ節点における E_x，$\tilde{H}_x$の値からなる列ベクトル，$\{N\}$ は形状関数ベクトルであり，Tは転置をとること，e は要素に関する量であることを表す.

式 (4.3) に Galerkin 法に基づいた有限要素法を適用し，式 (4.6)，あるいは (4.7) の境界条件を考慮すると，次の行列方程式を得る.

$$\begin{bmatrix} [K_{EE}] & [K_{EH}] \\ [K_{HE}] & [K_{HH}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{E_x\} \\ \{\tilde{H}_x\} \end{bmatrix} - \beta^2 \begin{bmatrix} [M_{EE}] & [M_{EH}] \\ [M_{HE}] & [M_{HH}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{E_x\} \\ \{\tilde{H}_x\} \end{bmatrix} = \{0\} \tag{4.10}$$

$$[K_{EE}] = \sum_e \int_e \left[\frac{1}{\mu_{cr,e}} \frac{d\{N\}}{dy} \frac{d\{N\}^T}{dy} + \frac{1}{\mu_{cr,e}} Z^2(\{N\}^T\{\xi_c^2\}_e) \frac{d\{N\}}{dy} \frac{d\{N\}^T}{dy} \right.$$
$$\left. -k_0^2 \varepsilon_{cr,e} \{N\}\{N\}^T - k_0^2 \mu_{cr,e} Z_0^2(\{N\}^T\{\xi_c\}_e)\{N\}\{N\}^T \right] dy \tag{4.11a}$$

$$[K_{EH}] = \sum_e \int_e \left[\frac{1}{\varepsilon_{cr,e}} Z_0(\{N\}^T\{\xi_c\}_e) \frac{d\{N\}}{dy} \frac{d\{N\}^T}{dy} \right.$$
$$\left. + k_0^2 \mu_{cr,e} Z_0(\{N\}^T\{\xi_c\}_e)\{N\}\{N\}^T \right] dy \tag{4.11b}$$

$$[K_{HE}] = [K_{EH}]^T \tag{4.11c}$$

$$[K_{HH}] = \sum_e \int_e \left[\frac{1}{\varepsilon_{cr,e}} \frac{d\{N\}}{dy} \frac{d\{N\}^T}{dy} - k_0^2 \mu_{cr,e} \{N\}\{N\}^T \right] dy \tag{4.11d}$$

$$[M_{EE}] = \sum_e \int_e \left[-\frac{1}{\mu_{cr,e}} \{N\}\{N\}^T - \frac{1}{\mu_{cr,e}} Z^2(\{N\}^T\{\xi_c^2\}_e)\{N\}\{N\}^T \right] dy \tag{4.12a}$$

$$[M_{EH}] = \sum_e \int_e \left[-\frac{1}{\varepsilon_{cr,e}} Z_0(\{N\}^T\{\xi_c\}_e)\{N\}\{N\}^T \right] dy \tag{4.12b}$$

$$[M_{HE}] = [M_{EH}]^T \tag{4.12c}$$

$$[M_{HH}] = \sum_e \int_e \left[-\frac{1}{\varepsilon_{cr,e}} \{N\}\{N\}^T \right] dy \tag{4.12d}$$

ここに $\{0\}$ は零ベクトルであり，$\sum_e$ は全ての要素についての和をとることを意味する．また，ξ_c，ξ_c^2 については，要素内の節点におけるこれらの値を用いて展開し

$$\xi_c(y) = \{N\}^T\{\xi_c\}_e \tag{4.13}$$

$$\xi_c^2(y) = \{N\}^T\{\xi_c^2\}_e \tag{4.14}$$

としている．式(4.11)，(4.12) の行列の生成に必要な積分公式は文献 [159] に与えられている．なお，非キラル媒質に対しては，$\xi_c = 0$ とし，ε_c，μ_c，ε_{cr}，μ_{cr} をそれぞれ ε，μ，ε_r，μ_r に置き換える．ここに ε，μ，ε_r，μ_r はそれぞれ非キラル媒質の誘電率，透磁率，比誘電率，比透磁率である．

4.4 適用事例

解析対象として，図 4.2 に示した 3 層 2 次元キラル導波路を考える．キラルスラブの比誘電率，比透磁率をそれぞれ$\varepsilon_{cr} = 2$，$\mu_{cr} = 1$ とし，その周囲を空気として，比誘電率，比透磁率をそれぞれ$\varepsilon_r = 1$，$\mu_r = 1$ とする．構造の対称性から解析領域を $y \geq 0$ とし，$y = 10d$ の位置に仮想境界を置く．

まず，本手法の妥当性を確認するために，厳密解が存在する均質キラルスラブを考え，キラルアドミタンスを$\xi_c = 5.0 \times 10^{-4}$ S とする．

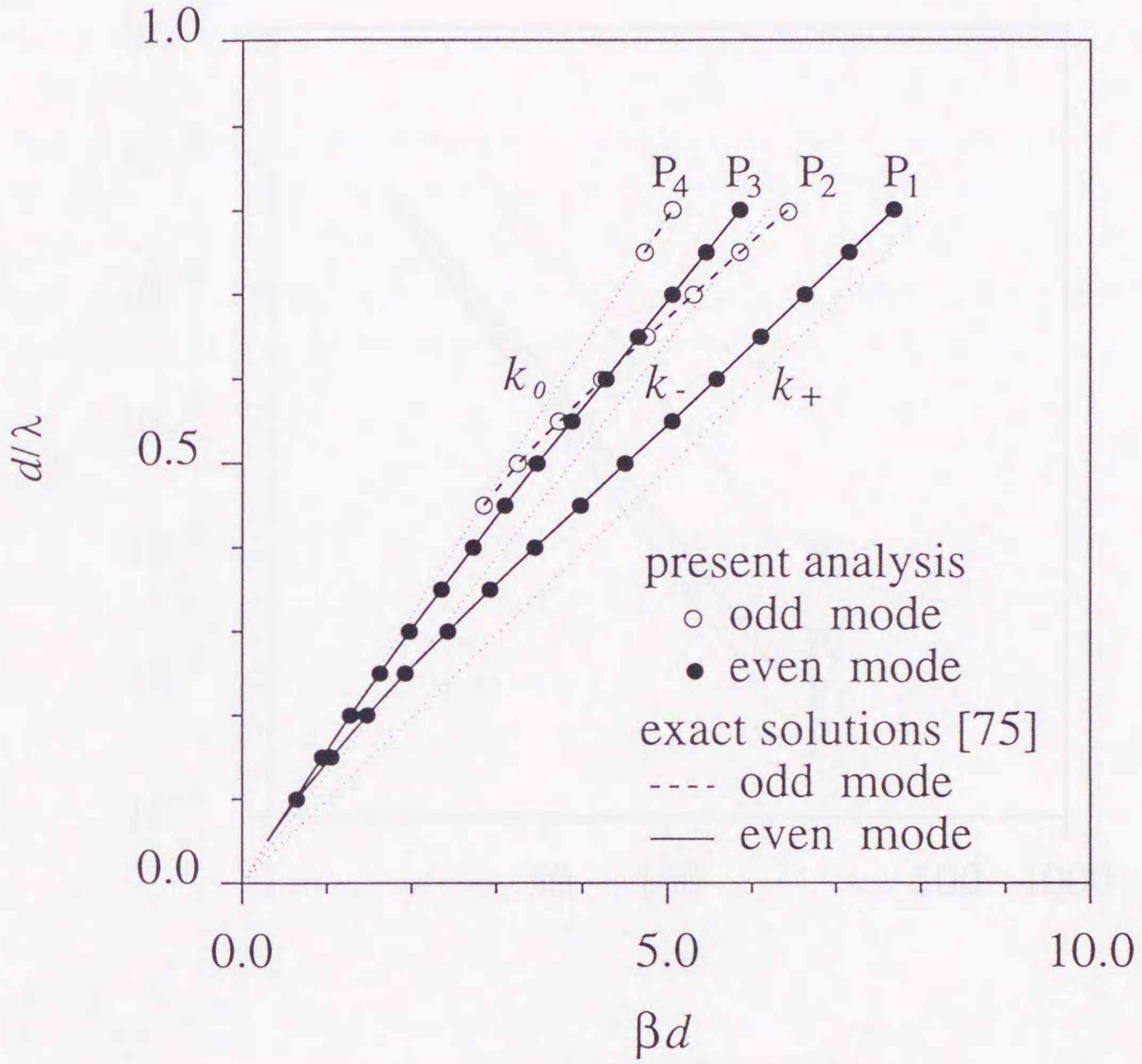


図 4.4 2次元キラル導波路の伝搬特性

図 4.4 は，真空波長を $\lambda = 2\pi/k_0$ として，d/λ の値を 0.0 ～ 0.8 まで変化させたときの位相定数 β の値の変化を示したものである．ここで要素数は $N_e = 170$，節点数は $N_p = 341$ である．また，○，●はそれぞれ奇モード ($E_x = H_x = 0$ at $y = 0$)，偶モード ($\partial E_x/\partial y = \partial H_x/\partial y = 0$ at $y = 0$) に対する有限要素解，破線，実線はそれぞれ奇モード，偶モードに対する厳密解 [75] であり，奇モード，偶モードそれぞれの基本モードと第一次高次モードを示している．なお，k_+，k_-はそれぞれキラル媒質中における右回り円偏波，左回り円偏波の波数を表しており，次式で表される [75]．

$$k_\pm = \pm\omega\mu_c\xi_c + \left[\omega^2\mu_c\varepsilon_c + (\omega\mu_c\xi_c)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.15}$$

有限要素解と厳密解は非常によく一致しており，本手法の妥当性が確認される．

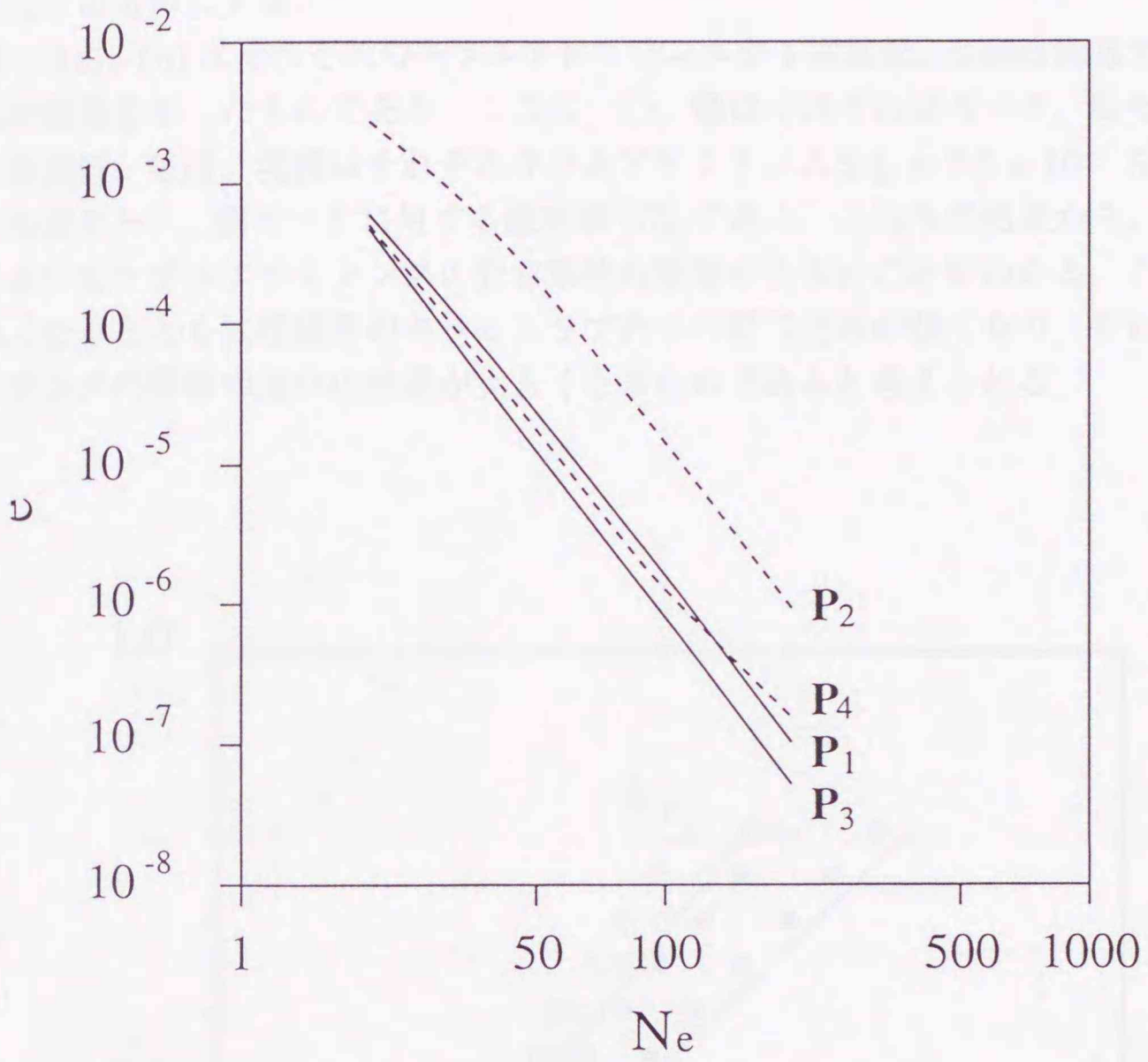


図 4.5 有限要素解の収束

図 4.5 は，解の収束性を調べたものである．ここに相対誤差 e は，厳密解を β_{EXACT}，有限要素解を β_{FEM} として

$$e = (\beta_{EXACT} - \beta_{FEM})/\beta_{EXACT} \tag{4.16}$$

のように評価されている．また，$d/\lambda = 0.8$ であり，図中の $P_1 \sim P_4$ の記号をつけた曲線は，それぞれ図 4.4 中の $P_1 \sim P_4$ に対応する解の収束性を示したものである．要素数 $N_e = 170$ で相対誤差は 10^{-5} 以下になっており，ここには示していないが，$d/\lambda < 0.8$ の場合についても同様である．そこで，以後の計算では，すべて要素数を $N_e = 170$ とする．

次に，グレーデッド型キラル導波路を考え，キラルアドミタンスは，1 次関数

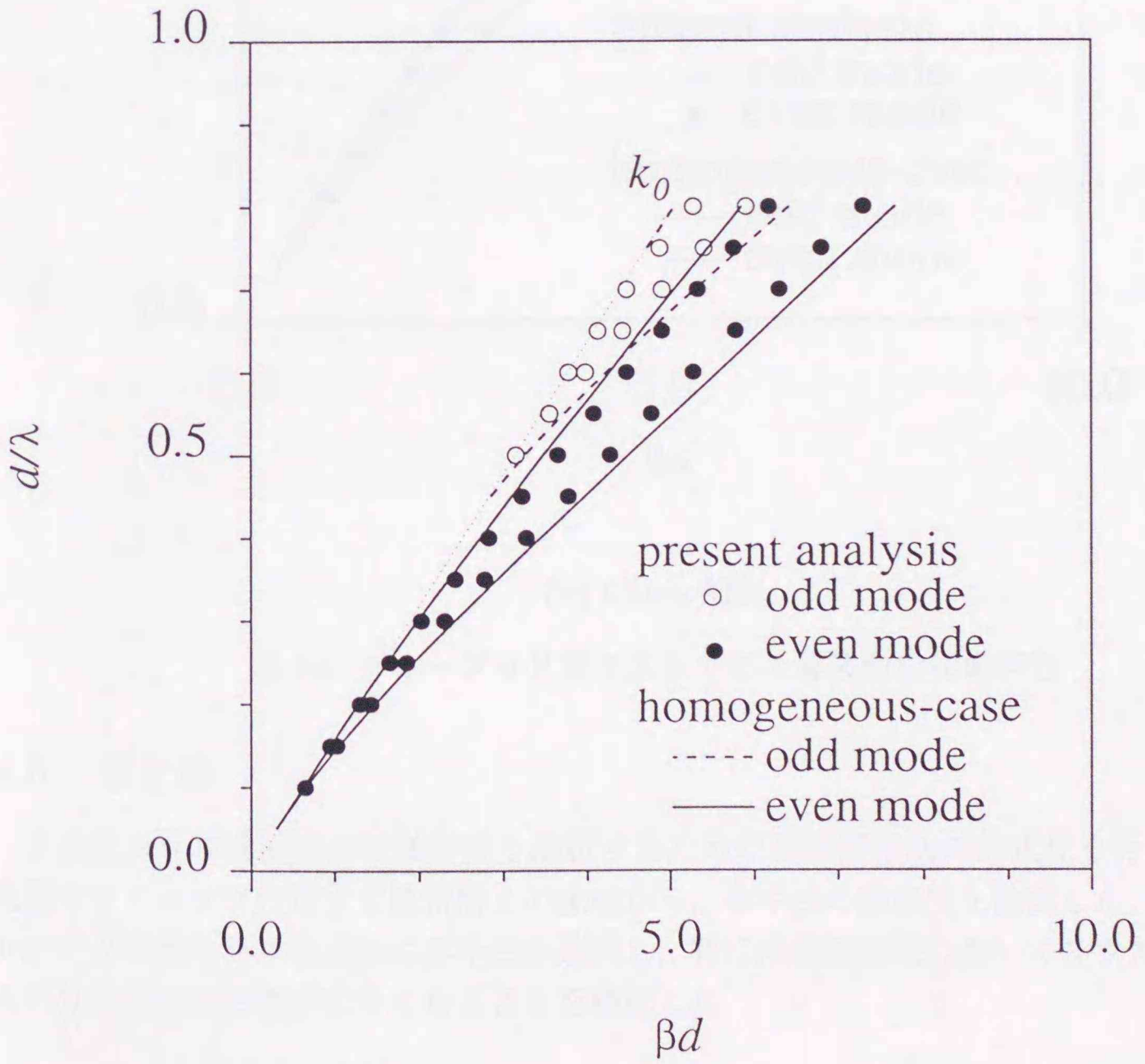
$$\xi_c(y) = 5.0 \times 10^{-4}\{1 - (d/2)^{-1} \mid y \mid\} \tag{4.17}$$

または，Gauss 関数

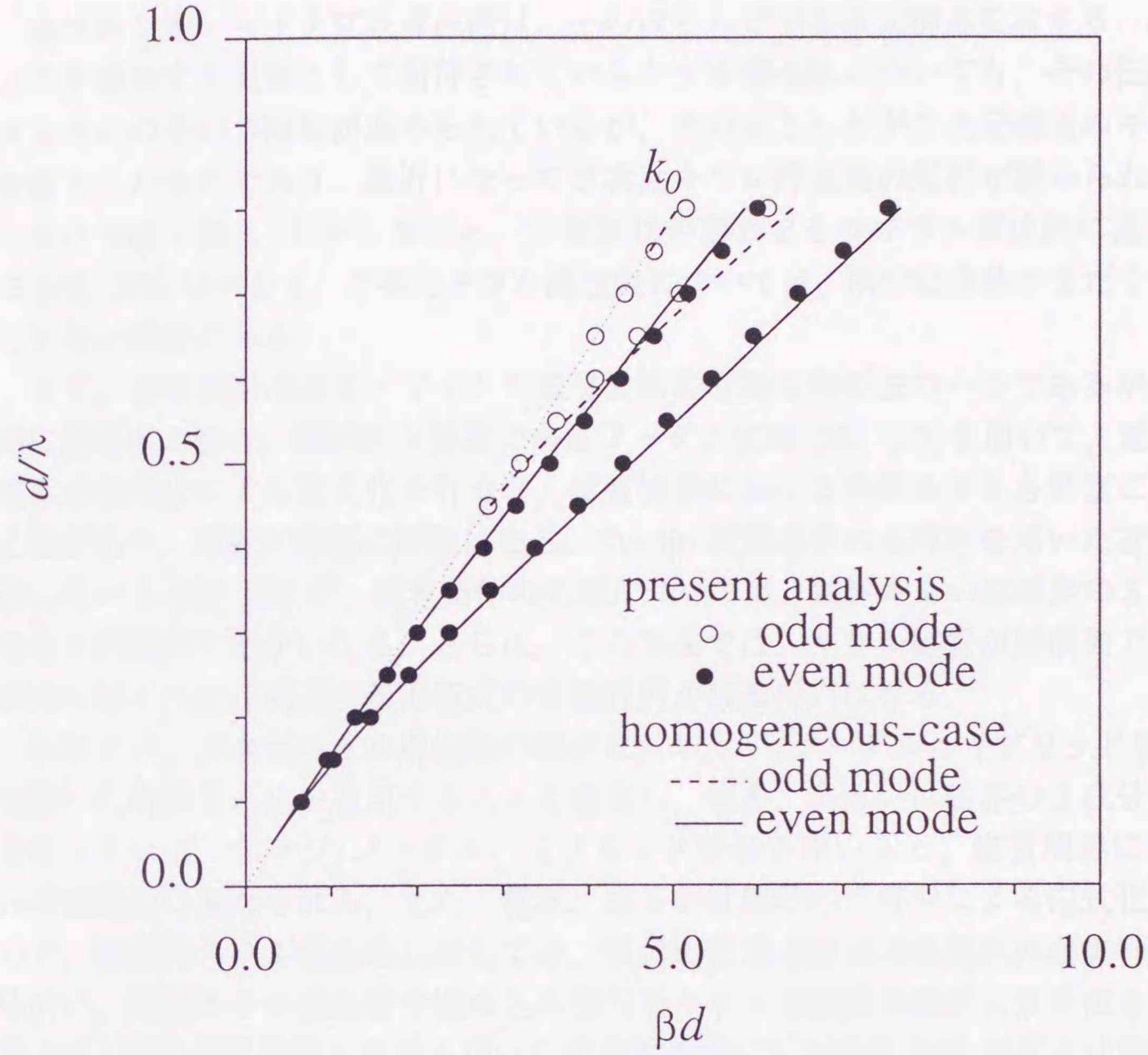
$$\xi_c(y) = 5.0 \times 10^{-4} \exp\{-(d/2)^{-2} y^2\} \tag{4.18}$$

で変化するものとする．

図 4.6(a)，(b) はそれぞれのキラルアドミタンスが 1 次関数，Gauss 関数で変化する場合の解析結果を示したものである．ここに，○，●はそれぞれ奇モード，偶モードに対する有限要素解，破線，実線はそれぞれキラルアドミタンスを$\xi_c = 5.0 \times 10^{-4}$ S と一定にしたときの奇モード，偶モードに対する厳密解 [75] である．これらの結果から，特に高周波領域においてキラルアドミタンスの分布形状の影響が大きいことがわかる．これは，周波数が高くなるとともに電磁界のキラルスラブ内への閉じ込めが強くなり，それだけキラルアドミタンスの分布の違いの効果が大きくなるためであると考えられる．



