



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル
Author(s)	徳永, 仁史
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第4748号
Issue Date	1999-03-25
DOI	https://doi.org/10.11501/3151431
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51596
Type	doctoral thesis
File Information	000000336620.pdf



博士論文

配位空間における接触拘束表現を用いた
組立品の機構モデル

徳永 仁史

①

博士論文

配位空間における接触拘束表現を用いた
組立品の機構モデル

徳永仁史

平成 11 年 2 月 4 日

配位空間における接触拘束表現を用いた 組立品の機構モデル

目次

第1章 緒論	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 本研究の目的	3
1.3 本論文の構成	6
参考文献	9
謝辞	13
第2章 機構モデリング及び機構解析法の現状と問題点	14
2.1 代数的操作による機構解析と機構モデリング	14
2.1.1 同次変換行列による機構モデリング	15
2.1.2 代数的操作による組立及び機構解析	19
2.1.3 手法の分析と問題点	20
2.2 数値解析法による組立解析と組立モデリング	22
2.2.1 仮想リンクに基づく組立モデリング	22
2.2.2 数値解析法による組立解析	24
2.2.3 手法の分析と問題点	29
2.3 形状誤差を含む組立品の組立解析と組立モデリング	31
2.3.1 形状誤差を含む組立品の組立モデリング	31
2.3.2 線形計画法による組立解析	33
2.3.3 手法の分析と問題点	37
2.4 機構の動力学解析と機構モデリング	38
2.4.1 動力学解析のための機構モデリング	38
2.4.2 機構解析の種類	39
2.4.3 手法の分析と問題点	41
2.5 モータ代数に基づく機構解析と機構モデリング	42
2.5.1 モータ代数	42

目次

2.5.2	機構解析に用いられるモータ	44
2.5.3	モータ代数に基づく機構解析	45
2.5.4	手法の分析と問題点	50
2.6	配位空間を用いた機構解析と機構モデリング	52
2.6.1	配位空間	52
2.6.2	部分組立品の領域ダイアグラム	53
2.6.3	機構の領域ダイアグラム	55
2.6.4	手法の分析と問題点	58
2.7	現状の機構モデリング及び機構解析法の問題点	59
	参考文献	60
第3章	配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル	63
3.1	組立品の機構モデルの基本概念	64
3.2	配位空間における接触拘束表現	66
3.3	接触拘束表現の多部品の組立品に対する拡張	71
3.4	拘束間関係の表現	73
3.4.1	AND 関係	74
3.4.2	OR 関係	75
3.4.3	NOT	75
3.4.4	拘束間関係の性質	75
3.5	機構解析への応用	77
3.6	本章の総括と結論	79
	参考文献	81
第4章	拘束還元法の現状と問題点	82
4.1	経験則に基づく拘束表現と拘束還元	82
4.1.1	経験則に基づく拘束表現	82
4.1.2	拘束還元則	86
4.1.3	手法の分析と問題点	89
4.2	変位群に基づく拘束表現と拘束還元	90

目次

4.2.1	同次変換行列	90
4.2.2	変位	91
4.2.3	シンボリック演算子	91
4.2.4	変位群の部分群と自由度拘束	92
4.2.5	拘束の積と合成	93
4.2.6	手法の分析と問題点	97
4.3	機能面の対称性による拘束表現と拘束還元	98
4.3.1	TTRS の定義	98
4.3.2	変位群	99
4.3.3	MRGE	99
4.3.4	TTRS の再分類	100
4.3.5	手法の分析と問題点	101
4.4	対称群に基づく拘束表現と拘束還元	102
4.4.1	対称群	102
4.4.2	対称群に基づく空間配置関係の表現	103
4.4.3	対称群による拘束還元	105
4.4.4	手法の分析と問題点	109
4.5	現状の拘束還元法の問題点	110
	参考文献	113
第5章 配位空間における機構モデルに対する拘束還元手続きの表現		115
5.1	配位空間における機構モデルとマッピングルール	118
5.1.1	C-patch とマッピングルール	118
5.1.2	C-patch の積集合	120
5.2	配位空間における拘束還元手続きの表現	121
5.3	フィーチャベースの機構モデルと拘束還元則	123
5.3.1	実効フィーチャ	123
5.3.2	実効フィーチャに基づく拘束還元則	125
5.4	拘束還元の機構解析への適用	126
5.5	本章の総括と結論	129

目次

参考文献	130
第6章 リー代数に基づく拘束の分類と拘束還元	131
6.1 剛体変換	133
6.2 リー群とリー代数	133
6.3 リー代数に基づく拘束表現	135
6.4 拘束還元	138
6.5 拘束還元手続きの具体例への適用	142
6.6 C-patch との対応	144
6.7 本章の総括と結論	146
参考文献	147
第7章 接触拘束表現への時刻の導入	148
7.1 時刻を考慮した配位空間における機構モデルと機構解析の基本概念	148
7.2 時刻を考慮した配位空間における機構モデリング	152
7.2.1 時刻を考慮した配位空間	152
7.2.2 時刻を考慮した配位空間における接触運動の表現	153
7.2.3 組立品の運動可能領域	157
7.3 機構解析への応用	160
7.4 本章の総括と結論	163
参考文献	164
第8章 結論	165

第1章

緒論

本章では、本研究の背景、目的、構成について述べる。まず、本研究の背景として、近年の機械製品の組立品としての設計支援に関する動向について述べ、機械製品の機構モデリング及び機構解析の必要性を明らかにする。また、現状の機構モデリング及び機構解析に関する手法の問題点をマクロな観点から指摘すると共に、その問題点を解決するための方法を、本研究の目的として述べる。本章の最後に、本論文の構成を述べる。

1.1 本研究の背景

機械製品の設計・製造における主な問題の一つは、それらに浪費される時間及びコストの増大である。その原因として、機械製品の複雑化と多様化に伴う製品設計プロセスの複雑化、設計者への負担の増大、また、設計、解析等がコンカレントに進められていないこと等が挙げられる。そのため、近年、設計に対する計算機支援に関する研究が盛んに行われている。CAD (Computer-Aided Design) システムは、そのような計算機支援システムの一つである。

機械製品の設計プロセスは、(1)製品に対する要求に対して、部品間の接触関係等を指定することにより、その要求を実現する機能を決定するプロセス (概念設計)、(2)その機能を実現するために、基本的な部品形状を決定するプロセス (基本設計)、(3)製品に許される許容誤差を解析し、公差等を指定するプロセス (詳細設計) から構成される。特に、基本設計のような設計の初期段階において、製品の機能を検証することが可能ならば、設計の効率を改善することが可能となるばかりではなく、後の詳細設計に対する有用な情報を得られるものと考えられる。現状のCADシステムは、設計プロセスの支援として、個々の構成部品の詳細な設計に対しては、十分な能力を提供している。しかしながら、多くの機械製品は、

組立品として機能を果たすにもかかわらず、組立品としてその機能を評価し、その解析結果を設計に反映させる機構を十分に提供しているとは言えない。このような問題点に対し、組立品の主な機能の一つである構成部品の位置及び運動を解析するために、組立モデリング及び組立解析、機構モデリング及び機構解析について多くの研究が行われてきた。組立モデリングとは、組立品を表現する部品形状及びその接続関係等を格納するモデルを生成することであり、組立解析は、それらの情報から、各構成部品の組立品における位置姿勢を解析する手続きである。理想形状の組立解析に関する研究は、1970年代から1980年代に盛んに行われ、特に、代数操作により組立解析を実現した Ambler と Popplestone[1-1]の研究、線形方程式を数値解析により解くことにより組立解析を実現した Lee と Andrews[1-2]等による研究、形状誤差を含む部品の組立解析を線形計画問題として定式化した Sohdi と Turner による研究[1-3]が有名である。しかしながら、これらの手法は、静的な組立品、すなわち、部品間に相対的自由度の存在しない組立品のみを対象としており、組立品の運動を検証するために使用することは困難である。一方、機構モデリングとは、機構を構成する部品の力学的な関係を表現する運動方程式と、機構の構造（リンク、ジョイントなど）等から導出される拘束を表現する拘束方程式とから構成されるモデル（機構モデル）であり、機構解析とは、機構の運動学的及び力学的性質を解析し、機構の各部に作用する力と運動を検証するものである。古くは、図式及び数式計算による方法[1-4]が用いられてきたが、計算機と数値解法の発達に伴い、1960年代から、米国の大学を中心にして機構解析のための研究が盛んに行われてきた[1-5]-[1-14]。これらの研究成果は、既に商用の機構解析システムとして広く浸透しており、多くの設計者に利用されている[1-10]。一方、機構の表記法としては、Denavit 他[1-6]の機構の表記法が、ロボットマニピュレータ等の標準的な記述方法となっている。しかしながら、これらの手法は、入力運動及び物理条件等を詳細に記述する必要があるため、上記のような設計の初期段階において、組立品の運動を解析することを困難にしている。従って、組立解析に用いられるような、設計の初期段階で得られる情報（部品形状、接触関係等）のみから、機構解析を行うことのできる手法が強く望まれている。

一方、上述したような組立解析及び機構解析のみではなく、組立モデル及び機構モデルの接続構造を解析し、それらを構成する部品間の相対的な自由度または拘束を明示的に表現することが可能であるならば、製品の設計・製造に関する有

用な情報を提供することが可能となる。このような要求に対して、拘束還元 (constraint reduction) は重要であり、幾つかの研究が行われてきた[1-15]-[1-20]。拘束還元とは、部品間に存在する複数の拘束から、正味の働きをする等価な一つの拘束を導出する手続きである。機構解析システムへの入力となる関節情報を組立モデルから導出することを目的としたLee他の研究[1-15]、精度設計における公差付けの指標とするため、幾何形状(フィーチャ)間の本質的な位置と姿勢のパラメータの導出を目的としたClement他の研究[1-16]、組立品から部品の自由度を導出し、それをもとにロボットによる部品の組み付け方向の決定を目的としたPoppstone他の研究が特に有名である[1-17]。また、これらの手法は、基本設計において組立品の接続構造を解析し、より単純な等価な機構を改良案として提示すること、機構を表現する拘束の数を低減し、機構解析に要する時間と記憶容量を低減させることを可能とするものである。また、組立品の工程設計においては、1990年代前半において、製品の組立順序決定に関して盛んに研究が行われてきた[1-21]-[1-42]。これらの研究の大部分に共通する観点は、組立品の分解順序を導出することにより、その逆プロセスにより組立順序を表現すると言うものである。その際、分解する部品(部分組立品)を決定するための指標の主なものとして、組立性(組立に要する時間など)、各種コスト、結合優先度、組立方向、部品安定性等が挙げられる。また、近年の、環境負荷低減に対する関心の増大により、機械製品のリサイクルに関する研究が盛んに行われおり[1-43]-[1-54]、分解可能性等も上記の指標の一つといえる。この際、上記の拘束還元により導出された拘束は、それらの指標を評価する上で、重要な情報となる。しかしながら、これらの拘束還元に関する手法は、数学的意味が不明確で一般性に欠けていることに加えて、設計に用いられるモデルと解析に用いられるモデルとの対応関係を明確にしていなかったため、効率的に拘束還元を行い、設計にそれらの情報を提供することを困難にしている。そのため、それらを考慮した拘束還元法が望まれている。

1.2 本研究の目的

このような要求に対して、図1.1に示すように、概念設計及び基本設計(これらをまとめて、本研究では、設計の初期段階と呼ぶ)で得られる情報から機構解析を可能とする機構モデル及び機構解析法の提案と、その機構モデルに対する拘

束還元法を提案することを目的とする。ただし、本研究は、理想形状の部品間の接触状態を対象としている。

はじめに、基本設計の段階で得られる部品形状、接触関係、接触の組合せを表現する接触関係間の関係（これらを合わせて、フィーチャベースの機構モデルと呼ぶ）から、組立品の運動を構成部品の可動範囲（運動可能領域）として表現することを可能とする組立品の機構モデルを提案する。その手順は以下の通りである。(1)接触拘束を、その拘束を満たす配位空間における領域として定式化する。ここで、配位空間とは、剛体の自由度を表現するパラメータを座標とする空間であり、ある幾何学的条件（干渉、接触、非干渉など）を満たす領域を明確に表現できる空間である。(2)組立品の中に存在する接触状態の組合せを表現するために拘束間関係を定義する。(3)これらを用いて、組立品の機構モデル（配位空間における機構モデル）を定義する。(4)フィーチャベースの機構モデルから、配位空間における機構モデルへのマッピングルールを明らかにする。(5)接触拘束を表現する領域間に対して拘束間関係に対応する集合演算を適用することにより、組立品の運

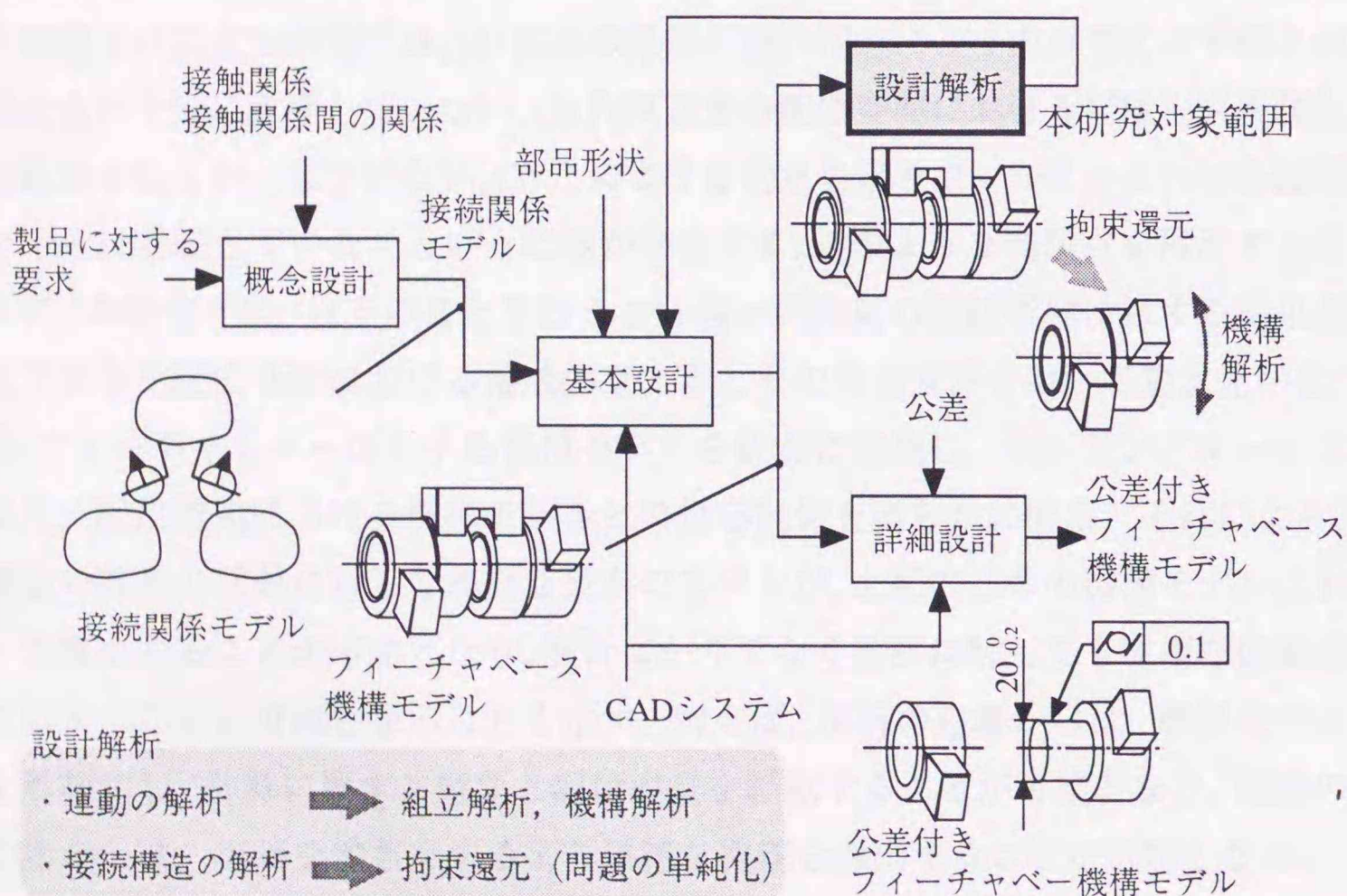


図1.1 本研究の対象範囲

動可能領域を表現する方法を提案する。この機構モデルにより、従来の研究における以下の問題点が解決される；(1) 組立品における部品の運動を解析するために、入力運動及び物理条件等を詳細に記述する必要がある、設計の早い段階で組立品の運動を解析することが困難である、(2) 接触拘束表現に接触を表現するために必要な変数の範囲、部品間の干渉等が十分に考慮されていないため、非接触や干渉等により実現不可能な解が導出される可能性が存在している、(3) 組立解析と機構解析とを区別しているため、設計ミス等により構成部品間に自由度の存在する組立品やすべての構成部品が固定される機構等に対する解析が困難である。

機構設計において最も重要なことの一つは、組立品における部品間の相対運動から、組立品の基本的な運動（直接接触していない部品間の相対的運動）を抽出することであり、この手段として拘束還元は重要である。更に、その拘束に対応する幾何形状（フィーチャ）を明示することが可能ならば、精度設計に対して有用な情報を提供することが可能となる。また、上記の配位空間における機構モデルは、部品及び拘束の数の増加と共に、計算機上にその機構モデルを表現し、運動可能領域を求めるための記憶容量と計算時間が膨大になるため、拘束還元は、フィーチャベースの機構モデルを単純化する上でも重要である。しかし、従来の拘束還元に関する研究では、(1) 拘束の接続形態の相違により拘束還元の手続きが異なるが十分に考慮していない、(2) 拘束還元の配位空間における接触拘束表現との関係を明らかにしていない、(3) このような拘束表現とフィーチャとの対応関係を十分に考慮していないという問題が存在する。このような問題点を解決するために、本研究では、以下のことを行う；(1) 各々の拘束の接続形態に対する拘束還元手続きを配位空間における接触拘束表現とその集合演算を用いて定式化する、(2) フィーチャをベースとする機構モデルを新たに定義し、マッピングルールにより、配位空間における機構モデルとの対応関係を明らかにする。それにより、特定の部品の運動に対して等価な最小のモデルが、上記の二つの機構モデルにおいて導出することが可能となり、解析ばかりでなく設計に対しても有用な情報を提供することが可能となることを示す。例えば、解析の立場からは、機構モデルを単純化し、計算に要する時間と記憶容量を軽減することが可能となり、設計の立場からは、等価な働きをするより単純な機構を導出することが可能となる。

しかしながら、考慮すべき拘束の種類及び拘束還元の数学的意味を明確にしなければ、拘束還元に対する効率的な処理を望むことは困難である。一般に、拘束

は、剛体の変位のなす群の部分群により表現及び分類される。従来の研究では、その部分群の導出された過程及び拘束還元の一般的な手続きを明らかにしていない。そこで、本研究では、拘束を表現する変位群に対応するリー代数を用いて、拘束の種類及び拘束還元の数学的意味を明らかにする。ここで、リー代数は、剛体間の相対的な拘束を表す変換行列の積を、対応する基底の線形和として表現することができる空間である。基底間の独立性により、拘束の独立性・従属性が明確になることから、以下の手順で、拘束を分類することが可能である。(1) リー代数を表現する六つの基底から、部分代数を構成する基底の組み合わせを選択する、(2) この部分代数には、変位群の部分群が対応することが知られており、それにより拘束を表現及び分類することにより、従来の研究で使用されている拘束を含む10個の拘束が導出されることを示す。このような拘束表現を用いると、拘束の接続形態に対応するリー代数間の集合演算により、一般的な拘束還元手続きが表現できることを明らかにする。これらの成果は、拘束還元の数学的基礎を明らかにするものであり、上述の拘束還元手続きの正当性を証明することを確認すると共に、拘束還元の更なる展開を可能とするものである。

このような検証の次の段階では、時刻を考慮して、入力運動等を指定し、より詳細な検証を行う必要がある。互いに接触する物体の運動は、物体の位置と姿勢に対する幾何学的な接触拘束と、その位置と姿勢の時刻に関する拘束とにより決定される。しかしながら、前者の拘束に対して後者の時刻に関する拘束を付加しようとする、その表現及び処理が複雑になる。そこで、本研究では、配位空間に対して新たに時刻の次元を追加し、接触拘束表現を拡張することにより、上述の二つの拘束が統一的に表現及び処理可能となることを示す。その結果、従来の研究ではすべての入力運動を指定しなければ困難であった解析が可能となり、一部分の入力運動を与えた段階での他の個所の自由度の確認など、複雑な解析が可能となることを示す。

1.3 本論文の構成

本節では、本論文の構成について述べる。図1.2は、本論文の構成を示している。第1章では、本研究の背景と目的について述べ、本研究の対象範囲を明らかにした。第2章では、その対象範囲において、機構モデリング及び機構解析に関

第1章 緒論

する代表的な手法を調査し、設計の初期段階において機構解析を行う際の問題点及び課題を明らかにする。第3章では、その問題点を解決するために、配位空間を導入することにより、配位空間における接触拘束表現を提案すると共に、その接触拘束表現に基づく組立品の機構モデルを提案する。更に、フィーチャベースの機構モデルからのマッピングルールを明らかにする。第4章では、配位空間における機構モデルに対する拘束還元手続きを提案し、フィーチャベースの機構モデルとの対応関係を明らかにすると言う観点から、拘束表現及び拘束還元に関する代表的な手法について調査し、その問題点を明らかにする。第5章では、配位空間における接触拘束表現を用いて拘束還元手続きを表現することにより、配位空間における機構モデルに対する拘束還元手続きを提案すると共に、フィーチャベースの機構モデルとの対応関係を明らかにする。第6章では、拘束還元の効率的な実現を可能とするために、考慮すべき拘束の種類及び拘束還元の数学的意味を、リー代数を用いることにより明確にする。第7章では、時刻を考慮したより

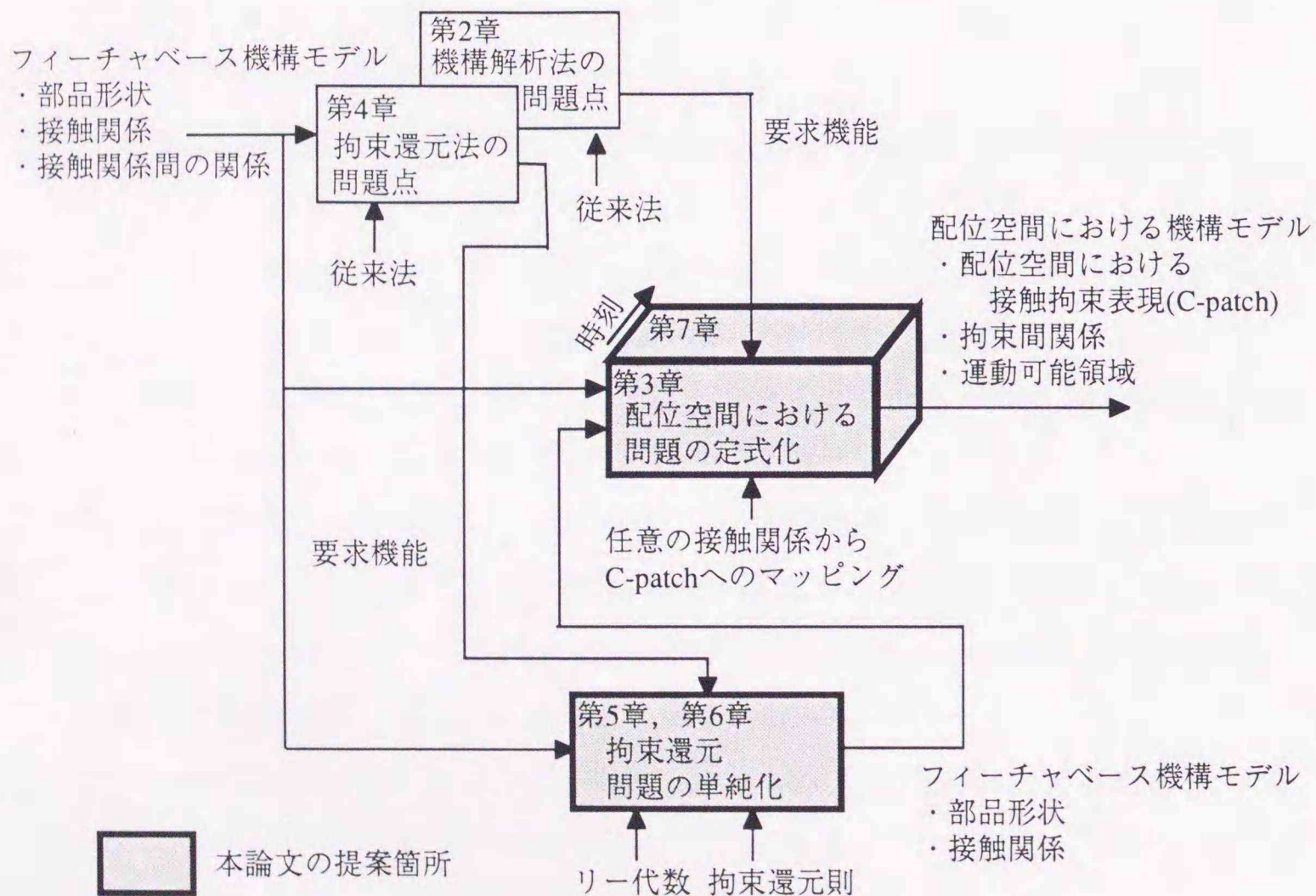


図1.2 本論文の構成

第1章 緒論

詳細な検証を可能とするために、時刻を考慮した配位空間を新たに導入し、配位空間における接触拘束表現を拡張し、接触拘束と時刻に関する拘束とを統一的に表現及び処理する方法を提案する。第8章では、これらの成果をまとめ、本研究の結論を述べる。

参考文献

- [1- 1] A. P. Ambler and R. J. Popplestone: Inferring the Positions of Bodies from Specified Spatial Relationships, *Artificial Intelligence*, **6**, (1975) 157.
- [1- 2] K. Lee and G. Andrews: Inference of the Positions of Components in an Assembly: Part 2, *Computer-Aided Design*, **17**, 1, (1985) 20.
- [1- 3] R. Sodhi and J. U. Turner: Relative Positioning of Variational Part Models for Design Analysis, *Computer-Aided Design*, **26**, 5, (1994) 366.
- [1- 4] 例えば, 稲田重男, 森田 鈞: 機構学, オーム社, (1966).
- [1- 5] R. P. Paul: *Robot Manipulators*, The MIT Press, Cambridge, (1981).
- [1- 6] J. Denavit and R. S. Hartenberg: A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **77**, (1955) 215.
- [1- 7] P. N. Sheth and J. J. Uicker, Jr: A Generalized Symbolic Notation for Mechanism, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **93** (1971) 102.
- [1- 8] 遠山茂樹: 機械系のためのロボティクス, 総合電子出版社, (1989).
- [1- 9] J. J. Uicker, Jr: Dynamic Force Analysis of Spatial Linkages, *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics*, June, (1967), 418.
- [1-10] Mechanical Dynamics Inc.: An Overview of How to Use ADAMS/Solver, Ann Arbor, (1993).
- [1-11] S. H. Kim and K. Lee: An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, *Computer-Aided Design*, **21**, 1, (1989) 2.
- [1-12] 高橋 究, 鈴木宏正, 木村文彦: 動力学シミュレーションによる接触部品の運動学解析, *精密工学会誌*, **60**, 4, (1994) 530.
- [1-13] 城 道介, 鳥原冬輝: モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析 (第1報) - 自由度の定義と速度解析 -, *精密工学会誌*, **54**, 7, (1988) 1272.
- [1-14] L. Joskowics and E. P. Sacks: Computational Kinematics, *Artificial Intelligence*, **51**, (1991) 381.
- [1-15] S. H. Kim and K. Lee: An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, *Computer-Aided Design*, **21**, 1, (1989) 2.
- [1-16] A. Clément, A. Rivière and P. Serré: TTRS Declarative information Model, L.I.S.I., Group de Recherche en Ingénierie des Ensembles Mécaniques, (1995).

- [1-17] R. J. Popplestone, Y. Liu and R. Weiss: A Group Theoretic Approach to Assembly Planning, *AI Magazine*, Spring, (1990) 82.
- [1-18] J. U. Turner, S. Subramaniam and S. Gupta: Constraint Representation and Reduction in Assembly Modeling and Analysis, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **8**, 6, (1992) 741.
- [1-19] J. M. Hervé: Analyse Structurale des Mécanismes par Groupe des Déplacements, *Mechanism and Machine Theory*, **13**, (1978) 437.
- [1-20] F. Thomas and C. Torras: A Group-Theoretic Approach to the Computation of Symbolic Part Relations, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, **4**, 6, (1988) 622.
- [1-21] L. S. Homem de Mello and A. C. Sanderson: AND/OR Graph Representation of Assembly Plans, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **6**, 2, (1990) 188.
- [1-22] L. S. Homem de Mello and A. C. Sanderson: Representations of Mechanical Assembly Sequences, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **7**, 2, (1991) 211.
- [1-23] L. S. Homem de Mello and A. C. Sanderson: A Correct and Complete Algorithm for the Generation of Mechanical Assembly Sequences, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **7**, 2, (1991) 228.
- [1-24] D. F. Baldwin, T. E. Abell, M.-C. M. Lui, T. L. D. Fazio, and D. E. Whitney: An Integrated Computer Aid for Generating and Evaluating Assembly Sequences for Mechanical Products, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **7**, 1, (1991) 78.
- [1-25] 王 堅, 大倉和博, 上田完次: 結合優先関係グラフに基づく製品の組立順序の生成—結合優先関係グラフの定義とその操作方法—, *日本機械学会論文集 (C 編)*, **62**, 595, (1996) 1223.
- [1-26] 村上 長, 大場史憲: 設計変更における効率的組立順序探索アルゴリズム, *精密工学会誌*, **60**, 11, (1994) 1663.
- [1-27] 内山直樹, 荒井栄司, 井越昌紀: 機械製品の組立順序生成に関する研究, *日本機械学会論文集 (C 編)*, **60**, 573, (1994) 1882.
- [1-28] 内山直樹, 荒井栄司, 井越昌紀: 機械製品の組立設計のための幾何モデル

- を用いた落下現象の判定法, 日本機械学会論文集(C編), **61**, 581, (1995) 324.
- [1-29] 内山直樹, 荒井栄司, 井越昌紀: 機械製品の組立設計のための部品のグループ化の方法, 日本機械学会論文集(C編), **60**, 578, (1994) 3572.
- [1-30] S. Lee: Backward Assembly Planning with Assembly Cost Analysis, Proceedings of 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1992) 2382.
- [1-31] S. Lee and C. Yi: Subassembly Stability and Representation, Proceedings of 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1993) 521.
- [1-32] K. T. Seow and R. Devanathan: A Temporal Framework for Assembly Sequence Representation and Analysis, IEEE Transaction on Robotics and Automation, **10**, 2, 1994
- [1-33] 北嶋克寛, 吉川弘之: 機械の有向接続グラフに基づく対話型組立可能性判定システムの開発, 精密機械, **49**, 2, (1983) 208.
- [1-34] 関口 博, 小島俊雄, 井上久仁子, 本多庸悟: 回転機能部品の部品展開手法に関する研究—組立構造の表現法と組立・分解手順の生成への応用—, 精密機械, **51**, 2, (1985) 101.
- [1-35] C.K. Shin, D.S. Hong and H. S. Cho: Disassemblability Analysis for Generating Robotic Assembly Sequences, Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1995) 1284.
- [1-36] 伊藤公俊, 曾布川拓司: 機械のアセンブリ計画の自動生成 (第1報) —問題の定式化—, 精密工学会誌, **56**, 7 (1990) 1262.
- [1-37] 伊藤公俊, 曾布川拓司: 機械のアセンブリ計画の自動生成 (第2報) —システムの実現—, 精密工学会誌, **57**, 1 (1991) 104.
- [1-38] 内山直樹, 荒井栄司, 井越昌紀: 機械製品の組立可能性検証のための分解経路の生成, 日本機械学会論文集(C編), **59**, 560, (1993) 1300.
- [1-39] 田中雅次, 岩間憲三: 連立分解式による組立図からの組立手順の自動生成法, 情報処理学会論文誌, **35**, 9, (1994) 1912.
- [1-40] R. H. Wilson, J. C. Latombe: Geometric Reasoning about Mechanical Assembly, Artificial Intelligence, (1994) 371.
- [1-41] A. C. Lin and T. C. Chang: 3D MAPS: Three-Dimensional Mechanical Assembly Planning System, Journal of Manufacturing Systems, **12**, 6, (1994) 437.

- [1-42] A. C. Lin and T. C. Chang: An Integrated Approach to Automated Assembly Planning for Three-Dimensional Mechanical Products, *Int. J. Prod. Res.*, **31**, 5, (1993) 1201.
- [1-43] 須賀唯知, 実重研一, 藤本 淳: 解体性の定量的評価, *ECEE96*, (1996) 133.
- [1-44] E. Zussman, A. Kriwet, G. Seliger: Disassembly-Oriented Assessment Methodology to Support Design for Recycling, *Annals of the CIRP*, **43**, 1, (1994) 9.
- [1-45] K. D. Penev and A. J. de Ron: Determination of a Disassembly Strategy, *Int. J. Prod. Res.*, **34**, 2, (1996) 495.
- [1-46] N. Shyamsundar, Z. Ashai, and R. Gadh: Design for Disassembly for Virtual Prototypes, *Proceedings of the 1996 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference*, DFM-1273, (1996)
- [1-47] T. Murayama, Y. Yamamichi, and F. Oba: Automatic Generation of Disassembly Sequences for Recycling Products, *Proceedings of International Conference on Manufacturing Milestones toward the 21st Century (MM21)*, (1997) 433.
- [1-48] K. Lee and R. Gadh: Computer Aided Design for Disassembly: A Destructive Approach, *1996 IEEE*, (1996) 173.
- [1-49] A. K. Subramani and P. Dewhurst: Automatic Generation of Product Disassembly Sequences, *Annals of the CIRP*, **40**, 1, (1991) 115.
- [1-50] E. Kroll, B. Beardsley and A. Parulian: A Methodology to Evaluate Ease of Disassembly for Product Recycling, *IIE Transactions*, **28**, (1996) 837.
- [1-51] P. Gu and X. Yan: CAD-directed Automatic Assembly Sequences, *Int. J. Prod. Res.*, **33**, 11, (1995) 3069.
- [1-52] S. Kanai, H. Takahashi and H. Makino: ASPEN: Computer-Aided Assembly Sequence Planning and Evaluation System Based on Predetermined Time Standard, *Annals of the CIRP*, **45**, 1, (1996) 35.
- [1-53] K. Ishii and B. H. Lee: Reverse Fishbone Diagram: A Tool in Aid of Design for Product Retirement, *Proceedings of the 1996 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference*, DFM-1272, (1996)
- [1-54] G. Boothroyd and P. Dewhurst: *Design for Assembly*, Pendon/IPC, Inc., 1984.

謝辞

本論文は、北海道大学大学院工学研究科システム情報工学専攻博士後期課程において、平成8年度より行ってきた研究の成果をまとめたものである。本論文をまとめるにあたり、北海道大学大学院工学研究科教授 岸浪建史 博士には、研究室配属以来6年間の研究活動を通して、研究の詳細な議論に加えて、問題の分析、研究の方向性の決定、研究の進め方、まとめ方など、研究活動に対する姿勢について、更には、筆者の進路に関して、極めて重要なお指導及びご助言を頂きました。同工学研究科 田中文基 助手からは、研究に対する詳細な議論において、常に的確なお指導を頂きました。ここに、両先生に対しまして、謹んで感謝の意を表し、厚く御礼申し上げます。

本論文に対して詳細なお検討ならびに有益なお教示、ご助言を頂きました、北海道大学大学院工学研究科教授 五十嵐悟 博士、同 島 公脩 博士、同 土谷武士 博士に厚く御礼申し上げます。

同工学研究科助教授 金井 理 博士からは、本研究に関する資料提供、海外における動向調査に関するご指導等、専門家として貴重なご意見を賜りましたことに、厚く御礼申し上げます。同工学研究科 渋谷勝久 助手におかれましては、研究室におきまして、博士論文発表に関する適切なご指導及びご助言を頂きましたことに、厚く御礼申し上げます。

本研究は、平成8年度、平成9年度、平成10年度文部省科学研究費補助金（特別研究員奨励費）により実施されたことを付記し、厚くお礼申し上げます。

第2章

機構モデリング及び機構解析法の 現状と問題点

組立品の設計の際に、個々に設計された構成部品が組立品として要求された機能を満たすことを計算機上で検証することは、製品の設計・製造のサイクルの短縮にとって重要な要素の一つである。そのため、組立解析及び機構解析に関して多くの研究が行われてきた。組立解析とは、与えられた接続関係に従って組立品を構成する部品の位置を解析することにより、組立品の機能を検証するものである。また、機構解析とは、与えられた接続関係に従って部品の運動を解析するものである。本章では、その代表的な解析方法について調査及び分析するとともに、設計の初期段階で組立品の運動を検証するという観点から、その問題点をまとめる。

2.1 代数的操作による機構解析と機構モデリング

組立品は、構成部品とそのフィーチャ間に与えられる接続関係とにより表現される。代表的な接続関係を図2.1に示す。組立品の機構モデルは、そのような接続関係に相当する拘束を表現する同次変換行列により表現される。このような機構モデルは多数提案されてきたが、本節では、その代表的なものとして、Poppstone他の提案したモデル[2-1],[2-2]について説明する。その他の機構モデルについては、Poppstone他の機構モデルと本質的に異ならないため、ここでは簡単に概略を述べるに止める。Denavitは、リンク機構を記述するために、同次変換を用いたD-H記法の提案を行った[2-3]。Pieperは、その各リンクに一つずつ座標系を指定することにより、同次変換を用いてこれらの相対的な位置と姿勢とを表現できることを示した[2-4]。Shethは、D-H記法におけるパラメータを導出する

際の難点及びパラメータの曖昧さを解決するために, S-U 記法を提案した[2-5]. Paul 他は, 如何なるマニピュレータも, 関節によって連結された一連のリンクから構成されると考えることができることから, マニピュレータの記述に対して上記の記法を適用した [2-6]. 近年の研究としては, 内山他が, 幾何モデルから対偶情報を自動生成し, 数値的な変位解析に適した構造解析を行うシステムを提案した [2-7].

2.1.1 同次変換行列による機構モデリング

組立品における部品の位置と姿勢とを行列の記号操作により導出するために, Popplestone 他は, 同次変換行列を用いて基本的な座標変換行列を定義し, それらの組合せにより部品の幾何要素間の接続関係に相当する拘束を表現した. 拘束の表現について説明するために, はじめに, 組立品における部品の位置と姿勢の定義と, 基本的な座標変換行列について説明する.

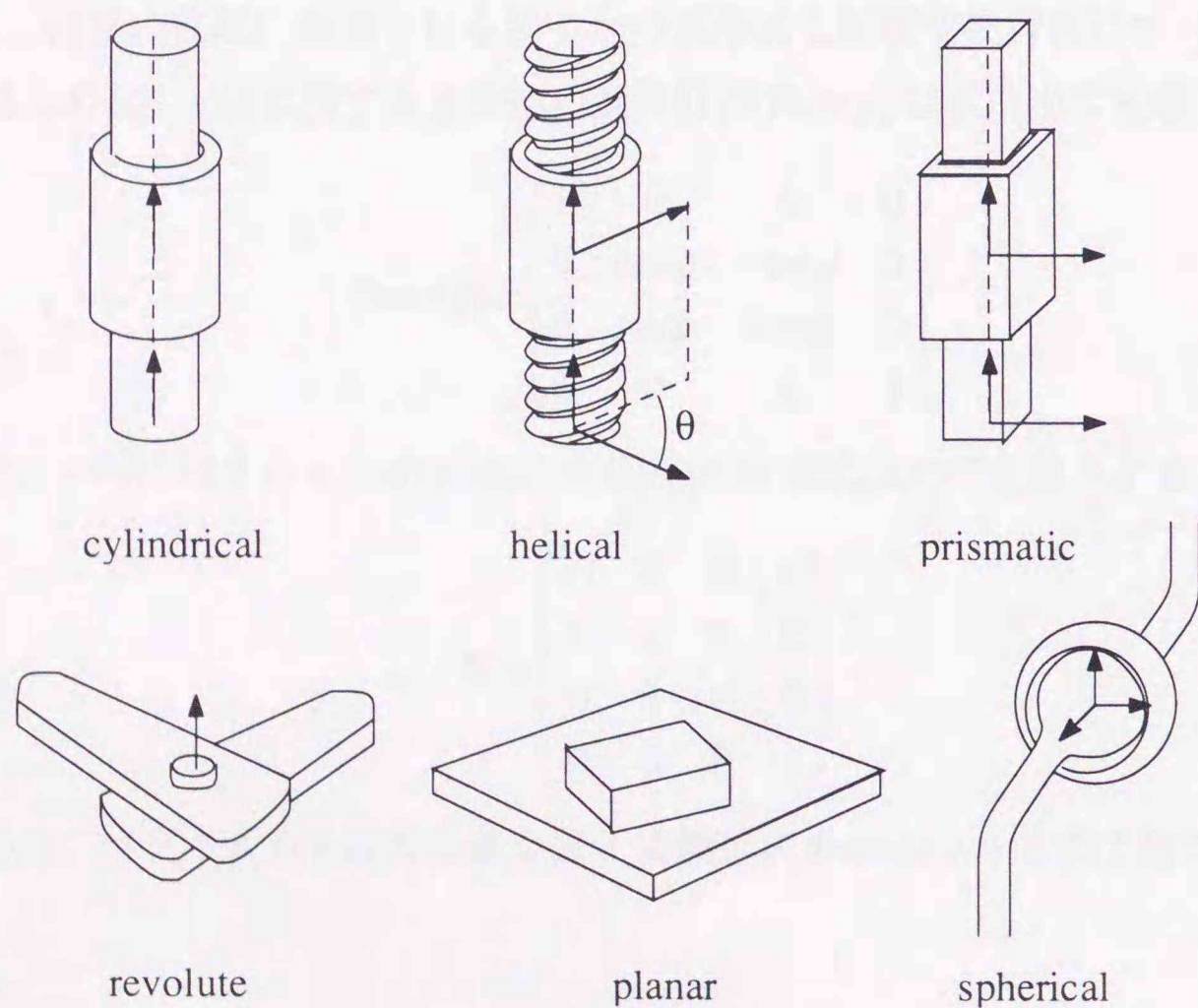


図 2.1 接続関係の種類

作業空間の座標系 F_W における部品 A_i の位置と姿勢は、座標系 F_W から部品 A_i の座標系への変換行列 T_i により表現する。また、部品 A_i におけるある幾何要素の位置と姿勢は、部品 A_i の座標系から幾何要素の座標系への変換行列 $f_{i,j}$ により表現する。つまり、 T_i と $f_{i,j}$ は式(2.1)と式(2.2)の形となる。

$$T_i = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$f_{i,j} = \begin{pmatrix} fr_{11} & fr_{12} & fr_{13} & ft_x \\ fr_{21} & fr_{22} & fr_{23} & ft_y \\ fr_{31} & fr_{32} & fr_{33} & ft_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

組立品における部品は剛体であると考えられるので、 $f_{i,j}$ の12個の変数は全て定数となるので、 T_i の12個の変数の値を求めることにより部品 A_i の位置と姿勢が求められる。

次に、拘束の表現に使用される幾つかの基本的な座標変換行列について説明する。はじめに、 x 軸に対する ϕ 回転の変換行列 $Twix(\phi)$ は式(2.3)で定義される。

$$Twix(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

また、 y 軸に対する π [rad] 回転の変換行列 M は式(2.4)で定義される。

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

さらに、ベクトル (x, y, z) の並進を表す変換行列 $Trans(x, y, z)$ は式(2.5)で定義される。

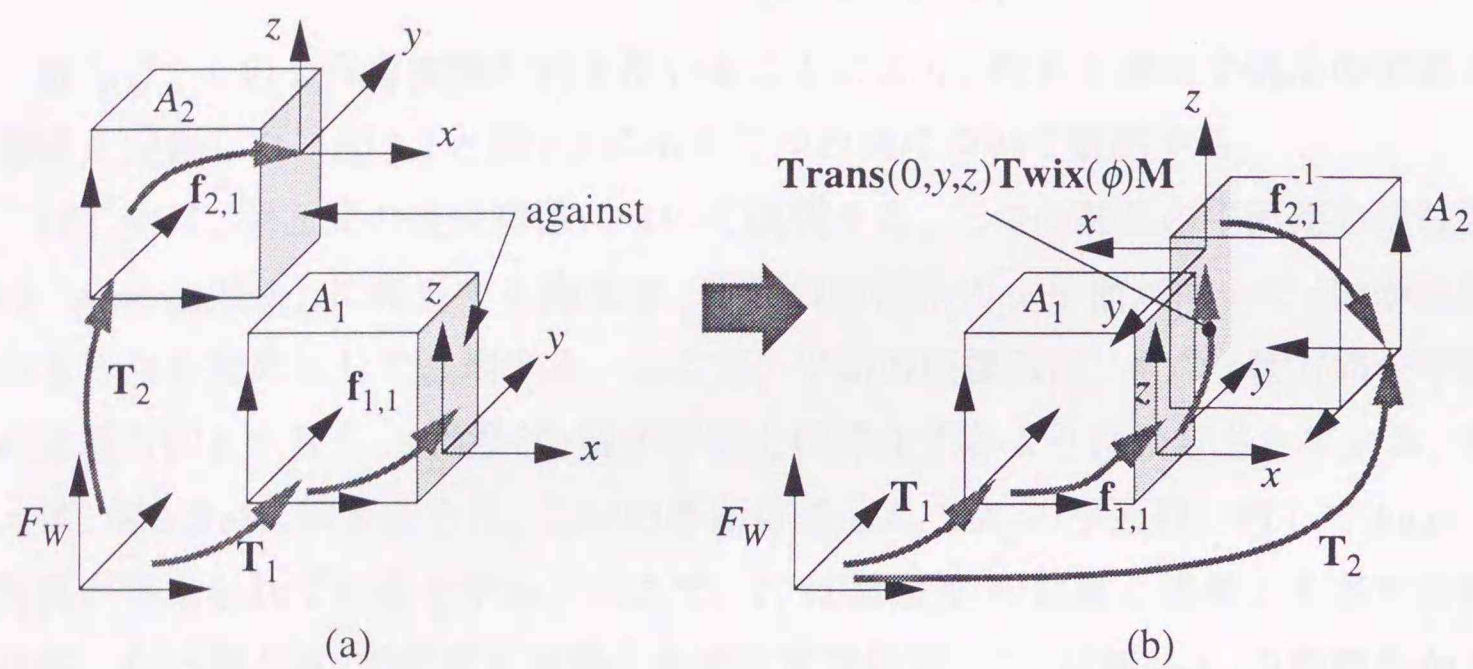


図 2.2 Against 関係

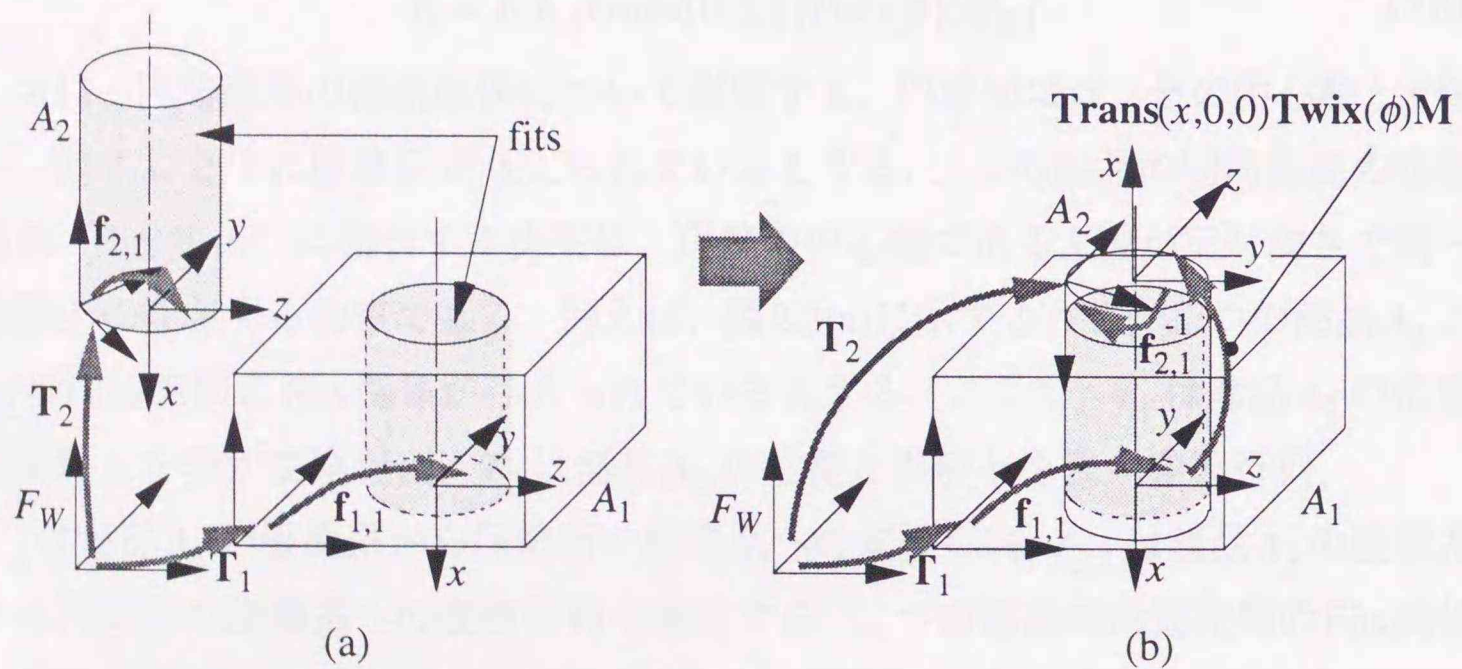


図 2.3 Fits 関係

$$Trans(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

彼らは、このような変換行列を用いることにより、拘束を満たす部品の位置と姿勢を定義した。図2.2と図2.3に示す二つの例について説明する。

はじめに、平面間の接続関係について説明する。二つの部品の平面間の接続関係（Against 関係）に相当する拘束は、平面の座標系の yz 平面が同一で x 軸が反対向きとなる拘束として表現する。ここで、平面の座標系は、その x 軸方向が平面の法線方向と一致し、 y 軸及び z 軸が平面上に存在するように設定されている。例えば、図2.2(a)に示すように、二つの多面体部品 A_1 と A_2 の平面間に対して Against 関係が与えられているとする。ここで、 T_1 は部品 A_1 の位置と姿勢とを表す変換行列、 T_2 は部品 A_2 の位置と姿勢とを表す変換行列、 $f_{1,1}$ は部品 A_1 の座標系から平面の座標系への変換行列、 $f_{2,1}$ は部品 A_2 の座標系から平面の座標系への変換行列を意味する。二つの部品の平面間の Against 関係に相当する拘束は、図2.2(b)に示すように、平面の座標系の yz 平面が同一で x 軸が反対向きとなる拘束である。この拘束を満たす部品 A_2 の T_2 は、部品 A_1 の T_1 と上述した変換行列とを用いて、次式で記述することができる。

$$T_2 = T_1 f_{1,1} Trans(0, y, z) Twix(\phi) M f_{2,1}^{-1} \quad (2.6)$$

次に、円筒面間の接続関係について説明する。円筒面には、その中心軸と x 軸が一致するように座標系が与えられているとする。二つの部品の円筒面間の接続関係（Fits 関係）に相当する拘束は、円筒の中心軸である x 軸が反対向きで同一直線上に存在する拘束である。例えば、図2.3(a)に示すように、二つの部品 A_1 と A_2 の円筒面間に Fits 関係が与えられているとする。ここで、 T_1 は部品 A_1 の位置と姿勢とを表す変換行列、 T_2 は部品 A_2 の位置と姿勢とを表す変換行列、 $f_{1,1}$ は部品 A_1 の座標系から円筒面の座標系への変換行列、 $f_{2,1}$ は部品 A_2 の座標系から円筒面の座標系への変換行列を意味する。二つの部品の円筒面間の Fits 関係に相当する拘束は、図2.3(b)に示すように、円筒面の中心軸である x 軸が反対向きで同一直線上に存在する拘束である。この拘束を満たす部品 A_2 の位置と姿勢とを表す T_2 は、部品 A_1 の位置と姿勢とを表す T_1 と上述した変換行列とを用いて

式(2.7)で記述することができる。

$$T_2 = T_1 f_{1,1} \text{Trans}(x, 0, 0) \text{Twix}(\phi) M f_{2,1}^{-1} \quad (2.7)$$

その他の接続関係についても、同様に、同次変換行列により定義した。

2.1.2 代数的操作による組立及び機構解析

複数の拘束を満たす部品的位置と姿勢とは、上述のような方程式を連立させて記号操作により解くことにより求められる。例えば、図2.4(a)に示すような、PostとHoleの組立を考える。それぞれの座標系の設定と接続関係は、図2.4(b)に示すとおりである。

Fits関係及びAgainst関係は、それぞれ式(2.8)と式(2.9)により表現することができる。

$$T_2 = T_1 f_{1,1} \text{Trans}(x, 0, 0) \text{Twix}(\phi_1) M f_{2,1}^{-1} \quad (2.8)$$

$$T_2 = T_1 f_{1,2} \text{Trans}(0, y, z) \text{Twix}(\phi_2) M f_{2,2}^{-1} \quad (2.9)$$

ここで、各行列は次式により指定される。

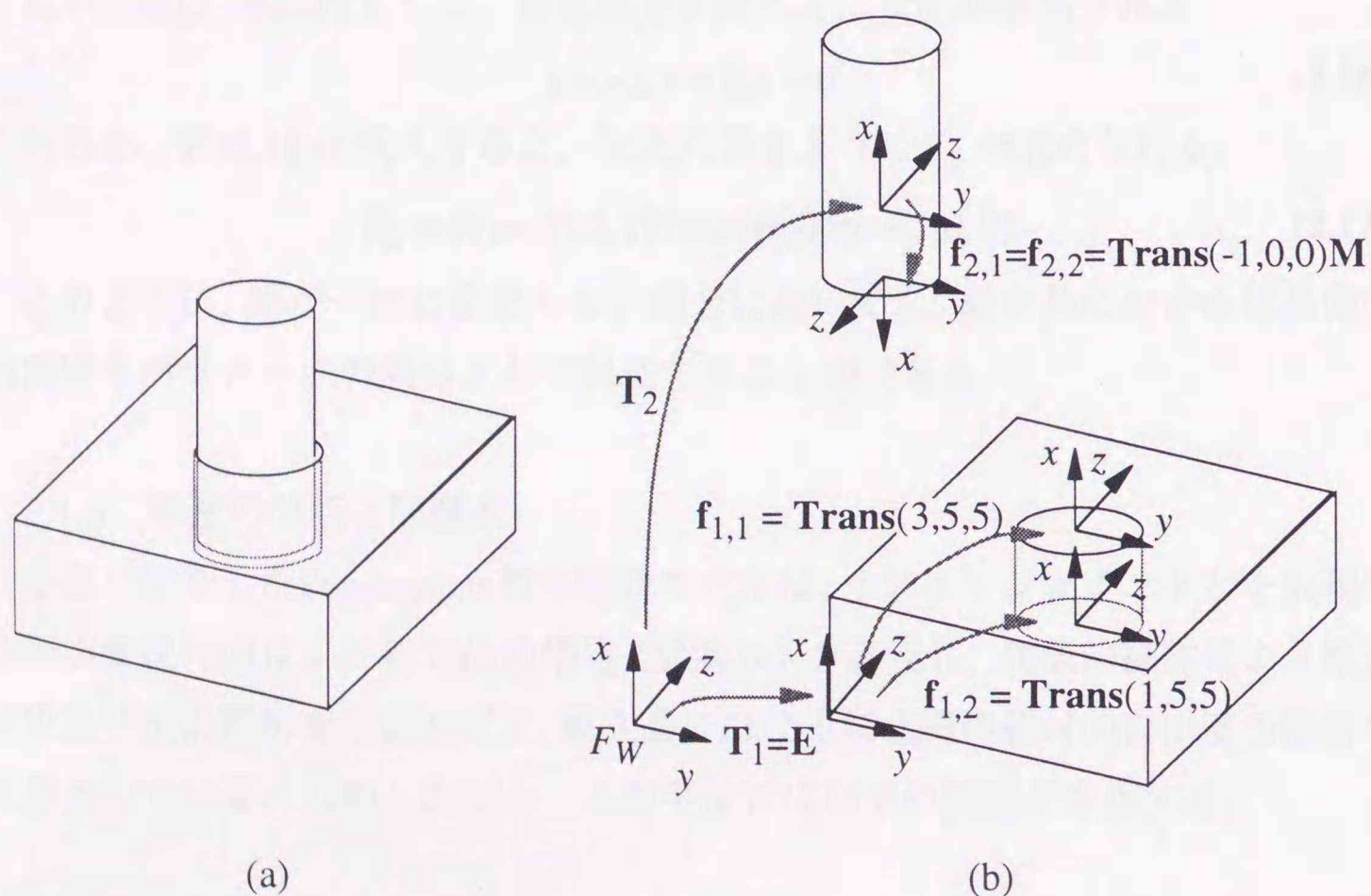


図 2.4 組立解析例

$$\begin{aligned} T_1 &= E, \\ f_{1,1} &= \text{Trans}(3,5,5), f_{1,2} = \text{Trans}(1,5,5) \\ f_{2,1} &= \text{Trans}(-1,0,0)M, f_{2,2} = \text{Trans}(-1,0,0)M \end{aligned} \quad (2.10)$$

式(2.10)を式(2.8)及び式(2.9)に代入すると、それぞれ式(2.11)、式(2.12)となる。

$$T_2 = \text{Trans}(3,5,5)\text{Trans}(x,0,0)\text{Twix}(\phi_1)MM^{-1}\text{Trans}(1,0,0) \quad (2.11)$$

$$T_2 = \text{Trans}(1,5,5)\text{Trans}(0,y,z)\text{Twix}(\phi_2)MM^{-1}\text{Trans}(1,0,0) \quad (2.12)$$

従って、次式が導出される。

$$\begin{aligned} &\text{Trans}(3,5,5)\text{Trans}(x,0,0)\text{Twix}(\phi_1)MM^{-1}\text{Trans}(1,0,0) \\ &= \text{Trans}(1,5,5)\text{Trans}(0,y,z)\text{Twix}(\phi_2)MM^{-1}\text{Trans}(1,0,0) \end{aligned} \quad (2.13)$$

この式をまとめると次式となる。

$$\text{Trans}(x+3,5,5)\text{Twix}(\phi_1) = \text{Trans}(1,y+5,z+5)\text{Twix}(\phi_2) \quad (2.14)$$

はじめに、回転部分を解くと、次式が導出される。

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (2.15)$$

これを、式(2.14)に代入して、並進部分を解くと、次式が導出される。

$$x = -2, y = 0, z = 0 \quad (2.16)$$

これらを、式(2.11)に代入すると、次式に示すように T_2 が求められる。

$$T_2 = \text{Trans}(1,5,5)\text{Twix}(\phi_1)\text{Trans}(1,0,0) \quad (2.17)$$

このように、解が一意に定まらない場合においても、組立品における部品間の自由度をパラメータの集合として記述することができる。

2.1.3 手法の分析と問題点

本節で紹介したPopplestone他の機構モデルは、リンクとジョイントとを表現する同次変換行列により組立品の構造（骨組み）を表現し、代数的操作により組立解析及び機構解析を区別せずに、組立品における部品間の相対的自由度の解析を可能としている。しかしながら、この手法には以下の問題が存在する。

- (1) 記号的操作は計算機にとって困難である。彼らの手法は、計算時間を削減するために代数的手法を使用しており、方程式を解くことのできる形に変形す

るために膨大なプログラミングと計算を要する。更に、方程式を解くことのできる形に書き換えられない場合があり、解の存在する場合においても、解が求められない場合が存在する。

- (2) 数値解法を使用する場合、初期解の選択に敏感であるため、設計者との対話を必要とする。
- (3) 無限の領域を持つ幾何要素に対する接触拘束の表現であるため、実際には幾何要素同士が接触しない実現不可能な解が導出される可能性がある。
- (4) 部品間の干渉を考慮していないため、互いに接触する幾何要素以外の部分で干渉が発生する可能性がある。

2.2 数値解析法による組立解析と組立モデリング

Lee 他は, Popplestone の方法においては, 拘束方程式を解ける形に変形する際の代数的操作に難点が存在することを示し, その問題を解決するため, 数値解析を用いて組立解析を行う方法を提案した[2-9]-[2-12].

