



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	金融危機前後の価格変動分布に現れる確率的規則
Author(s)	室田, 光晶
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	学士(情報科学)
Issue Date	2012-02-22
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/52279
Type	bachelor thesis
File Information	Murota_BachelorThesis2011.pdf



金融危機前後の価格変動分布に現れる確率的規則



室田 光晶

北海道大学 工学部情報エレクトロニクス学科 情報工学コース 混沌系工学研究室

平成 23 年度 卒業論文

目次

1 はじめに	1
1.1 背景: 危機直後の株式市場の動き	1
1.2 地震学におけるゲーテンベルグ・リヒター則と大森則	1
1.3 本論文の構成	2
2 ミクロ・モデル: イジング模型	2
2.1 イジング模型とエネルギー関数	2
2.2 有限サイズでの磁化 m の分布	3
3 データ解析手法	4
3.1 コルモゴロフ-スミルノフ検定	5
3.2 ジニ係数	6
3.2.1 指数分布におけるジニ係数	6
3.3 確率構造	8
4 実データ解析による検証結果	8
4.1 KS 検定	9
4.2 ジニ係数	11
4.3 確率構造	11
5 考察	12
6 まとめ	13

1 はじめに

1.1 背景: 危機直後の株式市場の動き

市場経済は様々な要因によって左右される。市場経済において金融価格等の数字が動く理由を探る研究は前世紀初頭のバシュリエの博士論文 [1] にさまでさかのぼる。彼は株価がランダムであることを数学的に指摘し、その動きをブラウン運動として定式化した。1905 年のアインシュタインの有名なブラウン運動の理論公表より 5 年も前のことであった。現在でも、株価等の金融商品の価格は完全なランダムではなく、そこにはより複雑な数学的法則性があることがわかっており、様々なアプローチで研究が進められている。

市場経済、特に株式市場は企業の発展や衰退によって変動する。株を売る人と買う人のバランスが保たれているとき株式市場は安定するが、ひとたび、世界規模の大事件が起こった際には一気にその価格が下がり、「暴落」してしまうことがある。この「現象」は直観的には、株を保有することに危険を感じ、株を売る人が買う人をはるかに上回るためであると理解できる。

2008 年 9 月 15 日アメリカ合衆国の投資銀行であるリーマン・ブラザーズが破綻し、これが世界的金融危機（世界同時不況）の引き金となった。このいわゆる「リーマンショック」直後には日本でも例外でなく株価は下落した。また、2011 年 3 月 11 日東日本大震災が発生し、日本の株価は軒並み下落した。特に福島第一原子力発電所の一連の事件により、東京電力の株価は暴落した。これらの事件では、株を売る人と買う人の比率が株式市場のバランスを保つことが出来るある境界線を越えてしまったために株価が暴落したと考えられる。

どのようなメカニズムで株価暴落という現象がおきるのか、そのようなクラッシュを特徴づけることによって、そうした金融危機を未然に防げないか、を考えることはグローバル化された経済システムにとって重要な作業であるように思われる。その原因を知る手がかりの一つとして、ミクロモデルで金融危機をシミュレートすることが挙げられる。株価暴落の原因を計算機上で再現/検証することで、市場経済の動向を読み解くのに役立つことができる。

そこで本研究では、株価暴落のメカニズム解明のため、東日本大震災後の市場の動きに注目した。市場動向を解析するにあたっては、価格変動幅の分布に着目した。

金融市場とは関係がないように見える地震学においては、グーテンベルク・リヒター則が知られており、大きな地震の後の余震のエネルギー（マグネチュードではない）分布はベキ分布となることが知られている。このような物理量のスケール普遍性とのアナロジーを考えると、金融市場の「大地震」である金融危機後には、株価変動幅の分布にもスケール不変なベキ則が現れるのではないかと期待できる。そこで、本研究では、具体的に東日本大震災後における日経平均の変動幅 $|\Delta m|$ の分布がベキ分布となるのではないかと仮説を立て、それについて検証を試みた。