(a) 1 次関数



(b) Gauss 関数

図 4.6 グレーデッド型 2 次元キラル導波路の伝搬特性

4.5 まとめ

2 次元キラル導波路の伝搬特性を解析するための有限要素法の定式化を行うとともに，均質キラルスラブに対する厳密解との比較から，本手法の妥当性を確認した．さらに，グレーデッド型キラル導波路に本手法を適用し，特に高周波領域においてキラルアドミタンスの分布形状の影響が大きくなることを確認した．

5　3次元キラル導波路

5.1　はじめに

実用的な光・マイクロ波導波路は，そのほとんどが3次元構造を有する．将来の光デバイスを構成する要素として期待されているキラル導波路についても，その伝搬特性を解析するための手法の開発が進められているが，そのほとんどが2次元構造のキラル導波路を対象としたものであり，最近になって3次元キラル導波路の解析が試みられるようになってきた [82] - [94]．しかしながら，任意形状の断面をもつキラル導波路に適用可能な解析法 [82], [83], は少なく，3次元キラル導波路については，解析法自体がまだ十分に整備されていない状況にある．

さて，有限要素法は光・マイクロ波導波路の有効な解析法の一つであるが，キラル導波路に適用する場合，標準的な要素であるノーダル要素 [28], [29] を用いて，電界，あるいは磁界の3成分による定式化を行うと，媒質境界における境界条件を各要素ごとに考慮する必要があり，解析が非常に煩雑になる．Svedin は電磁界の6成分を用いた有限要素法を提案している [82], [83] が，境界条件の処理については，電界あるいは磁界の3成分を用いた場合と同様のことがいえる．さらに，この手法では，キラル媒質が無損失であっても，最終的に解くべき行列固有値方程式の係数行列が複素行列になる．

本章では，3次元キラル導波路の解析に，エッジ/ノーダルハイブリッド要素 [33] - [35] を用いた有限要素法を適用することを提案し，電界，あるいは磁界の3成分による定式化を行っている．エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いると，媒質境界における境界条件は自動的に満たされる．また，電界，あるいは磁界の3成分による定式化を行っているので，無損失キラル導波路に対しては，行列固有値方程式の係数行列が実行列になる．具体的に，円形キラル導波管や埋め込み型円形キラル導波路の解析に本手法を適用し，厳密解 [83]，および電磁界6成分を用いた有限要素法による結果 [82], [83] と比較して，本手法の妥当性，有効性を示している．さらに，本手法を損失のあるキラル導波路，具体的には円形キラル導波管や円形キラル導波路の解析を行い，その伝搬特性についての調査を行っている．なお，本手法による解析では，スプリアス解は一切発生していない．

5.2　基本方程式

xy平面内に任意形状の断面をもち，波の伝搬軸 (z軸) 方向に一様な構造をもつ等方性キラル導波路を考える．等方性キラル媒質の構成方程式として，式 (2.14) の Post-Jaggard の構成方程式 [1], [12] を用いる．

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_c \boldsymbol{E} - j\xi_c \boldsymbol{B} \tag{5.1a}$$

$$\boldsymbol{H} = -j\xi_c \boldsymbol{E} + \mu_c^{-1} \boldsymbol{B} \tag{5.1b}$$

ここに ε_c，μ_c，ξ_c はそれぞれキラル媒質の誘電率，透磁率，キラルアドミタンスである．

式 (5.1)，および Maxwell の方程式

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega \boldsymbol{B} \tag{5.2a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega \boldsymbol{D} \tag{5.2b}$$

から，キラル媒質中における電磁界のベクトル波動方程式が以下のように得られる．

$$\nabla \times (p\nabla \times \boldsymbol{\phi} - k_0\tilde{\xi}\boldsymbol{\phi}) - k_0\tilde{\xi}\nabla \times \boldsymbol{\phi} - k_0^2 q\boldsymbol{\phi} = 0 \tag{5.3}$$

ここに k_0 は自由空間波数，$\boldsymbol{\phi}$ は $\boldsymbol{E}$ あるいは $\boldsymbol{H}$ を表し，$\boldsymbol{\phi}$ と p，q，$\tilde{\xi}$ の関係は以下のようになる．

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{\mu_{cr}} \\ q &= \varepsilon_{cr} \\ \tilde{\xi} &= \xi_c Z_0 \end{aligned} \qquad \text{for} \quad \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{E} \tag{5.4a}$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{\varepsilon_{cr} + \mu_{cr}\xi_c^2 Z_0^2} \\ q &= \frac{\varepsilon_{cr}\mu_{cr}}{\varepsilon_{cr} + \mu_{cr}\xi_c^2 Z_0^2} \\ \tilde{\xi} &= \frac{\xi_c \mu_{cr} Z_0}{\varepsilon_{cr} + \mu_{cr}\xi_c^2 Z_0^2} \end{aligned} \qquad \text{for} \quad \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{H} \tag{5.4b}$$

ここに ε_{cr}，μ_{cr} はそれぞれキラル媒質の比誘電率，比透磁率であり，Z_0 は自由空間インピーダンスである．式 (5.3) に対する汎関数は

$$F = \iint_\Omega \left[(\nabla \times \boldsymbol{\phi}^*) \cdot (p\nabla \times \boldsymbol{\phi} - k_0\tilde{\xi}\boldsymbol{\phi}) - k_0\tilde{\xi}\boldsymbol{\phi}^* \cdot \nabla \times \boldsymbol{\phi} - k_0^2 q\boldsymbol{\phi}^* \cdot \boldsymbol{\phi} \right] dxdy \tag{5.5}$$

で与えられる．ここに Ω は導波路の断面（xy面）領域であり，$*$ は複素共役を表す．

5.3 有限要素法

導波路断面を図 3.1(a) の基本エッジ/ノーダルハイブリッド要素，あるいは (b) の高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いて要素分割し，各要素内における電界，あるいは磁界の横成分 ϕ_x，ϕ_y，ならびに縦成分 ϕ_z を以下のように展開する．

$$\boldsymbol{\phi} = [N]^T \{\phi\}_e \tag{5.6}$$

$$\{\phi\}_e = \begin{bmatrix} \{\phi_t\}_e \\ \{\phi_z\}_e \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} \{U\} & \{V\} & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & j\{N\} \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

ここに $\{\phi_t\}_e$, $\{\phi_z\}_e$ はそれぞれ要素節点における電磁界の接線成分の値 ϕ_t, 縦成分の値 ϕ_z からなるベクトル, $\{U\}$, $\{V\}$ はエッジ要素の形状関数ベクトル, $\{N\}$ はノーダル要素の形状関数ベクトル, $\{0\}$ は零ベクトルを表し, T は転置すること, e は要素に関する量であることを表す.

エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いることにより, 要素境界における電磁界の接線成分の連続条件は自動的に満たされる.

式 (5.6) を式 (5.5) に代入し, 変分原理を用いると次式が得られる.

$$[K]\{\phi\} - jk_0[L]\{\phi\} - k_0^2[M]\{\phi\} = \{0\} \tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}[K] &= \begin{bmatrix} [K_{tt}] & [K_{tz}] \\ [K_{zt}] & [K_{zz}] \end{bmatrix} \\ &= \sum_e \iint_e p[B]^*[B]^T dxdy \end{aligned} \tag{5.10}$$

$$\begin{aligned}[L] &= \begin{bmatrix} [L_{tt}] & [L_{tz}] \\ [L_{zt}] & [0] \end{bmatrix} \\ &= \sum_e \iint_e \left[-j\tilde{\xi}\left([B]^*[N]^T + [N]^*[B]^T\right)\right] dxdy \end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}[M] &= \begin{bmatrix} [M_{tt}] & [0] \\ [0] & [M_{zz}] \end{bmatrix} \\ &= \sum_e \iint_e q[N]^*[N]^T dxdy \end{aligned} \tag{5.12}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} j\beta\{V\} & -j\beta\{U\} & -\{U_y\} + \{V_x\} \\ j\{N_y\} & -j\{N_x\} & \{0\} \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

ここに β は伝搬軸 (z軸) 方向の伝搬定数であり, $\{\phi\}$ は全体界節点ベクトルであり, $\{N_x\}$, $\{N_y\}$, $\{U_y\}$, および $\{V_x\}$ は, それぞれ $\partial\{N\}/\partial x$, $\partial\{N\}/\partial y$, $\partial\{U\}/\partial y$, および $\partial\{V\}/\partial x$ を表す. さらに, $\sum_e$ はすべての要素についての和をとること, $\iint_e dxdy$ は各要素領域での積分を表し, 行列 $[K]$, $[L]$, $[M]$ の小行列は以下のように与えられる.

$$\begin{aligned}[K_{tt}] = \sum_e \iint_e p\Big[&\beta^2\{V\}\{V\}^T + \beta^2\{U\}\{U\}^T \\ &+\{U_y\}\{U_y\}^T + \{V_x\}\{V_x\}^T - \{U_y\}\{V_x\}^T - \{V_x\}\{U_y\}^T\Big] dxdy \end{aligned} \tag{5.14a}$$

$$[K_{tz}] = \sum_e \iint_e p\beta\left[\{V\}\{N_y\}^T + \{U\}\{N_x\}^T\right] dxdy \tag{5.14b}$$

$$[K_{zt}] = [K_{tz}]^T \tag{5.14c}$$

$$[K_{zz}] = \sum_e \iint_e p\left[\{N_y\}\{N_y\}^T + \{N_x\}\{N_x\}^T\right] dxdy \tag{5.14d}$$

$$[L_{tt}] = \sum_e \iint_e 2\tilde{\xi}\beta \left[\{U\}\{V\}^T - \{V\}\{U\}^T\right] dxdy \tag{5.15a}$$

$$[L_{tz}] = \sum_e \iint_e \tilde{\xi} \left[\{U\}\{N_y\}^T - \{V\}\{N_x\}^T - \{U_y\}\{N\}^T + \{V_x\}\{N\}^T\right] dxdy \tag{5.15b}$$

$$[L_{zt}] = -[L_{tz}]^T \tag{5.15c}$$

$$[M_{tt}] = \sum_e \iint_e q \left[\{U\}\{U\}^T + \{V\}\{V\}^T\right] dxdy \tag{5.16a}$$

$$[M_{zz}] = \sum_e \iint_e q\{N\}\{N\}^T dxdy \tag{5.16b}$$

ここで，式 (5.9) の線形化を行うと，以下のような実行列方程式が得られる．

$$\begin{bmatrix} [0] & [1] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\} \\ -jk_0\{\phi\} \end{bmatrix} = -jk_0 \begin{bmatrix} \{\phi\} \\ -jk_0\{\phi\} \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

式 (5.17) は逆行列を含んでいるために，行列のスパース性が失われており，計算効率がよくない．そこで，式 (5.9) を以下のような行列のスパース性を保った固有値方程式に書き改める [59].

$$\begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [K] & -[L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\} \\ jk_0\{\phi\} \end{bmatrix} - jk_0 \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi\} \\ jk_0\{\phi\} \end{bmatrix} = \{0\} \tag{5.18}$$

一方，伝搬定数を直接算出するために，式 (5.9) を以下のように書き換える．

$$[K]\{\phi'\} - j\beta[L]\{\phi'\} - \beta^2[M]\{\phi'\} = \{0\} \tag{5.19a}$$

$$\{\phi'\} = \begin{bmatrix} \{\phi_t\} \\ j\{\phi_z\} \end{bmatrix} \tag{5.19b}$$

ここに行列 $[K]$, $[L]$, $[M]$ はそれぞれ以下のように与えられる．

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{tt}] & [K_{tz}] \\ [K_{zt}] & -[K_{zz}] \end{bmatrix} \tag{5.20a}$$

$$[K_{tt}] = \sum_e \iint_e \left[qk_0^2\{U\}\{U\}^T + qk_0^2\{V\}\{V\}^T \right.$$
$$\left. -p\{U_y\}\{U_y\}^T - p\{V_x\}\{V_x\}^T + p\{U_y\}\{V_x\}^T + p\{V_x\}\{U_y\}^T\right] dxdy \tag{5.20b}$$

$$[K_{tz}] = \sum_e \iint_e k_0\tilde{\xi} \left[\{U\}\{N_y\}^T - \{V\}\{N_x\}^T - \{U_y\}\{N\}^T + \{V_x\}\{N\}^T\right] dxdy \tag{5.20c}$$

$$[K_{zt}] = [K_{tz}]^T \tag{5.20d}$$

$$[K_{zz}] = \sum_e \iint_e \left[-p\{N_y\}\{N_y\}^T - p\{N_x\}\{N_x\}^T + qk_0^2\{N\}\{N\}^T\right] dxdy \tag{5.20e}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{tt}] & -[L_{tz}] \\ -[L_{zt}] & [0] \end{bmatrix} \tag{5.21a}$$

$$[L_{tt}] = \sum_e \iint_e 2\tilde{\xi} k_0 \left[-\{U\}\{V\}^T + \{V\}\{U\}^T \right] dxdy \tag{5.21b}$$

$$[L_{tz}] = \sum_e \iint_e p \left[\{V\}\{N_y\}^T + \{U\}\{N_x\}^T \right] dxdy \tag{5.21c}$$

$$[L_{zt}] = [L_{tz}]^T \tag{5.21d}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_{tt}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \tag{5.22a}$$

$$[M_{tt}] = \sum_e \iint_e p \left[\{V\}\{V\}^T + \{U\}\{U\}^T \right] dxdy \tag{5.22b}$$

ここに式 (5.20)~(5.22) で与えられる小行列は，式 (5.10)~(5.16) で与えられる小行列とは異なることに注意する．

式 (5.19) から，次の行列方程式が得られる．

$$[\tilde{K}]\{\phi_t\} - j\beta[\tilde{L}]\{\phi_t\} - \beta^2[\tilde{M}]\{\phi_t\} = \{0\} \tag{5.23}$$

$$[\tilde{K}] = [K_{tt}] + [K_{tz}][K_{zz}]^{-1}[K_{zt}] \tag{5.24a}$$

$$[\tilde{L}] = [L_{tt}] - [K_{tz}][K_{zz}]^{-1}[L_{zt}] - [L_{tz}][K_{zz}]^{-1}[K_{zt}] \tag{5.24b}$$

$$[\tilde{M}] = [M_{tt}] + [L_{tz}][K_{zz}]^{-1}[L_{zt}] \tag{5.24c}$$

式 (5.23) の線形化を行うと，次の実行列固有値方程式が得られる．

$$\begin{bmatrix} [0] & [1] \\ -[\tilde{M}]^{-1}[\tilde{K}] & -[\tilde{M}]^{-1}[\tilde{L}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_t\} \\ -j\beta\{\phi_t\} \end{bmatrix} = -j\beta \begin{bmatrix} \{\phi_t\} \\ -j\beta\{\phi_t\} \end{bmatrix} \tag{5.25}$$

式 (5.25) は界の接線成分のみを固有ベクトルとし，直接伝搬定数を算出することが可能であるが，逆行列が含まれているため，行列のスパース性が失われている．そこで，式 (5.19) を以下のように書き直して，行列のスパース性を利用した計算を可能にする [59].

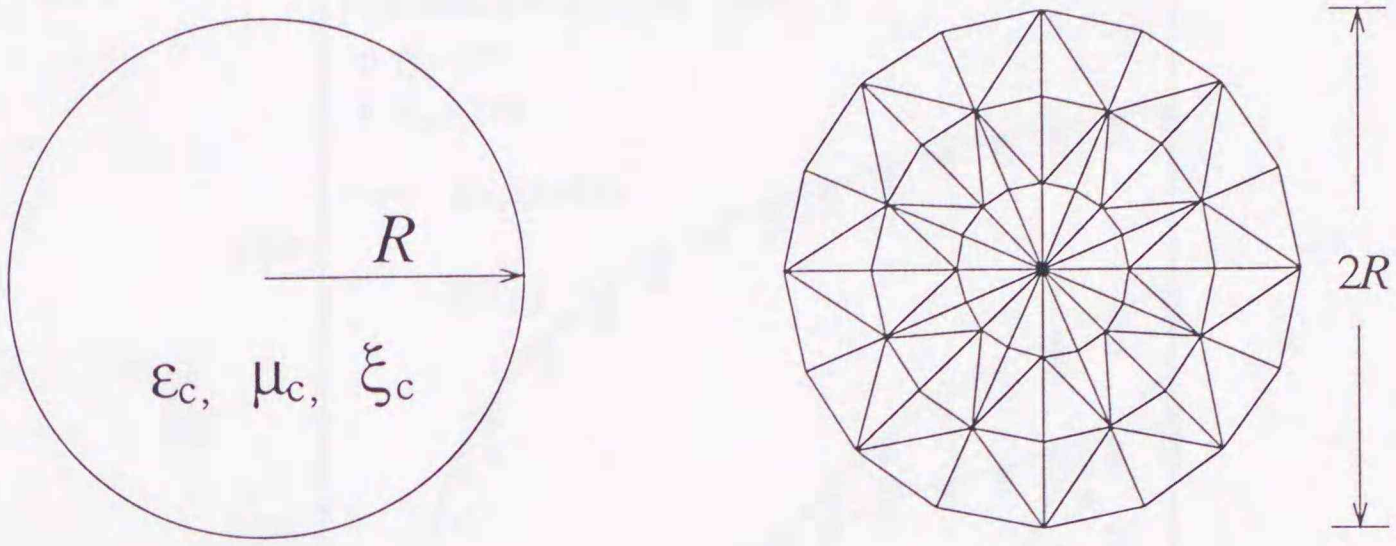
$$\begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [K] & -[L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi'\} \\ j\beta\{\phi'\} \end{bmatrix} - j\beta \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi'\} \\ j\beta\{\phi'\} \end{bmatrix} = \{0\} \tag{5.26}$$

式 (5.26) は行列の大きさが全節点数の 2 倍であり，式 (5.25) に比べて大きくなっているが，行列のスパース性が保たれているために計算効率はよくなる．また，行列のバンド性を有効に利用するために，プログラミングの段階で節点変数を以下のように並べ変える [59].

$$\begin{bmatrix} \{\phi'\} \\ j\beta\{\phi'\} \end{bmatrix} = [\phi'_1,\ j\beta\phi'_1,\ \phi'_2,\ j\beta\phi'_2,\ \cdots\cdots,\ \phi'_M,\ j\beta\phi'_M]^T \tag{5.27}$$

ここに M は全節点数を表す．

5.4 適用事例



(a) 導波路断面　　(b) 要素分割

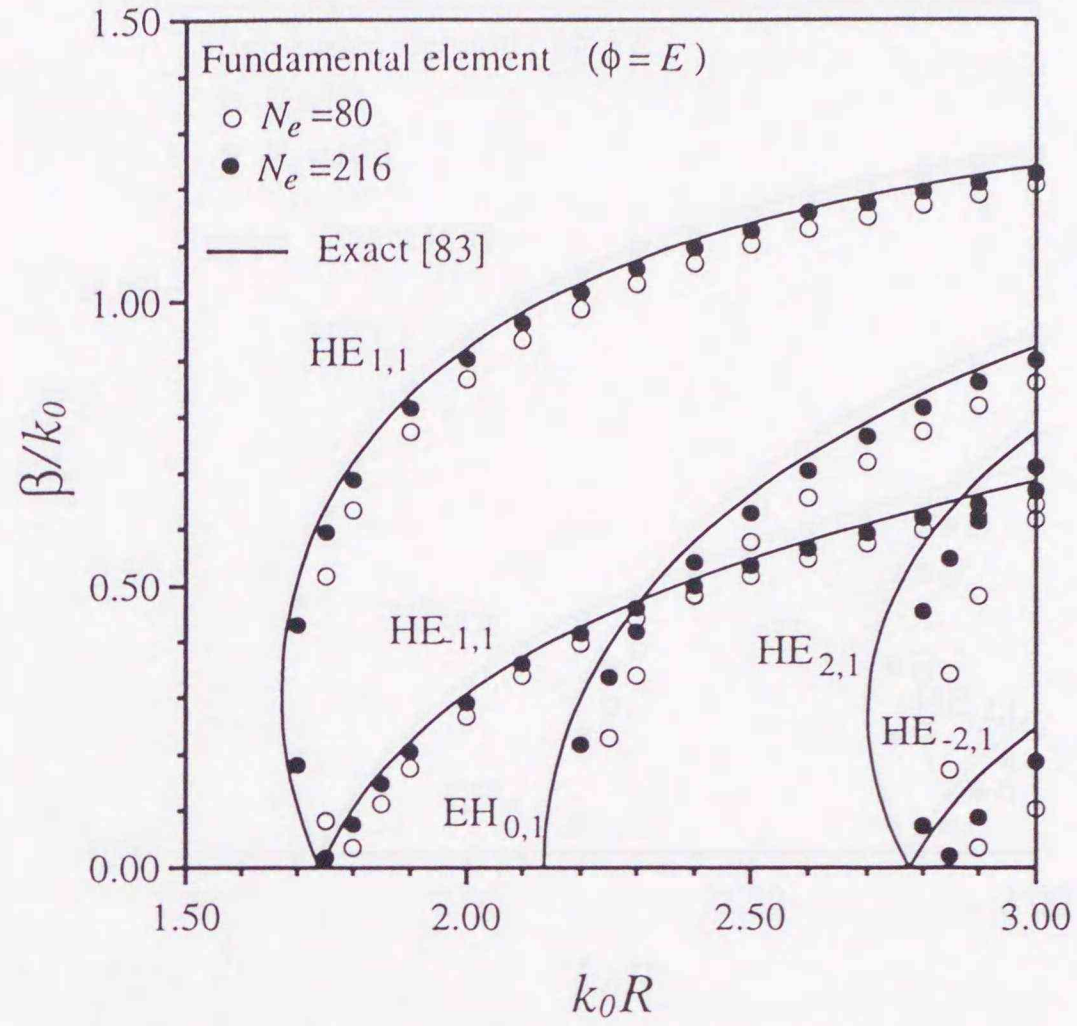
図 5.1 円形キラル導波管

まず，図 5.1(a) に示すような半径 R の円形キラル導波管 [83] を考え，(b) に示すような要素分割を行う．導波管内部は等方性無損失のキラル媒質で完全に満たされており，外壁は完全導体で覆われているものとする．ここで，媒質定数を

