HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|---|---|
| Title | 曲げと軸力作用下におけるコンクリート充填箱形断面CFRP梁の変形および耐荷特性の解析的検討 |
| Author(s) | 櫻庭, 浩樹; 松本, 高志; 林川, 俊郎 他 |
| Citation | 構造工学論文集 A, 56, 979-990<br>https://doi.org/10.11532/structcivil.56A.979 |
| Issue Date | 2010-08 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/51714 |
| Type | journal article |
| File Information | JSE56A_979-990.pdf |

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

# 曲げと軸力作用下におけるコンクリート充填箱形断面 CFRP 梁の変形および耐荷特性の解析的検討

Study on the deformation and failure behavior of concrete-filled CFRP box beams under bending and axial load

櫻庭浩樹*，松本高志**，林川俊郎***，稲田　裕****，吉武謙二****，
杉山博一****，後藤　茂****，石塚与志雄****，鈴川研二*****，松井孝洋*****
Hiroki Sakuraba, Takashi Matsumoto, Toshiro Hayashikawa, Hiroshi Inada, Kenji Yoshitake
Hirokazu Sugiyama, Shigeru Goto, Yoshio Ishizuka, Kenji Suzukawa, Takahiro Matsui

*修士課程，北海道大学大学院工学研究科環境創生工学専攻（〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目）
** Ph.D.，北海道大学大学院工学研究科環境創生工学専攻，准教授（〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目）
***工博，北海道大学大学院工学研究科環境創生工学専攻，教授（〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目）
****清水建設（株）技術研究所，博(工)（〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17）
*****東レ（株）（〒455-8502 愛知県名古屋市港区大江町 9-1）

This study deals with the deformation and failure behavior of concrete-filled CFRP box beams under four point bending and axial load. Various parameters such as fiber volume proportion, concrete strength and ratio of bending moment to axial load were examined in the past experiment. A finite element analysis is carried out to confirm the deformation and failure behavior. It is shown that the deformation is affected by the interface and confined effect of CFRP, and the failure is caused by a combination stress. Based on the results of the analysis, a deformation and a failure load caluculation method are developed. Finally, the results of the methods are compared with the experimental results.

*Key Words: CFRP box beam, deformation, failure load, ratio of bending moment to axial load*
*キーワード: 箱形断面 CFRP 梁，変形，耐荷力，曲げ軸力比*

## 1．はじめに

炭素繊維強化ポリマー（Carbon Fiber Reinforced Polymer, CFRP）は軽量・高強度かつ耐腐食性であり，航空宇宙，レジャー，自動車産業等において広く使用されている．近年，土木構造物へ CFRP を活用するための研究が進められており [1]，適用先の 1 つとしてシールドトンネルのセグメントが検討されている [2]．セグメントは，高強度が必要な方向と箇所が限定される可能性があるため，高強度かつ異方性材料である CFRP を有効に活用した場合，断面を小さくすることができ，薄肉化，掘削外径の縮小等による建設コストの低減が期待される [3),4)]．また，優れた耐腐食性を持つことから，下水道トンネル等に適用した場合には，ライフサイクルコストの低減も期待できる．

しかし，CFRP は土木分野においては比較的新しい材料であるため，構造主要部材として設計された例は少なく，現状では補修や補強材料として主に利用されている．よって，シールドトンネルのセグメントを対象とした設計を可能にするためには，CFRP の異方性を考慮した部材の変形と耐荷挙動を把握する必要がある．

既往の研究では，シールドトンネルのセグメントへの CFRP の適用を目的とした実験的検討が行われている [5)]．この検討では，材料試験と軸力作用下におけるコンクリート充填箱形断面 CFRP 梁の曲げ載荷実験を行い，CFRP の積層構成が構造部材の変形，破壊性状に及ぼす影響が大きいことが確認されている．またこれらの実験結果について，有限要素解析を用いて変形，耐荷機構の解明が図られており [6),7)]，コンクリートと CFRP 間の界面のずべりや CFRP のせん断剛性の役割が明らかにされている．

これに対して著者らは，非線型有限要素解析を用いて梁に生じる卓越的な応力と変形を把握し，工学的梁理論により単純化した耐荷力とたわみの式の検討を行ってき

た[8),9),10)]．その結果，耐荷力に関しては，直応力とせん断応力の組合せ応力によって積層材料の降伏規準である Tsai-Wu の降伏規準を満たし，破壊に至っていることを確認した．たわみについては，CFRP のせん断変形の影響が大きいことを明らかにした．

これらの検討は軸力が作用していない梁を対象としたものであった．本論文では，軸力が作用している梁を対象として，耐荷力とたわみの式の検討を行う．曲げと軸力が作用するコンクリート充填箱形断面 CFRP 梁において変形と卓越する応力を非線型有限要素解析によって確認し，工学的梁理論により単純化することで変形と耐荷力の機構を検討することを目的としている．

## 2．軸力作用下におけるコンクリート充填箱形断面 CFRP 梁の曲げ載荷実験概要

実験供試体は，箱形断面 CFRP の外殻にコンクリートを中詰めした合成構造である．図－1 に梁の側面図と断面図を示す．実験は，CFRP の積層構成，中詰めコンクリートの強度および曲げ軸力比をパラメータとして，合計 14 供試体で行われた．

### 2.1 載荷方法

セグメントは強い圧縮力を受ける構造物であるため，圧縮軸力下における梁の変形と耐荷力の検討がなされた．写真－1 に梁の側面写真を示す．載荷実験は，図－1 に示したように鉛直荷重と軸力を作用させ，荷重制御で行われた．軸力は鉛直荷重と同時に載荷を始め，2.3 節で示す曲げ軸力比を用いて制御された．

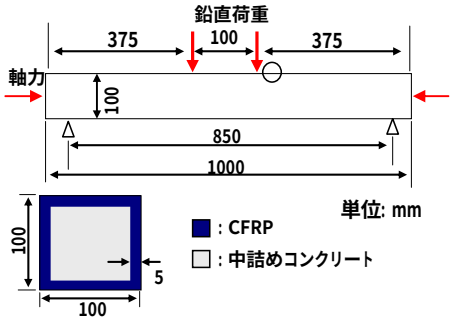
### 2.2 供試体作成方法

セグメントは曲率を持つユニットで構成されるが，実験では基本特性を把握するため，曲がりのない供試体が使用された．供試体の箱形断面 CFRP には，プリプレグと呼ばれる炭素繊維にエポキシ樹脂を含浸させたシート状のもの（単層板）を 25 層重ねた積層板が用いられた．まず，核となる角柱状の心材にプリプレグを 25 枚巻きつけて積層する．その後，熱硬化処理を施すことで母材であるエポキシ樹脂が硬化し，各層が接着されることで CFRP の外殻が製作された．CFRP の積層構成に関しては 2.3 節で述べる．中詰めコンクリートは箱形断面 CFRP が製作されてから充填された．また梁の両端部は閉じられておらず，CFRP 内面とコンクリート間の付着を強化するための処置は施されていない．

### 2.3 実験パラメータと供試体名称

#### (1) CFRP 積層構成

実験では積層構成の違いによる影響を確認するため，5 種類の積層構成の供試体が用いられた．積層構成とは，単層板を重ねる順序とそれらを重ねる方向(繊維配向角)




図－1　梁の側面図と断面図




写真－1　梁の側面写真

のことを意味する．供試体は，単層板を重ねる方向として，梁軸方向と梁周方向の 2 方向を用い，25 層積層する上で，それらの積層数の比率を 9:1，2:1，1:1，1:2，1:9，に変化させて作成された（以下これらの比率を繊維比率と称す）．なお繊維比率はおおまかな数値である．また以下では，積層構成の名称を L9T1，L2T1，L1T1，L1T2，L1T9 とする．L が梁軸方向，T が梁周方向の単層板を示し，それらの文字の後に繊維比率を示している．

表－1 に材料試験による CFRP の強度と弾性係数を示す．$\sigma_1^T$，$\sigma_1^C$，$\tau_{12}^U$，$E_1$，$G_{12}$ はそれぞれ，梁軸方向引張強度，梁軸方向圧縮強度，面内せん断強度，梁軸方向弾性係数，面内せん断弾性係数である．