2.2.1 仮想リンクに基づく組立モデリング

組立品は, 階層構造における部分組立品と構成部品とからなり, 仮想リンク(virtual link) の概念を使用して, グラフ構造に格納される. このデータ構造において, 二つの部品又は部分組立品は, 仮想リンクにより接続される. 仮想リンクは, 接続関係(mating relation) と接続されるフィーチャ(以下, 接続フィーチャと呼ぶ)を記述するために必要な全ての情報を含んでいる. 例えば, 図2.5に示す組立品において, 組立品は, 図2.6に示すように仮想リンクによって接続される

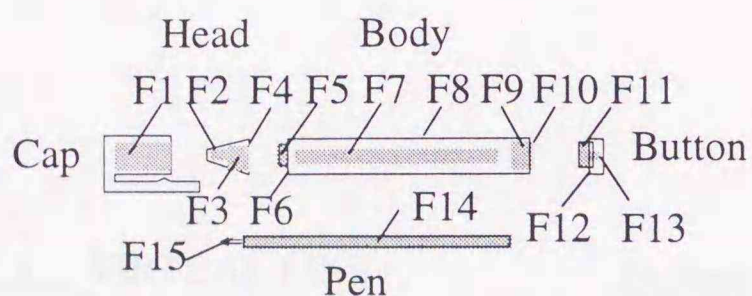


図 2.5 ボールペンの構成部品とフィーチャ

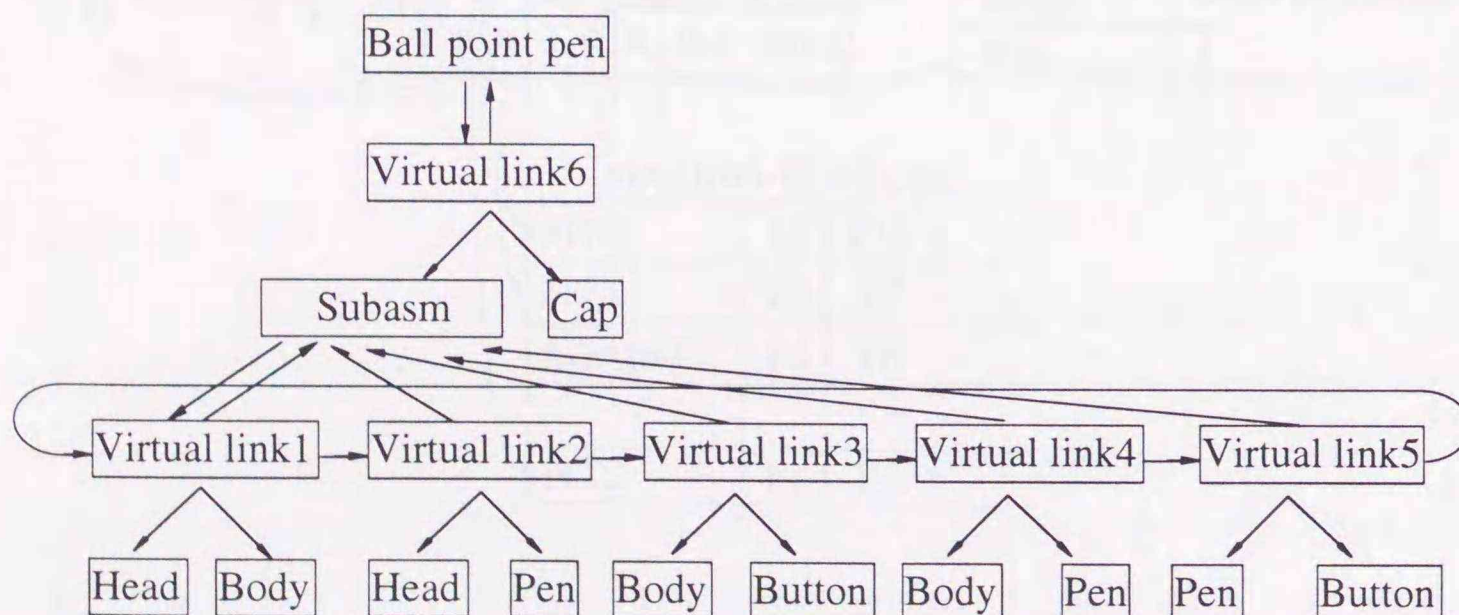


図 2.6 仮想リンクによる組立品の階層的表現

部分組立品のペアから構成される。同様に、部分組立品は、仮想リンクによって接続される部分組立品または構成部品の幾つかのペアから構成される。このグラフの末端の節点は、組立品の構成部品であり、それぞれの構成部品の構成データはこれら末端の節点に接続される。

次の項目は、図2.7に示すように、上述の木構造を格納するために生成される記憶領域の名前を示しており、それぞれの領域に格納される情報も同時に示している。

・ ASSEMBLY

組立品の名前

下位レベルの最初の仮想リンクへのポインタ

・ VIRTUAL-LINK

次の仮想リンクへのポインタ

上位レベルの組立品または部分組立品へのポインタ

MATING-FEATURE へのポインタ

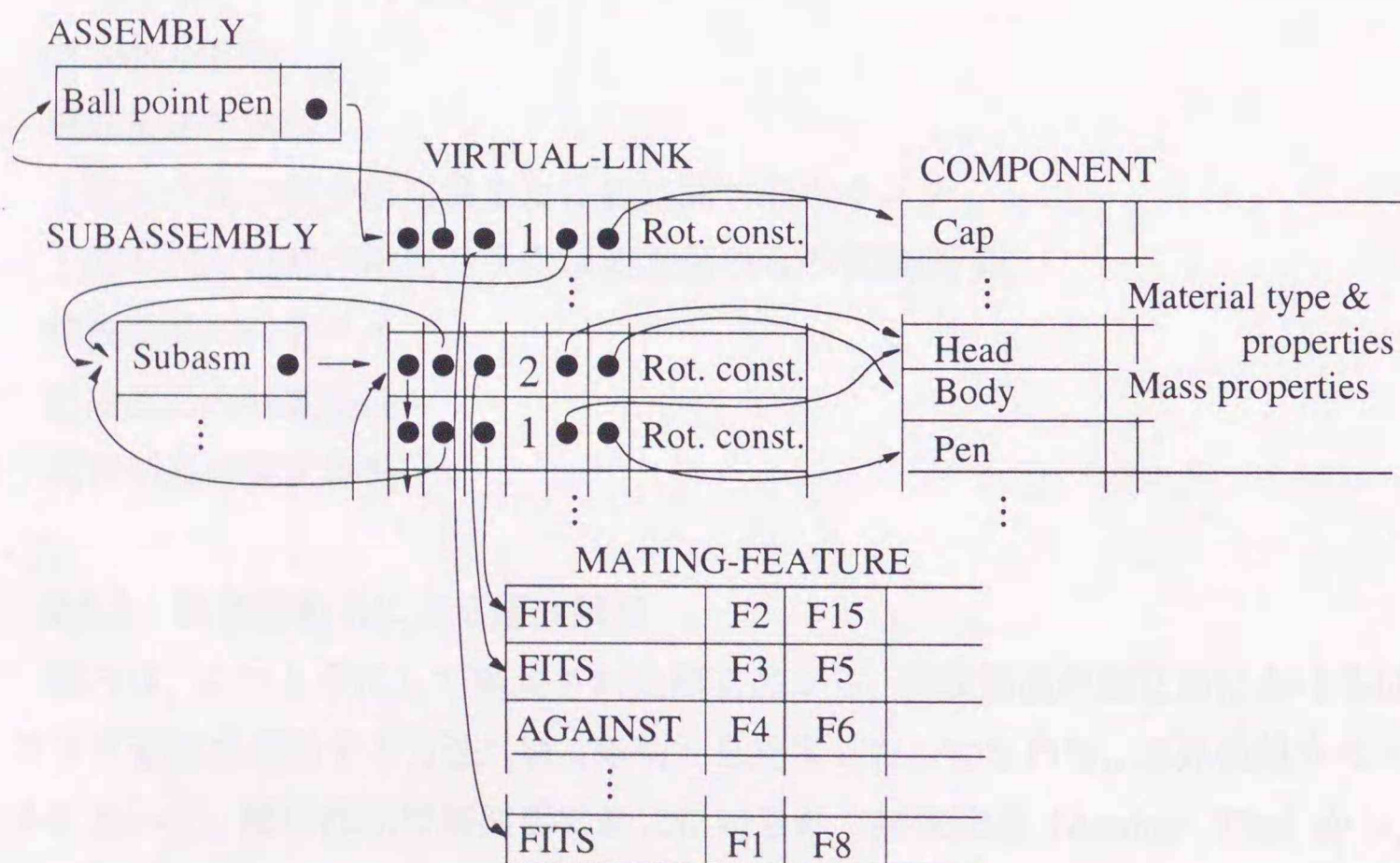


図 2.7 組立品における格納情報（一部分）

仮想リンクに関係する MATING-FEATURE におけるレコードの数

ペアの構成要素または部分組立品へのポインタ

ペアの他の構成要素または他の部分組立品へのポインタ

この仮想リンクによって提供される関係 (剛体アタッチメント, 条件付きアタッチメント, 並進拘束, 回転拘束等)

・ SUBASSEMBLY

部分組立品の名前

上位レベルの部分組立品または組立品へのポインタ

下位レベルの最初の仮想リンクへのポインタ

上位レベルの組立品または部分組立品からの変換(行列)

部分組立品の質量特性

・ MATING-FEATURE

接続関係(mating relation)のタイプ(Against, Fits 等).

接続フィーチャー 1(平面または中心線)

接続フィーチャー 2(平面または中心線)

接続フィーチャー間のクリアランス

・ COMPONENT

構成部品の名前

上位レベルの部分組立品または組立品へのポインタ

上位レベルの部分組立品または組立品からの変換(行列)

構成部品の材質タイプ

構成部品の材質特性

構成部品の質量特性

2.2.2 数値解析法による組立解析

彼らは, このようにして表現された組立品から, 構成部品の組立品における位置及び姿勢を導出する方法 (組立解析) を提案した. すなわち, 上述の組立モデルにおいて, 構成部品の幾何要素間に指定された接続関係 (Against, Fits) から, それらに対応する拘束を表現する方程式を導出し, 部品の位置と姿勢とを表現する変換行列の各変数の値を決定する方法を提案した. ここで, 接続関係に相当する拘束は, それら幾何要素に含まれる要素 (平面上の点, 円筒の軸等) を用いて

定義されている。

Against関係は、二つの部品の二つの平面間の接触を表現する接続関係である。この関係に相当する拘束は、面の二つの法線ベクトルと面上の点によって定義される。この際、前処理としてそれぞれの部品の座標系から作業空間の座標系に、これらの面法線と面上の点を変換して二次変数を求めておく。これらの二次変数は、それぞれ、式(2.18)から式(2.21)のように表現できる。

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{1,x} \\ \dot{V}_{1,y} \\ \dot{V}_{1,z} \\ 0 \end{pmatrix} = T_1 \begin{pmatrix} V_{1,x} \\ V_{1,y} \\ V_{1,z} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{P}_{1,x} \\ \dot{P}_{1,y} \\ \dot{P}_{1,z} \\ 1 \end{pmatrix} = T_1 \begin{pmatrix} P_{1,x} \\ P_{1,y} \\ P_{1,z} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{2,x} \\ \dot{V}_{2,y} \\ \dot{V}_{2,z} \\ 0 \end{pmatrix} = T_2 \begin{pmatrix} V_{2,x} \\ V_{2,y} \\ V_{2,z} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{P}_{2,x} \\ \dot{P}_{2,y} \\ \dot{P}_{2,z} \\ 1 \end{pmatrix} = T_2 \begin{pmatrix} P_{2,x} \\ P_{2,y} \\ P_{2,z} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

ここで、 $(V_{i,x} V_{i,y} V_{i,z})$ 及び $(P_{i,x} P_{i,y} P_{i,z})$ は、それぞれ、部品の座標系に対する平面の法線ベクトル及び平面上の点である。また、 T_1 と T_2 は、作業空間の座標系から部品の座標系への変換行列であり、次式で表現される。

$$T = \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Against関係を満足するために、これら二つの面法線は逆向きで、それぞれの面上の点は同一平面上にあるように拘束される。これらの拘束は、それぞれ、式(2.23)

と式(2.24)により表現できる.

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{1,x} \\ \dot{V}_{1,y} \\ \dot{V}_{1,z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \dot{V}_{2,x} \\ \dot{V}_{2,y} \\ \dot{V}_{2,z} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{1,x} & \dot{V}_{1,y} & \dot{V}_{1,z} \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} P_{1,x} \\ P_{1,y} \\ P_{1,z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P_{2,x} \\ P_{2,y} \\ P_{2,z} \end{pmatrix} \right\} = 0 \quad (2.24)$$

例えば, 図2.8(a)に示すように, 二つの部品の平面間に Against 関係が指定された場合を考える. それぞれの面には面法線 V_1 と V_2 が定義されており, それぞれの面上に点 P_1 と P_2 が存在する. このとき, 図2.8(b)に示すように, Against 関係を満足するために, これら二つの面法線 V_1 と V_2 は逆向きで, それぞれの面上の点 P_1 と P_2 は同一平面上にあるように拘束される.

Fits 関係は, 二つの部品の二つの円筒面間 (シリンダとホール) の接続関係である. この関係に相当する拘束は, 二つの中心軸を同一直線上になるように拘束する. この際, この拘束は中心軸上の四つの点によって定義される. 最初に, 二次変数を求める. それぞれの二次変数は式(2.25)から式(2.28)で与えられる.

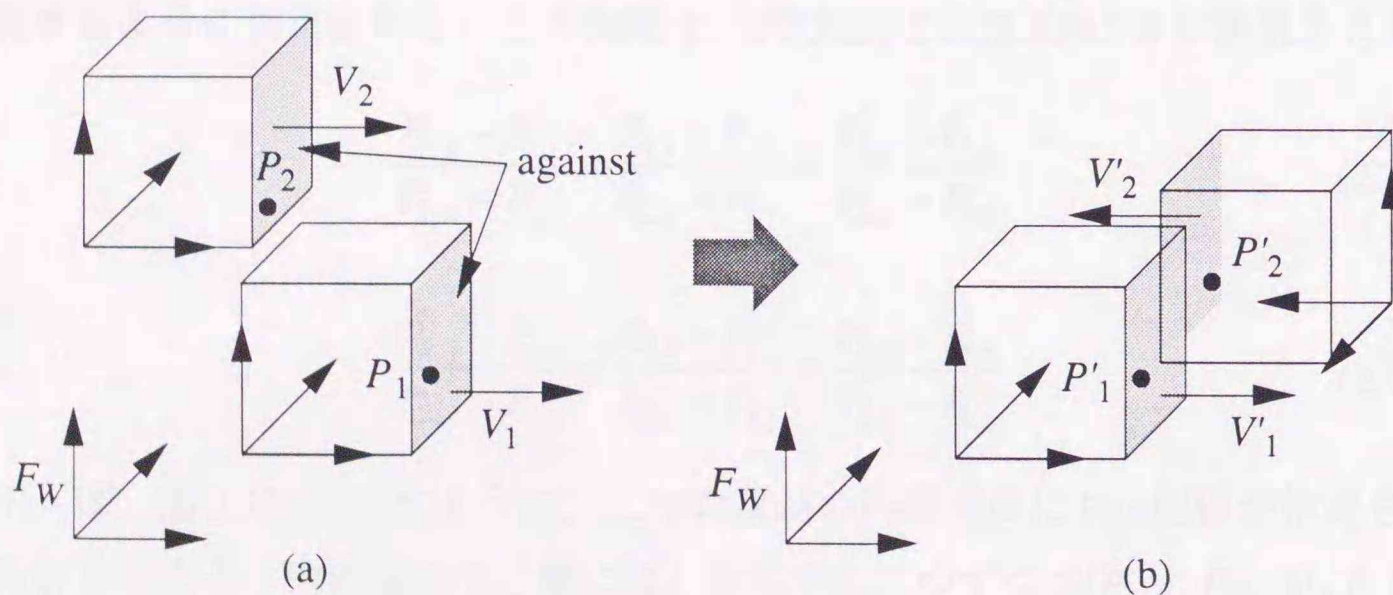


図 2.8 Against 関係

$$\begin{pmatrix} P_{1,x} \\ P_{1,y} \\ P_{1,z} \\ 1 \end{pmatrix} = T_1 \begin{pmatrix} P_{1,x} \\ P_{1,y} \\ P_{1,z} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

$$\begin{pmatrix} P_{2,x} \\ P_{2,y} \\ P_{2,z} \\ 1 \end{pmatrix} = T_1 \begin{pmatrix} P_{2,x} \\ P_{2,y} \\ P_{2,z} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$\begin{pmatrix} P_{3,x} \\ P_{3,y} \\ P_{3,z} \\ 1 \end{pmatrix} = T_2 \begin{pmatrix} P_{3,x} \\ P_{3,y} \\ P_{3,z} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{pmatrix} P_{4,x} \\ P_{4,y} \\ P_{4,z} \\ 1 \end{pmatrix} = T_2 \begin{pmatrix} P_{4,x} \\ P_{4,y} \\ P_{4,z} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

ここで、 $(P_{1,x}, P_{1,y}, P_{1,z})$ と $(P_{2,x}, P_{2,y}, P_{2,z})$ は、一方の部品の中心軸上の二点であり、 $(P_{3,x}, P_{3,y}, P_{3,z})$ と $(P_{4,x}, P_{4,y}, P_{4,z})$ は、他方の部品の中心軸上の二点である。 T_1 と T_2 は作業空間の座標系から部品の座標系への変換行列である。

Fits関係を満足するために、一方の中心軸上の二つ点はもう一方の中心軸上に存在するように拘束される。この拘束は、式(2.29)と式(2.30)により表現される。

$$\frac{P_{3,x} - P_{1,x}}{P_{2,x} - P_{1,x}} = \frac{P_{3,y} - P_{1,y}}{P_{2,y} - P_{1,y}} = \frac{P_{3,z} - P_{1,z}}{P_{2,z} - P_{1,z}} \quad (2.29)$$

$$\frac{P_{4,x} - P_{1,x}}{P_{2,x} - P_{1,x}} = \frac{P_{4,y} - P_{1,y}}{P_{2,y} - P_{1,y}} = \frac{P_{4,z} - P_{1,z}}{P_{2,z} - P_{1,z}} \quad (2.30)$$

例えば、図2.9(a)に示すように、二つの部品の円筒面間に Fits 関係が指定された場合を考える。円筒面の中心軸には、それぞれ二つずつ点(P_1 と P_2 , P_3 と P_4)が定義されている。 Fits関係を満足するために、これらの点は、図2.9(b)に示すように同一直線上に存在するように拘束される。

さらに、式(2.22)で示した部品の位置と姿勢を示す T における回転成分の三つの列ベクトルは正規直交であるので、以下の拘束が加えられる。

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1 \quad (2.31)$$

$$o_x^2 + o_y^2 + o_z^2 = 1 \quad (2.32)$$

$$n_x o_x + n_y o_y + n_z o_z = 0 \quad (2.33)$$

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_y o_z - n_z o_y \\ n_z o_x - n_x o_z \\ n_x o_y - n_y o_x \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

これらの拘束を表現する連立方程式を数値解法（Gauss-Newton法，最小自乗法等）によって解き， T_1 と T_2 の各変数の値を求めることにより組立品における全ての部品の位置と姿勢とを決定する。

方程式の数は変数の数を超えるので，冗長な方程式を除去する必要がある。そのような方程式のグループは，Newton-Raphson反復法で，非線形連立方程式を解く際に，導出することができる。 n 個の n 変数非線形方程式についてのNewton-Raphson反復法は，次のように記述される。

$$X_{k+1} = X_k + J(X_k)^{-1} R_k \quad (2.35)$$

ここで， X_k は k 回目の反復時における変数の値からなるベクトル， $J(X_k)$ はヤコビ

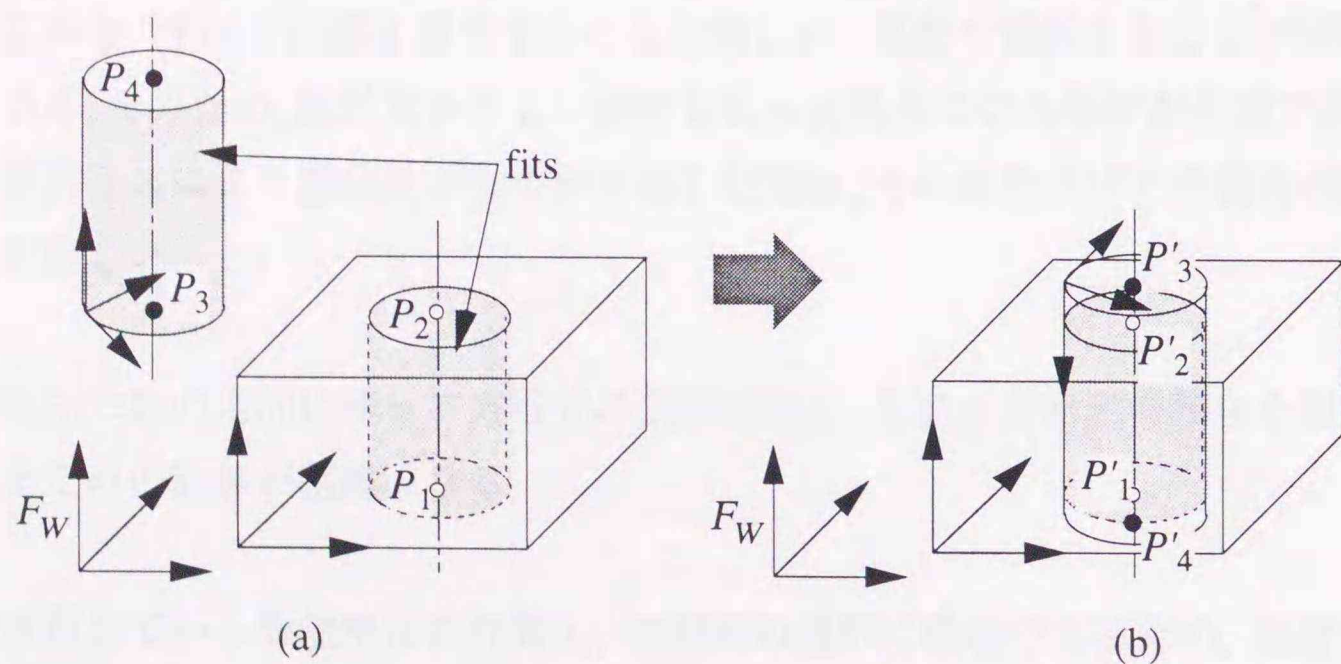


図 2.9 Fits 関係

行列, R_k は誤差ベクトル (residual vector) である.

Lightは, 線形従属な方程式のグループを捜すために, ガウス消去法を使用してヤコビ行列を操作するアルゴリズムを開発した. 彼のアルゴリズムは, 初期解で評価されるヤコビ行列に適用され, 従属方程式の(Num_eqs - Num_var)個のグループが導出される. ここで, Num_eqs は方程式の数, Num_var は変数の数を示している. 一つの方程式がそれぞれのグループから削除されると, そのグループにおける線形依存が消去され, 方程式の数は変数の数に減少する. 残りの方程式は, 線形的に独立な集合であり, Newton-Raphson 反復法を使用できる. 冗長な方程式のグループが決定された後に, 方程式の集合が多くの可能性からランダムに選択され, Newton-Raphson 反復が開始される. 誤差ベクトルは, 解の収束の尺度となり, 間違った解へ収束する場合には, 新たに独立な方程式の集合が選択され, 反復が再び試行される. ただし, 解の収束は初期解に大きく依存する.

2.2.3 手法の分析と問題点

本節で紹介したLee他の組立モデルは, 組立解析のためのデータ構造を提案しており, 設計の初期段階で得られる部品形状と接触拘束のみから, 組立品における部品の位置姿勢を導出することを可能としている. しかしながら, この手法には, 以下の問題が存在する.

- (1) 方程式の数よりも変数の数が多い場合, すなわち, 部品間に自由度が存在する場合, すべての解を導出することが難しい. 運動を解析することが困難である. そのため, 設計者が正しい設計を行った場合にのみ解析が可能であり, 設計ミスにより部品及び拘束が不足した場合, その解析及びその個所の特定が難しい.
- (2) 部品の数の増加に伴って方程式の数が増加し, 冗長な方程式の集合を削除するための計算が困難になる.
- (3) 使用している数値解法の性質上, 初期解の選択に敏感であるため, 設計者との対話を必要とする.

- (4) 無限の領域を持つ表面要素に対する接触拘束の表現であるため, 実際には接触しないような実現不可能な解が導出される可能性がある.
- (5) 部品間の干渉を考慮していないため, 互いに接触する幾何要素以外の部分で干渉が発生する可能性がある.
- (6) 接触拘束が低次対偶に限定されている.

2.3 形状誤差を含む組立品の組立解析と組立モデリング

Turner 他[2-13]-[2-15]及び Inui 他[2-16]-[2-18]は、前節までに示されてきた手法が、公称形状の部品から構成される組立品の組立モデリング及び組立解析であるのに対して、形状誤差を考慮した組立モデリング及び組立解析の方法を提案した。

2.3.1 形状誤差を含む組立品の組立モデリング

組立品は、互いの相対自由度を完全に拘束する部品のペアを連続的にグループ化することにより、階層構造として表現される。図2.10に示すように、この木構造において、葉は構成部品、葉以外の節点は部分組立品を示している。ある節点の下位レベルの二つの節点の表現する部分組立品（部品）は、相対的に位置付けられる。ここで、部分組立品または部品間の組立関係（assembly relation）は、節点に付加されている相対位置付けオペレータに格納される。組立関係は接続関係（mating relation）とも呼ばれる。

部品間の接続を指定するために使用する組立関係を以下に示す。

- ・ 接触（Contacts）

面間に接触を指定する。平面（planar）、円筒面（cylindrical）、球面（spherical）、円錐面（conical）、角柱面（prismatic）がある。例えば、図2.11(a)に示すように、二つの直方体部品の面の間に接触が指定される。

- ・ 取り付け（Attachment）

取り付け作用素（agent）によって、面間の接触を指定する。締め付け（fastener）、溶接（weldment）、スプリング（spring）がある。図2.11(b)に示すように、作用素であるボルトで固定される二つの部品の面間に対して取り付けが指定される。

- ・ 組立寸法（Assembly dimension）

ある部品の幾何要素を他の部品に対して位置付ける。例えば図2.11(c)に示すように、二つの多面体部品に対して一方の部品の面が他方の部品の面から、指定された組立寸法のところに配置される。

- ・ エンクロージャ（Enclosure）

部品の運動が、それを囲む他の部品によって拘束される。例えば、図2.11(d)に示されるように、直方体の部品の運動が、それを囲むコの字型の部品の存在によって拘束される。

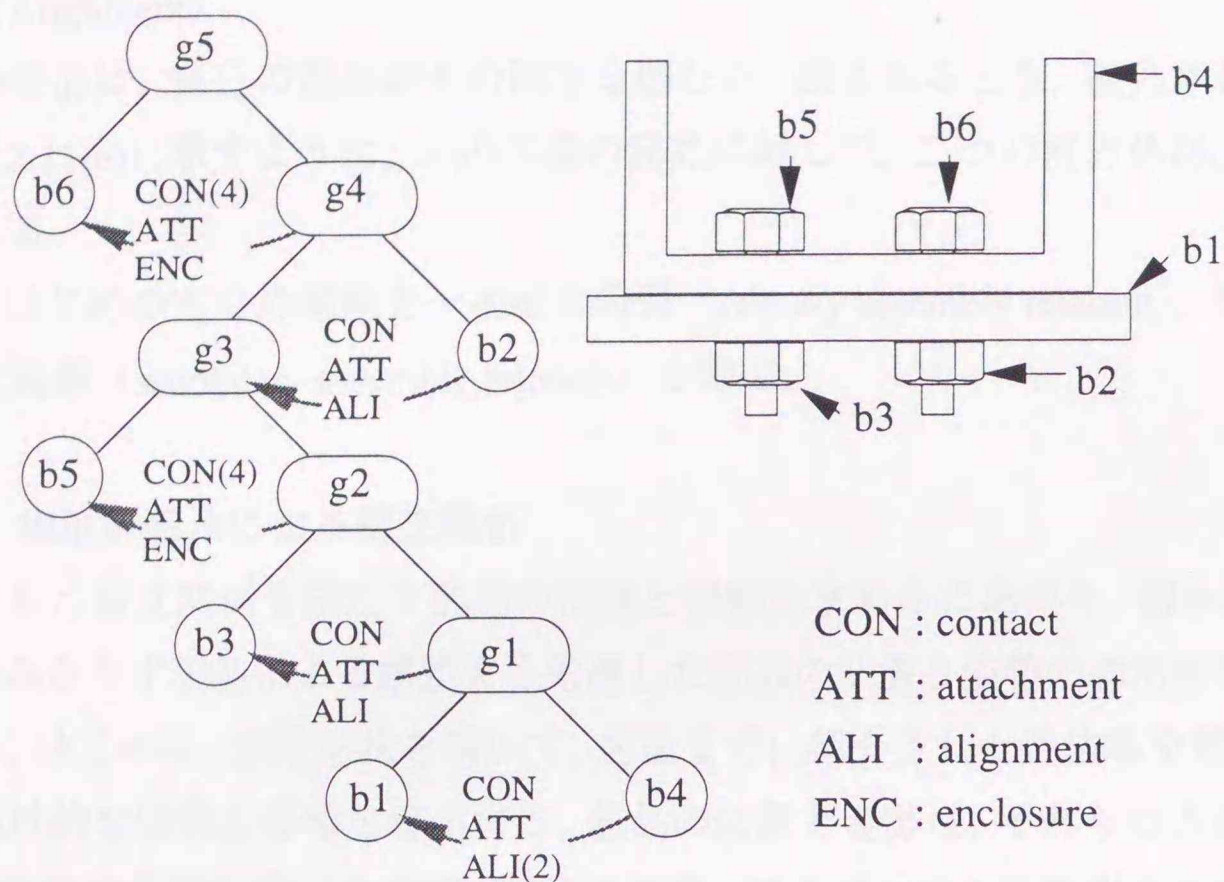


図 2.10 組立品の階層構造表現

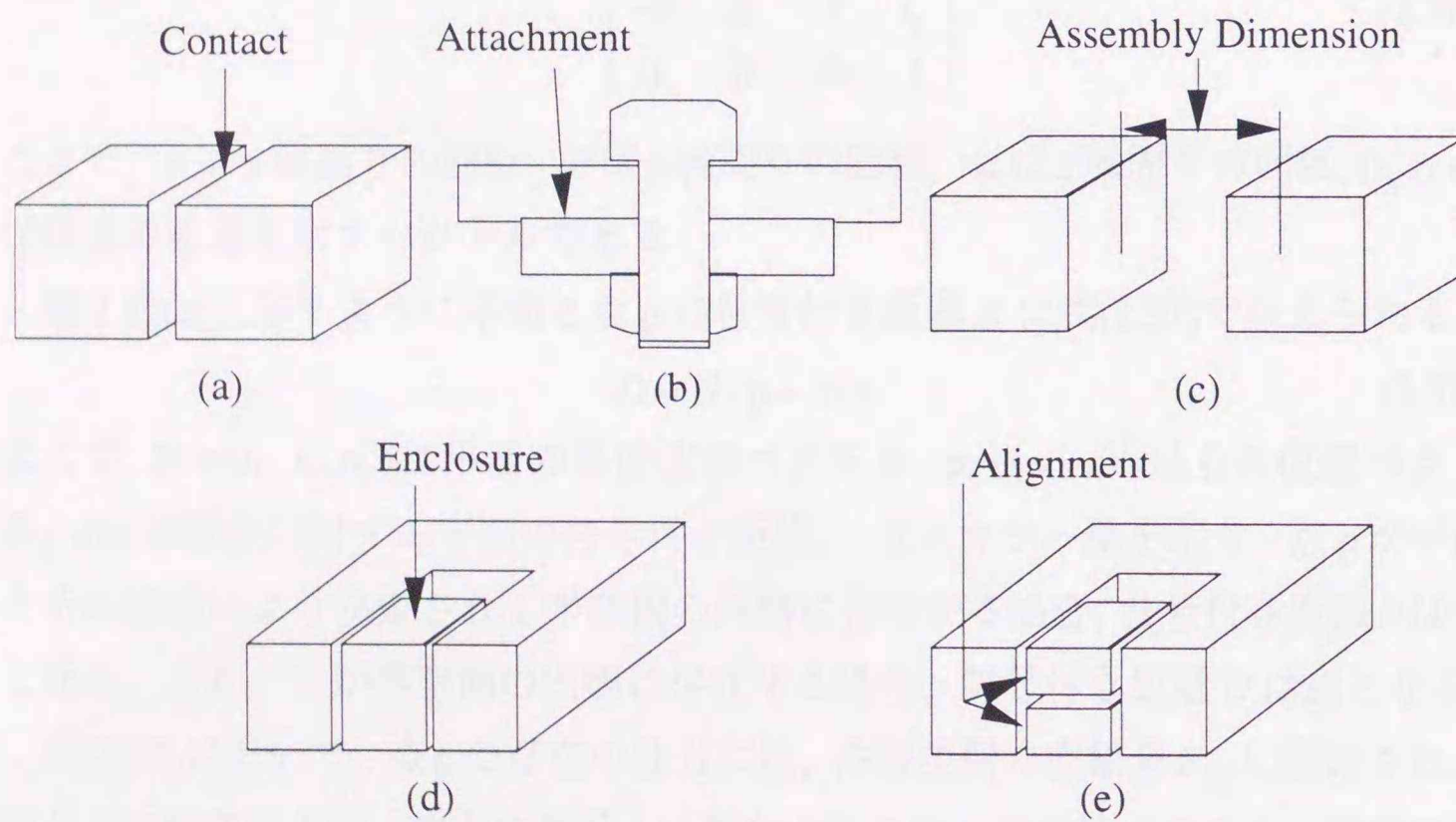


図 2.11 組立関係

・ 整列 (Alignment)

二つの部品は、第三の部品がその両方を囲むか、囲まれるとき、整列されている。図2.11(e)に示すように、コの字型の部品に対して、二つの直方体部品が整列される。

ここで、はじめの三つの関係を一次組立関係 (primary assembly relation)、残りを二次組立関係 (secondary assembly relation) と呼ぶ。

2.3.2 線形計画法による組立解析

指定された組立関係を満たす部品の位置と姿勢を求めるにあたり、彼らは、公称形状のみならず製造による誤差をも考慮した部品の位置と姿勢の導出法を提案している。はじめに、公称形状を用いて、前節までに紹介された手法等を用いて、部品の相対的な位置と姿勢を導出する。部品の位置と姿勢は、それらの方法と同様に、同次変換行列を用いて表現する。この際、製造における公称形状からの変形 (variation) は微小であると仮定できるので回転要素は線形化できる。よって、変換行列は式(2.36)となる。

$$T = \begin{pmatrix} 1 & -\psi & \theta & t_x \\ \psi & 1 & -\phi & t_y \\ -\theta & \phi & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

ここで、 ϕ は x 軸周りの回転、 θ は y 軸周りの回転、 ψ は z 軸周りの回転、 $(t_x \ t_y \ t_z)$ は部品の並進を示すベクトルである。

図2.12(a)に示すように平面と点 $\mathbf{p}$ の符号付き距離 D は式(2.37)で与えられる。

$$D = \mathbf{N} \cdot \mathbf{p} - dist \quad (2.37)$$

ここで、 $\mathbf{N} = (n_x \ n_y \ n_z)$ は平面の単位法線ベクトル、 $\mathbf{p} = (x \ y \ z)^T$ は点の位置ベクトル、 $dist$ は原点に対する平面の符号付き距離、 $\cdot$ はスカラー積を示す。点 $\mathbf{p}$ が平面とその法線により決定される半空間の外側に存在する場合、符号付き距離 D は正となる。また、点が半空間の内側に存在する場合、符号付き距離 D は負となる。

式(2.37)において、点 $\mathbf{p}$ の存在の仕方には、作業空間の座標系 F_W に固定された部品 B に存在するか、他方の部品 A に存在するかの二つの場合がある。前者の場合においては、図2.12(b)に示すように、 $\mathbf{p}$ が作業空間の座標系の原点に対する位置から、部品 A の持つ座標系の原点に対する位置に変換される。このとき、式

(2.37)は、式(2.38)のように表現される。

$$D = \mathbf{N} \cdot (T^{-1} \mathbf{p}) - dist \quad (2.38)$$

ここで、 $\phi \ll 1, \theta \ll 1, \psi \ll 1$ であるから、 T^{-1} は次式となる。

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \psi & -\theta & -t_x \\ -\psi & 1 & \phi & -t_y \\ \theta & -\phi & 1 & -t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

従って、式(2.38)は次式となる。

$$D = \phi(zn_y - yn_z) + \theta(xn_z - zn_x) + \psi(yn_x - xn_y) - t_x n_x - t_y n_y - t_z n_z + xn_x + yn_y + zn_z - dist \quad (2.40)$$

また、後者の場合においては、図2.12(c)に示すように、 $\mathbf{p}$ が部品Aの座標系の原点に対する位置から、作業空間の座標系の原点に対する位置に変換される。このとき、符号付き距離は式(2.41)により表現される。

$$\begin{aligned} D &= \mathbf{N} \cdot (T\mathbf{p}) - dist \\ &= \theta_x(n_z y - n_y z) + \theta_y(n_x z - n_z x) + \theta_z(n_y x - n_x y) \\ &\quad + t_x n_x + t_y n_y + t_z n_z + xn_x + yn_y + zn_z - dist \end{aligned} \quad (2.41)$$

彼らは、これらの符号付き距離を用いて二つの拘束（機能的拘束と目的拘束）

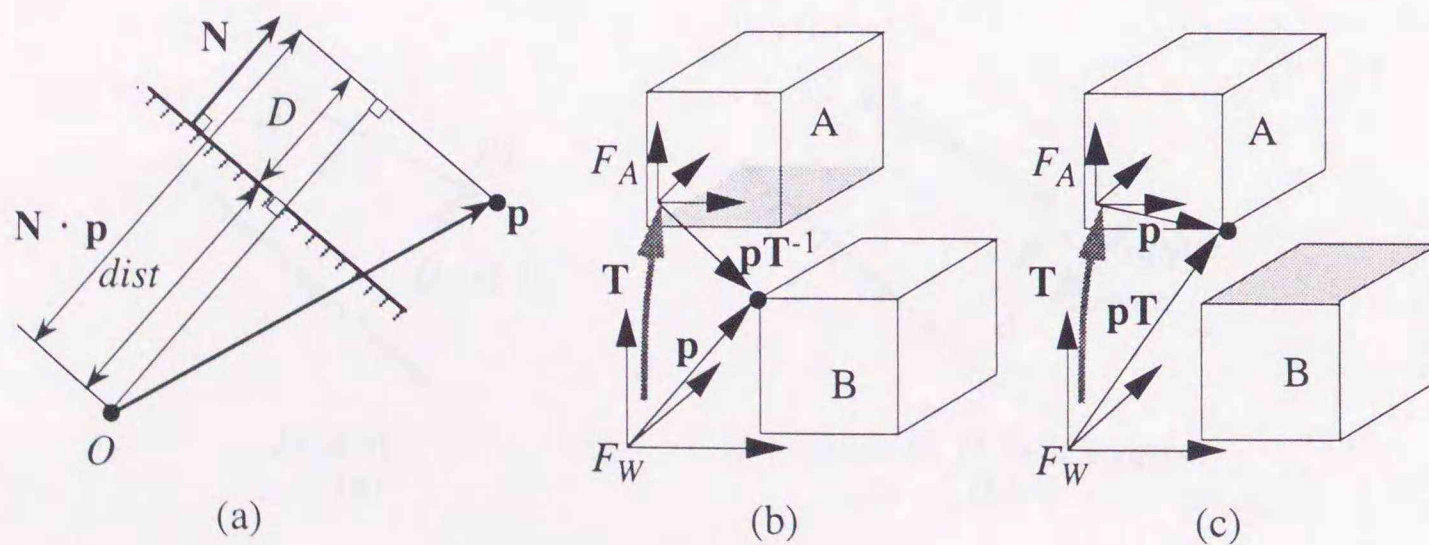


図 2.12 距離の定義

を定式化することにより，組立関係を表現する拘束を定義した．そのため，以下では，これら二つの拘束について説明する．

(1) 機能的拘束

機能的拘束 (functional constraint) とは，非干渉要求等を満足する拘束である．機能的拘束の例として，以下に二つの例を挙げる．

平面間の非干渉要求の機能的拘束は，上述した符号付き距離を用いて，式(2.42)で定義される．

$$D \geq 0 \quad (2.42)$$

この式は，図2.13(a)に示すように，一方の面上の全ての点が，もう一方の面から正の距離だけ離れていることを意味する．

また，部品の幾何要素が他方の面からある距離の範囲に存在するという要求の機能的拘束は，式(2.43)で定義される．

$$d + lower \leq D \leq d + upper \quad (2.43)$$

ここで， d は公称距離， $upper$ と $lower$ は公称からの許容偏差である．この式は，図2.13(b)に示すように，一方の面上の全ての点が，もう一方の面から式(2.43)で示される距離の範囲に存在することを意味する．

(2) 目的拘束

目的拘束 (objective constraint) とは，位置付け要求等を満足する拘束である．目的拘束の例として，以下に二つの例を挙げる．

平面間の接近の要求を表現する目的拘束は，一方の面と他方の面上の頂点との

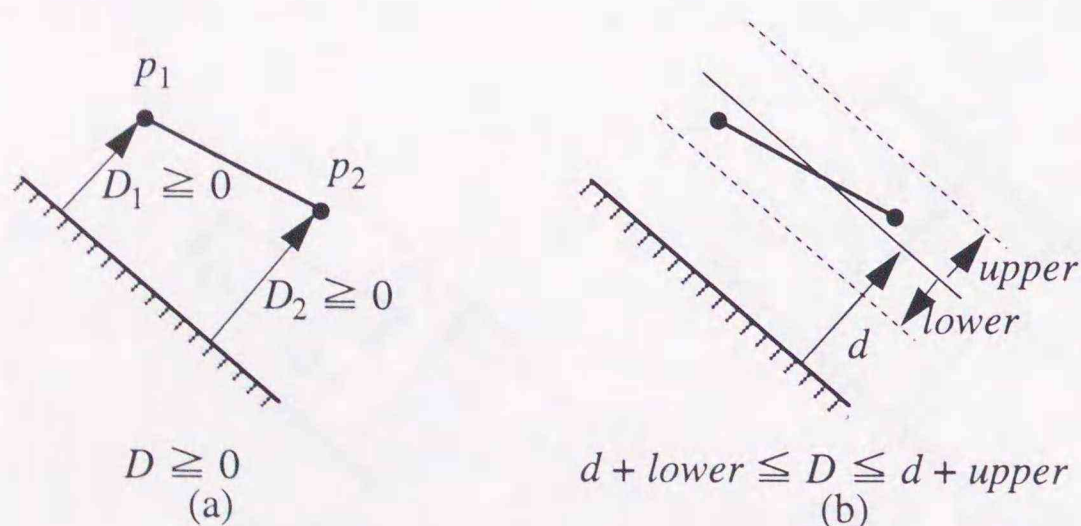


図 2.13 機能的拘束の定義

間の最大距離を最小化する拘束である。そのために、図2.14(a)に示すように新しい変数 Z を導入し、全ての点と面との距離が Z 以下になるように拘束する。この拘束は式(2.44)で表現される。

$$D_i \leq Z \quad (2.44)$$

また、二つの平面が距離 d により分離されるという要求を表現する目的拘束は、一方の面上の全ての点が、できる限り距離 d に近づく拘束である。つまり、 $|D-d|$ を最小にする拘束である。そのために、図2.14(b)に示すように $|D-d|$ が Z 以下になるように拘束する。この拘束は、式(2.45)で表現される。

$$(D_i - d) \leq Z, (d - D_i) \leq Z \quad (2.45)$$

彼らは、組立関係に相当する拘束を上述の機能的拘束と目的拘束を用いて表現した。つまり、これらの拘束を表現する式を線形計画法における問題の標準的な形に変形し、それを解くことにより組立関係を満たす部品の位置と姿勢を導出する。線形計画法の標準形は、次のように記述することができる。

max or min : 目的関数 $f(X)$

拘束 : $g_l(X) \leq 0$

拘束については、機能的拘束を表現する不等式を変換することにより求められる。また、目的関数は目的拘束から生成される。つまり、目的拘束における Z_i の最大値を最小にし、他の Z_i も最小にするために Z_i の和も同時に最小にするような目的関数を導出する。 Z_i の最大値を最小にするために、式(2.46)に示すように新しい変数 *masterZ* が導入され、新たに拘束が加えられる。

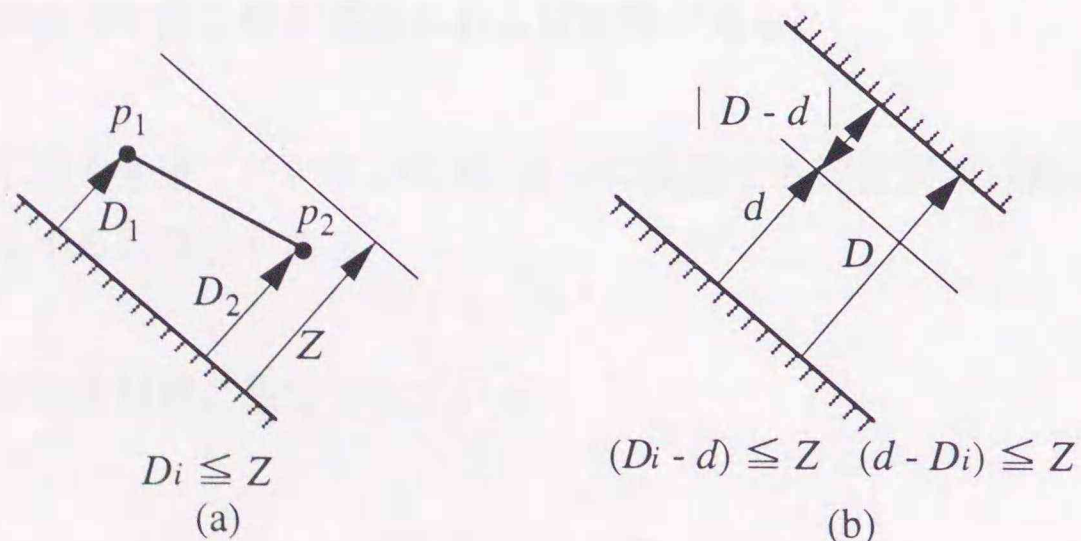


図 2.14 目的拘束の定義

$$Z_i \leq \text{master}Z \quad (2.46)$$

目的関数は式(2.47)を最小にするものである。

$$f(X) = N \cdot \text{master}Z + \sum_{i=1}^N Z_i \quad (2.47)$$

2.3.3 手法の分析と問題点

本節で紹介したTurner他の組立モデルは、形状誤差を含む形状を持つ部品に対する組立解析のためのデータ構造を提案しており、設計の初期段階で得られる部品形状と接触拘束のみから、組立品における部品の位置姿勢を導出することを可能としている。しかしながら、この手法は以下の問題を持っている。

- (1) 微小変位を仮定しているため、この手法だけでは、組立解析を行うことが困難である。
- (2) 線形計画法による解の導出では、最適な一つの解のみしか得られないため、部品間に自由度が存在する場合、すべての解を導出することが難しい。運動を解析することは困難である。
- (3) 使用している数値解法の性質上、初期解の選択に敏感であるため、設計者との対話を必要とする。
- (4) 無限の領域を持つ表面要素に対する接触拘束の表現であるため、実際には接触しない実現不可能な解が導出される可能性がある。
- (5) 部品間の干渉を考慮していないため、互いに接触する幾何要素以外の部分で干渉が発生する可能性がある。
- (6) 接触拘束が低次対偶に限定されている。

2.4 機構の動力学解析と機構モデリング

本節では、より一般的な意味での機構解析（動力学解析）[2-3], [2-8], [2-19]-[2-22]について説明する。

2.4.1 動力学解析のための機構モデリング

機構モデルは、機構を構成する部品の力学的な関係を表現する運動方程式[式(2.48)]と、機構の構造等から導出される拘束を表現する拘束方程式[式(2.49)]とから構成される。

$$M(\mathbf{q}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{f}, t) = 0 \quad (2.48)$$

$$\Phi(\mathbf{q}, \mathbf{f}, t) = 0 \quad (2.49)$$

ここで、 $\mathbf{q}$ は一般化座標と呼ばれ、並進及び回転の変数から構成され、 $\mathbf{u}$ は $\mathbf{q}$ の導関数（速度、角速度）から構成される。また、 $\mathbf{f}$ は拘束力及び作用力、 t は時刻を示している。これらを同時に解くことにより、機構に作用する力と運動が求められる。

機構モデルの定義において、設計者は以下の項目を指定し、それらから運動方程式及び拘束方程式が導出される。

- ・ パート

機構を構成する剛体部品の幾何形状、質量、重心、慣性モーメント等を指定する。

- ・ ジョイント

二つの部品の接続方法を指定して、その相對運動を拘束する。

- ・ マーカー

部品に固定された点または座標軸で、ジョイントの位置や作用点を示すと共に、機構全体におけるパートの位置及び姿勢を指定するために用いられる。

- ・ フォース

パート上のマーカー間に外力を指定するもの。

- ・ モーション

パート上のマーカー間に強制的な相對運動を引き起こす要素。

- ・ システム

機構の環境を示すもの。重力加速度及び単位等を指定する。

2.4.2 機構解析の種類

一般に機構解析システムでは、指定された拘束に従って、機構モデルの自由度を計算して整合性をチェックする必要がある、その結果により解析の種類が特定される。そのため、機構解析の種類について述べる前に、機構の自由度について説明する。

モデル内のすべてのパート（作業空間に固定されたパートを除く）は、ジョイントとモーションが指定されるまでは自由度6（並進移動3，回転移動3）を持っている。ジョイントのタイプによって、パート相互間の運動に異なった拘束が発生する。例えば回転ジョイントでは、並進移動の自由度3と回転移動の自由度2が拘束される。またモーションが指定されたジョイントでは、更に自由度1が拘束される。表2.1に、代表的なジョイントとモーションにより拘束される自由度を示す。

機構モデルと内部ループの自由度 DOF は次式により表現される。

$$DOF = 6 * pn - cn \quad (2.50)$$

ここで、 pn はパートの数（固定パートは除く）、 cn は拘束される自由度の数を示している。自由度が負のモデルは、拘束が過多となって、一般に、解析は不可能である。

このように機構モデルの整合性がチェックされた上で、その機構解析は、機構の自由度及び解析の目的により、一般に、以下のタイプに分類される。

- ・キネマティック解析 (kinematic analysis)

ジョイントとモーションにより拘束された自由度0の全ての機構に適用できる。各パートの運動は、モーションの拘束におり一意に決定されてしまうことから、上述した運動方程式を解く必要がない。拘束を表す代数方程式を解くことで、各パートの変位、速度、加速度及びジョイントの抗力が求められる。2.1で示した手法は、これに相当する。

- ・静的平衡解析 (static equilibrium analysis)

自由度1以上の機構に適用される。与えられたフォースと重力のもとで機構の各パートの速度と加速度が0になるような平衡状態を決定する。機構が静的状態を持たない場合、解は求められない。機構に複数の安定、不安定及び中立の平衡点がある場合、初期値に最も近い平衡点に収束する。2.3で示した手法は、これに相当する。

・準静的平衡解析 (quasi-static equilibrium analysis)

各パートの速度と加速度が無視できるような機構に適用される。準静的過程とは、速度0で機構全体を動かしながらその平衡位置を調べるものである。それは、静的平衡解析を時刻を変化させながら継続的に実行するのと等価である。

・過渡解析 (transient analysis), 動力学解析 (dynamic analysis)

自由度1以上の機構に適用される。幾何学的な拘束を表す代数方程式と運動の微分方程式を同時に解いて、各パートの位置、速度、加速度及びパート間の抗力を時間の関数として求める。

表 2.1 代表的なジョイントと拘束される自由度

ジョイントの種類		拘束される自由度		
		並進	回転	全体
並進		2	3	5
回転		3	2	5
円筒		2	2	4
ユニバーサル		3	1	4
球面		3	0	3
ラック & ピニオン		0.5	0.5	1
スクリュー		0.5	0.5	1
モーション	並進	1	0	1
	回転	0	1	0

2.4.3 手法の分析と問題点

本節では、一般的な意味での機構解析に関する手法を紹介した。しかしながら、これらの手法は、以下の問題を持っている。

- (1) キネマティック解析と組立解析以外の手法は、詳細な情報を入力する必要がある、設計の初期段階には向かない。
- (2) キネマティック解析と組立解析に関しては、それらを完全に区別して取り扱っている。そのため、正確に設計された組立品の解析には有効なものの、設計のミス等による設計者の予期しない結果を提示することは困難である。すなわち、正確な設計では部品間に自由度の存在しない組立品であっても、設計ミスにより自由度が存在する場合がある。一方、機構であっても、同様に各部品が固定される場合がある。また、運動が伝達される部品以外に自由度が存在しても、それは解析の対象外となる。そのような場合、解析を行う前の段階で解析不可能と判断される。

2.5 モータ代数に基づく機構解析と機構モデリング

城他は、モータ代数（スクリュ理論）とグラフ理論によるリンク機構の運動の簡潔な記述と、簡明な運動解析システムを提案した[2-8], [2-23]-[2-28].

2.5.1 モータ代数

二つの3次元ベクトル $\mathbf{m}$, $\mathbf{m}_o$ を、次式に示すように、微数単位 ε で結んだベクトル M をデュアルベクトルと呼ぶ.

$$M = \mathbf{m} + \varepsilon \mathbf{m}_o \quad (2.51)$$

ここで、 $\mathbf{m}$ をベクトル部と呼び $v(M)$ と表し、 $\mathbf{m}_o$ をデュアル部と呼び、 $d(M)$ で表す. デュアルベクトルで $\mathbf{m}$ が基準点によらず一定で、 $\mathbf{m}_o$ が基準点 O が P に変化するとき、次式のように変化するものをモータと呼ぶ.

$$\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_o - \mathbf{p} \times \mathbf{m} \quad (2.52)$$

ここで、 $\mathbf{p}$ は P の基準点 O に対する位置ベクトルを示している.

例えば、図2.15に示すような、直線を考える. 直線上の点の位置ベクトルを $\mathbf{r}$ と記述すると、この直線はベクトル $\mathbf{m}$, $\mathbf{m}_o$ を用いて、次式により表現できる.

$$\mathbf{r} \times \mathbf{m} = \mathbf{m}_o \quad (2.53)$$

このとき、 $\mathbf{m}_o$ を $\mathbf{m}$ の基準点 O に対するモーメントと呼び、基準点が P に移動すると、式(2.52)となる. すなわち、これらのベクトルからなるデュアルベクトルは、次式の条件を満たすモータであり、ラインベクトルと呼ばれる.

$$\mathbf{m} \neq 0, \mathbf{m} \cdot \mathbf{m}_o = 0 \quad (2.54)$$

ラインベクトルのうち次式を満たすものを単ラインベクトルと呼ぶ.

$$A = \mathbf{a} + \varepsilon \mathbf{a}_o, \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = 1, \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}_o = 0 \quad (2.55)$$

また、二つのスカラー λ , λ' を微数単位で結合した形式 $\lambda + \varepsilon \lambda'$ をデュアル数と呼び、モータは、デュアル数と単位ラインベクトルとの積により表現することができる.

$$\begin{aligned} M &= (\lambda + \varepsilon \lambda')(\mathbf{a} + \varepsilon \mathbf{a}_o) \\ &= \lambda \mathbf{a} + \varepsilon(\lambda \mathbf{a}_o + \lambda' \mathbf{a}) \\ &= \mathbf{m} + \varepsilon \mathbf{m}_o \end{aligned} \quad (2.56)$$

このとき、基準点を O から P に移すと、 $\mathbf{m}_o$ は次式に示すような $\mathbf{m}_p$ となり、 M がモータであることがわかる.