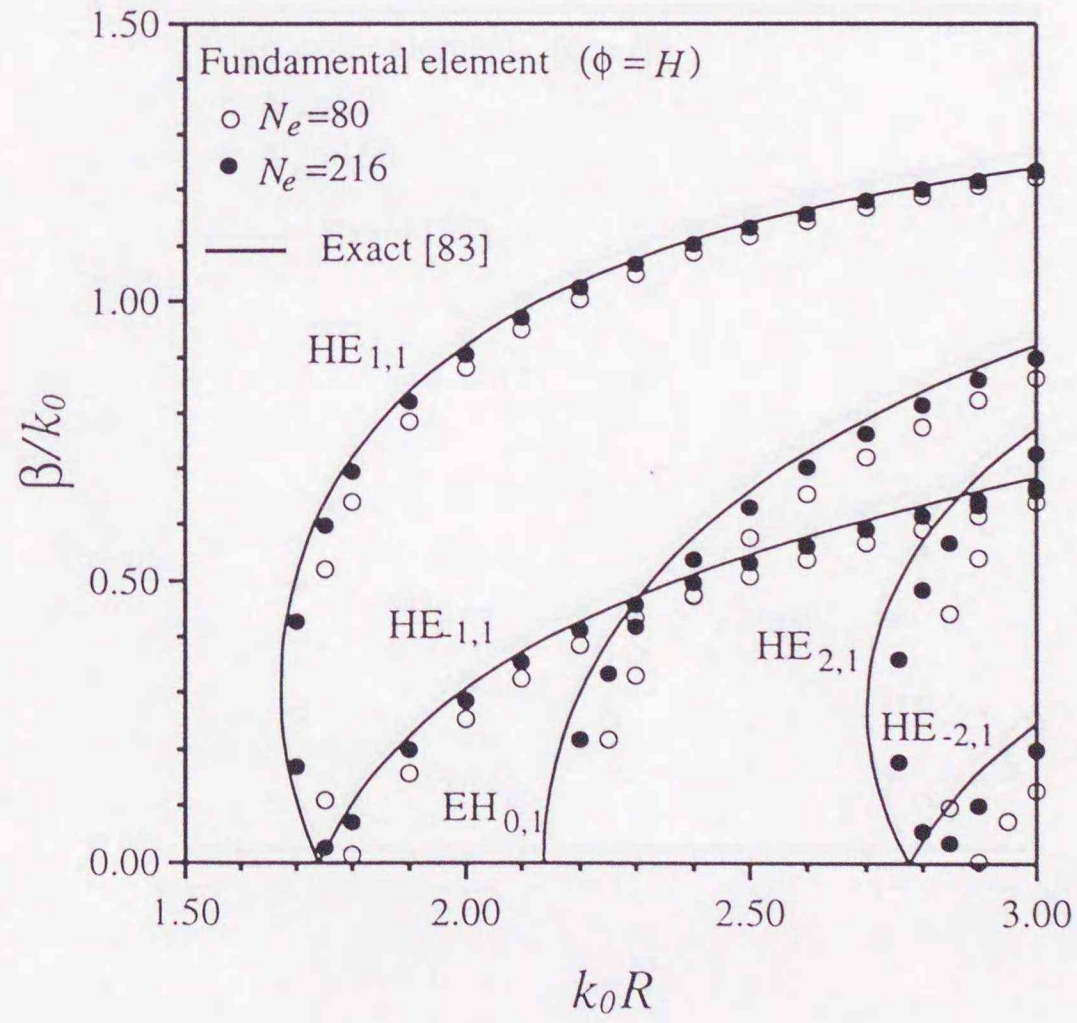
$$\varepsilon_c = \varepsilon_0$$
$$\mu_c = \mu_0$$
$$\xi_c = 1.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{S}$$

とする．図 5.2(a)，(b) は基本エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いて，未知関数 ϕ をそれぞれ $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{H}$ とした場合の分散特性を示しており，(c)，(d) は高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いて，未知関数 ϕ をそれぞれ $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{H}$ とした場合の分散特性を示している．ここに○は要素数を $N_e = 80$ (基本要素を用いた場合の接線成分節点数 $N_t = 128$，縦成分節点数 $N_z = 49$，高次要素を用いた場合，$N_t = 256$，$N_z = 177$) として計算した結果であり，●は基本要素を用いた場合は $N_e = 216$ ($N_t = 336$，$N_z = 121$)，高次要素を用いた場合は $N_e = 168$ ($N_t = 528$，$N_z = 361$) とした結果である．また，実線は厳密解 [83] を表す．いずれのモードもハイブリッドモードになっており，添字 n，m はそれぞれ円周方向，半径方向のモード次数を表す．

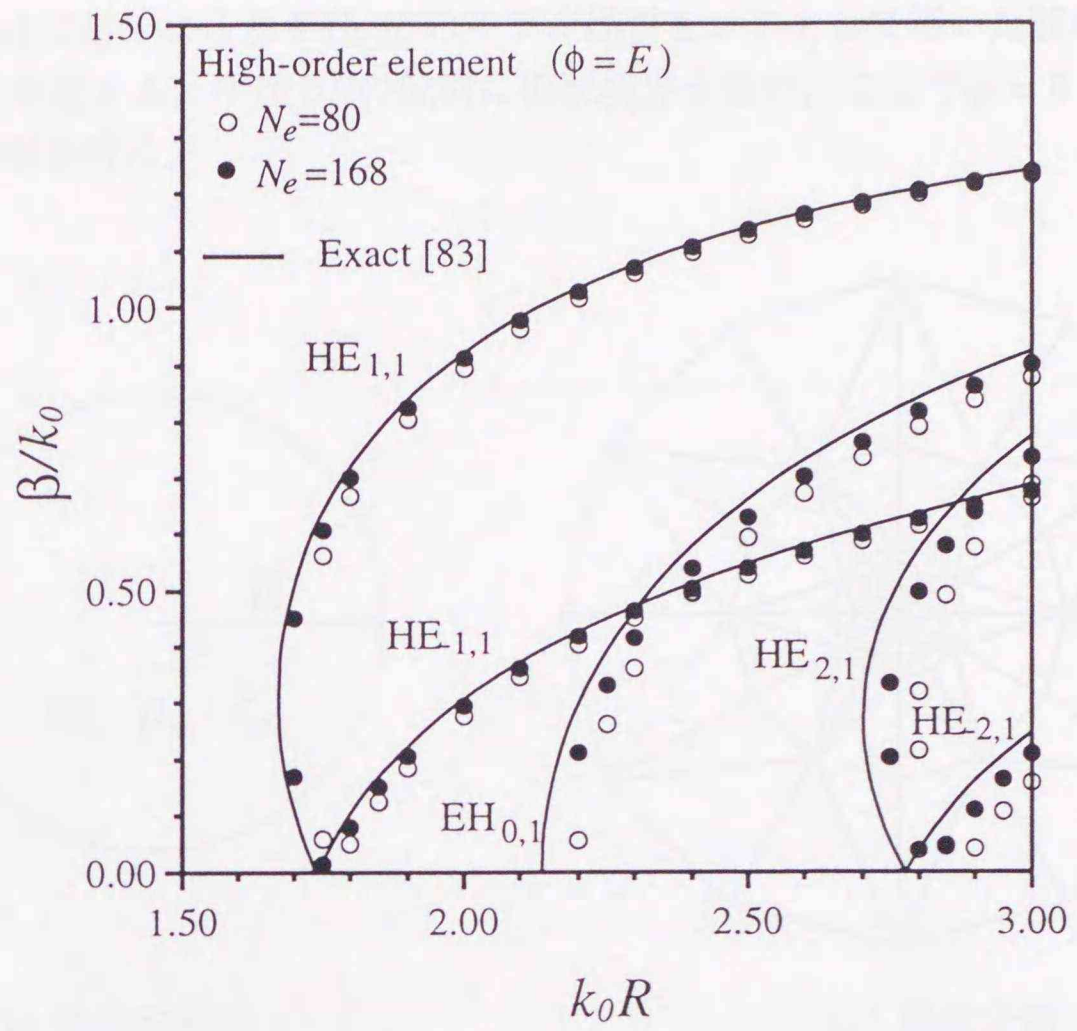
キラル媒質が装荷されていない場合，$\mathrm{HE}_{1,1}$ モードと $\mathrm{HE}_{-1,1}$ モードは縮退して通常の円形導波管の $\mathrm{TE}_{1,1}$ モードとなり，$\mathrm{HE}_{2,1}$ モードと $\mathrm{HE}_{-2,1}$ モードも縮退して $\mathrm{TE}_{2,1}$ モードになる．また，$\mathrm{EH}_{0,1}$ モードは円形導波管の $\mathrm{TE}_{0,1}$ モードに対応する．高次要素を用いた解析結果は，高次モードも含めて厳密解とよく一致している．なお，基本モードについては，基本要素を用いてもかなり良い精度で解析が行える．



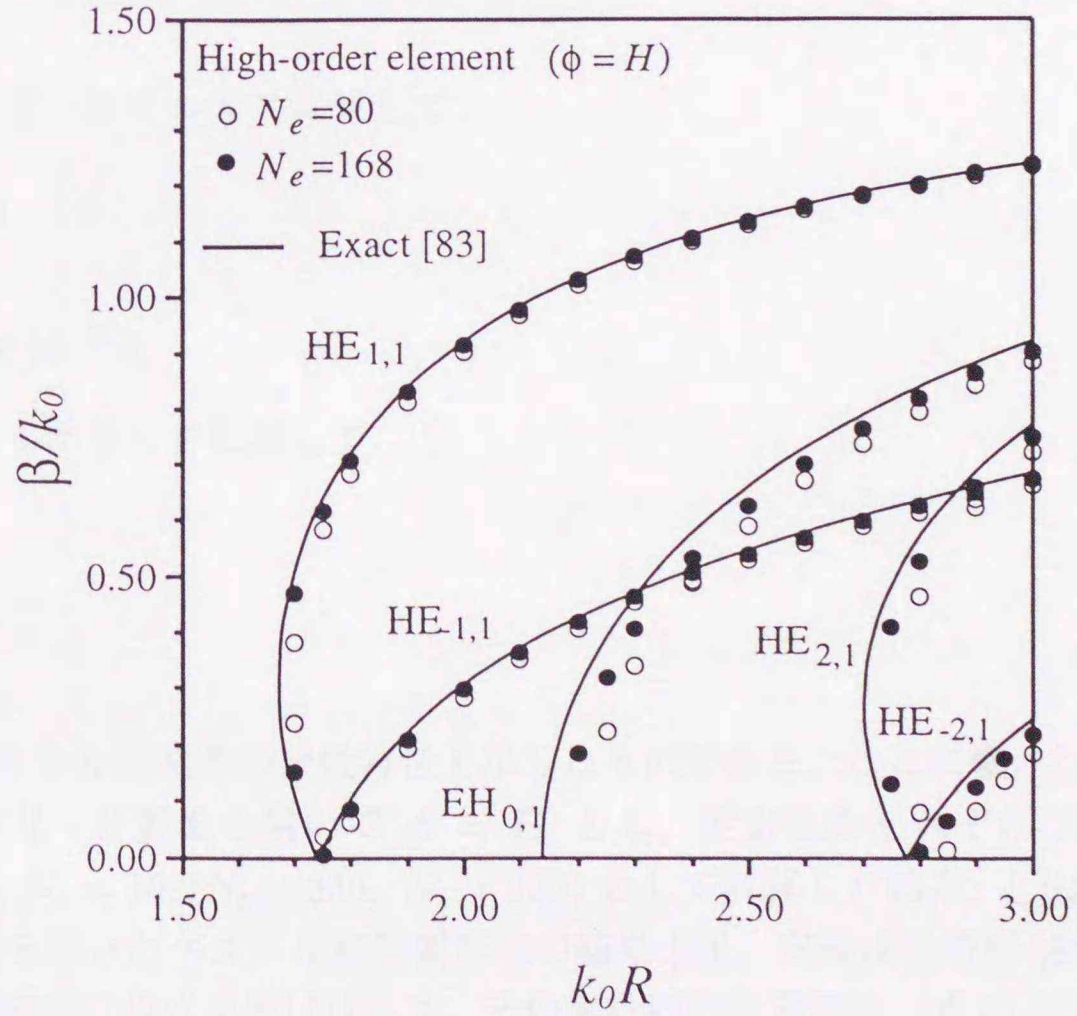
(a) 基本要素 ($\phi = E$)



(b) 基本要素 ($\phi = H$)



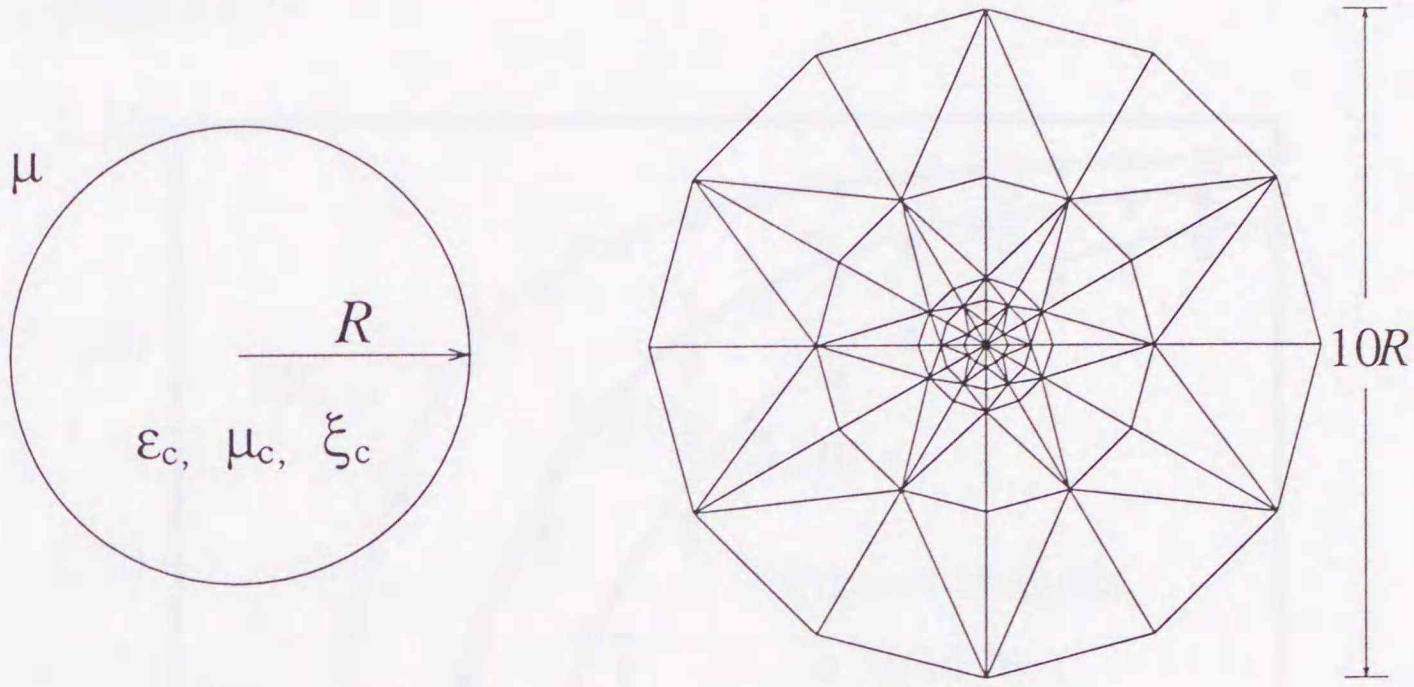
(c) 高次要素 ($\phi = E$)



(d) 高次要素 ($\phi = H$)

図 5.2 円形キラル導波管の伝搬特性

次に，図5.3(a)に示すような半径 R のキラル媒質をコアとして用いた埋め込み型円形キラル導波路 [83] を考える．半径 $5R$の位置に仮想境界を設け，ここで$\phi = 0$ とし，(b) に示すような要素分割を行う．



(a) 導波路断面　　(b) 要素分割

図 5.3 埋め込み型円形キラル導波路

媒質定数として，キラルコアに対して

$$\varepsilon_c = 1.1\varepsilon_0$$
$$\mu_c = \mu_0$$
$$\xi_c = 1.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{S}$$

を用い，非キラルクラッドに対して

$$\varepsilon = \varepsilon_0$$
$$\mu = \mu_0$$

を用いる．

図 5.4 は円形キラル導波路の分散特性を示したものである．ここに●，○は高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いて $\phi = H$ とし，要素数をそれぞれ $N_e = 176(N_t = 544,\ N_z = 369)$, $N_e = 108(N_t = 336,\ N_z = 229)$ として計算した結果，□は Svedin による電磁界の 6 成分を用いたベクトル有限要素法の結果 [83]，実線は厳密解 [83] を表す．本手法では実行列固有値方程式を解けばよく，その実行列の次元数は，式 (5.25) を用いた場合，$N_e = 176$，108 に対してそれぞれ 544，336（線形化すると，それぞれ 1088，672）となるが，解析結果は厳密解とよく一致している．

一方，Svedin [82], [83] の方法では複素行列固有値方程式を解く必要があり，その複素行列の次元数は 336 となっているが，特に高周波領域で解析精度が劣化している．また，Svedin の解析では $HE_{2,1}$ モードが評価されていないが，本手法による解析，ならびに厳密な解析の結果，$HE_{0,1}$ モードとほぼ同じ伝搬定数をもつ $HE_{2,1}$ モードが導波モードとして存在することが確認された．

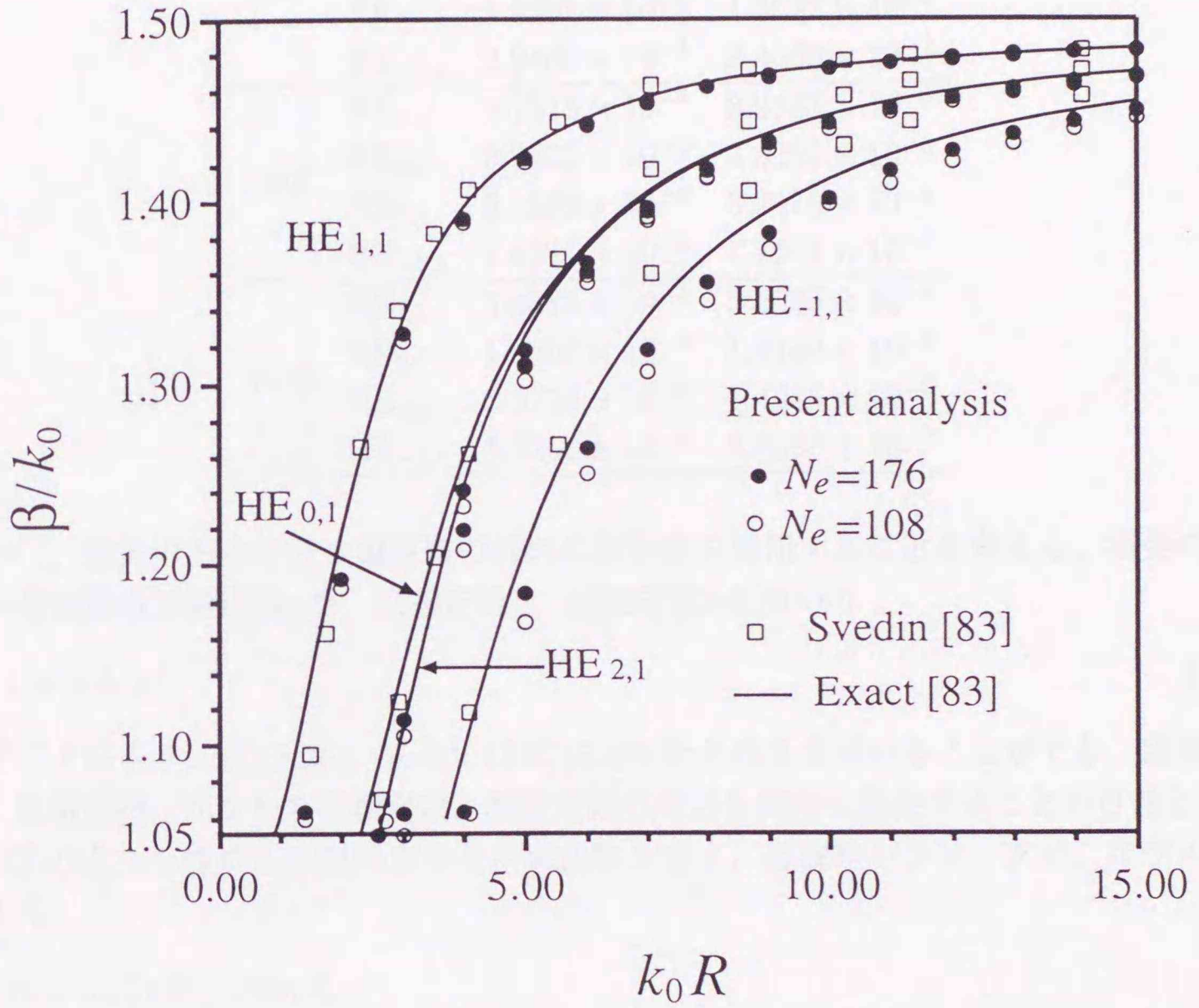


図 5.4 埋め込み型円形キラル導波路の伝搬特性

表 5.1 は，要素数を $N_e = 176$ とした場合の解の収束性を示したものである．ここに相対誤差 e は，厳密解を β_{EXACT}，有限要素解を β_{FEM} として

$$e = (\beta_{EXACT} - \beta_{FEM})/\beta_{EXACT} \tag{5.28}$$

のように評価されている．本解析において，$\phi = \boldsymbol{E}$ とした場合と，$\phi = \boldsymbol{H}$ とした場合の解析精度はほぼ同じであることが確認される．

表 5.1 解の収束性

k_0R	mode	e	
		$\phi = E$	$\phi = H$
5.0	$HE_{1,1}$	4.0639×10^{-3}	4.2247×10^{-3}
	$HE_{0,1}$	1.2543×10^{-2}	1.3082×10^{-2}
	$HE_{2,1}$	1.4991×10^{-2}	1.5622×10^{-2}
	$HE_{-1,1}$	2.2400×10^{-2}	2.4899×10^{-2}
10.0	$HE_{1,1}$	8.7518×10^{-4}	8.9553×10^{-4}
	$HE_{0,1}$	3.2332×10^{-3}	3.3368×10^{-3}
	$HE_{2,1}$	3.1580×10^{-3}	3.2479×10^{-3}
	$HE_{-1,1}$	7.4341×10^{-3}	7.7102×10^{-3}
15.0	$HE_{1,1}$	3.4385×10^{-4}	3.5059×10^{-4}
	$HE_{0,1}$	1.3868×10^{-3}	1.4140×10^{-3}
	$HE_{2,1}$	1.3733×10^{-3}	1.4005×10^{-3}
	$HE_{-1,1}$	3.5261×10^{-3}	3.6086×10^{-3}

続いて，損失のあるキラル導波路の解析に本手法を適用することを考える．損失のあるキラル導波路の伝搬定数γを，位相定数β，減衰定数αを用いて

$$\gamma = \alpha + j\beta \tag{5.29}$$

と表すことにより，式 (5.25)，あるいは式 (5.26) をそのまま用いることができ，固有値として，伝搬定数，すなわち位相定数，減衰定数の両方を同時に算出することが可能となる．

図 5.3 のような埋め込み型円形キラル導波路を考え，導波路パラメータは，キラルコアに対して

$$\varepsilon_c = 1.1(1.0 - j\tan\delta)\varepsilon_0$$
$$\mu_c = \mu_0$$
$$\xi_c = 1.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{S}$$

