



Title	回転球に作用する負のマグナス力の数値解析
Author(s)	武藤, 昌也; 坪倉, 誠; 大島, 伸行
Citation	日本機械学会論文集. B編, 77(775), 781-792
Issue Date	2011
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/52225
Rights	© 2011 日本機械学会
Rights(URL)	https://www.jsme.or.jp/
Type	journal article
File Information	NKRB77-775_781-792.pdf



回転球に作用する負のマグナス力の数値解析*

武藤 昌也^{*1}, 坪倉 誠^{*1}, 大島 伸行^{*1}

Numerical Simulation of Negative Magnus Force on a Rotating Sphere

Masaya MUTO^{*1}, Makoto TSUBOKURA and Nobuyuki OSHIMA

^{*1} Division of Space and Mechanical Engineering, Hokkaido University
Kita 13 Nishi 8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido, 060-8628 Japan

Flow characteristics and fluid force on a sphere rotating along with axis perpendicular to mean air flow were investigated using Large Eddy Simulation (LES) at two different Reynolds numbers Re_p of 1.0×10^4 and 2.0×10^5 . As a result of simulation, opposite flow characteristics around the sphere and displacement of the separation point were visualized depending on the Reynolds number even though rotation speed according to the Reynolds number is the same. When the sphere rotates at some specific rotation velocity and at $Re_p = 1.0 \times 10^4$, flow characteristics agree with the flow field explained in the Magnus effect. While sphere rotates at the same rotation velocity while increasing Re_p to 2.0×10^5 , separation point moves in opposite direction and wake appears in the different direction. The reason of the negative Magnus force was discussed in terms of the boundary layer transition on the surface.

Key Words : Boundary Layer, Transition, Separation, Large-eddy simulation

1. 緒 言

一様流と垂直な軸周りに回転する球にはマグナス力が働くことが知られている。マグナス力は、球の回転に伴って境界層近くの流線上の速度が非軸対称化することにより、球表面の一様流と垂直な方向に圧力差が生じ、図1のように揚力が発生するものである⁽¹⁾。一方、球表面の境界層が層流状態から乱流状態へ遷移するレイノルズ数付近では、特定の回転数範囲でマグナス力と逆向きの揚力が発生するとの報告がいくつかの実験計測よりなされており、負のマグナス力と呼ばれている⁽¹⁾。ここで、式(1)のように、無次元回転数 Γ を定義する。式(1)中の D_p , ω , U_0 はそれぞれ球の直径、回転角速度、一様流速度である。

$$\Gamma = \frac{D_p \omega}{U_0} \quad (1)$$

Maccoll⁽²⁾や高見ら⁽³⁾の実験結果によれば、負のマグナス力は無次元回転数 Γ が 0.1 から 0.3 程度の範囲の値を取るときに発生することが報告されている。Taneda⁽¹⁾はこの現象を球表面の境界層の乱流遷移問題と結びつけて議論している。しかしながら、この現象が発生するレイノルズ数範囲は実験によって異なり^(1, 2, 3, 4)、現象が十分解明されているとは言えない。これは、回転する球表面近くの流れ場、あるいは球にかかる流体力の実験計測が容易でないためと推測される⁽⁵⁾。一方、数値解析による試みはこの問題に対して有効であると期待されるが、境界層の遷移が生じるような高レイノルズ数領域での球周りの流れを扱うことは容易でなく、近年でも Yun *et al.*⁽⁶⁾や Constantinescu and Squires⁽⁷⁾による静止球周りの解析結果の報告が散見される程度である。また、Yun *et al.*や

* 原稿受付 0000 年 00 月 00 日

^{*1} 正員, 北海道大学大学院 工学研究院 (〒060-8628 北海道札幌市北区北十三条西八丁目)

E-mail: masayam@eng.hokudai.ac.jp

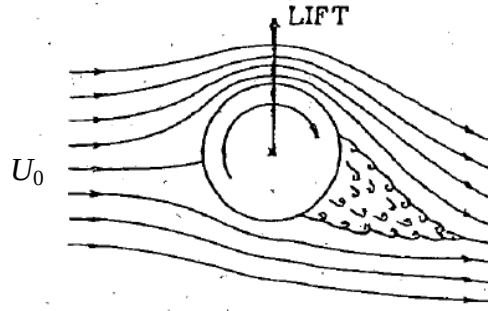


Fig. 1 Ordinary Magnus lift in a uniform flow⁽¹⁾

Constantinescu and Squires はともに軸対称な円筒座標系に従う解析格子を用いており，球表面の空間解像度が非一様，一様流，方向に特異点を持つなどの数値解法上の問題が避けられない。

本論文では，非構造有限体積法に基づくラージエディシミュレーション (LES) を用いることでこれらの問題を克服し，球表面から境界層が層流剥離するレイノルズ数が 1.0×10^4 のときと，境界層の遷移に伴い抗力の急激な減少が生じる臨界レイノルズ数に近い 2.0×10^5 の場合に球周りの気流解析を行い，一様流と垂直な軸周りの球の回転が周囲の流れ場および揚力に与える影響について詳細に調べた結果を報告する。

2. 記号

Re_p	: レイノルズ数 $= D_p U_0 / \nu$ [-]
D_p	: 球の直径 [m]
U_0	: 球周りの一様流速度 [m/s]
Γ	: 球の無次元回転数 [-]
ω	: 球の回転角速度 [rad/s]
C_D	: 抗力係数 [-]
C_L	: 揚力係数 [-]
C_p	: 圧力係数 [-]
φ	: 上流渦み点からの角度 [deg]
δ_B	: 境界層厚さ [mm]
t	: 実時間 [s]
t^*	: 無次元時間 $= U_0 t / D_p$ [-]
x, y, z	: 流れ場の座標 [m]