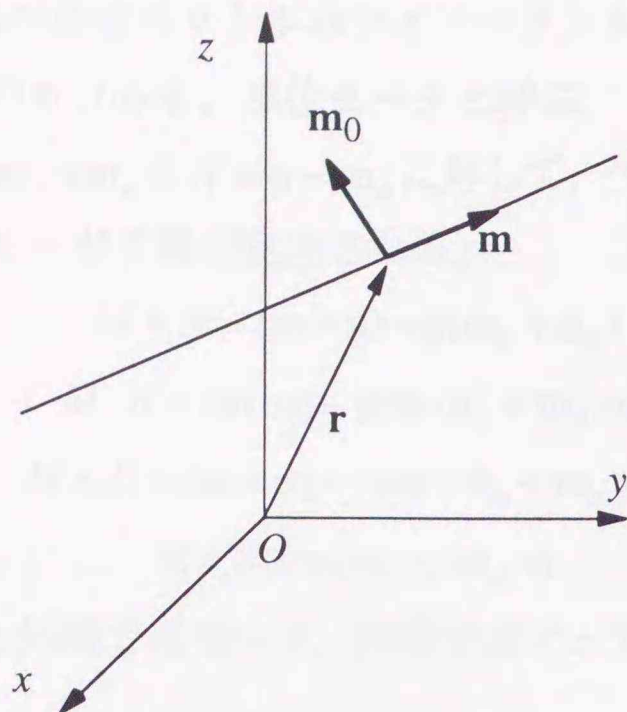


図 2.15 $\mathbf{m}$ と $\mathbf{m}_0$ により決定される直線

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}_p &= \lambda \mathbf{a}_p + \lambda' \mathbf{a} \\
 &= \lambda (\mathbf{a}_o - \mathbf{p} \times \mathbf{a}) + \lambda' \mathbf{a} \\
 &= (\lambda \mathbf{a}_o + \lambda' \mathbf{a}) - \mathbf{p} \times \lambda \mathbf{a} \\
 &= \mathbf{m}_o - \mathbf{p} \times \mathbf{m}
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

モータに関して、次の用語が定義される。

(1) ピッチ

$$\mu = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{m}_o}{\mathbf{m} \cdot \mathbf{m}} \tag{2.58}$$

(2) デュアル長

$$\lambda + \varepsilon \lambda' = |\mathbf{m}|(1 + \varepsilon \mu) \tag{2.59}$$

(3) 軸 (ラインベクトル A)

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{m}_o}{\mathbf{m} \cdot \mathbf{m}} \tag{2.60}$$

(4) 特殊なモータ

$$\text{スクリュ} \quad \mathbf{m} \neq 0, \mathbf{m} \cdot \mathbf{m}_o \neq 0 \tag{2.61}$$

$$\text{ラインベクトル} \quad \mathbf{m} \neq 0, \mathbf{m} \cdot \mathbf{m}_o = 0 \tag{2.62}$$

$$\text{カプル} \quad \mathbf{m} = 0, \mathbf{m}_o \neq 0 \tag{2.63}$$

$$\text{ゼロ} \quad \mathbf{m} = 0, \mathbf{m}_o = 0 \tag{2.64}$$

(ラインベクトルはピッチが0, カプルはピッチが無限大)

ここで、ベクトル部が単位ベクトルのラインベクトルとスクリュウ及びデュアル部が単位ベクトルのカプルを、単位モータと呼ぶ。

二つのモータ $M = \mathbf{m} + \varepsilon \mathbf{m}_o$ と $N = \mathbf{n} + \varepsilon \mathbf{n}_o$ に対して、ベクトル演算の拡張である加算、内積、外積、ミーゼス積が定義される。

$$M + N = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) + \varepsilon(\mathbf{m}_o + \mathbf{n}_o) \quad (2.65)$$

$$M \cdot N = (\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) + \varepsilon(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}_o + \mathbf{m}_o \cdot \mathbf{n}) \quad (2.66)$$

$$M \times N = (\mathbf{m} \times \mathbf{n}) + \varepsilon(\mathbf{m} \times \mathbf{n}_o + \mathbf{m}_o \times \mathbf{n}) \quad (2.67)$$

$$M \circ N = \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}_o + \mathbf{m}_o \cdot \mathbf{n} \quad (2.68)$$

演算結果は、加算と外積ではモータ、内積ではデュアル数、ミーゼス積ではスカラとなる。

2.5.2 機構解析に用いられるモータ

以下に、機構解析に用いられるモータについて述べる。

(1) 速度モータ

剛体が各速度 ω で回転し、その上の点 P が並進速度 $\mathbf{v}_p$ であり、基準点の並進速度が $\mathbf{v}_o$ であるとき、この剛体は速度モータ W_o を持ち、次式で表現される。

$$\begin{aligned} W_o &= \omega + \varepsilon \mathbf{v}_o \\ &= \omega + \varepsilon(\mathbf{v}_p + \mathbf{p} \times \omega) \end{aligned} \quad (2.69)$$

剛体上の点 P の並進速度 $\mathbf{v}_p$ は、次式となる。

$$\omega = v(W_o) \quad (2.70)$$

$$\mathbf{v}_p = d(W_o) - \mathbf{p} \times v(W_o) \quad (2.71)$$

ここで、単位速度モータは、回転及び並進の軸を定めるものであり、軸モータとも呼ばれる。

(2) 力・モーメントモータ

剛体上の点 P に力 $\mathbf{f}$ が働き、モーメント $\mathbf{m}_p$ が働いているとすると、この力・モーメントモータ F_o は、次式で表現される。

$$\begin{aligned} F_o &= \mathbf{f} + \varepsilon \mathbf{m}_o \\ &= \mathbf{f} + \varepsilon(\mathbf{m}_p + \mathbf{p} \times \mathbf{f}) \end{aligned} \quad (2.72)$$

(3) 加速度モータ

剛体の速度モータを W_o とすると加速度モータ A_o は、次式で表現される。

$$\begin{aligned}
 A_o &= \frac{dW_o}{dt} \\
 &= \frac{d\omega}{dt} + \varepsilon \left(\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} + \frac{d\mathbf{p}}{dt} \times \omega + \mathbf{p} \times \frac{d\omega}{dt} \right) \\
 &= \frac{d\omega}{dt} + \varepsilon \left(\frac{d\mathbf{v}_p}{dt} + \mathbf{v}_p \times \omega + \mathbf{p} \times \frac{d\omega}{dt} \right) \\
 &= \mathbf{a} + \varepsilon \mathbf{a}_o
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

従って、剛体の加速度モータ A_o が与えられたとき、剛体の各加速度 $\dot{\omega}$ と並進加速度 $\dot{\mathbf{v}}_p$ は、次式となる。

$$\dot{\omega} = v(A_o) \tag{2.74}$$

$$\dot{\mathbf{v}}_p = d(A_o) - \mathbf{v}_p \times v(W_o) - \mathbf{p} \times v(A_o) \tag{2.75}$$

剛体 A が速度モータ W_o^A 、加速度モータ A_o^A で運動しており、 B が A に対して速度モータ W_o^{AB} 、加速度モータ A_o^{AB} で運動しているとき、 B の速度モータ W_o^B と加速度モータ A_o^B は、次式となる。

$$W_o^B = W_o^A + W_o^{AB} \tag{2.76}$$

$$A_o^B = A_o^A + A_o^{AB} + W_o^A \times W_o^{AB} \tag{2.77}$$

(4) 座標変換行列

関節 $i+1$ の座標系の関節 i の座標系に対する回転座標変換行列 R_i と次に示す行列 P とを、次式に示すように、微数単位 ε で結んだ行列 A_i をデュアル座標変換行列と呼ぶ。

$$\begin{aligned}
 A_i &= R_i + \varepsilon P_i R_i = R_i + \varepsilon R_i^d, \\
 P_i &= \begin{pmatrix} 0 & -p_{zi} & p_{yi} \\ p_{zi} & 0 & -p_{xi} \\ -p_{yi} & p_{xi} & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.78}$$

ここで、 (p_{xi}, p_{yi}, p_{zi}) は、関節 i の座標系の原点に対する関節 $i+1$ の座標系の原点の位置を示している。

2.5.3 モータ代数に基づく機構解析

以下では、モータを用いた、逆変換問題、速度解析、加速度解析、トルク解析について説明する。

(1) 逆変換問題

エンドエフェクタのデュアル座標変換行列 A_E は、次式により求めることができる。

$$A_E = R_E + \varepsilon P_E R_E = A_1 \cdots A_n,$$

$$P_E = \begin{pmatrix} 0 & -p_{zE} & p_{yE} \\ p_{zE} & 0 & -p_{xE} \\ -p_{yE} & p_{xE} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

ここで、 R_E はエンドエフェクタの姿勢、 (p_{Ex}, p_{Ey}, p_{Ez}) はエンドエフェクタの位置を示している。

式(2.79)を展開し、まとめると、次式が導出される。

$$R_E = R_1 \cdots R_n \quad (2.80)$$

$$R_1^T (P_E R_1 - R_1^d) = R_2^d R_2^T + R_2 R_3^d R_3^T R_2^T + (R_2 R_3) R_4^d R_4^T (R_2 R_3)^T + \cdots + (R_2 R_3 \cdots R_{n-1}) R_n^d R_n^T (R_2 R_3 \cdots R_{n-1}) \quad (2.81)$$

例えば、図2.16に示すような2自由度スカラ型ロボットの場合、各 A_i は次式となる。

$$A_1 = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & 0 & ls_1 \\ 0 & 0 & -lc_1 \\ 0 & l & 0 \end{pmatrix} \quad (2.82)$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} c_2 & -s_2 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & 0 & ls_2 \\ 0 & 0 & -lc_2 \\ 0 & l & 0 \end{pmatrix} \quad (2.83)$$

ここで、 $s_i = \sin \theta_i$, $c_i = \cos \theta_i$ ($i = 1$ or 2) とする。

エンドエフェクタの z 軸方向の変位は0であることがわかっているので P_E は次式となる。

$$P_E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & p_{Ey} \\ 0 & 0 & -p_{Ex} \\ -p_{Ey} & p_{Ex} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.84)$$

従って、式(2.81)の左辺及び右辺は、それぞれ、式(2.85)及び式(2.86)となる。

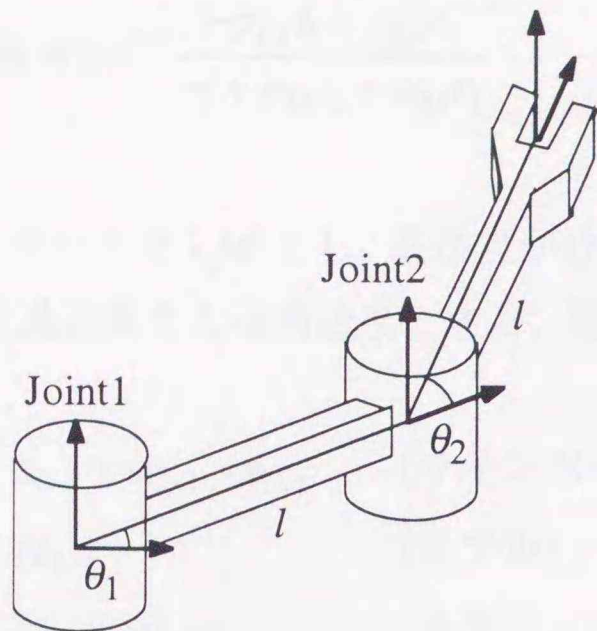


図 2.16 2自由度スカラ型ロボット

$$R_1^T (P_E R_1 - R_1^d) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -p_{Ex}s_1 + p_{Ey}c_1 \\ 0 & 0 & l - p_{Ey}s_1 - p_{Ex}c_1 \\ p_{Ex}s_1 - p_{Ey}c_1 & -l + p_{Ey}s_1 + p_{Ex}c_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.85)$$

$$R_2^d R_2^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ls_2 \\ 0 & 0 & -lc_2 \\ -ls_2 & lc_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.86)$$

これらの式より，次の方程式が導出される．

$$\begin{cases} ls_2 = -p_{Ex}s_1 + p_{Ey}c_1 \\ lc_2 = -l + p_{Ey}s_1 + p_{Ex}c_1 \end{cases} \quad (2.87)$$

これを解くと次式となる．

$$\begin{aligned} \sin(\theta_1 + \phi) &= \frac{\sqrt{p_{Ey}^2 + p_{Ex}^2}}{2l} = \alpha, \\ \cos(\theta_1 + \phi) &= \pm \sqrt{1 - \alpha^2}, \\ \tan \phi &= \frac{p_{Ex}}{p_{Ey}}, \end{aligned} \quad (2.88)$$

従って， θ_1 と θ_2 は次式のように導出される．

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \tan^{-1}\left(\pm\alpha / \sqrt{1-\alpha^2}\right) - \tan^{-1} \frac{P_{Ex}}{P_{Ey}}, \\ \theta_2 &= \tan^{-1} \frac{-P_{Ex}s_1 + P_{Ey}c_1}{-l + P_{Ey}s_1 + P_{Ex}c_1}\end{aligned}\quad (2.89)$$

(2) 速度解析

関節 i での速度を表すモータを $\lambda_i M^i$ とし、基準点が O の時は $\lambda_i M_o^i$ と記述する。ここで、 λ_i は関節での並進速度または角速度とする。関節の種類に対する、モータ M_o^i は次のようになる。

$$\text{回転: } \mathbf{z}_{i-1} + \varepsilon \mathbf{r}_{i-1} \times \mathbf{z}_{i-1} \quad (\text{ラインベクトル}) \quad (2.90)$$

$$\text{並進: } \varepsilon \mathbf{z}_{i-1} \quad (\text{カプル}) \quad (2.91)$$

$$\text{螺旋: } \mathbf{z}_{i-1} + \varepsilon v_{i-1} \mathbf{z}_{i-1} \quad (\text{スクリュ}) \quad (2.92)$$

$$\text{固定: } \mathbf{0} \quad (\text{ゼロ}) \quad (2.93)$$

ここで、 $\mathbf{z}_{i-1}$ は関節 i の軸方向の単位ベクトル、 $\mathbf{r}_{i-1}$ は関節軸上の点の位置ベクトル、 v_{i-1} は関節 i における回転の1 [rad]あたりの並進量を示している。はじめの三つは軸モータとも呼ばれる。

リンク i の速度モータ W_o^i は、次式に示すように、関節1から i までの速度モータの1次結合で表現できる。

$$W_o^i = \lambda_1 M_o^1 + \lambda_2 M_o^2 + \cdots + \lambda_i M_o^i = W_o^{i-1} + \lambda_i M_o^i \quad (2.94)$$

従って、リンク i の任意の点 P の角速度及び並進速度ベクトルは、それぞれ、式(2.95)及び式(2.96)となる。

$$\omega^i = v(W_o^i) \quad (2.95)$$

$$\mathbf{v}_p^i = d(W_o^i) - \mathbf{p} \times v(W_o^i) \quad (2.96)$$

(3) 加速度解析

加速度モータの定義において使用されるモータの微分について説明する。

座標系 Σ_o に対して速度モータ V で表現される運動をしている座標系 Σ' 上で定義されているモータ M を考える。この場合、 M の時間微分は、次式となることが知られている。

$$\frac{dM}{dt} = V \times M + \frac{d' M}{dt} \quad (2.97)$$

ここで、 d'/dt は Σ' に対する M の微分を示している。

加速度モータは，式(2.94)を時間微分することにより求められる．

$$A_o^i = \frac{dW_o^i}{dt} = \frac{dW_o^{i-1}}{dt} + \frac{d\lambda_i M_o^i}{dt} \quad (2.98)$$

一方，式(2.97)における M 及び V は次式となる．

$$V = W_o^{i-1}, \quad M = \lambda_i M_o^i \quad (2.99)$$

この式を，式(2.98)に代入してまとめると次式となる．

$$\begin{aligned} A_o^i &= \frac{dW_o^{i-1}}{dt} + W_o^{i-1} \times \lambda_i M_o^i + \frac{d\lambda_i M_o^i}{dt} \\ &= A_o^{i-1} + W_o^{i-1} \times \lambda_i M_o^i + \dot{\lambda}_i M_o^i \end{aligned} \quad (2.100)$$

従って，リンク i の角速度 ω^i ，角加速度 $\dot{\omega}^i$ ，リンク i 上の点 P の並進速度 $\mathbf{v}_p^i$ ，並進加速度 $\dot{\mathbf{v}}_p^i$ は，次式となる．

$$\begin{aligned} \omega^i &= v(W_o^i) \\ \dot{\omega}^i &= v(A_o^i) \\ \mathbf{v}_p^i &= d(W_o^i) - \mathbf{p} \times \omega^i \\ \dot{\mathbf{v}}_p^i &= d(A_o^i) - \mathbf{p} \times \dot{\omega}^i - \mathbf{v}_p^i \times \omega^i \end{aligned} \quad (2.101)$$

(4) トルク解析

リンク i の質量を m^i ，ベース座標系で表されたリンク i の重心まわりの慣性行列を $\mathbf{J}_o^i$ とすると，リンク i の重心に働く力とモーメントのモータ F_o^i は次式となる．

$$F_o^i = m^i \dot{\mathbf{v}}_p^i + \varepsilon(\mathbf{J}_o^i \dot{\omega}^i + \omega^i \times \mathbf{J}_o^i \omega^i + \mathbf{p}_i \times m^i \dot{\mathbf{v}}_p^i) \quad (2.102)$$

一方，重力及び外力による力 $\mathbf{f}_i$ とモーメント $\mathbf{m}_i$ が働く場合，リンク i に働く合力モータは次式となる．

$$G_o^i = F_o^i + \mathbf{f}_i + \varepsilon(\mathbf{m}_i + \mathbf{p}_i \times \mathbf{f}_i) \quad (2.103)$$

関節 i に働くトルクは次式で求められる．

$$\tau_i = M_o^i \circ \left(\sum_{j=i}^n G_o^j \right) \quad (2.104)$$

(5) 閉ループの場合の速度，加速度，トルク解析

速度解析については，式(2.94)より，次式を満たす未知数を求める問題となる．

$$W_o^i = \lambda_1 M_o^1 + \lambda_2 M_o^2 + \cdots + \lambda_i M_o^i = 0 \quad (2.105)$$

加速度解析については，この式を微分することにより，式(2.100)から，次式となる．

$$\dot{\lambda}_1 M_o^1 + \dot{\lambda}_2 M_o^2 + \cdots + \dot{\lambda}_i M_o^i + \sum_{k=2}^i \sum_{j=1}^{k-1} (\dot{\lambda}_j M_o^j) \lambda_k M_o^k = 0 \quad (2.106)$$

トルク解析については，はじめにリンク i での力の釣り合いを考える．リンク $i-1$ からリンク i に働く力及びモーメントを H_o^i ，リンク i に働く加速度による動的な力を G_o^i ，リンク $i+1$ からリンク i に働く力及びモーメントを H_o^{i+1} とすると，次式が成り立つ．

$$H_o^i = G_o^i + H_o^{i+1} \quad (2.107)$$

ここで，アクチュエータにより駆動されない関節は，関節軸方向にはモーメントが働かないため，次式が成り立つ．

$$H_o^i \circ M_o^i = 0 \quad (2.108)$$

これらの式を連立して解いて，最終的に関節 i に働くトルク τ_i は，次式となる．

$$\tau_i = H_o^i \circ M_o^i \quad (2.109)$$

2.5.4 手法の分析と問題点

本節で紹介した城他のモータ代数を用いた機構モデルは，リンク機構の運動の簡潔な記述と，簡明な運動解析システムを実現している．しかしながら，この手法には，以下の問題が存在する．

- (1) 組立品における部品の運動を解析するために入力運動及び物理条件等を詳細に記述する必要がある，設計の初期段階で組立品の運動を解析することが困難である．
- (2) 接触拘束表現に接触を表現するために必要な変数の範囲，部品間の干渉等が十分に考慮されていないため，非接触や干渉等により実現不可能な解が導出

される可能性が存在している。

- (3) 新たに対偶を定義する場合，その表現が複雑になる。



2.6 配位空間を用いた機構解析と機構モデリング

Joskowics他及びその他の研究者は、定量的な情報をもとに機構の定性モデルを定め、それに基づき定性的に機構の運動を推論する方法を提案した [2-29]-[2-41]。彼等は、配位空間 (configuration space) を用いて、ある一定の性質を持つ領域を節とするダイアグラム (領域ダイアグラム) により、機構のオペレーティングモードを表現し、その状態の遷移により、定性的に機構運動を表現しようとした。機構の運動を表現する領域ダイアグラムを導出する手順を次に示す; (1) 機構を部分組立品に分解する (モデリング), (2) 部分組立品のキネマティクス, すなわち、領域ダイアグラムを生成する (部分組立品解析), (3) それらを合成して機構の領域ダイアグラムを導出する (合成)。

2.6.1 配位空間

配位空間 (configuration space) については、後の章で詳細に紹介するので、ここでは簡単に説明する。ある部品の配位 (configuration) は、全体座標系に対する部品の座標系の位置と姿勢により表現する。二次元空間における部品の配位空間は、位置を表現する二つの座標と姿勢を表現する一つの座標により構成される三次元空間である。同様に、三次元空間における部品の場合には、位置姿勢ともに三次元の計六次元空間となる。部品の配位空間の直積空間は、機構の配位空間と

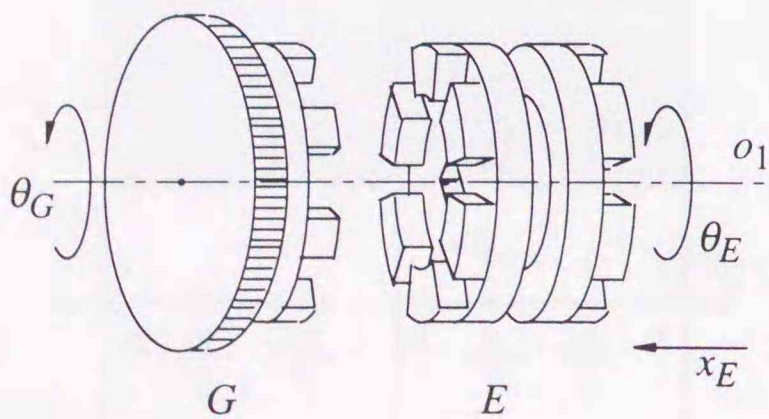


図 2.17 クラッチと歯車の部分組立品

なる．例えば，図2.17に示すクラッチ E と歯車 G の例を考える．クラッチ E は，軸 o_1 に対して回転及び並進し（それぞれ，座標値 θ_E, x_E ），歯車 G は，軸 o_1 に対して回転する（座標値 θ_G ）．図2.18は，この部分組立品の配位空間を2D空間に射影した空間 $(\theta_E - \theta_G, x_E)$ を示している．但し，全体座標系は歯車の座標系と一致し，その z 軸を回転軸に一致するように，また，クラッチの座標系は， z 軸を回転軸に一致するようにとってある．陰のついた領域は，干渉領域（blocked space）を示している．この干渉領域の上部の境界は，歯車の左側の面と，クラッチの右側の面が接触する領域を示している．下部の境界は，クラッチの左側の歯の上部と歯車の歯の上部が接触する配位からなる．ここで，境界領域 $r_1, \dots, r_6$ は，クラッチの歯と歯車の歯が互いに噛み合う領域である．領域 r_0 と r_7 は，クラッチと歯車が，干渉しない領域（free space）を示している．初期配位 $\mathbf{q}_{init}$ が r_0 に存在すると仮定すると，運動可能領域は， r_1 から r_6 となる．

2.6.2 部分組立品の領域ダイアグラム

配位空間における非干渉領域を，幾つかの領域に分割することにより，機構のキネマティクスを記述する．その分割は，領域ダイアグラムにより表現する．領域ダイアグラムの節点は，配位空間における領域，枝は，領域の隣接関係を示している．それぞれの領域は，オペレーティングモードに対応する．機構の運動は，領域ダイアグラムにおける一つの経路として表現される．すなわち，経路におけ

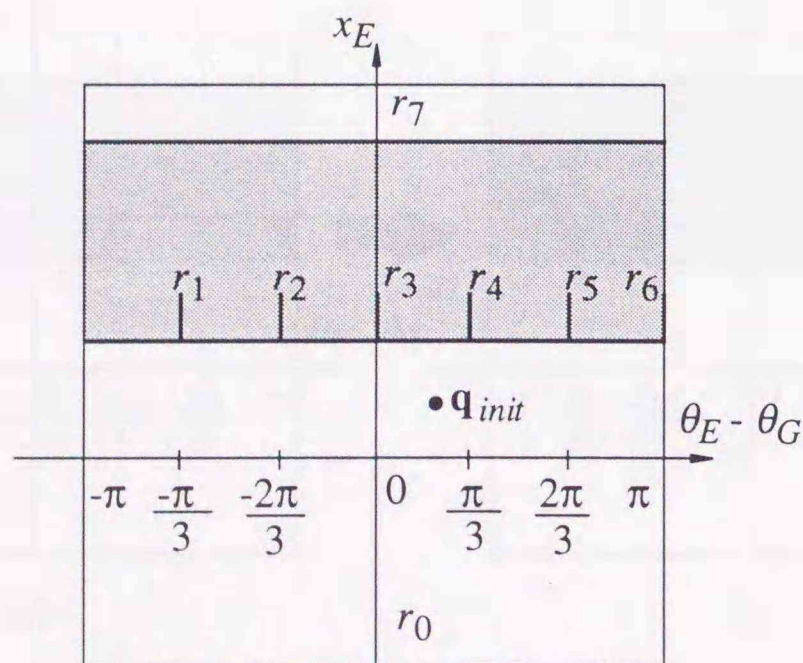


図2.18 クラッチと歯車の配位空間

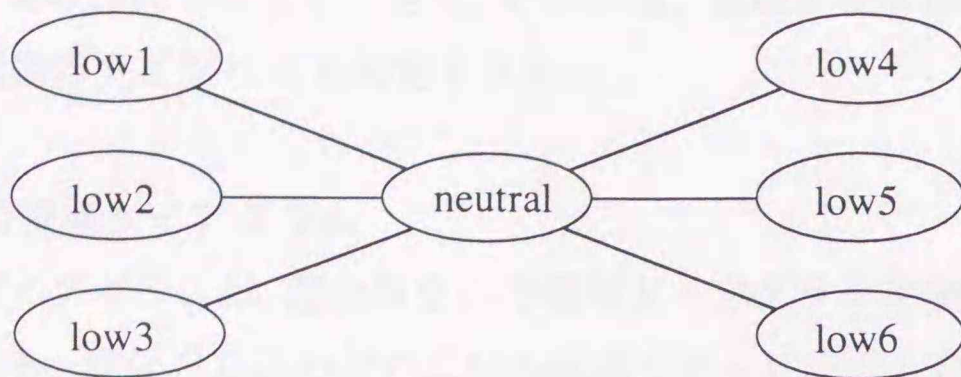


図 2.19 領域ダイアグラム

る節点は運動の一樣な領域，枝はオペレーティングモードの遷移を表現する．例えば，歯車とクラッチの例における領域ダイアグラムは，図2.18の配位空間から，図2.19のように表現できる．ここで，図2.19における neutral は，図2.18の領域 r_0 ，low i は領域 r_i を示している．

部分組立品の配位空間から領域ダイアグラムを得る手順を以下に示す．(1) 図2.20(a)に示すように，配位空間から領域の境界を形成する接触曲線 (contact curve) を導出する，(2) 図2.20(b)に示すように，接触曲線から実現可能なセグメントを導出する．(1)に関しては，干渉領域は不等式または等式の集合により表現さ

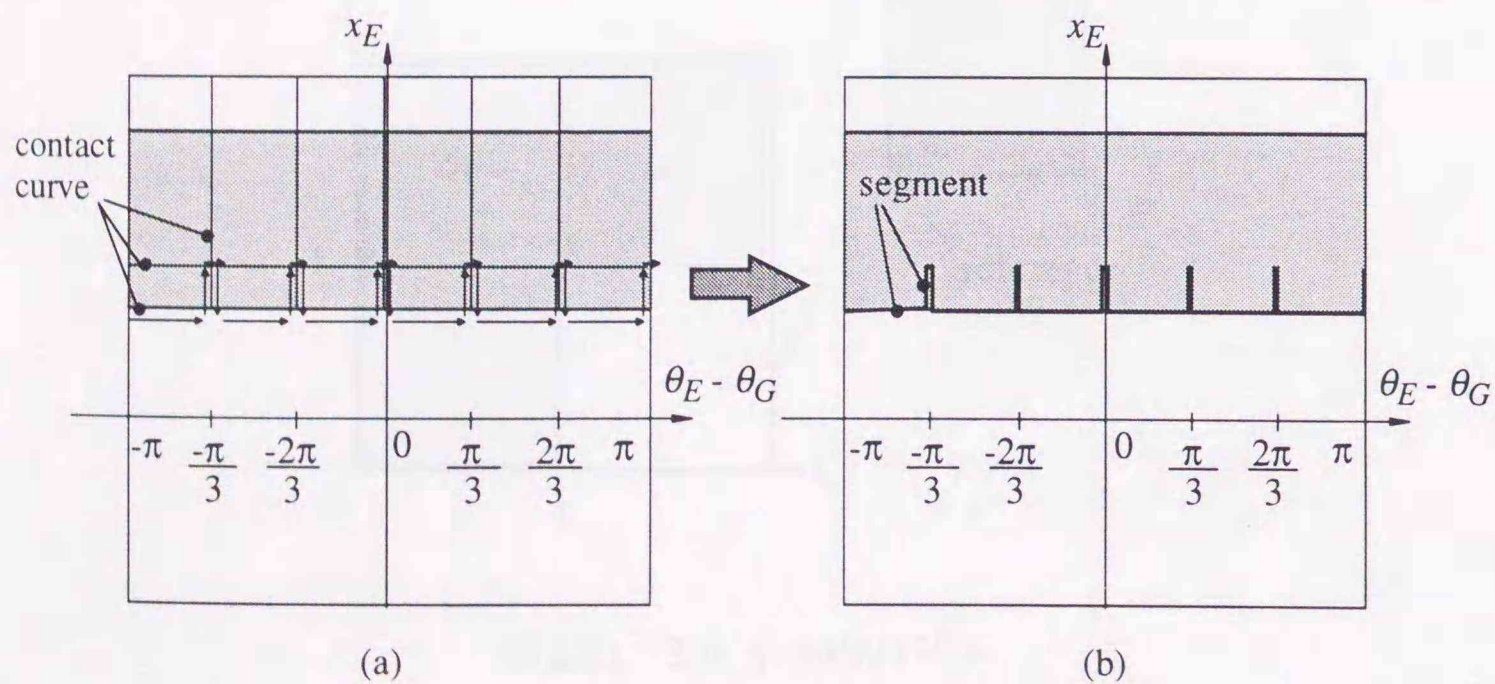


図 2.20 領域ダイアグラムの生成

れ、接触曲線も同時に得ることができる。このとき、接触曲線は接触する部品の要素の形状と運動のタイプにより決定される。

2.6.3 機構の領域ダイアグラム

機構の領域ダイアグラムは、部分組立品の領域ダイアグラムを順次合成することにより得られる。部分組立品のどの二つの部品も互いに干渉しないとき、すなわち、すべての部分組立品の配位が実現可能なとき、機構の配位は実現可能である。従って、機構の配位空間は部分組立品の配位空間の積 (intersection) に等しい。機構の領域ダイアグラムは、部分組立品の配位空間における領域 (領域ダイアグラムの節点) のすべての組合せ (コンポーネントセット) の積を求めることにより得られる。機構の領域ダイアグラムを求める手順を以下に示す。(1) 機構の初期配位を含むコンポーネントセットを選択する、(2) 選択したコンポーネントセットにおける領域の積を計算する、(3) 積が空でない場合、その領域を格納し、到達可能な (近隣の) コンポーネントセットを列挙する、(4) それぞれのコンポーネントセットについて(2)(3)を繰り返す。

この手続きを、図2.21に示す三つのタイルのパズルを例に説明する。このパズ

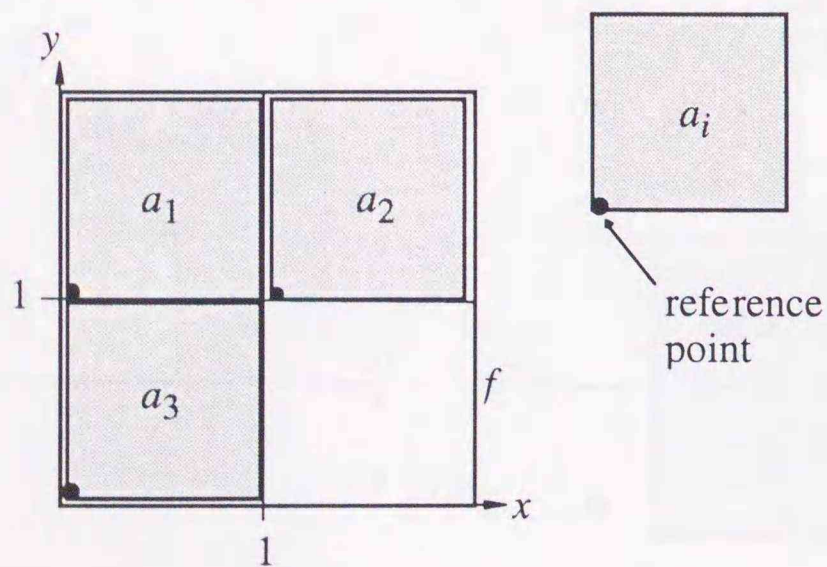


図 2.21 3 タイルのパズル

ルは、三つの正方形のタイル a_1, a_2, a_3 とそれを囲むフレーム f とからなる。タイル a_1, a_2, a_3 の初期配位は、それぞれ $(0,1), (1,1), (0,0)$ である。図2.22(a)はフレームに対する個々のタイルの配位空間、図2.22(b)は二つのタイル間の配位空間を示している。

表 2.2 初期配位を含むコンポーネントセット

CS pair	region	constraints
$CS(f, a_1)$	r_0	$0 \leq x_1 \leq 1, \quad 0 \leq y_1 \leq 1,$
$CS(f, a_2)$	r_0	$0 \leq x_2 \leq 1, \quad 0 \leq y_2 \leq 1,$
$CS(f, a_3)$	r_0	$0 \leq x_3 \leq 1, \quad 0 \leq y_3 \leq 1,$
$CS(a_1, a_2)$	r_3	$x_1 - x_2 \leq -1, \quad y_1 - y_2 < 1,$
$CS(a_1, a_3)$	r_4	$x_3 - x_1 < -1, \quad y_3 - y_1 \geq 1,$
$CS(a_2, a_3)$	r_1	$x_2 - x_3 \geq 1, \quad y_2 - y_3 > -1$

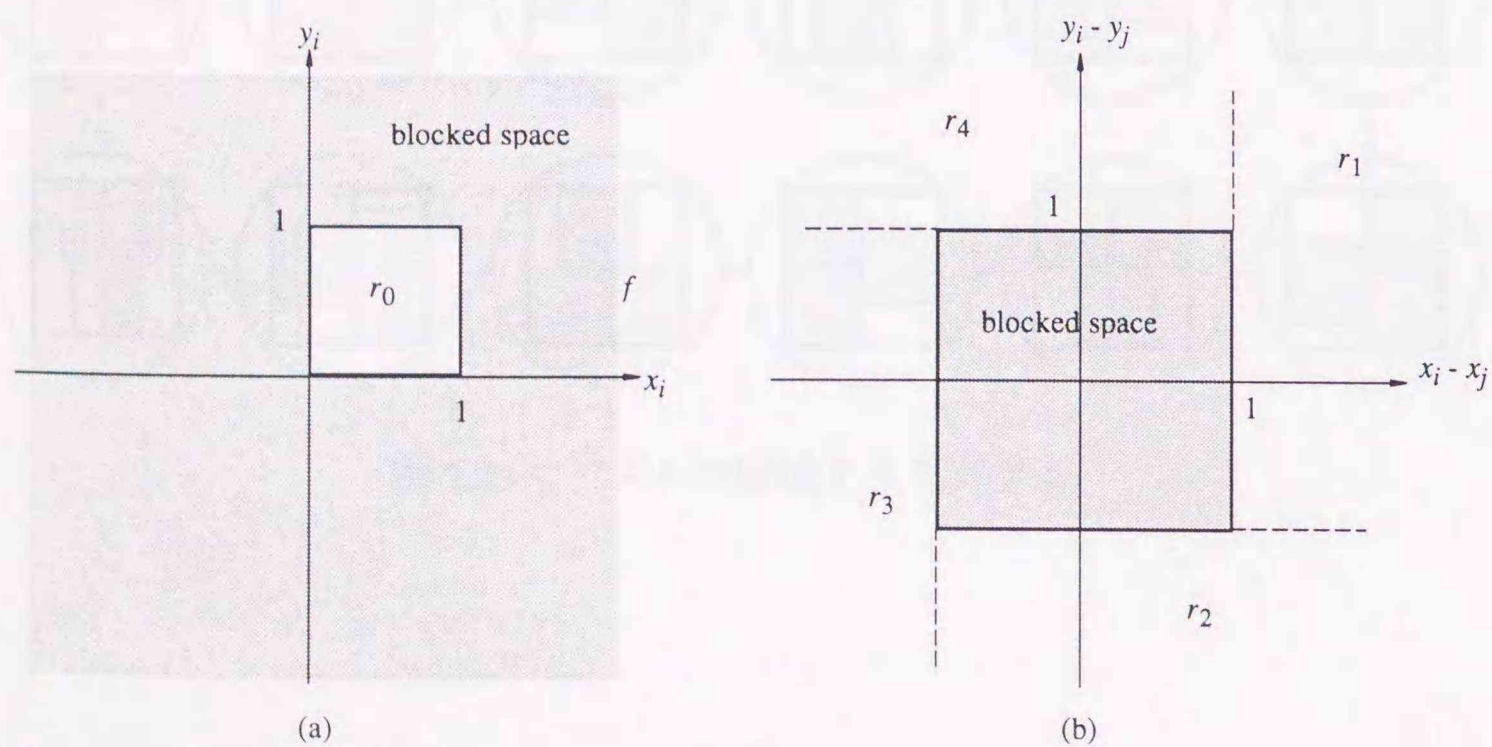


図 2.22 部分組立品の配位空間

図2.21における構成要素の配置を初期配位とすると、この配位を含む領域（コンポーネントセット）は、 $(r_0, r_0, r_0, r_3, r_4, r_1)$ と記述でき、表2.2となる。これらの領域の積を計算すると次式となる。

$$x_1 = 0, y_1 = 1, x_2 = 1, 0 < y_2 \leq 1, x_3 = 0, y_3 = 0 \quad (2.110)$$

表2.2において、はじめの三つのコンポーネント（領域 r_0 ）は、隣接する領域が存在しない。次のコンポーネント r_3 は、 r_2 と r_4 を隣接する領域として持つが、 f と a_3 により a_2 は a_1 の上にはあり得ないので、実現不可能である。同様に、次のコンポーネント r_4 には、実現可能な隣接領域が存在しない。また、最後のコンポーネント r_1 には、実現可能な隣接領域として r_4 を持つ。従って、隣接するコンポーネントセットは、 $(r_0, r_0, r_0, r_4, r_4, r_1)$, $(r_0, r_0, r_0, r_3, r_4, r_4)$, $(r_0, r_0, r_0, r_4, r_4, r_4)$ となる。これらのコンポーネントセットに対して同様の手続きを繰り返し、図2.23に示すような、領域ダイアグラムを得る。

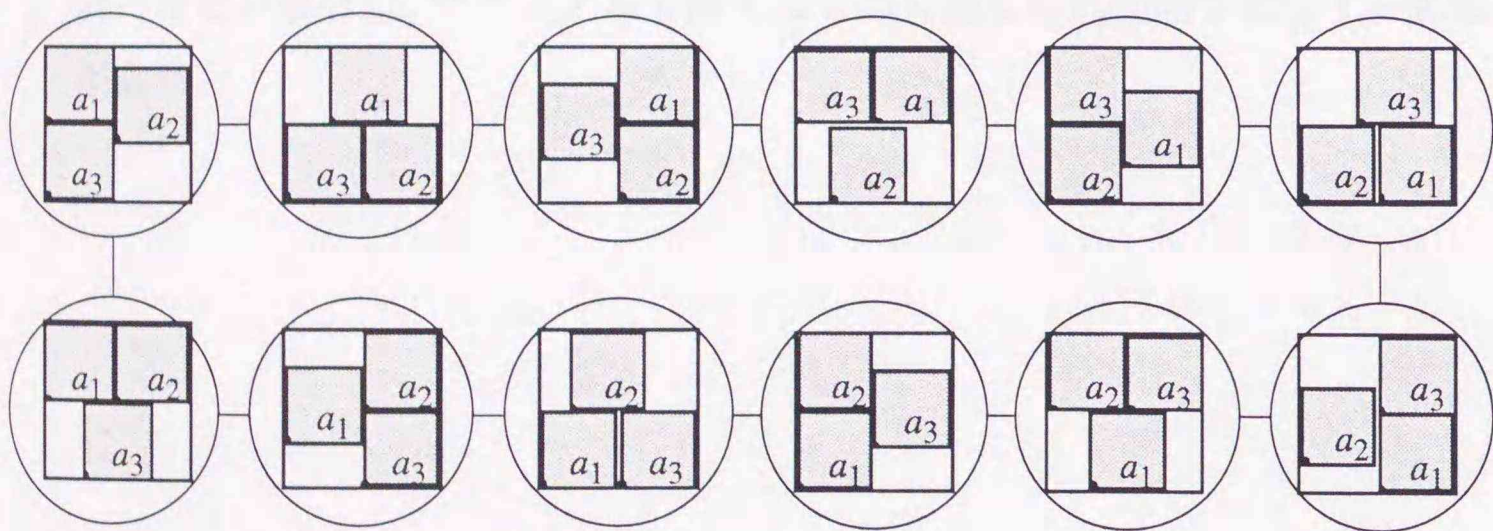


図 2.23 パズルの領域ダイアグラム

2.6.4 手法の分析と問題点

Joskowics他は、配位空間を用いて、定量的な情報をもとに機構の定性モデルを定め、それに基づき定性的に機構の運動を推論する方法を提案した。しかしながら、この手法には、以下の問題が存在する。

- (1) 軸が固定され、その方向が全体座標系と一致した機構にしか適用できず、その他の機構は専用の解析システムと組み合わせて解析を行う必要がある。統一的に処理することが困難な原因として、部分組立品における局所的な配位空間と、部品全体からなる機構の配位空間とを明確に区別していないことが挙げられる。
- (2) 機構のオペレーティングモードの遷移によってのみ機構運動を表現するため、接触状態の変化しないより簡単な問題（リンク機構など）を取り扱うことが困難である。その場合、(1)と同様に専用の解析システムと組み合わせて解析を行う必要がある。
- (3) 部品形状が2.5次元、配位空間が2次元に限定されているため、この条件を満たさない場合は、マニュアルで解くことの可能な形に問題を変形する必要がある。

2.7 現状の機構モデリング及び機構解析法の問題点

本章では、機構モデリング及び機構解析に関する代表的な手法を調査及び分析し、設計の初期段階において組立品の運動機能を検証するという立場から、その問題点を明らかにした。これらの問題点は、大きく以下のようにまとめられる。

- (1) 組立品における部品の運動を解析するために入力運動及び物理条件等を詳細に記述する必要がある、設計の初期段階で組立品の運動を解析することが困難である。
- (2) 接触拘束表現に接触を表現するために必要な変数の範囲、部品間の干渉等が十分に考慮されていないため、非接触や干渉等により実現不可能な解が導出される可能性が存在している。
- (3) 組立解析と機構解析とを区別しているため、設計ミス等により構成部品間に自由度の存在する組立品やすべての構成部品が固定される機構等に対する解析が困難である。

参考文献

- [2- 1] A. P. Ambler and R. J. Popplestone : Inferring the Positions of Bodies from Specified Spatial Relationships, *Artificial Intelligence*, **6**, (1975) 157.
- [2- 2] R. J. Popplestone, A.P. Ambler and I. M. Bellos : An Interpreter for a Language for Describing Assemblies, *Artificial Intelligence*, **14**, (1980) 79.
- [2- 3] J. Denavit and R. S. Hartenberg : A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **77**, (1955) 215.
- [2- 4] D. L. Pieper : The Kinematics of Manipulators Under Computer Control, Stanford Artificial Intelligence Laboratory, Stanford University, AIM 72, (1968)
- [2- 5] R. P. Paul : Robot Manipulators, The MIT Press, Cambridge, (1981).
- [2- 6] P. N. Sheth and J. J. Uicker, Jr : A Generalized Symbolic Notation for Mechanism, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **93** (1971) 102.
- [2- 7] 内山直樹, 荒井栄司, 井越昌紀 : 幾何モデルを用いた機構の変位解析システム, *日本機械学会論文集 (C 編)*, **60**, 575, (1994) 2468.
- [2- 8] 遠山茂樹 : 機械系のためのロボティクス, 総合電子出版社, (1989).
- [2- 9] D. N. Rocheleau and K. Lee : System for Interactive Assembly Modelling, *Computer-Aided Design*, **19**, 2, (1987) 65.
- [2-10] K. Lee and D. C. Gossard : A Hierarchical Data Structure for Representing Assemblies: Part 1, *Computer-Aided Design*, **17**, 1, (1985) 15.
- [2-11] K. Lee and G. Andrews : Inference of the Positions of Components in an Assembly: Part 2, *Computer-Aided Design*, **17**, 1, (1985) 20.
- [2-12] R. A. Light and D. Gossard : Modification of Geometric Models through Variational Geometry, *Computer-Aided Design*, **14**, 4, (1982).
- [2-13] R. Sodhi and J. U. Turner : Towards Modelling of Assemblies for Product Design, *Computer-Aided Design*, **26**, 2, (1994) 85.
- [2-14] R. Sodhi and J. U. Turner : Relative Positioning of Variational Part Models for Design Analysis, *Computer-Aided Design*, **26**, 5, (1994) 366.
- [2-15] J. U. Turner : Relative Positioning of Parts in Assemblies using Mathematical Programing, *Computer-Aided Design*, **22**, 7, (1990) 394.
- [2-16] M. Inui and M. Miura : Configuration Space Based Analysis of Position

- Uncertainties of Parts in an Assemblies, Proceedings of the 4th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, (1995) 155.
- [2-17] M. Inui, M. Miura and F. Kimura : Relative Positioning of Assembled Parts with Small Geometric Deviations by using Hirarchically Approximated Configuration Space, Proceedings of the IEEE International Coneference on Robotics and Automation, (1995) 1605.
- [2-18] 乾 正知, 金田光広 : 公差が指定された組立品の配位空間を用いた位置姿勢の曖昧さの解析, 精密工学会誌, **63**, 8, (1997) 1086.
- [2-19] 武井英一 : 機構解析, CAD/CAM/CAE の基礎, (1985) 122.
- [2-20] J. J. Uicker, Jr : Dynamic Force Analysis of Spacial Linkages, Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, June, (1967), 418.
- [2-21] Mechanical Dynamics Inc. : An Overview of How to Use ADAMS/Solver, Ann Arbor, (1993).
- [2-22] S. H. Kim and K. Lee : An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, Computer-Aided Design, **21**, 1, (1989) 2.
- [2-23] 城 道介, 鳥原冬輝 : モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析 (第1報) - 自由度の定義と速度解析 -, 精密工学会誌, **54**, 7, (1988) 1272.
- [2-24] 城 道介 : モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析 (第2報) - 拘束行列による速度解析の高速化 -, 精密工学会誌, **58**, 4, (1992) 709.
- [2-25] 城 道介, 佐々木智義 : モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析 (第3報) - オープンループ機構の動力学的解析 -, 精密工学会誌, **59**, 12, (1993) 1955.
- [2-26] 城 道介, 佐々木智義 : モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析 (第4報) - 機構の動力学的解析 -, 精密工学会誌, **61**, 4, (1995) 537.
- [2-27] 城 道介, 佐々木智義 : モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析 (第5報) - すきまペア法による誤差の縮小 -, 精密工学会誌, **63**, 1, (1997) 115.
- [2-28] 城 道介, 松崎知道, 田谷篤嗣, 佐々木智義 : モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析 (第6報) - 歯車とカムを含む機構の動力学解析 -, 精密工学会誌, **64**, 5, (1998) 715.
- [2-29] L. Joskowics and E. P. Sacks : Computational Kinematics, Artificial Intelligence,

51, (1991) 381.

- [2-30] E. P. Sacks and L. Joskowics : Automated Modeling and Kinematic Simulation of Mechanisms, *Computer-Aided Design*, **25**, 2, (1993) 106.
- [2-31] L. Joskowics, E. Sacks and V. Srinivasan : Kinematic Tolerance Analysis, *Computer-Aided Design*, **29**, 2, (1997) 147.
- [2-32] E. Sacks and L. Joskowics : Computational Kinematic Analysis of Higher Pairs with Multiple Contact, *Transaction of ASME, Journal of Mechanical Design*, **117**, (1995) 269.
- [2-33] E. Sacks and L. Joskowics : Dynamical Simulation of Planar Systems with Changing Contacts using Configuration Spaces, *Transaction of ASME, Journal of Mechanical Design*, **120**, (1998) 181.
- [2-34] L. Joskowics, E. Sacks and V. Kumar : Selecting an Effective Task-Specific Contact Analysis Algorithm, *Proceedings of the IEEE Workshop on New Directions in Contact Analysis and Simulation*, (1998).
- [2-35] E. Sacks and L. Joskowics : Parametric Kinematic Tolerance Analysis of Planar Mechanisms, *Computer-Aided Design*, (1998).
- [2-36] E. Sacks and C. Bajaj : Sliced Configuration Spaces for Curved Planar Bodies, *International Journal of Robotics Research*, (1998).
- [2-37] L. Joskowics and E. Sacks : Computer-Aided Mechanical Assembly Design using Configuration Spaces, *Purdue U. CS Tech Report 97-001*, (1997).
- [2-38] L. Joskowics and E. Sacks : Configuration Space Computation for Mechanism, Design, *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, (1994).
- [2-39] B. Faltings : Qualitative Kinematics in Mechanisms, *Artificial Intelligence*, **44**, (1990) 89.
- [2-40] P. Nielsen : A Qualitative Approach to Mechanical Constraint, *AAAI-88*, (1988) 270.
- [2-41] 村上 存, 中島尚正 : コンフィギュレーション空間を用いた機構原理の探索, *日本機械学会論文集 (C 編)*, **60**, 580, (1994) 4400.