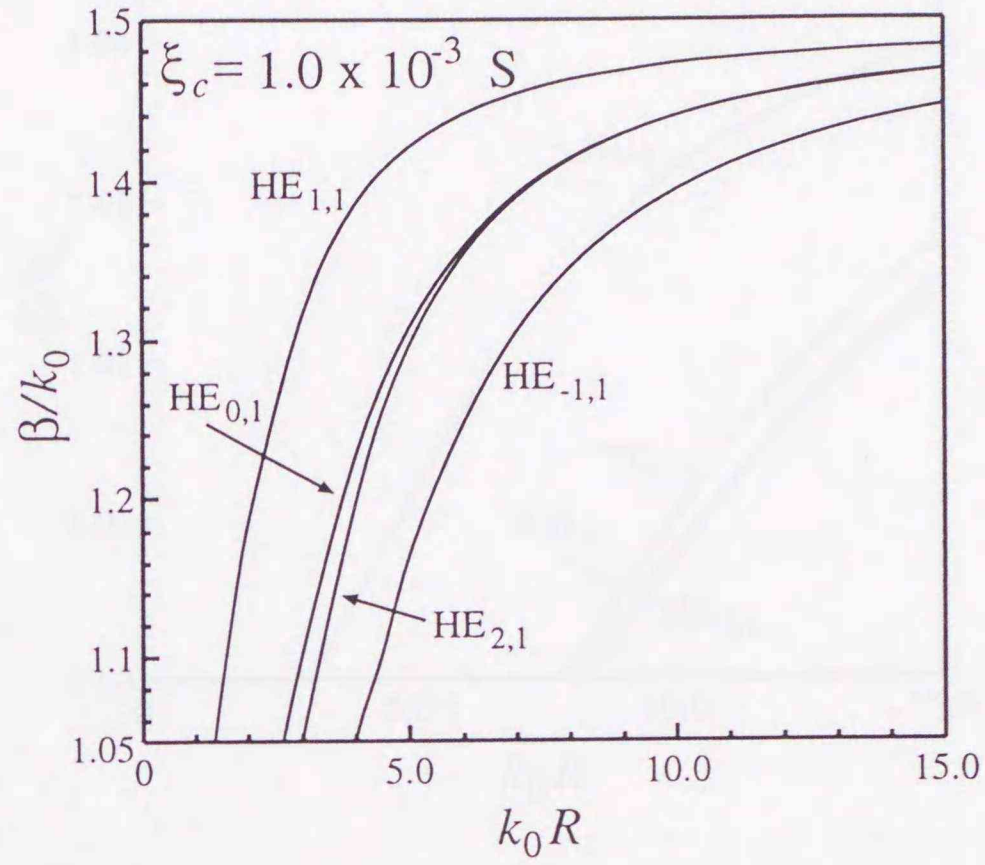
とし，非キラルクラッドに対して

$$\varepsilon = \varepsilon_0$$
$$\mu = \mu_0$$

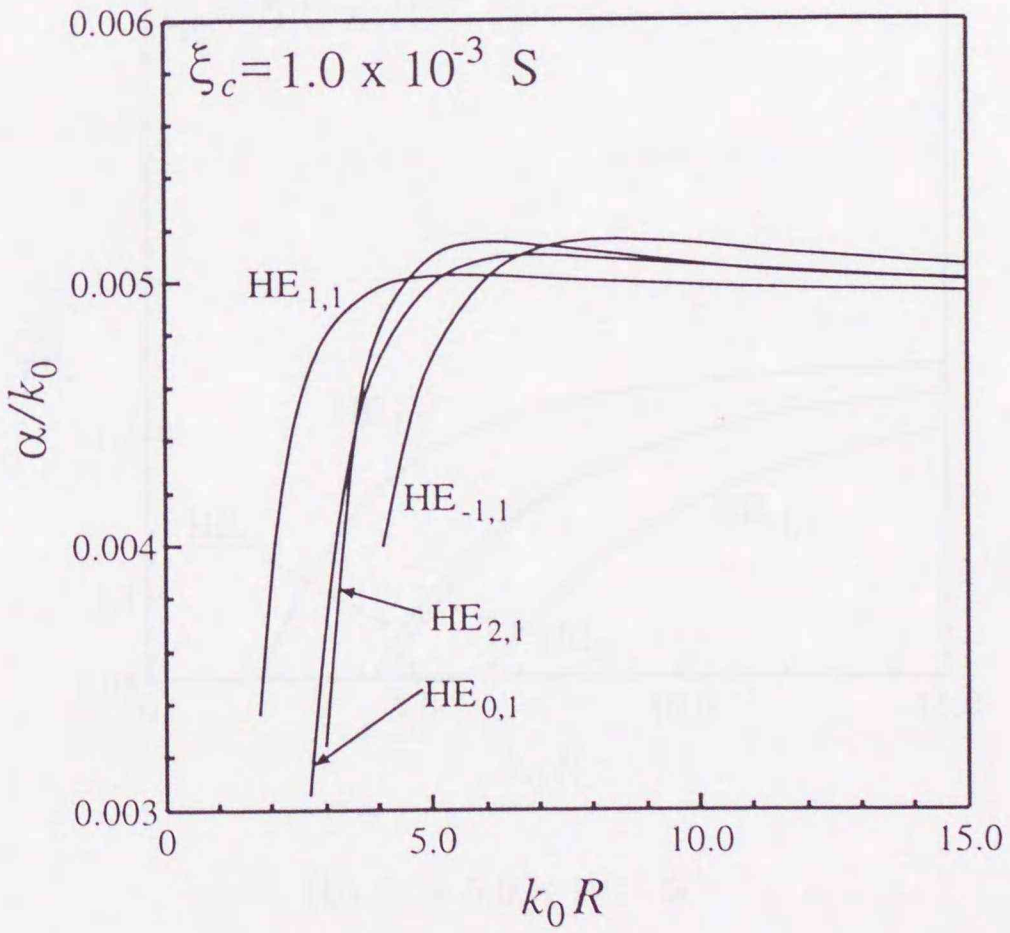
とする．

図 5.6 は，$\tan\delta = 0.01$ とした場合の損失のある埋め込み型円形キラル導波路の伝搬特性を示したものである．また，図 5.7，5.8 はそれぞれ，図 5.6 の場合のキラルアドミタンスの値を変化させたときの位相定数，減衰定数の分散特性を示したものである．さらに，図 5.9 は，キラルアドミタンスの値を変化させたときの基本モードの電界分布を示したもので

ある．図5.7～5.9からキラルアドミタンスの値がキラル導波路の位相定数，減衰定数のいずれにも強く影響していることが確認される．

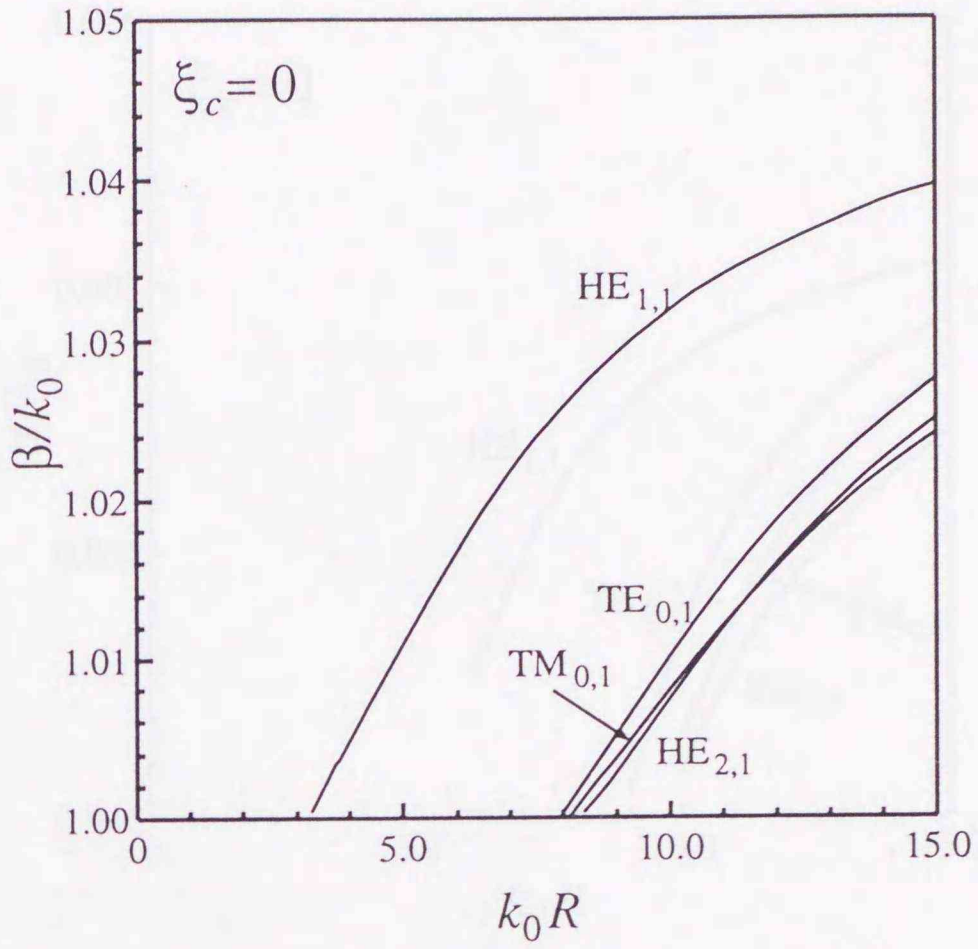


(a) 位相定数

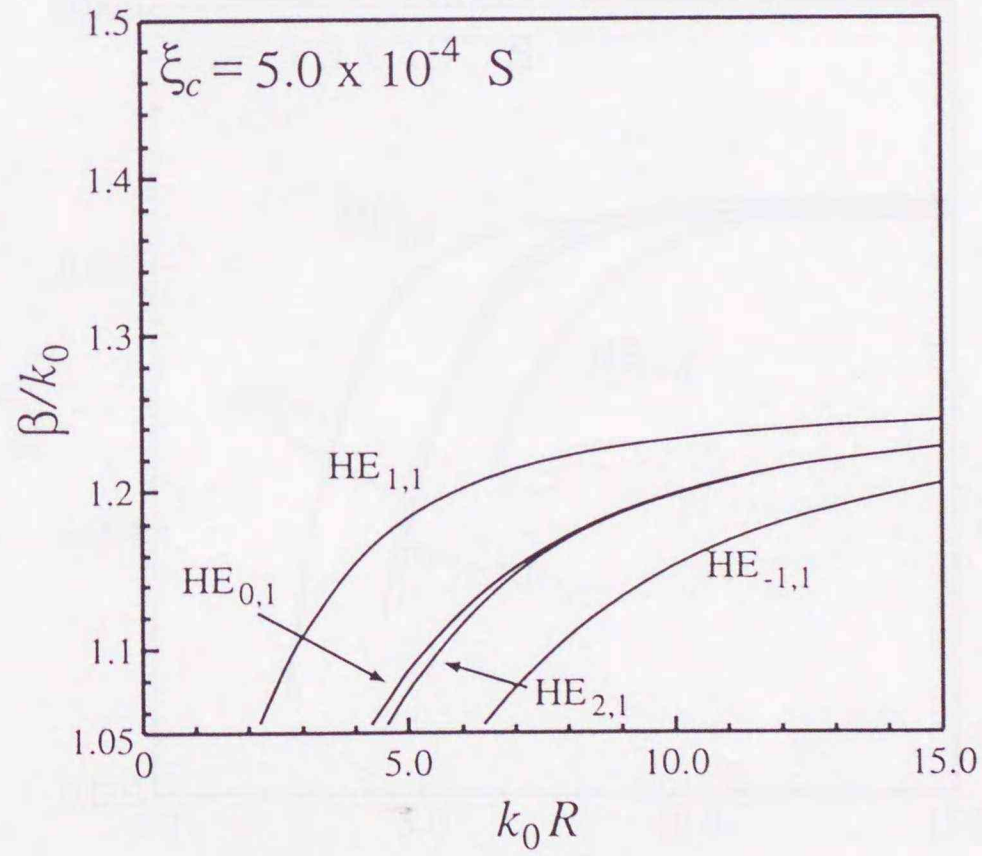


(b) 減衰定数

図 5.6 損失のある埋め込み型円形キラル導波路の伝搬特性

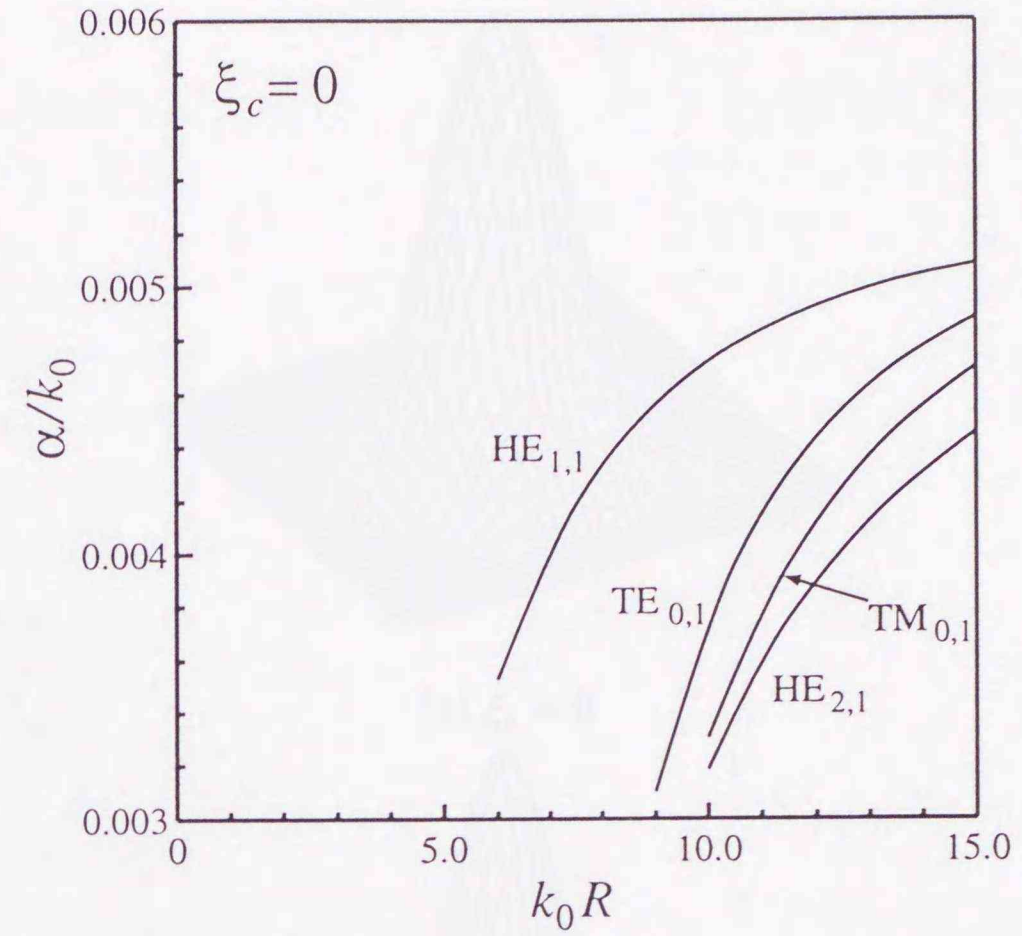


(a) $\xi_c = 0$

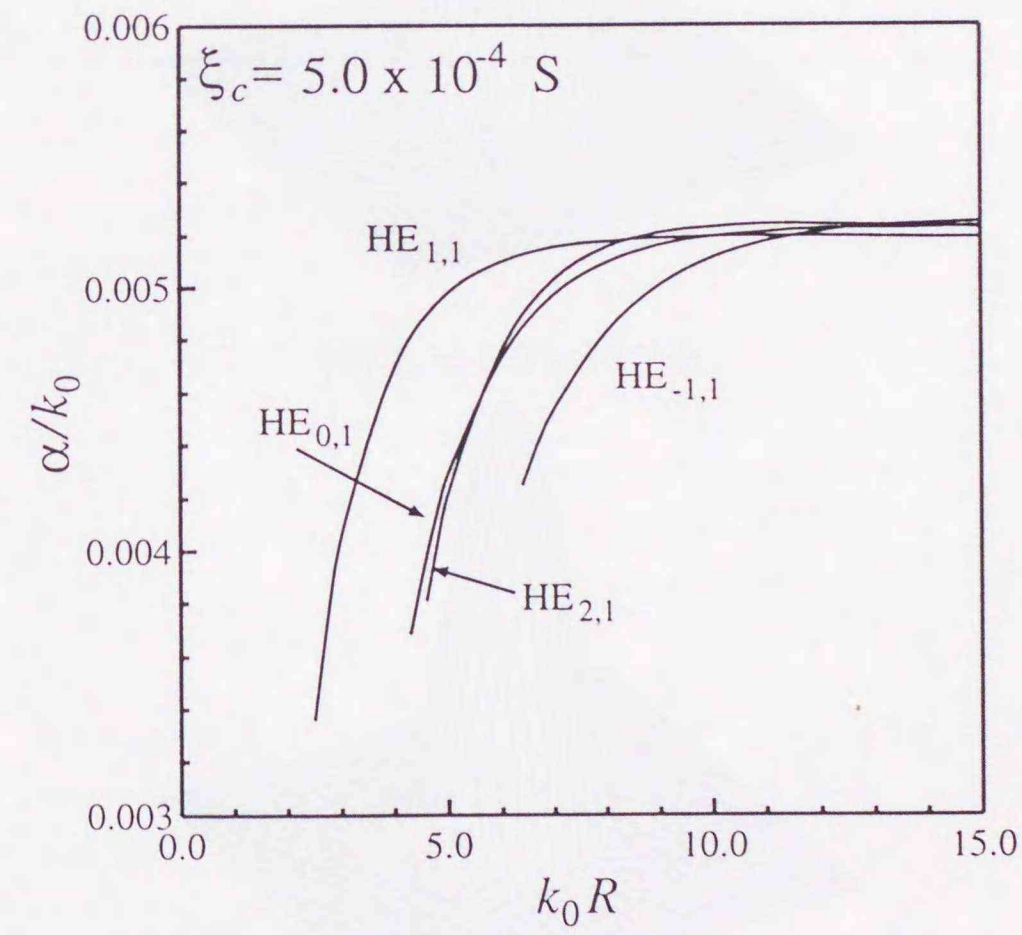


(b) $\xi_c = 5.0 \times 10^{-4}$ S

図 5.7 損失のある埋め込み型円形キラル導波路の位相定数

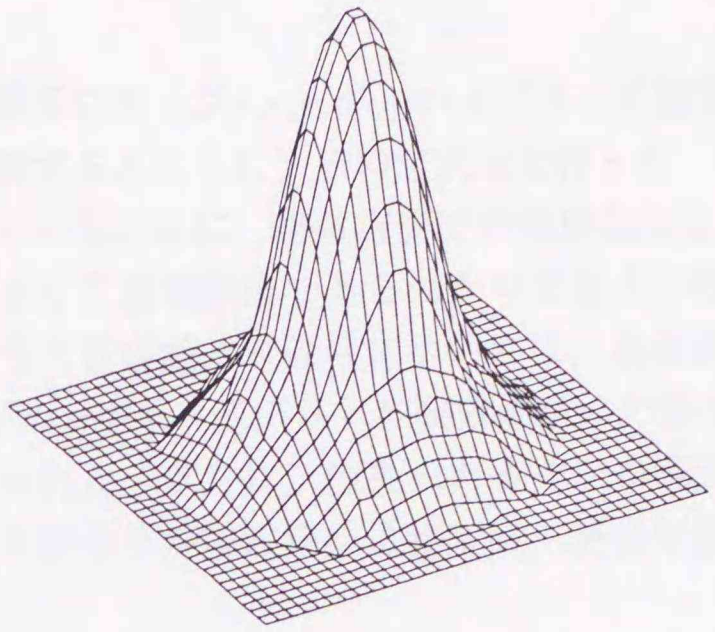


(a) $\xi_c = 0$

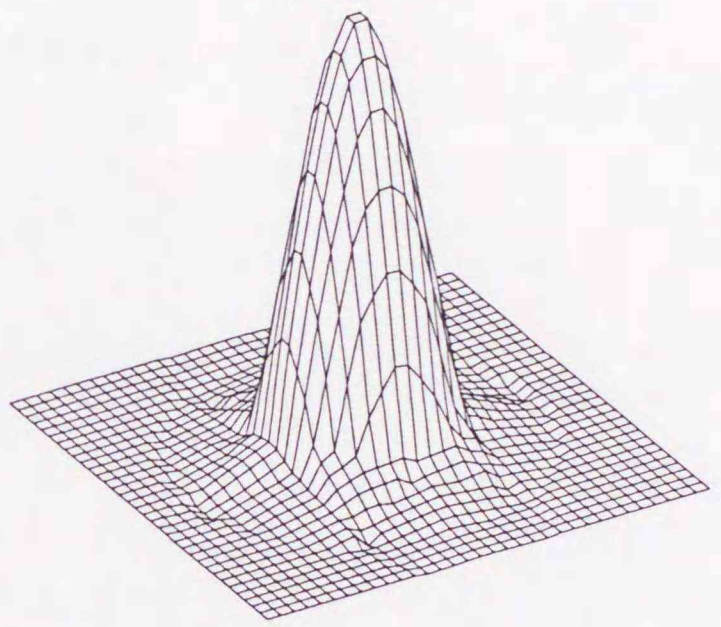


(b) $\xi_c = 5.0 \times 10^{-4}$ S

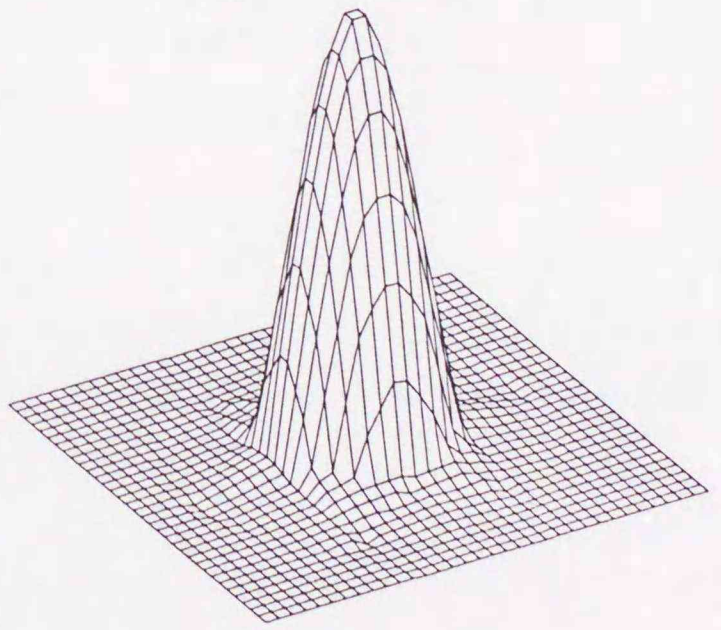
図 5.8 損失のある埋め込み型円形キラル導波路の減衰定数



(a) $\xi_c = 0$



(b) $\xi_c = 5.0 \times 10^{-4}$ S



(c) $\xi_c = 1.0 \times 10^{-3}$ S

図 5.9 損失のある埋め込み型円形キラル導波路における基本モードの電界分布

5.5 まとめ

3次元キラル導波路の解析にエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いたベクトル有限要素法を適用することを提案するとともに，その定式化を行った．本手法はエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いているために，媒質境界での境界条件を自動的に課すことができ，また，伝搬定数を固有値として直接算出できるばかりでなく，行列のスパース性を利用た計算も可能である．本手法の妥当性，有効性については，具体的な適用事例を通して確認した．特に，高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いた場合は，高次モードまで含めて，精度の高い結果が得られた．さらに，損失のあるキラル導波路の伝搬特性について調査し，キラルアドミタンスがキラル導波路の位相定数，減衰定数のいずれにも大きな影響を与えることを示した．