3. 解析手法

3・1 解析領域

本解析で用いた解析領域の概略図を図2に示す。解析領域は三次元矩形流路状であり，上下左右の壁面および流入，流出口から構成される。領域の中心に固定された直径 44.7 mm の滑球周りの流れ場が解析される。解析格子は，球表面近傍および壁面近傍においてプリズム要素，その他は四面体要素で空間的に分割されている。領域内の総要素数はレイノルズ数が 1.0×10^4 ， 2.0×10^5 のときそれぞれ，およそ 500 万要素，4,000 万要素である。球表面近傍の各要素の様子を図3に示す。なお，球は一様流と垂直な y 軸の正方向に対して時計回りに回転する。

3・2 基礎方程式

本非圧縮性気流解析に用いる LES の基礎方程式，すなわち粗視化した速度，圧力に対する連続の式および Navier-Stokes 方程式は式(2), (3)のようになる。式中の添字 i は方向を表し， ρ , ν はそれぞれ流体の密度[kg/m³]，動粘性係数[m²/s]である。

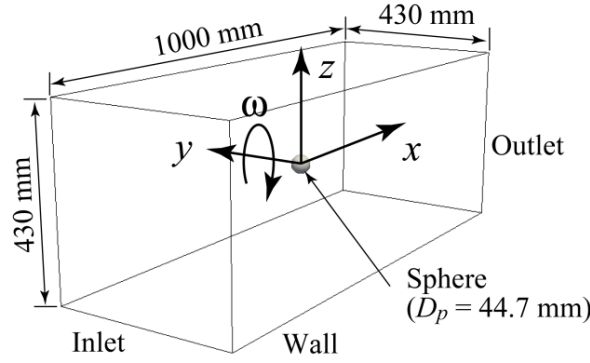


Fig. 2 Geometry of computational domain

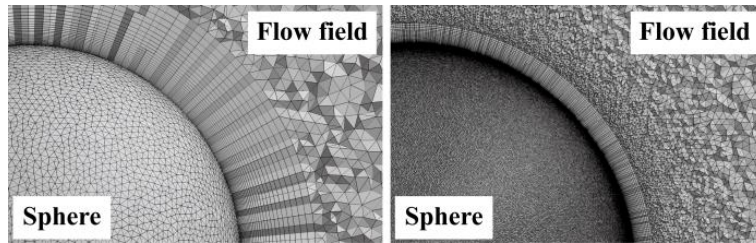


Fig. 3 Spatial resolution near the sphere
(left: $Re_p=1.0 \times 10^4$, right: $Re_p=2.0 \times 10^5$)

Table 1 Physical and numerical condition

Density ρ [kg/m ³]	1.205	
Kinematic viscosity ν [m ² /s]	1.5×10^{-5}	
Inlet velocity U_0 [m/s]	3.41	67.114
Reynolds number Re_p [-]	1.0×10^4	2.0×10^5

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \tau_{ij} \right) \quad (3)$$

ここで、 τ_{ij} は粗視化操作に伴って生じる乱流粘性項であり、本解析でのモデリングには Germano⁽⁸⁾によって提案され、Lilly⁽⁹⁾によって修正されたダイナミック Smagorinsky モデルを適用した。

3・3 離散化手法

数値解析コードには、文部科学省 IT プログラム“革新的シミュレーションソフトウェアの研究開発”において開発された非構造有限体積法による非定常乱流解析コード FrontFlow/red⁽¹⁰⁾を改良して用いた。FrontFlow/red では、時間進行アルゴリズムに SMAC 法を用いている。本解析の時間積分法には運動量に対して一次精度 Euler 陰解法を用いた。また、対流項、粘性項の空間離散化には二次精度中心差分法を用いた。ただし、対流項のみ一次精度風上差分スキームが 5%含まれている。

3・4 解析条件

本解析における気体の物性値および二種類のレイノルズ数条件を表 1 に示す。球の回転速度 Γ は、過去の実験において負のマグナス力が確認されている近傍の、 $\Gamma=0, 0.2, 1.0$ を与えた。

3・5 境界条件

本解析における境界条件として、流入側には一様な流入速度を与え、出口側では速度勾配のない自由流出条件を用いた。また、矩形流路側面には滑り条件を与えた。球の表面は滑り無し条件とし、 y 軸周りの球の回転は回転速度を表面の速度境界条件として与えることにより再現した。

3・6 層流境界層厚さ

本解析では、球周りの層流境界層厚さに関する解析解⁽¹¹⁾に基づき、上流澱み点から 90 度下流における境界層厚さ δ_B を $\delta_B = 3\sqrt{(D_p/2)\nu/U_0}$ と見積もった。本解析で用いた直径が 44.7 mm の球の場合、 δ_B は、レイノルズ数が 1.0×10^4 、 2.0×10^5 のときそれぞれ、0.94 mm、0.21 mm となる。これに対して後述する解析格子は、球の半径方向の空間解像度として壁面第一層の厚さがおよそ $\delta_B/20$ となるようにした。また、球の周方向については δ_B と同程度とした。半径方向の解像度について従来研究と比較すると、本研究は上流澱み点から 90 度の位置において、Yun *et al.*⁽⁶⁾ の二倍、Constantinescu and Squires⁽⁷⁾の 1/5 程度の解像度である。ただし、両者ともに円筒座標系による解析領域を用いているため、その他の領域では本解析格子の方が空間解像度およびその一様性は高いと考えられる。

