



Title	曲線状繊維によって強化された複合材積層板の応力集中最小化
Author(s)	本田, 真也; 大渡, 康介; 成田, 吉弘
Citation	日本機械学会論文集. A編, 76(769), 1139-1146
Issue Date	2010-09-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/51720
Rights	© 2010 日本機械学会
Type	journal article
File Information	NKRA76-769_1139-1146.pdf



曲線状繊維によって強化された複合材積層板の応力集中最小化*

本田 真也^{*1}, 大渡 康介^{*2}, 成田 吉弘^{*1}

Minimization of Stress Concentration for Laminated Composite Plates with Curvilinearly Shaped Fibers

Shinya HONDA^{*3}, Kosuke OWATARI and Yoshihiro NARITA

^{*3} Graduate School of Engineering, Hokkaido University,
N13W8, Kita-ku, Sapporo-shi, Hokkaido, 060-8628 Japan

The equivalent stress concentration of laminated composite plates reinforced by curvilinear fibers is minimized with respect to fiber geometries under uniaxial tensile load. Projection of contour lines in cubic-polynomial is used to represent curvilinear geometry of fibers, and this description makes it possible to tolerate multi-valued function without solving simultaneous equations, typically seen in the process of using the spline function. The finite element method is employed with the eight-node quadrilateral isoparametric element for stress concentration analysis. In this FEM procedure, curvilinear fibers are approximated by assuming straight short fibers in each element. The optimum curvilinear fiber shapes are searched for minimizing the equivalent stress concentration using a simple genetic algorithm, and the coefficients of terms in cubic polynomial are used as design variables. In numerical examples, single-layer and angle-ply laminated composite plates are considered for different aspect ratios of circular holes. The optimized results show that the present plates with optimally shaped curvilinear fibers can make the equivalent stress concentration lower than those of the conventional plates with optimally oriented parallel fibers.

Key Words : Composite Material, Anisotropy, Stress Concentration, Finite Element Method, Optimum Design, Genetic Algorithm

1. 緒 言

近年、繊維強化複合材の生産技術の進歩によって、繊維の牽引方向を連続的に変化させ、曲線状の強化繊維を持つ材料の生産が可能となった。これは自動繊維束牽引法と呼ばれており、従来のフィラメントワインディング法と自動テープレイニング法の長所を組み合わせた手法である⁽¹⁾。この手法では、あらかじめ樹脂に浸した繊維をローラーで部材表面または積層面に圧着する。

複合材を曲線状繊維によって強化することにより、材料内で局所的な異方性が顕在化され、力学的特性がその繊維形状に大きく依存する。曲線状の強化繊維を持つ複合材は、その繊維形状を最適に設計することで、板内の異方性を最適に分布させることができ、特定の力学的要求に対して柔軟に対応可能な材料を実現し得る。このことから、従来の均一な異方性を示す平行繊維強化板と比較して、より優れた性能を有することが予想できる。ま

た最適化の観点から、曲線状繊維の形状を最適に設計することで、従来の平行繊維による配向角度のみの最適化問題と比較して、設計空間が大幅に拡大し、より広域的な最適解の存在が期待できる。

著者らの過去の研究⁽²⁾では振動に関する最適化のみを扱っていた。しかしながら、近年、複合材は航空宇宙分野などにおいて、二次構造材としてだけでなく、一次構造材として幅広く用いられるようになっており、静的な力学特性も重要となっている。とくに、主要な構造要素である平板には、配線など機能上の理由や軽量化を理由とした開孔部が存在する。このような開孔部を有する平板では、応力集中に起因する破壊の予測がより重要となっており、過去に様々な研究がなされている。

開孔部を有する複合材の応力集中に関して、Toubal ら⁽³⁾は単軸引張状態にある有孔板の応力集中について実験と解析の比較を行い、引張方向と材料主軸方向が同一の場合には両者がよく一致することを示した。Waish ら⁽⁴⁾は、開孔部の形状や位置による応力集中への影響を実験と解析の両面から調査した。Rezaeepazhand ら⁽⁵⁾は、応力関数を用いて数値的に解析を行い、開孔部の形状や繊維配向による応力集中への影響を調査した。Kumar ら⁽⁶⁾は、応力関数を用いて解析し、応力集中の緩

*原稿受付 0000 年 00 月 00 日

^{*1} 正員、北海道大学大学院工学研究院 (〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

^{*2} 北海道大学大学院工学研究院

E-mail: honda@eng.hokudai.ac.jp

和を目的とした開孔部形状の最適化を行った。

また、開孔部における応力集中の緩和を目的とした研究の中で、とくに曲線状繊維に代表される局所異方性板の繊維形状最適化に関する研究も過去になされている。Todoroki ら⁽⁷⁾は、ひずみエネルギー集中最小化を目的とし、遺伝的アルゴリズムを用いて要素ごとに独立した補強板の繊維配向角度を最適に設計した。Cho ら⁽⁸⁾は、ハイブリッド積層板において、Mises の相当応力最小化を目的とし、各要素の繊維配向角度を設計変数として最適化を行った。しかし、これらの研究では繊維配向の連続性を考慮していなかった。一方で Huang ら⁽⁹⁾は、Tsai-Wu の破壊指標の最小化を目的として、要素間の繊維配向角の連続性を考慮した無限円孔板の曲線状繊維形状を最適化した。しかし、各要素の繊維配向角度を設計変数にとることから、高負荷の計算となる問題点があった。