第3章

配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル

第2章において、設計の初期段階において組立品の運動を解析するという観点から、組立解析及び機構解析に関する従来の研究[3-1]-[3-4]を調査し、その問題点を明らかにした。

本章では、これらの問題点を解決するために、配位空間 (configuration space) [3-5]における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデルを提案する。ここで、配位空間とは、剛体の自由度を表現するパラメータを座標とする空間であり、ある幾何学的条件（干渉、接触、非干渉など）を満たす領域を明確に表現できる空間である。組立品の機構解析は、その運動を特徴付ける領域（組立品の運動可能領域と呼ぶ）を導出する問題と等価であると考えられる。具体的には、以下のことを行う。

- (1) 位置と姿勢の範囲を考慮した幾何要素間の接触拘束の配位空間における表現方法を示す。
- (2) 組立品の中に存在する接触状態の組合せを表現するために拘束間関係の表現方法を提案する。
- (3) これらを用いて、組立品の機構モデルを定義する。
- (4) フィーチャベースの機構モデルからのマッピングルールを明らかにする。
- (5) それらの表現を組立品の機構解析に対して適用し、組立品の運動可能領域を導出する方法を提案する。

3.1 組立品の機構モデルの基本概念

はじめに，図3.1(a)に示す二次元間欠運動機構を例とし，設計者により指定されるフィーチャベースの機構モデルを定義する．設計者は，図3.1(a)に示すように，組立品における部品形状と接触関係が指定される幾何要素(フィーチャ)を生成する．回転関節を頂点間接触の特別な場合と考え，幾何要素の接触関係は，図3.1(b)に示すような頂点(vertex)同志の接触(VV)，頂点と辺(edge)の接触(VE)，辺同志の接触(EE)から構成されることが考えられる．

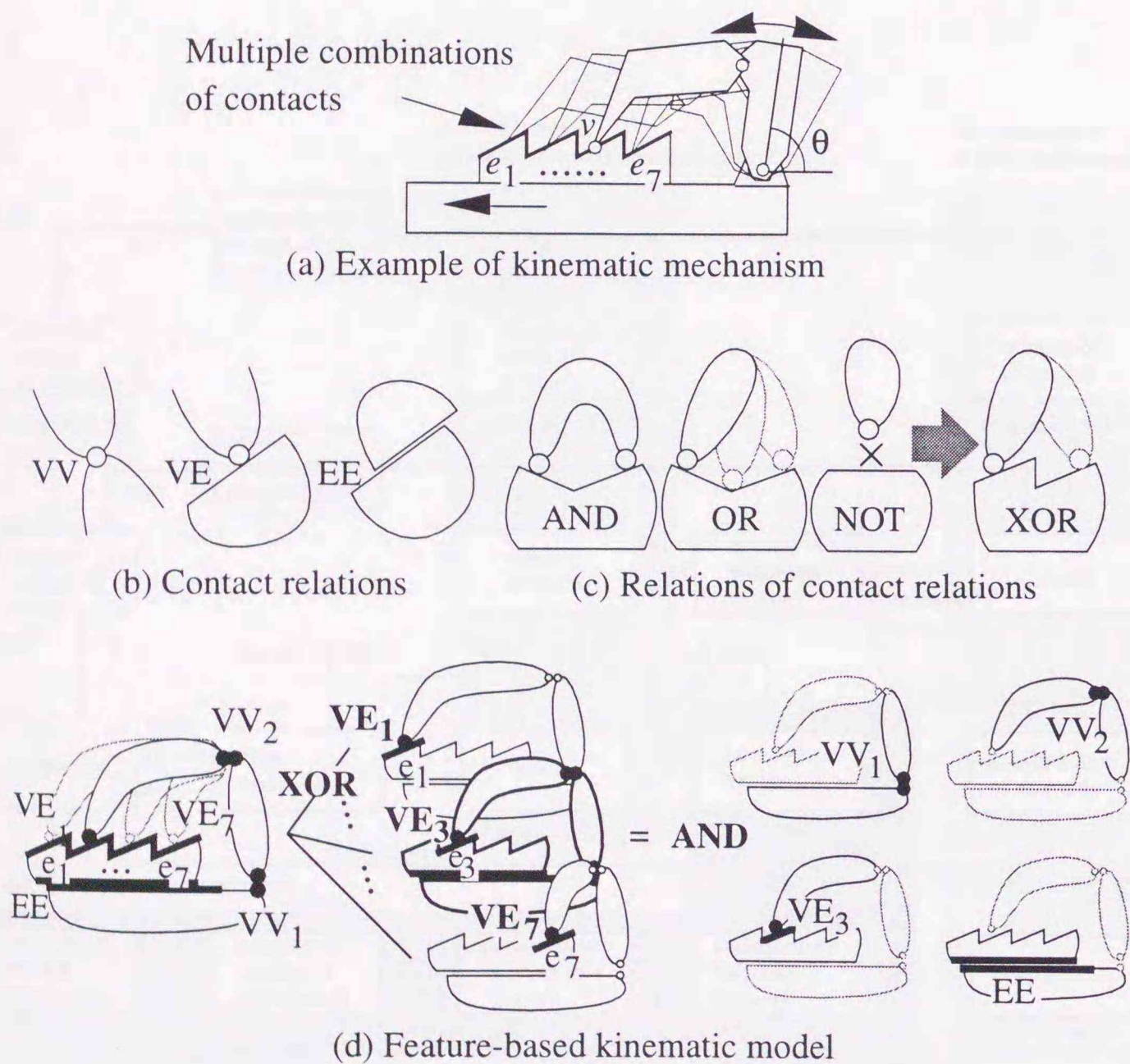


図3.1 フィーチャベースの機構モデル

また、接触関係の複数の組合せから一つの組合せを選択するために排他的な和 (XOR) の接触関係間の関係が必要であり、すべての接触関係を満たすことを表現するために積 (AND) の接触関係間の関係が必要である。これらの接触関係間の関係を定義するため、図3.1(c)に示すより基本的な三つ接触関係間の関係 (AND, OR, NOT) を定義する。また、剛体のみを取り扱うので幾何要素間の座標系は部品の座標系に対して固定である。更に、部品間の干渉を幾何要素間の干渉により考慮する。これらを合わせて、組立品を表現したものが、図3.1(d)に示すフィーチャベースの機構モデルである。

本章で提案する配位空間における組立品の機構モデル、及び、フィーチャベースの機構モデルとの関係の EXPRESS-G 表現を図3.2に示す。この表記

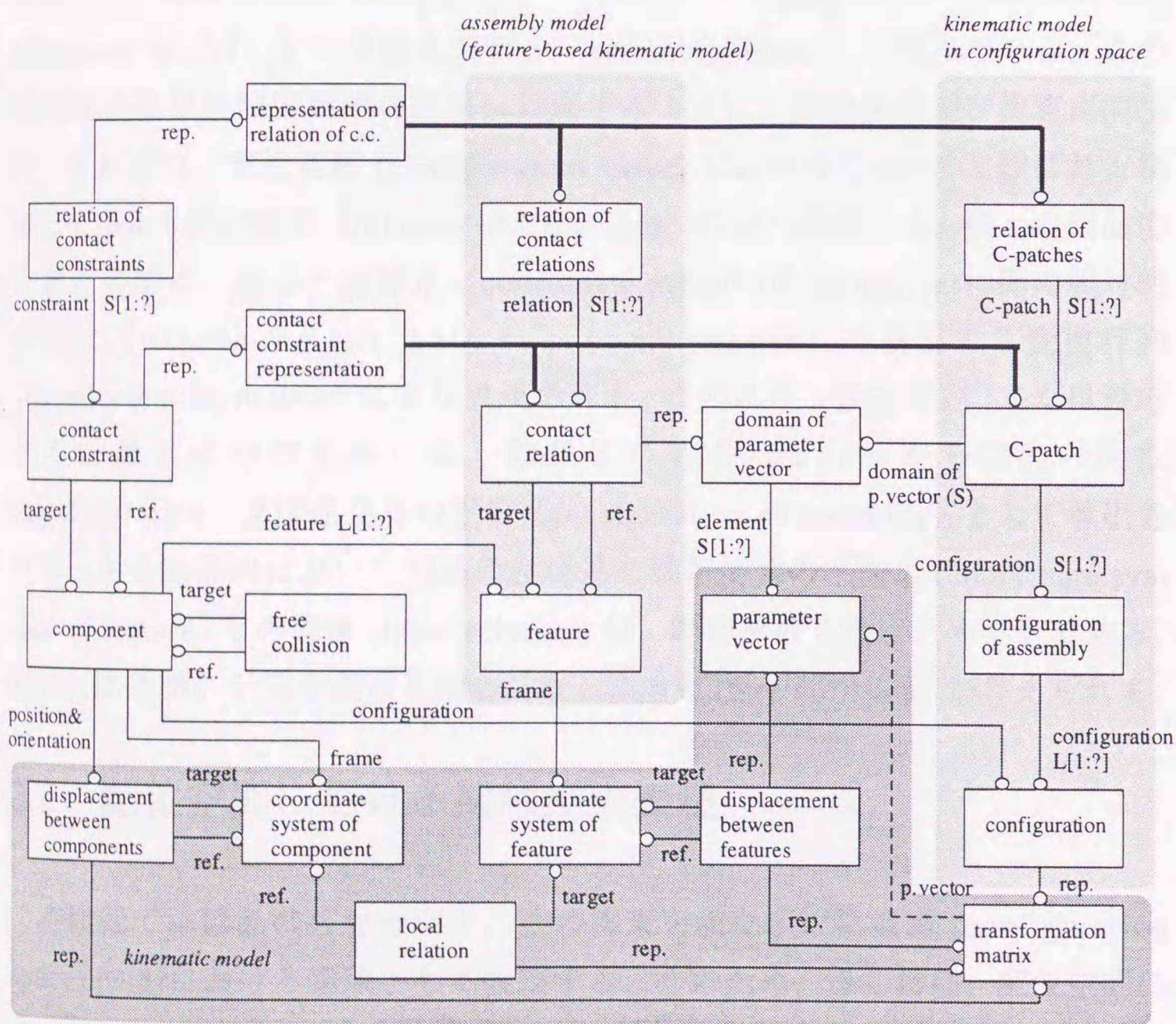


図3.2 提案する機構モデルのEXPRESS-G表記

法において、四角い箱は、エンティティと呼ばれオブジェクトを表し、エンティティからのびる細線は、エンティティの属性を表す。属性名は、細線上に記述し、エンティティと属性とを区別するために、属性の側に丸印を付ける。また、太線は、継承関係である上位型と下位型との関係を表し、下位型の側に丸印を付ける。組立品は、構成部品 (component)、構成部品間の接触拘束 (contact constraint)、それら拘束間に指定される拘束間関係 (relation of contact constraints) とから構成される。更に、拘束間関係として、AND, OR, NOTを定義する。実際に設計者が与える情報は、部品の持つ幾何要素であるフィーチャ (feature) 間に与えられる接触関係 (contact relation) と接触関係間の関係 (relation of contact relations) である。接触関係及び接触関係間の関係は、それぞれ、上述した接触拘束及び拘束間関係の一つの表現であり、本研究では、これらをまとめて、フィーチャベースの機構モデル (feature-based kinematic model) または組立モデル (assembly model) と呼んでいる。この接触関係及び接触関係間の関係に対応するように、接触拘束及び拘束間関係を、それぞれ、配位空間 (configuration space) における C-patch と呼ばれる領域と C-patch 間の関係 (relation of C-patches) により表現する。個々の部品の位置と姿勢は、部品の座標系 (coordinate system of component) 間の相対的な変位 (displacement between components) を表現する変換行列 (transformation matrix) により表現される。このような変換行列 (または対応する位置と姿勢の変数) は、結果として C-patch から部品の配位 (configuration) 及び組立品の配位 (configuration of assembly) として導出される。ある部品内において部品の座標系と幾何要素の座標系 (coordinate system of feature) との関係 (local relation) は、剛体を取り扱うため不変である。更に、部品間の干渉を避けるため、非干渉拘束 (free collision) が与えられる。

3.2 配位空間における接触拘束表現

本研究では部品の接触拘束を、その拘束を満たす配位空間 (configuration space) [3-5]における領域として表現する。そのため、はじめに、配位空間について簡単に説明する。

二つの物体の空間配置関係について考える。二つの物体のうち一方を物体

B とし、作業空間のある位置と姿勢に固定する。物体 B は参照物体と呼ばれる。配位空間 C とは、その参照物体 B に対する他方の物体(これをターゲット物体 A とする)の位置の成分と姿勢の成分を座標値 $\mathbf{q}$ (配位, configuration) とする空間である。この配位空間において、物体 A が配位 $\mathbf{q}$ にある時、作業空間 W において物体 A が占有する領域を $A(\mathbf{q})$ と記述する。例えば、作業空間が二次元の場合、図3.3(a)に示すように作業空間 W の座標系を F_W , その原点を O_W , 物体 A の持つ座標系を F_A , 原点(参照点と呼ぶ)を O_A とすると、物体 A の位置は、 F_W に対する O_A の位置 (x_A, y_A) となり、物体 A の姿勢は、 F_W の

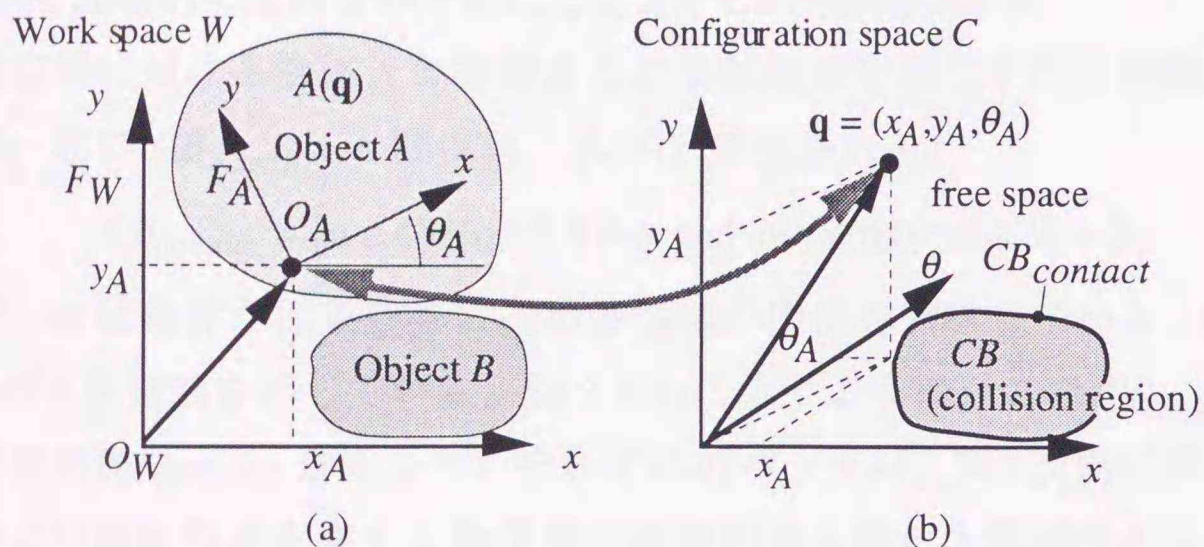


図3.3 配位空間の定義

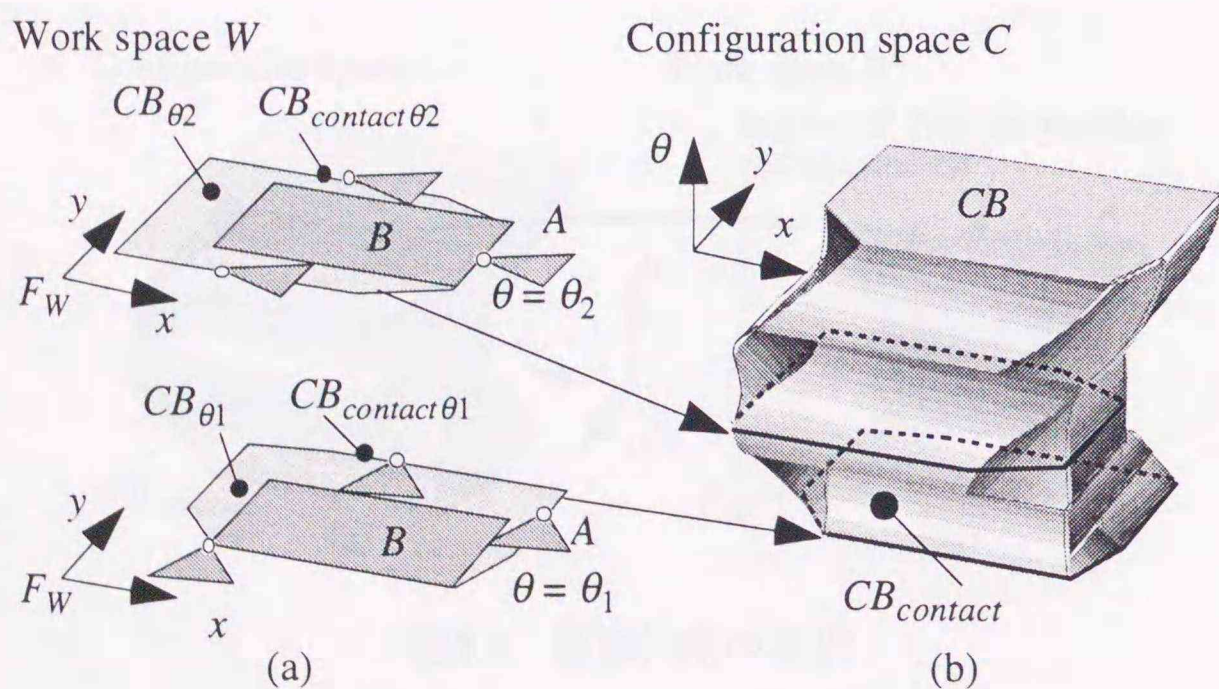


図3.4 干渉領域の表現

x 軸に対する F_A の x 軸の角度 θ_A となる。この時、図 3.3(b) に示すように物体 A は配位空間 C における配位 $\mathbf{q} = (x_A, y_A, \theta_A)$ に写像される。

作業空間 W において、物体 A と物体 B が干渉する配位空間 C における領域は、 C -障害物 CB (C -obstacle) と呼ばれ、次式で定義される。

$$CB = \{\mathbf{q} \in C \mid A(\mathbf{q}) \cap B \neq \emptyset\} \quad (3.1)$$

例えば、図 3.4(a) に示すような、二次元作業空間における四角形物体 B に対する三角形物体 A の C -障害物 CB の θ 断面 CB_θ は、物体 A を姿勢 θ で物体 B に接触させて、内部が重なることなく B の境界上を滑らせるとき、物体 A の参照点 O_A の辿る軌跡に囲まれる領域により表現される。図 3.4(b) に示すように、その CB_θ を θ 軸方向に連続的に重ね合わせることで CB が表現される。

作業空間における物体 A と物体 B との接触拘束を満たす配位空間における領域は一般に $CB_{contact}$ と呼ばれ、式 (3.2) で表される。

$$CB_{contact} = \{\mathbf{q} \in C \mid A(\mathbf{q}) \cap B \neq \emptyset \text{ and } \text{int}(A(\mathbf{q})) \cap \text{int}(B) = \emptyset\} \quad (3.2)$$

ここで、 int は物体が作業空間に占める領域の内部を意味している。 $CB_{contact}$ は CB の境界領域を示している。図 3.5(a) に示すように、この $CB_{contact}$ は幾つかの超曲面 (patch) からなり、それぞれのパッチは、図 3.5(b) に示すようにある特定の幾何要素を介する物体間の接触拘束を満たす領域である。組立品における接触関係は幾何要素のペアに対して指定されるため、これらのパッ

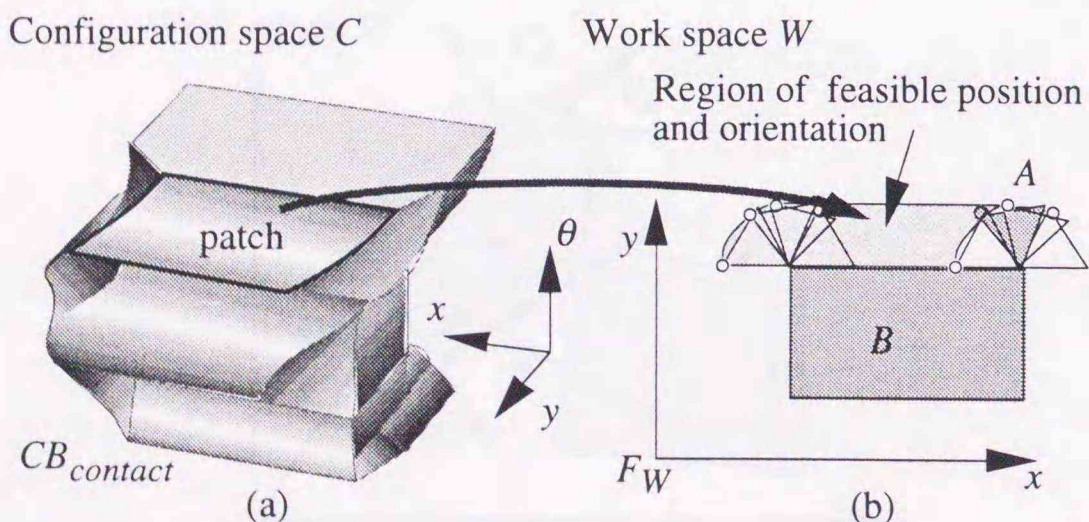


図3.5 接触拘束の表現

チのみを考慮すればよい。この領域は C-patch と呼ばれる領域に含まれることが知られている。従って、本研究では、接触する部品の位置と姿勢の範囲をパラメータにより明確に表現できる C-patch [3-6]を用いて物体の接触拘束を表現する。以下では、物体を部品に置き換えて説明する。

C-patch とは、ある特定の幾何要素を介する物体間の接触拘束を満たす配位の集合であり、式(3.3)で定義される。

$$C_patch = \{ \mathbf{q} \in C \mid \mathbf{q} = X(\mathbf{p}), \mathbf{p} \in S \} \quad (3.3)$$

ここで、 $\mathbf{p}$ はパラメータベクトル、 S は接触拘束を満たす $\mathbf{p}$ の集合、 X は $\mathbf{p}$ から配位 $\mathbf{q}$ への変換関数である。 S は cc 空間 (contact configuration space) とも呼ばれる[3-7]。

例えば、図3.6に示すような二次元作業空間における部品Aと部品Bとの間の頂点-辺接触 (VE 接触, Type-A) の拘束を満たす C-patch は、図中の変数を用いて式(3.4)で表現される。

$$C_patch = \left\{ \mathbf{q} \in C \mid \mathbf{q} = X(\mathbf{p}), \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \mathbf{p} \leq \begin{pmatrix} |e_A| \\ \pi - \gamma_B \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} l \\ \phi \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

ここで、 $\mathbf{p}$ は、接点から辺 e_A の一方の端点までの距離 l と、辺 e_A と接点 b_j が属する辺 e_B との間のなす角 ϕ とからなるパラメータベクトルであり、 $|e_A|$ は辺

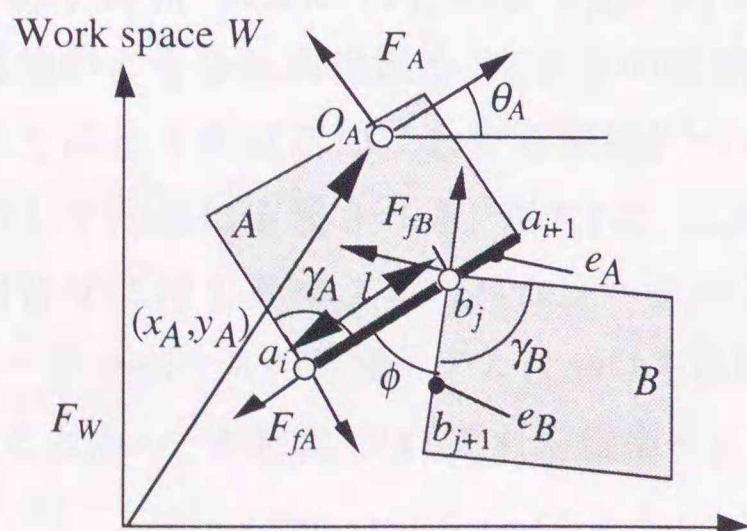


図3.6 C-patchの定義

表3.1 パラメータベクトルの範囲

Vertex-Vertex	Vertex-Edge	Edge-Edge
$\begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_A - \pi \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} l \\ \phi \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ \pi - \gamma_B \end{pmatrix}$ $(\gamma_A = \gamma_B = 0 \text{ for pin joint})$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} l \\ \phi \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} e_A \\ \pi - \gamma_B \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} l \\ \phi \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} e_A + e_B \\ 0 \end{pmatrix}$

e_A の長さである。変換関数 X は式(3.5)となる。

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ \theta_A \end{pmatrix} = X(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} x_b - x_a \cdot c + y_a \cdot s - l \cdot (x_v \cdot c - y_v \cdot s) \\ y_b - x_a \cdot s - y_a \cdot c - l \cdot (x_v \cdot s + y_v \cdot c) \\ \beta + \pi - \alpha - \phi \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

ここで、 $c = \cos(\beta + \pi - \alpha - \phi)$ 、 $s = \sin(\beta + \pi - \alpha - \phi)$ 、 (x_b, y_b) は接点 b_j の F_W に対する座標値、 (x_a, y_a) は接触辺 e_A の端点 a_i の座標系 F_A に対する座標値、 (x_v, y_v) は F_A に対する辺 e_A の単位方向ベクトルの成分、 α は F_A に対する辺 e_A の座標系 F_{fA} の姿勢、 β は F_W に対する頂点 b_j の座標系 F_{fB} の姿勢を示している。このとき、 F_{fA} はその y 軸が辺 e_A に対して垂直になるように設定し、 F_{fB} は辺 e_B に対してその y 軸が垂直になるように設定する。

その他の基本的な C-patch には、 B の辺と A の頂点の接触 (Type-B)、三次元作業空間の場合には、頂点-面接触 (Type-A, Type-B) と稜線間の接触 (Type-C)、円筒面間の接触のような低次対偶など、任意の接触拘束が考えられるが、これらの接触拘束を満たす配位空間における領域についても、パラメータベクトルの範囲に対して同様に定義される。表3.1に、二次元空間における接触する幾何要素の組合せに対する式(3.4)のパラメータベクトルの範囲をまとめる。表3.1は、フィーチャベースの機構モデルにおける接触関係を C-patch に対応させるものであることから、本研究では、それを機構モデルのマッピングルールと呼ぶ。

ただし、C-patch は、拘束の指定された幾何要素以外の干渉を考慮しないため、最終的に求められた解に対して干渉チェックを行うことにより運動可能領域を導出する必要がある。

3.3 接触拘束表現の多部品の組立品に対する拡張

作業空間には2部品の存在のみを認めてきたが、一般に組立品は二つ以上の部品から構成され、特に組立品の機構を取り扱う場合、多部品の存在を考慮する必要がある。そこで、本節では、多部品の存在する空間における接触は、作業空間に固定された参照部品とターゲット部品との間に生じる場合と、固定されない参照部品とターゲット部品との間に生じる場合の二つのケースが存在することに着目して、上述した2部品間の接触拘束の表現を拡張する。はじめに、多部品の存在を同時に考慮するため、合成配位空間 (composite configuration space) [3-5]の概念について説明する。

図3.7(a)に示すように、部品の一つを作業空間の座標系 F_W に固定し(この部品を B とする)、その他の部品 A_i ($i = 1, \dots, NA$)の配位 $\mathbf{q}_i$ は、 A_i の持つ座標系 F_{Ai} の F_W に対する位置と姿勢とによって決定されるものとする。図3.7(b)に示すように、個々の部品の位置と姿勢とを表現する配位 $\mathbf{q}_i$ の配位空間を C_i と記述する。今、部品の集合 A を式(3.6)で定義する。

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_{NA}\} \quad (3.6)$$

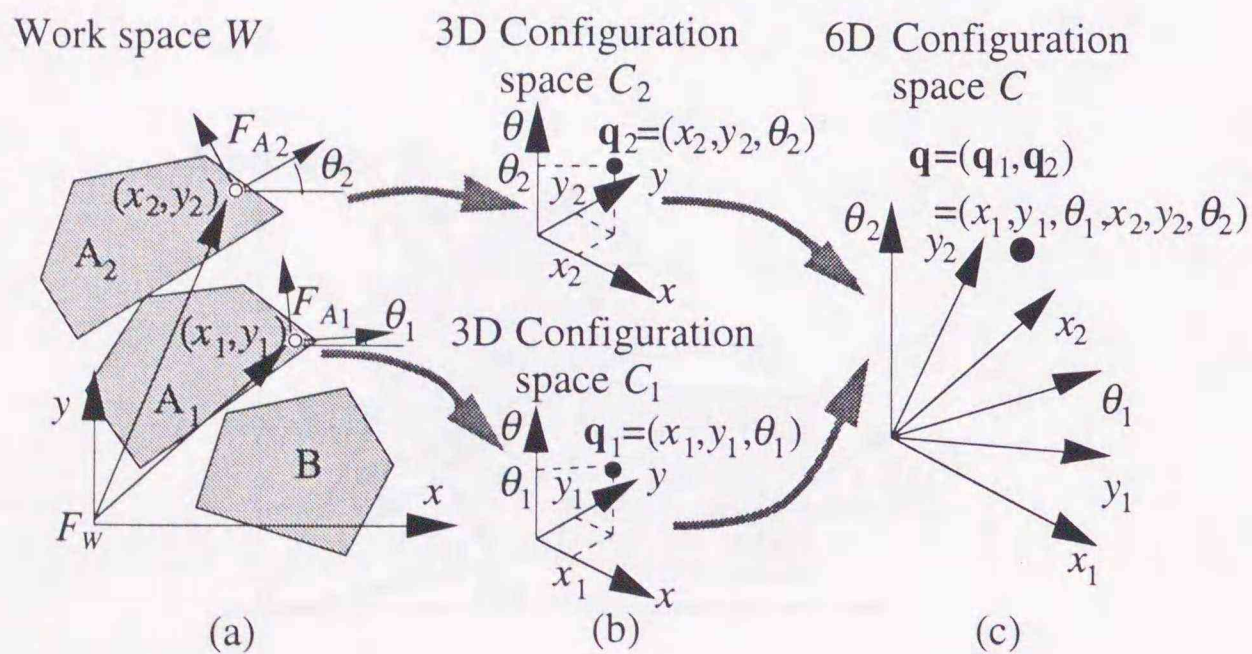


図3.7 多部品の配位空間の定義

この A の配位 $\mathbf{q}$ を式(3.7)で定義する.

$$\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_{NA}) \quad (3.7)$$

図3.7(c)に示すように, A の配位空間 C は, 式(3.8)で定義される.

$$C = C_1 \times C_2 \times \dots \times C_{NA} \quad (3.8)$$

この配位空間は合成配位空間と呼ばれる.

次に, これらの表現に基づいて, C-patch の表現を多部品の組立品に対する表現に拡張する.

2部品の組立品の場合と同様に, 作業空間に固定された参照部品 B に対するターゲット部品 A_i の C-patch を式(3.9)で定義する.

$$C_patch_{0i} = \{\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_i, \dots, \mathbf{q}_{NA}) \in C \mid \mathbf{q}_i = X_{0i}(\mathbf{p}_{0i}), \mathbf{p}_{0i} \in S_{0i}\} \quad (3.9)$$

具体的な式(3.9)の形は2部品の組立品の場合と同様であるので, ここでは省略する.

作業空間に固定されない参照部品 A_i に対するターゲット部品 A_j の C-patch は, 式(3.9)を拡張して, 式(3.10)で定義する.

$$C_patch_{ij} = \{\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_i, \dots, \mathbf{q}_j, \dots, \mathbf{q}_{NA}) \in C \mid \mathbf{q}_j = X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i), \mathbf{p}_{ij} \in S_{ij}\} \quad (3.10)$$

ここで, 変換関数 X_{ij} は, パラメータベクトル $\mathbf{p}_{ij}$ と参照部品 A_i の配位 $\mathbf{q}_i$ とから $\mathbf{q}_j$ への変換関数である.

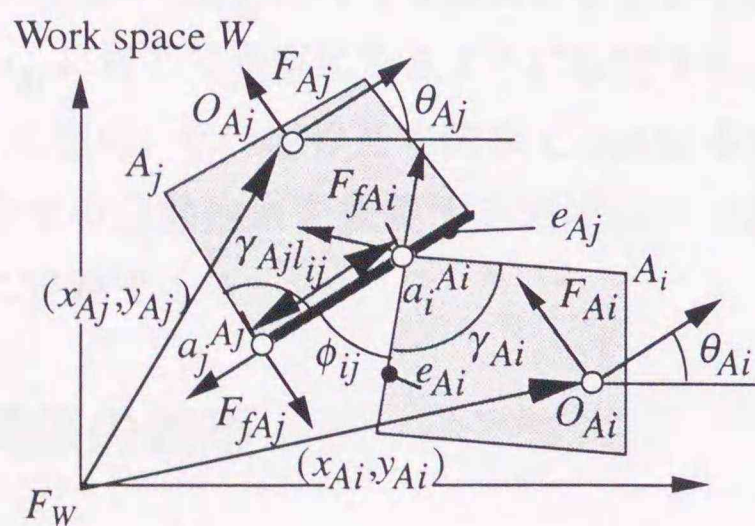


図3.8 多部品の組立品におけるC-patchの定義

例えば、図3.8に示すように、作業空間に固定されない参照部品 A_i に対してターゲット部品 A_j が、頂点-辺接触 (Type-A) する拘束を満たす C-patch は、図中の変数を用いて式(3.11)で表現される。

$$C_patch_{ij} = \left\{ \mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_i, \dots, \mathbf{q}_j, \dots, \mathbf{q}_{NA}) \in C \mid \right. \\ \left. \mathbf{q}_j = X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i), \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \mathbf{p}_{ij} \leq \begin{pmatrix} |e_{Aj}| \\ \pi - \gamma_{Ai} \end{pmatrix} \right\}, \mathbf{p}_{ij} = \begin{pmatrix} l_{ij} \\ \phi_{ij} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

ここで、 $\mathbf{p}_{ij}$ は接点から辺 e_{Aj} の端点までの距離 l_{ij} と、辺 e_{Aj} と接点 a_i^{Ai} が属する辺 e_{Ai} との間のなす角 ϕ_{ij} とからなるパラメータベクトルであり、 $|e_{Aj}|$ は辺 e_{Aj} の長さである。変換関数 X_{ij} は、次式となる。

$$\mathbf{q}_j = X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i) = \begin{pmatrix} x_{Ai} + x_i^{Ai} \cdot c_i - y_i^{Ai} \cdot s_i - x_j^{Aj} \cdot c_j + y_j^{Aj} \cdot s_j - l_{ij} \cdot (x_v \cdot c_j - y_v \cdot s_j) \\ y_{Ai} + x_i^{Ai} \cdot s_i + y_i^{Ai} \cdot c_i - x_j^{Aj} \cdot s_j - y_j^{Aj} \cdot c_j - l_{ij} \cdot (x_v \cdot s_j + y_v \cdot c_j) \\ \theta_{Ai} + \alpha_i^{Ai} + \pi - \alpha_j^{Aj} - \phi_{ij} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

ここで、 $c_i = \cos \theta_{Ai}$, $s_i = \sin \theta_{Ai}$, $c_j = \cos(\theta_{Ai} + \alpha_i^{Ai} + \pi - \alpha_j^{Aj} - \phi_{ij})$, $s_j = \sin(\theta_{Ai} + \alpha_i^{Ai} + \pi - \alpha_j^{Aj} - \phi_{ij})$, $\mathbf{q}_i = (x_{Ai}, y_{Ai}, \theta_{Ai})$, $\mathbf{q}_j = (x_{Aj}, y_{Aj}, \theta_{Aj})$ であり、 (x_i^{Ai}, y_i^{Ai}) は座標系 F_{Ai} に対する接点 a_i^{Ai} の座標値、 (x_j^{Aj}, y_j^{Aj}) は座標系 F_{Aj} に対する辺 e_{Aj} の端点 a_j^{Aj} の座標値、 (x_v, y_v) は F_{Aj} に対する辺 e_{Aj} の単位方向ベクトルの成分、 α_i^{Ai} は F_{Ai} に対する頂点 a_i^{Ai} の座標系 F_{fAi} の姿勢、 α_j^{Aj} は F_{Aj} に対する辺 e_{Aj} の座標系 F_{fAj} の姿勢である。このとき、 F_{fAj} はその y 軸が辺 e_{Aj} に対して垂直になるように設定し、 F_{fAi} はその y 軸が a_i^{Ai} を含む辺 e_{Ai} に対して垂直になるように設定する。

2部品の場合と同様に、その他の基本的な C-patch も定義できる。それ以外の幾何要素の組合せの接触拘束を表現する領域も、パラメータベクトルの範囲に対して同様に定義できる。

3.4 拘束間関係の表現

前節までに、部品の幾何要素間の接触拘束を配位空間における領域として表現する方法を提案した。本節では、これらの表現から、組立品の運動可能領域を配位空間に導出するために、拘束間関係の配位空間における表現方法

を示す。以下では、基本的な拘束間関係として、AND 関係、OR 関係、NOT の三つを定義する。

3.4.1 AND 関係

拘束間の AND 関係は、指定された複数の拘束を同時に満たす関係である。対応する接触関係間の関係は式(3.13)で記述する。

$$\text{AND}(c_1, \dots, c_n) \quad (3.13)$$

ここで、 c_i は接触関係を意味する。図 3.9(a) に示すように、式(3.13)に相当す

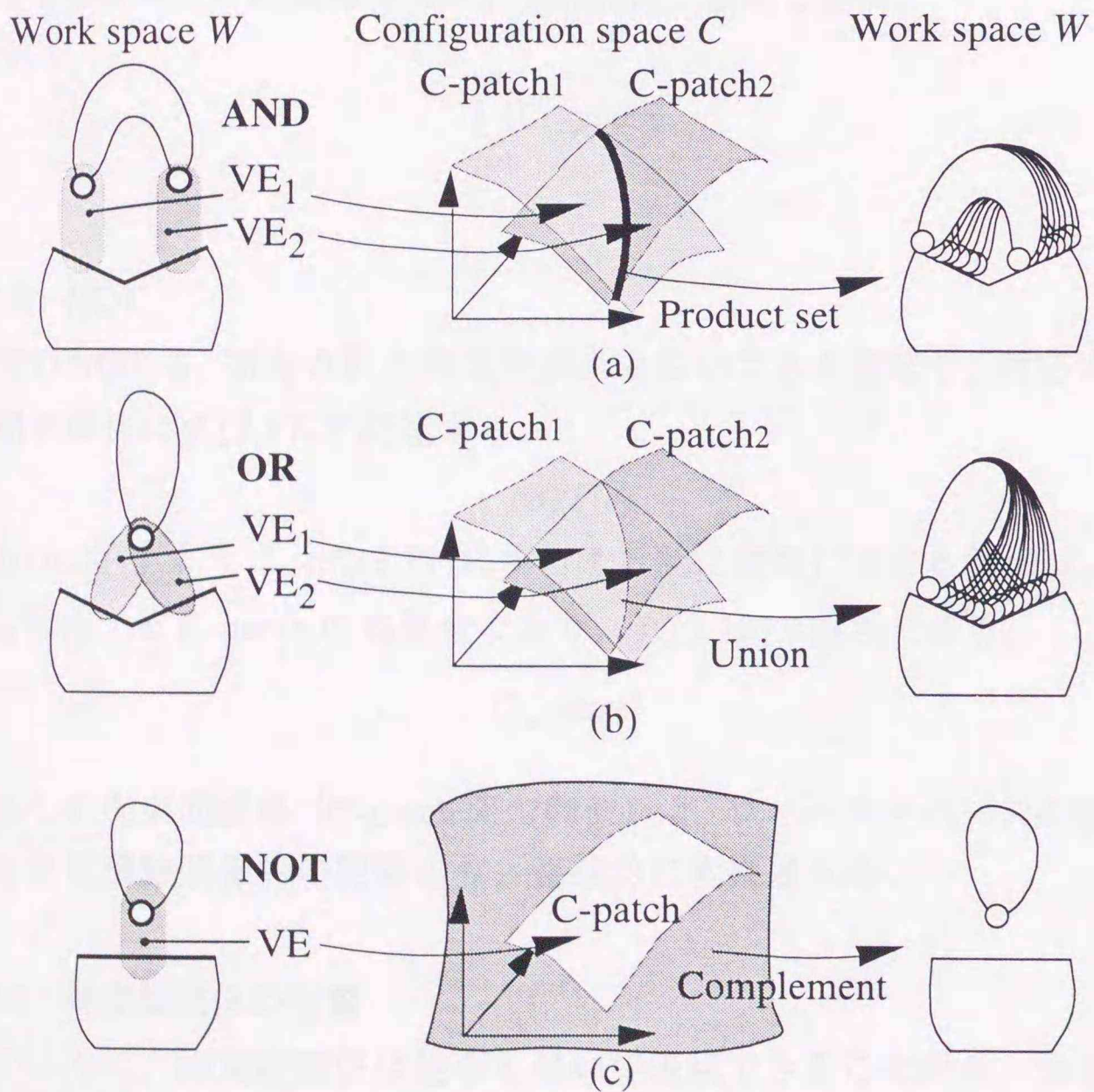


図3.9 拘束間関係及びNOT

る配位空間における領域は、接触関係 c_i に相当する C-patch の積集合であり、式(3.14)で表現できる。

$$\bigcap_{i=1}^n C_patch_i \quad (3.14)$$

3.4.2 OR 関係

拘束間のOR関係は、指定された複数の拘束のうち少なくとも一つを満たす関係である。対応する接触関係間の関係は式(3.15)で記述する。

$$OR(c_1, \dots, c_n) \quad (3.15)$$

図3.9(b)に示すように、式(3.15)に相当する配位空間における領域は、 c_i に相当する C-patch の和集合であり、式(3.16)で表現できる。

$$\bigcup_{i=1}^n C_patch_i \quad (3.16)$$

3.4.3 NOT

拘束のNOTは、指定された拘束を満たさないことを意味し、対応する接触関係間の関係は式(3.17)で記述する。

$$NOT(c) \quad (3.17)$$

図3.9(c)に示すように、式(3.17)に相当する配位空間における領域は、接触関係 c に相当する C-patch の補集合であり、式(3.18)で表現できる。

$$C_patch^c \quad (3.18)$$

これらの拘束間関係（C-patch 間の関係）は、フィーチャベースの機構モデルにおける接触関係間の関係より、直接的に変換される。

3.4.4 拘束間関係の性質

このように、拘束間関係は集合を用いて表現できることから、集合に対して成り立つ法則に基づき、以下に示すような法則が拘束間関係及び接触関係間の関係に適用できる。

(1) 可換律

$$\text{OR}(a, b) = \text{OR}(b, a) \quad (3.19)$$

$$\text{AND}(a, b) = \text{AND}(b, a) \quad (3.20)$$

(2) 結合律

$$\text{OR}(a, \text{OR}(b, c)) = \text{OR}(\text{OR}(a, b), c) = \text{OR}(a, b, c) \quad (3.21)$$

$$\text{AND}(a, \text{AND}(b, c)) = \text{AND}(\text{AND}(a, b), c) = \text{AND}(a, b, c) \quad (3.22)$$

(3) 分配律

$$\text{OR}(a, \text{AND}(b, c)) = \text{AND}(\text{OR}(a, b), \text{OR}(a, c)) \quad (3.23)$$

$$\text{AND}(a, \text{OR}(b, c)) = \text{OR}(\text{AND}(a, b), \text{AND}(a, c)) \quad (3.24)$$

(4) 吸収律

$$\text{OR}(a, \text{AND}(a, b)) = a \quad (3.25)$$

$$\text{AND}(a, \text{OR}(a, b)) = a \quad (3.26)$$

(5) その他

$$\text{OR}(a, \text{NOT}(a)) = C \quad (3.27)$$

$$\text{AND}(a, \text{NOT}(a)) = \phi \quad (3.28)$$

$$\text{NOT}(\text{NOT}(a)) = a \quad (3.29)$$

$$\text{NOT}(\text{AND}(a, b)) = \text{OR}(\text{NOT}(a), \text{NOT}(b)) \quad (3.30)$$

$$\text{NOT}(\text{OR}(a, b)) = \text{AND}(\text{NOT}(a), \text{NOT}(b)) \quad (3.31)$$

ここで、 C は拘束が存在しないことを意味し、 ϕ は過拘束で解が存在しないことを意味している。これらの法則により、接触関係間の関係及び拘束間関係により表現された組立品の等価な表現が自由に生成できる。

また、最初に示した接触関係の XOR は、次式で表現できる。

$$\text{XOR}(a, b) = \text{OR}(\text{AND}(a, \text{NOT}(b)), \text{AND}(\text{NOT}(a), b)) \quad (3.32)$$

更にこれを多項間の関係に拡張すると次式となる。

$$\begin{aligned} \text{XOR}(c_1, \dots, c_n) = & \text{OR}(\text{AND}(c_1, \text{NOT}(c_2), \dots, \text{NOT}(c_n)), \dots, \\ & \text{AND}(\text{NOT}(c_1), \dots, \text{NOT}(c_{n-1}), c_n)) \end{aligned} \quad (3.33)$$

3.5 機構解析への応用

本研究で提案した手法の有効性を確認するため、図3.10に示す間欠機構の運動可能領域導出に対して本手法を適用する。運動可能領域の導出手順は以下の通りである。

- (1) 部品形状を定義する。
- (2) 部品の幾何要素のペアに対して拘束を指定する。

図3.10(a)に示すように、各部品の幾何要素間に対して接触関係を指定する。ただし、VVは頂点同志、VEは頂点と辺、EEは辺同志の接触を示している。

- (3) 接触関係間の関係を与える。

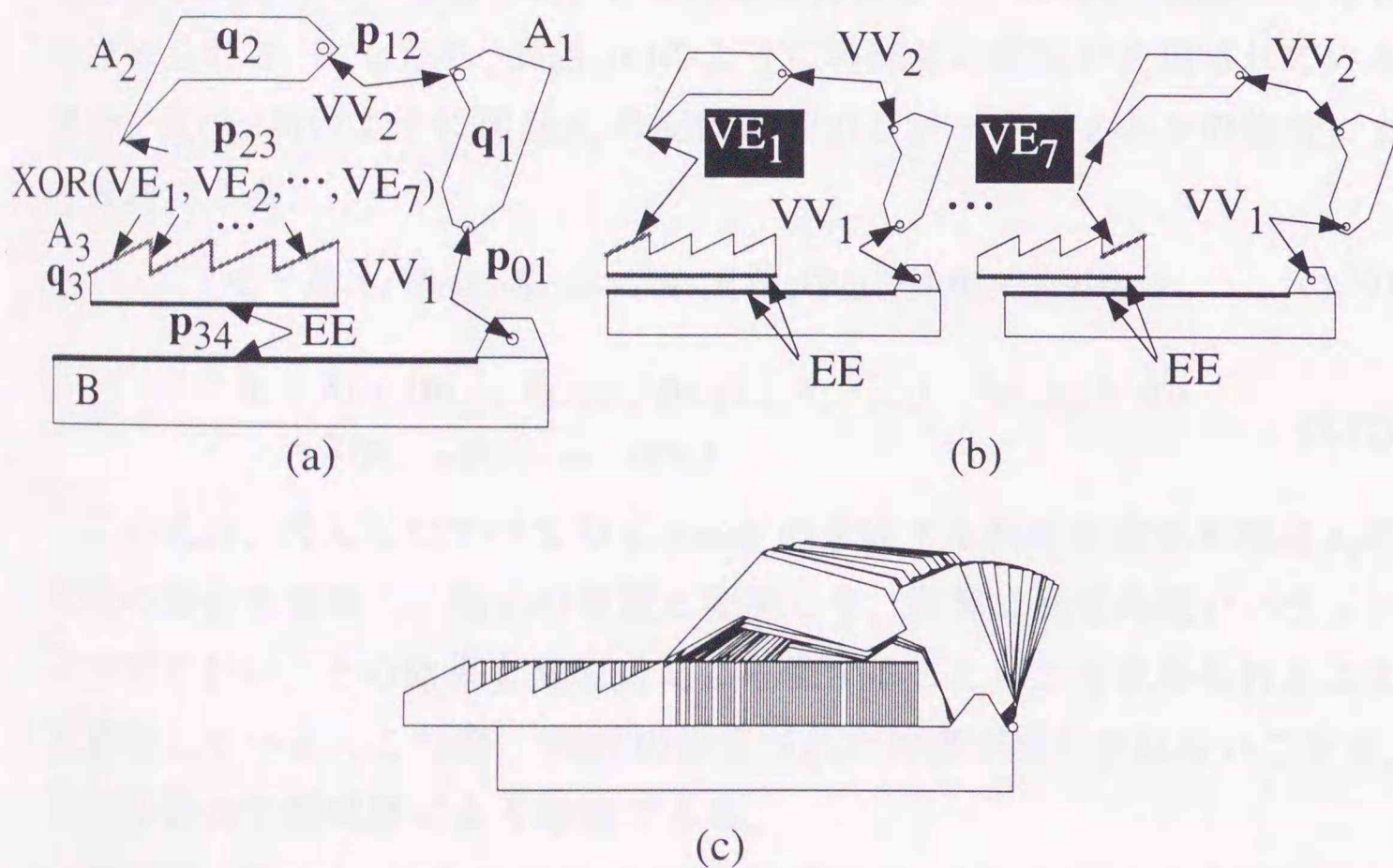


図3.10 機構解析への適用

上述の接触関係間の関係によりこの組立品を式(3.34)で表現する.

$$\text{AND}(\text{VV}_1, \text{VV}_2, \text{XOR}(\text{VE}_1, \dots, \text{VE}_7), \text{EE}) \quad (3.34)$$

(4) マッピングルールを用いて, 接触関係を C-patch に変換する.

(5) 接触関係間の関係から導出される拘束間関係に従って, 配位空間における領域を導出する.

はじめに, 指定された接触関係間の関係を上述した法則と式(3.33)を使用して $\text{OR}(\text{AND}(\dots), \dots, \text{AND}(\dots))$ の形に変換する. 例えば, 式(3.34)は, 式(3.35)に変換される.

$$\begin{aligned} &\text{OR}(\text{AND}(\text{VV}_1, \text{VV}_2, \text{VE}_1, \text{EE}, \text{NOT}(\text{VE}_2), \dots, \text{NOT}(\text{VE}_7)), \dots, \\ &\quad \text{AND}(\text{VV}_1, \text{VV}_2, \text{VE}_7, \text{EE}, \text{NOT}(\text{VE}_1), \dots, \text{NOT}(\text{VE}_6))) \end{aligned} \quad (3.35)$$

これは, 図 3.10(b) に示すように, 接触の複数の組合せを持つ組立品の問題を, 一つの組合せの接触を持つ組立品の問題に分解することを意味する.

AND の項ごとに C-patch の積集合を導出し, 最後にそれらの和集合(OR)を導出する. その際, C-patch を表現する各部品の配位が他の C-patch の変換関数 X に代入できるものは, その代入操作によりそれら C-patch の積集合を求められる. すなわち, 式(3.36)のように各部品の配位が表現されている場合, 式(3.37)のように部品 A_i の配位 $\mathbf{q}_i$ がパラメータベクトルの集合により表現できる.

$$\mathbf{q}_i = X_{i-1\ i}(\mathbf{p}_{i-1\ i}, \mathbf{q}_{i-1}), \dots, \mathbf{q}_2 = X_{12}(\mathbf{p}_{12}, \mathbf{q}_1), \mathbf{q}_1 = X_{01}(\mathbf{p}_{01}) \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \therefore \mathbf{q}_i &= X_{i-1\ i}(\mathbf{p}_{i-1\ i}, X_{i-2\ i-1}(\mathbf{p}_{i-2\ i-1}, X_{i-3\ i-2}(\dots X_{01}(\mathbf{p}_{01}) \dots))) \\ &= X(\mathbf{p}_{i-1\ i}, \mathbf{p}_{i-2\ i-1}, \dots, \mathbf{p}_{01}) \end{aligned} \quad (3.37)$$

この式は, 代入したすべての C-patch の意味する拘束を満たす部品 A_i の配位の集合を意味し, 部品の位置と姿勢とを, 計算は次元の低いパラメータ空間で行い, その結果を配位空間に写像することにより求められることを意味している. この際, NOT の指定された拘束が満たされないことは, 幾何要素の空間関係により確認できる.

例えば, 式(3.35)のそれぞれの AND の項において, 部品 B の作業空間における位置と姿勢を $(0,0,0)$ とすると, パラメータベクトルの関係は式(3.38)となる.

$$(0,0,0)^T = X(\mathbf{p}_{34}, \mathbf{p}_{23}, \mathbf{p}_{12}, \mathbf{p}_{01}) \quad (3.38)$$

このとき、三つのパラメータの値は、他の独立なパラメータの値が与えられれば決定できる。そこで、それぞれの独立なパラメータの値を、C-patchのパラメータの範囲内で離散的に変化させ、そのとき得られる三つのパラメータの値が、C-patchのパラメータ集合内に存在するときそれらを解とすることにより組立品の運動可能領域を導出する。その際個々の部品の位置と姿勢は式(3.37)により得られる。

(6) 求められた領域から干渉部分を除外する。

干渉部分の除外は幾何要素間の干渉チェックにより行う。

運動可能領域の導出結果を図 3.10(c)に示す。部品 A_3 が部品 B に常に接触し、部品 A_2 の頂点が部品 A_3 の複数の辺の何れかに接触する干渉の無い運動可能領域が導出されたことが確認できる。

3.6 本章の総括と結論

本章では、組立品の設計段階で得られる部品形状及び接触関係から、組立品の運動を構成部品の運動可能領域として表現することを可能とする組立品の機構モデルを提案することを目的として、以下のことを行った。

- (1) 位置と姿勢の範囲を考慮した幾何要素間の接触拘束の配位空間における表現方法を示した。
- (2) それら接触拘束の表現を多部品の組立品に対して拡張した。
- (3) 組立品における接触の組合せを表現するために、拘束間関係の表現方法を提案した。
- (4) これらを用いて、配位空間における機構モデルを提案した。

- (5) 拘束間関係に対応する集合演算を接触拘束表現に対して適用することにより，組立品の運動可能領域を導出する方法を提案した。
- (6) フィーチャベースの機構モデルから配位空間における機構モデルへのマッピングルールを明らかにした。
- (7) 提案した組立品の機構モデルを機構解析に対して適用し，本手法の有効性を確認した。

本章で提案した手法では，配位空間における機構モデルを計算機上に表現し，運動可能領域を導出するために，膨大な記憶容量と計算時間を要する。機構モデルを単純化するため，第4章では，拘束還元に関する手法の現状を調査し，その問題点を明らかにすると共に，第5章では，その問題点を解決し，拘束還元手続きを本機構モデルにおいて表現する。

機構設計においては，本章で示したような検証結果が得られた段階で，時刻を考慮し，入力運動等を指定し，より詳細な検証を行う必要がある。その際，位置と姿勢の時刻に関する拘束を表現する必要があるが，本章で提案した接触拘束表現に対してそのような拘束を付加しようとするすると，その表現及び処理が複雑になる。そのような問題点に対する本機構モデルの拡張に関しては，第7章で述べる。第7章では，時刻を考慮した配位空間（configuration-time space）を導入し，幾何学的な拘束と時刻に関する拘束とを統一的に表現及び処理することを可能とするように，本章で提案した組立品の機構モデルを拡張する。

参考文献

- [3- 1] A. P. Ambler and R. J. Popplestone : Inferring the Positions of Bodies from Specified Spatial Relationships, *Artificial Intelligence*, 6, (1975) 157.
- [3- 2] J. H. Oliver and M. J. Harangozo : Inference of Link Positions for Planar Closed-loop Mechanisms, *Computer-Aided Design*, 24, 1, (1992) 18.
- [3- 3] 内山直樹, 荒井栄司, 井越昌紀 : 幾何モデルを用いた機構の変位解析システム, *日本機械学会論文集(C編)*, 60, 575, (1994) 2468.
- [3- 4] S. H. Kim and K. Lee : An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, *Computer-Aided Design*, 21, 1, (1989) 2.
- [3- 5] J. C. Latombe : *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers, Boston, (1991).
- [3- 6] Y. H. Liu and H. Onda : Constructing an Approximate Representation of a Configuration Space without using an Intersection Check, *Proc. 1993 IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, (1993) 644.
- [3- 7] 平岡弘之 : ロボットの障害物回避への局所的なコンフィギュレーション空間の利用, *精密工学会誌*, 60, 1, (1994) 70.
- [3- 8] H. Tokunaga, F. Tanaka and T. Kishinami : An Assembly Modeling using Kinematic Constraint Representation in Configuration Space, *Proc. Japan/USA Symp. Flexible Automation*, Vol. 2, (1996) 761.
- [3- 9] H. Tokunaga, F. Tanaka and T. Kishinami : Contact Constraint Representation in an Assembly using Configuration Space, *Proc. 1996 KSME*, (1996) 261.
- [3-10] 徳永仁史, 田中文基, 岸浪建史 : 配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル, *精密工学会誌*, **63**, 8, (1997) 1081.

第4章

拘束還元法の現状と問題点

機構設計において最も重要なことの一つは、組立品における部品間の相對運動から、組立品の基本的な運動を抽出することであり、この手段として拘束還元 (constraint reduction) は重要である。ここで、拘束還元とは、部品間に存在する複数の拘束から、正味の働きをする等価な一つの拘束を導出する手続きである。機構解析においては、部品及び拘束の増加に伴って必要となる計算機の記憶容量、計算時間が増大するため、注目する部品の運動またはその拘束について等価な最小の機構モデルを導出する必要がある。また、機構部品の精度設計 (公差設定等) においては、フィーチャ間の本質的なパラメータの導出が重要になるため、等価な最小の機構モデルの導出に加えて、フィーチャ及びその接触関係により新たに設計のための機構モデルを表現し、上述の機構モデルとの関係を明らかにする必要がある。そのため、本章では、拘束還元に関する代表的な手法を調査し、それらの拘束還元手続きの問題点、第3章で提案した配位空間における機構モデルに対して拘束還元手続きを表現する際の問題点、各手法における拘束表現とフィーチャとの関係を明らかにする。

4.1 経験則に基づく拘束表現と拘束還元

Lee 他[4-1]及び Turner 他[4-2]は、工学的立場から、経験則に基づき、拘束の分類と拘束還元則の提案を行った。

4.1.1 経験則に基づく拘束表現

拘束は、二つの剛体間に要求される関係を定義する。すなわち、拘束は、その拘束を維持しながら、一方の剛体に対して他方に適用可能な剛体運動の集合として定義される。各自由度は、可能な剛体運動の種類を特定する。ここでは、その

ような運動の任意の組み合わせにより，拘束を表現する．ただし，並進自由度と回転自由度とは独立に表現する．

・並進自由度 (translational freedoms)

表4.1に示すように，四つのタイプの並進自由度を定義する．拘束の並進成分は，これらのうち一つの並進自由度により表現する．

・回転自由度 (rotational freedoms)

表4.2に示すように，五つのタイプの回転自由度を定義する．拘束は，幾つかの独立した回転自由度により構成される．従って，拘束の回転成分は，許容される回転自由度のリストにより表現される．

表 4.1 並進自由度のタイプ

type	description	geometric information required
T0	no translation allowed	none
T1	translation in one direction	direction of translation
T2	translation in a plane	plane normal
T3	free translation	none

表 4.2 回転自由度のタイプ

type	description
R0	no rotation allowed
R1	rotation about a given axis
R1-a	rotation about any axis in a given direction
Rf	rotation about any axis through a given point
Rf-a	rotation about any axis

図4.1に示すような低次対偶 (lower kinematic pair) による単純拘束 (simple constraint) の表現を示す。ここで、単純拘束とは、許容運動を表現するパラメータが互いに独立に表現可能な拘束を示している。

・平面对偶 (planar pair)

接触する面は、平面である。平面上の並進と法線方向の任意の軸に対する回転が許容される。従って、拘束は(T2,R1-a)と表現する。

同様に、他の低次対偶に対する拘束についても表現できる。それらの拘束表現を表4.3にまとめた。

また、剛体間の接触を介さない拘束を指定するため、図4.2に示すような組立

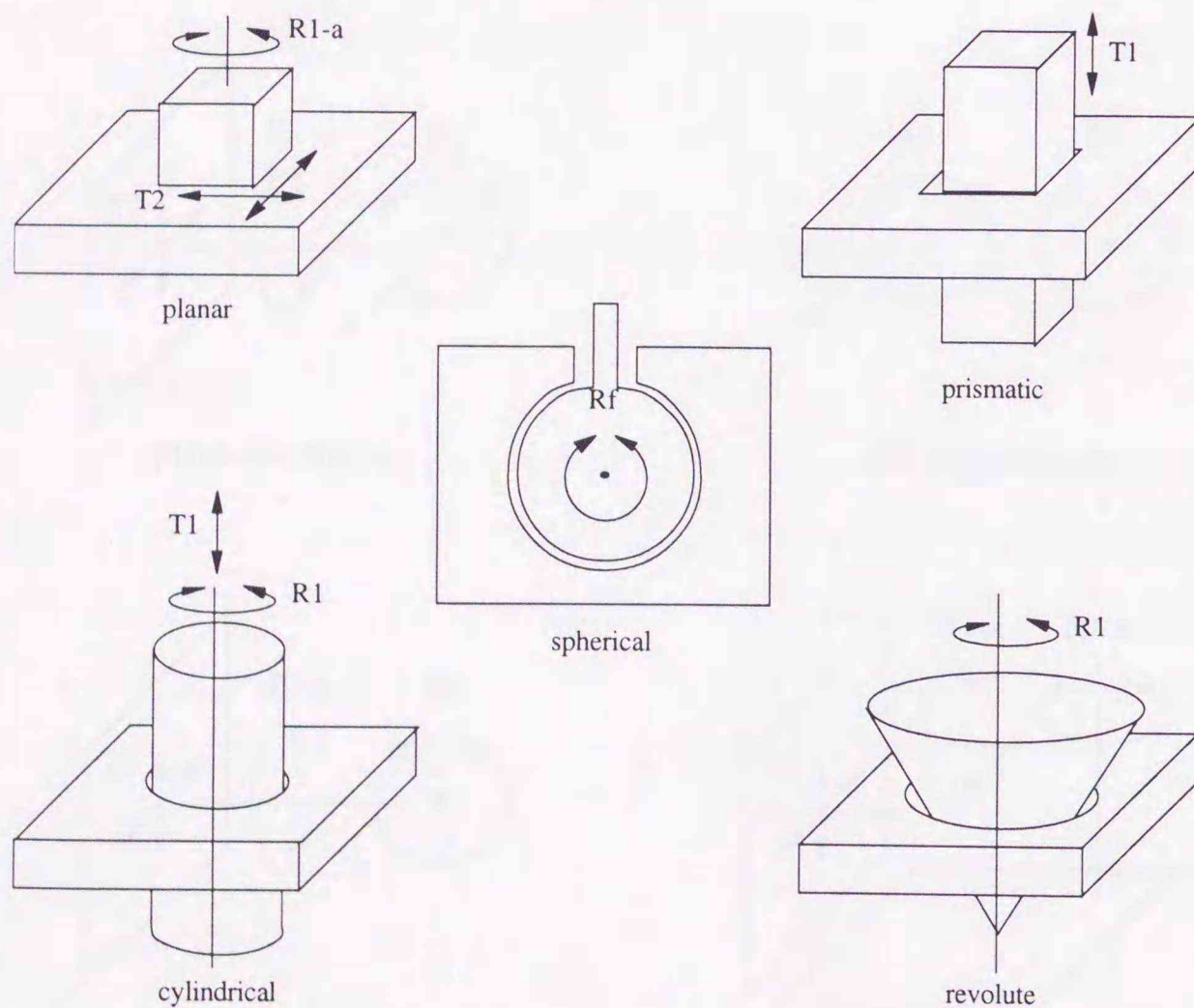
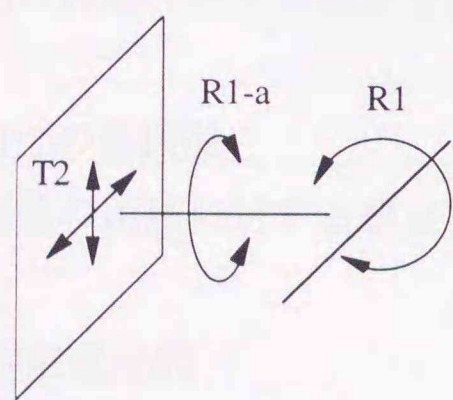


図4.1 低次対偶の表現

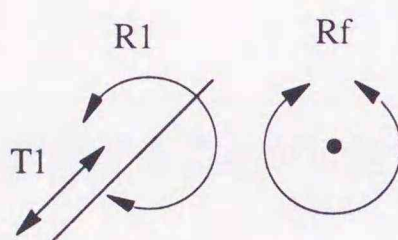
表 4.3 拘束の表現 (低次対偶)

pair	constraint representation(T,R)	
	T	R
planar	T2	R1-a
prismatic	T1	R0
spherical	T0	Rf
cylindrical	T1	R1
revolute	T0	R1
rigid	T0	R0
screw	NA	NA

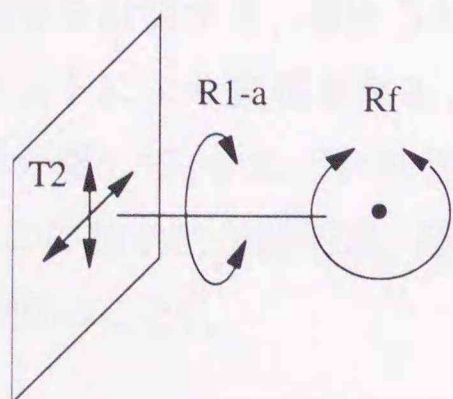
NA: Not Applicable



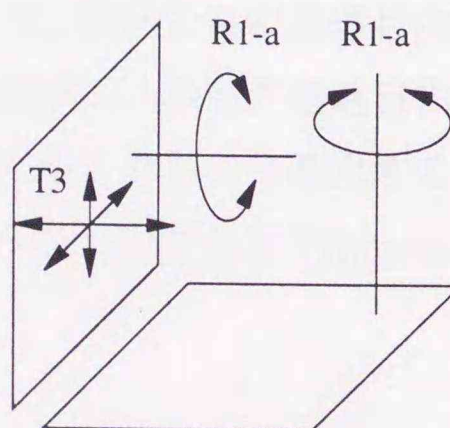
plane-line distance



line-point distance



plane-point distance



plane-plane perpendicularity

図 4.2 組立寸法の表現

寸法 (assembly dimension) も表現することが可能である。

・二つの平行な面間の距離

拘束は, (T2,R1-a)により表現する。平面对偶は, 平面間の距離が0の特別な場合である。

同様に, 他の組立寸法についても対応する拘束を表現できる。代表的な組立寸法の表現例を表4.4に示す。

これらの表現を用いて, 高次対偶に対応する拘束を表現することが可能である。

・円筒面と平面の線接触

直線と平面の距離に対する組立寸法拘束により表現することが可能である。

・球面と平面の点接触

点と平面の距離に対する組立寸法拘束により表現することが可能である。

・円筒面同士の線接触

平行な直線の距離に対する組立寸法拘束により表現することが可能である。

4.1.2 拘束還元則

各々の拘束は, 許容される並進自由度と回転自由度のリストにより表現される。複数の拘束が二つの剛体間に存在する場合, 拘束還元手続きは, 等価な働きをする一つの拘束を計算する。導出される拘束もまた, 許容される並進自由度と回転自由度のリストにより表現される。このような拘束は, 拘束の並進自由度と回転自由度とを分離して, それぞれ独立に積を計算することにより導出することが可能である。この数学的な証明は, 群論により行うことができる (Thomasの拘束還元節を参照のこと)。

・並進拘束の還元

表4.5は, 並進自由度の積を計算した結果をまとめたものである。

表 4.4 拘束の表現 (組立寸法)

assembly dimension	type	constraint representation(T,R)	
		T	R
parallel planes	distance	T2	R1-a
plane and parallel line	distance	T2	(R1,R1-a)
plane and point	distance	T2	(R1-a,Rf)
lines	distance	T2	(R1,R1)
parallel lines	distance	T1	(R1,R1)
colinar linear	distance	T1	R1
line and point	distance	T1	(R1,Rf)
line and point on the line	distance	T1	Rf
points	distance	T0	(Rf,Rf)
coincident points	distance	T0	Rf
plane	angle	T3	(R1-a,R1-a)
parallel planes	angle	T3	R1-a
plane and line	angle	T3	(R1-a,R1-a)
plane and perpendicular line	angle	T3	R1-a
lines	angle	T3	(R1-a,R1-a)
parallel lines	angle	T3	R1-a

・回転拘束の還元

表4.6は、回転自由度の積を計算した結果をまとめたものである。拘束の回転成分は、回転自由度のリストにより表現される。そのようなリストの積は、各々の回転自由度の積を計算することにより、求めることが可能である。

表 4.5 並進自由度の還元則

combination of freedoms	resulting freedoms
T0 and T0	T0
T3 and Tx	Tx
T1 and T1	T1 (the directions are the same or exactly opposite) T0 (otherwise)
T1 and T2	T1 (the T1 direction lies on the T2 plane) T0 (otherwise)
T2 and T2	T2 (the plane normals are the same) T1 (otherwise)

表 4.6 回転自由度の還元則

combination of freedoms	resulting freedoms
R0 and Rx	R0
R1 and R1	R1 (the axes have the same direction, and the origin of one axis lies on the other axis or either origin is arbitrary) R0 (otherwise)
R1 and Rf	R1 (either origin is arbitrary, or the Rf origin is on the R1 axis) R0 (otherwise)
Rf and Rf	Rf (either origin is arbitrary, or the origins coincide) R0 (otherwise)

4.1.3 手法の分析と問題点

本節では、Lee 他及びTurner 他の提案した工学的立場からの経験則に基づく拘束の分類と拘束還元則を紹介した。これらの手法には、以下に示す拘束表現及び拘束還元則の問題点、第3章で提案した機構モデルに対する拘束還元手続きを表現する際の問題点、フィーチャをベースとする機構モデルとの対応関係を明らかにすると言う観点からの問題点が存在する。

- (1) 拘束が回転自由度と並進自由度を独立して表現可能なものに限定されている。そのため、基本的な低次対偶である螺旋面同士（ねじ対偶）の接触拘束を表現できない。
- (2) 拘束の形態（直列拘束、並列拘束）を考慮していない。第5章で示すように、拘束の接続形態には、二つの部品に対して複数の接触拘束が与えられている形態（並列拘束）と、共通な一つの部品を介して二つの部品に対して接触拘束が与えられている形態（直列拘束）とが存在する。本手法は、直列拘束のみの考慮である。
- (3) 拘束還元の配位空間における接触拘束表現との関係を明らかにしていない。従って、第3章で提案した配位空間における機構モデルに対して導入することが困難である。
- (4) 拘束表現とフィーチャとの対応関係を十分に考慮していない。解析の対象となるモデルと、設計の対象となるモデルの定義及び区別が曖昧であり、その対応関係を明確にしていない。
- (5) 拘束の種類の変換，すなわち，拘束の分類に関して，その数学的根拠が不明確である。
- (6) 拘束還元の一般的な手続きを明らかにしていない。経験的に拘束還元則を提案したにすぎず，その正当性が証明されていない。

4.2 変位群に基づく拘束表現と拘束還元

Hervé [4-3]は、剛体の位置姿勢の集合を、変位 (displacement) の集合 (群) の部分集合により表現する方法を提案した. 変位の集合の代数的構造を明らかにすることにより、剛体間の拘束の定義とその特性を明らかにした. 剛体間の拘束に対する操作 (operation) として、積 (intersection) と合成 (composition) を定義することにより、任意の剛体間の拘束の特徴が明らかになる. Thomas 他は、その手法をシンボリック演算子により、定式化した [4-4], [4-5].