3・7 数値解析コードおよび解析格子の検証

本研究では、球表面の層流、乱流剥離の性状を高精度に捉えることが重要である。そこで、球の抗力が急激に変化するレイノルズ数の前後、すなわち層流剥離を示す $Re_p = 1.65 \times 10^5$ と、境界層が乱流遷移した後の $Re_p = 3.18 \times 10^5$ の静止球の実験値を検証データとして、本解析コードと解析格子の精度検証を行う。層流剥離域の $Re_p = 1.0 \times 10^4$ と、境界層が層流から乱流へ遷移する $Re_p = 1.6 \times 10^5 \sim 2.4 \times 10^5$ における抗力係数 C_D および静止球の球表面圧力係数 C_p 分布の解析結果を図 4、5 に示す。抗力係数 C_D は式(4)で算出される。 F_D 、 A はそれぞれ抗力[N]と球の投影断面積[m²]である。

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 A} \quad (4)$$

図 4 から、本解析結果は、臨界レイノルズ数における抗力の急激な減少を捉えており、過去の実験結果を良好に予測している。また、図 5 から、 $Re_p = 1.0 \times 10^4$ のとき、解析結果は $Re_p = 1.65 \times 10^5$ の実験結果と良く一致している。球の C_D は $Re_p = 2 \times 10^3 \sim 2 \times 10^5$ の間ではほぼ一定の値を取ることから、解析結果が物理現象を良好に再現していると考えられる。一方、 $Re_p = 2.0 \times 10^5$ のときは、 $\varphi = 92$ 度で一度剥離した流れが $\varphi = 98$ 度で再付着する様子が捉えられており、図 4 に示した抗力係数の結果と併せて、境界層の乱流遷移過程であると考えられる。また、 $Re_p = 1.6 \times 10^5$ での解析結果は境界層が層流状態の結果に近づくこと、 $Re_p = 2.4 \times 10^5$ での解析結果は剥離、再付着の間の圧力増加が $Re_p = 2.0 \times 10^5$ の場合と比較して顕著でなくなり、剥離点の下流への移動とともに $1-9/4 \times \sin^2 \varphi$ で表されるポテンシャル流中の圧力分布に近づいている。以上より、本解析結果がレイノルズ数の増大に伴う境界層の乱流遷移、剥離点の移動といった物理現象を良好に再現していると考えられる。

4. 解析結果と考察

4・1 流体力の統計平均値

初期条件として球内部を除く解析領域全体に一様流速を与えた状態とし、流体力が時間的に一定の値へ漸近した時点から $t^* \sim 10$ 程度の解析結果を用いて時間平均値を取得した。図 6 には、各レイノルズ数条件について、球の無次元回転数 Γ に対する揚力係数 C_L の変化を示す。揚力係数 C_L は次式で算出される。