本報では、有孔複合材積層板における応力集中の緩和を目的とし、曲線状の繊維形状を最適に設計する。曲線状繊維の面内問題への適用可能性を評価するため、代表的な面内応力問題である円孔周りの Miese 応力集中を取り上げる。また、直線繊維複合材の円孔周りの応力集中に関しては、Tan ら⁽¹⁰⁾により解析解が与えられている。

曲線状繊維の表現には三次多項式関数を用い、この関数により与えられる曲面の等高線を底面に射影することで曲線形状を表現する。著者らのこれまでの研究⁽²⁾では、連続した曲線形状表現には一価のスプライン関数を用いており、局所異方性分布は平板の一方向に限定していた。しかし本報で用いる三次多項式関数による手法では、多価関数による繊維形状を表現できる。また、本手法による曲線形状の表現は、形状係数を任意に決定することで繊維形状を表現できるため、より適用範囲が広く効率的である。また有孔積層板の応力解析には有限要素法(FEM)を用いる。最適化手法には遺伝的アルゴリズム(GA)を用い、三次多項式関数の形状係数を設計変数とする。単層板とアングルプライ積層板について数値計算を行った結果、曲線状繊維により強化された板は、平行繊維板よりも低い応力集中を示した。

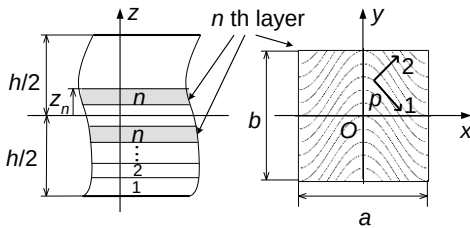


Fig.1 Cross-section and dimension of laminated rectangular plate.

2. 最適化問題と最適化手法

2・1 局所異方性板の面内剛性 図1のように全体が N 層からなる積層構成の平板を考え、第 n 層上面への中央面からの距離を z_n 、板の寸法を $a \times b \times h$ とする。さらに各層の材料主軸を繊維方向に 1 軸、繊維方向と垂直方向に 2 軸とし、1 軸が x 軸となす角を θ とする。各層での材料主軸方向の応力—ひずみ関係は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(n)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

となる。ただし、 $Q_{11} = E_1/(1-\nu_{12}\nu_{21})$ 、 $Q_{22} = E_2/(1-\nu_{12}\nu_{21})$ 、 $Q_{12} = \nu_{12}E_2/(1-\nu_{12}\nu_{21})$ 、 $Q_{66} = G_{12}$ (添字 n 省略) である。ここで E_1 、 E_2 、 G_{12} は、それぞれ n 層の 1、2 軸方向の縦弾性係数及びせん断弾性係数であり、 ν_{12} 、 ν_{21} は各方向のポアソン比である。式(1)を、第 n 層の点 p における繊維配向角度 $\theta_{n,p}$ だけ座標変換することで、 O - xy 座標に関する応力—ひずみの関係を

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n,p)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(n,p)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

と表すことができる。ここで、 $\bar{Q}_{ij}$ は各層の Q_{ij} を z 軸回りに $\theta_{n,p}$ だけ回転し変換した値であり、

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}l^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})l^2m^2 + Q_{22}m^4 \\ \bar{Q}_{12} &= Q_{12}(l^4 + m^4) + (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})l^2m^2 \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})l^2m^2 + Q_{22}l^4 \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})l^3m - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})lm^3 \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})lm^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})l^3m \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})l^2m^2 + Q_{66}(l^4 + m^4) \end{aligned} \quad (3)$$

である。ここで、 l 、 m はそれぞれ $\cos\theta_{n,p}$ 、 $\sin\theta_{n,p}$ を表す。

式(3)より、 $\bar{Q}_{ij}$ は $\theta_{n,p}$ に支配され、各層それぞれにおいて異なる値を持つことがわかる。また平行な繊維によって強化された従来の均一異方性板の場合は、 $\theta_{n,p}$ は各層において定数となるが、本報で扱う曲線状繊維で強化された板では、板中の位置で異なる値となる。

積層板の全板厚に対する、合応力—ひずみの関係は、式(2)を板厚に関して積分することで求まる。本報では対称積層に限定し、面内—面外の連成は無視するため、応力解析に必要な剛性は面内剛性のみとなり、合応力—ひずみの関係より以下のように求まる。

$$A_{ij} = \sum_{n=1}^N (z_n - z_{n-1}) \bar{Q}_{ij}^{(n,p)} \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (4)$$