6　3 次元 Bi-Anisotropic 導波路

6.1　はじめに

一般に，光·マイクロ波導波路に用いられる材料は異方性を示し，その異方性を有効に利用した機能性導波型デバイスが各種提案されている．現在世界中で，bi-anisotropic 媒質の魅力的な特性に関心が集まり，その情報通信デバイスへの応用に関する研究が様々な分野で進められている．bi-anisotropic 媒質は異方性の magnetoelectric 効果をもつ材料であり，キラル性と非相反性をあわせもつが，現在，bi-anisotropic 媒質のキラル性を導波路に応用しようとする研究が盛んであり，特に，Ω媒質 [17] - [20]，異方性キラル媒質 [102], [103]，Ω媒質とキラル媒質を組み合わせた媒質 [105] - [107] を用いた導波路や，フェライト材料にキラル物体を埋め込んだフェライトキラル媒質 [98] - [101] を用いた導波路などが提案されている

さて，bi-anisotropic 導波路を実際に実用的なデバイスに応用しようとすれば，bi-anisotropic 導波路の精密な解析が必要になる．これまでに，bi-anisotropic 導波路の解析法がいくつか提案されてはいるが，解析・設計法として十分に整備されているとはいえない状況にある．最近，Xu と Bosisio [56] は円形フェライトキラル導波路をモード結合理論 (COM) を用いて解析している．

本章では，bi-anisotropic 導波路の解析に，電界$\boldsymbol{E}$，あるいは磁界$\boldsymbol{H}$ の 3 成分によるベクトル有限要素法を適用することを提案するとともに，その定式化を行う．本手法では，第 5 章と同様にエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いているために，媒質境界での電磁界の連続性を自動的に課すことができ，さらに，伝搬定数を固有値として直接算出することができる．具体的に，金属円形フェライトキラル導波管 [56] の解析を行い，COM の結果 [56] と比較して，本手法の妥当性と有効性を確認するとともに，その伝搬特性について，特にカットオフ付近の特性について詳細な検討を行っている．また，埋め込み型円形フェライトキラル導波路の伝搬特性を，損失を含めて調査し，材料パラメータが伝搬特性に与える影響について検討しいる．なお，本解析において，スプリアス解は一切発生していない．

6.2　基本方程式

ここでは xy平面内に任意の形状断面Ωをもつ 3 次元 bi-anisotropic 導波路を考える．ここに電磁界は $\exp(j\omega t)$ で変化するものとし，bi-anisotropic 媒質の Post-Jaggard の構成方程式は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{D} = [\varepsilon_c]\boldsymbol{E} - j[\xi]\boldsymbol{B} \tag{6.1a}$$

$$\boldsymbol{H} = -j[\eta] + \boldsymbol{E}[\mu_c]^{-1}\boldsymbol{B} \tag{6.1b}$$

ここにωは角周波数を表し，$[\varepsilon_c]$，$[\mu_c]$ はそれぞれ bi-anisotropic 媒質の誘電率テンソル，透磁率テンソルであり，magnetoelectric パラメータ $[\xi]$，$[\eta]$ はそれぞれキラルアドミッタンステンソル $[\xi_c]$，非相反サセプタンステンソル $[\psi_n]$ を用いて

$$[\xi] = [\xi_c] - j[\psi_n] \tag{6.2a}$$

$$[\eta] = [\xi_c] + j[\psi_n] \tag{6.2b}$$

のように与えられる．

式 (6.1) と Maxwell の方程式から，次のベクトル波動方程式が得られる．

$$\nabla \times ([p]\nabla \times \phi - k_0[\tilde{\eta}]\phi) - k_0[\tilde{\xi}]\nabla \times \phi - k_0^2[q]\phi = 0 \tag{6.3}$$

ここに k_0は自由空間波数を，ϕは電界$\boldsymbol{E}$，あるいは磁界$\boldsymbol{H}$ を表す．また，材料パラメータテンソル $[p]$, $[q]$, $[\tilde{\xi}]$，$[\tilde{\eta}]$ はそれぞれ表 6.1 に示すように定義される．

表 6.1 $[p]$, $[q]$, $[\tilde{\xi}]$, $[\tilde{\eta}]$ の定義

ϕ	$[p]$	$[q]$	$[\tilde{\xi}]$	$[\tilde{\eta}]$
$\boldsymbol{E}$	$[\mu_{cr}]^{-1}$	$[\varepsilon_{cr}]$	$Z_0[\xi]$	$Z_0[\eta]$
$\boldsymbol{H}$	$[\tilde{\varepsilon}_{cr}]^{-1}$	$[\mu_{cr}] - Z_0^2[\zeta]$	$Z_0[\mu_{cr}][\eta][\tilde{\varepsilon}_{cr}]^{-1}$	$Z_0[\tilde{\varepsilon}_{cr}]^{-1}[\xi][\mu_{cr}]$

表 6.1 において，Z_0 は自由空間インピーダンス，$[\varepsilon_{cr}]$，$[\mu_{cr}]$ はそれぞれ bi-anisotropic 媒質の比誘電率テンソル，比透磁率テンソルを表し，$[\tilde{\varepsilon}_{cr}]$，$[\zeta]$ はそれぞれ次式で定義される．

$$[\tilde{\varepsilon}_{cr}] = [\varepsilon_{cr}] + Z_0^2[\xi][\mu_{cr}][\eta] \tag{6.4a}$$

$$[\zeta] = Z_0^2[\mu_{cr}][\eta][[\tilde{\varepsilon}_{cr}]^{-1}[\xi][\mu_{cr}] \tag{6.4b}$$

式 (6.3) に対する汎関数は次式で与えられる．

$$F = \iint_\Omega \left[(\nabla \times \phi^*) \cdot ([p]\nabla \times \phi - k_0[\tilde{\eta}]\phi) - k_0[\tilde{\xi}]\phi^* \cdot \nabla \times \phi - k_0^2[q]\phi^* \cdot \phi\right] dxdy \tag{6.5}$$

ここに $*$ は複素共役を意味する．

6.3 有限要素法

式 (6.5) にエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いた有限要素法を適用すると，第 5 章で述べた 3 次元キラル導波路にに対する有限要素法の定式化の場合と同様にして，次の固有値方程式が得られる．

$$[K]\{\phi'\} - j\gamma[L]\{\phi'\} - \gamma^2[M]\{\phi'\} = \{0\} \tag{6.6}$$

式 (6.6) の線形化を行うと次の固有値方程式を得る．

$$\begin{bmatrix} [0] & [1] \\ -[\tilde{M}]^{-1}[\tilde{K}] & -[\tilde{M}]^{-1}[\tilde{L}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi_t\} \\ -\gamma\{\phi_t\} \end{bmatrix} = -\gamma \begin{bmatrix} \{\phi_t\} \\ -\gamma\{\phi_t\} \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

ここに γ は伝搬軸 (z軸) 方向の伝搬定数であり，位相定数 β，減衰定数 α を用いて

$$\gamma = \alpha + j\beta \tag{6.8}$$

で与えられる．行列 $[\tilde{K}]$, $[\tilde{L}]$, および $[\tilde{M}]$ は以下のように与えられる．

$$[\tilde{K}] = [K_{tt}] + [K_{tz}][K_{zz}]^{-1}[K_{zt}] \tag{6.9a}$$

$$[\tilde{L}] = [L_{tt}] - [K_{tz}][K_{zz}]^{-1}[L_{zt}] - [L_{tz}][K_{zz}]^{-1}[K_{zt}] \tag{6.9b}$$

$$[\tilde{M}] = [M_{tt}] + [L_{tz}][K_{zz}]^{-1}[L_{zt}] \tag{6.9c}$$

さらに，各小行列は

$$\begin{aligned}[K_{tt}] = \sum_e \iint_e \big[& k_0^2(q_{xx}\{U\}\{U\}^T + q_{yy}\{V\}\{V\}^T \\ & + q_{xy}\{U\}\{V\}^T + q_{yx}\{V\}\{U\}^T) \\ & + k_0(-\tilde{\eta}_{zx}\{U_y\}\{U\}^T + \tilde{\eta}_{zx}\{V_x\}\{U\}^T \\ & - \tilde{\eta}_{zy}\{U_y\}\{V\}^T + \tilde{\eta}_{zy}\{V_x\}\{V\}^T \\ & - \tilde{\xi}_{xz}\{U\}\{U_y\}^T + \tilde{\xi}_{xz}\{U\}\{V_x\}^T \\ & - \tilde{\xi}_{yz}\{V\}\{U_y\}^T + \tilde{\xi}_{yz}\{V\}\{V_x\}^T) \\ & - p_{zz}\{U_y\}\{U_y\}^T - p_{zz}\{V_x\}\{V_x\}^T \\ & + p_{zz}\{U_y\}\{V_x\}^T + p_{zz}\{V_x\}\{U_y\}^T \big]\, dxdy \end{aligned} \tag{6.10a}$$

$$\begin{aligned}[K_{tz}] = \sum_e \iint_e \big[& k_0^2(q_{xz}\{U\}\{N\}^T + q_{yz}\{V\}\{N\}^T) \\ & + k_0(-\tilde{\eta}_{zz}\{U_y\}\{N\}^T + \tilde{\eta}_{zz}\{V_x\}\{N\}^T \\ & + \tilde{\xi}_{xx}\{U\}\{N_y\}^T - \tilde{\xi}_{yy}\{V\}\{N_x\}^T \\ & - \tilde{\xi}_{xy}\{U\}\{N_x\}^T + \tilde{\xi}_{yx}\{V\}\{N_y\}^T) \\ & - p_{zx}\{V_x\}\{N_y\}^T + p_{zx}\{U_y\}\{N_y\}^T \\ & + p_{zy}\{V_x\}\{N_x\}^T - p_{zy}\{U_y\}\{N_x\}^T \big]\, dxdy \end{aligned} \tag{6.10b}$$

$$\begin{aligned}[K_{zt}] = \sum_e \iint_e \big[& k_0^2(-q_{zx}\{N\}\{U\}^T - q_{zy}\{N\}\{V\}^T) \\ & + k_0(-\tilde{\eta}_{xx}\{N_y\}\{U\}^T + \tilde{\eta}_{yy}\{N_x\}\{V\}^T \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+ \tilde{\eta}_{yx}\{N_x\}\{U\}^T - \tilde{\eta}_{xy}\{N_y\}\{V\}^T \\
&+ \tilde{\xi}_{zz}\{N\}\{U_y\}^T - \tilde{\xi}_{zz}\{N\}\{V_x\}^T) \\
&- p_{xz}\{N_y\}\{U_y\}^T + p_{xz}\{N_y\}\{V_x\}^T \\
&+ p_{yz}\{N_x\}\{U_y\}^T - p_{yz}\{N_x\}\{V_x\}^T\Big]\, dxdy
\end{aligned} \tag{6.10c}
$$

$$
\begin{aligned}
[K_{zz}] = \sum_e \iint_e \Big[& k_0^2 q_{zz}\{N\}\{N\}^T \\
&+ k_0(\tilde{\eta}_{xz}\{N_y\}\{N\}^T - \tilde{\eta}_{yz}\{N_x\}\{N\}^T \\
&+ \tilde{\xi}_{zx}\{N\}\{N_y\}^T - \tilde{\xi}_{zy}\{N\}\{N_x\}^T) \\
&- p_{xx}\{N_y\}\{N_y\}^T - p_{yy}\{N_x\}\{N_x\}^T \\
&+ p_{xy}\{N_y\}\{N_x\}^T + p_{yx}\{N_x\}\{N_y\}^T\Big]\, dxdy
\end{aligned} \tag{6.10d}
$$

$$
\begin{aligned}
[L_{tt}] = \sum_e \iint_e & k_0 \left(\tilde{\eta}_{xx}\{V\}\{U\}^T - \tilde{\eta}_{yy}\{U\}\{V\}^T\right. \\
&+ \tilde{\eta}_{xy}\{V\}\{V\}^T - \tilde{\eta}_{yx}\{U\}\{U\}^T \\
&- \tilde{\xi}_{xx}\{U\}\{V\}^T + \tilde{\xi}_{yy}\{V\}\{U\}^T \\
&+ \left.\tilde{\xi}_{xy}\{U\}\{U\}^T - \tilde{\xi}_{yx}\{V\}\{V\}^T\right)\, dxdy
\end{aligned} \tag{6.11a}
$$

$$
\begin{aligned}
[L_{tz}] = \sum_e \iint_e \Big[& k_0(-\tilde{\eta}_{xz}\{V\}\{N\}^T + \tilde{\eta}_{yz}\{U\}\{N\}^T) \\
&+ p_{xx}\{V\}\{N_y\}^T + p_{yy}\{U\}\{N_x\}^T \\
&- p_{xy}\{V\}\{N_x\}^T - p_{yx}\{U\}\{N_y\}^T\Big]\, dxdy
\end{aligned} \tag{6.11b}
$$

$$
\begin{aligned}
[L_{zt}] = \sum_e \iint_e \Big[& k_0(-\tilde{\xi}_{zx}\{N\}\{V\}^T + \tilde{\xi}_{zy}\{N\}\{U\}^T) \\
&+ p_{xx}\{N_y\}\{V\}^T + p_{yy}\{N_x\}\{U\}^T \\
&- p_{xy}\{N_y\}\{U\}^T - p_{yx}\{N_x\}\{V\}^T\Big]\, dxdy
\end{aligned} \tag{6.11c}
$$

$$
\begin{aligned}
[M_{tt}] = \sum_e \iint_e & \left(p_{xx}\{V\}\{V\}^T + p_{yy}\{U\}\{U\}^T\right. \\
&- \left. p_{xy}\{V\}\{U\}^T - p_{yx}\{U\}\{V\}^T\right)\, dxdy
\end{aligned} \tag{6.12}
$$

のように与えられる．ここにTは転置をとることを意味する．式(6.8)は逆行列を含んでいるために，行列のスパース性を失っており，計算効率がよくない．

そこで，式(6.8)を第5章と同様に以下のように書き換える．

$$\begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [K] & -[L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi'\} \\ j\gamma\{\phi'\} \end{bmatrix} - j\gamma \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\phi'\} \\ j\gamma\{\phi'\} \end{bmatrix} = \{0\} \tag{6.13}$$

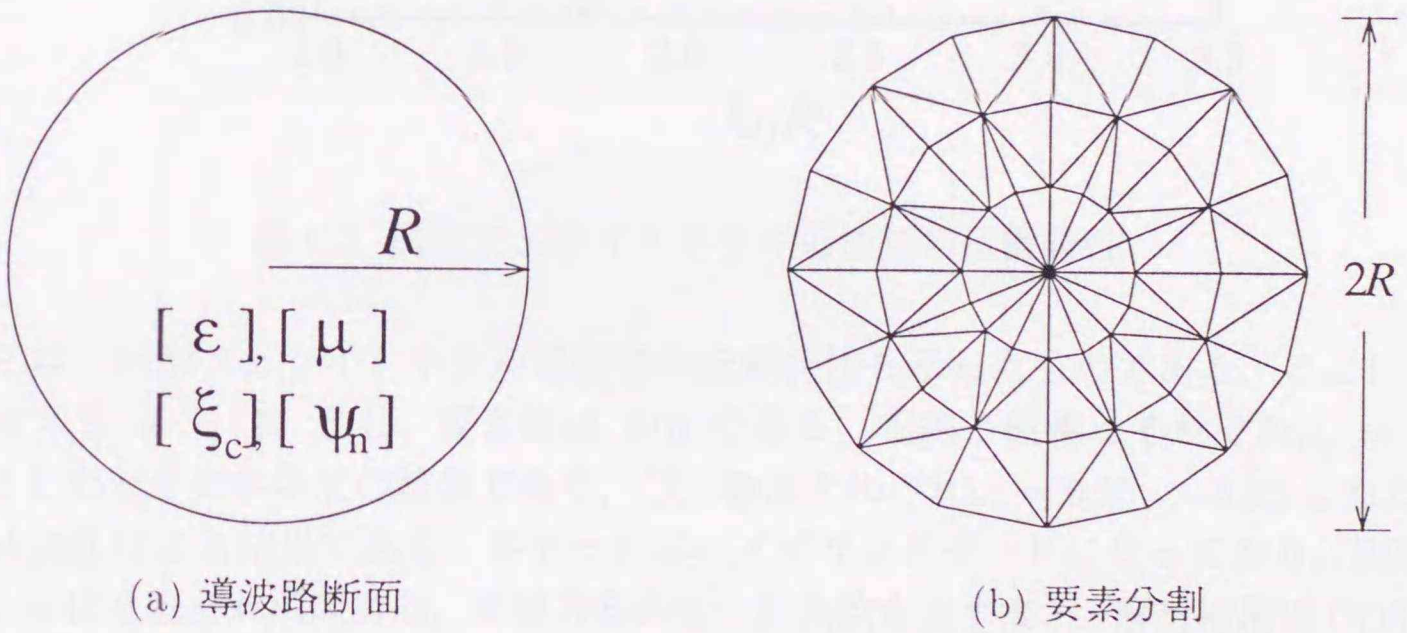
式 (6.13) は行列の大きさは全節点数の 2 倍と大きくなっているものの，行列のスパース性が保たれている．しかし，式 (6.13) はこのままでは行列のバンド性を生かしきれないので，プログラミングの段階では第 5 章と同様に，固有ベクトルの各成分を以下のように並べ変える [59].

$$\begin{bmatrix} \{\phi'\} \\ j\gamma\{\phi'\} \end{bmatrix} = [\phi'_1,\ j\gamma\phi'_1,\ \phi'_2,\ j\gamma\phi'_2,\ \cdots\cdots,\ \phi'_M,\ j\gamma\phi'_M]^T \tag{6.14}$$

ここに Mは全節点数を表す.

6.4 適用事例

まず，本手法の妥当性を確認するために，図 6.1(a) に示すような無損失のフェライトキラル媒質で満たされた半径 Rの円形金属導波管 [56] を考え，(b) のようにエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いて分割する.



(a) 導波路断面　　(b) 要素分割

図 6.1 円形フェライトキラル導波管

フェライトキラル導波管の各材料パラメータテンソルは次のように与えられるものとする.

$$[\varepsilon] = \varepsilon_0(\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z})$$

$$[\mu] = \mu_0(\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z}) - j\mu_0\mu_a(\hat{x}\hat{y} - \hat{y}\hat{x})$$

$$[\xi_c] = \xi_c(\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z})$$

$$[\psi_n] = [0]$$

ここに$\hat{x}$，$\hat{y}$はそれぞれ導波路断面内のx，y方向の単位ベクトル，$\hat{z}$はz方向の単位ベクトルを表す．

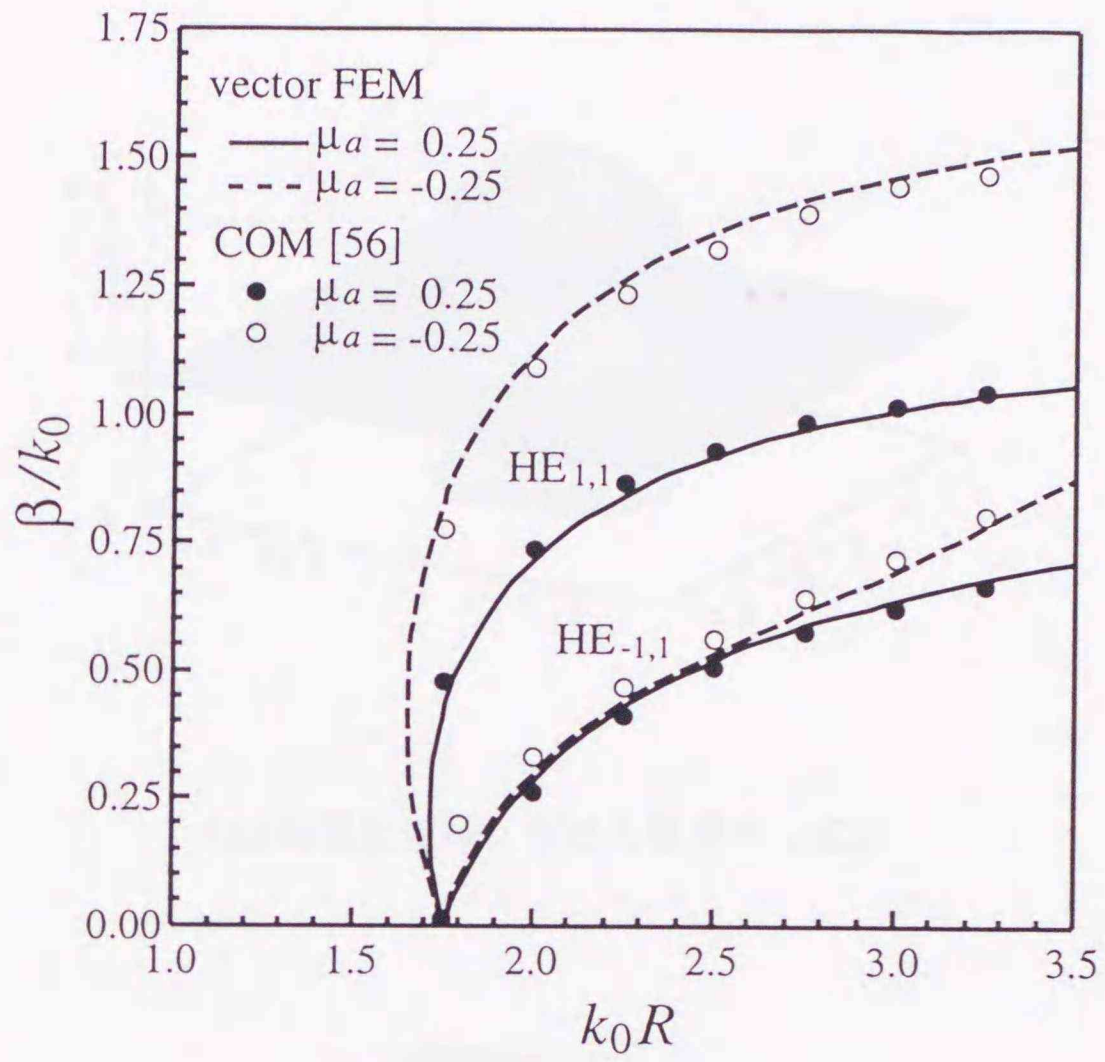
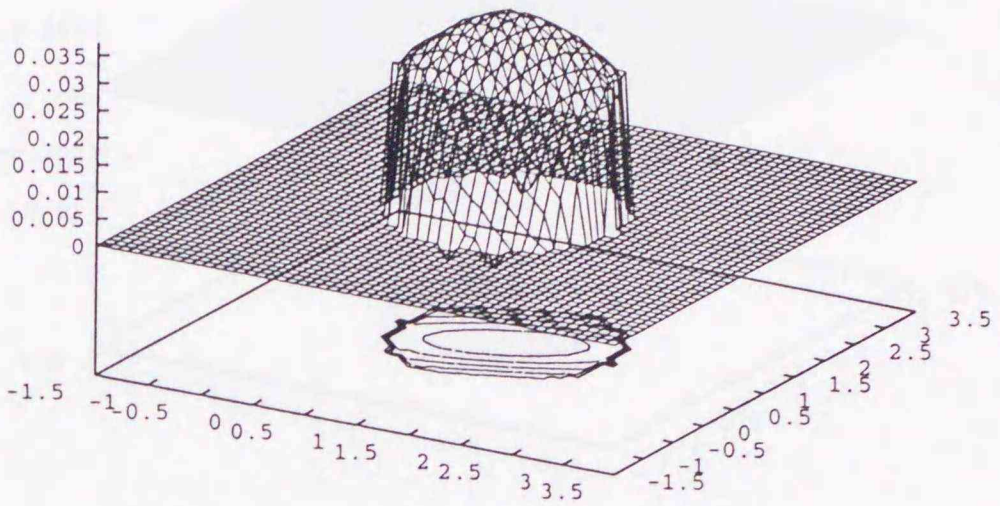