1.2 地震学におけるグーテンベルグ・リヒター則と大森則

地震学においては、次の所謂グーテンベルグ・リヒター則が広く知られている。

$$\log N(m) = a - bm \quad (1)$$

ここに、 $N(m)$ は m より大きなマグネチュードをもつ自身の起きる頻度であり、ここでパラメータ b は b 値 (b -value) と呼ばれる量で、1 程度の値をもつことが知られている。

さて、マグネチュードは地震のもつエネルギー ε を対数スケールで測ったものであるから、両者には $\log \varepsilon \propto m$ なる関係があり、この定義から上記のグーテンベルグ・リヒター則をエネルギー ε

を用いて書き直すことができる。つまり、 ϵ より大きなエネルギーを有する地震の発生頻度は次のべき則:

$$N(\epsilon) = \epsilon^{-\alpha} \quad (2)$$

で与えられる。 $N(\epsilon)$ はエネルギー ϵ のエネルギーを持つ累積分布 $P(\epsilon)$ と $P(\epsilon) = 1 - N(\epsilon)$ で関係付けられる。

一方、本震後の余震の起きる頻度 (単位時間あたりの余震数) に関しては、下記の大森則 (修正大森則):

$$N(t) = \frac{K}{(t+c)^p} \quad (3)$$

が知られている。従って、余震の発生頻度 (単位時間あたりの余震数) $N(t)$ は時間の経過とともにべき則に従って減少することになる。従って、金融危機以後においてもやはり、上記のようなべき則性が金融市場に現れると考えてもおかしくない。

そこで、次の対応関係を考えてみることにする。

マグネチュード $\Leftrightarrow$ 価格変動の絶対値 $|m|$

地震本震 $\Leftrightarrow$ 金融危機におけるクラッシュの価格変動

余震 $\Leftrightarrow$ クラッシュ後の中小価格変動

以降では、上記の対応関係の妥当性を検証する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は下記の通りである。第 2 節ではマイクロ・モデルとしてイジング模型を導入する。第 3 節では実データの解析方法について説明する。第 4 節ではマイクロ・モデルからの知見を念頭に実データ解析を行う。第 5 節で結果の考察を行い、第 6 節でまとめる。

2 ミクロ・モデル: イジング模型

本研究では、マイクロ・モデルとしてイジング模型を想定する。これは周りの行動に依る確率的な意思決定のシミュレーションをすることのできる数理模型である。

2.1 イジング模型とエネルギー関数

ミクロなエージェントの意思決定を記述するシンプルな数理モデルとして、イジング模型が広く知られている。詳細は今年度の日向野俊輔氏の卒業論文 [10] を参照して頂くとして、ここでは、この模型について簡単に説明するにとどめたい。

この模型では、エネルギー関数が

$$E(s) = -\frac{J}{N} \sum_{i,j=1}^N S_i S_j - h \sum_{i=1}^N \sigma_\tau S_i \quad (4)$$

で定義される。 S_i は 2 次元正方格子点 i 上のスピンド、自由度は $+1$ と -1 の 2 つのみである。 σ_τ は市場情報を表し、これも $+1$ と -1 の 2 つの値のみを取る。

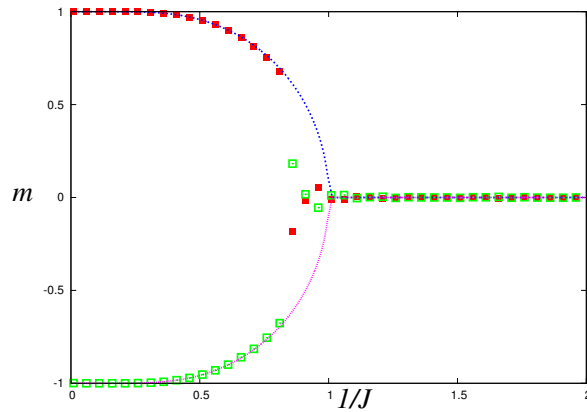


図 1: J を変化させた時の m の長時間平均. 点線/破線は厳密解. 点群は $N = 100$ の計算機実験の結果.

h は自銘柄情報強度とであり, 過去のその株価の上下がトレーダに影響を与える度合いを示している. これは株価のクラッシュ時にはゼロになることが知られている (詳細は日向野氏の卒論参照).