#### (2) 中詰めコンクリート強度

中詰めコンクリートの材料特性を表－2 に示す．$f'_c$，$E_c$，$G_c$，$v_c$ はそれぞれ，圧縮強度，弾性係数，せん断弾性係数，ポアソン比である．強度の異なるコンクリートを用いたのは，コンクリート強度の違いによる梁の挙動の把握を図るためである．普通強度コンクリートが 2 種類あるのは実験時期が異なるためである．

#### (3) 曲げ軸力比

曲げ軸力比は，圧縮軸力下における曲げ変形と耐荷力を確認するために用いられ，(1) 式に示すように曲げスパン内の曲げモーメントと軸力の比である．

$$e = M/N \qquad (1)$$

ここに，$e$：曲げ軸力比，$M$：曲げスパン内の曲げモーメント，$N$：軸力．

表−1　CFRP 材料特性

| 材料特性 | 単位 | 積層構成 | | | | | 備考 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 9:1 | 2:1 | 1:1 | 1:2 | 1:9 | 繊維比率（梁軸方向：周方向） |
| $\sigma_1^T$ | MPa | 1790 | 1759*[1] | 1759 | 715 | 295 | 鋼管掴み引張試験値（試験片 5 本の平均），*[1]L1T1 の値を仮定している． |
| $\sigma_1^C$ | | −674 | −713 | −612 | −247*[2] | −173*[2] | 圧縮要素試験値（試験片 3 本の平均），*[2] JIS 準拠クーポン試験値（試験片 5 本の平均） |
| $\tau_{12}^U$ | | 71.1 | 68.1 | 67.7 | 67.7*[3] | 67.7*[3] | 層間せん断試験値（試験片 5 本の平均），*[3]L1T1 の値を仮定している． |
| $E_1$ | | 98100 | 88800 | 81000 | 39000*[4] | 20900*[4] | 圧縮要素試験値（試験片 3 本の平均），*[4]（試験片 5 本の平均）鋼管掴み引張試験値 |
| $G_{12}$ | | 3500 | 3530 | 3560 | 3530 | 3500 | JIS 準拠クーポン試験値（試験片 5 本の平均） |

実験では 0.32m, 0.16m, 0.04m の 3 ケースが用いられ，曲げ軸力比が一定になるように，鉛直荷重と軸力を加力している．曲げ軸力比が小さくなるほど軸力は大きくなり，曲げモーメント 18.75kNm 時（鉛直荷重 100kN 時）には，曲げ軸力比 0.32m, 0.16m, 0.04m でそれぞれ，58.6kN, 117.2kN，468.8kN の軸力が作用することになる．

**(4) 供試体名称**

以下の検討では，実験パラメータを ’L9T1-32-N1’のように’積層構成−曲げ軸力比−中詰めコンクリート’として示す．曲げ軸力比は 0.32m，0.16m，0.04m をそれぞれ 32，16，04 として示し，中詰めコンクリート強度は，第 1 期普通強度，第 2 期普通強度，低強度をそれぞれ N1, N2，L とする．

## 2.4 耐荷力と破壊性状

梁の破壊時の荷重一覧を表−3 に示す．結果を各曲げ軸力比の普通強度コンクリートごとに積層構成で比較すると，梁軸方向の繊維比率が大きいと鉛直荷重は概ね増加した．

曲げ軸力比ごとに結果を比較すると，曲げ軸力比が小さくなった場合に鉛直荷重は減少している．また曲げ軸力比 0.32m，0.16m，0.04m ではそれぞれ，L9T1-32-N1, L2T1-16-N2，L1T1-04-N2 が最大の鉛直荷重となった．

L9T1 と L1T1 で普通強度と低強度コンクリートの場合を比較すると，曲げ軸力比 0.16m と 0.04m の L1T1 では，低強度とした場合に 20kN 程度鉛直荷重は小さくなった．しかし，曲げ軸力比 L9T1 では低強度とした場合に，鉛直荷重が 5.6kN 大きくなった．

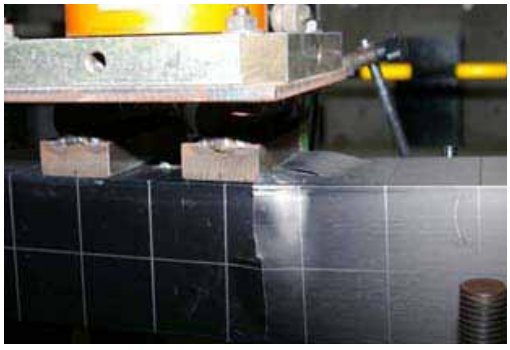
実験では，表−3 に示したように 5 種類の積層構成，普通強度と低強度の中詰めコンクリート及び曲げ軸力比をパラメータとして用いたが，14 供試体の破壊性状は，上フランジ載荷板端部部せん断スパン側（図−1 ○部）の CFRP が面外に折れたような破壊性状であった．写真−2 に破壊部の拡大写真を示す．

表−2　コンクリート材料特性

| 材料特性 | 単位 | 中詰めコンクリート | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 普通強度 | | 低強度 |
| | | 第 1 期(N1) | 第 2 期(N2) | L |
| $f_c'$ | MPa | 31.7 | 28.9 | 19.4 |
| $E_c$ | | 28480 | 31820 | 26710 |
| $G_c$ | | 12129 | 13552 | 11405 |
| $v_c$ | | 0.174 | 0.174 | 0.171 |

表−3　梁の破壊時の荷重一覧

| 供試体名 | 鉛直荷重（kN） | 軸力（kN） |
|---|---|---|
| L9T1-32-N1 | 148.1 | 89.5 |
| L2T1-32-N1 | 143.9 | 86.9 |
| L9T1-16-N1 | 129.7 | 150.4 |
| L2T1-16-N1 | 141.6 | 166.3 |
| L1T1-16-N2 | 131.7 | 156.7 |
| L1T1-16-L | 109.7 | 130.2 |
| L1T2-16-N1 | 124.7 | 149.7 |
| L1T9-16-N2 | 97.8 | 116.1 |
| L9T1-04-N1 | 92.9 | 436.5 |
| L9T1-04-L | 98.5 | 462.7 |
| L1T1-04-N2 | 102.0 | 477.1 |
| L1T1-04-L | 83.8 | 391.6 |
| L1T2-04-N1 | 90.24 | 427.3 |
| L1T9-04-N2 | 75.3 | 357.4 |



写真−2　破壊部拡大写真

表―4　解析に用いた L1T1 の材料特性

| 材料特性 | 単位 | | 備考 |
|---|---|---|---|
| $E_1$ | MPa | 81000 | 表―1 と同じ |
| $E_2$ | | 81000 | 鋼管掴み引張試験値（試験片 5 本の平均） |
| $E_3$ | | 8500 | プリプレグ（T700S）の繊維直角方向の弾性係数を仮定 [11] |
| $G_{12}$ | | 3560 | 表―1 と同じ |
| $G_{23}$ | | 3200 | 文献より仮定 [12] |
| $G_{31}$ | | 3200 | $G_{23}$ と同じと仮定 |
| $\mu_{12}$ | | 0.080 | JIS 準拠クーポン試験値（試験片 5 本の平均） |
| $\mu_{23}$ | | 0.465 | 古典積層理論に基づき仮定 [12] |
| $\mu_{31}$ | | 0.049 | 古典積層理論に基づき仮定 [12] |
| $\sigma_1^T$ | MPa | 1759 | 表―1 と同じ |
| $\sigma_1^C$ | | −612 | 表―1 と同じ |
| $\sigma_2^T$ | | 1759 | 鋼管掴み引張試験値（試験片 5 本の平均） |
| $\sigma_2^C$ | | −612 | 圧縮要素試験値（試験片 3 本の平均） |
| $\sigma_3^T$ | | 62.0 | 文献より仮定 [13] |
| $\sigma_3^C$ | | −173 | L9T1 から L1T9 の中で最小の $\sigma_2^C$ を仮定 |
| $\tau_{12}^U$ | | 67.7 | 表―1 と同じ |
| $\tau_{23}^U$ | | 32.0 | $G_{23}$ の限界ひずみ 1%と仮定 |
| $\tau_{31}^U$ | | 46.1 | 層間せん断試験値（試験片 5 本の平均） |