この A_{ij} は板中で位置の関数となる局所的な面内剛性である。

2・2 曲線繊維形状の表現 曲線形状の表現には、レベルセット関数⁽¹¹⁾の概念を適用して、曲線よりも一次元高位な曲面を用いて、曲線の位相を定義する。本報では、任意曲面を以下の三次多項式を用いて表現する。

$$f(x, y) = c_{00} + c_{10}x + c_{01}y + c_{20}x^2 + c_{11}xy + c_{02}y^2 + c_{30}x^3 + c_{21}x^2y + c_{12}xy^2 + c_{03}y^3 \quad (5)$$

ここで、 $c_{ij}(i, j = 0, 1, 2, 3)$ は、曲面形状を決定する形状係数である。例えば、式(5)は図 2(a)のような曲面を表現する。繊維形状は、この曲面の等高線の二次元平面への射影により表す(図 2(b))。これにより、形状係数を任意に決定することで、様々な曲面形状が表現できる。

応力解析を行う FEM 計算に組み込む際に、図 2 に示された曲線状繊維を要素内に直接表現することは困難である。そこで、連続した曲線状繊維を離散化し、各要素内では直線繊維として扱う。要素内での繊維密度は一定とし、繊維配向角度 $\theta_{n,p}$ は、要素図心 (x_c, y_c) における等高線の接線方向を用い、

$$\theta_{n,p}(x_c, y_c) = \tan^{-1} \left(- \frac{\partial f / \partial x}{\partial f / \partial y} \right) \bigg|_{x=x_c, y=y_c} \quad (6)$$

から算出できる。これにより、各要素において異なる繊維配向角 $\theta_{n,p}$ が算出され、板内の連続した曲線繊維の方向を多数の要素にわたる線形近似により表現できる。

2・3 応力解析 最適化計算への適用のため、独自の FEM コードを用いて面内荷重に対する相当応力を算出する。本 FEM は円孔境界を精度よく表現するため、四辺形 8 節点アイソパラメトリック要素によりコーディングした。FEM 応力解析では、以下の支配方程式を解くことで変位を算出する。

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (7)$$

ただし、 $\{u\}$ は変位ベクトル、 $\{F\}$ は荷重ベクトルである。また、 $[K]$ は全体剛性行列で、要素剛性行列

$$[K_e] = \iint [B]^T [A][B] dx dy \quad (8)$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\} \quad (9)$$

から構成される。ただし、 $[A]$ は式(4)の面内剛性から成る行列、 $[B]$ はひずみ-変位行列である。式(7)を解くことで変位ベクトルが求まり、応力は、式(2)および式(9)から、

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [A]\{\varepsilon\} \\ &= [A][B]\{u\} \end{aligned} \quad (10)$$

に、各層において求めた変位を代入することで算出できる。なお本論文の最適化問題では、Von Mises の相当応力を目的関数とする。ここでは、面内変形のみ考慮しているため、以下の式で表現できる。

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{Von Mises}} &= \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x^2 + 6\tau_{xy}^2 \right\}} \\ &= \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \end{aligned} \quad (11)$$

2・4 繊維形状の最適化 曲線状繊維の繊維形状は式(5)で示された三次多項式関数の形状係数 c_{ij} により決定する。ただし、本報でアングルプライ積層板を扱う際には、「+層」は式(6)で定義される繊維形状を持ち、「-層」は x 軸に関して対称な繊維形状を持つ層とする。

最適化問題においては、複合材積層板の円孔付近における相当応力の最小化を目的とし、式(5)中の形状係数 c_{ij} を設計変数とする。制約条件は、 $-1 \leq c_{ij} \leq 1$ とし、 c_{ij} を 0.1 刻みに変化させた。以上により、本報の最適化問題は

$$\left. \begin{aligned} &\text{Minimize : } (\sigma_{\text{Von Mises}})_k \quad (k=1, 2) \\ &\text{Design variables :} \\ &c_{10}, c_{01}, c_{20}, c_{11}, c_{02}, c_{30}, c_{21}, c_{12}, c_{03} \quad (\Delta c_{ij} = 0.1) \\ &\text{Subject to : } -1 \leq c_{ij} \leq 1 \quad (i, j = 0, 1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

と定式化できる。ただし、 $k=1$ は「+層」を、 $k=2$ は「-層」を表しており、両層において $\sigma_{\text{Von Mises}}$ の最小化を行う。

最適解の探索には、単純でかつ幅広い応用範囲を持つ効果的な探索手法である、遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた⁽¹²⁾。ルーレット選択法で親個体を選択し、二点交叉と突然変異により子個体を生成し、エリート戦略を用いて世代交代を行った。なお、染色体長を抑えることを目的とし、遺伝子型は整数型とした。

3. 数値結果および考察

3・1 FEM 解析精度の検証 本報では CFRP(炭素繊維

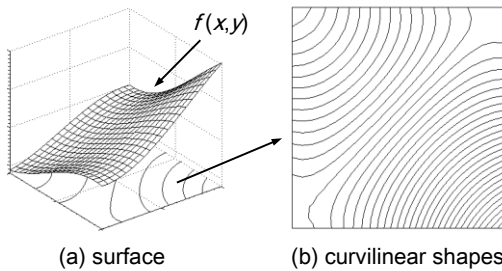


Fig.2 Example of a surface and corresponding fiber shapes.