4.2.1 同次変換行列

n 次元空間における剛体の同次座標を用いた表現には、 $n+1$ 次元空間を必要とする. 例えば、 n 次元空間におけるベクトル $\mathbf{v} = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}$ ($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ はそれぞれ直交座標系の軸に対する単位ベクトル) は、同次座標を用いて次式で表現できる.

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

ここで、 $x_1 = x/t$, $y_1 = y/t$, $z_1 = z/t$ となる. また、 $t=1$ として正規化する.

変換 H は、点 $\mathbf{v}$ を点 $\mathbf{u} = H\mathbf{v}$ に写像する 4×4 行列である. ベクトル $\mathbf{d} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ による並進を表現する変換 H は、次式で表現できる.

$$H = \text{Trans}(\mathbf{d}) = \text{Trans}(a, b, c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

すべての並進変換行列の集合は、行列積について群を成し、 T と表記する.

x, y, z 軸に対する、角 ϕ, θ, ψ 回転を表現する変換は、それぞれ次式で表現できる.

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

$$R_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

これらの行列は、行列式が+1の直交行列である。また、行列積について群を成し、 S_0 と表記する。

4.2.2 変位

回転と並進を表現する変換は、変位 (displacement) を表現する。すべての変位の集合 D は、次元6の連続群の特性を持つことが知られている。

・変位の分解

変位 H は、並進と回転に分解できる。

$$H = \text{Trans}(\mathbf{d}) = \text{Trans}(a, b, c) \hat{H}, \quad \forall H \in D \quad (4.6)$$

ここで、 $\hat{H}$ は変位 H の回転要素を示している。

・ n 個の変位の合成

$$\begin{aligned} H_1 H_2 \cdots H_n &= \text{Trans}(\mathbf{d}_1) \hat{H}_1 \cdots \text{Trans}(\mathbf{d}_n) \hat{H}_n \\ &= \text{Trans}(\mathbf{d}_1 + \hat{H}_1 \mathbf{d}_2 + \cdots + \hat{H}_1 \hat{H}_2 \cdots \hat{H}_{n-1} \mathbf{d}_n) \\ &\quad \cdot \hat{H}_1 \hat{H}_2 \cdots \hat{H}_n, \quad \forall \hat{H}_1, \dots, \hat{H}_n \in D \end{aligned} \quad (4.7)$$

ここで、 $\hat{H}_1, \dots, \hat{H}_n$ は S_0 に属することから、それらの積は球面回転を表現する。

・逆変位

直交行列の性質から、 H の逆変位は次式により表現できる。

$$H^{-1} = \hat{H}^T \text{Trans}(-a, -b, -c), \quad \forall H \in D \quad (4.8)$$

4.2.3 シンボリック演算子

Popplestone 他が提案した三つのシンボリック演算子を使用することにより、任

意の変位が記述できる。

- ・ $Trans(a,b,c)$: ベクトル $d = ai + bj + ck$ による並進
- ・ $Twix(\phi)$: x 軸に対する回転 $R_x(\phi)$
- ・ $XTOY$: x 軸を y 軸に一致させる回転 $R_z(\pi/2)$

任意の変位は、次式で記述することができる。

$$\begin{aligned} H &= Trans(a,b,c) \cdot Twix(\phi) \cdot XTOY \cdot Twix(\theta) \cdot XTOY \cdot Twix(\psi) \\ &= Trans(a,b,c) R_x(\phi - \pi/2) R_z(\theta + \pi) R_x(\psi - \pi/2) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$\hat{H}$ の固有ベクトルが $(1,0,0,0)^T$ のとき ϕ と ψ は一意には定まらないので、 $\psi = 0$ とする。

4.2.4 変位群の部分群と自由度拘束

群とは、要素がある演算（例えば、積）に関して閉じており、単位元、逆元が存在し、結合律が成立する集合である。変位の集合 D は、これらが成立することから、群（変位群）をなす。また、部分群 $S \subset D$ とは、群 D の部分集合で、それ自身同一の演算について群を成すものである。上述の T 及び S_0 は、 D の部分群の例である。

ここで、共役部分群 (conjugate subgroup) について説明する。部分群 S_1 の共役部分群 S_2 とは、次式のように定義される。

$$S_2 = dS_1d^{-1} = \{dXd^{-1} \mid X \in S_1\} \quad (4.10)$$

ここで、 $d \in D$ である。このとき、 S_1 と S_2 は上式の意味で等価であり、 $S_1 \sim S_2$ と記述する。

変位群 D の部分群は、共役部分群に関してまとめることにより分類 (classification) され、表4.7に示すように分類された。表4.7のシンボリックオペレータは、次に示す仮定のもとに、それぞれの共役部分群を表現している。

- ・ 頂点の局所座標系の原点は、その頂点に一致する。
- ・ 辺の局所座標系の x 軸は、その辺上に存在する。
- ・ 平面の局所座標系の x 軸は平面に垂直であり、原点はその平面上に存在する。

表4.7 部分変位群の共役部分群による分類

d.o.f	notation	geometric elements of definition	symbolic displacement	lower pair
1	T_v	a direction of translation v	$\text{Trans}(x,0,0)$	prismatic revolute helical
	R_u	an axis of revolution u	$\text{Twix}(\phi)$	
	$H_{u,p}$	an axis of revolution u , a thread pitch p	$\text{Trans}(x,0,0)\text{Twix}(px)$	
2	T_P	a plane P	$\text{Trans}(0,y,z)$	cylindrical
	C_u	an axis u	$\text{Trans}(x,0,0)\text{Twix}(\phi)$	
3	T		$\text{Trans}(x,y,z)$	plane spherical
	G_P	a plane P	$\text{Trans}(0,y,z)\text{Twix}(\phi)$	
	S_o	a point o	$\text{Twix}(\phi) \text{XTOY}$ $\text{Twix}(\theta) \text{XTOY Twix}(\psi)$	
	$Y_{v,p}$	a direction of revolution v , a thread of pitch p	$\text{Trans}(x,y,z)\text{Twix}(px)$	
4	X_v	a direction of revolution v	$\text{Trans}(x,y,z)\text{Twix}(\psi)$	

自由度拘束 (constraints on the d. o. f.) は、これら共役部分群の要素である行列積に対してコンスタントな変換行列を掛けることにより得られる行列積により表現する。

表4.7に示される部分群は、他の部分群の部分群になる場合がある。その条件をまとめたものを、表4.8に示す。

4.2.5 拘束の積と合成

剛体間の関係は、剛体を節点、拘束を枝とする有向グラフ (GR graph) により表現できる。このグラフに対する基本操作として、図4.3に示す積 (intersection) と合成 (composition) とを定義する。図4.3(a)に示すように、三つの剛体 B_1 , B_2 ,

表 4.8 部分群が包含関係 $A \supset B$ を満たす条件

$A \backslash B$	T_v	R_u	$H_{u,p}$	T_P	C_u	T	G_P	S_o	$Y_{v,p}$	X_v
T_P	$u // P$									
C_u	$u // u'$	$u = u'$	$u = u'$							
T	yes			yes						
G_P	$u // P'$	$u \perp P'$		$P // P'$						
S_o		$o \in \text{axis } u$								
$Y_{v,p'}$	$u \perp v$		$u = v,$ $p = p'$	$P \perp v$						
$X_{v'}$	yes	$u // v'$	$u // v'$	yes	$u // v'$	yes	$P \perp v'$		$u // v'$	
D	yes	yes	yes	yes	yes	yes	yes	yes	yes	yes

$//$: parallel, $\perp$: perpendicular, $=$: collinear or coincident

B_3 が二つの拘束 R_{12} , R_{23} により拘束されていると仮定する。このとき、拘束 $R_{13}=R_{12} \cdot R_{23}$, すなわち, B_1 に対する B_3 の自由度を求める。ここで, $S_1 \cdot S_2$ は, 部分変位群 S_1 , S_2 の合成 (composition) を示しており, 次式で定義される。

$$S_1 \cdot S_2 = \{X_1 \cdot X_2 | X_1 \in S_1, X_2 \in S_2\} \quad (4.11)$$

ここで, 部分群の存在する群の要素は, その部分群の要素と他の要素の積として表現できるので, R_{12} と R_{23} は次のように記述できる。

$$\begin{aligned} R_{12} &= P_{12} \cdot M_{12} = \{X_1 \cdot X_2 | X_1 \in P_{12}, X_2 \in M_{12}\} \\ &= \{X_1 | X_1 \in P_{12}\} \cdot \{X_2 | X_2 \in M_{12}\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} R_{23} &= M_{23} \cdot N_{23} = \{X'_1 \cdot X'_2 | X'_1 \in M_{23}, X'_2 \in N_{23}\} \\ &= \{X'_1 | X'_1 \in M_{23}\} \cdot \{X'_2 | X'_2 \in N_{23}\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

ここで, M_{12} と M_{23} は同一の部分群とする。従って, $M_2=M_{12} \cdot M_{23}$ も同一の部分群となる。このとき, この部分群が式(4.12)と式(4.13)を満たす最大次元の部分群となる場合, M_2 は次式で表現できる。

$$M_2 = R_{12} \cap R_{23} \quad (4.14)$$

従って、次式が導出される。

$$\begin{aligned} R_{13} &= P_{12} \cdot M_{12} \cdot M_{23} \cdot N_{23} \\ &= \{X_1 | X_1 \in P_{12}\} \cdot \{X_2 | X_2 \in M_{12}\} \cdot \{X'_1 | X'_1 \in M_{23}\} \cdot \{X'_2 | X'_2 \in N_{23}\} \\ &= \{X_1 | X_1 \in P_{12}\} \cdot \{X_2 | X_2 \in M_2\} \cdot \{X'_2 | X'_2 \in N_{23}\} \\ &= P_{12} \cdot M_2 \cdot N_{23} \end{aligned} \quad (4.15)$$

一方、図4.3(b)に示すように、 B_3 が B_1 と同一な場合（互いに固定させている場合）、中間の B_2 は式(4.14)で示される拘束を満たす。これを、積（intersection）と呼ぶ。

二つの拘束について相当する部分群の積が単位行列のみから構成される場合、それらの拘束は独立であると言う。このような拘束の合成を正規表現（regular representation）と呼ぶ。表4.9は、二つの拘束に対して、それらの積と、正規表現とをまとめた拘束還元則である。

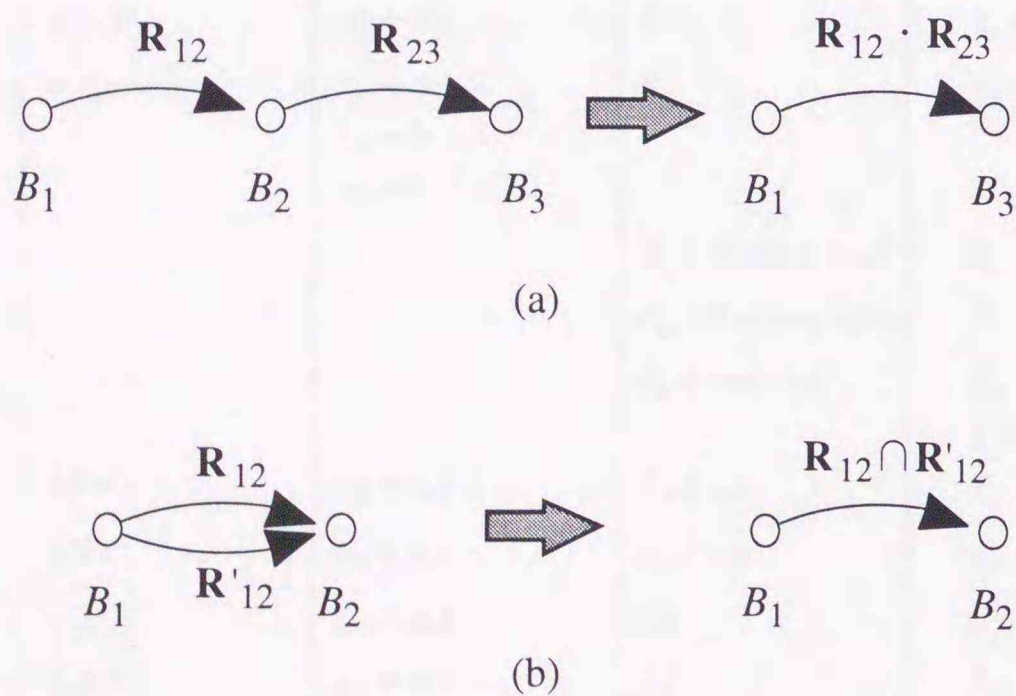


図4.3 GR グラフにおける操作

表4.9 積と正規表現(合成)

subgroup to be composed	conditions on the geometric elements	conditions on the linking displacement	intersection	regular representation (composition)
$T_P \cdot T_{P'}$			$T_v v = P \cap P'$	T
$T_P \cdot G_{P'}$			$T_v v = P \cap P'$	$X_v v \perp P'$
$G_P \cdot G_{P'}$			$T_v v = P \cap P'$	$R_u \cdot T \cdot R_u' u \perp P, u' \perp P'$
$Y_{v,p} \cdot T_P$	$v \not\perp P$	$l_{11} \neq \pm 1$	$T_{v'} v' // P, v' \perp v$	X_v
$Y_{v,p} \cdot G_P$	$v \not\perp P$	$l_{11} \neq \pm 1$	$T_{v'} v' // P, v' \perp v$	$X_v \cdot R_u u \perp P$
$Y_{v,p} \cdot Y_{v',p'}$	$v \not\perp v'$	$l_{11} \neq \pm 1$	$T_{v''} v'' \perp v, v'' \perp v'$	$R_u \cdot T \cdot R_u' u // v, u' // v'$
$Y_{v,p} \cdot C_u$	$u \perp v$	$l_{11} = 0$	T_v	$Y_{v,p} \cdot R_u$
$C_u \cdot C_{u'}$	$u // u'$	$l_{11} = \pm 1$ $l_{24} \neq 0$ or $l_{34} \neq 0$	T_u	$C_u \cdot R_{u'}$
$T_P \cdot C_u$	$u // P$	$l_{11} = 0$	T_u	$T_P \cdot R_u$
$T \cdot C_u$			T_u	$X_v u // v$
$G_P \cdot C_u$	$u // P$	$l_{11} = 0$	T_u	$G_P \cdot R_u$
$X_v \cdot C_u$	$u \not\perp v$	$l_{11} \neq \pm 1$	T_u	$X_v \cdot R_u$
$Y_{v,p} \cdot C_u$	$u // v$	$l_{11} = \pm 1$	$H_{v,p}$	X_v
$G_P \cdot C_u$	$u \perp P$	$l_{11} = \pm 1$	R_u	$X_v v \perp P$
$S_o \cdot C_u$	$o \in \text{axis } u$	$l_{11} = \pm 1$ $l_{24} = 0$ $l_{34} = 0$	R_u	$S_o \cdot T_u$
$S_o \cdot G_P$			$R_u o \in \text{axis } u, u \perp P$	$S_o \cdot T_P$
$S_o \cdot X_v$			$R_u o \in \text{axis } u, u // v$	D
$S_o \cdot S_{o'}$			$R_u u = oo' / oo'$	$S_o \cdot R_u \cdot R_u'$ $o' \in \text{axis } u, o' \in \text{axis } u'$
$Y_{v,p} \cdot Y_{v',p'}$	$v // v'$	$l_{11} = \pm 1$	$T_P P \perp v$	X_v
$Y_{v,p} \cdot X_{v'}$	$v \not\perp v'$	$l_{11} \neq \pm 1$	$T_P P \perp v$	$X_v \cdot R_u' u' // v'$
$G_P \cdot Y_{v,p}$	$v \perp P$	$l_{11} = \pm 1$	T_P	X_v
$G_P \cdot X_v$	$v \not\perp P$	$l_{11} \neq \pm 1$	T_P	$R_u \cdot T \cdot R_u' u \perp P, u' // v$
$G_P \cdot T$			T_P	$X_v v \perp P$
$Y_{v,p} \cdot T$			T_P	X_v
$X_v \cdot X_{v'}$	$v \not\perp v'$	$l_{11} \neq \pm 1$	T	$R_u \cdot T \cdot R_u' u // v, u' // v'$

4.2.6 手法の分析と問題点

本節では, Hervé及びThomas他の提案した変位群の部分群による接触拘束の表現と, それに基づく拘束還元法について紹介した. これらの手法には, 以下に示す拘束表現及び拘束還元則の問題点, 第3章で提案した機構モデルに対する拘束還元手続きを表現する際の問題点, フィーチャをベースとする機構モデルとの対応関係を明らかにすると言う観点からの問題点が存在する.

- (1) 拘束の形態(直列拘束, 並列拘束)に対する演算として合成及び積を導入しているが, 還元則の拘束の組合せが, 不十分である. 従って, 効率的に拘束還元を行うことが困難である.
- (2) 拘束表現とフィーチャとの対応関係を十分に考慮していない. 解析の対象となるモデルと, 設計の対象となるモデルの定義及び区別が曖昧であり, その対応関係を明確にしていない.
- (3) 拘束還元の配位空間における接触拘束表現との関係を明らかにしていない.
- (4) 拘束の分類に関して, その数学的根拠が不明確である. 部分群を成す変換行列の集合により拘束を表現及び分類しているが, その部分群を選択した理由が不明確である.
- (5) 拘束還元の一般的な手続きを明らかにしていない, すなわち, 完全な拘束還元則が必要である.

4.3 機能面の対称性による拘束表現と拘束還元

Clement 他は、フィーチャ（以下では、機能面と呼ぶ）の対称性という立場から剛体間の拘束を表現し、TTRSと呼ばれる機能面の集合を定義することにより、TTRS をベースとした拘束還元則を提案した[4-6]-[4-8].

4.3.1 TTRS の定義

TTRSとは、同一の立体に属し、同じ運動学ループに存在する二つの機能面（あるいは、TTRS）の集合として定義される。例えば、図4.4(a)に示すように接触拘束が与えられる組立品の場合、その接続状態は図4.4(b)に示す結合グラフ (binding graph) により表現される。このとき、図に示すような独立な二つの運動学ループが考えられる。このとき、ループ1 及びループ2に関する TTRS は、次式に示すように再帰的に表現でき、その構造は図4.4(c)に示すような TTRS 結合木 (TTRS association tree) により表現できる。

$$TTRS_1 = S_1 \cup S_2 \quad (4.16)$$

$$TTRS_2 = TTRS_1 \cup S_3 \quad (4.17)$$

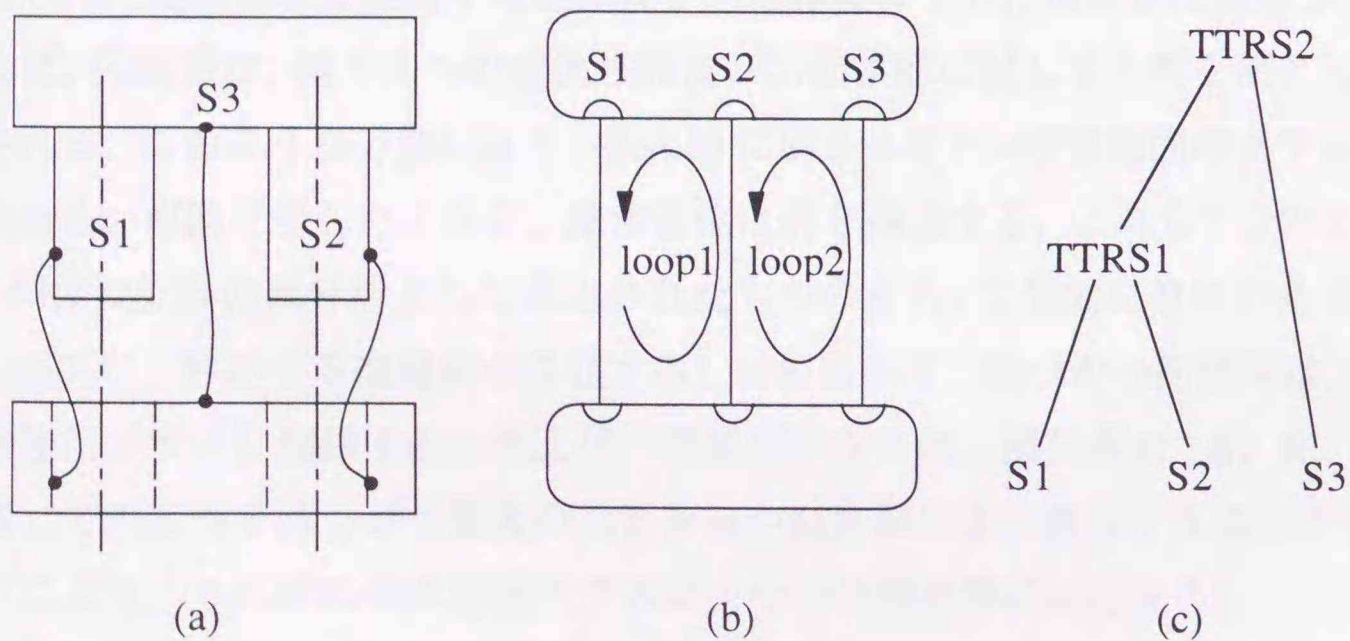
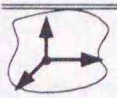
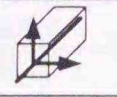
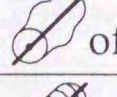
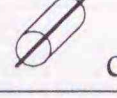
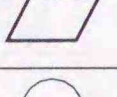
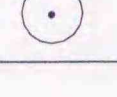


図4.4 組立品，結合グラフ，TTRS 結合木

表4.10 機能面のクラス

surface class	degree of freedom		subgroup	MRGE
	translation	rotation		
 general	0	0	E	plane, line, point
 prismatic	1	0	T	plane, line
 of revolution	0	1	R	line, point
 helical	1	1	H	line
 cylindrical	1	1	C	line
 planar	2	1	G	plane
 spherical	0	3	S	point

4.3.2 変位群

各機能面は、その幾何学的な不変性 (invariant) により定義される。すなわち、与えられた幾何形状を維持する並進及び回転移動により、機能面は表現される。例えば、円筒面は、軸方向への並進移動及び回転移動に関して不変な面として定義される。このような方法により、表4.10に示される7つの機能面のクラスが導出される。前節で示したように、剛体変位は群を構成する。これら7つのクラスは、剛体変位群の部分群として導出されたもののうち、工学的に意味のある部分群（現実には、対応する機能面が存在する）に相当する。幾つかの部分群は、同一の機能面クラスに関係する。例えば、円筒面クラスは、部分群C, H, R, T, Eに関して不変性を持つが、最大の次元を持つ部分群により表現することとする。これにより、それぞれの機能面クラスは、一つの部分群に対応する。

4.3.3 MRGE

それぞれの機能面には、無数の不変的な面 (invariant surface) が存在する。そのような面の一つを代表として選択し、機能面の位置を指定するために、それぞ

表 4.11 TTRS の再分類

surface class	degree of freedom		E	T	R	H	C	G	S
	translation	rotation							
 E general	0	0	E	E	E	E	E	E	E
 T prismatic	1	0		$// \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	E	E	$// \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	$// \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	E
 R of revolution	0	1			$= \rightarrow R$ $ow \rightarrow E$	E	$= \rightarrow R$ $ow \rightarrow E$	$\perp \rightarrow R$ $ow \rightarrow E$	$\in \rightarrow R$ $ow \rightarrow E$
 H helical	1	1				$=p \rightarrow H$ $ow \rightarrow E$	$= \rightarrow H$ $ow \rightarrow E$	E	E
 C cylindrical	1	1	$//$ parallel $=$ coaxial $\perp$ perpendicular				$= \rightarrow C$ $// \neq \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	$\perp \rightarrow R$ $// \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	$\in \rightarrow R$ $ow \rightarrow E$
 G planar	2	1	$\in$ in-line $=_p$ coincident (reference point or pitch)					$// \rightarrow G$ $ow \rightarrow T$	R
 S spherical	0	3	ow otherwise						$=_p \rightarrow S$ $ow \rightarrow R$

れの群に対して定義する．このような要素を表現するために MRGE (Minimum Reference Geometric Element) を使用する．MRGEには，表4.10に示すように，点，直線，平面の集合及びその組合せから構成される．

4.3.4 TTRS の再分類

機能面の位置を指定するのに必要十分なMRGEの存在する部分変位群に属する変位について，機能面は不変性を持つ．ある機能面が，他の機能面に対して相対的に位置付けされる場合，その組合せは表4.11に示すような28通りしか存在しない．TTRSは，二つの機能面の和 (union) により生成される面として定義され，ある特定の部分変位群に属する変位に対して不変性を持つ．数学的には，TTRSに相当する部分群は，機能面に相当する部分群の積 (intersection) となる．この手続きは更に，TTRSと機能面，TTRSとTTRSと言うように再帰的に表現される．

TTRS及び機能面から導出されるTTRSの再分類は，表4.11に示すようにTTRS及び機能面間の幾何学的条件 (平行，垂直等) に依存する．すなわち，ある二つの部分群の組合せにおいて，それを特徴付けるMRGEの相対的な位置関係により，それらの部分群の積により表現される部分群のクラスが決定される．

拘束還元とは，複数の拘束から本質的な一つの等価な拘束を導出する手続きで

あるが、TTRS 再分類の手続きがこれに相当する。機能面はその不変性に対して変位群により表現したが、このような機能面（幾何形状）の対称性は、次の節で紹介する対称群（symmetry group）により、より一般的に表現できることが知られている。但し、本節で示したように、必ずしも面のクラスと拘束のクラスは一致しない。本節で示した手法では、互いに同一形状の面同士が接触することが仮定されていたが、一般的にはそうではないからである。

4.3.5 手法の分析と問題点

本節では、Clement 他が提案した TTRS に基づく拘束表現と拘束還元則について紹介した。この手法には、以下に示す拘束表現及び拘束還元則の問題点、第3章で提案した機構モデルに対する拘束還元手続きを表現する際の問題点、が存在する。

- (1) 拘束の形態（直列拘束，並列拘束）を考慮していない。並列拘束のみしか考慮していない。
- (2) 拘束還元の配位空間における接触拘束表現との関係を明らかにしていない。
- (3) 拘束の分類に関して、その数学的根拠が不明確である。
- (4) 拘束還元の一般的な手続きを明らかにしていない（完全な拘束還元則が必要である）。

4.4 対称群に基づく拘束表現と拘束還元

Popplestone 他は、フィーチャの対称性 (symmetry of feature) を、群論の立場から取り扱い (対称群, symmetry group), 対称群を用いて拘束を表現し、拘束還元を行う方法を提案した [4-9]-[4-14].

4.4.1 対称群

フィーチャの対称性 (symmetry) は、そのフィーチャをそれ自身に写像する並進と回転により表現できる。例えば、円筒面は中心軸に対する並進と回転によりそれ自身に写像される。Thomas 他の方法で示したように、鏡像を含まない剛体変換の集合は群 E^+ (proper Euclidean group) をなす。同様に、フィーチャの対称性を表現する変換の集合も群を形成する。以下にその定義を示す。

フィーチャを $S \subset R^3$ とする。 $g \in E^+$ が S の対称性を表現していることと、 $g(S) = S$ を満たすこととは等価である。今、 $S \subset R^3$ の対称性を表現する変換の集合を G とする。明らかに、 $1(S) = S$ 。従って、 $1 \in G$ 。 $g(S) = S$ とすると、 $g(S) = g^{-1}(S) = S$ 。従って、 $g^{-1} \in G$ 。 $g_1, g_2 \in G$ とすると、 $(g_1 g_2)(S) = g_1(g_2(S)) = g_1(S) = S$ 。従って、 $g_1 g_2 \in G$ 。これらにより、 G は E^+ の部分群である。例えば、図 4.5 に示す、正三角形の穴の対称群 C_3 は、次式で表現できる。

$$C_3 = \{1, \omega, \omega^2\}, \omega = R_z(2\pi/3) \quad (4.18)$$

このような幾つかのフィーチャを表 4.12 に、対応する対称群を表 4.13 に示す。

ここで、最も基本的な対称群であるカノニカル対称群 (canonical symmetry group) について説明する。ここでのカノニカル対称群とは、フィーチャの軸または法線等を z 軸に一致させた場合の対称群のことを示す。従って、これまで示してきた対称群はカノニカル対称群である。重要なカノニカル対称群を、表 4.14 に示す。この表は表 4.13 を含んでいる。任意の軸に対するフィーチャの対称性は、カノニカル対称群と E^+ の要素を用いて、共役部分群 (Thomas 他の方法の節を参照のこと) により表現できる。例えば、 x 軸に関する正三角形の穴の対称群は、 C_3 を用いて次式のように記述できる。

$$\begin{aligned} H &= g C_3 g^{-1}, g = R_y(\pi/2) \\ &= \{1, R_x(2\pi/3), R_x(4\pi/3)\} \end{aligned} \quad (4.19)$$

4.4.2 対称群に基づく空間配置関係の表現

接触するフィーチャを持つ二つの剛体の相対位置を考える．いま，剛体を B_1 , B_2 , それぞれのフィーチャを F_1, F_2 , フィーチャの対称群を $\Sigma(F_1), \Sigma(F_2)$, フィーチャの部品における相対位置を f_1, f_2 , 剛体の位置を l_1, l_2 とする．すると，剛体の相対位置 $l_1^{-1}l_2$ は，次式により記述することが可能である．

$$l_1^{-1}l_2 \in f_1 \Sigma(F_1) l(v, \rho, F_1, F_2) \Sigma(F_2) f_2^{-1} \quad (4.20)$$

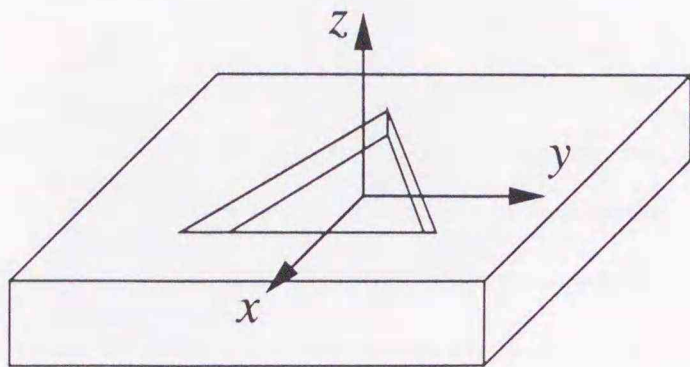


図 4.5 対称性を持つフィーチャ

表 4.12 フィーチャの定義

solid	defining constraint	description
H	$\{(x, y, z) z \leq 0\}$	infinite half-space
$Cyl(r)$	$\{(x, y, z) x^2 + y^2 \leq r^2\}$	infinite cylinder, radius r
$Sph(r)$	$\{(x, y, z) x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2\}$	sphere, radius r
$Cone(\alpha)$	$\{(x, y, z) x^2 + y^2 \leq z \tan \alpha, z \geq 0\}$	cone, angle α
$Screw(p, f)$	$\left\{ (x, y, z) \left x^2 + y^2 \leq f \left(\frac{z + p \arg(x + iy)}{2\pi} \bmod p \right) \right. \right\}$	screw, pitch p , profile f
$Gear(n, r, f)$	$\left\{ (x, y, z) \left x^2 + y^2 \leq r^2 + f \left(\arg(x + iy) \bmod \frac{2\pi}{n} \right) \right. \right\}$	gear, n -teeth, radius r , profile f

ここで, $\mathbf{l}$ はインターフェース要素 (変換関数), $\mathbf{v}$ はフィーチャの対称群を暗に表現するために使用される変数を補足するベクトル, ρ はフィーチャ間の関係の種類を示している. 例えば, ρ は fits, against 関係などである. ただし, ここで言

表 4.13 フィーチャと対称群

solid ($S \subset R^3$)	symmetry group
H	G_{plane}
$Cyl(r)$	G_{cyl}
$Sph(r)$	$SO(3)$
$Cone(\alpha)$	$SO(2)$
$Screw(p,f)$	$G_{screw}(p)$
$Gear(n,r,f)$	D_{2n}

表 4.14 カノニカル対称群

canonical groups	definition
G_{id}	$\{1\}$
T^1	$\{Trans(0,0,z) z \in R\}$
T^2	$\{Trans(x,y,0) x,y \in R\}$
T^3	$\{Trans(x,y,z) x,y,z \in R\}$
$SO(3)$	$\{R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) \phi,\theta,\psi \in R\}$
$SO(2)$	$\{R_z(\psi) \psi \in R\}$
$O(2)$	$\{R_z(\psi)R_x(n\pi) \psi \in R, n \in N\}$
G_{cyl}	$\{Trans(0,0,z)R_z(\psi)R_x(n\pi) z,\psi \in R, n \in N\}$
G_{dir_cyl}	$\{Trans(0,0,z)R_z(\psi) z,\psi \in R\}$
G_{plane}	$\{Trans(x,y,0)R_z(\psi) x,y,\psi \in R\}$
$G_{screw}(p)$	$\{Trans(0,0,z)R_z(2z\pi/p) z \in R\}$
$G_{T_1C_2}$	$\{Trans(0,0,z)R_x(n\pi) z \in R, n \in N\}$
D_{2n}	$\{R_z(2m\pi/n)R_x(l\pi) l,m \in N\}$
C_n	$\{R_z(2m\pi/n) m \in N\}$

う fits は、一般に組立品の接続関係で用いられているものとは異なり、互いに同一の種類のフィーチャ同士が、低次対偶をなすように接触するものを示している。平面同士の接触も fits となる。against は逆に、高次対偶をなすフィーチャ間の接触を示している。この具体例をまとめたものを、表 4.15 に示す。特に fits 関係に対しては、フィーチャを定義している対称群が共通で、 ι が対称群の要素であることを考えると、上式は次式で記述することが可能である。

$$l_1^{-1}l_2 \in f_1 \Sigma(F_1) f_2^{-1} \quad (4.21)$$

以下では、次式に示すように剛体 i に対する剛体 j の相対位置の集合を、次式に示すように一般剰余類 S_{ij} (generalized coset) により記述する。

$$l_i^{-1}l_j \in S_{ij} \quad (4.22)$$

4.4.3 対称群による拘束還元

組立品において二つの剛体は、フィーチャのペアの複数の接触により相対的に位置が拘束される。例えば、剛体 B_1 のフィーチャ F_{11} と F_{12} が、剛体 B_2 のフィーチャ F_{21} と F_{22} とに、それぞれ fits 接触するとき、それら剛体間の相対的な位置は次式により表現することができる。

$$l_1^{-1}l_2 \in f_{11} \Sigma(F_{11}) f_{21}^{-1} \cap f_{12} \Sigma(F_{12}) f_{22}^{-1} \quad (4.23)$$

ここで、 f_{ij} は剛体 B_i におけるフィーチャ F_{ij} の B_i に対する位置を示している。この計算は、次の性質により容易に行うことが可能である。

群 G の部分群 H_1 と H_2 を考える。これらにそれぞれ $g_1, g_2 \in G$ を右から掛けた

表 4.15 インターフェース要素 ι

F_1	F_2	relation ρ	interface element ι
H	H	<i>fits</i>	$R_x(\pi)$
$Cyl(r)$	H	<i>against</i>	$Trans(0,0,r)R_x(-\pi/2)$
$Sph(r)$	H	<i>against</i>	$Trans(0,0,r)$
<i>Edge</i>	H	<i>against</i>	$R_x(-\pi/2)$
<i>Vertex</i>	H	<i>against</i>	I
$Cyl(r)$	$Cyl(r)$	<i>fits</i>	$R_x(\pi)$

右側剰余類の積は、次式のように表現することができる。

$$H_1 g_1 \cap H_2 g_2 = (H_1 \cap H_2 g_2 g_1^{-1}) g_1 = (H_1 \cap H_2) h_1 g_1 \quad (4.24)$$

ここで、 $h_1 \in H_1 \cap H_2 g_2 g_1^{-1}$ 。左側剰余類についても、同様のことが言える。従って、二つの群の一般剰余類の積は、このような h_1 を計算することにより、元々の群の積により表現することができる。

このことは、複数のフィーチャのペアが接触する関係は、合成フィーチャ F_{comp} (compound feature) を定義することにより、一つの関係により表現できることを示している。合成フィーチャの対称群は、次式に示すように、元々のフィーチャ F_i の積により表現することができる。

$$\Sigma(F_{comp}) = \cap \Sigma(F_i) \quad (4.25)$$

この概念は、前節で示した Clemént の TTRS の数学的表現であることが理解できる。また、これらの手続きは、Thomas の拘束の積 (intersection) を導出する手続きに一致する。

これまで、二つの剛体間の問題を取り上げてきたが、組立品においては、三つ上の剛体間の関係も考慮する必要がある。これは、Thomas の拘束の合成 (composition) に対応する概念である。例えば、三つの剛体 B_1, B_2, B_3 が存在し、 B_1 と B_2 がそれぞれフィーチャ F_{11} と F_{21} により接触し、 B_2 と B_3 がフィーチャ F_{22} と F_{31} により接触する場合、 B_i の位置 l_i は、次式により表現される。

$$l_1^{-1} l_2 \in S_{12}, l_2^{-1} l_3 \in S_{23} \quad (4.26)$$

ここで、 S_{12}, S_{23} は、部品間の相対的位置を表現する一般剰余類である。従って、 B_1 に対する B_3 の位置は、一般剰余類 $S_{13} = S_{12} S_{23}$ を用いて、次式により表現できる。

$$l_1^{-1} l_3 \in S_{13} = S_{12} S_{23} \quad (4.27)$$

この表現は、単純化可能な場合がある。 S_{13} において $G_1 g G_2$ という表現が存在する場合を考える。ここで、 G_1 と G_2 は部分群、 g はある変換を示している。 g が G_1 と可換な場合、次式が成立する。

$$G_1 g G_2 = g G_1 G_2 \quad (4.28)$$

ここで、 $G_1 G_2$ が群をなす場合がある。

・ $G_1 \subseteq G_2$ の場合

$$G_1 G_2 = G_2 \quad (4.29)$$

図4.6に群同士の含有関係を示す.

G_1 が並進群, G_2 が回転群の場合

$$G_1 G_2 = G \quad (\text{TR 群}) \quad (4.30)$$

この場合, 次式に示すように, より緩やかな表現により $G_1 G_2$ を表現できる.

$$G_1 G_2 \subset G_1 \cup G_2 \quad (4.31)$$

以下にこれらの手続きの適用例を示す. 図4.7に示すような, 四つの剛体からなる組立品を考える. 剛体 B_1 に対する B_2 の相対的位置は次式で表現できる.

$$l_1^{-1} l_2 \in \text{Trans}(0,0,3)C_3\text{Trans}(0,0,-1) \quad (4.32)$$

同様に, 剛体 B_2 に対する B_3 の相対的位置は次式で表現できる.

$$l_2^{-1} l_3 \in \text{Trans}(0,0,4)SO(2)\text{Trans}(0,0,-2) \quad (4.33)$$

従って, 剛体 B_1 に対する B_3 の相対的位置は, z 軸方向の並進と $SO(2)$ は交換可能であり, $C_3 \subset SO(2)$ であることから, 次式となる.

$$\begin{aligned} l_1^{-1} l_3 &\in \text{Trans}(0,0,3)C_3\text{Trans}(0,0,-1)\text{Trans}(0,0,4)SO(2)\text{Trans}(0,0,-2) \\ &= SO(2)\text{Trans}(0,0,4) \end{aligned} \quad (4.34)$$

一方, B_4 を介しては, 次式のように表現できる.

$$l_1^{-1} l_3 \in \text{Trans}(0,3,0)G_{\text{cyl}}\text{Trans}(0,-3,0) \quad (4.35)$$

従って, 剛体 B_1 に対する B_3 の相対的位置は, これらの積を求めることにより, 次式のように表現できる.

$$\begin{aligned} l_1^{-1} l_3 &\in SO(2)\text{Trans}(0,0,4) \cap \text{Trans}(0,3,0)G_{\text{cyl}}\text{Trans}(0,-3,0) \\ &= \text{Trans}(0,0,4)(\text{Trans}(0,0,-4)SO(2)\text{Trans}(0,0,4) \cap \\ &\quad \text{Trans}(0,0,-4)\text{Trans}(0,3,0)G_{\text{cyl}}\text{Trans}(0,-3,0)) \\ &= \text{Trans}(0,0,4)(SO(2) \cap \text{Trans}(0,3,0)\text{Trans}(0,0,-4)G_{\text{cyl}}\text{Trans}(0,-3,0)) \\ &= \text{Trans}(0,0,4)(SO(2) \cap \text{Trans}(0,3,0)G_{\text{cyl}}\text{Trans}(0,-3,0)) \\ &= \text{Trans}(0,0,4)\{1\} \end{aligned} \quad (4.36)$$

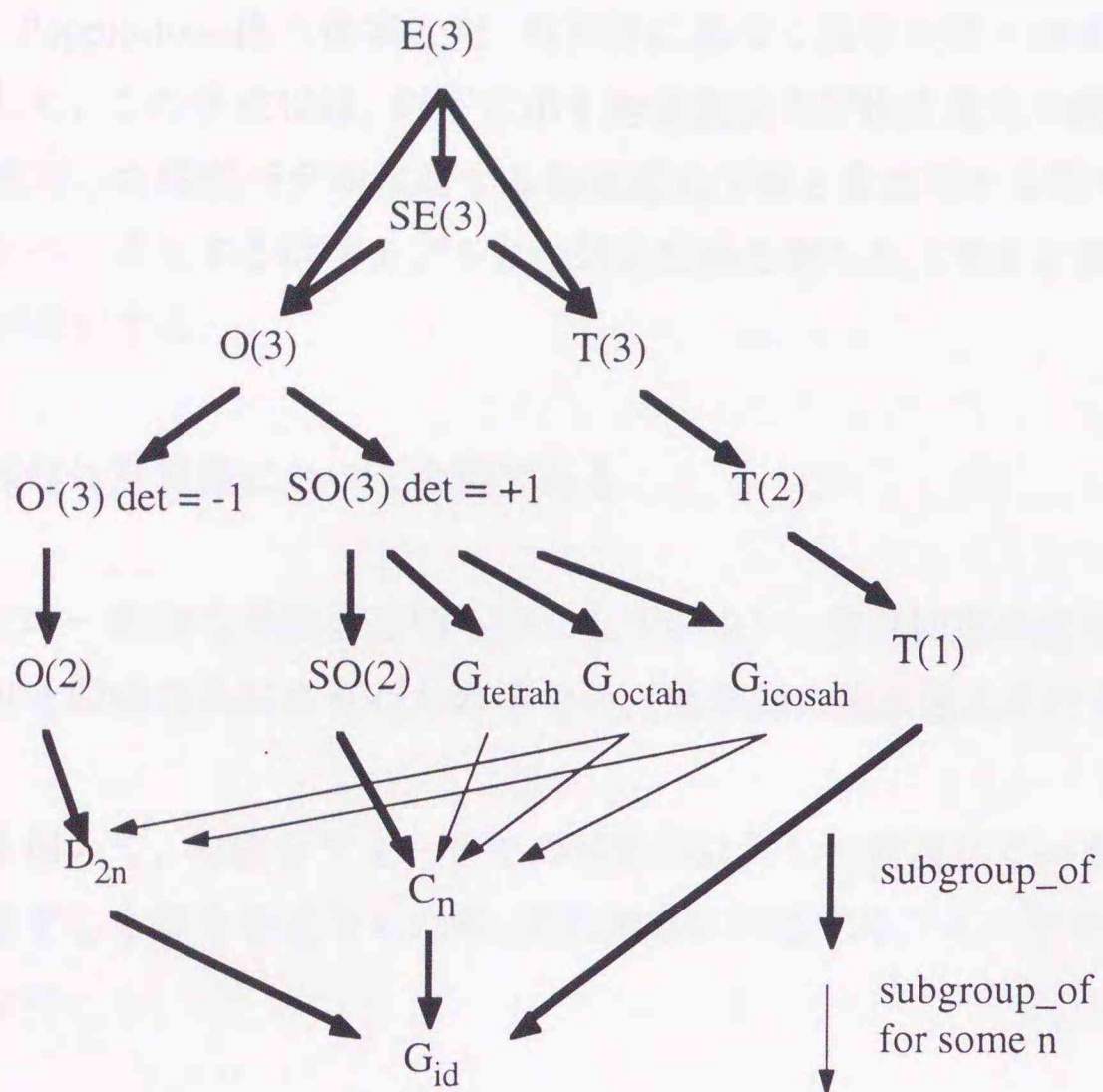


図 4.6 部分群の含有関係

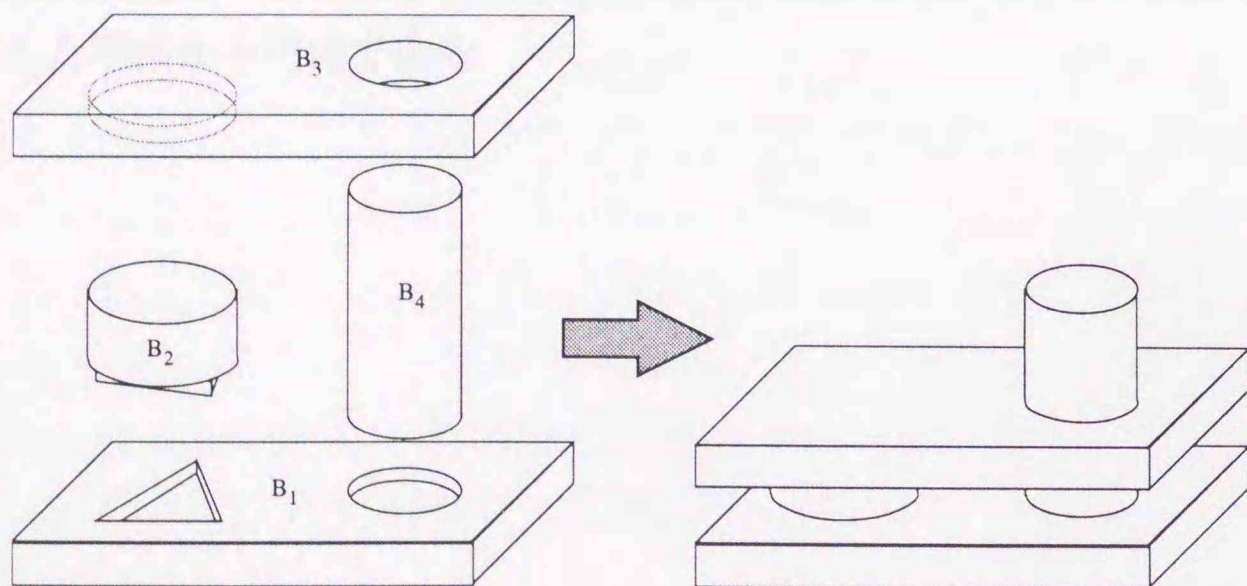


図 4.7 具体例

4.4.4 手法の分析と問題点

本節では, Popplestone 他が提案した, 対称群に基づく拘束表現と拘束還元法について紹介した. この手法には, 以下に示す拘束表現及び拘束還元手続きの問題点, 第3章で提案した機構モデルに対する拘束還元手続きを表現する際の問題点, フィーチャをベースとする機構モデルとの対応関係を明らかにすると言う観点からの問題点が存在する.

- (1) 記号的操作は計算機にとって困難である.
- (2) 拘束還元の一般的な手続きを明らかにしていない. 直列拘束の還元は, 部分群間の包含関係のみにより行われるため, 効率的に拘束還元が行えない.
- (3) 対称群を用いて, 拘束をフィーチャの対称性に対して表現しているが, 直列拘束は必ずしも群をなさないため, 直列拘束に対応するフィーチャを明確にしていない.
- (4) 拘束還元の配位空間における接触拘束表現との関係を明らかにしていない.
- (5) 拘束の分類に関して, その数学的根拠が不明確である. 部分群 (対称群) を成す変換行列の集合により拘束を表現及び分類しているが, その部分群を選択した理由が不明確である.

4.5 現状の拘束還元法の問題点

本章では、拘束表現及び拘束還元に関する代表的な手法について調査した。図4.8は、これらの研究の位置づけをEXPRESS-Gを用いて記述したものである。拘束還元を用いられる接触拘束表現 (contact constraint representation) は、大別すると、図4.8(a)に示すように、フィーチャ間の接触関係 (contact relation) により表現する方法 (Turner 他, Lee 他, Clement 他), 図4.8(b)に示すように、部品間の相対的位置を表現する変換行列 (transformation matrix) の集合 (群) により表現する方法 (Thomas 他, Popplestone 他) とに分けられる。このような拘束表現に対する拘束還元手続きを、第3章で提案した機構モデルにおいて表現し、フィーチャをベースとする機構モデルとの対応関係を明らかにすると言う観点から、その問題点を明らかにした。これらの問題点は、以下のようにまとめられる。

(1) 拘束還元の一般的な手続きを明らかにしていない。

(1-1) 拘束の接続形態の相違により拘束還元の手続きが異なるが、十分に考慮されていない。

(1-2) 還元則及び還元手続きが不十分である。

第5章で示すように、拘束の接続形態には、二つの部品に対して複数の接触拘束が与えられている形態cf1 (並列拘束) と、共通な一つの部品を介して二つの部品に対して接触拘束が与えられている形態cf2 (直列拘束) とが存在する。図4.8(a)に示すように、Turner 他, Lee 他, Clement 他は、並列拘束のみを考慮し、経験的に作成された拘束還元則 (TTRS 等) により拘束還元を行う方法を提案している。一方、Hervé 及び Thomas 他は、図4.8(b)に示すように、形態を考慮し、それぞれに対する演算 (operation) を明らかにし、計算結果を還元則としてまとめているが、拘束の組合せが不十分である。Popplestone 他は直列拘束に対する計算は、群の包含関係のみによるものであり、効率的に拘束還元を行うことが難しい。

(2) 拘束還元の配位空間における接触拘束表現との関係を明らかにしていない。

従って、第3章で提案した機構モデルに対して拘束還元手続きを導入するには、その関係を明らかにする必要がある。

(3) 拘束表現とフィーチャとの対応関係を十分に考慮していない. 何れの手法も, 解析の対象となるモデルと, 設計の対象となるモデル (本研究におけるフィーチャベースの機構モデル) の定義及び区別が曖昧であり, その対応関係を明確にしていない. Popplestone他は, 対称群を用いて, 拘束をフィーチャの対称性に対して表現しているが, 直列拘束は必ずしも群に対応しないため, 上述の直列拘束に対応するフィーチャを明確にしていない.