J は協調強度であり, 周りのトレーダの行動がトレーダ本人に影響を与える強さを表す. クラッシュ時にはこの J は臨界点の 1 へと向かうことが知られている. よって, クラッシュ時には式 4 の第 2 項はゼロとなるため以降は

$$E(s) = -\frac{J}{N} \sum_{i,j=1}^N S_i S_j \quad (5)$$

としてよく, 以下ではこの式に基づいて考察する.

2.2 有限サイズでの磁化 m の分布

この模型で計算機実験を行う. 具体的な手続きは下記の通りである.

まず, 各スピンの符号を変えることで新しいエネルギーの値を計算する. スピンの符号を変える前後のエネルギーを E_1, E_2 とし前後でのエネルギー差 $\Delta E = E_2 - E_1$ を求める. $\Delta E < 0$, つまり, エネルギーが減少する場合は符号の変化を採用する. $\Delta E > 0$, つまり, エネルギーが増加する場合でも $e^{-\Delta E/J}$ の確率で符号の変化を採用する.

この手続きを繰り返すことによって出来る S の状態を次の「磁化」

$$m = \frac{1}{N} \sum_i S_i \quad (6)$$

として測定することで, 株価の価格変動を生成することができる. 上で述べたようにクラッシュ時には J が臨界点の 1 に近づいていくため, J の値を大きな値から 1 へと変化させて, m に関するデータを回収する.

J の値を固定し, m の長時間平均を求めるという操作を J の変化に対してプロットすると図 1 のようになる. 横軸が $1/J$ で縦軸が m の長時間平均である. 協調強度 J が大きくなり, $1/J$ が 0 に近づくと, トレーダーは同じ行動をとるようになり, m の平均は $+1$, または, -1 に極めて近い値をとる. $1/J$ を大きくしていくと, $1/J = 1$ で相転移が起こる. 協調強度が転移点を超えて小さく $1/J$

が大きくなると、トレーダーはランダムに行動するようになり、 m の平均はほぼゼロとなっている。これより、協調強度 J がより小さい値の時は、 m の取る値の振れ幅は小さいと考えられる。そのため、大きな m の出る確率は低く、 m が大きくなるに従い、その出現確率は指数的に減衰していくと考えられる。これより、平時の株価の価格変動の分布は指数的だと予想出来る。

一方、クラッシュ時に近づいていく J が 1 の付近では、 m の振れ幅は大きくなっている。大きな m の出る確率も上昇し、結果、様々なスケールの m が出現することで、価格変動の分布はベキ則に従うのではないか、と考えられる。

以上の結果より、株価の価格変動の分布は、

$$(\text{平時}) \text{ 指数分布} \implies (\text{危機時}) \text{ ベキ分布}$$

となると仮説を立てる。

では実際に $J = 1$ の時の m (または Nm) の分布がどのようなになっているかを見てみる。結果は

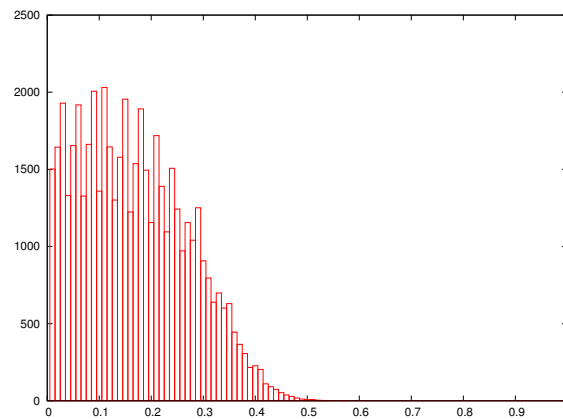


図 2: $J=1$ の時の m の分布のヒストグラム。

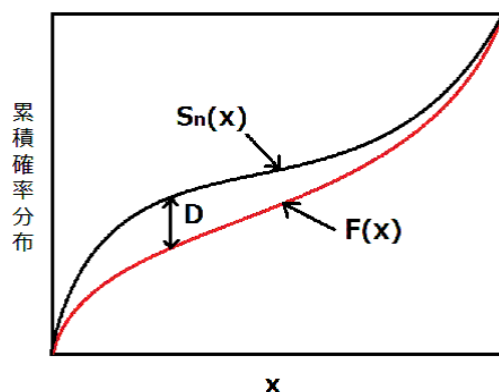
図 2 の様な分布になる。このヒストグラムの概形からは分布を特定できないため、次節で詳細に検証していく。

3 データ解析手法

本論文では次に挙げる 3 つの解析手法を用いる。

- コルモゴロフ・スミルノフ検定 (KS 検定)
- ジニ係数
- 条件付き確率構造

以下順に詳しく説明をする。

図 3: 累積確率分布の差の絶対値 D .