## 3．3 次元有限要素解析

解析対象とする積層構成は L1T1 とし，曲げ軸力比 0.32m，0.16m，0.04m の合計 3 ケースの解析を行った．L1T1 では 0.32m の実験が行われていないが，比較のために実施した．中詰めコンクリートは，すべて第 1 期普通強度とした．解析コードには MSC.Marc を用いた．

### 3.1 解析条件

**(1) 境界条件**

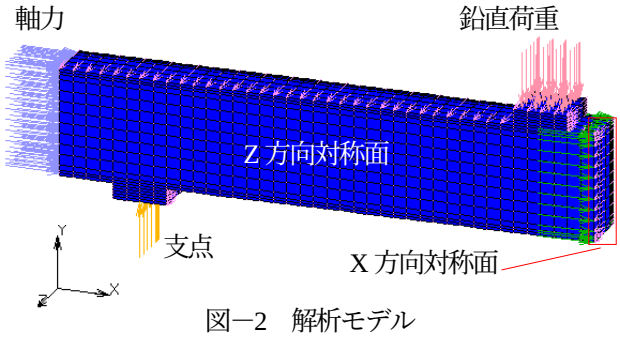
解析では，梁軸方向，鉛直方向，奥行き方向をそれぞれ，X，Y，Z 方向として定義した．解析モデルの要素はすべて 8 節点ソリッド要素とし，図―2 に示すように梁の対称性を考慮して 1/4 モデルとして，対称面節点の X 方向もしくは Z 方向の変位を拘束した．解析の支点は，支点上の節点の Y 方向変位を拘束した．鉛直荷重と軸力は，面に作用する圧力として定義した．

**(2)載荷点と支点**

載荷点と支点には幅 50mm，厚さ 15mm の鋼板をモデル化し，CFRP と鋼板は剛結とした．鋼板は弾性係数 200GPa，ポアソン比 0.3 の弾性体とした．

**(3) CFRP**

CFRP は直交異方性とし，材料特性は表―4 に示す値を用いた．添え字 1，2，3，T，C，U はそれぞれ梁軸方向，梁周方向，積層方向，引張強度，圧縮強度，せん断強度を示す．面内の材料特性は材料試験による値であるが，面外方向は文献等から仮定した値である．CFRP の降伏規準には，(2)式に示す Tsai-Wu の降伏規準 [12]を用いた．




図―2　解析モデル

異方性係数は表―4 の強度から算出した．

$$F_1\sigma_1+F_2\sigma_2+F_3\sigma_3+F_{11}\sigma_1^2+F_{22}\sigma_2^2+F_{33}\sigma_3^2+2F_{12}\sigma_1\sigma_2 +2F_{23}\sigma_2\sigma_3+2F_{31}\sigma_3\sigma_1+F_{44}\tau_{23}^2+F_{55}\tau_{31}^2+F_{66}\tau_{12}^2=1 \quad (2)$$

$$F_1=\frac{1}{\sigma_1^T}+\frac{1}{\sigma_1^C},\ F_2=\frac{1}{\sigma_2^T}+\frac{1}{\sigma_2^C},\ F_3=\frac{1}{\sigma_3^T}+\frac{1}{\sigma_3^C},\ F_{11}=-\frac{1}{\sigma_1^T\sigma_1^C}$$

$$F_{22}=-\frac{1}{\sigma_2^T\sigma_2^C}\quad,\quad F_{33}=-\frac{1}{\sigma_3^T\sigma_3^C}\quad,\quad F_{44}=\frac{1}{\left(\tau_{23}^u\right)^2}\quad,\quad F_{55}=\frac{1}{\left(\tau_{31}^u\right)^2}$$

$$F_{66}=\frac{1}{\left(\tau_{12}^u\right)^2},\ F_{12}=-0.5\sqrt{F_{11}F_{22}},\ F_{23}=-0.5\sqrt{F_{22}F_{33}},\ F_{31}=-0.5\sqrt{F_{33}F_{11}}$$

ここに，$F_i$（i =1,2,3），$F_{ij}$（i, j=1,2,3,4,5,6）：異方性係数．

降伏後の挙動には，降伏規準を満たした要素の弾性係数を最小の弾性係数（積層方向の弾性係数 $E_3$）に低下させる進行性破壊機能 [14]を用いて解析を行った．進行性破壊では降伏曲面の拡大や移動はせず，降伏した要素は，回復しないものとしている．

### (4) 中詰めコンクリート

中詰めコンクリートは，ひび割れによる引張軟化とCFRP の拘束効果による圧縮硬化を考慮し，応力－ひずみ関係を図－3 に示すようにした．圧縮側では，CFRP（L1T1）による拘束効果を Samaan 式[15), 16)]によって考慮した．圧縮強度の半分までは線形挙動とし，断面形状とCFRP の周方向強度から得られる拘束圧 195.4 MPa によって，272.6 MPa まで硬化するものとした．降伏判定には，von Mises の降伏規準を用いた．引張側においては，主応力がコンクリートの引張強度に達した後にコンクリートのひび割れを考慮し，5000 μ まで線形に軟化するものとした．解析に用いたコンクリートのパラメータを表－5 に示す．

### (5) CFRP とコンクリートの界面

コンクリートと CFRP の界面については，界面にずれが生じ，せん断力に対して非合成の断面であったことが既往の研究で確認されている[10)]．その研究においては，CFRP とコンクリートの節点を剛結とせず，ずれが生じるものとして，接触解析機能[14,17)]を使用してモデル化することで，実験の梁の剛性を再現できた．よって本解析でも，界面にはずれが生じるものとして解析を行った．

接触解析はペナルティ法に基づいて，接触力は節点の貫通量に比例するとして扱い，その接触力を用いて摩擦力を算定するものである．図－4 に節点の接触判定の概念図を示す. 接触判定は, 図の接触判定距離内でなされ, その距離は，接触される側の要素の最小寸法の 1/20（図中 D）とバイアスファクター（図中 B）を用いて算定される．図の接触判定距離内に節点が存在した場合，接触したと判定される．バイアスファクターは推奨値である 0.95 を用いた. 接触が想定される要素の最小寸法はCFRP で 2.5mm，コンクリートで 5mm である．

本解析では，摩擦モデルとして（3）式に示す逆正接のクーロン摩擦モデルを用いた．

$$f_t = -\mu \cdot f_n \frac{2}{\pi} tan^{-1}\left(\frac{V_r}{C}\right) \cdot \boldsymbol{t} \qquad (3)$$

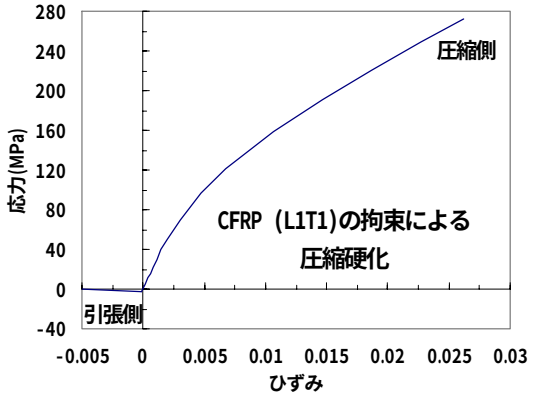
ここに，$f_t$：摩擦力，$\mu$：摩擦係数，$f_n$：接触力，$V_r$：接触要素同士の相対すべり速度，$C$：平滑化パラメータ，$\boldsymbol{t}$：すべり方向単位ベクトル（$= V_r/|V_r|$）．

摩擦係数 $\mu$ は文献[18)]より，GFRP とオッタワ砂の摩擦係数を参考にして 0.4 とした. 平滑化パラメータ $C$ は 0.1 から 0.01 が経験的に妥当とされており[17)]，本論文では予備解析の結果から 0.01 とした．

## 3.2 解析結果

### (1) 荷重－たわみ曲線の比較

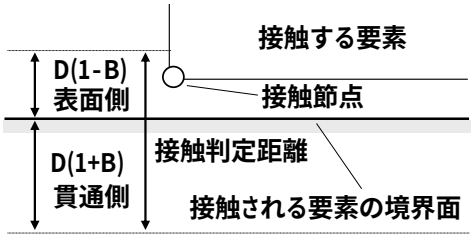
梁の耐荷力は，（2）式の左辺で算定される Tsai-Wu の破壊指標値（以下 $f_{index}$ と称す）が降伏規準を満たす節点が発生し，かつ荷重－たわみ曲線において梁の剛性が大きく低下した時点の荷重とした．なお $f_{index}$ は節点での内挿値を用いている．