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 A} \quad (5)$$

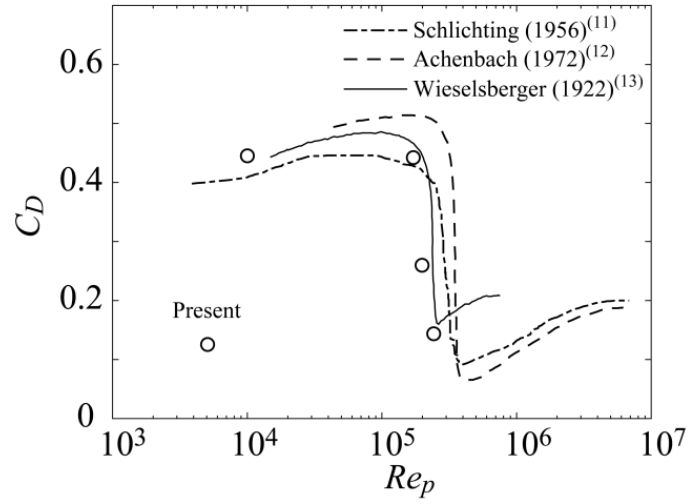


Fig. 4 Drag coefficient C_D of sphere around drag crisis region

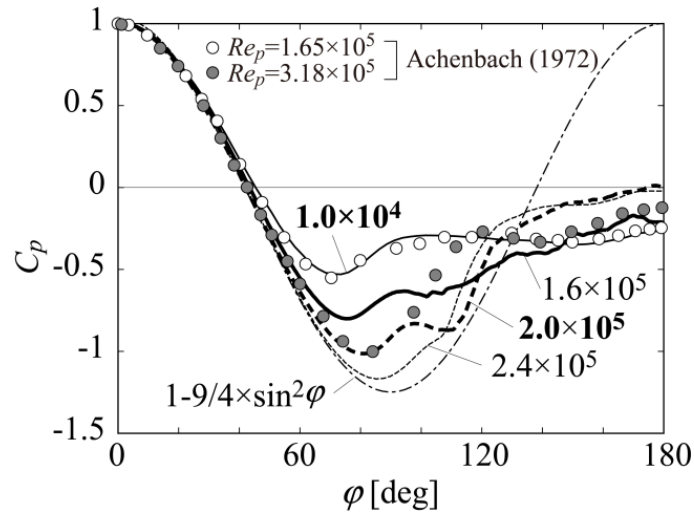


Fig. 5 Averaged pressure coefficient on the sphere surface

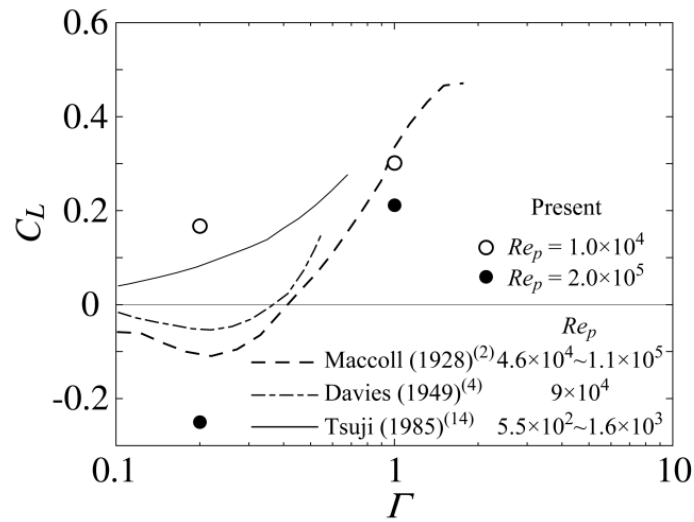


Fig. 6 Lift coefficient C_L of rotating sphere for different Re_p

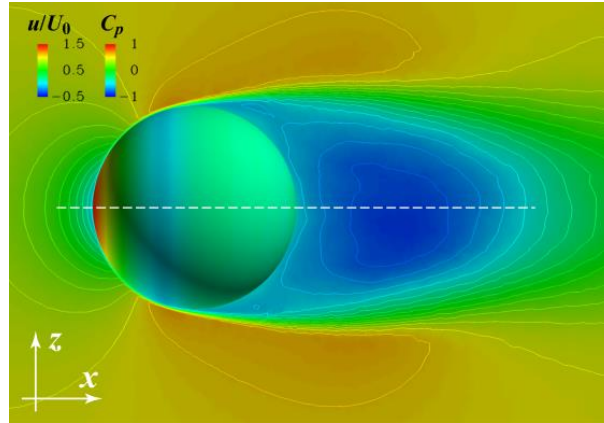


Fig. 7 Averaged velocity distribution ($Re_p = 1.0 \times 10^4$, $\Gamma = 0$)

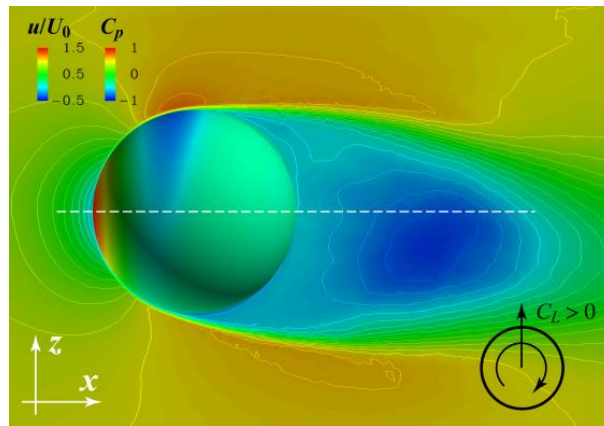


Fig. 8 Averaged velocity distribution ($Re_p = 1.0 \times 10^4$, $\Gamma = 0.2$)

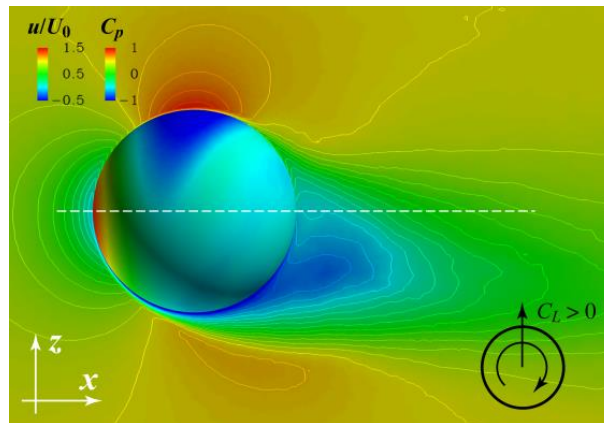


Fig. 9 Averaged velocity distribution ($Re_p = 1.0 \times 10^4$, $\Gamma = 1.0$)

F_L は球の回転軸 (y 軸) に垂直な方向の揚力[N]とする。図 6 より, $Re_p = 1.0 \times 10^4$ では, 回転数 Γ の増加に伴い C_L が単調増加する傾向を示し, 球表面の境界層が層流状態であると考えられる Tsuji *et al.*の計測⁽¹⁴⁾と定性的に一致している。一方, $Re_p = 2.0 \times 10^5$ では C_L は $\Gamma = 0.2$ において一度負の値を取り, その後増加に転じている。これは負のマグヌス力を報告した Maccoll⁽²⁾や Davies⁽⁴⁾による結果と定性的に一致する。ただし, Maccoll が計測を行ったレイノルズ数は $4.6 \times 10^4 \sim 1.1 \times 10^5$, Davies は 9×10^4 であり, 負のマグヌス力の発生するレイノルズ数については, 今後より詳細な検討が必要であると思われる。特に現在報告されている負のマグヌス力の実験データは比較的古いものが多く, 球の表面粗さや接近流の乱れの影響等, 追実験による検証が望まれる。