維強化プラスチック)を対象に計算を行う。弾性定数は、 $E_1 = 138 \text{ GPa}$, $E_2 = 8.96 \text{ GPa}$, $G_{12} = 7.1 \text{ GPa}$, $\nu_{12} = 0.30$ とする。解析対象は単軸引張状態にある有孔板とし、図3に示す 1/4 モデルで解析を行う。寸法は、それぞれ $w = 0.1 \text{ m}$, $a = 0.05 \text{ m}$, $c = 0.7 \text{ m}$, $\sigma_x = 10 \text{ MPa}$ とし、板幅の 7 倍の板長を設定し、無限長の板を模擬している。また、対称軸上の辺では図3に示すようにそれぞれ x , y 方向の変位を剛に拘束する。

FEM の要素分割は、図4のように行い、節点数 1335, 要素数 400 とする。相当応力を最小化する範囲は円孔の周辺部 $0 \leq x \leq 0.1 \text{ m}$, $0 \leq y \leq 0.1 \text{ m}$ である。これは、予備数値実験の結果、最適化された繊維形状は $x > 0.1$ の範囲では+層、-層とも板の長手方向と平行となり、応力値もほぼ一様となるため、円孔付近の応力場には影響を与えないと判断したためである。また対称辺における繊維の連続性を考え、異なる拘束条件を有する3つのモデルに対して最適化を行う。まず繊維配向に拘束を与えない場合を、モデル A とする。次にモデル B は、繊維の分布対称性を考慮し、対称軸に垂直に配向する拘束 ($x = 0$ で $\theta = 0^\circ$, $y = 0$ で $\theta = 90^\circ$) を与える。モデル C は、対称軸に平行となるように拘束 ($x = 0$ で $\theta = 90^\circ$, $y = 0$ で $\theta = 0^\circ$) する。さらに、孔形状の偏平化(楕円化)による影響を調べるため、孔のアスペクト比(a/b)を 1, 2, 5 と変化させて最適化計算を行った。

はじめに本解析で用いた FEM コードの妥当性を確認するために、本手法と Tan⁽¹⁰⁾による解析解による結果を比較する。この理論では、開孔比(a/w)による応力集中の変化を求めることが可能である。比較のための解析対象は単層 0°平行繊維板として、孔のアスペクト比は $a/b = 1$ (円孔)とする。この場合、応力集中係数($K = (\sigma_{\text{Von Mises}})_{\text{Max}} / \sigma_x$)は

$$\frac{K^\infty}{K} = \frac{3(1-a/w)}{2+(1-a/w)^3} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{w} M \right)^6 (K^\infty - 3) \left[1 - \left(\frac{a}{w} M \right)^2 \right] \quad (13)$$

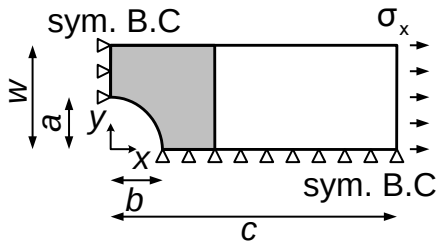


Fig.3 Dimensions and boundary condition of the model.

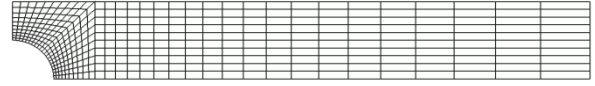


Fig.4 Finite element model employed in the present study.

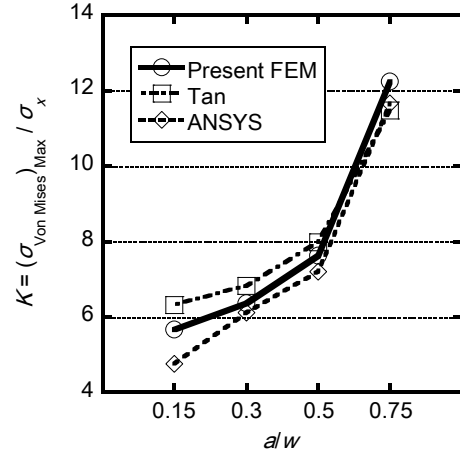


Fig.5 Stress concentration factors of single-layer plates (0°) with different ratios of the opening-to-width parameter (a/w) by the present FEM, ANSYS and Tan's solution⁽¹⁰⁾.