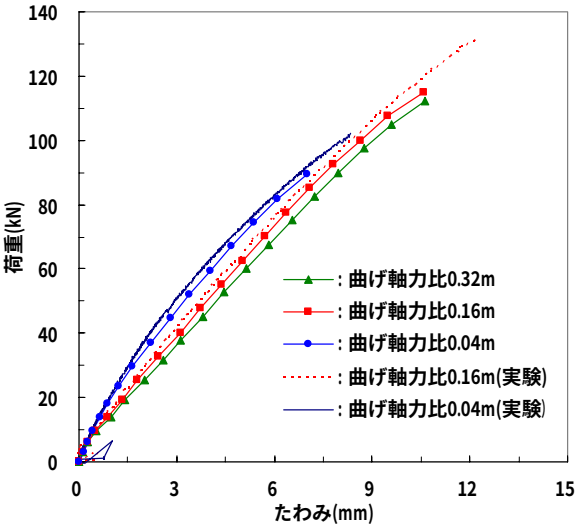

図－3 コンクリートの応力－ひずみ関係

表－5　解析に用いたコンクリートのパラメータ

| 材料特性 | 単位 | |
|---|---|---|
| 弾性係数 | MPa | 28480 |
| ポアソン比 | | 0.174 |
| 非拘束圧縮強度 | MPa | 31.7 |
| 終局圧縮強度 | | 272.6 |
| 圧壊ひずみ | | 0.0262 |
| ひび割れ強度 | MPa | 2.98 |
| 軟化勾配 | | 609 |




図－4　接触判定の概念図




図－5　荷重－たわみ曲線（載荷点位置）

図―5 に解析の 3 ケースの載荷点位置での荷重―たわみ曲線と曲げ軸力比 0.16m と 0.04m の実験結果の比較を示す．解析の各ケースを比較すると，軸力の増加とともに梁の剛性も増加し，曲げ軸力比 0.04m で最大になった．

解析の耐荷力は，曲げ軸力比 0.32m，0.16m，0.04m でそれぞれ，112.4，114.9，89.4kN となった．実験の耐荷力は，曲げ軸力比 0.16m と 0.04m で 131.7 と 102.0kN であり，解析値を上回っている．

解析では，載荷中期（30kN 以降）から破壊前までの荷重増分に対する剛性の低下割合（初期の剛性を 100%としている）は 5%以内であったが，耐荷力時では曲げ軸力比 0.32m，0.16m，0.04m でそれぞれ，9%，9%，8%剛性が低下した．

また中詰めコンクリートのひび割れ発生荷重は，曲げ軸力比 0.32m と 0.16m では 6.0kN，0.04m では 9.6kN であり，0.04m では顕著にひび割れの発生が抑制された．

**(2) 破壊指標値**

各解析ケースについて，耐荷力時の $f_{index}$ 等高線を図―6 に示す．図では，実験の破壊箇所である載荷板端部せん断スパン側で高い値を示した．（凡例の 100（%）が降伏規準を満たしたことを示す）曲げ軸力比 0.32m と 0.16m ではほぼ同じような分布を示しており，載荷板端部せん断スパン側からウェブ中央付近で指標値が高い．0.04m では，載荷板付近以外は他のケースに比べ $f_{index}$ 分布が異なり，ウェブの指標値が低下している．

**(3) CFRP とコンクリートのひずみ**

図―7 に曲げ軸力比 0.04m の初期荷重時せん断スパン中央の梁軸方向のひずみ分布を示す．解析では接触解析としたことから，いずれのケースにおいても，図のように CFRP とコンクリートの界面のひずみは一致しておらず，平面保持をしていなかった． 図―7 では，CFRP とコンクリートの境界の節点で，軸力の作用によってひずみに差が見られる．

解析のスパン中央上フランジの終局時 CFRP 圧縮ひずみは，曲げ軸力比 0.32m, 0.16m, 0.04m でそれぞれ―4500μ，―5000μ，―4600μ 程度であり，梁軸方向圧縮強度の終局ひずみ（=―7560μ）には達していなかった．

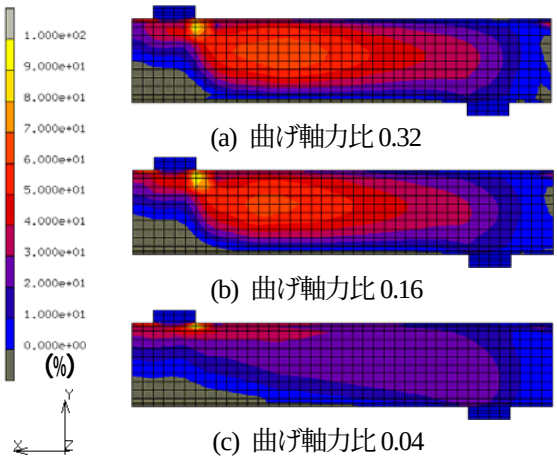
表―5 より，CFRP の拘束による中詰めコンクリートの圧壊ひずみは―26200μ である．解析では，圧壊は発生せず，中詰めコンクリートのひずみは，曲げ軸力比 0.32m，0.16m，0.04m でそれぞれ，―6800μ，―8100μ，―7000μ 程度であった．

### 3.3 応力分布と卓越応力の把握

**(1) CFRP が弾性時の応力分布**

本項では，後述する線形弾性の梁理論による耐荷力推定式で用いる応力を決定するために，CFRP が弾性時の応力分布を確認する．

曲げ軸力比 0.16m のケースにおいて，図―8 に示す着目線上における節点の $f_{index}$（6 応力による破壊指標値分布）と梁軸方向圧縮応力と面内せん断応力の 2 応力のみで算出した破壊指標値分布（30kN 時）を比較する．2 応力による破壊指標値は（4）式により求めた．第 1，2 項の和が梁軸方向直応力成分，第 3 項が面内せん断応力成分である．

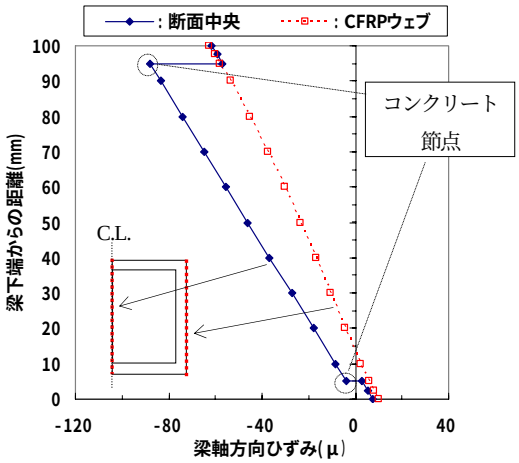


(a) 曲げ軸力比 0.32

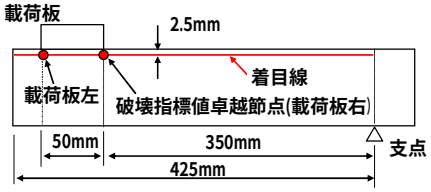
(b) 曲げ軸力比 0.16

(c) 曲げ軸力比 0.04

図―6　耐荷力時 Tsai-Wu 破壊指標値等高線



図―7　梁軸方向のひずみ分布

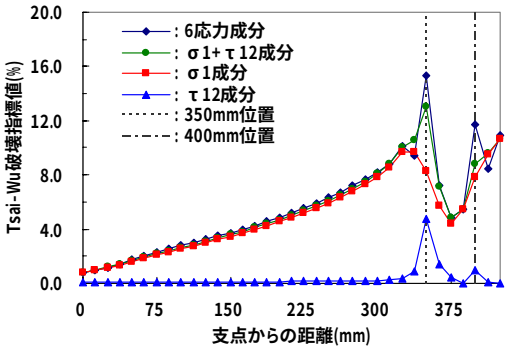


図―8　破壊指標値卓越節点と着目線位置

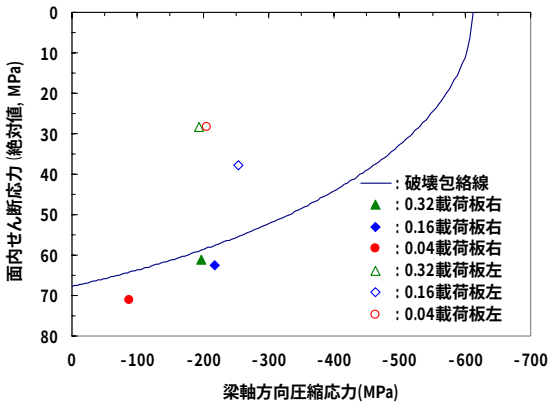
$$f(\sigma_1,\tau_{12}) = F_1\sigma_1 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{66}\tau_{12}^2 \qquad (4)$$