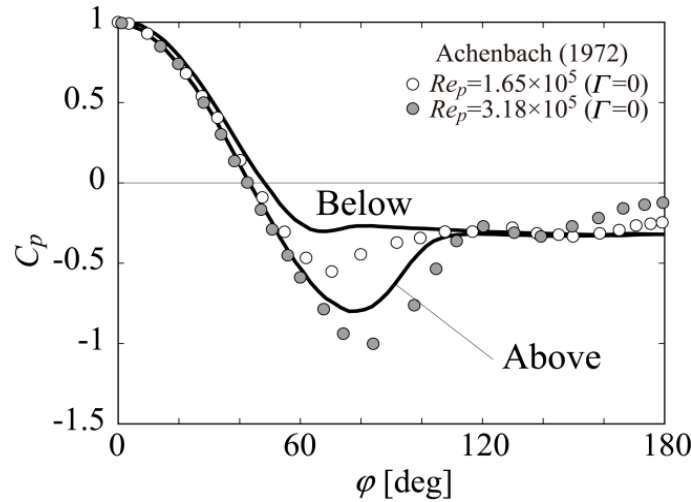


Fig. 10 Averaged pressure coefficient on the sphere surface
($Re_p = 1.0 \times 10^4$, $\Gamma = 0.2$)

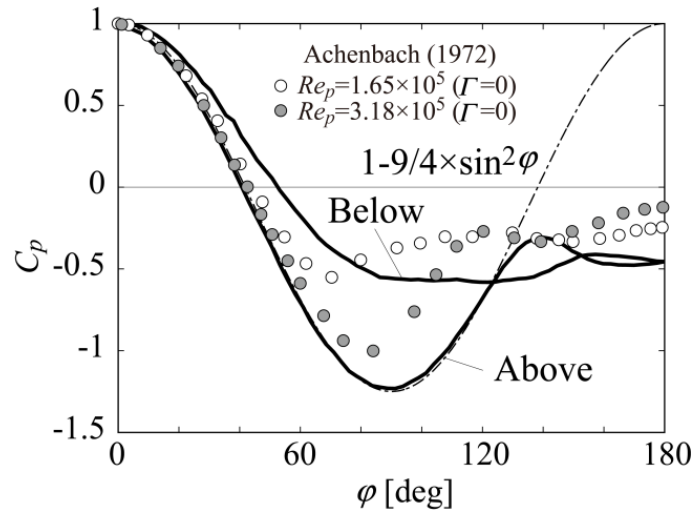


Fig. 11 Averaged pressure coefficient on the sphere surface
($Re_p = 1.0 \times 10^4$, $\Gamma = 1.0$)

4・2 球周囲の流れ場 ($Re_p = 1.0 \times 10^4$ の場合)

図 7 から 9 に、球の回転軸に垂直な中心断面での一様流方向無次元速度の時間平均分布を示す。球表面には圧力係数 C_p の分布を示す。圧力係数 C_p は式(6)で算出される。式中の P は球表面の動圧[Pa]である。

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (6)$$

また、図 10, 11 に上流滞み点を 0 度とした $y = 0$ 断面内の圧力係数分布をプロットする。図 7 から 9 より、回転速度 Γ の増大に伴い後流領域が z 方向負の方向へ傾き、 z 方向正側の球表面の圧力係数が減少している様子が分かる。これは図 1 に示したマグヌス力の特徴を示している。また、図 10, 11 から、球表面が一様流と同じ向きに回転する側 (図 10 の Above) では剥離点位置が図 5 と比較して下流に移動し、逆向きに回転する側では剥離点が上流に移動する様子が見られる。特に $\Gamma = 1.0$ の場合には、球の Above 側において球表面と一様流との相対速度が 0 に近づくため、ポテンシャル流れの圧力分布と上流滞み点から広範囲で一致している。これらの剥離点の移動はいずれも、境界層付近の流れと剥離点が粘性によって回転方向に引き寄せられたためと考えられる。

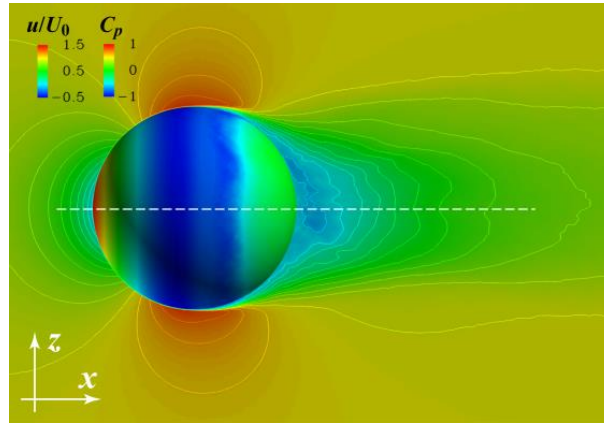


Fig. 12 Averaged velocity distribution ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 0$)

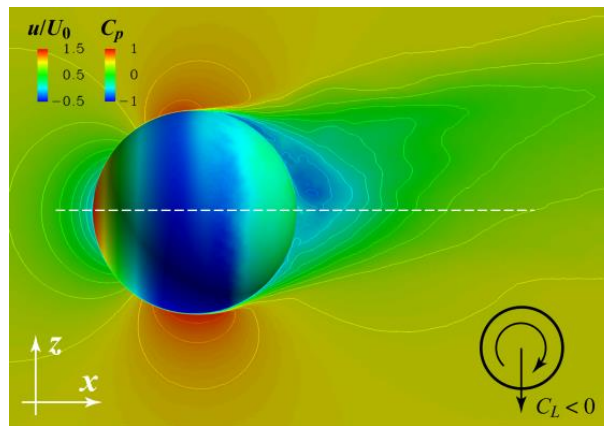


Fig. 13 Averaged velocity distribution ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 0.2$)