図 6.2 円形フェライトキラル導波管の伝搬特性

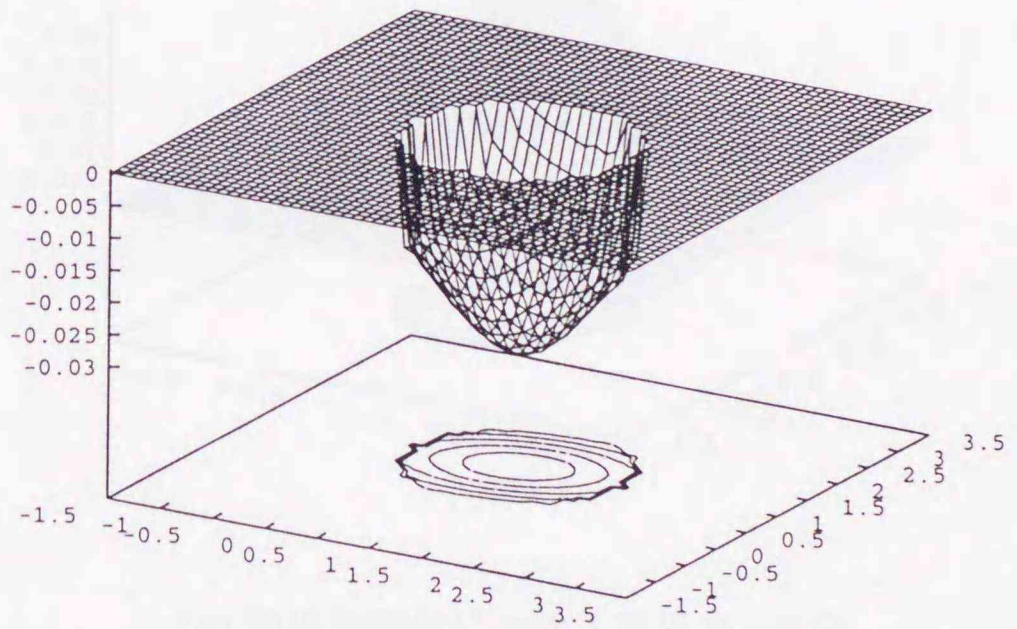
図 6.2 は，円形フェライトキラル導波管の伝搬特性を示したものである．ここに $\xi_c = 1.0 \times 10^{-3}$ S, $\phi = \boldsymbol{H}$ とし，要素数は 216 である．実線と破線はそれぞれ$\mu_a = 0.25$, -0.25 としたときの本手法の結果であり，○，●はそれぞれ$\mu_a = 0.25$，-0.25 としたときの COM [56] による結果である．各モードはハイブリッドモードになっており，$\mathrm{HE}_{m,n}$の添字 m，n はそれぞれ円周方向，半径方向のモード次数を表す [83]．解析結果は COM [56] の結果と非常に良く一致しており，本手法の妥当性が確認される．

COM [56] では円形フェライトキラル導波管のカットオフ付近の伝搬特性が示されていないが，本解析によりカットオフ付近の伝搬特性が明らかになった．また，図 6.2 から，$\mu_a = \pm 0.25$ の場合の $\mathrm{HE}_{1,1}$モードには後進波領域 (k_0-β曲線上の負の微係数をもつ領域) が存在することが確認される．一方，$\mathrm{HE}_{-1,1}$ モードでは前進波領域 (k_0-β曲線上の正の微係数をもつ領域) のみが存在することが確認される．

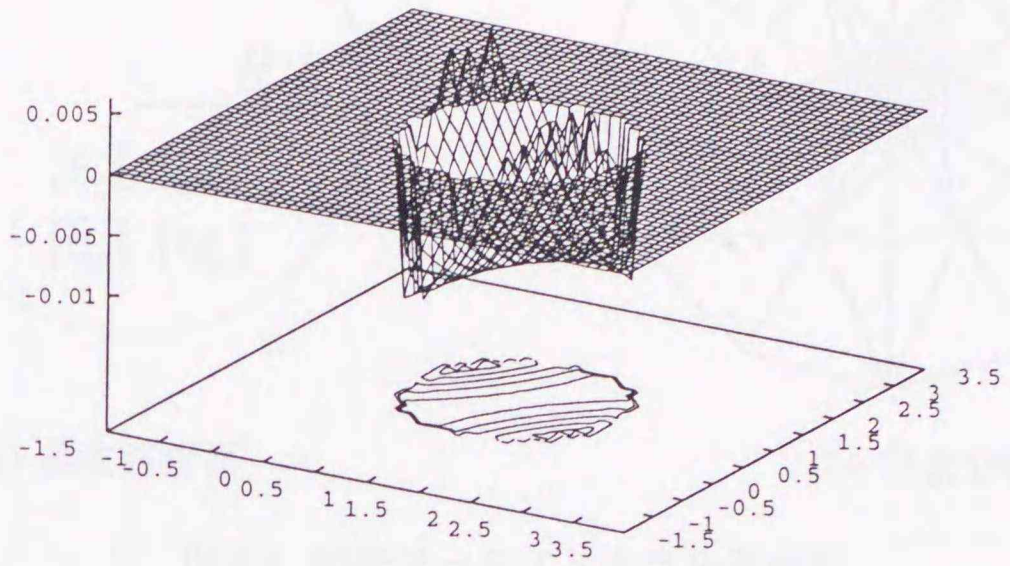
図 6.3 は，$\mu_a = -0.25$，$k_0 R = 1.7$ の場合の，$\mathrm{HE}_{1,1}$モードの前進波領域，後進波領域における電界の x 成分 E_x，y成分 E_yの分布を示したものである．電界の x 成分の界分布は前進波領域，後進波領域にかかわらず一致しているが，y成分は，前進波領域，後進波領域で界分布が異なることがわかる．



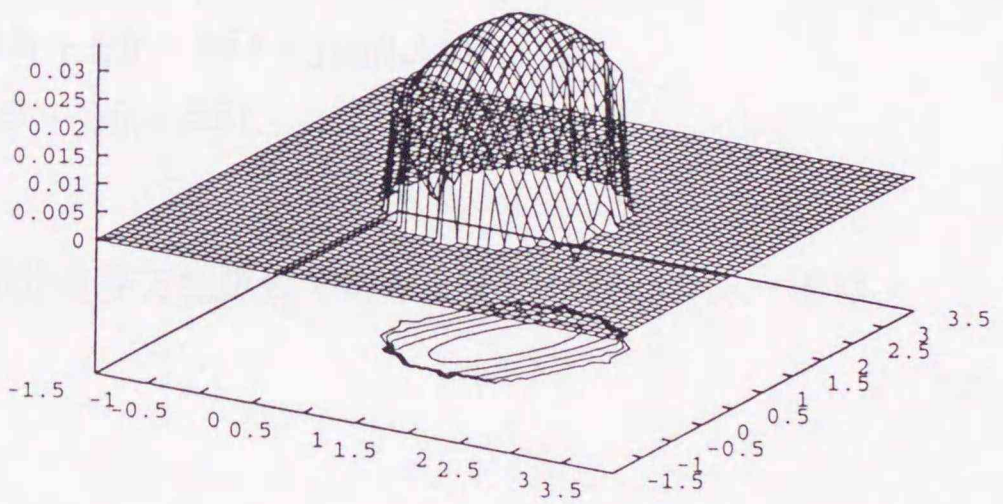
(a) 前進波領域における電界の x 成分



(b) 後進波領域における電界の x 成分

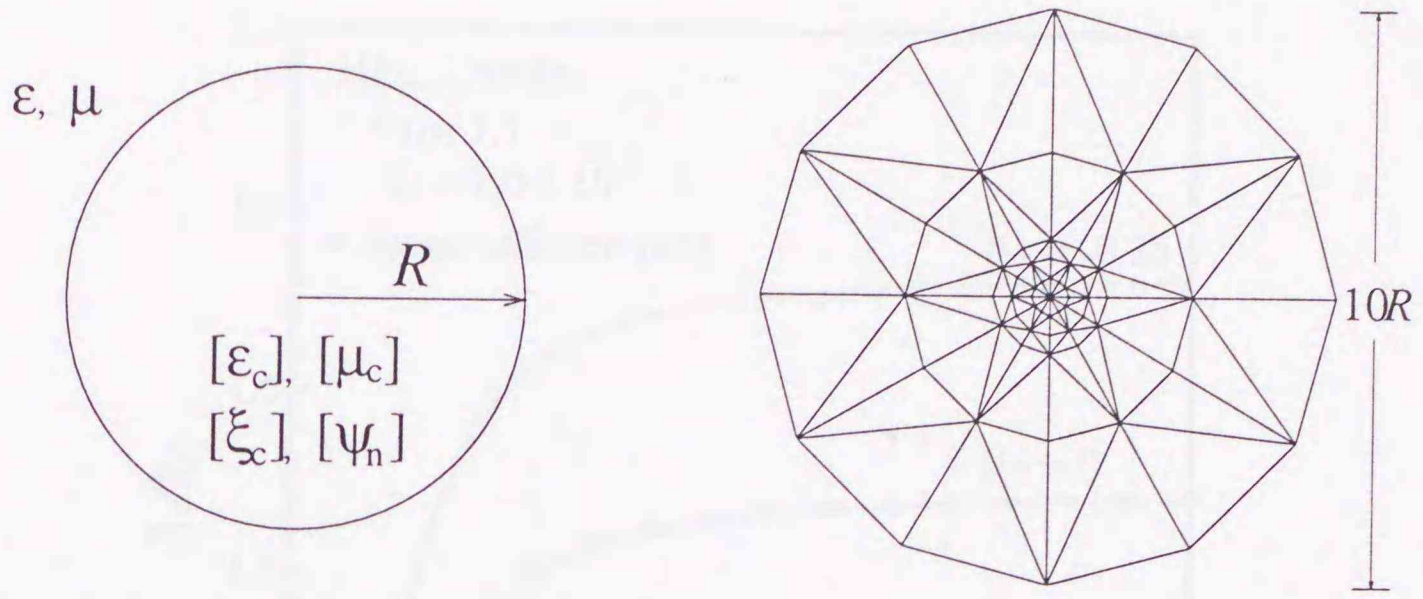


(c) 前進波領域における電界の y成分



(d) 後進波領域における電界の y成分

図 6.3 $\mathrm{HE}_{1,1}$モードの電界分布 ($\mu_a = -0.25$, $k_0 = 1.7R$)



(a) 導波路断面　　(b) 要素分割

図 6.4 円形フェライトキラル導波管

次に，図 6.4 に示すような無損失の埋め込み型円形フェライトキラル導波路を考える．ここにコアはフェライトキラル媒質であり，その材料パラメータテンソルは以下のように与えられる．

$$[\varepsilon_c] = \varepsilon_0\varepsilon_{cr}(\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}} + \hat{\boldsymbol{y}}\hat{\boldsymbol{y}} + \hat{\boldsymbol{z}}\hat{\boldsymbol{z}})$$
$$[\mu_c] = \mu_0(\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}} + \hat{\boldsymbol{y}}\hat{\boldsymbol{y}} + \hat{\boldsymbol{z}}\hat{\boldsymbol{z}}) - j\mu_0\mu_a(\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{y}} - \hat{\boldsymbol{y}}\hat{\boldsymbol{x}})$$
$$[\xi_c] = \xi_c(\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}} + \hat{\boldsymbol{y}}\hat{\boldsymbol{y}} + \hat{\boldsymbol{z}}\hat{\boldsymbol{z}})$$
$$[\psi_n] = [0]$$

一方，クラッド部分は等方性媒質であり，その材料パラメータは

$$\varepsilon = \varepsilon_0$$
$$\mu = \mu_0$$

で与えられる．

図 6.5 は，無損失の円形フェライトキラル導波路の伝搬特性を示したものである．ここに比誘電率，キラルアドミタンスは，それぞれ

$$\varepsilon_{cr} = 1.1$$
$$\xi_c = 1.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{S}$$

で与えられ，$\phi = \boldsymbol{H}$ とし，要素数は 208 としている．

実線，破線，一点破線はそれぞれ$\mu_a = 0.25$，-0.25，0 としたときの本解析結果であり，●は厳密解 [83] である．フェライトキラル媒質の透磁率テンソルの非対角項が導波路の伝搬特性に大きな影響を与えていることが確認される．

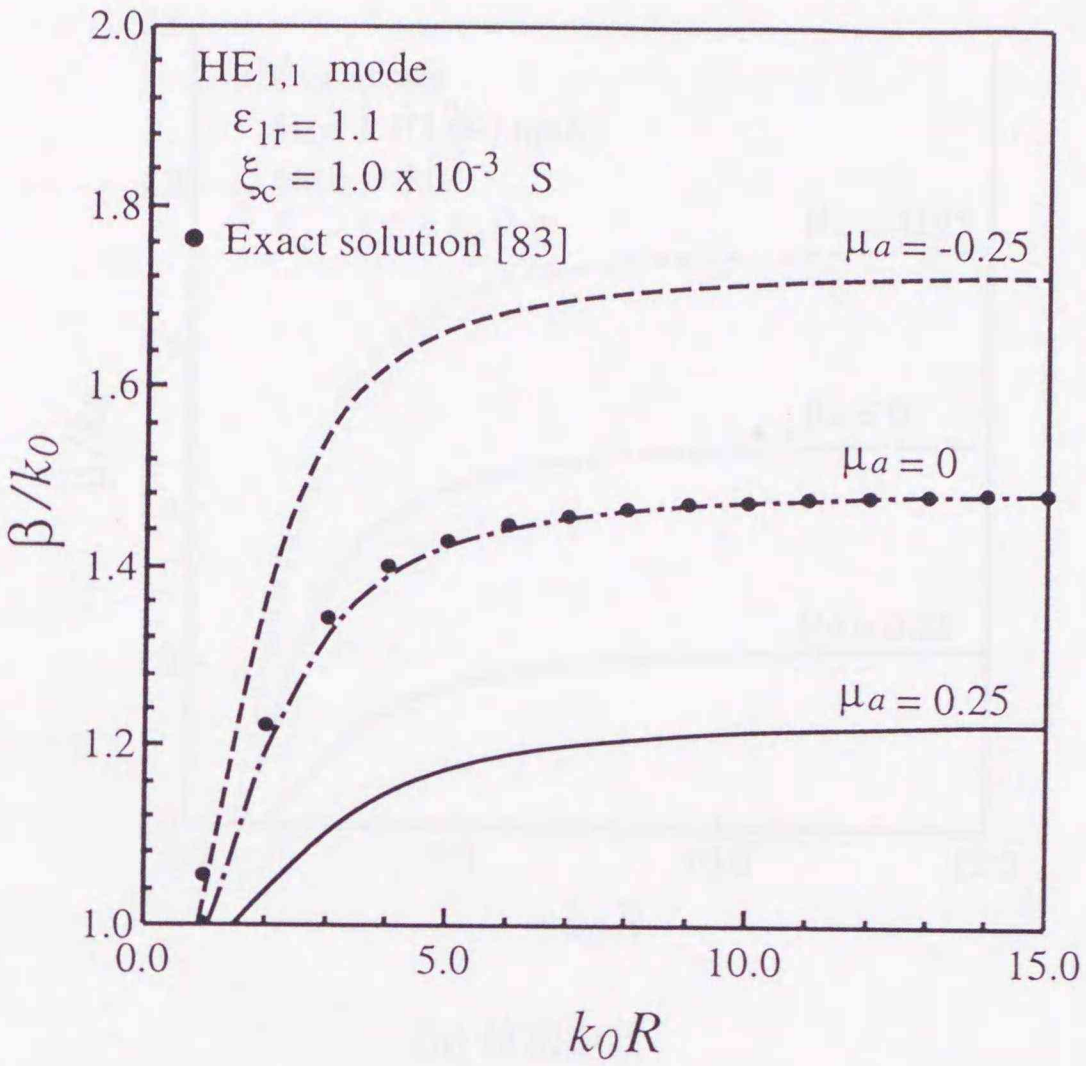


図 6.5 埋め込み型円形フェライトキラル導波路の伝搬特性

最後に，損失のある円形フェライトキラル導波路を考える．

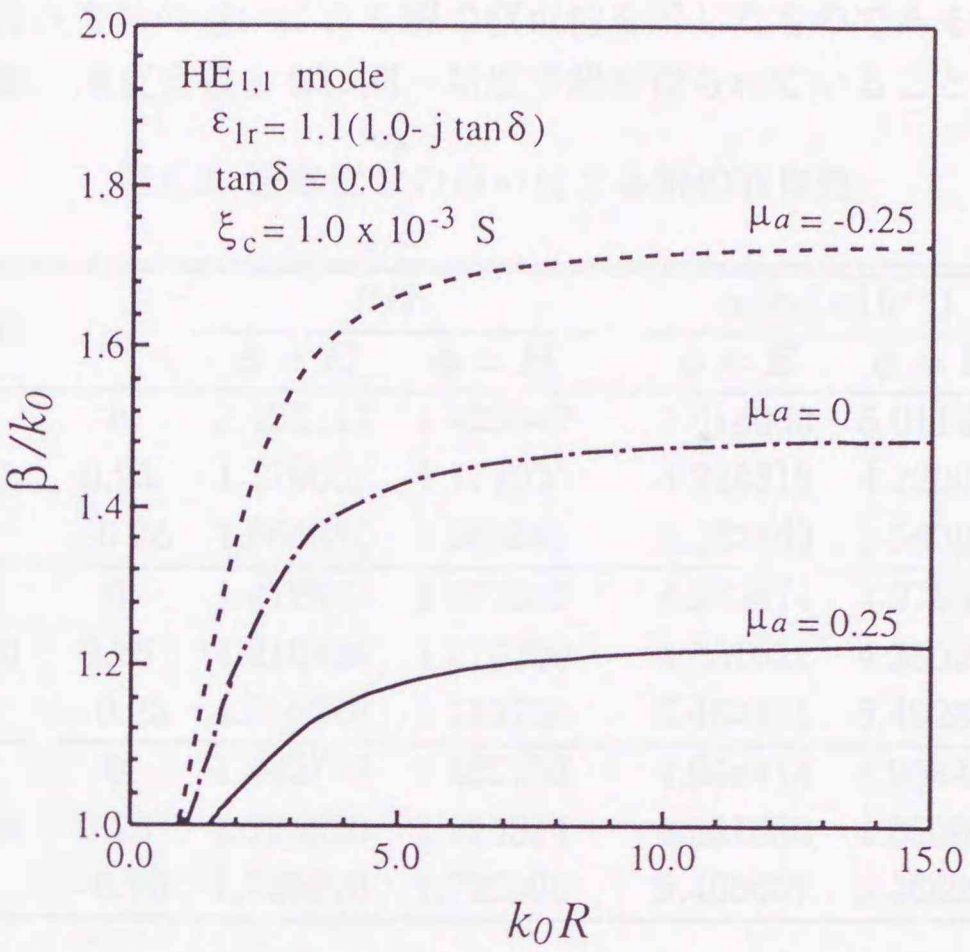
図 6.6 は損失のある円形フェライトキラル導波路の (a) 位相定数，(b) 減衰定数を表している．ここに比誘電率，キラルアドミタンスは，それぞれ

$$\varepsilon_{cr} = 1.1(1 - j\tan\delta)$$

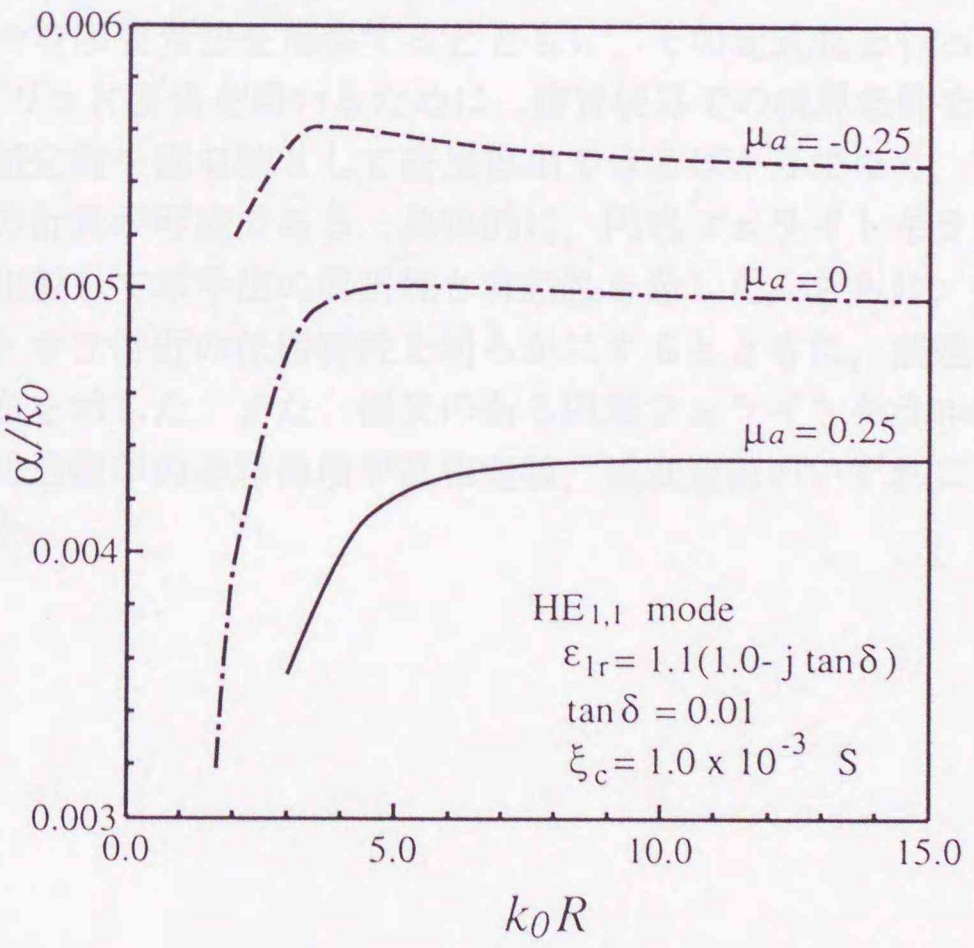
$$\tan\delta = 0.01$$

$$\xi_c = 1.0 \times 10^{-3} \ \mathrm{S}$$

で与えられ，$\phi = \boldsymbol{H}$ とし，要素数は 208 としている．実線，破線はそれぞれ$\mu_a = 0.25$, -0.25 としたときの本解析結果であり，一点破線は$\mu_a = 0$ とした場合の解析結果である．フェライトキラル媒質の比透磁率テンソルの非対角項が位相定数，減衰定数のいずれにも大きな影響を与えていることが確認される．