図―9 にその結果を示す．図では，2 応力成分の和によって 6 応力成分による破壊指標値をほぼ算定できることが分かる．支点から 350mm と 400mm 位置では，局所的に面内せん断応力成分が卓越している．両位置は載荷板端部の位置であることから，載荷板の影響によって面内せん断応力が増加したと考えられる．

以上の結果より，後述する耐荷力推定式では，梁軸方




図－9　破壊指標値分布の比較




図－10　破壊時応力状態

向直応力と面内せん断応力を用いて推定式の検討を行う．

**(2) 破壊荷重時の応力状態**

解析において$f_{index}$が卓越するのは，いずれのケースでも図－8 に示す位置の節点であった．同節点に生じている卓越応力を確認し，耐荷機構の検討を行う．また比較のため，曲げスパン側の節点（載荷板左）も着目節点とした．図－10 に各ケース破壊荷重時の着目節点の応力状態を梁軸方向圧縮応力と面内せん断応力による Tsai-Wu の破壊包絡線と合わせて示す．本来，Tsai-Wu の降伏規準は 6 応力で表示されるが，ここでは梁の破壊に寄与する支配的な 2 応力とした．

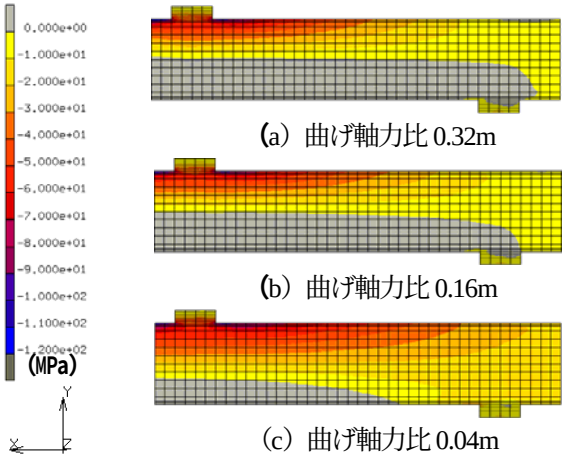
図－10 より，載荷板右ではすべてのケースで破壊包絡線を超えており，梁軸方向圧縮応力と面内せん断応力の影響が大きいことが分かる．載荷板左における組合せ応力では，破壊包絡線より離れた位置になっている．よって，梁軸方向圧縮応力と載荷板の影響による局所的な卓越面内せん断応力の組み合わせ応力によって，Tsai-Wu の降伏規準を満たし，破壊に至ったと考えられる．

### 3.4 剛性増加の要因

図－5 に示した荷重－たわみ曲線では，軸力の増加にともなって，剛性が増加した．本節では，軸力による剛性増加の要因を考察する．図－11 に 30kN 時における各解析ケースの梁軸方向直応力等高線の比較を示す．図では，軸力が大きく（曲げ軸力比が小さく）なるにつれて圧縮領域が増加し（淡灰色部が引張領域），中立軸が降下している．これは，支点に近づくにつれて曲げ応力は小さくなるが，軸力による圧縮応力は支点からの距離に関わらず一定であることが原因である．それらの応力を重ね合わせた応力は支点に近づくにつれて，中立軸位置が降下する．よって，軸力の増加に伴う梁の剛性増加は，中立軸位置の下降による中立軸まわりの断面 2 次モーメントの増加が要因であると考えられる．

## 4．変形特性の検討

本章では，3 章の解析結果を踏まえて軸力を考慮した中立軸を算定し，CFRP 梁の変形特性の検討を行う．




(a) 曲げ軸力比 0.32m

(b) 曲げ軸力比 0.16m

(c) 曲げ軸力比 0.04m

図－11　梁軸方向直応力等高線

### 4.1 軸力を考慮した中立軸の算定

**(1) 核心距離**

梁に軸力が作用する場合，断面に作用する曲げモーメントと軸力を偏心軸力に置き換えた時の偏心量によって，全断面圧縮応力を受ける断面と引張応力が生じる断面に分ける必要がある．

断面の核心距離は（5）式 [19]により求められ，断面の形状と弾性係数から決定される．

$$k = I_i / A_i u \qquad (5)$$

ここに，$k$：核心距離（図心からの距離），$A_i$：換算断面積（全断面有効）$I_i$：図心軸まわりの換算断面 2 次モーメント，$u$：図心から断面縁までの距離．

換算断面は，コンクリートを CFRP へ換算し，コンクリートの断面積と断面 2 次モーメントを CFRP とコンクリートの弾性係数比で除すことにより求めている．偏心量が核心距離より小さくなれば，全断面圧縮応力を受ける断面になる．また供試体の核心距離は，図心に対して対称な断面なため，圧縮・引張側で等しくなる．

（5）式より，L1T1-N1 の核心距離は，0.0202m になる．

**(2) 偏心量**

せん断スパン内での任意の位置における偏心量は（6）式で求められ，$\gamma$ が核心距離に等しくなれば，全断面圧

縮応力を受ける断面になる支点からの距離を算出できる．

$$\gamma = \frac{X}{L}\frac{M}{N} \qquad (6)$$

ここに，$\gamma$：せん断スパン内の任意位置での偏心量，$X$：支点からの距離，$L$：せん断スパン長，$M$：曲げスパン内の曲げモーメント，$N$：軸力．

(6) 式を用いて算出した L1T1-N1 の梁の偏心量の分布を図−12 に示す．結果として，全断面圧縮応力を受ける断面になる支点からの距離は，曲げ軸力比 0.32m, 0.16m, 0.04m でそれぞれ，23.7mm，47.3mm，189.4mm であった．よって支点からこれらの区間は，全断面圧縮応力が生じる断面になる．

**(3) 中立軸の算定**

断面に作用する曲げモーメントと軸力を偏心軸力に置き換えて，中立軸の算定を行う[19]．なお断面は平面保持が成り立つとしており，界面のずれは考慮していない．

引張側コンクリートを無視した中立軸（図−13）は，力の釣り合いと中立軸に関するモーメントの釣り合いから求められ，(7) 式のような 3 次方程式になる．これを Newton-Raphson 法により解いた．

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \qquad (7)$$

ここに，$A,B,C,D$: 断面形状，弾性係数比および曲げ軸力比から得られる係数．

引張側コンクリートを無視しない場合（全断面有効）では，(7) 式の係数 $A$ と $B$ が 0 になり，$x$ に関する 1 次方程式になる．

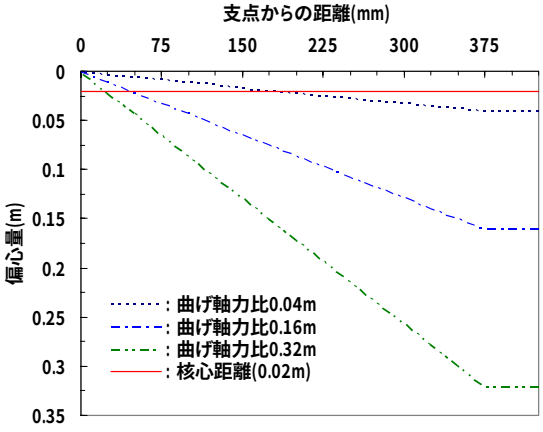
**(4) 梁軸方向の中立軸の分布**

(6) と (7) 式を用いて，L1T1-N1 の曲げ軸力比 0.32m, 0.16m, 0.04m の梁軸方向の中立軸の分布を求めると図−14 のようになる．図では，軸力が作用しない場合の中立軸も合わせて示している．結果として，中立軸は支点へ近づくに従って引張側へ降下しており，図−11 で示した解析結果を再現している．また図−12 と図−14 を比較すると，偏心量が小さくなると中立軸が引張側へ降下することが分かる．