となる。ただし、 M は

$$M^2 = \frac{\sqrt{1-8 \left[\frac{3(1-a/w)}{2+(1-a/w)^3} - 1 \right]} - 1}{2(a/w)^2} \quad (14)$$

で表すことができる。ここで、 K^∞ は無限円孔板での応力集中係数を表している。材料主軸と引張方向が一致した繊維配向角度 0° の場合は

$$K^\infty = 1 + 2 \sqrt{\frac{E_1}{E_2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{E_1 E_2}}{G_{12}} - 2(1 + \nu_{12} \nu_{21}) \right) \right\}} \quad (15)$$

と表すことができる。

応力集中係数 K の比較を図5に示す。なお、本結果と Tan⁽¹⁰⁾による解に加えて、汎用有限要素法ソフト (ANSYS)による結果とも比較している。図5から、本報の解析対象とした開孔比($a/w = 0.5$)では、本FEMは汎用FEMソフトとTanの解析解の中間に位置する値であり、十分な計算精度であると判断できる。

3・2 単層板における繊維形状最適化 本節では、単層板に対して最適化計算を行う。孔のアスペクト比 (a/b)を 1, 2, 5 と変化させ、円孔形状の偏平化による影響を調べる。図6から8は単層板について、それぞれ応力集中係数の比較、孔付近の正方形領域での相当応力の分布、同じ領域の最適化された繊維形状を与える。

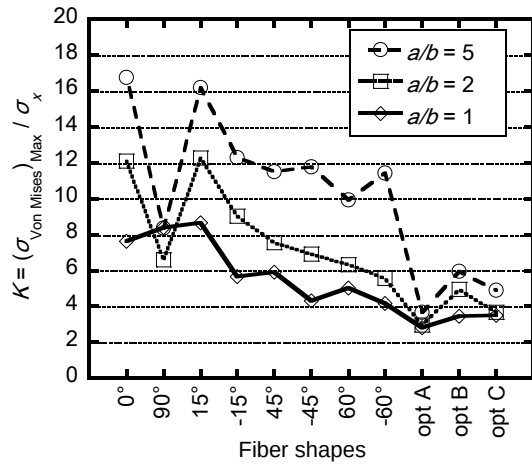


Fig.6 Stress concentration factors ($K = (\sigma_{\text{Von Mises}})_{\text{Max}} / \sigma_x$) of the present plates and conventional plates with parallel fibers (single-layer plates).

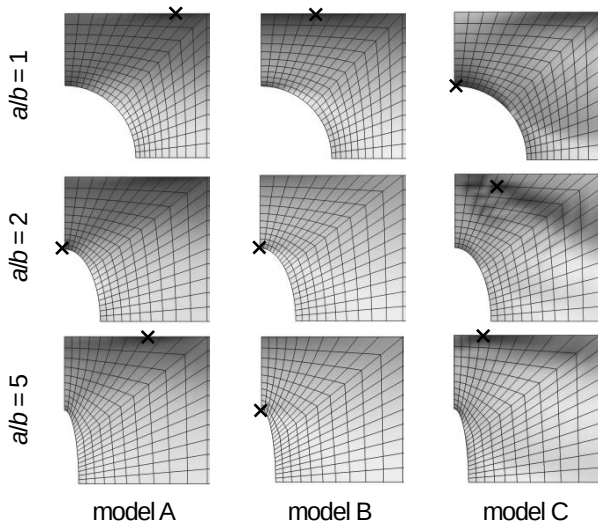


Fig.7 Von Mises stress distribution of optimized fiber shape (single-layer plates).

図 6 の横軸は、平行繊維によって強化された従来の板(0° から -60° まで 8 種類), およびモデル A, B, C に関して最適化された曲線状繊維を持つ板(opt A, opt B, opt C)を示し、縦軸は応力集中係数 K を示す. 平行繊維板の繊維配向角度は 0° , 90° , $\pm 15^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 60^\circ$ を採用した. この図より、曲線状繊維板は平行繊維板と比較して、全てのモデル A, B, C において、低い応力集中係数値を示しており、曲線状繊維は応力集中の緩和に有効であることが示された. また全てのアスペクト比において、最も低い応力集中係数を与えたのは拘束条件のないモデル A である.

図 7 には、応力集中係数 K を最小化する最適な曲線状繊維板における相当応力の分布を示す. なお、色が濃いほど相当応力の値が大きく、「x」は最大相当応力点を示している. 本図の曲線状繊維板の結果を、平行繊維