(a) 位相定数



(b) 減衰定数

図 6.6 損失のある導波管の伝搬特性

また，表 6.2 は節点変数の違いによる解の収束性を示したものである．節点変数の違いによらず，位相定数，減衰定数ともに同一精度で解が得られていることがわかる．

表 6.2 節点変数の違いによる解の収束性

k_0R	μ_a	β/k_0		$\alpha/k_0(\times10^{-3})$	
		$\phi=E$	$\phi=H$	$\phi=E$	$\phi=H$
5.0	0	1.425147	1.425042	5.014093	5.011461
	0.25	1.175057	1.174635	4.228318	4.220609
	−0.25	1.664388	1.664841	5.583169	5.580805
10.0	0	1.472841	1.472819	4.978474	4.978326
	0.25	1.216420	1.216209	4.351621	4.350291
	−0.25	1.715575	1.715754	5.493181	5.492380
15.0	0	1.482740	1.482733	4.958414	4.958487
	0.25	1.225630	1.225514	4.351030	4.350985
	−0.25	1.725910	1.725996	5.466607	5.466268

6.5 まとめ

一般的な bi-anisotropic 導波路の解析に対して，エッジ/ノーダルハイブリッド三角形要素を用いたベクトル有限要素法を提案するとともに，その定式化を行った．本手法はエッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いるために，媒質境界での境界条件を自動的に課すことができ，また，伝搬定数を固有値として直接算出できるばかりでなく，行列のスパース性を利用した高効率の計算が可能である．具体的に，円形フェライトキラル導波管の解析を行い，他の手法と比較して本手法の妥当性と有効性を示した．さらに，円形フェライトキラル導波管のカットオフ付近の伝搬特性を明らかにするとともに，前進波領域，後進波領域における電界分布を示した．また，損失のある円形フェライトキラル導波路の伝搬特性について調査し，比透磁率の非対角項が位相定数，減衰定数のいずれにも大きな影響を与えることを確認した．

7　結論

新しい機能を有する情報通信デバイスを構成できる可能性を秘めた材料として，最近，特に，注目を集めている bi-isotropic 媒質や bi-anisotropic 媒質で構成される導波路の特異な振舞いを明らかにするために，有限要素法に基づく解析法の開発を行った．

一般に，bi-isotropic 媒質や bi-anisotropic 媒質で構成される導波路の伝搬モードはハイブリッドモードとなるため，その特性評価にはベクトル波解析が要求される．従来の基本エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いたベクトル有限要素法では，スプリアス解が発生せず，伝搬定数を直接算出することが可能であったが，この要素が最低次のものであるために，一般に解の収束が遅い．そこでここでは，高次エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いたベクトル有限要素法を新たに開発した．多数の適用事例を通して，本手法の優位性を実証した．

また，2 次元キラル導波路，3 次元キラル導波路，さらには，全く一般的な bi-anisotropic 媒質からなる導波路解析のための有限要素法解析の開発を行い，様々な bi-isotropic 導波路，bi-anisotropic 導波路に適用して，材料パラメータがこれらの導波路の伝搬特性に与える影響について調査した．

本研究において開発された有限要素法に基づく解析法は，通常の光・マイクロ波導波路に加えて，bi-isotropic 媒質，bi-anisotropic 媒質といった様々な材料からなる導波路解析に適用でき，各種光・マイクロ波導波路の解析・設計支援ツールとして十分な性能を有するものと確信できる．

謝　辞

本論文をまとめるに際して，終始御指導，御鞭撻を頂きました北海道大学工学部電子情報工学専攻情報通信エレクトロニクス講座波動電子工学分野 小柴正則教授に深謝致します．

細部にわたってご検討頂き，貴重なご助言を頂きました本学工学部電子情報工学専攻 伊藤精彦教授，小川恭孝教授に深謝致します．

さらに，日頃熱心な御教授を頂きました，札幌学院大学社会情報学部早田和弥教授ならび北海道工業大学辻寧英講師に深謝致します．

また，本研究に関して，様々な面で御支援下さいました，ミノルタ株式会社に感謝致します．

本研究に関して，日頃，種々御討論，御助言を頂くとともに，公私にわたり私を支えて下さいました，Md. Shah Alam 氏，大川諭一氏，Osman Nabil 氏をはじめとする本学工学部電子情報工学専攻情報通信エレクトロニクス講座波動電子工学分野の大学院学生，学部学生の方々に深く感謝致します．

最後に，これまで私を支え，激励してくれた妻，亜子に感謝致します．

参考文献

[1] I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov, and A.J. Viitanen, *Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media*, Boston: Artech House, 1994.

[2] D.L. Jaggard, A.R. Mickelson, and C.H. Papas, "On electromagnetic waves in chiral media," *Appl. Phys.*, vol. 18, no. 2, pp. 211–216, Feb. 1979.

[3] D.L. Jaggard, X. Sun, and N. Engheta, "Canonical sources and duality in chiral media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, no. 7, pp. 1007–1013, July 1988.

[4] A.H. Sihvola and I.V. Lindell, "Polarisability and mixing formula for chiral ellipsoids, " *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 14, pp. 1007–1009, July 1990.

[5] M.S. Kluskens and E.H. Newman, "Image theory for chiral bodies," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, no. 5, pp. 676–677, May 1991.

[6] I.V. Lindell and A.H. Sihvola, "Generalized WKB approximation for stratified isotropic chiral media," *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 5, no. 8, pp. 857–872, 1991.

[7] S.M. Ali, T.M. Habashy, and J.A. Kong, "Spectral-domain dyadic Green's function in layered chiral media," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 9, no. 3, pp. 413–423, Mar. 1992.

[8] D.L. Jaggard and X. Sun, "Theory of chiral multilayers," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 9, no. 5, pp. 804–813, May 1992.

[9] F. Mariotte, S.A. Tretyakov, and B. Sauviac, "Isotropic chiral composite modeling: comparison between analytical, numerical and experimental results," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 7, no. 18, pp. 861–864, Dec. 1994.

[10] K.M. Flood and D.L. Jaggard, "Effective charge densities and current densities in isotropic chiral media," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 12, no. 1, pp. 177–183, Jan. 1995.

[11] R. Luebbers, H.S. Langdon, F. Hunsberger, C.F. Bohren, and S. Yoshikawa, "Calculation and measurement of the effective chirality parameter of composite chiral material over a wide frequency band," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, no. 2, pp. 123–130, Feb. 1995.

[12] A.H. Sihvola and I.V. Lindell, "Bi-isotropic constitutive relations," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 4, no. 8, pp. 295–297, July 1991.

[13] I.V. Lindell and A.J. Viitanen, "Duality transformation for general bi-isotropic (non-reciprocal chiral) media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, no. 1, pp. 91–95, Jan. 1992.

[14] I.V. Lindell, "On the reciprocity of bi-isotropic media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 5, no. 7, pp. 343–346, June 1992.

[15] A.H. Sihvola and I.V. Lindell, "Novel effects in wave reflection from biisotropic media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 10, pp. 581–585, Aug. 1993.

[16] S.A. Tretyakov and A.J. Viitanen, "Waveguide and resonator perturbation techniques measuring chirality and nonreciprocity parameters biisotropic materials," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 1, pp. 222–225, Jan. 1995.

[17] M.M.I. Saadoun and N. Engheta, "A reciprocal phase shifter using novel pseudochiral or Ω medium," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 5, no. 4, pp. 184–188, Apr. 1992.

[18] S.A. Tretyakov, "Thin pseudochiral layers: approximate boundary conditions and potential applications," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 2, pp. 112–115, Feb. 1993.

[19] M. Norgren and S. He, "Reconstruction of the constitutive parameters for an Ω material in a rectangular waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 6, pp. 1315–1321, June 1995.

[20] J. Mazur and D. Pietrzak, "Field displacement phenomenon in a rectangular waveguide containing a thin plate of Ω medium," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 6, no. 1, pp. 34–36, Jan. 1996.

[21] J.A. Kong, "Theorems of bianisotropic media," *IEEE Proc.*, vol. 60, no. 9, pp. 1036–1046, Sept. 1972.

[22] A. Lakhtakia, "Scaling of fields, sources, and constitutive properties in bianisotropic media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 7, no. 7, pp. 328–330, May 1994.

[23] F. Olyslager, B. Jakoby, and I.V. Lindell, "TE-TM source decomposition for general uniaxial bianisotropic media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 9, no. 6, pp. 345–349, Aug. 1995.

[24] M.E. Peters and E.H. Newman, "Method of moments analysis of anisotropic artificial media composed of dielectric wire objects," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 9, pp. 2023–2027, Sept. 1995.

[25] A.H. Sihvola and I.V. Lindell, "Material effects in bi-anisotropic electromagnetics," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E78-C, no. 10, pp. 1383–1390, Oct. 1995.

[26] A.H. Sihvola, "Rayleigh formula for bianisotropic mixtures," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 11, no. 2, pp. 73–75, Feb. 1996.

[27] Y. Wenyan, L. Pao, and W. Wei, "Spectral-domain decoupling method of electromagnetic waves propagating and radiating in bianisotropic gyroelectromagnetic chiral media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 7, no. 4, pp. 187–193, Mar. 1994.

[28] 小柴 正則, 光・波動のための有限要素法の基礎, 森北出版, 1990.

[29] M. Koshiba, *Optical Waveguide Theory by the Finite Element Method*, Tokyo / Dordrecht : KTK Scientific Publishers / Kluwer Academic Publishers, 1992.

[30] 小柴 正則, 光導波路解析, 朝倉書店, 1990.

[31] T.P. Young, "Design of integrated optical circuits using finite elements," *IEE Proc.-A*, vol. 135, no. 3, pp. 135–144, Mar. 1986.

[32] G. Sewell and S. Cvetkovic, "WAVEGIDE–An interactive waveguide program," *Adv. Eng. Software*, vol. 11, no. 4, pp. 169–175, 1989.

[33] M. Koshiba and K. Inoue, "Simple and efficient finite-element analysis of microwave and optical waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 2, pp. 371–377, Feb. 1992.

[34] 井上 和弘, 電磁波問題の有限要素法解析におけるスプリアス解の除去法に関する研究, Ph.D. thesis, 北海道大学, 1992.

[35] 羽野光夫, "新しい三角形要素を用いたベクトル有限要素法による異方性導波路の解析," 電子情報通信学会論文誌, vol. J70-C, no. 10, pp. 1329–1337, Oct. 1987.

[36] F. Kikuchi, "Mixed and penalty formulations for finite element analysis of an eigenvalue problem in electromagnetism," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 64, pp. 509–521, 1987.

[37] A. Bermúdez and D.G. Pedreira, "Mathematical analysis of a finite element method without spurious solutions for computation of dielectric waveguides," *Numer. Math.*, vol. 61, pp. 39–57, 1992.

[38] Md.S. Alam, K. Hirayama, Y. Hayashi, and M. Koshiba, "A vector finite-element analysis of complex modes in shielded microstrip lines," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 16, pp. 873–875, Dec. 1993.

[39] Md.S. Alam, K. Hirayama, Y. Hayashi, and M. Koshiba, "Finite element analysis of propagating, evanescent, and complex modes in finlines," *IEE Proc.-Microwave Antennas Propag.*, vol. 141, no. 2, pp. 65–69, Apr. 1994.

[40] Md.S. Alam, M. Koshiba, K. Hirayama, and Y. Hayashi, "Analysis of lossy planar transmission lines by using a vector finite element method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 10, pp. 2466–2471, Oct. 1995.

[41] S. Bassiri, C.H. Papas, and N. Engheta, "Electromagnetic wave propagation through a dielectric-chiral interface and through a chiral slab," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 5, no. 9, pp. 1450–1459, Sept. 1988.

[42] N. Engheta and P. Pelet, "Modes in chirowaveguides," *Opt. Lett.*, vol. 14, no. 11, pp. 593–595, June 1989.

[43] P. Pelet and N. Engheta, "The theory of chirowaveguides," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, no. 1, pp. 90–98, Jan. 1990.

[44] N. Engheta and P. Pelet, "Mode orthogonality in chirowaveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, no. 11, pp. 1631–1634, Nov. 1990.

[45] P. Pelet and N. Engheta, "Coupled-mode theory for chirowaveguides," *J. Appl. Phys.*, vol. 67, no. 6, pp. 2742–2745, Mar. 1990.

[46] R. Hollinger, V.V. Varadan, and V.K. Varadan, "Eigenmodes in a circular waveguide containing an isotropic chiral material," *Radio Sci.*, vol. 26, no. 5, pp. 1335–1344, Sept.-Oct. 1991.

[47] 小瀬木 滋, ロベルト ロハス, "カイラル誘電体導波路の固有モード電磁界の対称性," 電子情報通信学会技術研究報告, OQE92-33/MW92-46, pp. 19–24, 1992.

[48] S.F. Mahmoud, "Mode characteristics in chirowaveguides with constant impedance walls," *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 6, no. 5/6, pp. 625–640, 1992.

[49] C.R. Paiva, A.L. Topa, and A.M. Barbosa, "Semileaky waves in dielectric chirowaveguides," *Opt. Lett.*, vol. 17, no. 23, pp. 1670–1672, Dec. 1992.

[50] B.Z. Katsenelenbaum, "The vector nature of electromagnetic field: to what results it leads in the theory of dielectric waveguides ?," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E78-C, no. 10, pp. 1323–1330, Oct. 1995.

[51] J.A. Pereda, A. Vegas, and A. Prieto, "On the derivation of the generalized telegraphist's equations for full-wave analysis of chirowaveguides," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 6, no. 4, pp. 165–167, Apr. 1996.

[52] I.V. Lindell, "Variational method for the analysis of lossless bi-isotropic (nonreciprocal chiral) waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 2, pp. 402–405, Feb. 1992.

[53] P.K. Koivisto, S.A. Tretyakov, and M.I. Oksanen, "Waveguides filled with general biisotropic media," *Radio Sci.*, vol. 28, no. 5, pp. 675–686, Sept.-Oct. 1993.

[54] C.R. Paiva and A.M. Barbosa, "A linear-operator formalism for the analysis of inhomogeneous biisotropic planar waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 4, pp. 672–678, 40 1992.

[55] A.L. Topa, C.R. Paiva, and A.M. Barbosa, "New biorthogonality relations for inhomogeneous biisotropic planar waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 4, pp. 629–634, Apr. 1994.

[56] Y. Xu and R.G. Bosisio, "An efficient method for study of general bi-anisotropic waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 4, pp. 873–879, Apr. 1995.

[57] Y. Xu and R.G. Bosisio, "On the solution of general bianisotropic waveguides," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 11, no. 6, pp. 330–332, Apr. 1996.

[58] B. Jakoby and D.D. Zutter, "Analysis of guided waves in inhomogeneous bianisotropic cylindrical waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 2, pp. 297–310, Feb. 1996.

[59] L. Valor and J. Zapata, "An efficient finite element formulation to analyze waveguides with lossy inhomogeneous bi-anisotropic materials," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 2, pp. 291–296, Feb. 1996.

[60] J.L. Tsalamengas, "Interaction of electromagnetic waves with general bianisotropic slabs," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 10, pp. 1870–1878, Oct. 1992.

[61] F. Olyslager and D.D. Zutter, "Rigorous full-wave analysis of electric and dielectric waveguides embedded in a multilayered bianisotropic medium," *Radio Sci.*, vol. 28, no. 5, pp. 937–946, Sept.-Oct. 1993.

[62] H.-Y. Yang and P.L.E. Uslenghi, "Planar bianisotropic waveguides," *Radio Sci.*, vol. 28, no. 5, pp. 919–927, Sept.-Oct. 1993.

[63] F. Mesa and M. Horno, "Computation of proper and improper modes in multilayered bianisotropic waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 1, pp. 233–235, Jan. 1995.

[64] A. Lakhtakia and W.S. Weiglhofer, "Are linear, nonreciprocal, biisotropic media forbidden?," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 9, pp. 1715–1716, Sept. 1994.

[65] W.S. Weiglhofer and A. Lakhtakia, "Uniformity constraint on recently conceptualised linear uniaxial bianisotropic media," *Electron. Lett*, vol. 30, no. 20, pp. 1656–1657, Sept. 1994.

[66] A. Lakhtakia, "An investigative report on the constructive relations of linear magnetoelectric media," *Int. J. Infrared Millim. Waves*, vol. 15, no. 8, pp. 1363–1372, 1994.

[67] A. Lakhtakia, "The Tellegen medium is "a boojum, you see"," *Int. J. Infrared Millim. Waves*, vol. 15, no. 10, pp. 1625–1630, 1994.

[68] A. Lakhtakia and W.S. Weiglhofer, "Constraint on linear, homogeneous, constitutive relations," *Phys. Rev. E*, vol. 50, no. 6, pp. 5017–5019, Dec. 1994.

[69] W.S. Weiglhofer and A. Lakhtakia, "A brief review of a new development for constitutive relations of linear bi-anisotropic media," *IEEE Antennas and Propagation Mag.*, vol. 37, no. 3, pp. 32–35, June 1995.

[70] A.H. Sihvola, "Are nonreciprocal bi-isotropic media forbidden indeed?," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 9, pp. 2160–2162, Sept. 1995.

[71] A. Lakhtakia and W.S. Weiglhofer, "Comment on [70]," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 12, pp. 2722–2723, Dec. 1995.

[72] A.H. Sihvola, "Author's reply to [71]," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 12, pp. 2723–2724, Dec. 1995.

[73] M.I. Oksanen, S.A. Tretyakov, and I.V. Lindell, "Vector circuit theory for isotropic and chiral slabs," *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 4, no. 7, pp. 613–643, 1990.

[74] H. Cory and I. Rosenhouse, "Electromagnetic wave propagation along a chiral slab," *IEE Proc. H*, vol. 138, no. 1, pp. 51–54, Feb. 1991.

[75] N. Engheta and P. Pelet, "Surface waves in chiral layers," *Opt. Lett.*, vol. 16, no. 10, pp. 723–725, May 1991.

[76] A. Toscano and L. Vegni, "Spectral dyadic Green's function formulation for planar integrated structures with a grounded chiral slab," *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 6, no. 5/6, pp. 751–769, 1992.

[77] M. Oksanen, P.K. Koivisto, and I.V. Lindell, "Dispersion curves and fields for a chiral slab waveguide," *IEE Proc. H*, vol. 138, no. 4, pp. 327–334, Aug. 1991.

[78] M.I. Oksanen, P.K. Koivisto, and S.A. Tretyakov, "Vector circuit method applied for chiral slab waveguides," *J. Lightwave Technol.*, vol. 10, no. 2, pp. 150–155, Feb. 1992.

[79] C.R. Paiva, A.L. Topa, and A.M. Barbosa, "Novel propagation features of dielectric planar chirowaveguides due to nonreciprocity," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 3, pp. 182–185, Mar. 1993.

[80] F. Mariotte and N. Engheta, "Effect of chiral material loss on guided electromagnetic modes in parallel-plate chirowaveguides," *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 7, no. 10, pp. 1307–1321, 1993.

[81] L.H. Ruotanen and A. Hujanen, "Simple derivation of the constitutive parameters of an isotropic chiral slab from wideband measurement data," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 12, no. 1, pp. 40–45, May 1996.

[82] J.A.M. Svedin, "Finite-element analysis of chirowaveguides," *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 13, pp. 928–929, June 1990.

[83] J.A.M. Svedin, "Propagation analysis of chirowaveguides using the finite-element method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, no. 10, pp. 1488–1496, Oct. 1990.

[84] T.C.K. Rao, "Attenuation characteristics of a circular chirowaveguide," *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 21, pp. 1767–1769, Oct. 1990.

[85] H. Cory, "Wave propagation along a closed rectangular chirowaveguide," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 14, pp. 797–800, Nov. 1993.

[87] M.M.I. Saadoun and N. Engheta, "Theoretical study of variation of propagation constant in cylindrical waveguide due to chirality: chiro-phase shifting," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 9, pp. 1690–1694, Sept. 1994.

[88] L. Chen, M. Zhang, and W.-X. Zhang, "The dispersion curves of partly loaded circular chirowaveguides," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 7, no. 17, pp. 810–812, Dec. 1994.

[89] R.C. Qiu and I.-T. Lu, "Guided waves in chiral optical fibers," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 11, no. 12, pp. 3212–3219, Dec. 1994.

[90] S.F. Mahmoud, "Guided modes on open chirowaveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 1, pp. 205–209, Jan. 1995.

[91] A.R. Samant and K.W. Whites, "Electromagnetic wave propagation in a chiral-material-filled rectangular waveguide," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 2, pp. 106–111, Feb. 1995.

[92] A.R. Samant and K.W. Whites, "Notable features of hybrid modes in a chiral-filled rectangular waveguide," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 5, no. 5, pp. 144–146, May 1995.

[93] G. Busse and A.F. Jacob, "Complex power and mode coupling in circular chirowaveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 5, pp. 1182–1186, May 1995.

[94] P. Pelet and N. Engheta, "Modal analysis for rectangular chirowaveguides with metallic walls using the finite-difference method," *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 6, no. 9, pp. 1277–1285, Sept. 1992.

[95] A.K. Singh, Kh.S. Singh, P. Khastgir, S.P. Ojha, and O.N. Singh, "Modal cutoff conditon of an optical chiral fiber with different chiralities in the core and the cladding," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 11, no. 7, pp. 1283–1287, July 1994.