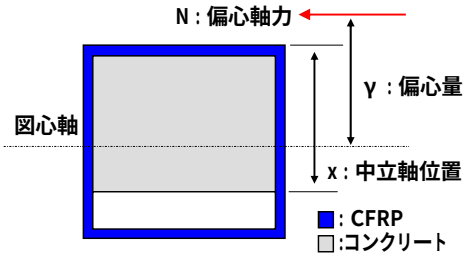
## 4.2 たわみの算定手法

梁の変形特性を把握するため，下記の 3 つの局面を想定した． 2）のひび割れ断面に関しては，既往の研究[10]において，軸力が作用していない梁の解析・実験結果と対応し，中詰めコンクリートのせん断剛性への寄与は小さかったことを確認している．本論文においても，これらの局面を用いて変形特性の検討を行う．

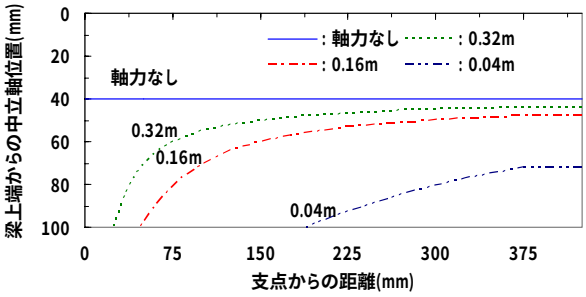
1) 全断面有効: コンクリートが健全である状態．
2) ひび割れ断面（せん断非合成）: コンクリートのひび割れを想定し，引張側コンクリートを無視する．コンクリートと CFRP の界面にはずれが生じるものとし，圧縮側のコンクリートは，せん断剛性には寄与せず，曲げ剛性にのみ寄与するものとする．
3) CFRP 断面：コンクリートが圧壊し，剛性に全く寄与していない状態を想定し，CFRP のみの断面とする．




図−12 梁軸方向の偏心量の分布




図−13 軸力を考慮したひび割れ断面




図−14 梁軸方向の中立軸の分布

解析においては，圧壊は生じていなかったが，たわみ算定式でも確認するために，3)の局面を想定した．

2)のひび割れ断面においては，梁の中立軸は曲げスパン内における曲げモーメントでの中立軸で一定と仮定した場合（以下，中立軸一定と称す）と，図−14 で示したように中立軸の降下を考慮した場合（以下，中立軸降下と称す）とした場合の 2 ケースにおいて算定を行った．

**(1) 中立軸一定の場合**

せん断を考慮したたわみを算定するためにチモシェンコ梁理論を用いて検討を行った．せん断変形を考慮した図−1 の鉛直荷重作用位置でのたわみを，(8) 式により決定した．第 1 項，第 2 項はそれぞれ，曲げ成分，せん

断成分である.

$$w = \frac{P}{2(E_1 I_{cf} + E_c I_c)}\left\{a^3/3 + a^2 b/2\right\} + \frac{Pa}{2(G_{12} k_{cf} A_{cf} + G_c k_c A_c)} \tag{8}$$

ここに，$P$: 鉛直荷重，$E_1$: CFRP 梁軸方向弾性係数，$I_{cf}$：CFRP 断面 2 次モーメント，$E_c$: コンクリート弾性係数，$I_c$: コンクリート断面 2 次モーメント，$a$: せん断スパン長，$b$: 曲げスパン長，$G_{12}$: CFRP 面内せん断弾性係数，$k_{cf}$: CFRP せん断補正係数，$A_{cf}$: CFRP 断面積，$G_c$: コンクリートせん断弾性係数，$k_c$:コンクリートせん断補正係数，$A_c$: コンクリート断面積.

右辺第 2 項のせん断補正係数 $k_{cf}$，$k_c$ は，断面形状によって決まる係数であり，$k_{cf}$ は（9）式に示すようにウェブの断面積の全断面積に対する比により補正係数を決定した[20]．$k_c$ は，矩形断面として 5/6 を用いた.

$$k_{cf} = A_w / A_{cf} \tag{9}$$

ここに，$A_w$：CFRP ウェブ断面積.

**(2) 中立軸降下の場合**

ひび割れ断面では，コンクリートは曲げ剛性にのみ寄与するとしているため，（8）式の曲げ成分のみ，中立軸の降下を考慮する．載荷点位置での曲げたわみの算出には弾性荷重法を用いた.

### 4.3 たわみの算定結果

図－15 と図－16 に L1T1-16-N2 と L1T1-04-N2 の実験値，3 章の解析結果および各局面の荷重－たわみ曲線の比較を示す.

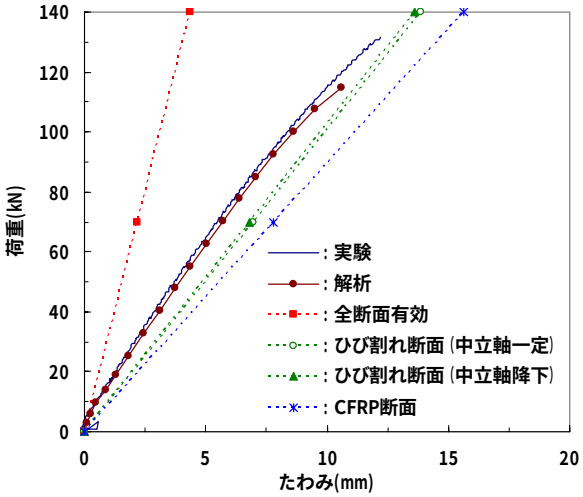
結果として両ケースでは，ひび割れ断面を考慮して算定したたわみ曲線が，実験と解析結果のたわみと一致した．また中立軸一定から中立軸降下にした場合の剛性の増加は小さく，L1T1-16-N2 と L1T1-04-N2 で，1.9%と 5.6%であった.

L1T1-16-N2 では，載荷初期において，実験と解析結果で全断面有効程度の剛性が見られる．また解析結果では，10kN 程度から中詰めコンクリートのひび割れによって剛性が減少し，その後は剛性の減少が小さい結果であった．L1T1-04-N2 においても，実験と解析結果で載荷初期に全断面有効程度の剛性が見られたが，L1T1-16-N2 の場合と比較して，解析結果ではコンクリートのひび割れによる明瞭な剛性の減少は見られなかった.

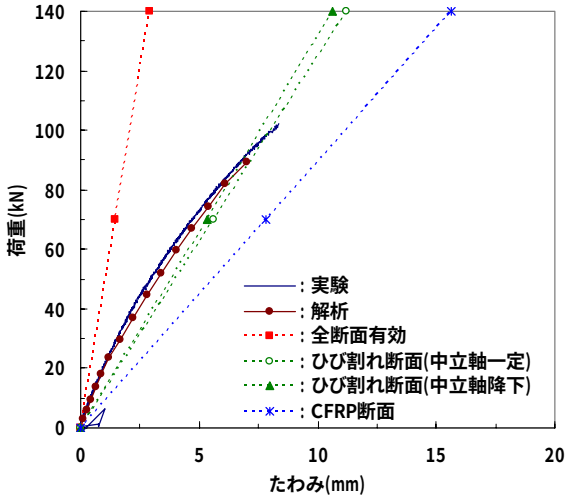
しかし，L1T1-04-N2 では荷重の増加と共に徐々に剛性は低下し，最終的には中立軸一定とした場合のひび割れ断面程度の剛性で破壊する結果になった.

### 4.4 考察

図－15 と図－16 では，ひび割れ断面とし，中立軸の降下を考慮して算定したたわみ曲線においても，実験と解析結果のたわみ曲線とは差が見られた．これは，軸力の作用によって中詰めコンクリートのせん断剛性への寄与が増加したためだと思われる.