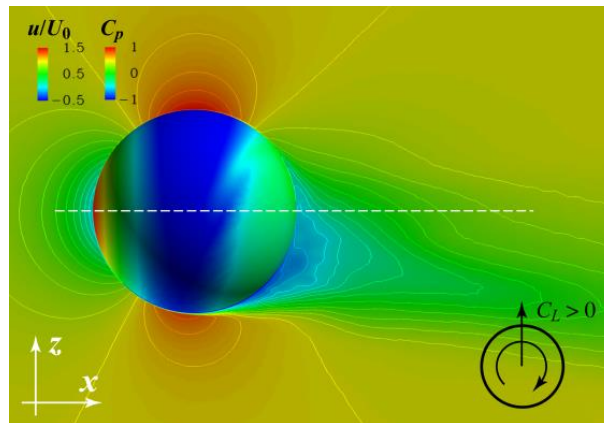


Fig. 14 Averaged velocity distribution ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 1.0$)

4・3 球周囲の流れ場 ($Re_p = 2.0 \times 10^5$ の場合)

図 12 から 14 に、回転軸に垂直な中心断面での一様流方向無次元速度の時間平均分布を示す。球表面には圧力係数 C_p の分布を示す。また、図 15, 16 に上流淀み点を 0 度とした $y = 0$ 断面内の圧力係数分布をプロットする。図 12 の球表面圧力分布には、図 5 に見られた上流淀み点から 92 度における層流剥離に伴う圧力上昇 (ポテンシャル流れの圧力分布からの乖離) と 98 度における再付着に伴う圧力低下 (ポテンシャル流れの圧力分布への近づき) の特徴が見られる。しかしこの特徴は球の回転に伴い、一様流との相対速度が小さくなる図 13 や図 14 の z 方向正側の球表面では見られなくなる。これは球表面で局所的なレイノルズ数が減少することによると考えられ、

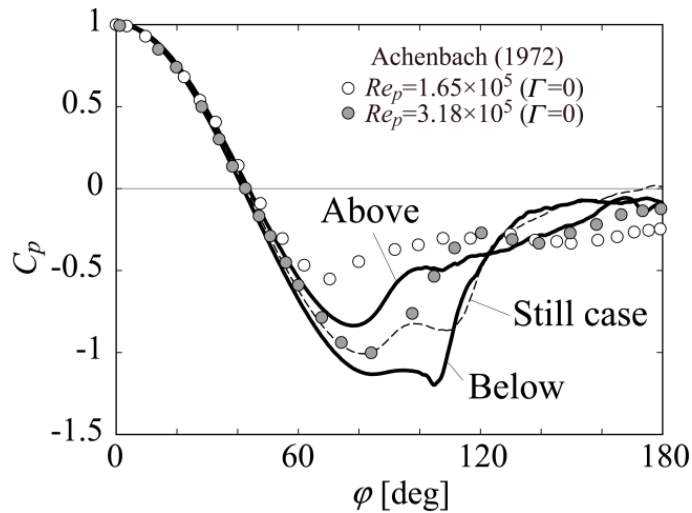


Fig. 15 Averaged pressure coefficient on the sphere surface
($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 0.2$)

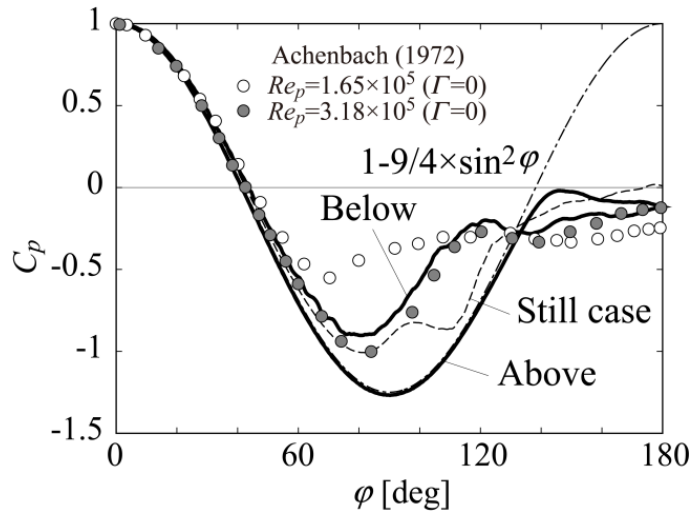


Fig. 16 Averaged pressure coefficient on the sphere surface
($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 1.0$)

$\Gamma = 0.2$ のときには $Re_p = 1.65 \times 10^5$ の静止球の実験値へ近づき層流剥離状態に類似した圧力分布となり (図 15 の Above), また, $\Gamma = 1.0$ のときにはポテンシャル流れに類似した圧力分布となる (図 16 の Above) ことから理解できる. さらに, このことに伴い剥離点の位置が, $\Gamma = 0.2$ の場合には上流へと移動し, $\Gamma = 1.0$ の場合には下流へと移動する. 一方, 一様流との相対速度が大きくなる z 方向負側の球表面では, $\Gamma = 0.2$ のときの圧力係数 C_p は, 無回転の場合と比較して, 剥離, 再付着がともに下流で発生することを示しており, また圧力係数の増加量が小さい (図 15 の Below). これは, 境界層の乱流遷移に伴い, 剥離および剥離渦の領域が抑制されていることを示していると考えられる. また, $\Gamma = 1.0$ のとき, C_p 分布は $Re_p = 3.18 \times 10^5$ の静止球の実験計測結果に近づいており (図 16 の Below), これは境界層が乱流遷移を生じたためと考えられる.

図 17 から 19 には, 回転軸に垂直な面内 ($y = 0$) の瞬時一様流方向無次元速度分布を示す. 図 18 より, 球が $\Gamma = 0.2$ で回転するとき, z 方向正側の球表面近くの流速分布は空間的に変動しているものの, 表面の圧力分布の空間変動は図 17 と比較して小さくなり, 局所的なレイノルズ数の減少に伴う層流化を裏付けている. また, $\Gamma = 1.0$ で回転するときには, z 方向正側ではポテンシャル流れに近くなるため, 球表面近くの流速分布および球表面の圧力分布ともに空間的な変動は見られなくなる.