3.1 コルモゴロフ-スミルノフ検定

コルモゴロフ-スミルノフ検定 (以下 KS 検定と略記) は連続分布に適用することができる。帰無仮説を立て、KS 検定統計量を求め、その値によって帰無仮説が棄却されるか否かを決定する。1 標本 KS 検定では、帰無仮説を「ある標本 X が 1 次独立変数の既知の確率密度関数 $f(x)$ と一致している」ということを帰無仮説とする。以下で検定統計量と検定の方法を述べていく。

検定したい標本 X の累積確率分布を $S_n(x)$ とし、既知の確率密度関数 $f(x)$ の累積確率分布 $F(x)$ とする。ここで累積確率分布とは、確率分布の x を順に足し合わせて求める値で、 $[0, 1]$ 間を右肩上がりに値が変わっていく分布である。これらは次の式で求めることができる。

$$S(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(x) \quad (7)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy \quad (8)$$

上記の 2 つの累積確率分布を比べ、差の絶対値の最大値である D を求める。

$$D = \max_{(x)} |S(x) - F(x)| \quad (9)$$

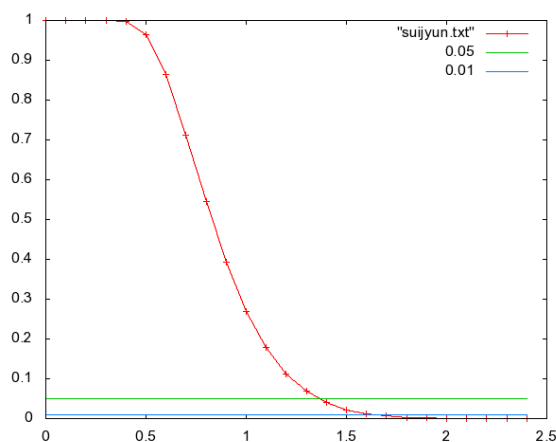
図で書くと図 3 のようになる。

標本個数 N と D を用いて $D\sqrt{n}$ を計算する。KS 検定はこの $D\sqrt{n}$ を検定統計量として用いる。 $D\sqrt{n}$ は以下の式で示される分布に従う。

$$Q_{KS}(z) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \exp(-2i^2 z^2) \quad (10)$$

グラフは図 4 のようになる。これにより帰無仮説の棄却か否かを判定する。

有意水準 5 % の場合、式 (10) で表わされる $Q_{KS}(z)$ が 0.05、つまり $z = 1.36$ となる。 $D\sqrt{n}$ の値が 1.36 以上なら帰無仮説を棄却し、「一致しない」と結論できる。これは、帰無仮説を棄却したという結論が少なくとも 95 % の確率で正しいことを意味している。同じように、有意水準 1 % の時は $D\sqrt{n}$ の値が 1.62 以上だったら帰無仮説を棄却し、「一致しない」と結論できる。

図 4: $D\sqrt{n}$ と有意水準の関係.

また KS 検定は, 確率密度関数がわからない 2 標本の検定にも用いることが出来る. 標本 X と標本 Y が同一の母集団の確率密度関数より生じていると言えるかを検定でき, 帰無仮説は「標本 X と標本 Y が同一の母集団の確率密度関数より生じている」となる. 標本 X と標本 Y の累積確率分布を求め, その差の絶対値の最大値を D とするところまでは同じである. 検定統計量としては標 X の標本個数 n および, 標本 Y の標本個数 m を用いて, $D\sqrt{\frac{nm}{n+m}}$ の値を計算し, これにより帰無仮説の棄却か否かを判定する. 確率密度関数 $f(x)$ には特に条件は無く, どのような分布を用いてもよい. ため, 本研究では, ベキ分布と指数分布を用いる.