[96] S. Ganguly, Kh.S. Singh, S.P. Ojha, and P. Khastgir, "Modal cutoff conditions for a chirowaveguide with a chiral core of large annular cross section bounded by dielectric media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 1, pp. 18–21, Jan 1995.

[97] C.M. Krowne, "Nonreciprocal electromagnetic properties of composite chiral-ferrite media," *IEE Proc.-H*, vol. 140, no. 3, pp. 242–248, June 1993.

[98] E.O. Kamenetskii, "On the technology of making chiral and bianisotropic waveguides for microwave propagation," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 11, no. 2, pp. 103–107, Feb. 1995.

[99] Y. Wenyan and L. Pao, "The analysis of propagation characteristics in planar gyrotropic chirowaveguides," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 12, pp. 684–689, Sept. 1993.

[100] Z. Shen, "The theory of chiroferrite waveguides," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 7, pp. 397–401, June 1993.

[101] Y. Wenyan, W. Wenbing, and L. Pao, "Guided electromagnetic waves in gyrotropic chirowaveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 11, pp. 2156–2163, Nov. 1994.

[102] I.V. Lindell and A.J. Viitanen, "Plane wave propagation in uniaxial bianisotropic medium," *Electron. Lett.*, vol. 29, no. 2, pp. 150–152, Jan. 1993.

[103] S. He, "Wave propagation through a dielectric-uniaxial bianisotropic interface and the computation of Brewster angles," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 10, no. 11, pp. 2402–2409, Nov. 1993.

[104] A.J. Viitanen and I.V. Lindell, "Uniaxial chiral quarter-wave polarization transformer," *Electron. Lett.*, vol. 29, no. 12, pp. 1074–1075, June 1993.

[105] I.V. Lindell, S.A. Tretyakov, and A.J. Viitanen, "Plane-wave propagation in a uniaxial chiro-omega medium," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 9, pp. 517–520, July 1993.

[106] S.A. Tretyakov and A.A. Sochava, "Eigenwaves in uniaxial chiral omega media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 12, pp. 701–705, Sept. 1993.

[107] Y. Wenyan and W. Wengbing, "Reflection and transmission for planar structures of uniaxial chiro-omega media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 7, no. 10, pp. 475–478, July 1994.

[108] E.J. Post, *Formal Structure of Electronics*, Amsterdam: North-Holland, 1962.

[109] V.J. Folen, G.T. Rado, and E.W. Stalder, "Anisotropy of the magnetoelectric effect in Cr_2O_3," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 6, no. 11, pp. 607–608, June 1961.

[110] 森本和久，大塚哲郎，村上嘉信，塚本勝秀，土屋満春，“カイラルネマチック液晶材料と表示素子への応用，” *National Technical Report*, vol. 22, no. 3, pp. 213–224, June 1976.

[111] 田中充，末吉秀智，“キラルスラブによる平面電磁波の散乱，” 電子情報通信学会論文誌, vol. J75-C-I, no. 3, pp. 126–133, Mar. 1992.

[112] H. Cory and S. Waxman, “Coupling between chiral slabs,” *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 7, no. 12, pp. 1609–1622, 1993.

[113] Y. Wenyan and L. Pao, “Effects of chirality admittance on the cutoff wavelength of propagating modes in a chiral coaxial line,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 6, pp. 381–383, May 1993.

[114] M.S. Kluskens and E.H. Newman, “A microstrip line on chiral substrate,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, no. 11, pp. 1889–1891, Nov. 1991.

[115] H. Cory and I. Rosenhouse, “Some applications of multilayered chiral structures,” *Electron. Lett.*, vol. 28, no. 11, pp. 1051–1053, May 1992.

[116] R.M.A. Azzam, “Chiral thin solid films: method of depostion and applications,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 61, no. 26, pp. 3118–3120, Dec. 1992.

[117] O. Hinz and A.F. Jacob, “Geometry effects on the dispersion in chiral coaxial lines,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 10, no. 5, pp. 294–297, Dec. 1995.

[118] P.K. Koivisto and J.C.-E. Sten, “Quasi-static image method applied to bi-isotropic microstrip geometry,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 1, pp. 169–175, Jan. 1995.

[119] Z. Cai and J. Bornemann, “Full-wave analysis of multiple lossy microstrip lines on multilayered bi-anisotropic substrates and imperfect ground metallization,” *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp Digest*, pp. 927–930, 1993.

[120] Y. Chen and B. Beker, “The method of lines analysis of striplines with double-layered or suspended bianisotropic biaxial substrates,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 5, pp. 917–920, May 1994.

[121] G.W. Hanson, “A numerical formulation of dyadic Green's functions for planar bianisotropic media with application to printed transmission lines,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 1, pp. 144–151, Jan. 1996.

[122] D.L. Jaggard, N. Engheta, M.W. Kowarz, P. Pelete, J.C. Liu, and Y. Kim, "Periodic chiral structures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 37, no. 11, pp. 1447–1452, Nov. 1989.

[123] S.H. Yueh and J.A. Kong, "Analysis of diffraction from chiral gratings," *J. Electromag. Waves Applications*, vol. 5, no. 7, pp. 701–714, 1991.

[124] Y. Rong, "Propagation characteristics of circular chirowaveguides periodically loaded with metal gratings," *IEE Proc.-H*, vol. 140, no. 4, pp. 254–258, Aug. 1993.

[125] 松本恵治，六島克，山北次郎，"キラルグレーティング導波路の伝搬特性，" 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-95-55, pp. 91–100, 1995.

[126] K.M. Flood and D.L. Jaggard, "Distributed feedback lasers in chiral media," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 30, no. 2, pp. 339–345, Feb. 1994.

[127] T. Guire, V.V. Varadan, and V.K. Varadan, "Influence of chirality on the reflection of EM waves by planar dielectric slabs," *IEEE Trans. Electromag. Compat.*, vol. 32, no. 4, pp. 300–303, Nov. 1990.

[128] M.H. Umari, V.V. Varadan, and V.K. Varadan, "Rotation and dicroism associated with microwave propagation in chiral composite samples," *Radio Sci.*, vol. 26, no. 5, pp. 1327–1334, Sept.-Oct. 1991.

[129] R.D. Hollinger, V.V. Varadan, D.K. Ghodgaonkar, and V.K. Varadan, "Experimental characterization of isotropic chiral composites in circular waveguides," *Radio Sci.*, vol. 27, no. 2, pp. 161–168, Mar.-Apr. 1992.

[130] V.V. Varadan, R. Ro, and V.K. Varadan, "Measurement of the electromagnetic properties of chiral composite materials in the 8–40 GHz range," *Radio Sci.*, vol. 29, no. 1, pp. 9–22, Jan.-Feb. 1994.

[131] I.P. Theron and J.H. Cloete, "The electric quadrupole contribution to the circular birefringence of nonmagnetic anisotropic chiral media: a circular waveguide experiment," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 8, pp. 1451–1459, Aug. 1996.

[132] M. Koshiba, K. Hayata, and M. Suzuki, "Vectorial finite-element formulation without spurious modes for dielectric waveguides," *Trans. Inst. Electron. Commun. Eng. Japan*, vol. E67, no. 4, pp. 191–196, Apr. 1984.

[133] M. Koshiba, K. Hayata, and M. Suzuki, "Vectorial finite-element method without spurious solutions for dielectric waveguide problems," *Electron. Lett.*, vol. 20, no. 10, pp. 409–410, May 1984.

[134] B.M.A. Rahman and J.B. Davies, "Penalty function improvement of waveguide solution by finite elements," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, no. 8, pp. 922–928, Aug. 1984.

[135] J.B. Davies and B.M.A. Rahman, "Analysis of open optical and microwave guides of arbitrary transverse permittivity profiles," *Radio Sci.*, vol. 19, no. 5, pp. 1245–1249, Sept.-Oct. 1984.

[136] B.M.A. Rahman and J.B. Davies, "Finite-element solution of integrated optical waveguides," *J. Lightwave Technol.*, vol. LT-2, no. 5, pp. 682–688, Oct. 1984.

[137] M. Koshiba, K. Hayata, and M. Suzuki, "Improved finite-element formulation in terms of the magnetic field vector for dielectric waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, no. 3, pp. 227–233, Mar. 1985.

[138] M. Koshiba, K. Hayata, and M. Suzuki, "Finite-element formulation in terms of the electric-field vector for electromagnetic waveguide problems," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, no. 10, pp. 900–905, Oct. 1985.

[139] B.M.A. Rahman and J.B. Davies, "Vector-H finite element solution of GaAs/GaAlAs rib waveguides," *IEE Proc.-J*, vol. 132, no. 12, pp. 349–353, Dec. 1985.

[140] M. Koshiba, K. Hayata, and M. Suzuki, "Vector E-field finite-element analysis of dielectric optical waveguides," *Appl. Opt.*, vol. 25, no. 1, pp. 10–11, Jan. 1986.

[141] M. Koshiba, K. Hayata, and M. Suzuki, "Finite-element solution of anisotropic waveguides with arbitary tensor permittivity," *J. Lightwave Technol.*, vol. LT-4, no. 2, pp. 121–126, Feb. 1986.

[142] K. Hayata, M. Koshiba, and M. Suzuki, "Vectorial wave analysis of stress-applied polarization-maintaining optical fibers by the finite-element method," *J. Lightwave Technol.*, vol. LT-4, no. 2, pp. 133–139, Feb. 1986.

[143] K. Hayata, M. Koshiba, and M. Suzuki, "Lateral mode analysis of buried heterostructure diode lasers by the finite-element method," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-22, no. 6, pp. 781–788, June 1986.

[144] K. Hayata, M. Eguchi, M. Koshiba, and M. Suzuki, "Vectorial wave analysis of side-tunnel type polarization-maintaing optical fibers by variational finite elements," *J. Lightwave Technol.*, vol. LT-4, no. 8, pp. 1090–1096, Aug. 1986.

[145] M.Sh. Birman, "The Maxwell operator for a resonator with inward edges," *Vestnik Leningradskogo Universiteta. Matematika*, vol. 19, no. 3, pp. 1–8, 1986.

[146] M.Sh. Birman and M.Z. Solomyak, "Maxwell operator in regions with nonsmooth boundaries," *Siberian Math. J.*, vol. 28, pp. 12–24, 1987.

[147] J.-F. Lee, D.-K. Sun, and Z.J. Cendes, "Full-wave analysis of dielectric waveguides using tangential vector finite elements," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, no. 8, pp. 1262–1271, Aug. 1991.

[148] F. Brezzi, J. Douglas Jr., and L.D. Marini, "Two families of mixed finite elements for second order elliptic problems," *Numer. Math.*, vol. 47, pp. 217–235, 1985.

[149] R.G. Durán, "Finite elements in H(curl) with applications to elasticity," *Numer. Methods for Partial Differential Equations*, vol. 4, pp. 167–175, 1990.

[150] J.C. Nédélec, "A new family of mixed elements in R^3," *Numer. Math.*, vol. 50, pp. 57–81, 1986.

[151] F.A. Fernandez, J.B. Davies, S. Zhu, and Y. Lu, "Sparse matrix eigenvalue solver for finite element solution of dielectric waveguides," *Electron. Lett.*, vol. 27, no. 20, pp. 1824–1826, Sept. 1991.

[152] 松平憲之，小柴正則，丸山眞示，辻寧英, "グレーデッド型光導波路のベクトル有限要素法解析," 平成 8 年度電気関係学会北海道支部連合大会, Oct. 1996.

[153] P.C. Kendal, M.J. Adams, S. Ritchie, and M.J. Robertson, "Theory for calculating approximate values for the propagation constants of an optical rib waveguide by weighting the refractive indices," *IEE Proc.-A*, vol. 134, pp. 699–702, Sept. 1987.

[154] M.S. Stern, "Semivectorial polarised finite difference method for optical waveguides with arbitrary index profiles," *IEE Proc.-J*, vol. 135, pp. 56–63, Feb. 1988.

[155] M. Koshiba, H. Saitoh, M. Eguchi, and K. Hirayama, "Simple scalar finite element approach to optical rib waveguides," *IEE Proc.-J*, vol. 139, pp. 166–171, Apr. 1992.

[156] K. Hayata, K. Miura, and M. Koshiba, "Finite-element formulation for lossy waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 36, no. 2, pp. 268–276, Feb. 1988.

[157] S.-X. She, "Characteristics analysis of metal-chiral and absorptive dielectric waveguides by a simple and accurate perturbation method," *Opt. Quantum. Electron.*, vol. 23, no. 1, pp. 1045–1054, Jan. 1991.

[158] 大川諭一，小柴正則，江口真史，平山浩一，"光導波路設計支援システムの開発–損失媒質を含む光導波路の解析，" 平成 4 年度電気関係学会北海道支部連合大会, Oct. 1992.

[159] K. Hayata, M. Nagai, and M. Koshiba, "Finite-element formulation for nonlinear slab-guided waves," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 36, no. 7, pp. 1207–1215, July 1988.

本研究に関する発表

1. 論文

(1) 丸山眞示，小柴正則：「2 次元キラル導波路の有限要素法解析」電子情報通信学会論文誌，Vol. J77-C-I, No. 1, pp. 12–16 (1994)

(2) M. Koshiba, S. Maruyama, and K. Hirayama : 「A vector finite element method with the high-order mixed-interpolation-type triangular elements for optical waveguiding problems」 J. Lightwave Technol., Vol. 12, No. 3, pp. 495–502 (1994)

(3) 丸山眞示，小柴正則：「エッジ/ノーダルハイブリッド要素を用いた 3 次元キラル導波路の有限要素法解析」電子情報通信学会論文誌，Vol. J77-C-I, No. 10, pp. 511–518 (1994)

(4) S. Maruyama and M. Koshiba : 「Finite element formulation for general bi-anisotropic waveguides」 IEEE Trans. Magnet. (採録決定)

(5) S. Maruyama and M. Koshiba : 「A vector finite element analysis of three-dimensional lossy chirowaveguides」 Electromagnetics (投稿中)

2. 国際会議

(1) S. Maruyama and M. Koshiba: 「Finite element analysis of three-dimensional lossy chirowaveguides」 1994 Asia-Pacific Microwave Conference (Dec. 1994)

(2) S. Maruyama and M. Koshiba: 「Finite element formulation for general bi-anisotropic waveguides」 The Seventh Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (Mar. 1996)

(3) M. Koshiba, Md.S. Alam, Y. Tsuji, S. Maruyama, K. Hirayama, and Y. Hayashi : 「Full-wave analysis of integrated waveguides with sharp metal edges using hybrid edge/nodal finite elements」 1996 International Symposium on Antennas and Propagation (Sept. 1996)

3. 研究会・シンポジウム

(1) 小柴正則，丸山眞示，平山浩一 :「光導波路の三角形高次混合要素を用いたベクトル有限要素法解析」電子情報通信学会技術研究報告，OQE92-158 (Aug. 1993)
(2) 小柴正則，丸山眞示，平山浩一 :「電磁波導波路の三角形高次混合要素を用いたベクトル有限要素法解析」日本シミュレーション学会第 14 回計算電気・電子工学シンポジウム論文集，II-7 (Mar. 1994)
(3) 丸山眞示，小柴正則 :「損失を考慮した 3 次元キラル導波路の有限要素法解析」電子情報通信学会技術研究報告，MW94-44 (July 1994)
(4) 丸山眞示，小柴正則 :「キラル導波路の有限要素法解析」日本シミュレーション学会第 15 回計算電気・電子工学シンポジウム論文集，II-10 (Mar. 1995)

4. 研究発表

(1) 小柴正則，丸山眞示：「1 次エッジ要素と 2 次ラグランジュ要素を用いた誘電体導波路の有限要素法解析」1992 年電子情報通信学会秋季大会 (1992 年 9 月)

(2) 丸山眞示，小柴正則：「1 次エッジ要素と 2 次ラグランジュ要素を用いた誘電体導波路の有限要素法解析」平成 4 年度電気関係学会北海道支部連合大会 (1992 年 10 月)

(3) 丸山眞示，小柴正則：「三角形混合要素を用いた損失媒質を含む誘電体導波路の有限要素法解析」1993 年電子情報通信学会春季大会 (1993 年 3 月)

(4) 丸山眞示，小柴正則：「キラルスラブの有限要素法解析」1993 年電子情報通信学会秋季大会 (1993 年 9 月)

(5) 丸山眞示，小柴正則：「混合補間型三角形要素を用いた 3 次元キラル導波路の有限要素法解析」平成 5 年度電気関係学会北海道支部連合大会 (1993 年 10 月)

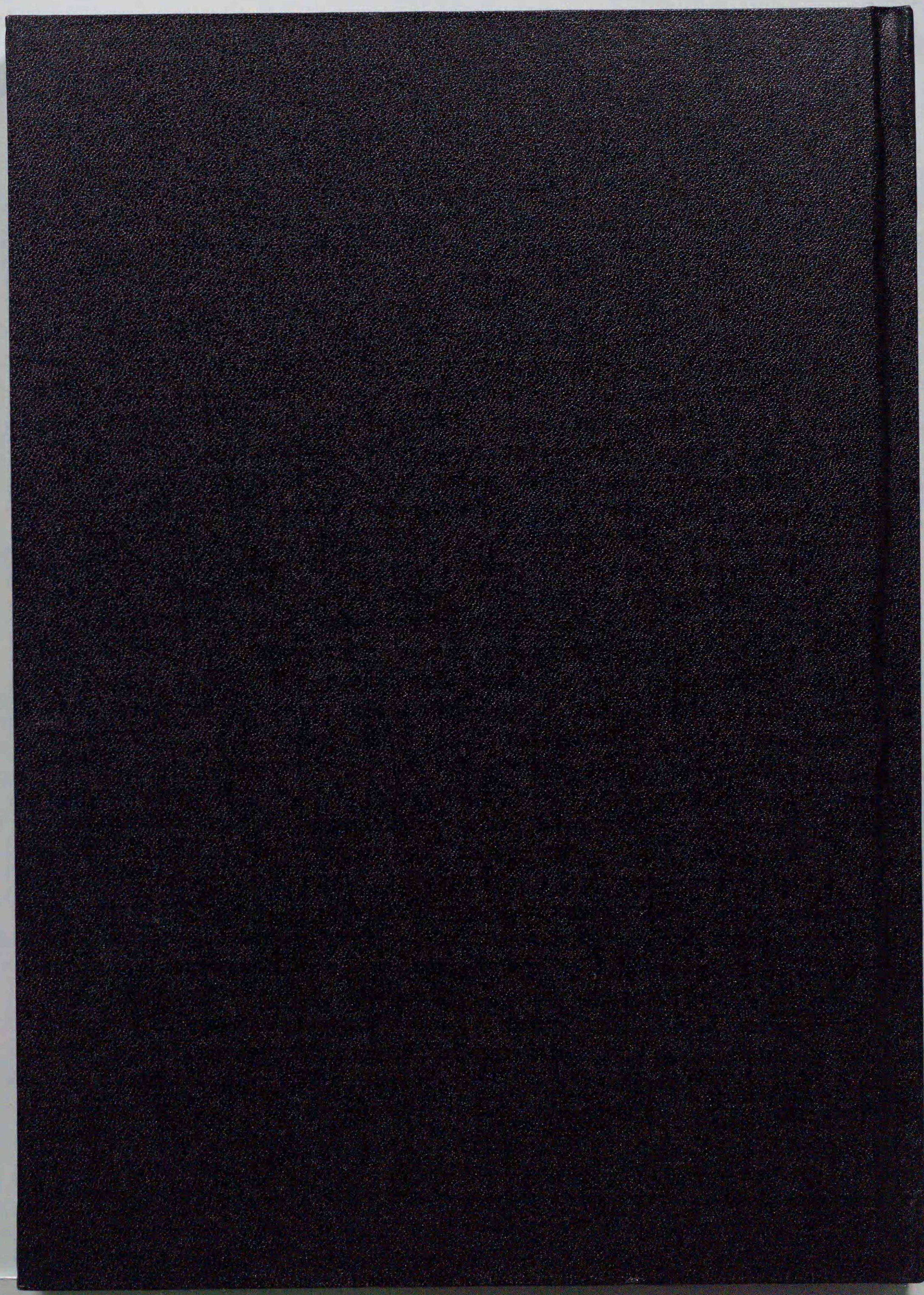
(6) 丸山眞示，小柴正則：「3 次元キラル導波路の有限要素法解析」1994 年電子情報通信学会春季大会 (1994 年 3 月)

(7) 丸山眞示，小柴正則：「Chiral, omega, bi-isotropic, bi-anisotropic 媒質とこれらの媒質からなる導波路の有限要素法解析」1996 年電子情報通信学会秋季大会 (1996 年 9 月)

(8) 丸山眞示，小柴正則：「非相反性 bi-isotropic 媒質の存在に関する一考察」平成 8 年度電気関係学会北海道支部連合大会 (1996 年 10 月)

(9) 松平憲之，小柴正則，丸山眞示，辻寧英：「グレーデッド型光導波路のベクトル有限要素法解析」平成 8 年度電気関係学会北海道支部連合大会 (1996 年 10 月)

(10) Md.S. Alam, M. Koshiba, Y. Tsuji, S. Maruyama, K. Hirayama, and Y. Hayashi: 「Analysis of integrated waveguides with sharp metal edges using hybrid edge/nodal finite elements」平成 8 年度電気関係学会北海道支部連合大会 (1996 年 10 月)



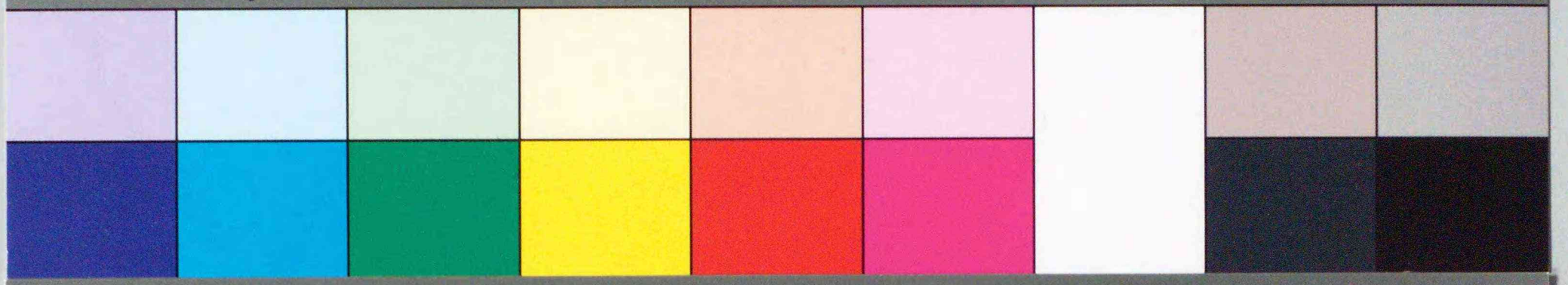
inches 1 2 3 4 5 6 7 8

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



Kodak Gray Scale

C Y M

© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