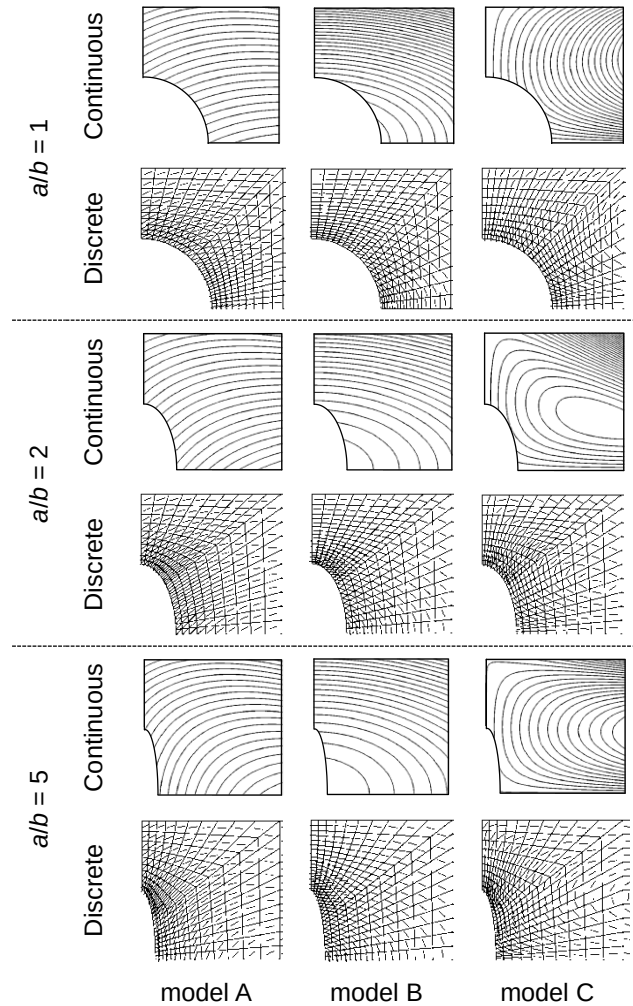


Fig.8 Optimum fiber shapes (single-layer plates).

板の分布図(省略)と比較すると、ある程度以上の大きさの相当応力が広範囲に分布している. また最大相当応力点が、円孔の端部より右上部に位置する場合が、孔の偏平比 $a/b = 1$ (model A, B), $a/b = 2$ (model C), $a/b = 5$ (model A, C) において見られた. これから曲線状繊維は、一般に応力を広く分散させる効果を持つことが理解できる.

図 8 は、図 7 の応力分布を与える最適な曲線形状を表す. Continuous は最適化により得られた係数 c_{ij} を用いて式(5)により表現した曲面の等高線の射影図であり、Discrete は、FEM 計算に適用するために、式(6)を用いてそれらを要素毎に離散化し、連続的に変化する繊維配向として表したものである. 各モデルを比較すると、モデル A では対称性の制約がないため、 x, y 軸の対称軸に繊維が斜交している. モデル B では、対称性を考慮した結果、全てのアスペクト比において孔の周囲で閉じた繊維形状となっている. モデル C の繊維形状は対称軸に平行であり、「C」字状の曲線形状である. モデル B とは異なり開いた繊維形状であるが、図 7 に示すモデル

Cの応力分布を見ると、アスペクト比 $a/b = 2$ では、急激な繊維配向の角度変化によって、不連続な応力分布を示している。この結果から、実用的な最適解を得るには、要素間の急激な角度変化を回避する、すなわち3次曲面 $f(x, y)$ の極値を設計領域に含めないための制約条件等が必要であることがわかった。また、図8からアスペクト比の大小に拘らず各モデルの繊維形状は類似しており、アスペクト比による繊維形状への影響は小さいことがわかる。Hungら⁽⁹⁾は、無限有孔板に関してTsai-Wuの破壊指標を目的関数として最適化を行った結果、繊維形状は円孔に沿って配向し、同心円状となる結果を示している。しかしながら、本研究では、図8のモデルBのように引張り方向に繊維形状が引き延ばされた楕円形状の結果が得られた。これは、本研究の板モデルが有限幅であるためと考察できる。

3.3 アングルプライ積層板における繊維形状最適化

前節では単層板の最適化を行ったが、面外剛性の利用など、他の力学的特性を考慮した場合に設計の自由度が広い積層板が有利である。そこで本節では、対称8積層アングルプライ板に関して最適化の適用例を与える。単層板と同様、孔のアスペクト比(a/b)を1, 2, 5と変化させ、円孔形状の偏平化による影響を調べる。

図9から11は積層板について、それぞれ応力集中係数の比較、孔付近の正方形領域での相当応力の分布、同領域の最適化された繊維形状を与える。

図9は、従来の平行繊維積層板、および曲線状繊維による積層板の応力集中係数 K を示す。ただし、 K は最大値を与える層での値とする。平行繊維板の積層構成は、 $[(0/90)_2]_s$, $[0/\pm 45/90]_s$, $[(\pm 15)_2]_s$, $[(\pm 45)_2]_s$, $[(\pm 60)_2]_s$

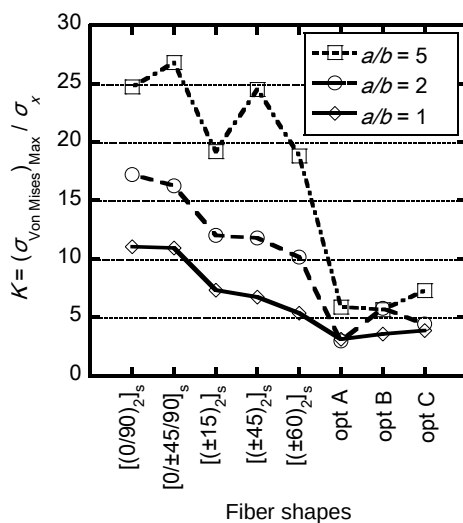


Fig.9 Stress concentration factors ($K = (\sigma_{\text{Von Mises}})_{\text{Max}} / \sigma_x$) of the present plates and conventional plates with parallel fibers (angle-ply laminated plates).