(4) 拘束の分類に関して, その数学的根拠が不明確である. Hervé 及び Thomas 他,

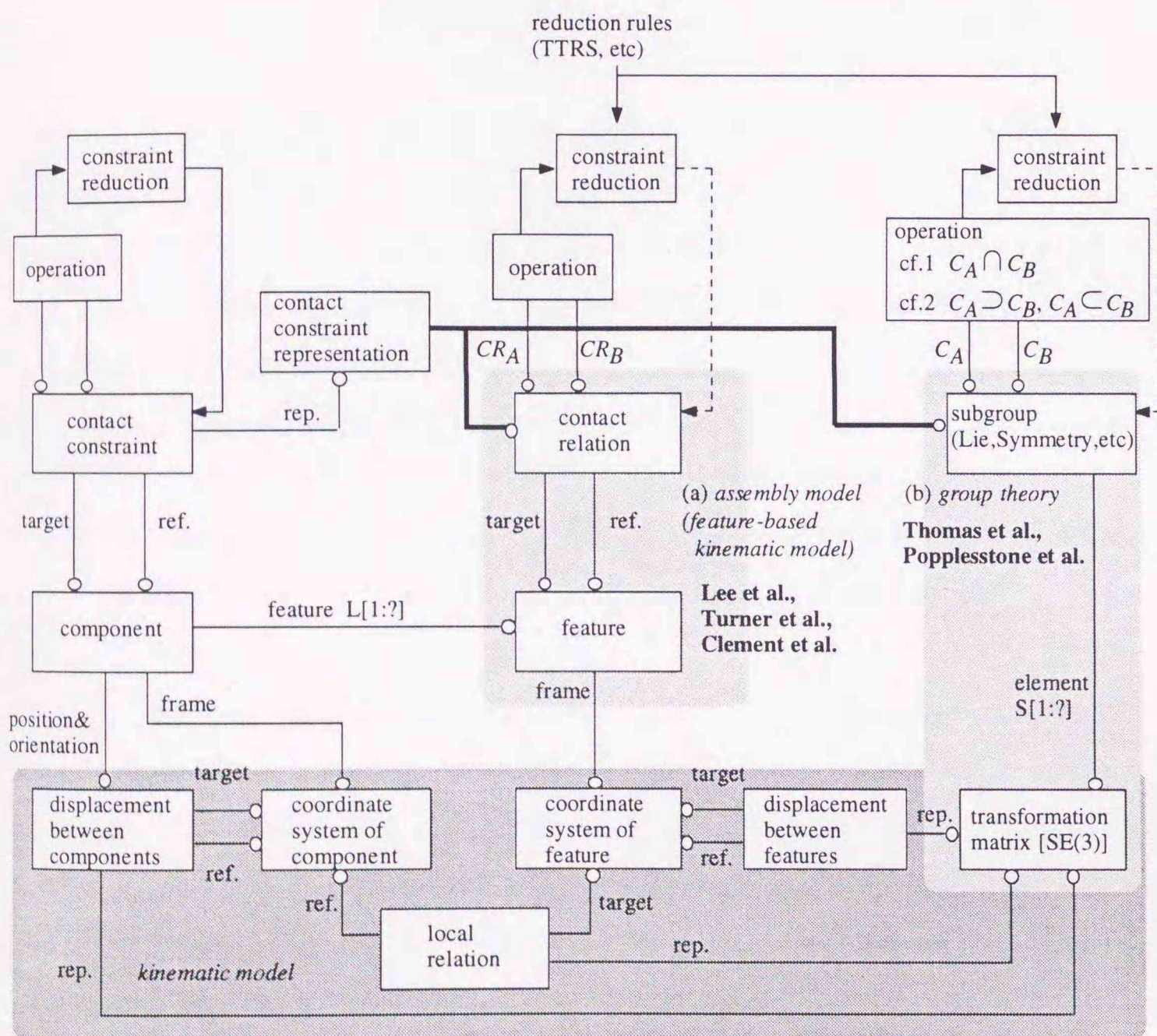


図 4.8 拘束還元に関する研究の位置付けと問題点

Popplestone他は、拘束を変換行列全体からなる群の部分群により表現しているが、その部分群、すなわち、拘束の種類を選択に関して、その理由を数学的に明らかにしていない。他の手法は、工学的見地に重点を置いた分類になっている。

上記の(1)(2)(3)の問題点を解決するために、第5章では、配位空間における接触拘束表現に対する拘束還元手続きを提案すると共に、フィーチャベースの機構モデルとの対応関係を明らかにする。

一方、(1)(4)の問題点の数学的な部分に関して、第6章で、考慮すべき拘束の種類及び拘束還元の数学的意味を、リー代数を用いることにより明確にする。

参考文献

- [4- 1] S. H. Kim and K. Lee : An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, *Computer-Aided Design*, **21**, 1, (1989) 2.
- [4- 2] J. U. Turner, S. Subramaniam and S. Gupta : Constraint Representation and Reduction in Assembly Modeling and Analysis, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **8**, 6, (1992) 741.
- [4- 3] J. M. Hervé : Analyse Structurale des Mécanismes par Groupe des Déplacements, *Mechanism and Machine Theory*, **13**, (1978) 437.
- [4- 4] F. Thomas and C. Torras : A Group-Theoretic Approach to the Computation of Symbolic Part Relations, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, **4**, 6, (1988) 622.
- [4- 5] F. Thomas and C. Torras : Inferring Feasible Assemblies from Spatial Constraints, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **8**, 2, (1992) 228.
- [4- 6] A. Clement, A. Desrochers and A. Riviere : Theory and Practice of 3-D Tolerancing for Assembly, *Proceedings of CIRP International Working Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, (1991) 25.
- [4- 7] A. Clément, A. Rivière and P. Serré : TTRS Declarative information Model, L.I.I.S.I., Group de Recherche en Ingénierie des Ensembles Mécaniques, (1995).
- [4- 8] A. Desrochers and A. Clément : Dimensioning and Tolerancing Assistance Model for CAD/CAM Systems, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **9**, (1994) 352.
- [4- 9] R. J. Popplestone, Y. Liu and R. Weiss : A Group Theoretic Approach to Assembly Planning, *AI Magazine*, Spring, (1990) 82.
- [4-10] A. P. Ambler and R. J. Popplestone : Inferring the Positions of Bodies from Specified Spatial Relationships, *Artificial Intelligence*, **6**, (1975) 157.
- [4-11] R. J. Popplestone, A.P. Ambler and I. M. Bellos : An Interpreter for a Language for Describing Assemblies, *Artificial Intelligence*, **14**, (1980) 79.
- [4-12] Y. Liu and R. J. Popplestone : Symmetry Group in Analysis of Assembly Kinematics, *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (1991) 572.

- [4-13] G. Dakin, Y. Liu, S. Nair, R. J. Popplestone and R. Weiss : Symmetry Inference in Planning Assembly, 1989 IEEE, (1989) 1865.
- [4-14] Y. Liu and R. J. Popplestone : From Characteristic Invariants to Stiffness Matrices, Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1992) 2375.

第5章

配位空間における機構モデルに対する拘束還元手続きの表現

組立品及び機構のモデルを使用する重要な問題の多くは、構成部品の相対位置及び運動に関する拘束の表現と操作に関係している。そのような操作のうち、拘束還元 (constraint reduction) は、組立品を表現する多数の拘束から本質的な拘束を導出する手続きであり、組立品の設計・解析に対して重要な情報を提供する。第4章では、拘束表現及び拘束還元に関する従来の研究[5-1]-[5-5]を調査し、その問題点を明らかにした。それらの問題点を解決するために、本章では、第3章で提案した機構モデル[5-6]の分析を行うことにより、配位空間[5-7]において拘束還元手続きを表現すると共に、フィーチャベースの機構モデル (接触関係とフィーチャにより表現したモデル) と配位空間における機構モデルとの対応関係を明らかにする。更に、前者のモデルに対する拘束還元を提案する。具体的には、以下のことを行う。

- (1) フィーチャベースの機構モデルと、配位空間における機構モデルとの相互の変換を実現するために、図5.1(a)に示すように、接触関係と配位空間における接触拘束表現(C-patch)に対する変換規則 (マッピングルール) を明らかにする。
- (2) 接触関係の形態に基づいて、接触拘束の還元手続きを配位空間において表現する。図5.1(b)に示すように、この拘束還元により、配位空間における機構モデルは、注目する部品の運動に対して等価な最小の機構モデルになる。
- (3) この配位空間における機構モデルに対応するフィーチャベースの機構モデル

を導出するために、接触する複数のフィーチャの正味の働きをする実効的なフィーチャ（実効フィーチャ）を導入する。実効フィーチャにより、配位空間における拘束還元の意味の、フィーチャの立場からの記述が、可能となる。

- (4) 図5.1(c)に示すように、配位空間を介さずに、拘束還元後のフィーチャベースの機構モデルを導出することを可能とするために、拘束還元の結果を拘束還元則としてまとめる。

それぞれのマッピング及び拘束還元が、計算機及び人間にとって容易であるものを、図5.1においてそれぞれ黒及び灰色の矢印で示した。計算機による機構解析を行うためには、還元則により導出されたフィーチャベースの機構モデルから、マッピングルールにより、配位空間における機構モデルを導出する必要がある。それぞれの組立品の機構モデル、それらの関係、拘束還元の基本的な概念を、

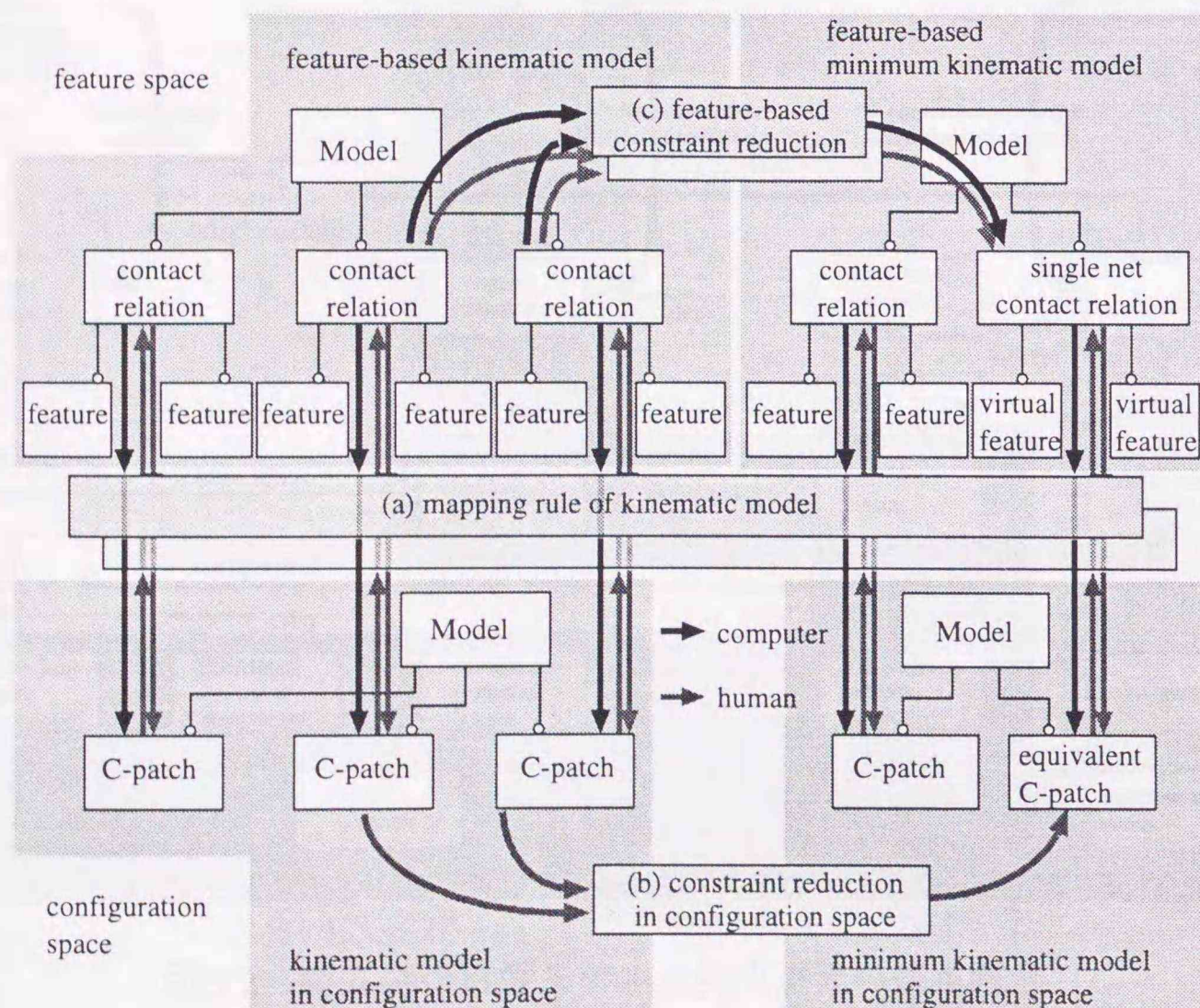


図 5.1 等価な機構モデルの導出

EXPRESS-G表記法により記述したものを図5.2に示す. この表記法において, 四角い箱はオブジェクトを表し, 細線はオブジェクトの属性を表す. 属性名は, 細線上に記述し属性の側に丸印を付ける. また, 太線は, 継承関係である上位型と下位型との関係を表し, 下位型の側に丸印を付ける.

本研究では, 接触関係の形態として以下の二つを定義する.

(1) 並列拘束

図5.3(a)に示すような, 二つの部品 (A_1, A_2) のフィーチャの複数のペアに対して接触関係 (CR_1, CR_2) が与えられている形態を示す.

(2) 直列拘束

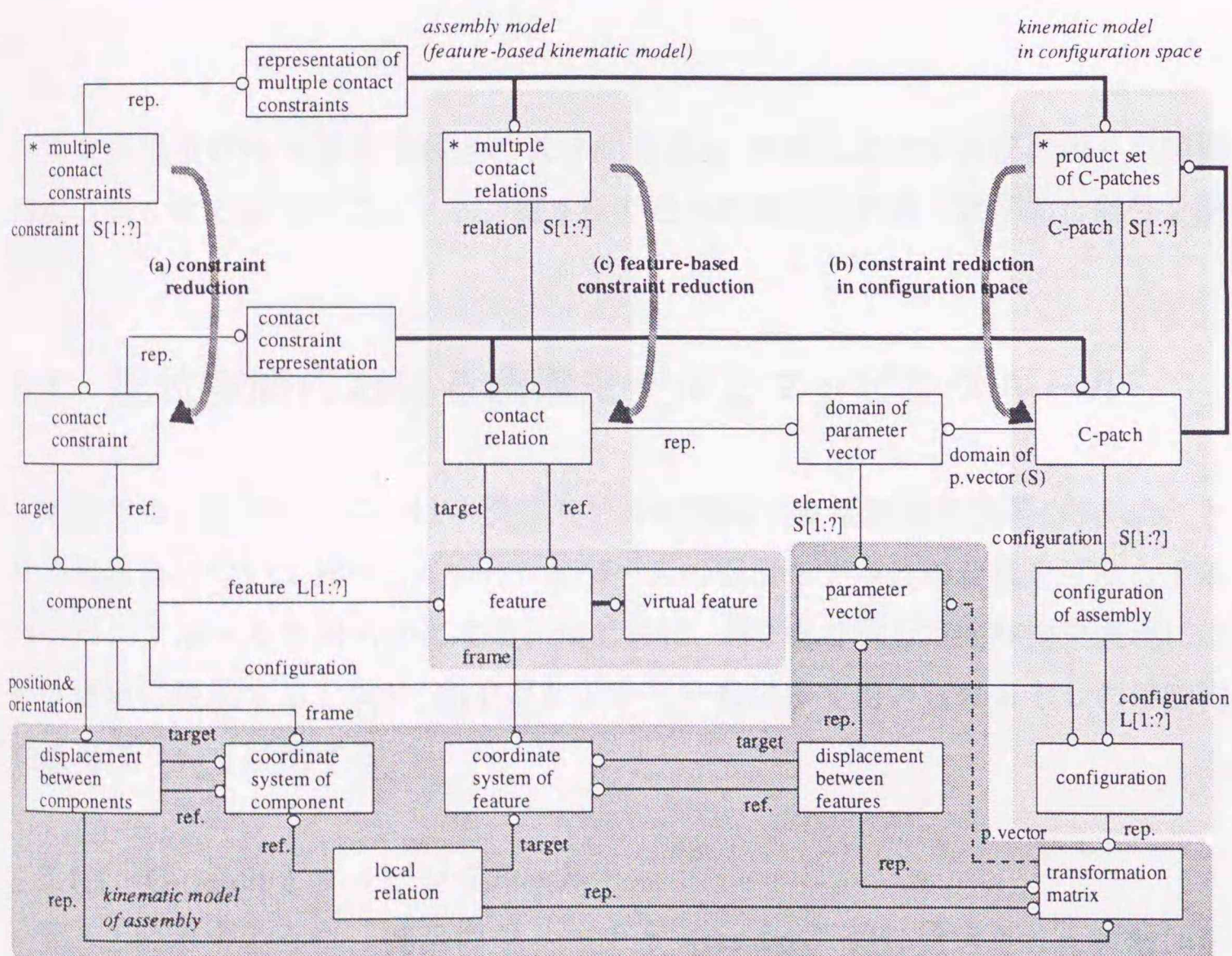


図 5.2 組立品の機構モデルと拘束還元の基本概念

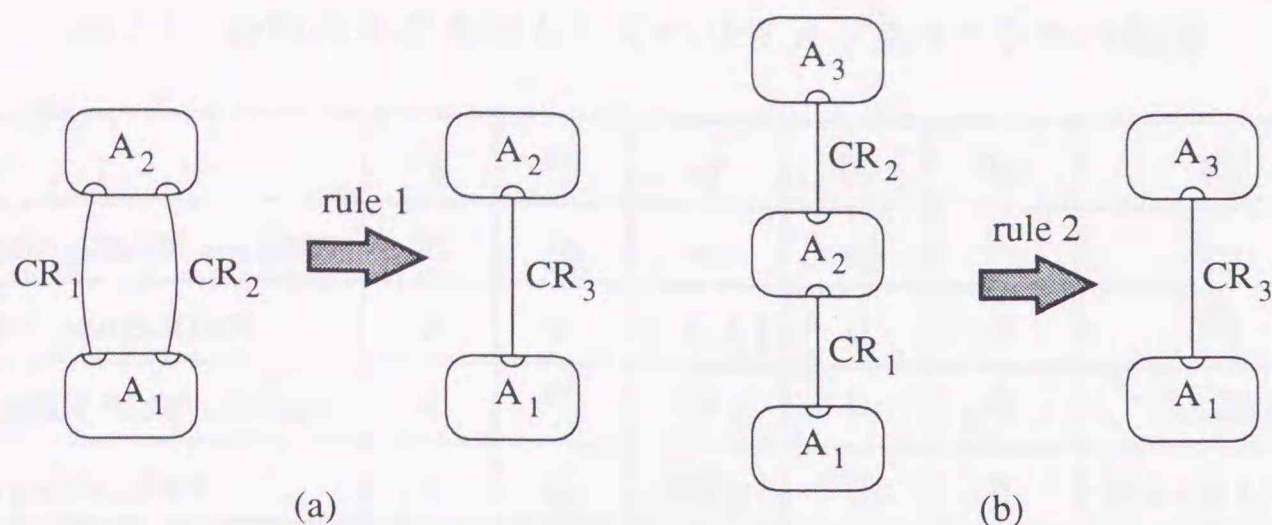


図 5.3 接触関係の形態と拘束還元

図 5.3(b)に示すような、共通な一つの部品 (A_2) と異なる二つの部品 (A_1 , A_3) のフィーチャ間に対して、接触関係 (CR_1 , CR_2) が与えられている形態を示す。

拘束表現及び拘束還元手続きの数学的背景と、本章における拘束表現との関係は次の第6章で述べることとし、第4章で述べた問題点の内、数学的な部分を解決する。

5.1 配位空間における機構モデルとマッピングルール

本節では、配位空間における機構モデルを構成する接触拘束表現 (C-patch) とその積集合について述べ、フィーチャベースの機構モデルとの変換を可能とするマッピングルールを明らかにする。はじめに、第3章で示した接触拘束表現について簡単に説明すると共に、組立品において一般に多く用いられる七つの接触拘束表現について説明する。

5.1.1 C-patch とマッピングルール

図 5.2 に示すように、部品のフィーチャ (feature) 間に指定された接触関係 (contact relation) が表現する接触拘束 (contact constraint) は、配位空間においては、C-patch[5-6][5-8]と呼ばれる領域により表現することができる。部品 i と部品 j の接触拘束 (C_{ij}) を表現する C-patch (C_patch_{ij}) は、式(5.4)で表現される。

表 5.1 接触関係の表現としてのパラメータベクトルの範囲

	x_{ij}	y_{ij}	z_{ij}	ϕ_{ij}	θ_{ij}	ψ_{ij}
fixed pair/general surface	x_0	y_0	z_0	ϕ_0	θ_0	ψ_0
prismatic pair/surface	0	0	$[-l_i, l_j]$	0	0	ψ_0
pair/surface of revolution	0	0	z_0	0	0	$[0, 2\pi)$
helical pair/surface	0	0	$\alpha\psi_{ij}$	0	0	$[-l_i/\alpha, l_j/\alpha]$
cylindrical pair/surface	0	0	$[-l_i, l_j]$	0	0	$[0, 2\pi)$
planar pair/surface	S_{xy}		0	0	π	$[0, 2\pi)$
spherical pair/surface	0	0	0	$[0, 2\pi)$	$[0, \pi]$	$[0, 2\pi)$

$$C_patch_{ij} = \{\mathbf{q} \in C \mid \mathbf{q}_j = X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i), \mathbf{p}_{ij} \in S_{ij}\} \quad (5.4)$$

ここで、 $\mathbf{p}_{ij}$ と S_{ij} は接触拘束を表現するパラメータベクトルとその集合、 X_{ij} はパラメータベクトルと基準となる部品の配位から、ターゲットとなる部品の配位への変換関数である。

C-patch の変換関数 X_{ij} は、式(5.5)で定義される。

$$T_{Aj} \cdot R_{Aj} = T_{Ai} \cdot R_{Ai} \cdot T_{fAi} \cdot R_{fAi} \cdot Trans(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) \cdot EA(\phi_{ij}, \theta_{ij}, \psi_{ij}) \cdot R_{fAj}^{-1} \cdot T_{fAj}^{-1} \quad (5.5)$$

ここで、部品 A_m ($m = i$ or j) の配位は、作業空間における位置と姿勢を表現する変換マトリクス T_{Am} , R_{Am} により定義されているとする。また、 T_{fAm} , R_{fAm} は、接触するフィーチャの座標系 F_{fAm} の、部品の座標系 F_{Am} に対する位置と姿勢、 $Trans$ は並進マトリクス、 EA は Euler 角の回転マトリクスを示している。

このとき、パラメータベクトル (parameter vector) は、式(5.6)となる。

$$\mathbf{p}_{ij} = [x_{ij} \ y_{ij} \ z_{ij} \ \phi_{ij} \ \theta_{ij} \ \psi_{ij}] \quad (5.6)$$

図 5.2 に示すように、このパラメータベクトルは、接触する一方のフィーチャ (feature) の座標系 (coordinate system of feature) の他方に対する変位 (displacement between features) を表現しており、その範囲 (domain of parameter vector) は、そのような変位の集合により接触関係 (contact relation) を表現している。表 5.1 は、組立品によく現れる七つの接触関係 (一般面間の接触、角柱面間の接触、回転面間の接触、螺旋面間の接触、円筒面間の接触、平面間の接触、球面間の接触) に

対応するパラメータベクトルの範囲を示している。ただし、フィーチャの座標系は、円筒面や角柱面等については、 z 軸が中心軸に一致し、原点が底面上にあるように、平面については、 z 軸の方向が法線ベクトルと一致し、原点が平面上に存在するように、球面については、原点が中心に一致するように設定する。また、 $x_0, y_0, z_0, \phi_0, \theta_0, \psi_0$ は定数、 α はピッチに関する係数、 l_i と l_j は円筒及び角柱等の長さ又は、穴の深さ、 S_{xy} は有限の領域を持つ平面が接触を保つ x_{ij} と y_{ij} の集合である。表5.1は、接触関係をC-patchに対応させるものであることから、本研究、それを機構モデルのマッピングルールと呼ぶ。

5.1.2 C-patchの積集合

複数の接触拘束 (multiple contact constraints) を同時に満たす領域は、図5.2、図5.4に示すように、C-patchの積集合 (product set of C-patches) として表現できる。組立品において、フィーチャ間の接触関係は、図5.3(a)と図5.3(b)に示すような形態が存在し、それらの接触関係から導出される拘束を、それぞれ、並列拘束 (constraints in parallel), 直列拘束 (constraints in series) と呼ぶこととする。このように、連続する部品間の接触拘束のC-patchの積集合は、変換関数に、基準となる部品の配位を代入することにより得られる。部品 k と部品 l の接触拘束 (C_patch_{kl}) を表現するC-patchは、式(5.7)で表現される。

$$C_patch_{kl} = \{ \mathbf{q} \in C \mid \mathbf{q}_l = X_{kl}(\mathbf{p}_{kl}, \mathbf{q}_k), \mathbf{p}_{kl} \in S_{kl} \} \quad (5.7)$$

このとき、式(5.4)と式(5.7)のC-patchの積集合 ($C_patch_{ij}, C_patch_{il}$) は、次の

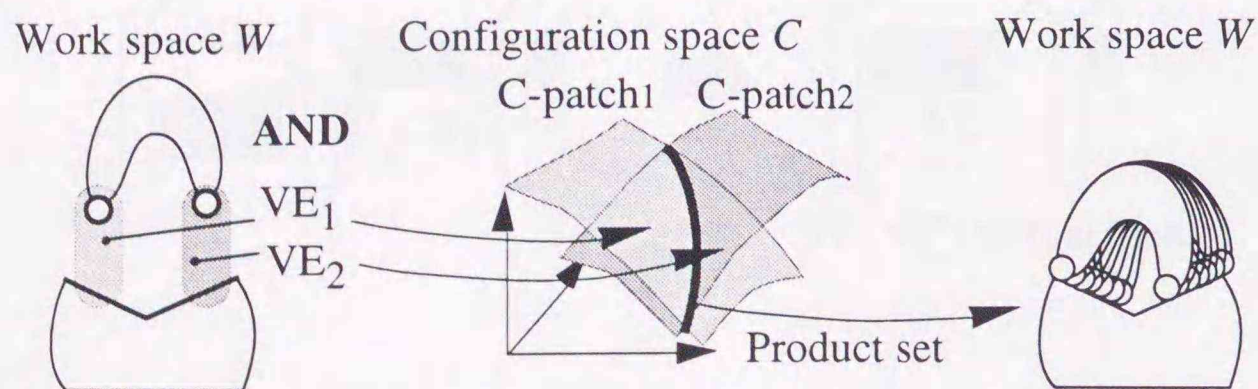


図5.4 C-patchの積集合

ようになる。

(1) 並列拘束の場合($A_i = A_l$ かつ $A_j = A_k$)

$$\begin{aligned} C_{\text{patch}_{ii}} = \{ \mathbf{q} \in C \mid & \mathbf{q}_i = X_{kl}(\mathbf{p}_{kl}, X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i)), \\ & \mathbf{q}_j = X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i), \mathbf{p}_{ij} \in S_{ij}, \mathbf{p}_{kl} \in S_{kl} \} \end{aligned} \quad (5.8)$$

(2) 直列拘束の場合($A_j = A_k$)

$$\begin{aligned} C_{\text{patch}_{il}} = \{ \mathbf{q} \in C \mid & \mathbf{q}_l = X_{kl}(\mathbf{p}_{kl}, X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i)), \\ & \mathbf{q}_j = X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i), \mathbf{p}_{ij} \in S_{ij}, \mathbf{p}_{kl} \in S_{kl} \} \end{aligned} \quad (5.9)$$

5.2 配位空間における拘束還元手続きの表現

拘束還元 (constraint reduction) とは、図5.2(a)に示すように、組立品における部品 (component) 間に与えられた複数の接触拘束 (multiple contact constraint) を、注目する部品の運動に対して、等価な働きをする一つの拘束に置き換える手続きで

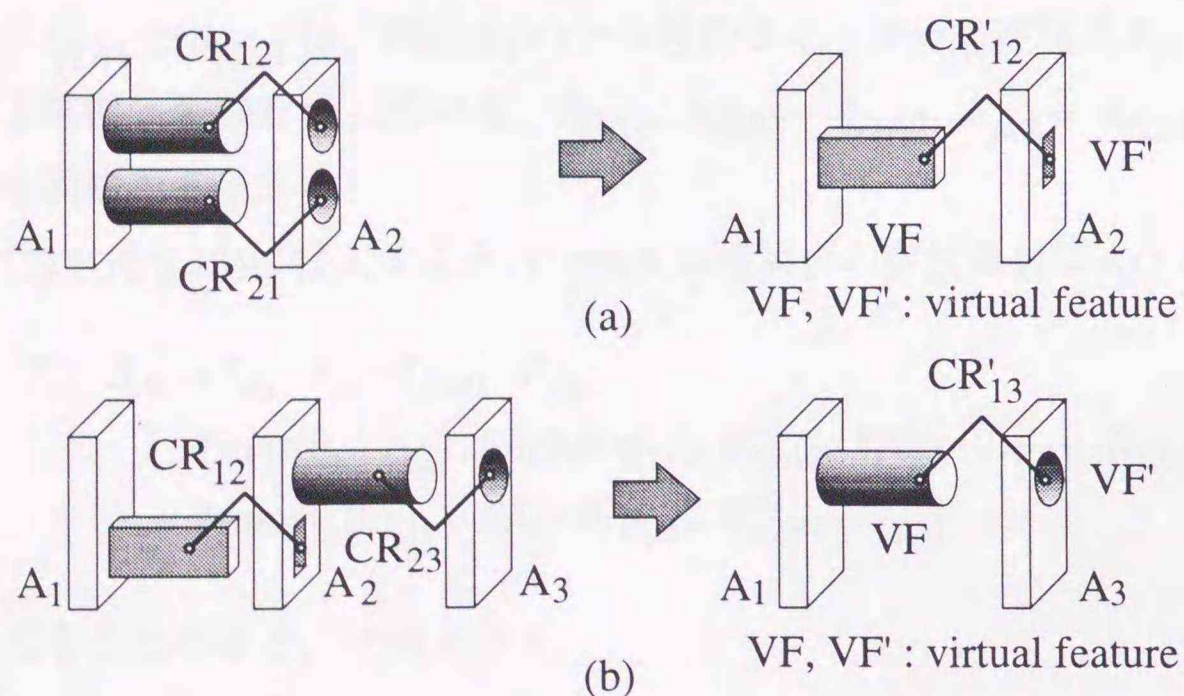


図5.5 拘束還元と実効フィーチャの具体例

ある。図5.2(b)に示すように、配位空間において、拘束還元は、C-patchの積集合から、等価なC-patchを導出する手続き、すなわち、式(5.8)と式(5.9)から、それぞれ、部品*i*と部品*j*、部品*i*と部品*l*の間の接触拘束を表現するC-patch [式(5.10), 式(5.11)]を導出する手続きとして表現することができる。

$$C_patch_{ij} = \{q \in C \mid q_j = X_{ij}(p'_{ij}, q_i), p'_{ij} \in S_{ij}\} \quad (5.10)$$

$$C_patch_{il} = \{q \in C \mid q_l = X_{il}(p'_{il}, q_i), p'_{il} \in S_{il}\} \quad (5.11)$$

ここで、それぞれの変換関数と、パラメータベクトルは、式(5.8)及び式(5.9)の条件節を解くことにより、導出される。

例えば、図5.5(a)に示すように、二つの円筒面に対して接触関係 (CR_{12} と CR_{21}) が指定されている場合を考える。それぞれに対応するC-patchの変換関数は、式(5.4), 式(5.7)において、 $A_i = A_l = A_1$ かつ $A_j = A_k = A_2$ より式(5.12), 式(5.13)のように表現できる。

$$T_{A2} \cdot R_{A2} = T_{A1} \cdot R_{A1} \cdot T_{f1A1} \cdot R_{f1A1} \cdot Trans(0,0,z_{12}) \cdot EA(0,0,\psi_{12}) \cdot R_{f1A2}^{-1} \cdot T_{f1A2}^{-1} \quad (5.12)$$

$$T_{A1} \cdot R_{A1} = T_{A2} \cdot R_{A2} \cdot T_{f2A2} \cdot R_{f2A2} \cdot Trans(0,0,z_{21}) \cdot EA(0,0,\psi_{21}) \cdot R_{f2A1}^{-1} \cdot T_{f2A1}^{-1} \quad (5.13)$$

ここで、 T_{f1A1} と R_{f1A1} は、部品 A_1 の一つのフィーチャの座標系 F_{f1A1} の、 F_{A1} に対する位置と姿勢を示している。 T_{f2A1} , R_{f2A1} , T_{f1A2} , R_{f1A2} , T_{f2A2} , R_{f2A2} についても同様である。

式(5.12)を式(5.13)に代入すると、C-patchの積集合の変換関数は式(5.14)となる。

$$T_{A1} \cdot R_{A1} = T_{A1} \cdot R_{A1} \cdot T_{f1A1} \cdot R_{f1A1} \cdot Trans(0,0,z_{12}) \cdot EA(0,0,\psi_{12}) \cdot R_{f1A2}^{-1} \cdot T_{f1A2}^{-1} \cdot T_{f2A2} \cdot R_{f2A2} \cdot Trans(0,0,z_{21}) \cdot EA(0,0,\psi_{21}) \cdot R_{f2A1}^{-1} \cdot T_{f2A1}^{-1} \quad (5.14)$$

この式をまとめると、次式となる。

$$L' = Trans(0,0,z_{12}) \cdot EA(0,0,\psi_{12}) \cdot L \cdot Trans(0,0,z_{21}) \cdot EA(0,0,\psi_{21}) \quad (5.15)$$

ただし、 L と L' は、それぞれ式(5.16)と式(5.17)で表される。

$$L = R_{f1A2}^{-1} \cdot T_{f1A2}^{-1} \cdot T_{f2A2} \cdot R_{f2A2} \quad (5.16)$$

$$L' = R_{f1A1}^{-1} \cdot T_{f1A1}^{-1} \cdot T_{f2A1} \cdot R_{f2A1} \quad (5.17)$$

二つの円筒面の軸が平行の時、 L と L' は、式(5.18)と式(5.19)で表現される。

$$L = \text{Trans}(a, b, c) \cdot \text{EA}(0, 0, \alpha) \quad (5.18)$$

$$L' = \text{Trans}(a', b', c') \cdot \text{EA}(0, 0, \alpha') \quad (5.19)$$

ただし、 $a, b, c, a', b', c', \alpha, \alpha'$ は定数。式(5.15)を解くと、次の解が得られる。

$$\psi_{21} = \arcsin\left(\frac{ab' - a'b}{a^2 + b^2}\right) = \psi_0', \quad \psi_{12} = -\psi_0' - \alpha + \alpha' = \psi_0, \quad z_{21} = -z_{12} - c + c' \quad (5.20)$$

ただし、 ψ_0 と ψ_0' は定数。よって、式(5.12)は次式となる。

$$T_{A2} \cdot R_{A2} = T_{A1} \cdot R_{A1} \cdot T_{f1A1} \cdot R_{f1A1} \cdot \text{Trans}(0, 0, z_{12}) \cdot \text{EA}(0, 0, \psi_0) \cdot R_{f1A2}^{-1} \cdot T_{f1A2}^{-1} \quad (5.21)$$

また、パラメータベクトルは、次式で表現される。

$$x_{12} = 0, y_{12} = 0, -l_1 \leq z_{12} \leq l_2, \phi_{12} = 0, \theta_{12} = 0, \psi_{12} = \psi_0 \quad (5.22)$$

式(5.21)と式(5.22)より、等価な C-patch が生成できる。図 5.5(b)に示す場合も、同様に、等価な C-patch が導出される。このように、接触関係の形態に従って、等価な C-patch を導出していくことにより、特定の部品の運動に対して、等価な配位空間における機構モデルを導出することが可能となる。ただし、配位空間における拘束還元の手続きは、多くの複雑な計算を必要とし、計算機において実現することは、困難であると考えられる。

5.3 フィーチャベースの機構モデルと拘束還元則

新たに導出された C-patch のパラメータベクトルは、新たなフィーチャ間の接触関係を表現している。そのパラメータベクトルが、表 5.1 に示すパラメータベクトルと一致する場合は、新たなフィーチャと接触関係の種類を特定することができる。

5.3.1 実効フィーチャ

本研究では、これらの新たなフィーチャを実効フィーチャ (virtual feature) と呼ぶ。この実効フィーチャは、接触する複数のフィーチャの正味の働きをする

表 5.2 拘束還元則

contact relation 	degree of freedom		contact relation (constraints in parallel, $A_1 \rightarrow A_2$)							contact relation (constraints in series, $A_1 \rightarrow A_3$)						
	translation	rotation	E	T	R	H	C	G	S	E	T	R	H	C	G	S
E general 	0	0	E	E	E	E	E	E	E	E	T	R	H	C	G	S
T prismatic 	1	0		$\parallel \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	E	E	$\parallel \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	$\parallel \rightarrow T$ $ow \rightarrow E$	E		$\parallel \rightarrow T$ $ow \rightarrow T \circ R$	$\parallel \rightarrow C$ $ow \rightarrow T \circ R$	$\parallel \rightarrow C$ $ow \rightarrow T \circ H$	$\parallel \rightarrow C$ $ow \rightarrow T \circ C$	$\parallel \rightarrow G$ $ow \rightarrow T \circ G$	$T \circ S$
R of revolution 	0	1			$\rightarrow R$ $ow \rightarrow E$	E	$\rightarrow R$ $ow \rightarrow E$	$\rightarrow R$ $ow \rightarrow E$	$\rightarrow R$ $ow \rightarrow E$			$\rightarrow R$ $ow \rightarrow R \circ R$	$\rightarrow C$ $ow \rightarrow R \circ H$	$\rightarrow C$ $ow \rightarrow R \circ C$	$\rightarrow G$ $ow \rightarrow R \circ G$	$\rightarrow S$ $ow \rightarrow R \circ S$
H helical 	1	1				$\rightarrow H$ $ow \rightarrow E$	$\rightarrow H$ $ow \rightarrow E$	E	E				$\rightarrow H$ $ow \rightarrow H \circ H$	$\rightarrow C$ $ow \rightarrow H \circ C$	$\rightarrow G$ $ow \rightarrow H \circ G$	$\rightarrow S$ $ow \rightarrow H \circ S$
C cylindrical 	1	1	$\parallel$ $=$ $\perp$	parallel coaxial perpendicular			$\rightarrow C$ $ow \rightarrow E$	$\rightarrow C$ $ow \rightarrow E$	$\rightarrow R$ $ow \rightarrow E$					$\rightarrow C$ $ow \rightarrow C \circ C$	$\rightarrow G$ $ow \rightarrow C \circ G$	$\rightarrow S$ $ow \rightarrow C \circ S$
G planar 	2	1	$\in$	in-line (axis, reference point)				$\rightarrow G$ $ow \rightarrow T$	R		composition			$\rightarrow G$ $ow \rightarrow T \circ R \circ G$	$\rightarrow G$ $ow \rightarrow T \circ G$	$T \circ S$
S spherical 	0	3	$\Rightarrow_p$ ow	coincident (reference point, pitch) otherwise					$\Rightarrow_p \rightarrow S$ $ow \rightarrow R$	Thomas et al.					$\Rightarrow_p \rightarrow S$ $ow \rightarrow R \circ R \circ S$	

フィーチャとして定義する。この実効フィーチャとその接触関係により、拘束還元により導出された配位空間における機構モデルに対応するフィーチャベースの機構モデルを、マッピングルールに基づいて導出することが可能となる。例えば、式(5.22)のパラメータベクトルは、表5.1と比較すると角柱面の接触関係を表現していることがわかる。従って、図5.5(a)に示すように、角柱面の実効フィーチャと接触関係が導出される。図5.5(b)に示す場合も同様に、円筒面の実効フィーチャと接触関係が導出される。これらは、注目する部品 (A_1 と A_2 , または, A_1 と A_3) の運動に対して等価な、フィーチャベースの機構モデルを示している。このように、実効フィーチャを用いることにより、前節で示してきた配位空間における拘束還元の手続きは、図5.2(c)に示すように、複数の接触関係 (multiple contact relations) から、実効フィーチャ (virtual feature) 間の接触関係 (single net contact relation) を導出する手続きとして表現することができる。ただし、拘束還元により導出されたC-patchが、表5.1で示される接触関係に対応しない場合、接触関係の組合せにより、C-patchから接触関係及び実効フィーチャへのマッピングを行うことは可能であるが、それを計算機で行うことは困難である。

5.3.2 実効フィーチャに基づく拘束還元則

配位空間における拘束還元とマッピングルールにより得られた、実効フィーチャと接触関係を、元になったフィーチャの空間配置関係に対して、拘束還元の規則(還元則)としてまとめることができる。本章では、組立品によく現れる七つのフィーチャ(一般面E, 角柱面T, 回転面R, 螺旋面H, 円筒面C, 平面G, 球面S)の接触関係に対して、表5.2に示す還元則を提案する。表の各要素は、二つの接触関係の組合せに対して、フィーチャ及び実効フィーチャ間の空間配置関係(軸及び面が平行, 同軸, 垂直, 一方の参照点が軸上に存在, 参照点及びピッチが一致, その他)に従って生成される接触関係を示している。これにより、図5.2(c)に示すように、計算機は容易に、フィーチャベースの機構モデルを、注目する部品の運動及び拘束に対して等価な最小の機構モデルに変換することが可能となる。

Clement らの提案した還元則[5-3]は、表5.2の左側と一致し、Thomas と Torras の提案した還元則[5-4]は、表5.2のハッチング部分に相当する。それぞれの還元則は、3節で示した配位空間における拘束還元により、正当な還元則であることを確認できる。

5.4 拘束還元の機構解析への適用

本節では、前節までに述べてきた拘束還元の手続きを、以下のように、組立品の機構解析に適用する。はじめに、前節で提案した還元則を、フィーチャベースの機構モデルに対して適用し、次に、マッピングルールを用いて、配位空間における最小の機構モデルを求めることとする。すなわち、図5.6(a)に示すようなフィーチャベースの機構モデル(feature-based kinematic model)に対して、はじめに、図5.6(b)に示すように、並列拘束の還元プロセス(reduction of constraints in parallel)を適用し、次に、図5.6(c)に示すように、直列拘束の還元プロセス(reduction of constraints in series)を適用する。ここで、節点は部品、弧は接触関係を示している。ただし、これらの拘束還元は、以下に示す規則に従って、行うこととする。

- (1) 解析の際に注目する部品に対しては、直列拘束の還元則を適用しない。
- (2) 表5.2に示す接触関係に対しては、そのまま還元則を使用する。
- (3) 一般面Eの接触関係は、固定を意味するので、表5.2以外の接触関係(歯車など)と一般面Eの接触関係とから導出される接触関係は、直列拘束においては前者、並列拘束においては後者の接触関係Eになる。
- (4) それら以外は、還元則を適用しない。

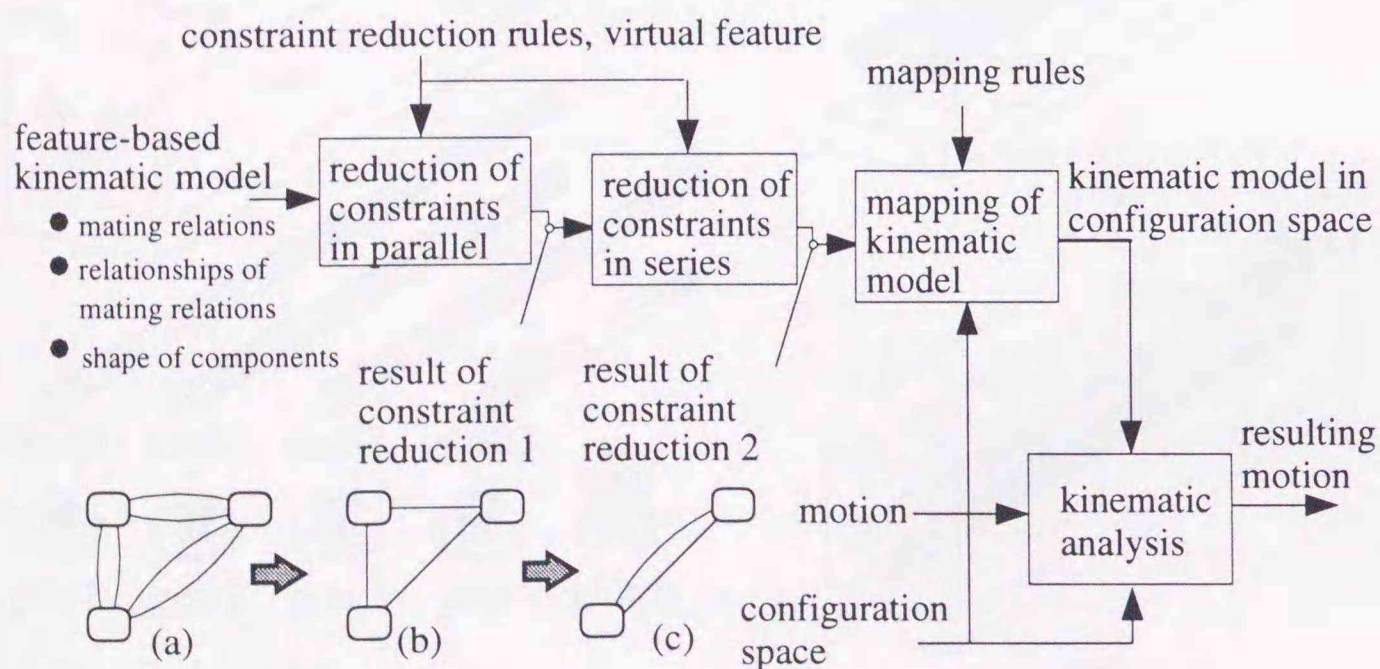


図 5.6 提案する機構解析システム

(5) 還元則の適用は、拘束還元が行われなくなるまで、繰り返す。

さらに、機構モデルのマッピングプロセス (mapping of kinematic model) では、この拘束の還元された機構モデルから、マッピングルールにより、配位空間における機構モデル (kinematic model in configuration space) を導出する。最後に、前章で著者らが提案した機構解析プロセス (kinematic analysis) において、配位空間における運動可能領域を導出することにより、組立品の機構運動 (resulting motion) を導出する。

本章において提案した手法の有効性を確認するため、図5.7(a)に示す構成部品からなる組立品の機構解析に対して、本手法を適用する。この組立品は、軸 (shaft3) への回転入力運動を、クラッチ (clutch) で選択された歯車 (gear3又はgear4) とそれとかみ合う歯車 (gear1又はgear2) を介して、ボールねじからなる軸 (shaft4) に伝達し、テーブル (table) を並進運動させる、運動機構である。図5.8(a)は、与えられたフィーチャベースの機構モデルを示している。ここで、節点は部品、弧

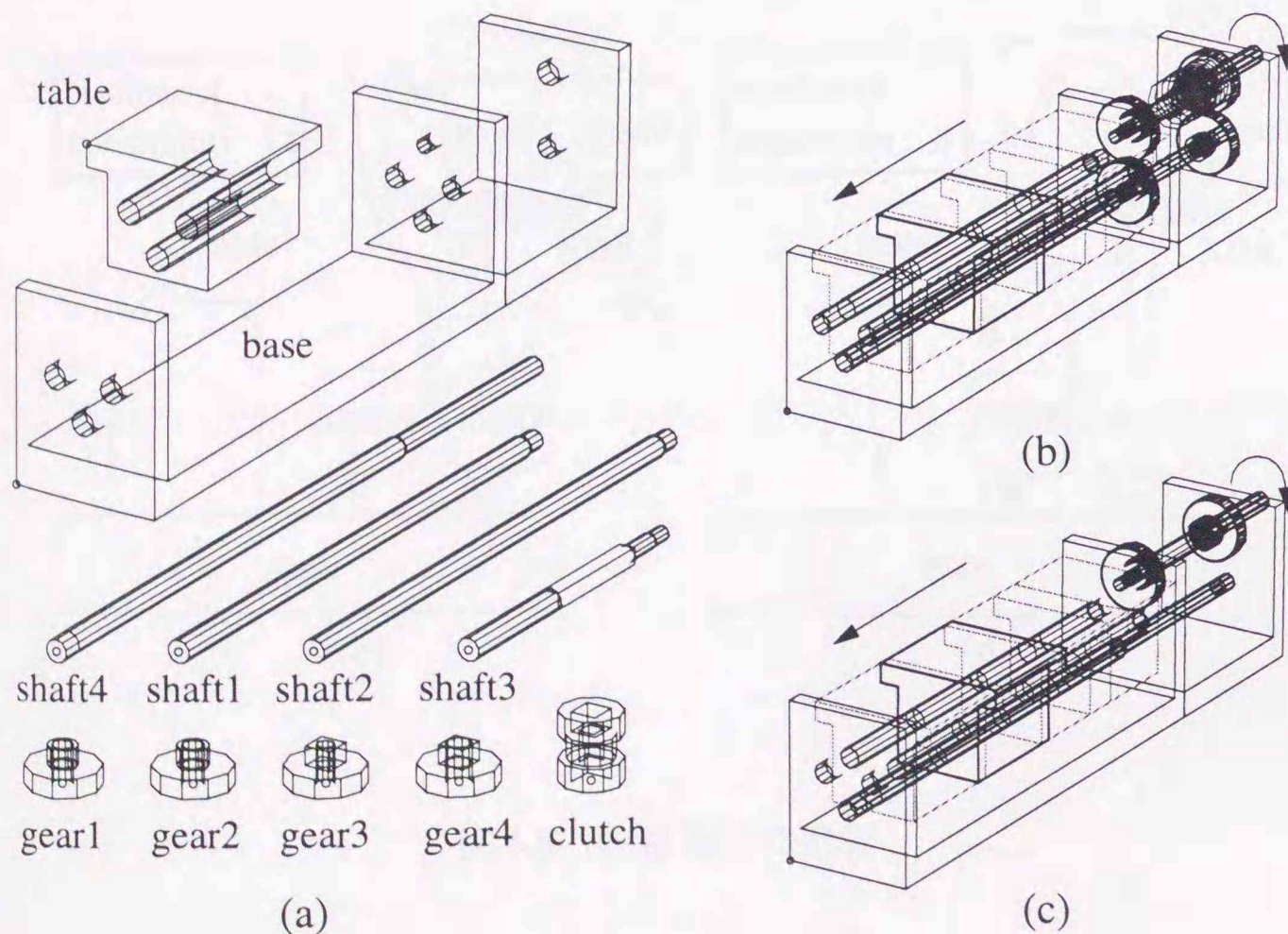


図5.7 組立品の構成部品と運動の導出結果

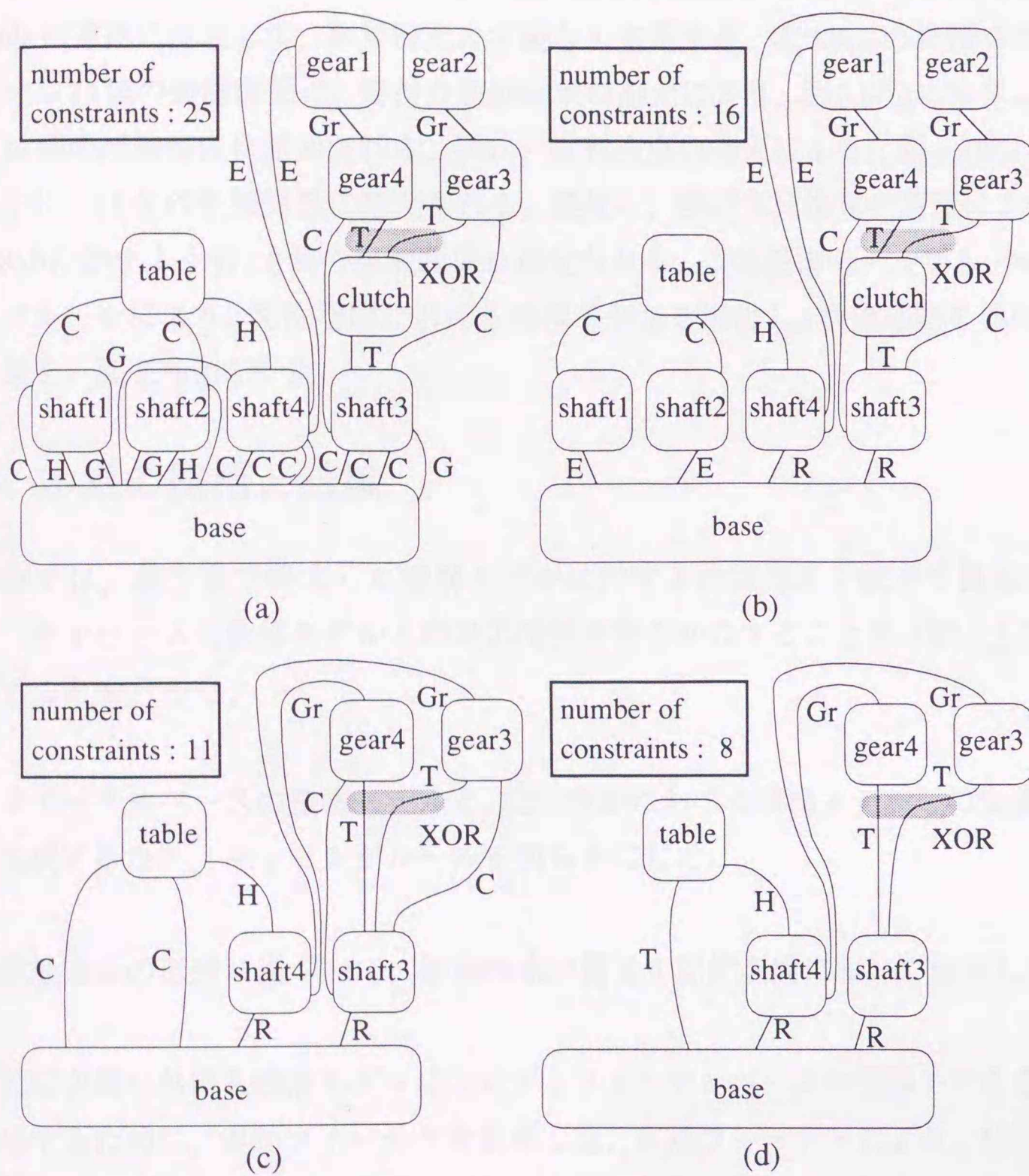


図 5.8 拘束還元の過程

は接触関係を示しており、枝に添えられた記号は、表5.1の接触関係に対応する。ここで、Grは、歯車による接触を表現する接触関係である。また、XORは、接続関係間のXOR関係(複数の接続関係のうちいずれか一つのみを満たす関係)である。図5.7(b)は、直接、このモデルから、マッピングルールにより、配位空間における機構モデルを導出し、機構運動を導出した結果である。以下では、shaft3とtableの運動に注目して、拘束還元の手続きを適用する。図5.8(a)の機構モデルにおける25個の接触関係は、最初の並列拘束の還元により、図5.8(b)に示すように、16個の接触関係に還元される。次に、直列拘束の還元により、図5.8(c)に示すように、11個の接触関係に還元される。最後に、再び並列拘束の還元により、図5.8(d)に示すように、8個の接触関係に還元される。この機構モデルから、マッピングルールにより、配位空間における機構モデルを導出し、機構運動を導出した結果を、図5.7(c)に示す。

5.5 本章の総括と結論

本章では、第3章で提案した機構モデルに対する拘束還元手続きを提案し、フィーチャベースの機構モデルとの対応関係を明らかにすることを目的として、以下のことを行った。

- (1) フィーチャベースの機構モデルと、配位空間における機構モデルとの変換を実現するため、マッピングルールを明らかにした。
- (2) 接触関係の形態に基づいて、接触拘束の還元を配位空間において表現した。
- (3) 配位空間における機構モデルに対応するフィーチャベースの機構モデルを導出するために、実効フィーチャを提案した。実効フィーチャにより、配位空間における拘束還元の意味を、フィーチャの立場から記述することが可能となった。
- (4) 配位空間を介さずに解析の対象となるフィーチャベースの機構モデルを導出することを可能とするために、拘束還元の結果を拘束還元則としてまとめた。

参考文献

- [5- 1] R. J. Popplestone, Y. Liu and R. Weiss : A Group Theoretic Approach to Assembly Planning, AI Magazine, Spring, (1990) 82.
- [5- 2] S. H. Kim and K. Lee : An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, Computer-Aided Design, 21, 1, (1989) 2.
- [5- 3] A. Clement, A. Desrochers and A. Riviere : Theory and Practice of 3-D Tolerancing for Assembly, Proc. CIRP Int. Working Semi. Computer-Aided Tolerancing, (1991) 25.
- [5- 4] F. Thomas and C. Torras : A Group-Theoretic Approach to the Computation of Symbolic Part Relations, IEEE J. Robot. Autom., 4, 6, (1988) 622.
- [5- 5] J. U. Turner, S. Subramaniam and S. Gupta : Constraint Representation and Reduction in Assembly Modeling and Analysis, IEEE Trans. Robot. Autom., 8, 6, (1992) 741.
- [5- 6] 徳永仁史, 田中文基, 岸浪建史: 配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル, 精密工学会誌, 63, 8, (1997) 1081.
- [5- 7] J. C. Latombe : Robot Motion Planning, Kluwer Academic Publishers, Boston, (1991).
- [5- 8] Y. H. Liu and H. Onda : Constructing an Approximate Representation of a Configuration Space without using an Intersection Check, Proc. 1993 IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems, (1993) 644.
- [5-11] 徳永仁史, 田中文基, 岸浪建史: 配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル (第2報) -接触関係の形態を考慮した拘束還元則とその表現-, 精密工学会誌, 64, 5, (1998) 738.
- [5-12] H. Tokunaga, F. Tanaka and T. Kishinami : Constraint Reduction based on Virtual Feature in Assembly Model, Proc. Flexible Automation and Intelligent Manufacturing, (1998) 483.
- [5-13] H. Tokunaga, F. Tanaka and T. Kishinami : Contact Constraint Representation and Its Reduction in Kinematic Model of Assembly, Proc. Japan/USA Symp. Flexible Automation, Vol. 2, (1998) 857.