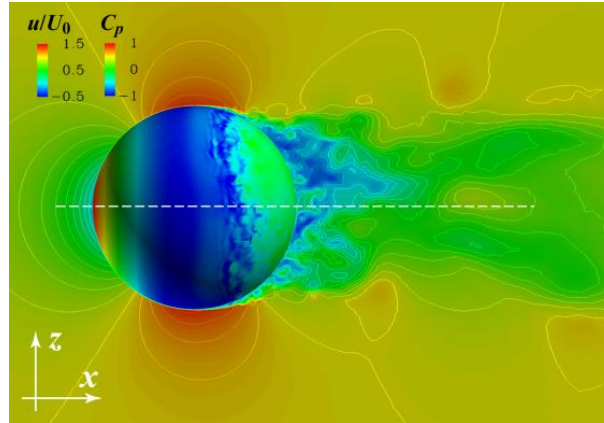


Fig. 17 Velocity distribution ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 0$)

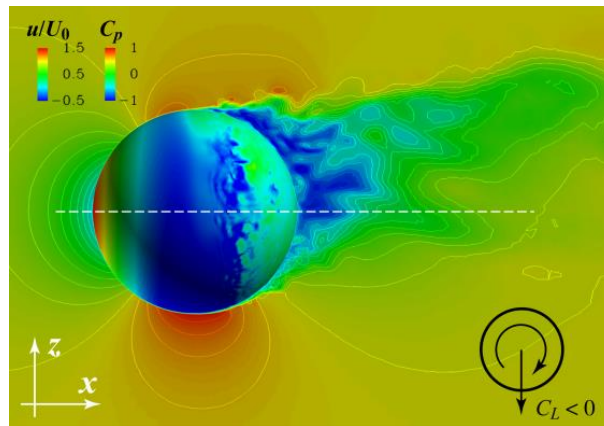


Fig. 18 Velocity distribution ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 0.2$)

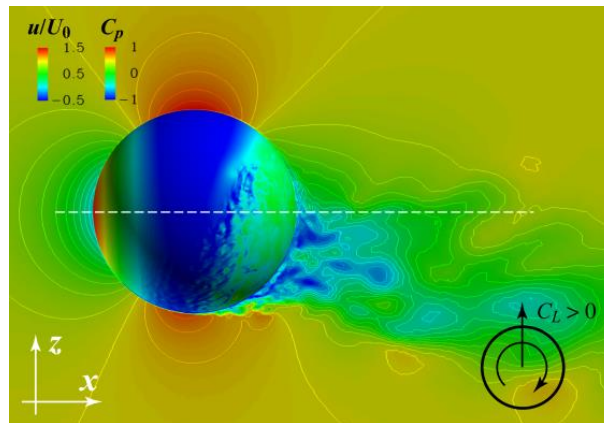


Fig. 19 Velocity distribution ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 1.0$)

図 20 と 21 には、球表面の一樣流方向のせん断応力が 0 となる瞬時の等値線 (赤線)、速度勾配の第二不変量の等値面を示す。各図とも前方から 90 度付近に見られる等値線が層流剥離点を、二本目に現れる等値線が再付着点を示している。図 20 の静止球の場合には、 x 軸回りにほぼ空間的な変動のない層流剥離、再付着が生じ、その下流において x 軸回り周方向に軸を持つような渦、続いて一樣流方向に拡散してゆく渦の発生が見られる。一方、図 21 の回転球の場合には Above 側では層流剥離、再付着の下流において渦の発生が見られ、静止球の場合と類似した様相であるのに対して、Below 側では一度目の剥離と共に渦の発生が見られ、球の回転によって層流状態が維持されていない事が分かる。

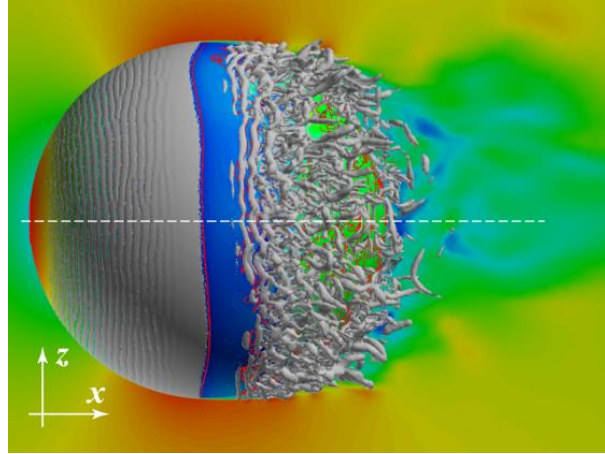


Fig. 20 Iso-surface of second invariance of velocity gradient ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 0$)

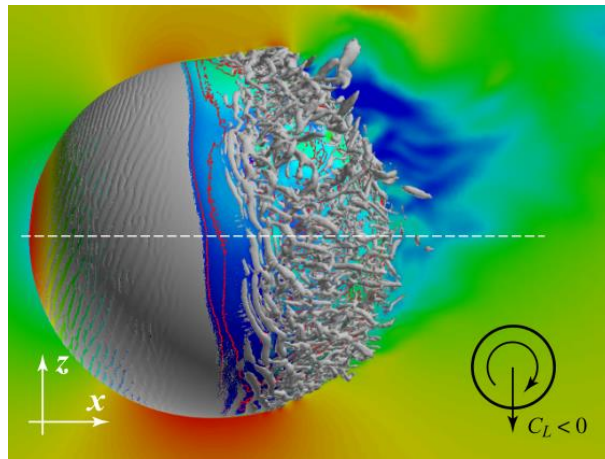


Fig. 21 Iso-surface of second invariance of velocity gradient ($Re_p = 2.0 \times 10^5$, $\Gamma = 0.2$)