図－15　荷重－たわみ曲線の比較(曲げ軸力比 0.16m)




図－16　荷重－たわみ曲線の比較(曲げ軸力比 0.04m)

また L1T1-04-N2 で見られた，荷重の増加と共に徐々に梁の剛性が低下した挙動は，式（10）に示す付加曲げモーメントによるものだと推測される.

$$\Delta M = N \cdot v \tag{10}$$

ここに，$\Delta M$：付加曲げモーメント，$N$：軸力，$v$：載荷点位置における鉛直方向変位.

図－17 に，解析における載荷点位置での付加曲げモーメントを示す．付加曲げモーメントは 2 次関数的に増加しており，耐荷力時には曲げスパン内の曲げモーメントの 20%程度になる．付加曲げモーメントによって曲げモーメントが増加すると，（6）式で示される偏心量が増加する．偏心量が増加すると，図－14 に示したように中立軸が上昇するため，中立軸まわりの断面 2 次モーメントが減少する．よって L1T1-04-N2 の剛性低下の原因は，付加曲げモーメントによる中立軸まわりの断面 2 次モーメントの減少であると考えられる.

## 5．耐荷力推定式の検討

### 5.1 耐荷力推定手法

これまで著者らは，有限要素解析で CFRP 梁の破壊に寄与する卓越応力を把握し，それに基づいて CFRP の材料特性と梁理論の線形弾性応力を用いた耐荷力推定式を検討してきた．本論文においては，3 章で把握した卓越応力の結果と 4 章の軸力を考慮した中立軸の結果を踏まえて，耐荷力推定式の検討を行う．

**(1) 算定応力**

推定式に用いる算定応力は，卓越応力の解析結果に基づき，梁理論における直応力と曲げに伴う面内せん断応力とした．直応力は，偏心軸力を考慮した（11）式[19]を用いて算定した．

$$\sigma_1 = \frac{N(x+a)}{I} y \qquad (11)$$

ここに，$N$: 軸力，$x$: 梁上端からの中立軸位置，$a$: 梁上端から偏心軸力までの距離（$=e-h/2$），$I$: 換算断面 2 次モーメント，$y$: 中立軸からの距離．

曲げに伴う面内せん断応力は，箱形断面として（12）式[20]を用いて算定した．

$$\tau_{12} = \frac{V}{I}\left\{b_f h/4 - \left(s^2/2 - h^2/8\right)\right\} \qquad (12)$$

ここに，$V$: せん断力，$b_f$: 上フランジ幅，$h$: 梁高さ，$s$: 図心からの距離．

解析では，載荷板の影響による局所的な面内せん断応力の増加が見られた．推定式においては，局所的な面内せん断応力の増加を（13）式により仮定した．

$$\Delta\tau_{12} = V/A \qquad (13)$$

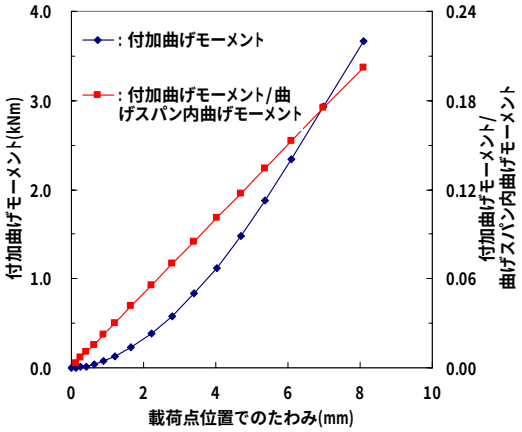
ここに，$\Delta\tau_{12}$: 付加面内せん断応力，$A$: 換算断面積．

図－18 に図－8 に示した着目線における解析での面内せん断応力と算定式（12）と（13）式の和による面内せん断応力の比較（30kN 時）を示す．曲げ軸力比 0.32m, 0.16m, 0.04m における算定式と解析値との差はそれぞれ，3.6，3.3，-25.8%であった．0.04m においては，他と比較して解析値を小さく算定する結果であったが，載荷板直下の卓越面内せん断応力は（12）と（13）式を用いて算定するものとした．

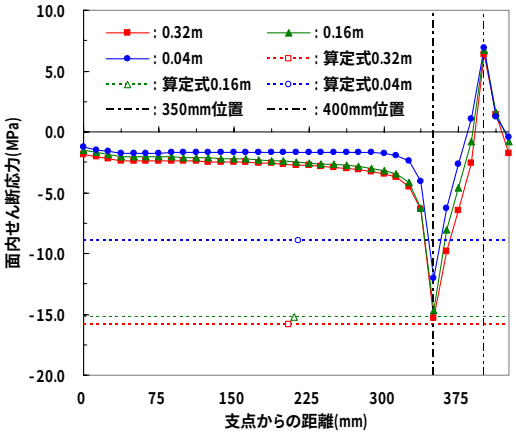
**(2) 着目点**

梁の破壊性状と解析結果を踏まえて，着目点を図－19 と 20 のようにした．載荷板直下着目点だけでなく，ウェブ中央および下フランジ着目点も含めることで想定される破壊点を考慮する．これらの着目点の中で最小の耐荷力が梁の耐荷力と判断される．

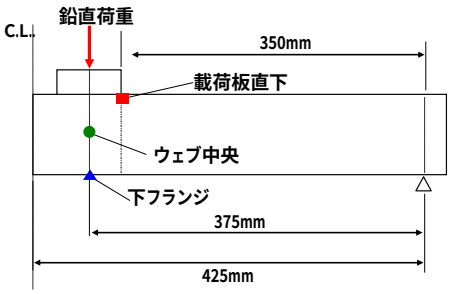
載荷板直下着目点の位置は，解析での卓越応力節点位置とした．下フランジ着目点の位置は，鉛直荷重作用位置の隅角部とした．ウェブ中央着目点は，面内せん断応力が最大となり，有効断面が最小になる載荷点のウェブ中央とした．



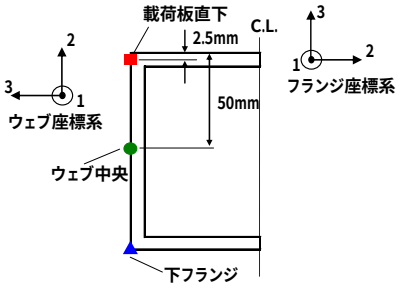

図－17　載荷点位置における付加曲げモーメント




図－18 面内せん断応力の比較




図－19　側面の着目点位置




図－20　断面の着目点位置

**(3) 耐荷力推定式**

推定式は，前項で定めた着目点位置における断面から算定応力を求め，その応力を Tsai-Wu の降伏規準に代入

することで決定される．推定式における Tsai-Wu の降伏規準は 2 応力のみ考慮しているため，3 章で示した（4）式のようになる．（4）式の左辺を 1 とし，鉛直荷重 $P$ について解くと，推定式は（14）式のように決定される．つまり，推定式では組合せ応力が降伏曲面に達した時の荷重を耐荷力と定義している．異方性係数は，表―1 に示した材料特性から求めた．

$$P_{\max} = -\frac{\beta}{2\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}\sqrt{1+(\beta/2\alpha)^2} \qquad (14)$$

ここに，$P_{max}$：各着目点での耐荷力，$\alpha$，$\beta$：異方性係数，換算断面積，換算断面 2 次モーメントおよび着目点位置から得られる係数．

### 5.2 耐荷力推定結果

図―21 に 14 供試体の実験と推定式の比較を示す．推定式では，L1T9-16-N2 で下フランジ着目点，それ以外のケースでは載荷板直下着目点での破壊が推定され，定性的には実験の破壊性状と概ね一致した．

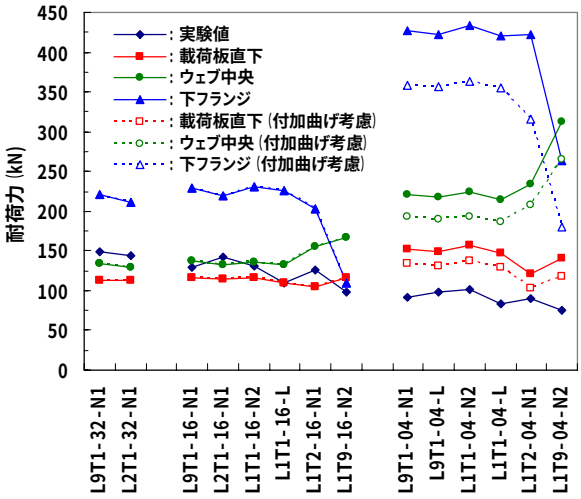
曲げ軸力比 0.32m では，実験値と載荷板直下着目点の推定結果は 30kN 程の差が見られる．実験では，L9T1-32-N1 と L2T1-32-N1 は，L9T1-16-N1 と L2T1-16-N1 に比べて耐荷力は増加したが，推定結果では 3kN 程度低下する結果であった．