第6章

リー代数に基づく拘束の分類と拘束還元

第5章では、各々の拘束の接続形態に対する拘束還元手続きを配位空間における接触拘束表現を用いて定式化すると共に、フィーチャをベースとする機構モデルを新たに定義し、マッピングルールを明らかにすることにより、配位空間における機構モデルとの対応関係を明らかにした。しかしながら、考慮すべき拘束の種類及び拘束還元の数学的意味を明確にしなければ、拘束還元に対する効率的な処理を望むことは困難である。

図6.1(a)に示すように、組立モデル（フィーチャベースの機構モデル）において、組立品は、それを構成する部品 (component) とそれらの接続関係により記述される。接続関係の一つである接触関係 (contact relation) は、構成部品のフィーチャ (feature) 間に接触を指定するものであり、構成部品間の相対位置 (displacement) は、この接触関係から導出される拘束 (constraint) を満たす必要がある。図6.1(b)に示すように、剛体の部品の相対位置は、部品の局所座標系 (coordinate system) 間の変位を表現する変換行列 (transformation matrix) により記述される。そのような変換行列の全体は、群 $SE(3)$ (Special Euclidean group) を構成することが知られている。第4章で紹介した幾つかの研究[6-1]-[6-5]では、拘束を $SE(3)$ の部分群 (Lie subgroup) により表現しているが、その部分群、すなわち、拘束の種類を選択に関して、その理由を数学的に明らかにしていない。また、これらの拘束表現に対する拘束還元には、完全な拘束還元則、又は、行列に対する複雑な記号処理等が必要である。

これらの問題点を解決するために、本研究では、組立モデルにおける拘束表現とその還元を理論的に明らかにすることを目的として、以下のことを行う。

- (1) リー代数 (Lie algebra) [6-6]-[6-9]に基づいて、 $SE(3)$ の部分群として拘束を表現する。

$SE(3)$ はリー群 (Lie group) であり, 図 6.1(c) に示すように, リー群及び部分群は, それぞれ, 線形ベクトル空間であるリー代数 $se(3)$ 及び部分代数 (Lie subalgebra) と, 指数写像 (exponential mapping) により一対一に対応することが知られている. 故に, リー部分代数を導出することにより, 対応するリー部分群が導出できる. $SE(3)$ のリー代数は, 六つの基底を持つ. そのため, 有限の基底の組み合わせを考慮することにより, 全てのリー部分代数が導出できる.

(2) 図 6.1(c) に示すように, リー代数に基づいて, 拘束還元手続きを提案する.

本研究では, 拘束の形態として, 次の二つを定義した (第5章参照). はじめの形態 (cf1) は, 並列拘束と呼び, 二つの拘束が二つの剛体に対して指定されている形態である. もう一つの形態 (cf2) は, 直列拘束と呼び, 二つの拘束が, 二つの剛体に対して, ある剛体を介して指定される形態である. これらの形態の拘束に対する拘束還元の演算 (operation) は, リー群とリー代数とで対応する. リー代数により拘束還元は線形連立方程式を解く問題として表現できる.

(3) これらの手法を, 組立モデルにおける拘束表現とその還元に対して適用する.

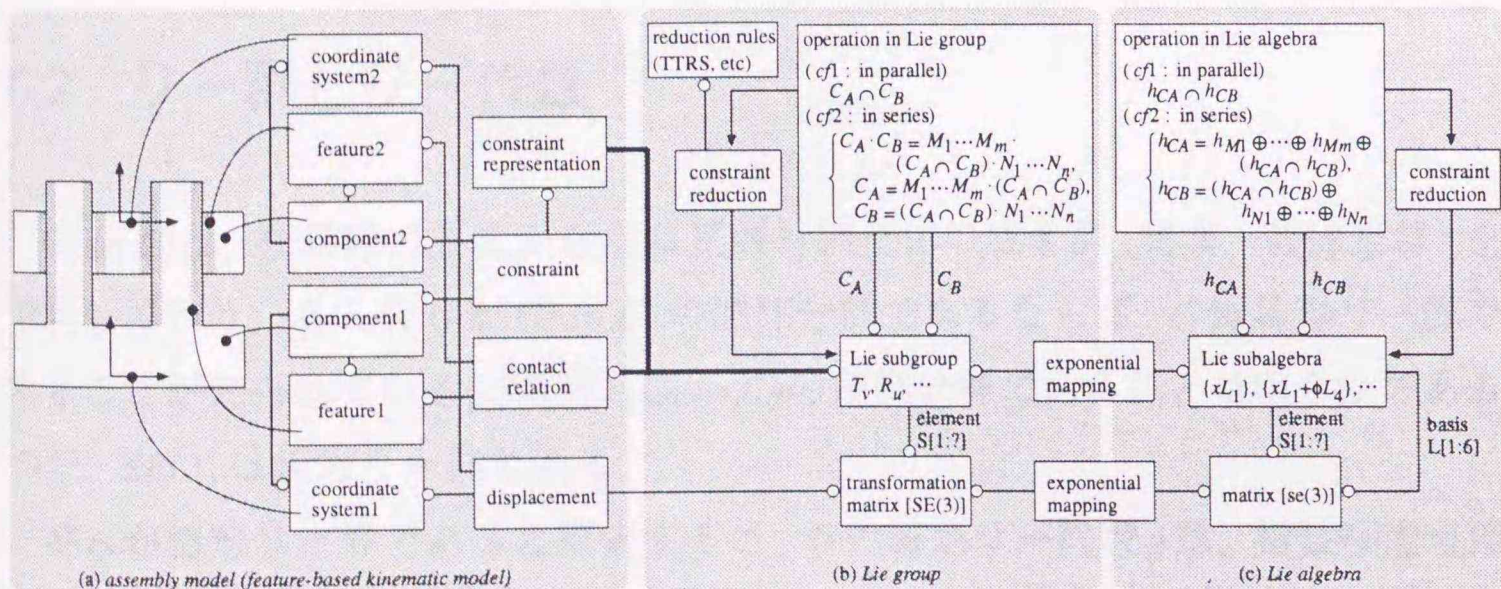


図 6.1 組立モデル, 拘束表現, 拘束還元

6.1 剛体変換

剛体間の相対位置は、剛体の局所座標系間の変位を表現する同次変換行列により記述できる。その様な全ての変換行列の集合は群 $SE(3)$ (Special Euclidean group) を成す。 $SE(3)$ は、次式で表現できる。

$$SE(3) = \{Trans(x, y, z)R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) | x, y, z, \phi, \theta, \psi \in \mathbf{R}\} \quad (6.1)$$

ここで、 $Trans(x, y, z)$ はベクトル $(x \ y \ z)^T$ による並進、 $R_x(\phi)$, $R_y(\theta)$, $R_z(\psi)$ は各軸に関する回転を表現しており、それぞれ、次式で定義される。

$$Trans(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

本研究では、拘束は、その拘束により許容される変位を表現する $SE(3)$ の部分集合（部分群）により表現することとする。

6.2 リー群とリー代数

$GL(n, \mathbf{C})$ は、複素数の要素からなる正則行列全体の成す群（複素一般線形群）を表現しており、ある群 G が $GL(n, \mathbf{C})$ の閉部分群であるならば、 G は線形リー群であることが知られている。 $SE(3)$ も $GL(n, \mathbf{C})$ の閉部分群であることは明らかであるので、 $SE(3)$ は線形リー群である。

群 G が線形リー群であると仮定すると、 G の線形リー代数 $\mathfrak{g}$ は、指数写像を用いて、次式で定義される。

$$\mathfrak{g} = \{X \in \mathfrak{gl}(n, \mathbf{C}) | \exp(tX) \in G, t \in \mathbf{R}\} \quad (6.3)$$

ここで、 $\mathfrak{gl}(n, \mathbf{C})$ は、複素正方行列全体の成す集合を示している。リー群 G のリー代数 $\mathfrak{g}$ は、 G の単位元における接空間に相当し、次元は G と同じである。行列の指数写像は、次式で定義される。

$$\exp X = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{X^k}{k!} \quad (6.4)$$

行列の指数写像は、次の性質を持つ。

$$\exp O = E, \quad (6.5)$$

$$\exp(X+Y) = \exp X \exp Y \quad (XY = YX), \quad (6.6)$$

$$\exp(-X) = (\exp X)^{-1}, \quad (6.7)$$

$$\exp(DXD^{-1}) = D(\exp X)D^{-1} \quad (D \in GL(n, \mathbf{C})), \quad (6.8)$$

$$\det(\exp X) = \exp(\text{trace } X) \quad (6.9)$$

ここで、 O は零行列、 E は単位行列を示している。

リー代数 g における積として交換子積 $[X, Y]$ ($X, Y \in g$) が次式で定義される。

$$[X, Y] = XY - YX. \quad (6.10)$$

$SE(3)$ のリー代数を $se(3)$ と記述する。 $se(3)$ における任意の要素 X は、次式で表現できる。

$$X = \sum_{i=1}^6 \alpha_i L_i \quad (6.11)$$

ここで、 $\alpha_i \in \mathbf{R}$, $L_1, \dots, L_6$ は $se(3)$ の標準的な基底であり、それらは次式で表現される。

$$\begin{aligned} L_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & L_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & L_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ L_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & L_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & L_6 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

$L_1, \dots, L_6$ は次式を満たす。

$$\begin{aligned} \exp(xL_1) &= \text{Trans}(x, 0, 0), & \exp(\phi L_4) &= R_x(\phi), \\ \exp(yL_2) &= \text{Trans}(0, y, 0), & \exp(\theta L_5) &= R_y(\theta), \\ \exp(zL_3) &= \text{Trans}(0, 0, z), & \exp(\psi L_6) &= R_z(\psi). \end{aligned} \quad (6.13)$$

表 6.1 リー代数の基底の交換子積

A \ B	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
L_1	0	0	0	0	L_3	$-L_2$
L_2	0	0	0	$-L_3$	0	L_1
L_3	0	0	0	L_2	$-L_1$	0
L_4	0	L_3	$-L_2$	0	L_6	$-L_5$
L_5	$-L_3$	0	L_1	$-L_6$	0	L_4
L_6	L_2	$-L_1$	0	L_5	$-L_4$	0

表 6.1 は、これら基底の任意の組み合わせに対する交換子積を示している。

6.3 リー代数に基づく拘束表現

リー代数 g の部分集合 h は、 h が交換子積について閉じているならば、すなわち、 h の任意の元 X, Y が交換子積について閉じている ($[X, Y] \in h$) ならば、 g の部分代数である。部分集合の任意の元は基底の線形結合により表現されていることから、任意の元 X, Y の交換子積 $[X, Y]$ は、次式で表現できる。

$$[X, Y] = \left[\sum_{i=1}^{N_X} \alpha_i L_i^X, \sum_{j=1}^{N_Y} \beta_j L_j^Y \right] = \sum_{i=1}^{N_X} \sum_{j=1}^{N_Y} \alpha_i \beta_j [L_i^X, L_j^Y] \quad (6.14)$$

ここで、 $\alpha_i, \beta_j \in \mathbf{R}$ 、 L_i^X と L_j^Y はリー代数の基底、 N_X と N_Y は基底の数である。故に、基底の交換子積を確認することによって、 h が部分代数を成すことを確認できる。リー群 G とそのリー代数 g が与えられるとき、 G の連結部分群 H と g のある部分代数 h は一対一に対応することが知られている。従って、 $se(3)$ のすべてのリー部分代数を導出することにより、 $SE(3)$ の全ての部分群が導出できる。本研究では、これらの部分群により拘束を定義する。例えば、 L_1 と L_4 により決定される $se(3)$ の部分集合を考える。表 6.1 より、 $[L_1, L_4] = 0$ 、すなわち、この部分集合は

表 6.2 導出された拘束

DOF	notation	elements of subgroup	basis of Lie ring	lower pair
1	T_v	$Trans(x,0,0)$	L_1	prismatic
	R_u	$R_x(\phi)$	L_4	revolute
	$H_{u,p}$	$Trans(x,0,0)R_x(px)$	L_1+pL_4 (p :constant)	helical
2	T_P	$Trans(0,y,z)$	L_2, L_3	cylindrical
	C_u	$Trans(x,0,0)R_x(\phi)$	L_1, L_4	
3	T	$Trans(x,y,z)$	L_1, L_2, L_3	planar spherical
	G_P	$Trans(0,y,z)R_x(\phi)$	L_2, L_3, L_4	
	S_o	$R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi)$	L_4, L_5, L_6	
	$Y_{u,p}$	$Trans(x,y,z)R_x(px)$	L_1+pL_4, L_2, L_3	
4	X_v	$Trans(x,y,z)R_x(\phi)$	L_1, L_2, L_3, L_4	

交換子積について閉じていることから, $se(3)$ の部分代数となることが明らかになる. この部分代数に相当する $SE(3)$ の部分群は, 次式で表現される.

$$\begin{aligned}
 C &= \{ \exp(xL_1 + \phi L_4) | x, \phi \in \mathbf{R} \} \\
 &= \{ \exp(xL_1) \exp(\phi L_4) | x, \phi \in \mathbf{R} \} \\
 &= \{ Trans(x, 0, 0) R_x(\phi) | x, \phi \in \mathbf{R} \}.
 \end{aligned} \tag{6.15}$$

この部分群により表現される拘束を C_u と記述する. 同様の方法で, 表 6.2 に示す 10 種類の拘束が導出された. この表は, Thomas と Torras が提案した表と同一である. 表 6.2 における 10 個の拘束のうち, 6 つ拘束は前章で示した面接触を表現するフィーチャ間の接触関係に対応している.

x 軸方向の並進に対する y 軸方向の並進のような同等な拘束は, 共役部分群を用いて表現することができる. 群 G のある部分群 H に対する共役部分群は次式で定義される.

$$DHD^{-1} = \{ DXD^{-1} | X \in H \} \tag{6.16}$$

ここで, $D \in G$ である. 例えば, y 軸方向の並進の拘束は, x 軸方向の並進の拘束 H を用いて, 次式で表現できる.

$$\begin{aligned} DHD^{-1} &= \{DXD^{-1} | X \in H\} \\ \text{where } H &= \{Trans(x, 0, 0) | x \in \mathbf{R}\}, D = R_z\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ &= \left\{R_z\left(\frac{\pi}{2}\right)Trans(x, 0, 0)R_z\left(-\frac{\pi}{2}\right) | x \in \mathbf{R}\right\} \\ &= \{Trans(0, x, 0) | x \in \mathbf{R}\} \end{aligned} \quad (6.17)$$

これまで述べてきた拘束表現は, 剛体の局所座標系とそのフィーチャの局所座標系とが一致する場合である. 図6.2に示すように, 2つの剛体(A_1 と A_2)が, フィーチャに与えられた接触関係に相当する拘束により拘束される場合を考える. 拘束 $Const$ は次式により定義できる.

$$Const = DHD^{-1} = \{DXD^{-1} | X \in H\} \quad (6.18)$$

ここで, F_{Ai} ($i = 1$ or 2) は剛体 A_i の局所座標系, F_{fAi} は, A_i のフィーチャの局所座標系, $D, D' \in SE(3)$ は, それぞれ, F_{A1} から F_{fA1} , F_{A2} から F_{fA2} への変位, H は F_{fA1} から F_{fA2} への変位の集合を示している. この H は, 表6.2に示される部分群により表現することができる.

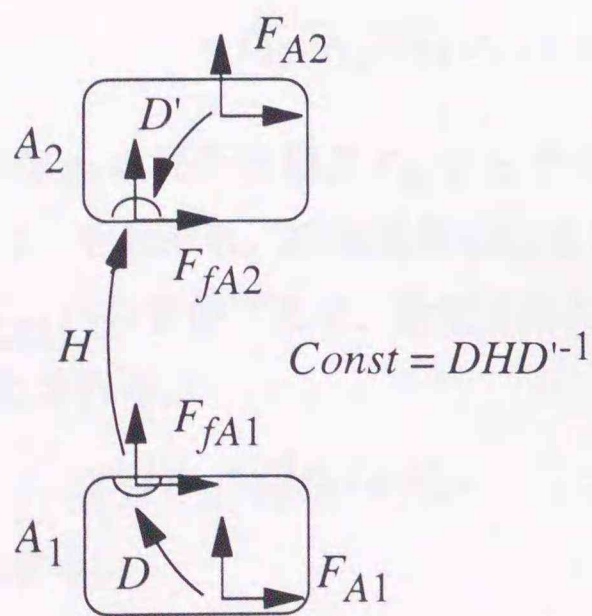


図 6.2 拘束の定義

6.4 拘束還元

剛体間の相対位置が複数の拘束により拘束されている場合, それらの拘束は等価な働きを持つ一つの拘束に置き換えることができる. そのような手続きは, 拘束還元 (constraint reduction) と呼ばれる. 本研究では, 第5章で示したように, 拘束の形態として次の二つを考える. はじめの形態(cf1)は, 並列拘束と呼び, 図6.3(a)に示すように, 二つの接触関係(CR_A と CR_B)が二つの剛体のフィーチャに対して与えられる形態, すなわち, それらの接触関係に相当する二つの拘束が二つの剛体に対して指定されている形態である. もう一つの形態(cf2)は, 直列拘束と呼び, 図6.5(a)に示すように, 二つの接触関係のうち一つ(CR_A)が, 三つの剛体のうち二つの剛体(A_1, A_2)のフィーチャ間に与えられ, もう一つの接触関係(CR_B)が, 残りのもう一つの剛体(A_3)と上述の一方の剛体(A_2)のフィーチャ間に与えられる形態, すなわち, 相当する二つの拘束が, 二つの剛体に対して, 別の剛体を介して指定される形態である.

並列拘束に対する拘束還元手続きは, 図6.4(a)に示すように, 次の拘束を導出する手続きとして定義する.

$$\begin{aligned} D_{11}H_A D_{21}^{-1} \cap D_{12}H_B D_{22}^{-1} &= \{D_{11}XD_{21}^{-1} | X \in H_A\} \cap \{D_{12}YD_{22}^{-1} | Y \in H_B\} \\ &= \{D_{11}XD_{21}^{-1} | D_{11}XD_{21}^{-1} = D_{12}YD_{22}^{-1}, X \in H_A, Y \in H_B\} \\ &= \{D_{11}XD_{21}^{-1} | XD_{21}^{-1}D_{22}D_{12}^{-1}D_{11} \\ &\quad = D_{11}^{-1}D_{12}YD_{12}^{-1}D_{11}, X \in H_A, Y \in H_B\} \end{aligned} \quad (6.19)$$

ここで, $D_{ij} \in SE(3)$ は剛体 A_i の局所座標系 F_{A_i} からそのフィーチャ f_j の座標系 F_{fjAi} への変位, H_A と H_B は, それぞれ, 接触関係 CR_A と CR_B を表現する, F_{f1A1} から F_{f1A2} , F_{f2A1} から F_{f2A2} への変位である. 指定された接触関係に空間的な矛盾がなければ, 次式が満たされる.

$$D_{21}^{-1}D_{22}D_{12}^{-1}D_{11} \in H_A. \quad (6.20)$$

従って, 式(6.19)は次式となる.

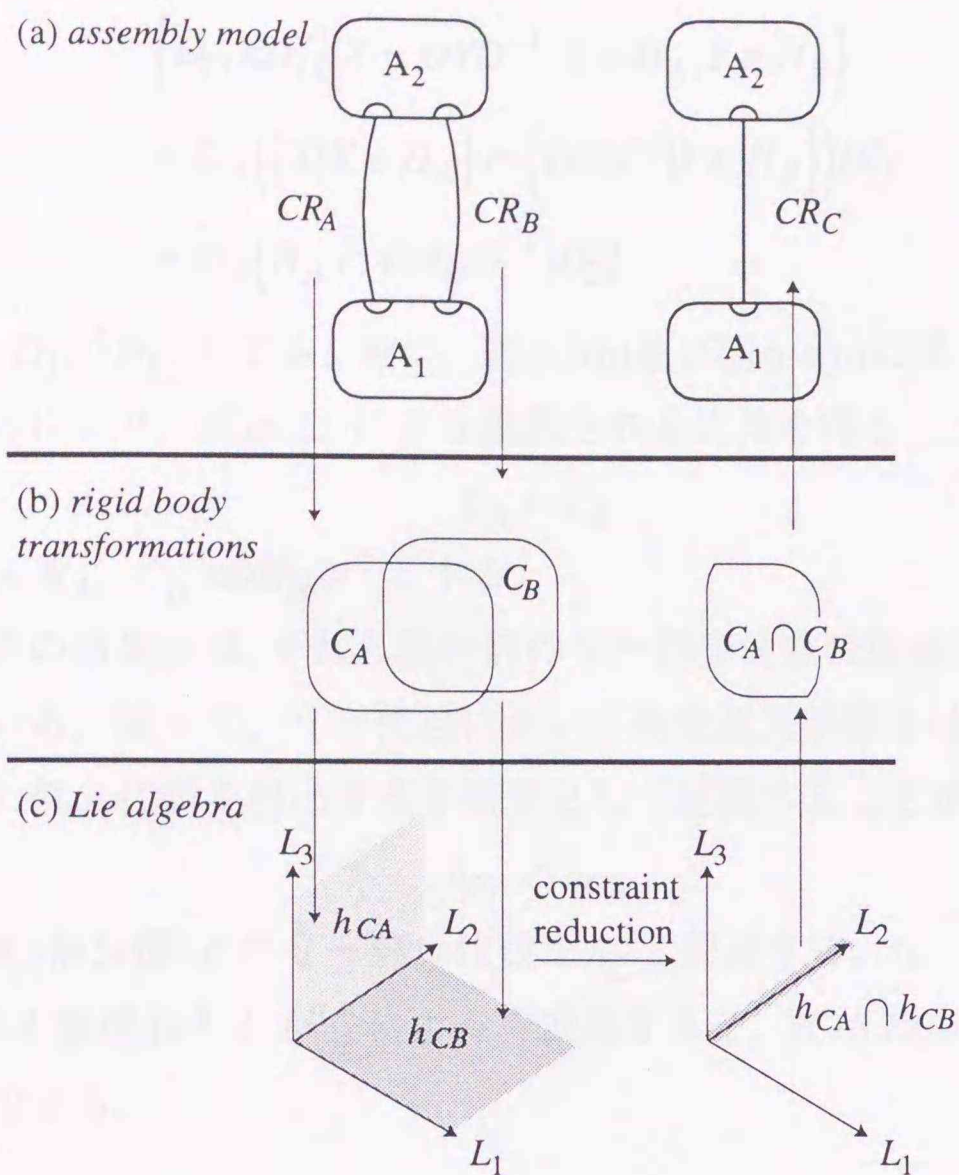


図 6.3 拘束還元 (並列拘束)

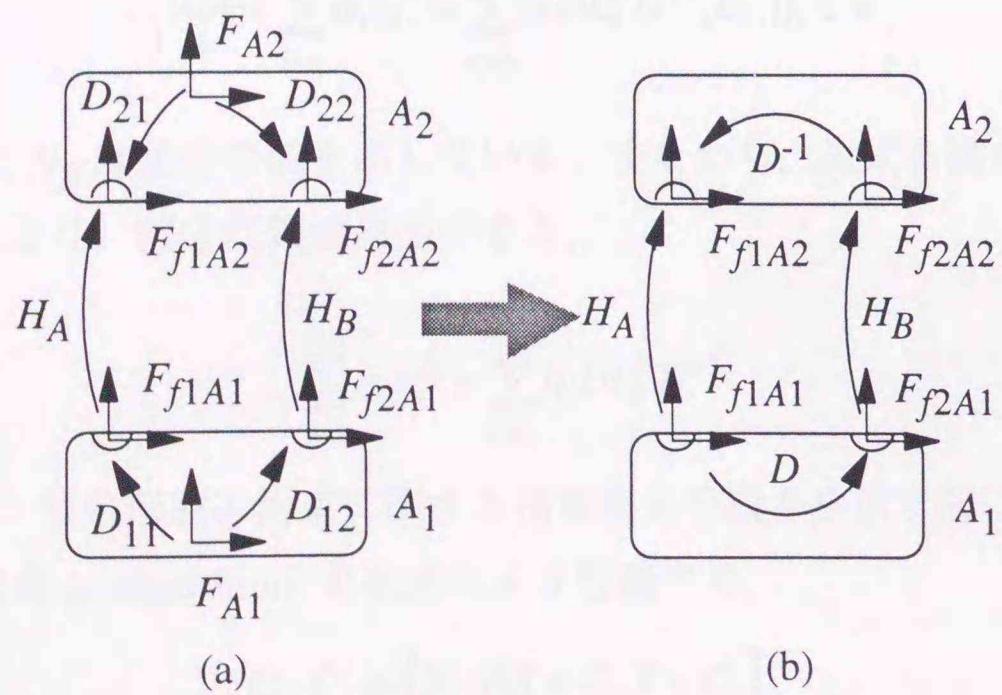


図 6.4 拘束表現 (並列拘束)

$$\begin{aligned}
 & \left\{ D_{11} X D_{21}^{-1} \mid X = D Y D^{-1}, X \in H_A, Y \in H_B \right\} \\
 &= D_{11} \left(\left\{ X \mid X \in H_A \right\} \cap \left\{ D Y D^{-1} \mid Y \in H_B \right\} \right) D_{21}^{-1} \\
 &= D_{11} \left(H_A \cap D H_B D^{-1} \right) D_{21}^{-1}
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

ただし, $D = D_{11}^{-1} D_{12}$ とする. 故に, 図 6.3(b) 及び 図 6.4(b) に示すように, 次式を計算することにより, 式(6.21)により表現される拘束を得ることができる.

$$C_A \cap C_B \tag{6.22}$$

ただし, $C_A = H_A$, $C_B = D H_B D^{-1}$ とする.

リー部分群の積集合は, それら部分群のリー部分代数の積集合に対応することが知られている. 従って, リー代数において拘束還元手続きは, 図 6.3(c) に示すように, 次の部分代数を導出する手続きとして定義することができる.

$$h_{CA} \cap h_{CB} \tag{6.23}$$

ここで, 拘束 (部分群) C のリー部分代数を h_C と記述する. リー代数 (h_{CA} と h_{CB}) を表 6.2 に示す基底 (L_i^A と L_i^B) によって表現すると, 式(6.23) は次式により表現することができる.

$$\begin{aligned}
 & \left\{ A \mid A = \sum_{i=1}^{N_A} \alpha_i L_i^A, \alpha_i \in \mathbf{R} \right\} \cap \left\{ B \mid B = \sum_{i=1}^{N_B} \beta_i D L_i^B D^{-1}, \beta_i \in \mathbf{R} \right\} \\
 &= \left\{ A \mid A = \sum_{i=1}^{N_A} \alpha_i L_i^A = \sum_{i=1}^{N_B} \beta_i D L_i^B D^{-1}, \alpha_i, \beta_i \in \mathbf{R} \right\}
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

ここで, N_A と N_B は基底の数を示している. すなわち, 次式を満たす α_i と β_i を求めることにより, 部分代数が導出できる.

$$\sum_{i=1}^{N_A} \alpha_i L_i^A = \sum_{i=1}^{N_B} \beta_i D L_i^B D^{-1} \tag{6.25}$$

次に, もう一つの形態の拘束に関する拘束還元手続きを示す前に, 二つの拘束 (C_i と C_j) の合成 (composition) を次式により定義する.

$$C_i \cdot C_j = \{ X \cdot Y \mid X \in C_i, Y \in C_j \}. \tag{6.26}$$

直列拘束に対する拘束還元手続きは, 図 6.6(a) に示すように, 次の拘束を導出

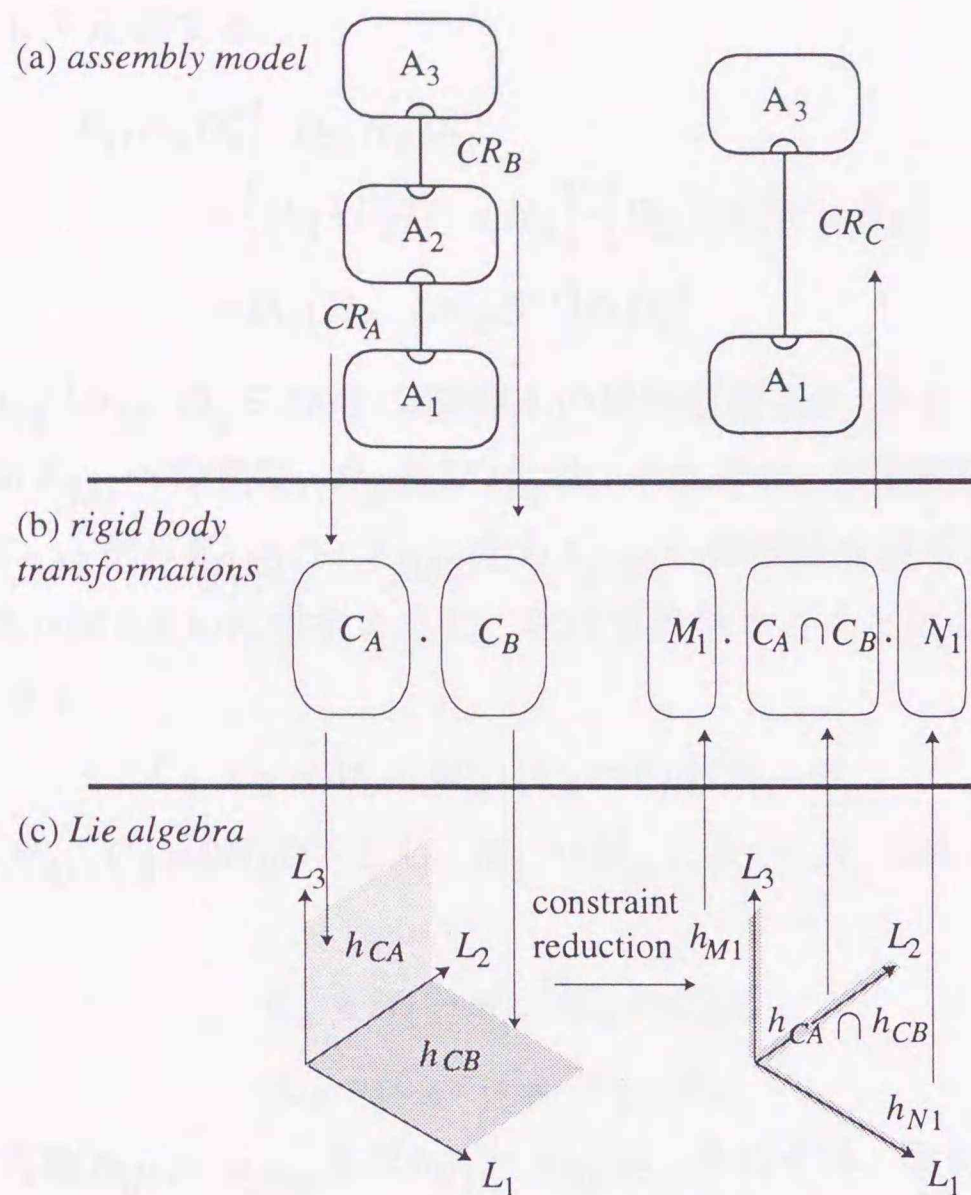


図 6.5 拘束還元 (直列拘束)

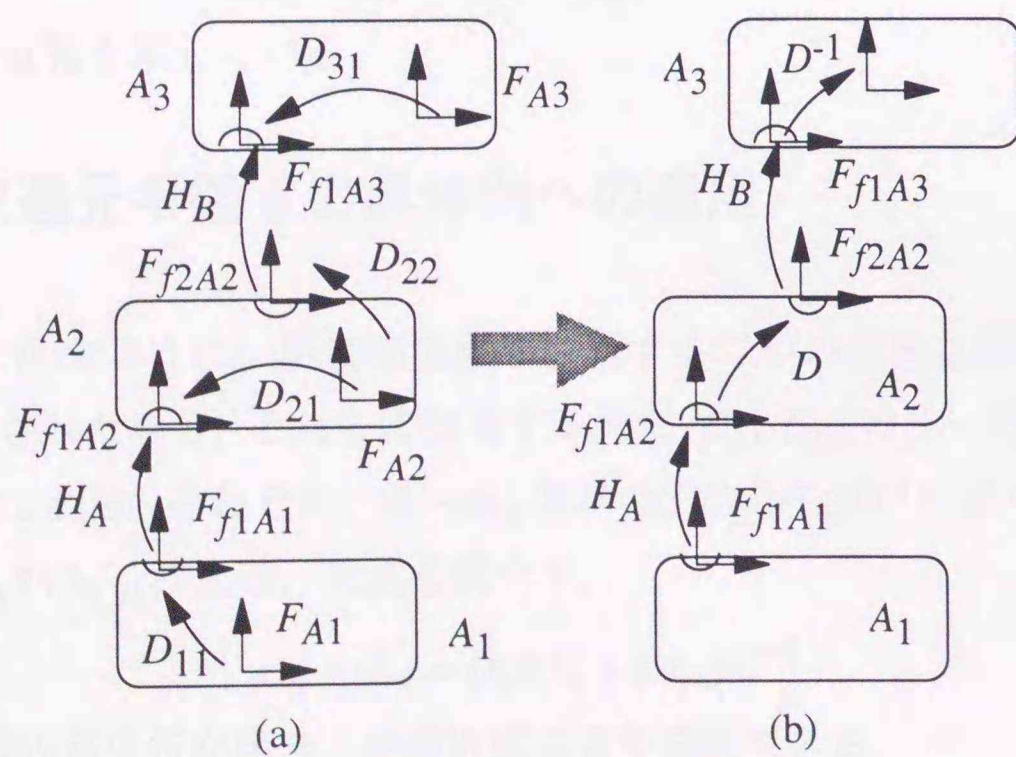


図 6.6 拘束表現 (直列拘束)

する手続きとして定義する.

$$\begin{aligned} D_{11}H_A D_{21}^{-1} \cdot D_{22}H_B D_{31}^{-1} \\ = \{D_{11}XD_{21}^{-1} | X \in H_A\} \cdot \{D_{22}YD_{31}^{-1} | Y \in H_B\} \\ = D_{11}(H_A \cdot DH_B D^{-1})D D_{31}^{-1} \end{aligned} \quad (6.27)$$

ここで, $D = D_{21}^{-1}D_{22}$, $D_{ij} \in SE(3)$ は剛体 A_i の局所座標系 F_{Ai} からそのフィーチャ f_j の局所座標系 F_{fjAi} への変位, H_A 及び H_B は, それぞれ, 接触関係 CR_A 及び CR_B を表現する, F_{f1A1} から F_{f1A2} へ, F_{f2A2} から F_{f1A3} への変位を表現する部分群である. 図 6.5(b) 及び 図 6.6(b) に示すように, 次式を計算することにより, 式(6.27)の拘束が導出できる.

$$C_A \cdot C_B = M_1 \cdots M_m \cdot (C_A \cap C_B) \cdot N_1 \cdots N_n \quad (6.28)$$

ここで, $C_A = H_A$, $C_B = DH_B D^{-1}$ とし, $M_1, \dots, M_m$ と $N_1, \dots, N_n$ は次式を満たす拘束である.

$$C_A = M_1 \cdots M_m \cdot (C_A \cap C_B), \quad (6.29)$$

$$C_B = (C_A \cap C_B) \cdot N_1 \cdots N_n. \quad (6.30)$$

ここで, リー代数 $h_{M1}, \dots, h_{Mm}$ 及び $h_{N1}, \dots, h_{Nn}$ は, それぞれ, 図 6.5(c) に示すように, $h_{CA} \cap h_{CB}$ には含まれない h_{CA} 及び h_{CB} の基底により表現される. リー代数 $h_{M1}, \dots, h_{Mm}$ 及び $h_{N1}, \dots, h_{Nn}$ は, 次式を満たす.

$$h_{CA} = h_{M1} \oplus \cdots \oplus h_{Mm} \oplus (h_{CA} \cap h_{CB}), \quad (6.31)$$

$$h_{CB} = (h_{CA} \cap h_{CB}) \oplus h_{N1} \oplus \cdots \oplus h_{Nn} \quad (6.32)$$

ここで, $\oplus$ は直和を示している.

6.5 拘束還元手続きの具体例への適用

図 6.7(a) に示すように, 円筒面接触を表現する二つの並列な接触関係 (CR_A , CR_B) が指定された場合, それらに相当する拘束 (C_A , C_B) のリー代数 (h_{CA} , h_{CB}) の元は, 表 6.2 から, それぞれ, $xL_1 + \phi L_4$ 及び $D(x'L_1 + \phi' L_4)D^{-1}$ により表現できる. 従って, $h_{CA} \cap h_{CB}$ の元は, 次式を満たす.

$$xL_1 + \phi L_4 = D(x' L_1 + \phi' L_4)D^{-1}. \quad (6.33)$$

円筒の軸 (x 軸) が平行な場合, D は次式により表現できる.

$$D = \text{Trans}(a, b, c)R_x(\alpha) \quad (6.34)$$

ただし, $b \neq 0$ または $c \neq 0$. D を式(6.33)に代入しまとめると, 次式が得られる.

$$xL_1 + \phi L_4 = x' L_1 + \phi' (cL_2 - bL_3 + L_4). \quad (6.35)$$

これを解くと, 次式が得られる.

$$x = x', \phi = \phi' = 0. \quad (6.36)$$

従って, $C_A \cap C_B$ は次式で得られる.

$$C_A \cap C_B = \{\exp(xL_1) | x \in \mathbf{R}\} = \{\text{Trans}(x, 0, 0) | x \in \mathbf{R}\}. \quad (6.37)$$

この拘束は, 図 6.7(c) に示すように, 剛体 A_1 に対する A_2 の変位を並進変位に拘束するものであり, T_v と記述する.

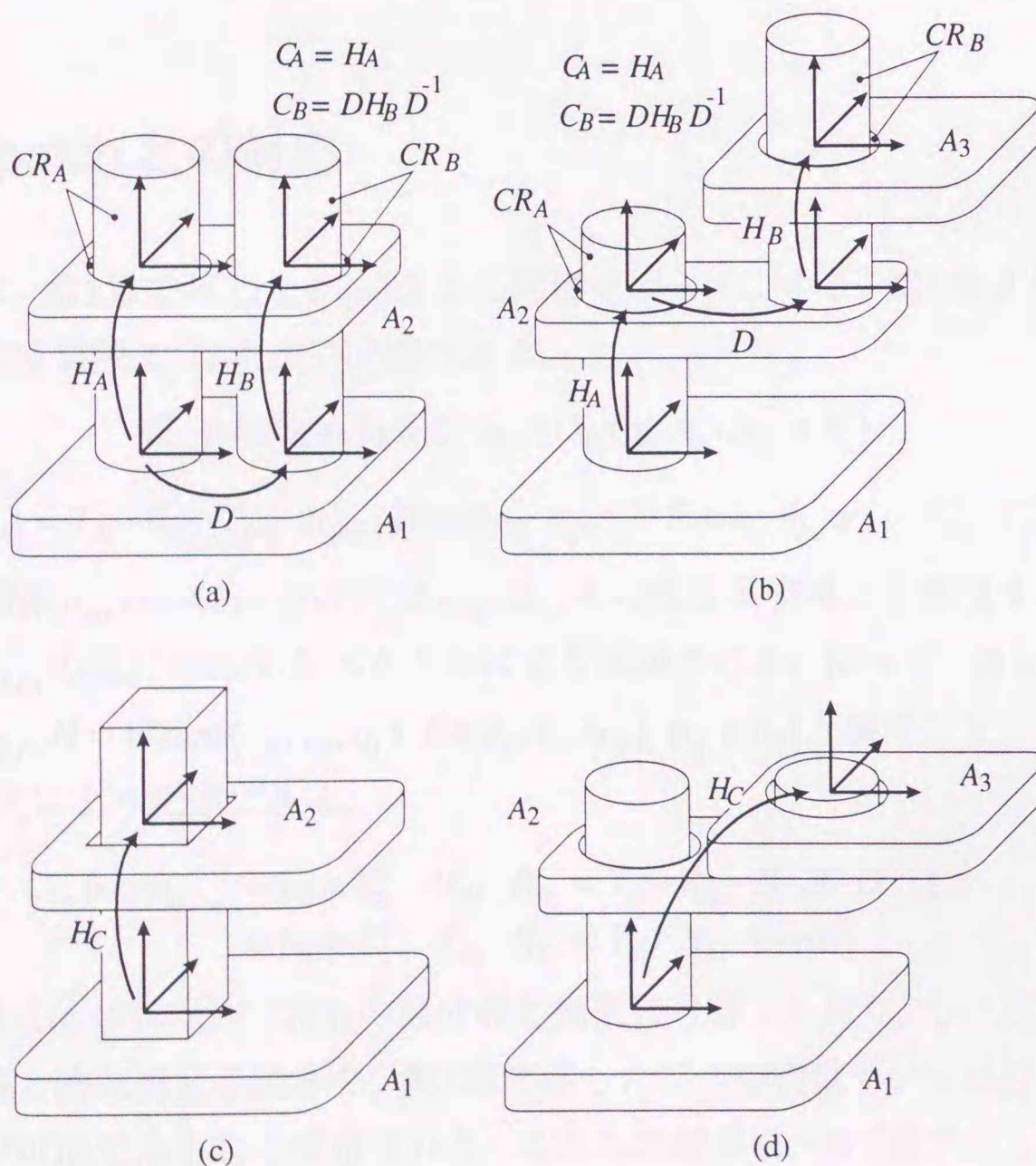


図 6.7 拘束還元例

図6.7(b)に示すように、円筒面接触を表現する二つの直列な接触関係 (CR_A , CR_B) が指定され、円筒の軸が平行な場合、相当する拘束 (C_A , C_B) のリー代数 (h_{CA} , h_{CB}) の元は、並列拘束の場合と同様に、 $xL_1 + \phi L_4$ 及び $D(x'L_1 + \phi'L_4)D^{-1} = x'L_1 + \phi'(cL_2 - bL_3 + L_4)$ により表現できる。これらから、 $h_{CA} \cap h_{CB}$ の基底は L_1 であるから、 h_{M1} の基底は L_4 、 h_{N1} の基底は $cL_2 - bL_3 + L_4$ となる。従って、 $C_A \cdot C_B$ は次式で得られる。

$$\begin{aligned} C_A \cdot C_B &= M_1 \cdot (C_A \cap C_B) \cdot N_1 \\ &= \{ \exp(\phi L_4) | \phi \in \mathbf{R} \} \cdot \{ \exp(xL_1) | x \in \mathbf{R} \} \cdot \{ \exp(\phi'(cL_2 - bL_3 + L_4)) | \phi' \in \mathbf{R} \} \\ &= \{ \exp(xL_1) \exp(\phi L_4) | x, \phi \in \mathbf{R} \} \cdot \{ D \exp(\phi' L_4) D^{-1} | \phi' \in \mathbf{R} \} \\ &= \{ Trans(x, 0, 0) R_x(\phi) | x, \phi \in \mathbf{R} \} \cdot \{ DR_x(\phi') D^{-1} | \phi' \in \mathbf{R} \} \end{aligned} \quad (6.38)$$

この拘束は、図6.7(d)に示すように、二つの拘束の合成を意味し、 $C_u \cdot R_u$ と記述する。

6.6 C-patch との対応

本節では、第5章で示したC-patchとの関係を明らかにする。第5章よりC-patch 及びその変換関数 X_{ij} は次式で定義される。

$$C_patch_{ij} = \{ \mathbf{q} \in C \mid \mathbf{q}_j = X_{ij}(\mathbf{p}_{ij}, \mathbf{q}_i), \mathbf{p}_{ij} \in S_{ij} \} \quad (6.39)$$

$$T_{Aj} \cdot R_{Aj} = T_{Ai} \cdot R_{Ai} \cdot T_{fAi} \cdot R_{fAi} \cdot Trans(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) \cdot EA(\phi_{ij}, \theta_{ij}, \psi_{ij}) \cdot R_{fAj}^{-1} \cdot T_{fAj}^{-1} \quad (6.40)$$

ここで、剛体 A_m ($m = i$ or j) の配位 $\mathbf{q}_m$ は、その位置と姿勢とを表現する変換行列 T_{Am} , R_{Am} の組に対応するベクトルにより表現される。従って、 $D = T_{fAi} R_{fAi}$, $D' = T_{fAj} R_{fAj}$, $H = \{ Trans(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) \cdot EA(\phi_{ij}, \theta_{ij}, \psi_{ij}) \mid \mathbf{p}_{ij} \in S_{ij} \}$ と置くことにより、式(6.39)は次式により記述できる。

$$\begin{aligned} C_patch_{ij} &= \{ \mathbf{q} \in C \mid T_{Aj} \cdot R_{Aj} = T_{Ai} \cdot R_{Ai} \cdot D \cdot H \cdot D^{-1} \} \\ &= \{ \mathbf{q} \in C \mid T_{Aj} \cdot R_{Aj} = T_{Ai} \cdot R_{Ai} \cdot Const \} \end{aligned} \quad (6.41)$$

H , $Const$ は式(6.18)に示す $SE(3)$ の部分群と拘束に対応しており、リー代数に基づく拘束表現と拘束還元手続きを、第5章で示した二つの機構モデルに対して導入することが可能であることが示される。これらの結果を、第3章で示した配位空間における機構モデルのEXPRESS-G表記を用いてまとめたものを図6.8に示す。

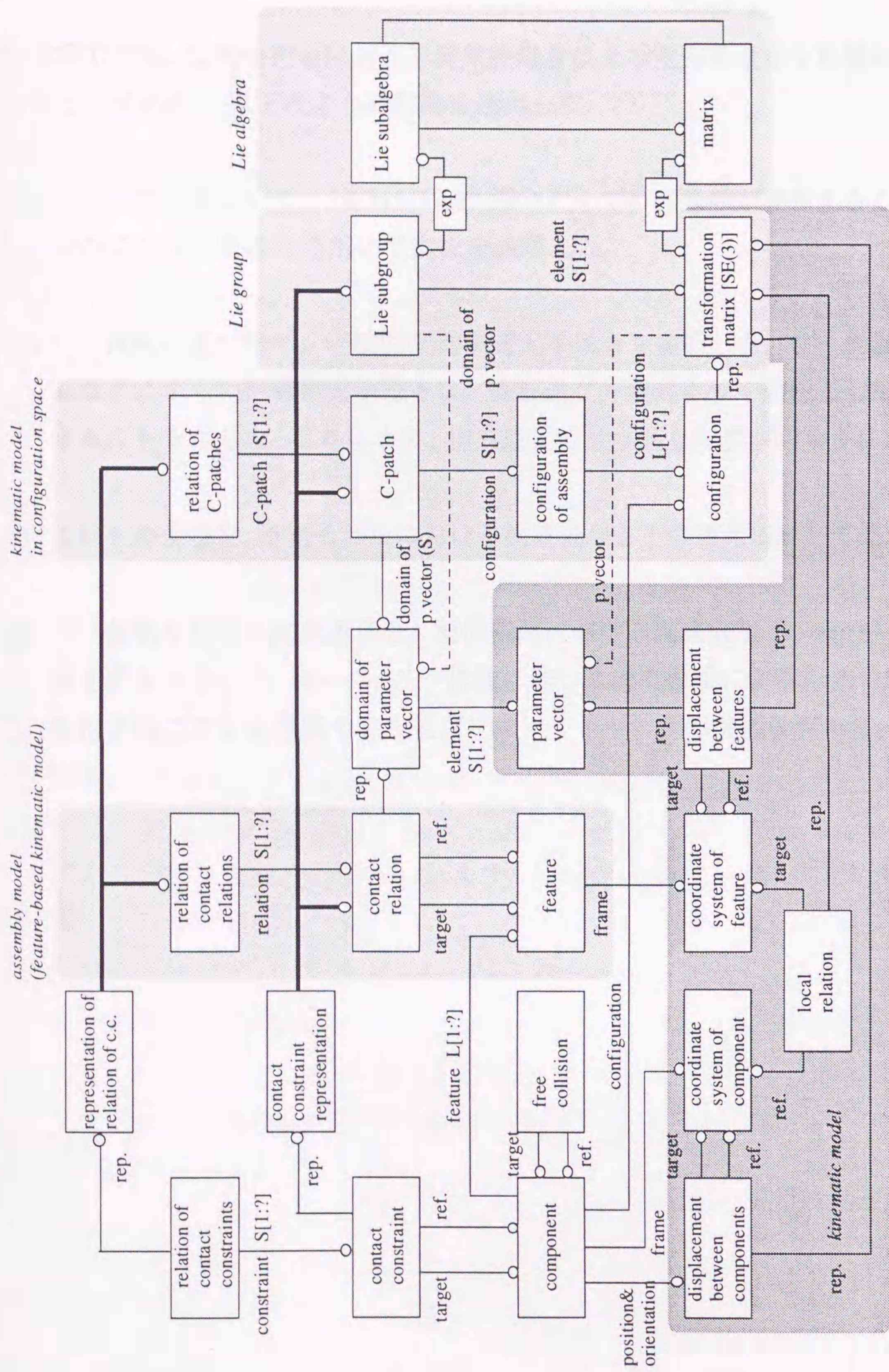


図 6.8 配位空間における機構モデルとリー代数 (リー群) による拘束表現との関係

6.7 本章の総括と結論

本研究では, 組立モデルにおける拘束表現及びその還元手続きを理論的に明らかにするために, 以下のように群論を適用した.

- (1) リー代数に基づいて, $SE(3)$ には 10 個のタイプの部分群が存在することが明らかになり, それらを用いて拘束を表現した.
- (2) リー代数に基づいて, 一般的な拘束還元手続きを提案した. リー代数を用いることにより, 拘束還元手続きは, 線形連立方程式を解く問題として表現できることを示した. これにより, 拘束還元の数学的な背景が明らかになった.
- (3) これらの手法を, 組立モデルにおける拘束表現とその還元に対して適用した.
- (4) リー代数を用いた拘束表現と, 配位空間における拘束表現 (C-patch) との関係を明らかにした. 従って, リー代数に基づく拘束表現による以上の結論は, 配位空間における機構モデル及びフィーチャベースの機構モデルに, 適用できる.

参考文献

- [6- 1] A. Clement, A. Desrochers and A. Riviere : Theory and Practice of 3-D Tolerancing for Assembly, Proc. CIRP Int. Working Semi. Computer-Aided Tolerancing, (1991) 25.
- [6- 2] S. H. Kim and K. Lee : An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, Computer-Aided Design, **21**, 1, (1989) 2.
- [6- 3] R. J. Popplestone, Y. Liu and R. Weiss : A Group Theoretic Approach to Assembly Planning, AI Magazine, Spring, (1990) 82.
- [6- 4] F. Thomas and C. Torras : A Group-Theoretic Approach to the Computation of Symbolic Part Relations, IEEE Journal of Robotics and Automation, **4**, 6, (1988) 622.
- [6- 5] J. U. Turner, S. Subramaniam and S. Gupta : Constraint Representation and Reduction in Assembly Modeling and Analysis, IEEE Transaction on Robotics and Automation, **8**, 6, (1992) 741.
- [6- 6] A. Karger and J. Novak : Space Kinematics and Lie Groups, Gordon and Breach Science Publishers, New York, (1985).
- [6- 7] A. W. Knap : Lie group beyond an introduction, Birkhauser, Boston, (1996).
- [6- 8] D. H. Sattinger and O. L. Weaver : Lie Groups and Algebras with Applications to Physics, Geometry, and Mechanics, Springer-Verlag, New York, (1986).
- [6- 9] R. M. Murray, Z. Li and S. S. Sastry : A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, CRC Press, New York, (1994).
- [6-10] H. Tokunaga, K. Itakura, F. Tanaka and T. Kishinami: Constraint Representation and Reduction based on Lie Algebra in Assembly Model, Sixth IFIP WG 5.2 International Workshop on Geometric Modeling: Fundamentals and Application (GEO-6), (1998) 71.