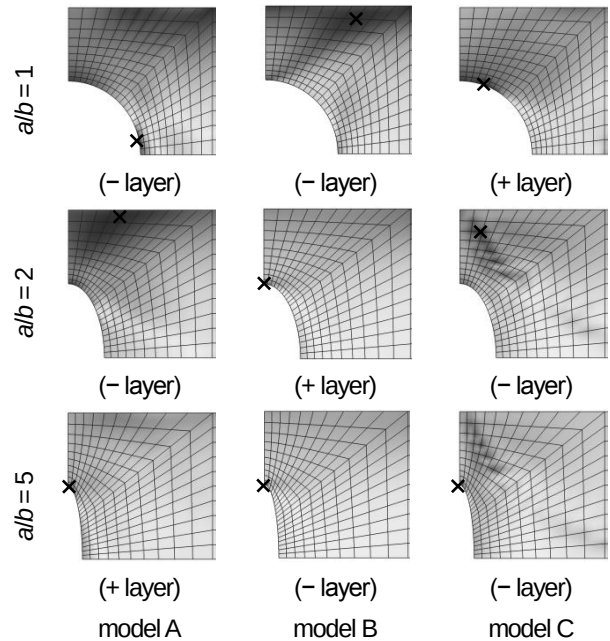


Fig.10 The Von Mises stress distribution of optimized fiber shape (angle-ply laminated plates).

の6種類を採用した。曲線状繊維による最適な積層板は、平行繊維板と比較して、低い応力集中係数を示しており、曲線状繊維は積層板においても応力集中の緩和に有効であることが明らかになった。

図10は、最適な曲線形状において、最も高い応力集中を示した層の相当応力分布を示す。最大応力点は孔の端部に表れるモデルが多く、応力も単層板と比較して広範囲に分散していない。

単層板の図8と同様に、図11に積層板の最適な繊維形状を示す。これは単層板のように一つの層のみを最適化するのではなく、アングルプライ積層において、繊維形状の異なる「+層」と「-層」の両層を同時に最適化している。すなわちアングルプライ積層板では、単層板における最適な繊維形状を「+層」として与えても、対で現れる「-層」の応力集中が高くなってしまうため、両層の応力集中を最小化させる場合に、単層板ほど応力が広く分散しない。このことから、高アスペクト比の積層板では、単層と比較して、応力集中が緩和しにくいことが明らかになった。また単層板と同様に、全てのアスペクト比において、最も低い応力集中を示したのは拘束条件のないモデルAである。モデルBでは孔の周囲に閉じた繊維形状となり、モデルCが実用的な解を与える点も同様な結果である。しかし本節のモデルCでは、高アスペクト比($a/b = 2, 5$)における閉じた繊維形状によって、不連続な応力分布となっている。このことから、急激な角度変化を回避する制約条件等が単層板と同様に必要であることが示唆された。

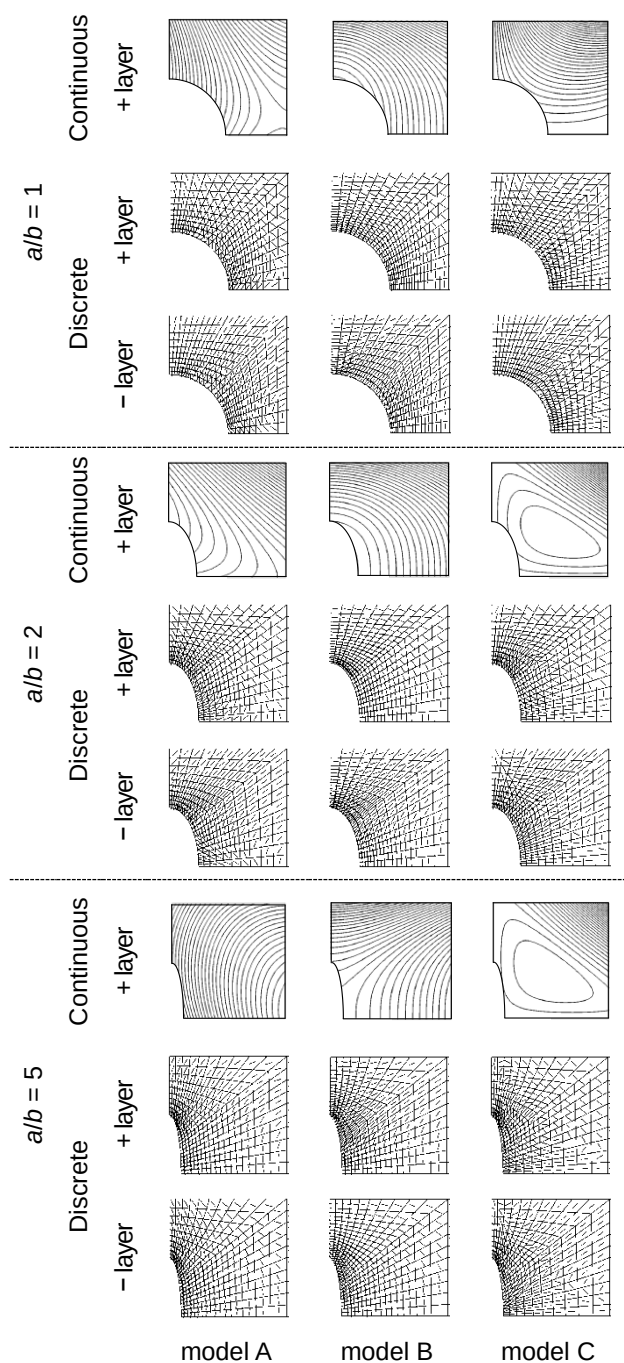


Fig.11 The optimum fiber shapes (angle-ply laminated plates).