4・4 負のマグナス力の発生についての考察

前節までの流れ場の可視化結果と球の表面圧力分布から、負のマグナス力の発生について考察を行う。レイノルズ数が 2.0×10^5 で $\Gamma = 0.2$ で回転するとき、4.3 節で述べたように、一様流と同じ向きに移動する球表面においては境界層の層流化が促されるため、静止球の場合と比較して剥離位置が上流へ移動すると考えられる。一方、一様流と逆向きに移動する球表面においては相対速度の増加による境界層の乱流化が促されることにより、剥離が抑制され圧力係数の大きさが減少し、剥離と再付着の位置は下流へ移動する。これは、乱流化による剥離位置の下流への移動が、粘性による上流への引き寄せに対して大きく作用しているためと推測される。この後さらに球の回転数が増加し $\Gamma = 1.0$ に達すると、レイノルズ数が 1.0×10^4 のときと同様に流体の粘性によって、一様流と逆向きに移動する球表面の剥離位置は回転方向に引き寄せられると考えられ、一方で、一様流と同じ向きに移動する球表面においては流れがポテンシャル流れに近づくため、剥離位置が回転方向に移動すると考えられる。Maccoll⁽²⁾や Davies⁽³⁾の計測では、用いた球表面の粗さや風洞の一様流に含まれる速度変動が球の回転による境界層の乱流遷移を促進し、本解析条件に対してより小さなレイノルズ数で負のマグナス力を発生したと考えられる。

5. 結 言

臨界レイノルズ数より十分小さいレイノルズ数 (1.0×10^4) と、近いレイノルズ数 (2.0×10^5) において、一様流と垂直な軸回りに回転する球にかかる流体力を、数値シミュレーションを用いて調べた。まず、静止球で既存の実

験値と比較を行った結果、臨界レイノルズ数前後の層流剥離、乱流剥離の性状が捉えられていることを確認した上で、次の結論を得た。

- 1) 球が回転する場合、低レイノルズ数条件下では、回転数の増大に伴い揚力係数が増大し、マグナス力が捉えられた。一方、高レイノルズ数条件下では、無次元回転数 Γ が 0.2 のときには負の値を取り、 $\Gamma = 1$ のときには転じて正の値を取った。この負のマグナス力の発生は、一様流と同じ向きに移動する球表面において相対速度の減少による境界層の層流化が促され剥離点が上流へ移動し、一様流と逆向きに移動する球表面において相対速度の増加による境界層の乱流化が促され剥離点が下流へ移動し、表面圧力の回復が小さいためと考えられる。
- 2) 従来、数値シミュレーションを用いて負のマグナス力の発生を予測した研究報告はほとんど見られず、本研究により同揚力発生時の空間的な流れ場の一部が明らかにされた。

謝 辞

本研究の数値解析には東京大学情報基盤センターのスーパーコンピュータ SR11000 システムを使用した。また本研究は科研費(C)20560143 の助成を受けたものである。各位に付して謝意を表する。

文 献

- (1) Taneda, S., Negative Magnus Effect, *Report of Research Institute for Applied Mechanics*, Vol. 5, No. 20, (1957), pp. 123-128.
- (2) Maccoll, J.W., Aerodynamics of a Spinning Sphere, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol. 28, (1928), pp. 777-798.
- (3) 高見圭太, 宮寄武, 姫野龍太郎, “バックスピンする球体に働く負のマグナス力 ~飛翔実験による測定~”, *ながれ*, Vol. 28, (2009), pp. 347-356.
- (4) Davies, J.M., The Aerodynamics of Golf Balls, *Journal of Applied Physics*, Vol. 20, (1949), pp. 821-828.
- (5) Briggs, L.J., Effect of Spin and Speed on the Lateral Deflection (Curve) of a Baseball; and the Magnus Effect for Smooth Spheres, *American Journal of Physics*, vol. 27, (1959), pp. 589-596.
- (6) Yun, G., Kim, D. and Choi, H., Vortical structures behind a sphere at subcritical Reynolds numbers, *Physics of Fluids*, Vol. 18, No. 015102, (2006).
- (7) Constantinescu, G. and Squires, K., Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes, *Physics of Fluids*, Vol. 16, No. 5, (2004), pp. 1449-1466.
- (8) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Physics of Fluids A*, Vol. 3, No.7, (1991), pp. 1760-1765.
- (9) Lilly, D.K., A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Physics of Fluids A*, Vol.4, No.4, (1992), pp. 633-635.
- (10) Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, “*Revolutionary Simulation Software*”, (Next-generation IT program sponsored by Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology) <http://www.rss21.iis.u-tokyo.ac.jp/>
- (11) Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, (1955), McGraw-Hill.
- (12) Achenbach, E., Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 54, No. 565, (1972), pp. 565-575.
- (13) Wieselsberger, C., Weitere Feststellungen über die Gesetze des Flüssigkeits und Luftwiderstandes, *Physikalische Zeitschrift*, Vol. 23, (1922), pp. 219-224.
- (14) Tsuji, Y., Morikawa, Y. and Mizuno, O., Experimental Measurement of the Magnus Force on a Rotating Sphere at Low Reynolds Numbers, *Trans. ASME, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 107, (1985), pp. 484-488.