第7章

接触拘束表現への時刻の導入

第3章において、配位空間における機構モデルを提案し、組立品の設計の段階で与えられる、部品形状、接続関係（接触関係）及びそれらの関係のみから、組立品の運動を配位空間における運動可能領域として導出することが可能となった。また、第5章及び第6章において、上記の機構モデルに拘束還元手続きを導入したことにより、ある特定の部品の運動可能領域に対して等価な最小の機構モデルを導出することが可能となった。

このような検証の次の段階では、時刻を考慮して、入力運動等を指定し、より詳細な検証を行う必要がある。互いに接触する物体の運動は、物体の位置と姿勢に対する幾何学的な拘束と、その位置と姿勢の時刻に関する拘束とにより決定される。前者の拘束は、これまで接触拘束と呼んできたものであり、配位空間における配位の集合として表現してきた。しかしながら、この接触拘束表現に対して後者の時刻に関する拘束を付加しようとする、その表現及び処理が複雑になる。そこで、本章では、時刻に関する拘束を幾何学的な拘束とともに統一的に表現し処理することを可能とするため、時刻を考慮した配位空間 (configuration-time space) を導入することにより、これまで提案してきた接触拘束表現及び組立品の機構モデルを拡張する。

7.1 時刻を考慮した配位空間における機構モデルと機構解析の基本概念

図7.1(a)は、第3章で提案した機構モデルを用いた機構解析のプロセスの流れを、IDEF0により表記したものである。すなわち、組立品は、部品形状 (shape of components)、部品のフィーチャ間に与えられる接続関係 (mating relation)、それら接続関係間の関係 (relationships of mating relations) により表現される。本研究では、

接続関係として接触関係 (contact relation) を取り扱い, これらをあわせてフィーチャベースの機構モデル (feature-based kinematic model) と呼んでいる. ここで, 接続関係間の関係とは, AND 関係 (複数の接続関係が同時に満たされる関係), OR 関係 (複数の接続関係のうち少なくとも一つが満たされる関係), NOT (接続関係が満たされない) から成り, これらの組合せにより様々な組立品の構造を記述するものである. 第5章で示したように, 機構モデルに対するマッピングプロセス A1 (mapping of kinematic model) により, 接続関係と接続関係間の関係は, それぞれ, C-patch と C-patch 間の関係 (relationships of C-patches) に変換される. この変換規則をマッピングルールと呼び, 第3章で示したように, C-patch と C-patch 間

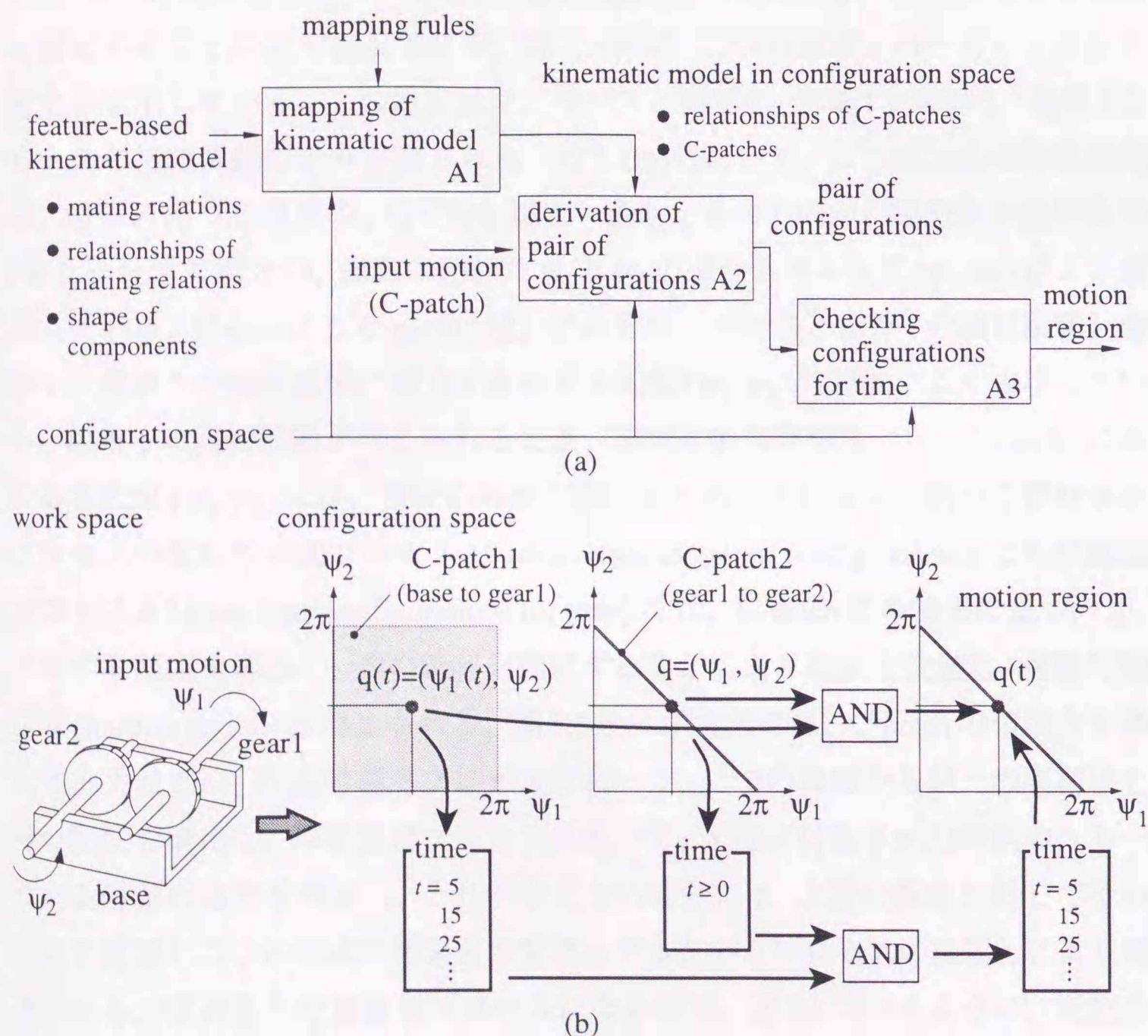


図 7.1 配位空間における機構解析

表 7.1 拘束とその表現空間

	constraint representation		representation space
	geometry	time	
contact constraint	○	-	configuration space, configuration-time space
contact motion	○	○	configuration-time space

の関係をあわせて配位空間における機構モデル (kinematic model in configuration space) と呼ぶ。ここで、C-patchとは、配位空間の部分集合による接触拘束表現である。このC-patchを使用する場合、接触運動は、C-patch上の配位に対して時刻を指定することにより表現される。図7.1(b)は、二つの歯車とベースとからなる組立品を示している。この組立品は、ベースと歯車1、歯車1と歯車2、歯車2とベースの接続関係により表現される。図7.1(b)において、この組立品の配位空間は、歯車の持つ座標系の z 軸が回転軸と一致し、その方向が作業空間の座標系の z 軸と一致する場合の、歯車の回転角 ψ_1 と ψ_2 の組からなる配位 (ψ_1, ψ_2) により表現している。C-patch1とC-patch2は、それぞれ、ベースと歯車1の接続関係、歯車1と歯車2の接続関係に相当する拘束を配位 (ψ_1, ψ_2) の範囲により表現している。歯車1に回転運動が与えられるとき、回転運動の周期性から、C-patch1における各配位 (ψ_1, ψ_2) には、複数の時刻が指定されることになる。続いて機構解析プロセスの配位対導出プロセスA2 (derivation of pair of configurations) と時刻確認プロセスA3 (checking configurations for time) では、C-patch間の関係に基づいて、共有する配位を導出し、その時刻を確認することにより配位を決定し、運動可能領域 (motion region) が導出される。図7.1(b)に示す例では、C-patchの積集合を導出する手続きは、配位対導出プロセスにおいて、二つの領域から同一の座標値を持つ配位を導出し、時刻確認プロセスにおいて、配位に付加された時刻のうち一致する時刻の集合を導出し、それが空でない場合には、上述の配位に対してその時刻を付加し二つの領域の積集合の要素とするというプロセスの繰返しにより実行される。このような複雑なプロセスになるのは、表7.1に示すように、配位空間において容易に表現可能な幾何学的な拘束である接触拘束に対して、接触拘束と時刻に関する拘束とにより表現される接触運動は、この空間において統一的に

表現することが困難なためである。

そこで本章では、時刻を考慮した配位空間 (configuration-time space) を導入する。この空間は、配位空間に対して新たに時刻の次元を追加した空間であり、物体の位置と姿勢に対する幾何学的な拘束と、その位置と姿勢の時刻に関する拘束とを統一的に表現及び処理することが可能となる。本章では、このような接触拘束表現をCT-patchと呼び、機構モデルは時刻を考慮した配位空間における機構モデル (kinematic model in configuration-time space) として拡張される。図7.2(a)は、この機構モデルを用いた機構解析プロセスを示しており、運動可能領域導出プロセス A2' (derivation of motion region) では、単なる CT-patch 間の集合演算として、幾何学的な拘束と時刻に関する拘束とを同時に満たす運動可能領域が導出される。

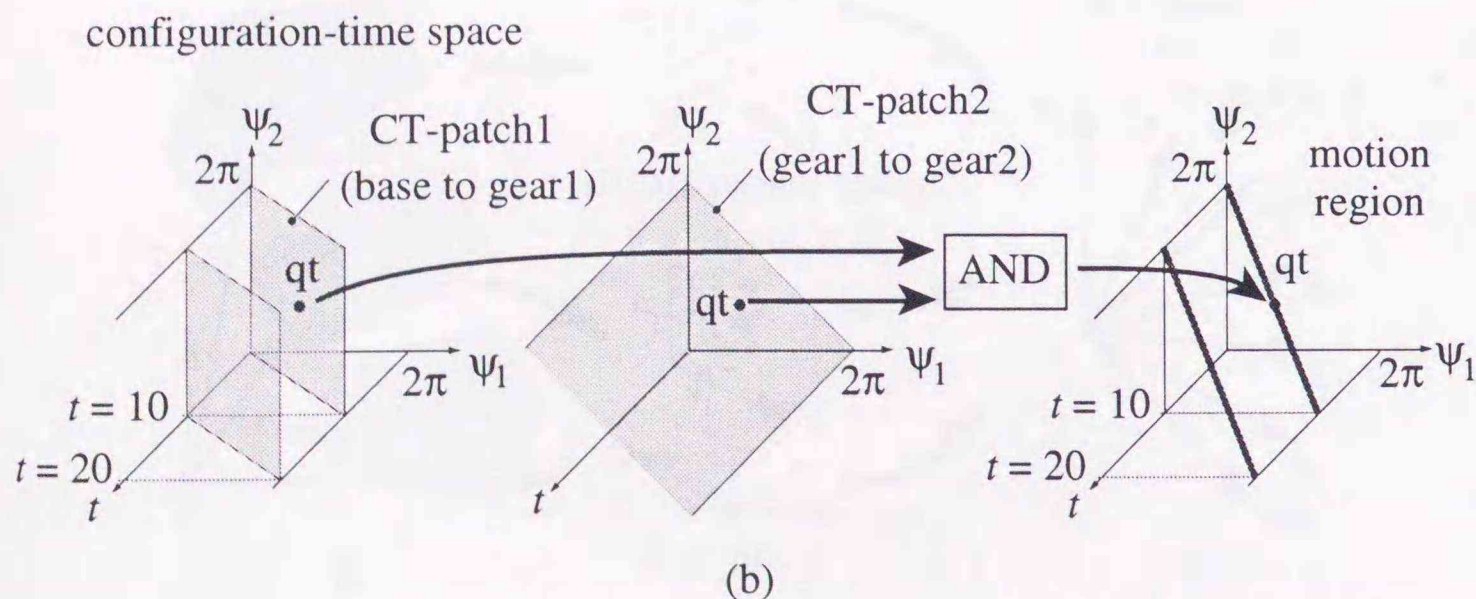
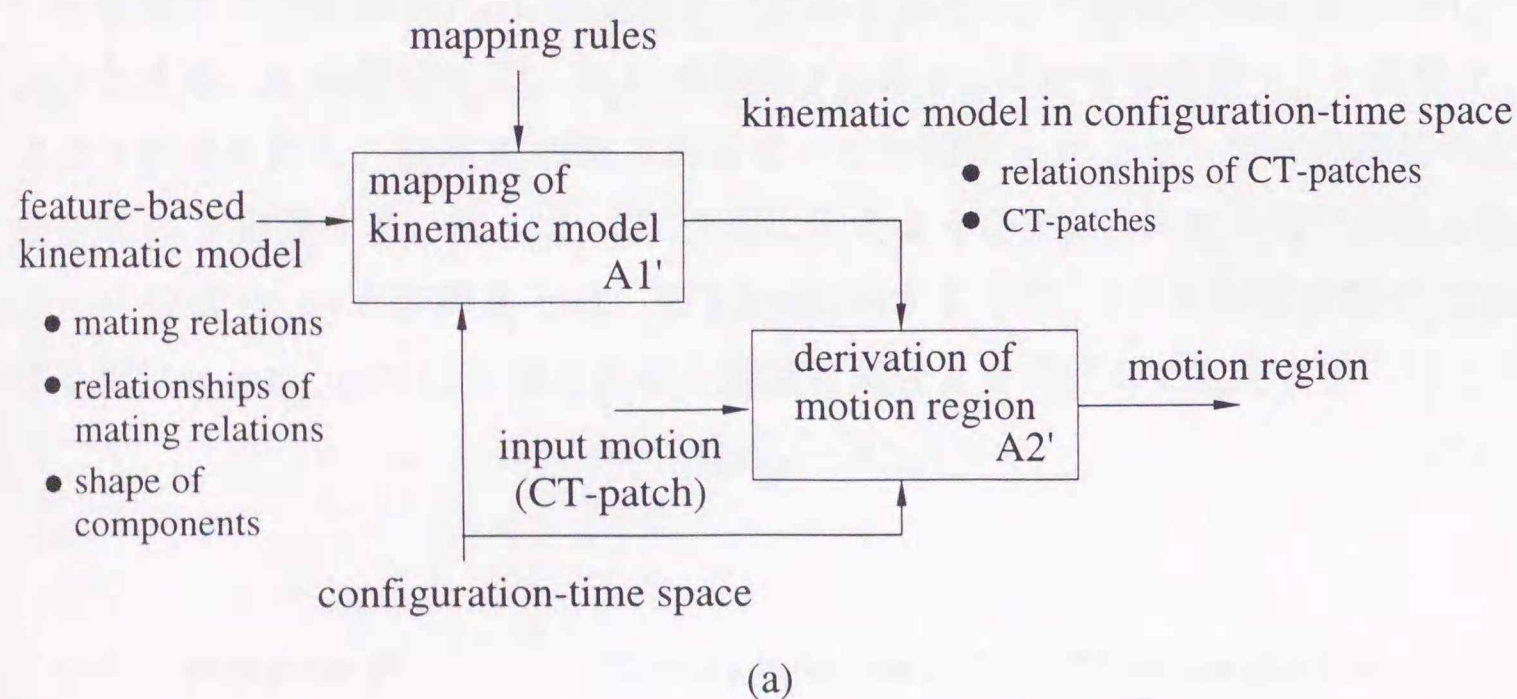


図7.2 時刻を考慮した配位空間における機構解析

図7.2(b)におけるCT-patch及び運動可能領域は、図7.1(b)におけるC-patch及び運動可能領域に対応している。

7.2 時刻を考慮した配位空間における機構モデリング

第3章では、部品間の接触拘束は配位空間における領域(C-patch)において表現でき、組立品の運動可能領域は、それらの領域に対する集合演算により表現できることを示した。本節では、時刻を考慮した配位空間を導入し、それらの表現を拡張する。

7.2.1 時刻を考慮した配位空間

作業空間 W の座標系 F_W に固定された部品を B とし、その他の部品を $A_i (i=1, \dots, N_A)$ とする。 A_i の配位 $\mathbf{q}_i$ は、 A_i の座標系 F_{Ai} の F_W に対する位置 T_{Ai} と姿勢 R_{Ai} により表現される。部品 A_i の取り得るすべての配位 $\mathbf{q}_i$ により、個々の部品の配位空間 C_i を定義する。例えば、図7.3(a)に示すような2次元作業空間における部品 A_i の位置 (x_i, y_i) と姿勢 θ_i とは、図7.3(b)に示すように、3次元配位空間 C_i における配位 $\mathbf{q}_i = (x_i, y_i, \theta_i)$ に写像される。部品の集合 A を式(7.1)で定義する。

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_{N_A}\} \quad (7.1)$$

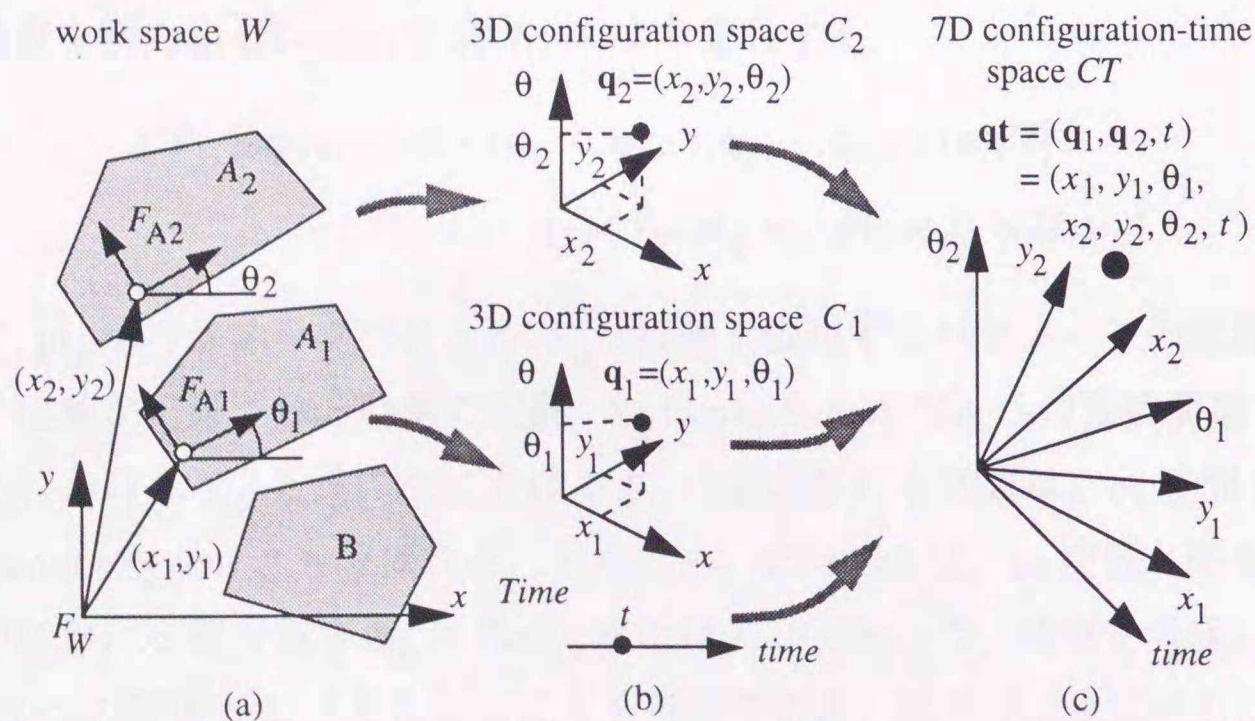


図7.3 時刻を考慮した配位空間の定義

A の時刻を考慮した配位空間 CT は、図7.3(c)に示すように、個々の部品の配位空間 C_i と、時刻を表す空間 $Time=[0,+\infty)$ との直積空間であり、式(7.2)により定義される。

$$CT = C_1 \times C_2 \times \cdots \times C_{NA} \times Time \quad (7.2)$$

このとき、 A の時刻 t の配位 qt は、式(7.3)となる。

$$qt = (q_1, q_2, \cdots, q_{NA}, t) \quad (7.3)$$

7.2.2 時刻を考慮した配位空間における接触運動の表現

部品間の接触拘束は配位空間における C -patchにより表現することができる。本節では、時刻を考慮した配位空間 CT における配位の集合 CT -patchを提案することにより、時刻に関する拘束を接触拘束表現に対して導入する。

作業空間に固定された剛体の参照部品 B とターゲット部品 A_i の相対運動が時刻により拘束された接触拘束を満たす CT -patchを式(7.4)により定義する。

$$CT_patch_{0i} = \{qt = (q_1, \cdots, q_i, \cdots, q_j, \cdots, q_{NA}, t) \in CT \mid \\ q_i = X_{0i}(pt_{0i}), pt_{0i} \in S_{0i} \times Time_{0i}\} \quad (7.4)$$

ここで、 pt_{0i} はフィーチャ間の接触を表現するパラメータと時刻とから構成されるパラメータベクトル、 S_{0i} は接触を表現するパラメータの範囲、 $Time_{0i}$ はその接触が定義される時刻の範囲、 X_{0i} は pt_{0i} から q_i への変換関数である。

同様に、参照部品 A_i とターゲット部品 A_j の相対運動が時刻により拘束された接触拘束を満たす CT -patchを式(7.5)により定義する。

$$CT_patch_{ij} = \{qt = (q_1, \cdots, q_i, \cdots, q_j, \cdots, q_{NA}, t) \in CT \mid \\ q_j = X_{ij}(pt_{ij}, q_i), pt_{ij} \in S_{ij} \times Time_{ij}\} \quad (7.5)$$

ここで、 pt_{ij} はパラメータベクトル、 S_{ij} は接触を表現するパラメータの範囲、 $Time_{ij}$ はその接触が定義される時刻の範囲、 X_{ij} は pt_{ij} と q_i から q_j への変換関数である。式(7.4)における S_{0i} と式(7.5)における S_{ij} の定義される空間は、 cc 空間 (contact configuration space)とも呼ばれる。そのため、 CT -patchは、 cc 空間と時刻との直積空間における部分集合 $S_{0i} \times Time_{0i}$ または $S_{ij} \times Time_{ij}$ の、時刻を考慮した配位空間 CT への写像としてとらえることも可能である。以下では、式(7.5)における変換関数、パラメータベクトル及びその範囲について述べるが、式(7.4)について

表 7.2 接触関係表現としてのパラメータの範囲

	x_{ij}	y_{ij}	z_{ij}	ϕ_{ij}	θ_{ij}	ψ_{ij}	t
fixed pair/general surface	x_0	y_0	z_0	ϕ_0	θ_0	ψ_0	$[0, +\infty)$
prismatic pair/surface	0	0	$[-l_i, l_j]$	0	0	ψ_0	$[0, +\infty)$
pair/surface of revolution	0	0	z_0	0	0	$[0, 2\pi)$	$[0, +\infty)$
helical pair/surface	0	0	$\alpha\psi_{ij}$	0	0	$[-l_i/\alpha, l_j/\alpha]$	$[0, +\infty)$
cylindrical pair/surface	0	0	$[-l_i, l_j]$	0	0	$[0, 2\pi)$	$[0, +\infty)$
planar pair/surface	S_{xy}		0	0	π	$[0, 2\pi)$	$[0, +\infty)$
spherical pair/surface	0	0	0	$[0, 2\pi)$	$[0, \pi]$	$[0, 2\pi)$	$[0, +\infty)$

も同様のことが言える。

X_{ij} は式(7.6)で定義される。

$$T_{Aj} \cdot R_{Aj} = T_{Ai} \cdot R_{Ai} \cdot T_{fAi} \cdot R_{fAi} \cdot \text{Trans}(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) \cdot EA(\phi_{ij}, \theta_{ij}, \psi_{ij}) \cdot R_{fAj}^{-1} \cdot T_{fAj}^{-1} \quad (7.6)$$

ここで、部品 A_m ($m = i$ or j) の配位 $\mathbf{q}_m$ は、作業空間における位置と姿勢を表現する変換マトリクス T_{Am} , R_{Am} により定義されているとする。また、 T_{fAm} , R_{fAm} は、接触するフィーチャの座標系の、部品の座標系に対する位置と姿勢、 Trans は並進マトリクス、 EA は Euler 角の回転マトリクスを示している。パラメータベクトル $\mathbf{pt}_{ij}$ は、式(7.7)となる。

$$\mathbf{pt}_{ij} = [x_{ij} \ y_{ij} \ z_{ij} \ \phi_{ij} \ \theta_{ij} \ \psi_{ij} \ t] \quad (7.7)$$

このとき、それぞれのパラメータの範囲とそれらの組合せにより、幾何学的な拘束及び時刻に関する拘束を表現することができる。

(1) 幾何学的拘束

単なる幾何学的な拘束である接触拘束は、時刻には依存しないので、任意の t に対するその他のパラメータの範囲とパラメータ同士の相互の関係により表現できる。その幾つかの例を、接触拘束に対応する接続関係である接触関係 (contact relation) に対してまとめたものを表 7.2 に示す。この表は、第 5 章で示したマッピングルールに対応している。ただし、接触するフィーチャの座標系は、円筒面や

角柱面等については、 z 軸が中心軸に一致し、原点が底面上にあるように、平面については、 z 軸の方向が法線ベクトルと一致し、原点が平面上に存在するように、球面については、原点が中心に一致するように設定する。また、 $x_0, y_0, z_0, \phi_0, \theta_0, \psi_0$ は定数、 α はピッチに関する係数、 l_i と l_j は円筒及び角柱等の長さまたは穴の深さ、 S_{xy} は有限の領域の平面が接触を保つ x_{ij} と y_{ij} の集合である。表 7.2 は、接触関係を CT-patch に対応させるものであることから、それを機構モデルのマッピングルールと呼ぶ。例えば、二つの円筒面の接触を表す $\mathbf{pt}_{ij}$ の範囲は、表 7.2 から次式となる。

$$\begin{aligned} x_{ij} &= 0, y_{ij} = 0, z_{ij} \in [-l_i, l_j], \\ \phi_{ij} &= 0, \theta_{ij} = 0, \psi_{ij} \in [0, 2\pi), t \in [0, +\infty) \end{aligned} \quad (7.8)$$

このパラメータベクトルの範囲は、図 7.4(a) のように表現することができる。た

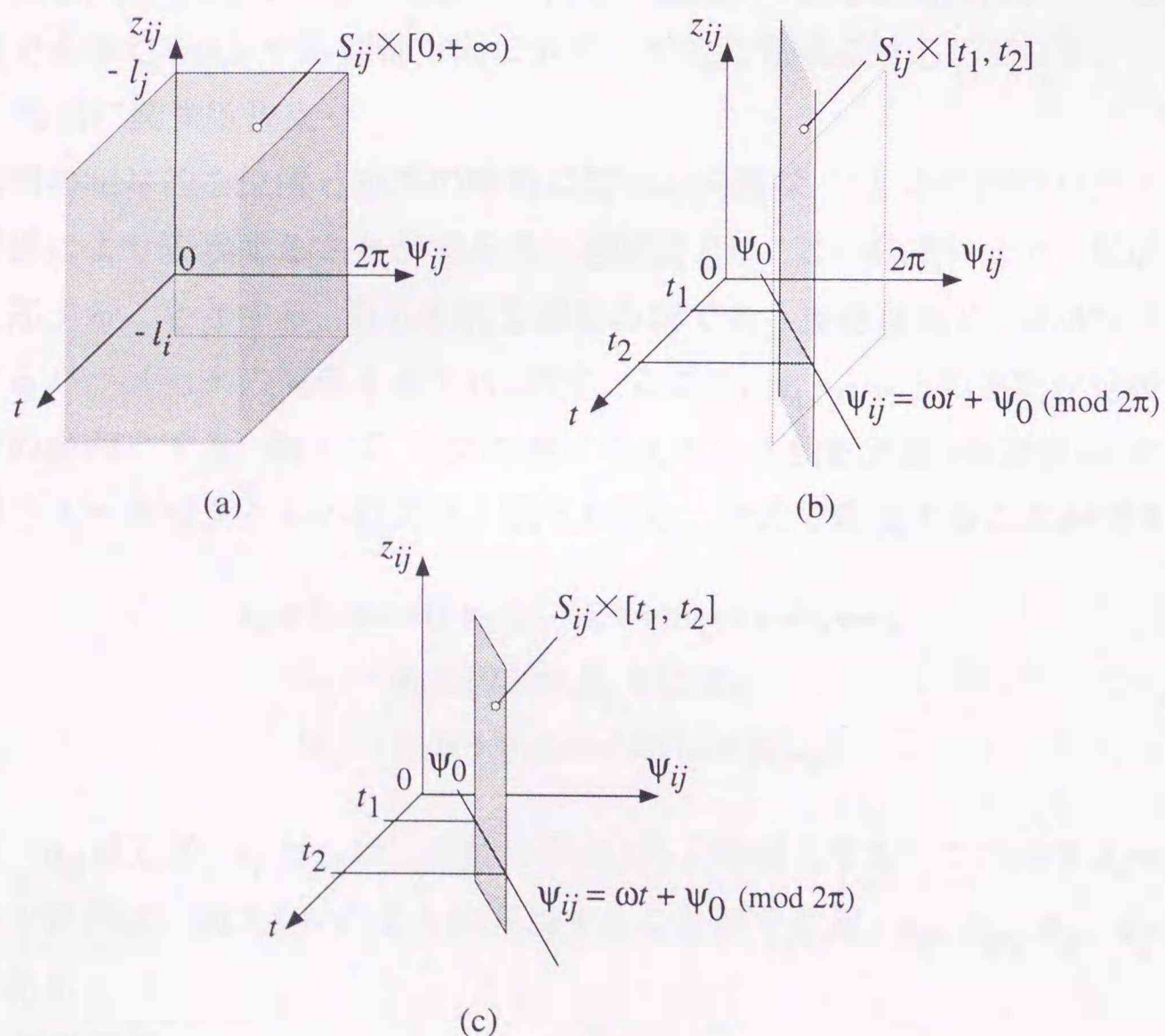


図 7.4 接触運動の定義

表 7.3 運動の表現としてのパラメータベクトルの範囲

	x_{ij}	y_{ij}	z_{ij}	ϕ_{ij}	θ_{ij}	ψ_{ij}	t
translational motion	$x_{ij}(t)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$[0, 2\pi)$	$[0, \pi]$	$[0, 2\pi)$	$[t_1, t_2]$
	$(-\infty, +\infty)$	$y_{ij}(t)$	$(-\infty, +\infty)$	$[0, 2\pi)$	$[0, \pi]$	$[0, 2\pi)$	$[t_1, t_2]$
	$\approx x_{ij}(t)$	$\approx y_{ij}(t)$	$\approx z_{ij}(t)$	$\approx [0, 2\pi)$	$\approx [0, \pi]$	$\approx [0, 2\pi)$	$\approx [t_1, t_2]$
rotational motion	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$\phi_{ij}(t)$	$[0, \pi]$	$[0, 2\pi)$	$[t_1, t_2]$
	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$[0, 2\pi)$	$\theta_{ij}(t)$	$[0, 2\pi)$	$[t_1, t_2]$
	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$[0, 2\pi)$	$[0, \pi]$	$\psi_{ij}(t)$	$[t_1, t_2]$

だし, x_{ij} , y_{ij} , ϕ_{ij} , θ_{ij} は省略してある.

この接触拘束を表現する CT-patch は, その定義から, 配位空間における接触拘束表現である C-patch を時刻軸方向にスweepした領域に対応している.

(2) 時刻に関する拘束

部品間の相対的な位置と姿勢の時刻に関する拘束は, t とその他のパラメータとの関係により表現することができる. 本研究では, この拘束により, 部品の運動を記述することとする. 最も単純な運動の例である並進運動と1軸回転運動を表現するパラメータの関係を表7.3に示す. ここで, $[t_1, t_2]$ はその運動が定義される時刻の範囲とする. 例えば, 円筒の軸に与えられる回転運動 (角速度 ω) を表現するパラメータベクトルの範囲は, 表7.3から, 次式で表現することができる.

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &\in (-\infty, +\infty), y_{ij} \in (-\infty, +\infty), z_{ij} \in (-\infty, +\infty), \\
 \phi_{ij} &\in [0, 2\pi), \theta_{ij} \in [0, \pi], \\
 \psi_{ij}(t) &= \omega t + \psi_0 \pmod{2\pi}, t \in [t_1, t_2]
 \end{aligned}
 \tag{7.9}$$

ここで, ψ_0 は定数, t_1 と t_2 は, 運動の開始/終了時刻とする. このパラメータベクトルの範囲は, 図7.4(b)のように表現することができる. x_{ij} , y_{ij} , ϕ_{ij} , θ_{ij} は省略してある.

(3) 接触運動

接触運動は, 接触拘束と時刻に関する拘束とを満たす領域として, これらの組

合せにより表現することができる。次の節で示すように、複数の拘束を同時に満たす領域は、時刻を考慮した配位空間においては拘束を表現する領域 (CT-patch) の積集合により表現できる。両者の拘束は、同一のフィーチャの組に与えられるため、それらを表現する CT-patch の違いは、パラメータベクトルの範囲のみである。接触拘束を表現する CT-patch 及びパラメータの範囲を CT_patch_{ij} , $S_{ij} \times Time_{ij}$, 相対運動を表現する CT-patch 及びパラメータの範囲を $CT_patch'_{ij}$, $S'_{ij} \times Time'_{ij}$ とすると、両者の拘束を同時に満たす領域は、次式となる。

$$\begin{aligned}
 CT_patch_{ij} \cap CT_patch'_{ij} &= \\
 &= \{qt \in CT \mid q_j = X_{ij}(pt_{ij}, q_i), pt_{ij} \in S_{ij} \times Time_{ij}\} \cap \\
 &\quad \{qt \in CT \mid q_j = X_{ij}(pt_{ij}, q_i), pt_{ij} \in S'_{ij} \times Time'_{ij}\} \\
 &= \{qt \in CT \mid q_j = X_{ij}(pt_{ij}, q_i), \\
 &\quad pt_{ij} \in (S_{ij} \times Time_{ij} \cap S'_{ij} \times Time'_{ij})\}
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

従って、接触運動を表現する CT-patch は、両者のパラメータベクトルの範囲の積により求めることができる。例えば、接触する円筒面に与えられる回転運動を表現する CT-patch は、図 7.4(c) に示すように、図 7.4(a) 及び図 7.4(b) に示す領域の積集合により表現することができる。パラメータベクトルの範囲は、次式となる。

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &= 0, y_{ij} = 0, z_{ij} \in [-l_i, l_j], \\
 \phi_{ij} &= 0, \theta_{ij} = 0, \psi_{ij}(t) = \omega t + \psi_0 \pmod{2\pi}, t \in [t_1, t_2]
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

その他の幾何要素及び入力運動に対する CT-patch も、同様に表現することが可能である。

7.2.3 組立品の運動可能領域

接続関係間の関係とは、AND 関係 (複数の接続関係が同時に満たされる関係), OR 関係 (複数の接続関係のうち少なくとも一つが満たされる関係), NOT (接続関係が満たされない) から成り、様々な組立品の構造を記述するものである。第3章及び第5章では、これらの関係は、接触拘束を表現する C-patch 間の関係に置き換えられ、その関係に従って集合演算を C-patch に対して適用することにより、組立品の運動可能領域が導出できることを示した。CT-patch 間の関係に関しても同様に集合演算を適用することが可能である。

(1) AND 関係

AND 関係は、図 7.5(a)に示すように、複数の接続関係 (CR_i) を同時に満たす関係であり、対応する接触拘束を表現する CT-patch の積集合 (AND) として表現される。

(2) OR 関係

OR 関係は、図 7.5(b)に示すように、複数の接続関係 (CR_i) のうち少なくとも一つを満たす関係であり、CT-patch の和集合 (OR) として表現される。

(3) NOT

NOT は、図 7.5(c)に示すように、指定された接続関係 (CR) を満たさないことを意味し、CT-patch の補集合 (NOT) として表現される。

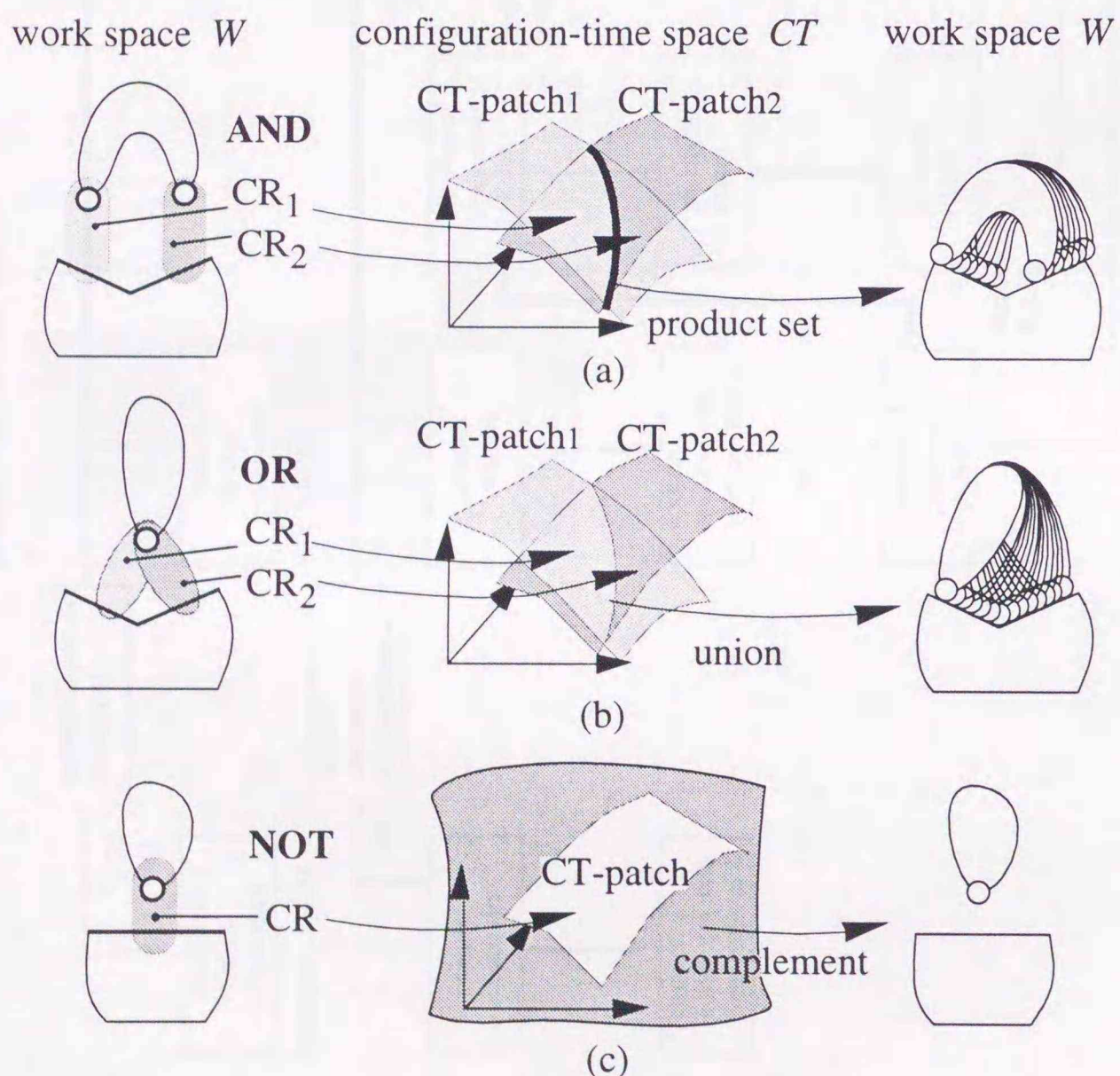


図 7.5 CT-patch の関係と NOT

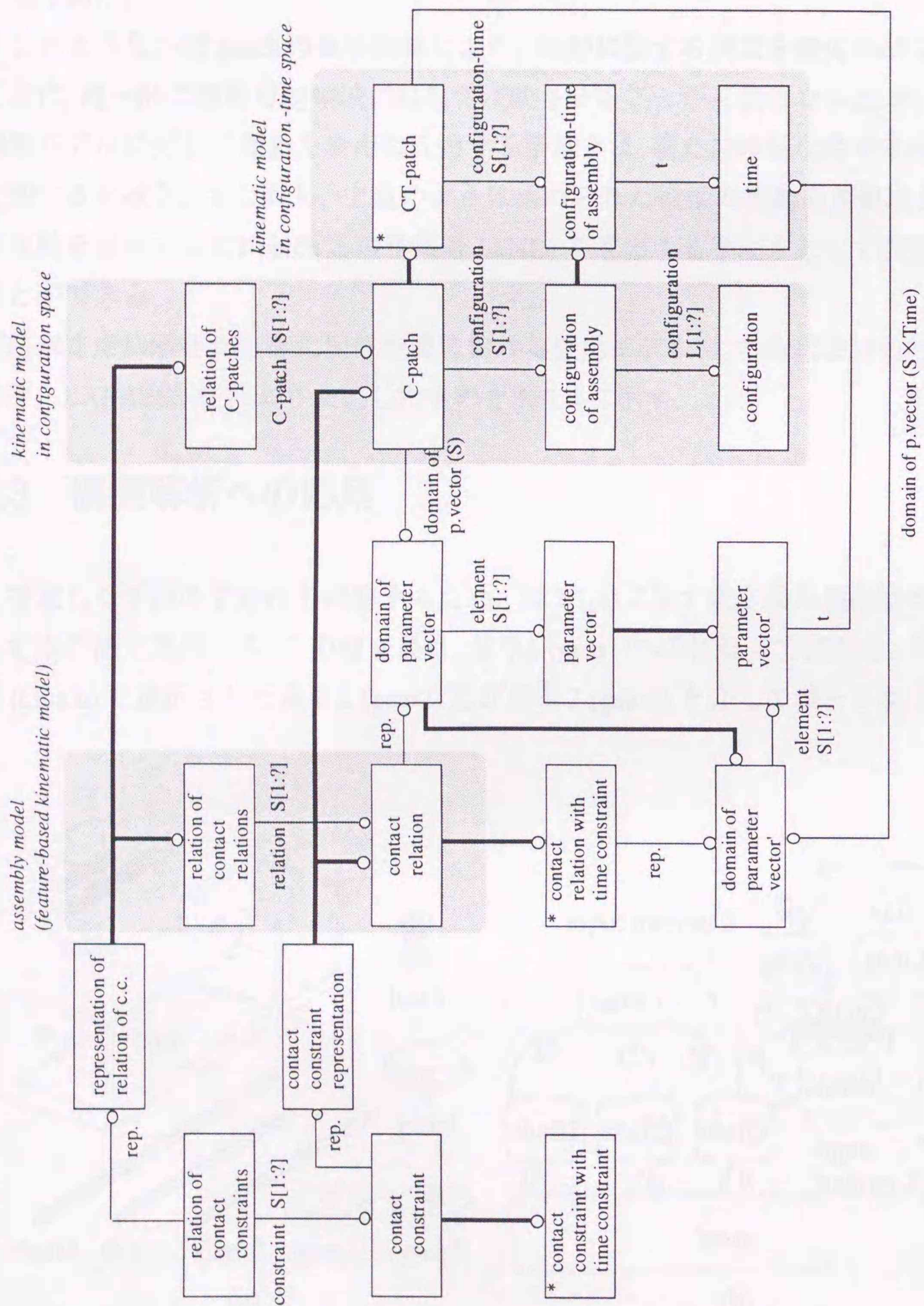


図 7.6 配位空間における機構モデルの本章における拡張部分

CT-patch と CT-patch 間の関係は、配位の集合により表現されていることから、C-patch と同様に可換律や結合律等の集合に対して成り立つ法則を適用することが可能である。

このように、CT-patch の集合演算により、時刻に関する拘束を幾何学的な拘束と共に、統一的に運動可能領域に対して反映させることが可能となった。例えば、機構モデルに対して運動を新たに入力する手続きは、新たに時刻に関する拘束を付加する手続き、すなわち、上述のように求められた機構の運動可能領域と、入力運動を表現する CT-patch との積集合 (AND) を導出する手続きとして表現することができる。

前章までに示されてきた配位空間における機構モデルの、本章における拡張部分を、EXPRESS-G により表記したものを図 7.6 に示す。

7.3 機構解析への応用

提案した手法の有効性を確認するため、図 7.7(a) に示す組立品の機構解析に対して本手法を適用する。この組立品は、歯車 1 (gear1) への回転入力運動を、クラッチ (clutch) で選択された歯車 2 (gear2) 及び歯車 3 (gear3) を介してボールねじから

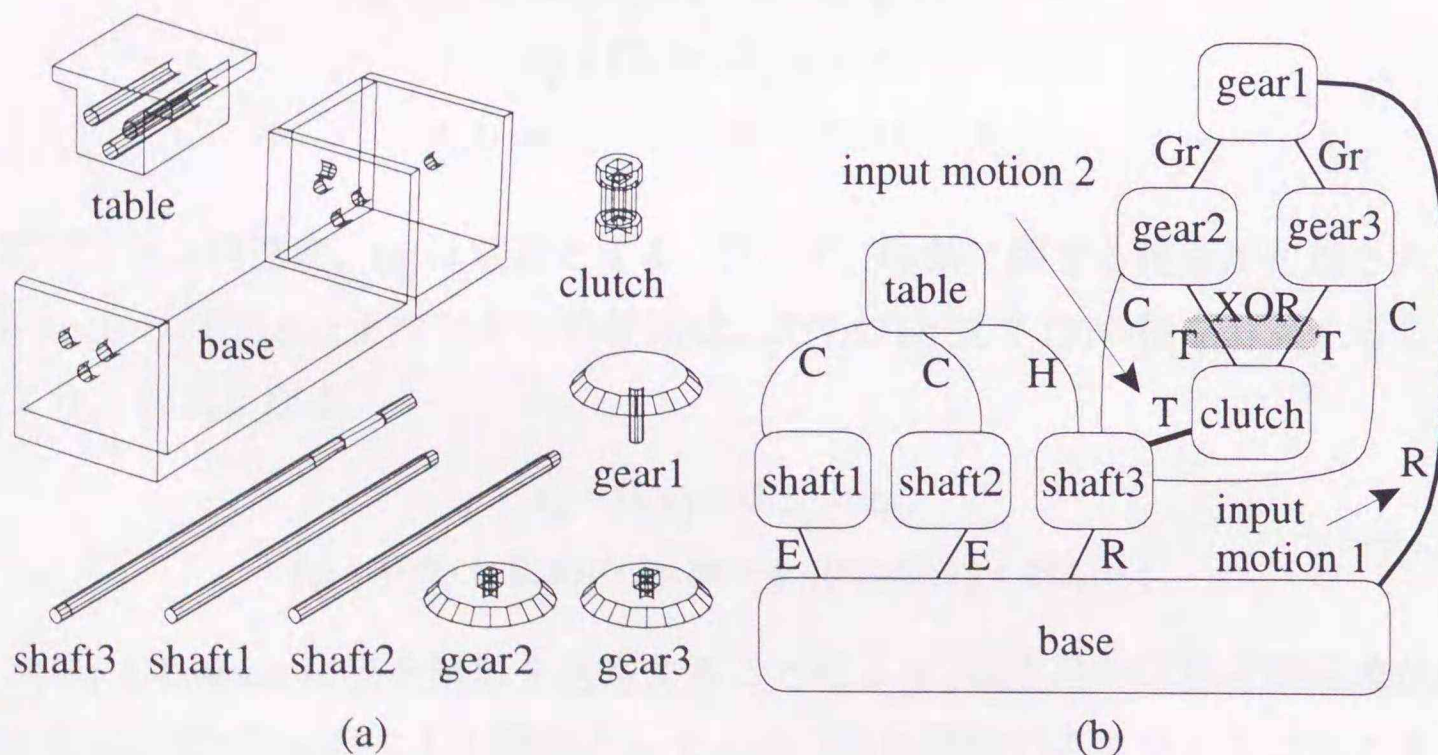


図 7.7 機構モデル指定例

なる軸3 (shaft3) に伝達し、テーブル (table) を並進運動させる運動機構である。図 7.7(b) は、この組立品の構造を表現するフィーチャベースの機構モデルのグラフ表現である。ここで、節点は部品、弧は接続関係を示しており、枝に添えられた記号は、接触する面の種類 (一般面 E, 角柱面 T, 回転面 R, 螺旋面 H, 円筒面 C, 平面 G, 球面 S, 歯車 Gr) に対する接続関係を示している。また、XOR は、接続関係間の XOR 関係 (複数の接続関係のうちいずれか一つのみを満たす関係) である。但し、この機構モデルは、拘束還元 (constraint reduction) によって、既に簡略化されている。マッピングプロセスでは、それぞれの接続関係が、対応する CT-patch のパラメータベクトルの範囲として表現される。例えば、ベース (base) と歯車 1 (gear1) の間の接触関係 R に対応する CT-patch のパラメータベクトル $\mathbf{pt}_{ij}$ の範囲は、表 7.2 から次式となる。

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &= 0, y_{ij} = 0, z_{ij} = z_0, \\
 \phi_{ij} &= 0, \theta_{ij} = 0, \psi_{ij} \in [0, 2\pi), t \in [0, +\infty)
 \end{aligned} \tag{7.12}$$

運動可能領域導出プロセスでは、はじめに、入力運動を表現するために、時刻に関する拘束が、パラメータの関係として CT-patch に加えられる。例えば、上述のベースと歯車 1 の間に与えられる回転運動を表現するために付加されるパラメータの関係は、表 7.3 から次式となる。

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &\in (-\infty, +\infty), y_{ij} \in (-\infty, +\infty), z_{ij} \in (-\infty, +\infty), \\
 \phi_{ij} &\in [0, 2\pi), \theta_{ij} \in [0, \pi], \\
 \psi_{ij}(t) &= \omega t + \psi_0 \pmod{2\pi}, t \in [t_1, t_2]
 \end{aligned} \tag{7.13}$$

ここで、 ω は角速度、 ψ_0 は定数とする。従って、時刻に関する拘束が付加された CT-patch のパラメータベクトルの範囲は、式 (7.12) と式 (7.13) の積を計算することにより、次式となる。

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &= 0, y_{ij} = 0, z_{ij} = z_0, \\
 \phi_{ij} &= 0, \theta_{ij} = 0, \psi_{ij}(t) = \omega t + \psi_0 \pmod{2\pi}, t \in [t_1, t_2]
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

次に、CT-patch に集合演算を適用することにより、組立品の運動可能領域が導出される。図 7.8(a) は、入力運動として上述の回転運動のみを与えることにより得られた運動可能領域を、時刻ごとに作業空間において表現したものである。ここで図 7.8(d) は、図中の a1 部を拡大したものであり、クラッチがある範囲内で自

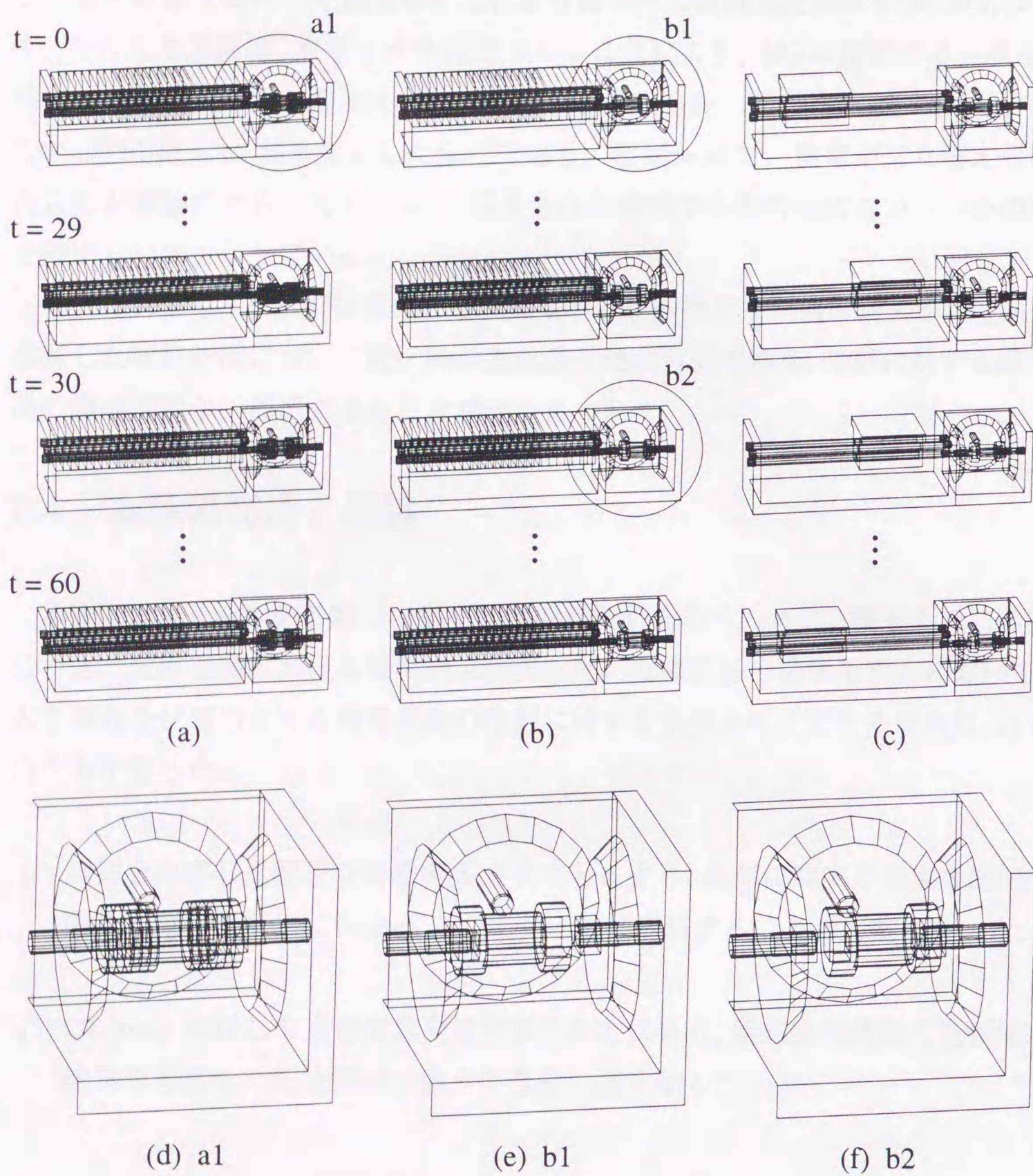


図 7.7 解析結果

由度を持っていることが確認できる。そのクラッチに対して、第二の運動として並進往復運動を指定すること、すなわち、角柱面接触を表現する CT-patch に対して時刻に関する拘束を加えることにより得られた運動可能領域を図7.8(b)に示す。この入力運動は、クラッチを並進させることにより、軸3に接続する歯車を、時刻 $t=30$ で歯車2から歯車3に切り替えるものである。図7.8(e)と図7.8(f)は、図7.8(b)の b1 部と b2 部を拡大したものであり、時刻 $t=30$ で、歯車が切り替えられたことが確認できる。図7.8(c)は、導出された領域から各時刻について一つの解を抽出した例を示している。

これらにより、本章で提案した手法により、接触拘束及び接触運動が、時刻を考慮した配位空間において統一的に表現及び処理可能であり、時刻に対する組立品の機構運動が、導出できることが確かめられた。

7.4 本章の総括と結論

本章では、干渉等を考慮して組立品の機構解析を行うために、前章までに提案してきた配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデルにおいて、入力運動及び導出される機構運動の時刻に対する表現を可能とするために、以下のことを行った。

- (1) 時刻を考慮した配位空間を導入することにより、時刻に関する拘束を幾何学的な拘束とともに CT-patch として統一的に表現することが可能となった。
- (2) CT-patch に対して集合演算を適用することにより、組立品の運動可能領域が時刻を考慮した配位空間に導出できることを示した。

参考文献

- [7- 1] A. P. Ambler and R. J. Popplestone : Inferring the Positions of Bodies from Specified Spatial Relationships, *Artificial Intelligence*, 6, (1975) 157.
- [7- 2] K. Lee and G. Andrews : Inference of the Positions of Components in an Assembly : Part 2, *Computer-Aided Design*, 17, 1, (1985) 20.
- [7- 3] J. U. Turner : Relative Positioning of Parts in Assemblies using Mathematical Programing, *Computer-Aided Design*, 22, 7, (1990) 394.
- [7- 4] J. Denavit and R. S. Hartenberg : A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 77, (1955) 215.
- [7- 5] P. N. Sheth and J. J. Uicker, Jr : A Generalized Symbolic Notation for Mechanism, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 93 (1971) 102.
- [7- 6] R. P. Paul : *Robot Manipulators*, The MIT Press, Cambridge, (1981).
- [7- 7] 内山直樹, 荒井栄司, 井越昌紀 : 幾何モデルを用いた機構の変位解析システム, *日本機械学会論文集 (C 編)*, 60, 575, (1994) 2468.
- [7- 8] Mechanical Dynamics Inc. : *An Overview of How to Use ADAMS/Solver*, Ann Arbor, (1993).
- [7- 9] S. H. Kim and K. Lee : An Assembly Modelling System for Dynamic and Kinematic Analysis, *Computer-Aided Design*, 21, 1, (1989) 2.
- [7-10] J. C. Latombe : *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers, Boston, (1991).
- [7-11] 徳永仁史, 田中文基, 岸浪建史: 配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル, *精密工学会誌*, 63, 8, (1997) 1081.
- [7-12] 徳永仁史, 田中文基, 岸浪建史: 配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル (第2報) - 接触関係の形態を考慮した拘束還元則とその表現 -, *精密工学会誌*, 64, 5, (1998) 738.
- [7-13] 徳永仁史, 田中文基, 岸浪建史: 配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル (第3報) - 接触拘束表現への時刻の導入 -, *精密工学会誌*, 64, 11, (1998) 1608.

第8章

結論

本研究は、理想形状の部品間の接触状態を対象とし、組立品の設計の初期段階で運動機能を検証することを可能とする機構モデルを提案することを目的として行った。はじめに、組立品の運動を構成部品の可動範囲（運動可能領域）として表現することを可能とするために、配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデルを提案した。次に、組立品における部品間の相対運動から、機構設計において重要となる組立品の基本的な運動を抽出するために、配位空間における機構モデルに対する拘束還元手続きを提案した。また、精度設計において重要な拘束に対するフィーチャを得るため、フィーチャベースの機構モデルを提案し、配位空間における機構モデルとの対応関係を明らかにした。その際、拘束表現と拘束還元の数学的意味を明らかにするために、リー代数を用いた拘束の分類法と拘束還元手続きの表現方法を提案した。更に、時刻を考慮して、より詳細な検証を行うことを可能とするため、時刻を考慮した配位空間を導入し、上記の機構モデルの拡張を行った。本論文は、以下の通りまとめられる。

第1章では、本研究の背景と目的について述べ、本研究の対象範囲を明らかにした。第2章では、その対象範囲において、機構モデリング及び機構解析に関する代表的な手法を調査し、設計の初期段階において組立品の運動機能を検証するという立場から、計算機による組立品の設計支援に対する問題点を明らかにした。それらの問題点を、以下のようにまとめた。

- (1) 組立品における部品の運動を解析するために入力運動及び物理条件等を詳細に記述する必要がある、設計の早い段階で組立品の運動を解析することが困難である。
- (2) 接触拘束表現に接触を表現するために必要な変数の範囲、部品間の干渉等が

十分に考慮されていないため、非接触や干渉等により実現不可能な解が導出される可能性が存在している。

- (3) 組立解析と機構解析とを区別しているため、設計ミス等により構成部品間に自由度の存在する組立品やすべての構成部品が固定される機構等に対する解析が困難である。

第3章では、それらの問題点を解決するために、組立品の設計の初期段階で得られる部品形状及び部品形状間の接触を表現する接触関係から、組立品の運動を構成部品の可動範囲（運動可能領域）として表現することを可能とする組立品の機構モデルを、以下の手順により提案した。

- (1) 位置と姿勢の範囲を考慮した幾何要素間の接触拘束の配位空間における表現方法を示した。
- (2) 組立品における接触の組合せを表現するために、拘束間関係の表現方法を提案した。
- (3) これらを用いて、配位空間における機構モデルを提案した。
- (4) 拘束間関係に対応する集合演算を接触拘束表現に対して適用することにより、組立品の運動可能領域を導出する方法を提案した。
- (5) フィーチャベースの機構モデルから配位空間における機構モデルへのマッピングルールを明らかにした。
- (6) 提案した組立品の機構モデルを機構解析に対して適用し、本手法の有効性を確認した。

このようなモデル化により、設計の初期段階で得られる部品形状及び接触関係のみから、構成部品間の干渉回避を考慮した組立品の運動を配位空間における領

域として得ることを可能となった。

第4章では、配位空間における機構モデルに対する拘束還元手続きを提案し、フィーチャをベースとする機構モデルとの対応関係を明らかにすると言う観点から、拘束表現及び拘束還元に関する代表的な手法について調査し、その問題点を以下のようにまとめた。

(1) 拘束還元の一般的な手続きを明らかにしていない。

(1-1) 拘束の接続形態の相違により拘束還元の手続きが異なるが、十分に考慮されていない。

(1-2) 還元則及び還元手続きが不十分である。

(2) 拘束還元の配位空間における接触拘束表現との関係を明らかにしていない。

(3) 拘束表現とフィーチャとの対応関係を十分に考慮していない。

(4) 拘束の分類に関して、その数学的根拠が不明確である。

第5章では、上記の(1)(2)(3)の問題点を解決するために、配位空間における接触拘束表現に対する拘束還元手続きを提案すると共に、フィーチャの機構モデルとの対応関係を、以下のように明らかにした。

(1) 各々の拘束の接続形態に対する拘束還元手続きを配位空間における接触拘束表現を用いて定式化し、配位空間における機構モデルに対して導入した。

(2) 拘束還元手続きに使用される接触関係から C-patch へのマッピングルールを明らかにすることにより、フィーチャベースの機構モデルに対する拘束還元手続きを明らかにした。

この結果、特定の部品の運動に対して等価な最小の機構モデルを、配位空間における機構モデルと、フィーチャベースの機構モデルにおいて導出することが可能となり、解析ばかりでなく設計に対しても有用な情報を提供することが可能と

なった。例えば、解析の立場からは、機構モデルを単純化し、計算に要する時間と記憶容量を軽減することが可能となり、設計の立場からは、等価な働きをするより単純な機構を導出することが可能となる。

第6章では、第4章で挙げた問題点の内、(1)(4)の問題点の数学的な部分を解決すること、すなわち、拘束の分類及び拘束還元の数学的意味を明らかにすることを目的として以下のことを行った。

- (1) リー代数を用いて、部分代数を構成する基底の組み合わせを選択し、この部分代数（または、対応する変位群の部分群）により拘束を表現及び分類した。
- (2) 拘束の接続形態に対応するリー代数間の集合演算を明らかにすることにより、リー代数における一般的な拘束還元の手続きを明らかにした。

これらの成果は、拘束還元の数学的基礎を明らかにするものであり、上述の拘束還元手続きの正当性の証明を可能にすると共に、拘束還元の更なる展開を可能とするものである。

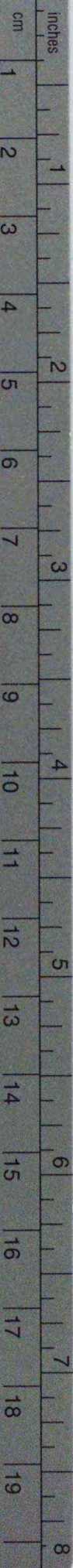
第7章では、時刻を考慮してより詳細な解析を行うために、第3章で提案した配位空間における機構モデルを拡張した。その際、第3章で提案した接触拘束表現に対して時刻に関する拘束を付加しようとする、その表現及び処理が複雑になると言う問題点を解決するために以下のことを行った。

- (1) 配位空間に対して新たに時刻の次元を追加した空間（時刻を考慮した配位空間）を導入した。
- (2) 時刻を考慮した配位空間を用いて接触拘束表現及び機構モデルを拡張した。
- (3) これにより、接触拘束と時刻に関する拘束が、統一的に表現及び処理可能となることを示した。
- (4) 提案した機構モデルを機構解析に対して適用し、本手法の有効性を確認した。

第8章 結論

この結果，従来の研究ではすべての条件（入力運動など）を指定しなければ困難であった解析が可能となり，複数の入力運動が存在する機構において，ある部分の入力運動を与えた段階で，他の個所の自由度の確認など，複雑な解析が可能となった．

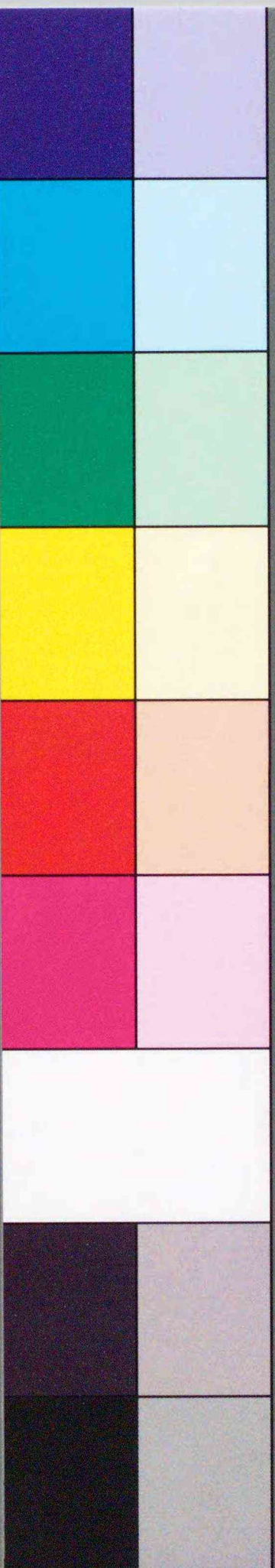




Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