曲げ軸力比 0.16m では，実験の耐荷力より小さい傾向が見られるが，0.32m と 0.04m と比較して実験結果と載荷板直下着目点はよく対応している．実験では，L2T1-16-N1 が曲げ軸力比 0.16m で最大の耐荷力となったが，推定式では L9T1-16-N1 と L1T1-16-N2 と同程度であった．L1T9-16-N2 に関しては下フランジ着目点での破壊が推定されており，実験の破壊性状と異なる結果であるが，載荷板直下着目点とほぼ同じ耐荷力であった．

曲げ軸力比 0.04m では，実験値と載荷板直下着目点には 50kN 程の差が見られる．差の原因としては，付加曲げモーメントの影響を考慮していないことが考えられる．

推定式で付加曲げモーメントの影響を考慮するため，4.4 節の結果を用いて，終局時には曲げスパン内の曲げモーメントが 20%増加すると仮定して算定を行った．曲げモーメントが増加すると偏心量が増加するため，中立軸が圧縮側へ上昇し，断面 2 次モーメントが減少する．その結果，曲げ応力とせん断応力は大きくなり，載荷板直下着目点の耐荷力は 20kN 程度減少したが，実験値を再現するまでには至っていない．

普通強度から低強度コンクリートにした場合の推定結果を比較すると，L1T1-16-N2 と L では 6.3kN の減少，付加曲げを考慮した L9T1-04-N1 と L では 2.6kN の減少，付加曲げを考慮した L1T1-04-N2 と L では 7.9kN の減少となった．これは，コンクリートの弾性係数が低強度の方が小さく，コンクリートを CFRP へ換算した時の断面 2 次モーメントが小さくなるためである．実験では，L9T1-04-N1 と L のみ，低強度とした方が耐荷力は増加したが，推定式ではそれを再現できなかった．




図―21　耐荷力推定結果

### 5.3　考察

本手法は，線形弾性の梁理論による組合せ応力が Tsai-Wu の降伏規準を満たした時を耐荷力として，簡便な推定式を検討したものである．解析で見られた CFRP とコンクリートの界面のずれや材料の非線形等は考慮していないが，破壊着目点の位置は，実験の破壊性状と概ね一致する結果であった．

しかし，曲げ軸力比 0.32m と 0.16m では耐荷力を小さく推定する傾向が見られた．よって降伏規準を満たした時点の荷重を耐荷力とするのではなく，降伏規準を満たした着目点の位置の断面を減じ，その断面を考慮して算定を行う必要があると考えられる．

また耐荷力を実験より大きく推定した曲げ軸力比 0.04m の場合では，図―18 に示した面内せん断応力を小さく算定したことが原因であると考えられる．これは，中立軸を算定する上で断面の平面保持が成り立つとしているため，実際より大きい換算断面を算定したためであると考えられる．曲げ軸力比 0.04m では，0.32m と 0.16m に比べて中立軸の位置が引張側へ降下するため，その影響が大きかったと思われる．

## 6．まとめ

本論文では，軸力を受けるコンクリート充填箱形断面 CFRP 梁の曲げ載荷実験の有限要素解析を行い，その結果を用いて変形特性の把握と耐荷力推定式の検討を行った．本論文のまとめを下記に示す．

1) 軸力を受けるコンクリート充填箱形断面 CFRP 梁の曲げ載荷実験の実験パラメータである，CFRP の積層構成，中詰めコンクリートの強度，曲げ軸力比について説明し，実験結果の概要を示した．
2) 有限要素解析では，CFRP の拘束による中詰めコン

クリートの圧縮硬化を考慮すること及び CFRP とコンクリートの界面をずれが生じる面とすることで，実験の変形を再現できた．

3) 有限要素解析における梁の破壊箇所では，梁軸方向圧縮応力と面内せん断応力が卓越しており，それらの組合せ応力が Tsai-Wu の降伏規準を満たして破壊に至ったことを示した．
4) 有限要素解析の結果を踏まえて，実験の梁のたわみの式を検討し，中詰めコンクリートのせん断剛性の寄与を無視することで，実験の梁に近いたわみ曲線が得られることを示した．
5) 有限要素解析の結果と線形弾性の梁理論に基づいて耐荷力推定式を検討し，実験の破壊性状を定性的に把握した．しかし，定量的な評価のためには，CFRP の降伏後の挙動や CFRP とコンクリートの界面のずれを考慮する必要があると考えられる．

**参考文献**


1) 土木学会:構造工学シリーズ 14, FRP 橋梁, pp. 1-12, 2004.
2) 土木学会：複合構造シリーズ 03，複合構造技術の最先端，pp．121-126，2007.
3) 小林朗他：CFRP を利用したシールドトンネルセグメントの技術的フィージビリティ・スタディ，土木学会第 61 回年次学術講演会，CS10-007，2006.
4) 石塚与志雄他：CFRP を利用したシールドトンネルセグメントの経済的フィージビリティ・スタディ，土木学会第 61 回年次学術講演会，CS10-008，2006.
5) 稲田裕他：CFRP を用いた合成セグメントの強度特性に関する実験的検討, 土木学会第 62 回年次学術講演会，CS15-009，2007.
6) Bishnu Prasad Gautam 他：Shear behavior of concrete-filled CFRP box beam，土木学会第 62 回年次学術講演会，CS15-008，2007.
7) Bishnu Prasad Gautam：Finite element analysis on deformation , damage , and failure mechanisms of concrete-filled CFRP box beam under transverse and axial loads，Master thesis，Tokyo University，2007.
8) 松本高志他：箱形断面 CFRP 梁の FEM 解析と耐荷力推定式の検討, 土木学会第 63 回年次学術講演会, CS02-43，2008.
9) 松本高志他：CFRP 梁の耐荷力推定式の検討と変形特性の把握, 土木学会北海道支部第 65 回年次技術研究発表会，A-50，2009.
10) 櫻庭浩樹他：箱形断面 CFRP 梁の曲げ載荷における中詰めコンクリートの効果の解析的検討，第 3 回 FRP 複合構造・橋梁に関するシンポジウム, A5, 2009.
11) Toray：Fundamentals of carbon fiber technology and their application to “Torayca” products-Functional and composite properties，http://www.torayca.com/techref/index.html.
12) Hyer，M.W.：Stress analysis of fiber reinforced composite materials, WCB/McGraw-Hill, pp.58, 387-395, 502-508, 1998.
13) Mallick，P.K.：Fiber reinforced composites-materials, manufacturing, and design, Marcel Dekker Inc, pp.550, 1993.
14) MSC Software：MSC. Marc A 編 理論およびユーザー情報，pp.314-316，449-478，2003.
15) Samaan，M.，Mirmiran，A.，and Shahawy，M.：Model of concrete confined by fiber composites，Journal of Structural Engineering, ASCE, 124(9), pp. 1025-1031, 1998.
16) Mirmiran, A. , Shahawy, M. , Samaan, M. , El Echary, H. , Mastrapa, J. C. , and Pico, O.：Effect of column parameters on FRP-confined concrete , Journal of Composites for Construction, ASCE, 2(4), pp. 175-185, 1998.
17) MSC Software：Marc 入門トレーニングコースノート, pp．205-248，2007.
18) Iscimen，M.：Shearing behavior of curved interfaces, MS thesis, Georgia Institute of Technology, USA, 2004.
19) 河村貞次，中嶋清実，飯坂武男：鉄筋コンクリートの基礎理論，pp．117-127，現代工学社，1984.
20) 長谷川彰夫，西野文雄：土木学会編 新体系土木工学 7 構造物の弾性解析，pp．82-127，技報堂出版，1983.


（2009 年 9 月 18 日受付）