次に、アスペクト比による影響について考える。各モデルの繊維形状は、「+層」だけに着目すると、アスペクト比5の場合のみ異なる傾向に見える。しかしながら、アスペクト比5の「-層」が他の「+層」と同じ傾向を示している。このことから、アングルプライ積層板においても、アスペクト比による影響は小さいことが示された。また、単層板と同様に高アスペクト比の場合、曲線状繊維は閉じた形になり、製造に有利な単純な繊維形状は得られなかったが、応力集中の緩和には効果的であること

が明らかになった。本研究では、代表的な面内応力問題である有限幅板の有孔板に関して最適設計を行うことで、曲線状繊維の面内応力問題における優位性を確認できた。しかしながら、構造部材全体として耐力の向上や、破壊強度の向上など、より実用的な構造に適用するためには更なる検討が必要である。

4. 結 言

孔を有する複合材単層板とアングルプライ積層板における応力集中の軽減を目的とし、最適な曲線状強化繊維の形状の設計法を提案した。曲線状繊維の表現には三次多項式関数を用い、有限要素法(FEM)により相当応力分布を求めた。その三次多項式関数の形状係数を設計変数とし、遺伝的アルゴリズム(GA)を用いて最適な形状を探索した。

数値計算の結果、単層板において曲線状強化繊維を用いることで、孔の周囲の応力集中が緩和できることを示した。アングルプライ積層板においても、単層板と比較すると、効果はやや限定的だが応力集中を緩和できることができた。また、単層板とアングルプライ積層板に共通して、円孔が高アスペクト比の場合、最適解として急激な角度変化を有する繊維形状や、閉じた繊維形状といった製造上にやや実用的ではない解が得られた。以上、全体を通じて曲線状繊維が応力集中の緩和に効果的であることが定量的に示され、曲線状繊維の構造部材への適用の可能性を示唆した。

謝 辞

本研究は科学研究費補助金 (2136105)の助成を受けて実施されたものであり、ここに感謝を表す。

参考文献

- (1) Lopes, C. S., Gürdal, Z. and Camanho, P. P., Variable-stiffness Composite Panels: Buckling and First-ply Failure Improvements over Straight-fibre Laminates, *Computers & Structures*, Vol. 86 (2008), pp. 897-907.
- (2) Honda, S., Narita, Y. and Sasaki, K., Maximizing the Fundamental Frequency of Laminated Composite Plates with Optimally Shaped Curvilinear Fibers, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol. 3, No. 6 (2009), pp.867-876.
- (3) Toubal, L., Karama, M. and Lorrain, B., Stress Concentration in a Circular Hole in Composite Plate, *Composite Structures*, Vol. 68 (2005), pp. 31-36.
- (4) Waish, T. J. and Ochoa, O. O., Composites with Multiple Cutouts, *Composite Structures*, Vol. 24 (1993), pp. 117-124.
- (5) Rezaeepazhand, J. and Jafari, M., Stress Analysis of Perforated Composite Plates, *Composite Structures*, Vol. 71 (2005), pp. 463-468.
- (6) Kumar, R. R. and Rao, G. V., Normal Stress Distribution Adjacent to Optimum Holes in

- Composite Plates, *Composite Structures*, Vol. 29 (1994), pp. 393-398.
- (7) Todoroki, A., Watanabe, K. and Kobayashi, H., Application of Generic Algorithms to Stiffness Optimization of Laminated Composite Plates with Stress Concentrated Open Holes, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, A edition*, Vol. 60, No. 573 (1994), pp1266-1271 (in Japanese).
 - (8) Cho, H.K. and Rowlands, R.E., Reducing Tensile Stress Concentration in Perforated Hybrid Laminate by Genetic Algorithm, *Composites Science and Technology*, Vol. 67 (2007), pp. 2877-2883.
 - (9) Huang, J. and Haftka, R.T., Optimization of Fiber Orientations near a Hole for Increased Load-carrying Capacity of Composite Laminates, *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 30 (2005), pp. 335-341.
 - (10) Tan, S. C., Finite-Width Correction Factors for Anisotropic Plate Containing a Central Opening, *Journal of Composite Materials*, Vol. 22 (1988), pp. 1080-1097.
 - (11) Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A. M., Structural Optimization using Sensitivity Analysis and a Level-set Method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 194, (2004), pp. 363-393.
 - (12) Riche, L. R. and Haftka, R. T., Optimization of Laminate Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm, *AIAA Journal*, Vol. 31, No.5 (1993), pp.951-956.