3.2 ジニ係数

ジニ係数とは不平等さを客観的に分析・比較する際の代表的な指標の一つである. ジニ係数はローレンツ曲線をもとに算出される. これは事象の集中度合いを把握するための曲線であり, 「所得の偏り」の解析に用いられることが多い. 所得の例で説明すると, 標本が各人の所得で与えられた際, まずそれを所得の順番にソートする. 次に標本の人数の累積百分率を横軸に, 標本の総所得に対する所得累積百分率を縦軸に取りグラフを描くとローレンツ曲線が得られる (図 5 参照). ローレンツ曲線が対角線から離れれば離れるほど考えるシステムは不平等である. 図 5 の場合, A より B の方が不平等度が大いということになる. このとき, 曲線と直線 CD 囲まれた面積と三角形 CDE の面積の比をジニ係数という. この量は $[0, 1]$ 間の実数値を取るように規格化されており, 完全に平等で, 偏りがなく均一な状態ではゼロをとり, その対極の一点に全てが集中する偏りを見せる状態では 1 をとる. ジニ係数に関しては詳しくは, 今年度の陳鶴氏の修士論文 [11] を参照されたい.

3.2.1 指数分布におけるジニ係数

指数分布の場合ジニ係数は常に $1/2$ になることが分かっている. 下に計算を示す.

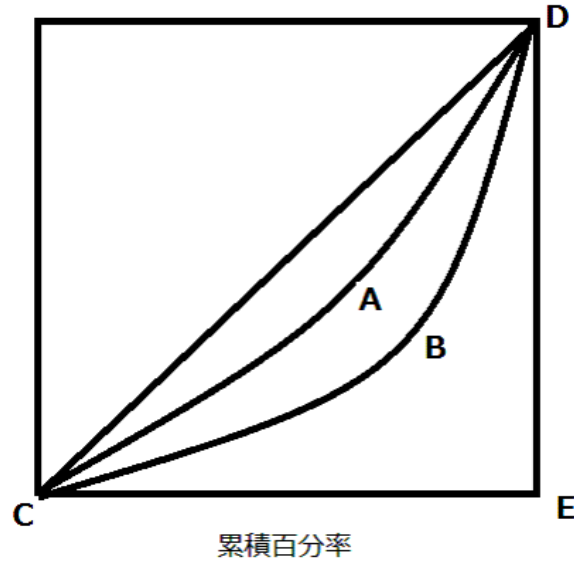


図 5: ローレンツ曲線の例.

$$\begin{aligned}
 P(x) &= \alpha e^{-\alpha x} \\
 X(r) &= \frac{\int_0^r \alpha e^{-\alpha x} dx}{\int_0^\infty \alpha e^{-\alpha x} dx} \\
 &= \frac{[-e^{-\alpha x}]_0^r}{1} \\
 &= 1 - e^{-\alpha r}
 \end{aligned}$$

$$Y(r) = \frac{\int_0^r x \alpha e^{-\alpha x} dx}{\int_0^\infty x \alpha e^{-\alpha x} dx}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{分母}) &= \alpha \int \left(-\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha x} \right)' x dx \\
 &= \left\{ \left[-\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha x} \alpha x \right]_0^\infty - \int_0^\infty -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha x} \cdot \alpha dx \right\} \\
 &= \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty \alpha e^{-\alpha x} dx \\
 &= \frac{1}{\alpha}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{分子}) &= \alpha \left\{ -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha r} r + \frac{1}{\alpha} \int_0^r e^{-\alpha x} dx \right\} \\
 &= -e^{-\alpha r} \cdot r + \frac{1}{\alpha} \int_0^r \alpha e^{-\alpha x} dx \\
 &= -e^{-\alpha r} \cdot r + \frac{1}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha r})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y(r) &= \frac{-e^{-\alpha r} r + \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha r})}{1/\alpha} \\
&= -\alpha r e^{-\alpha r} + 1 - e^{-\alpha r}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G &= 2 \int_0^\infty (X(r) - Y(r)) \frac{dX}{dr} \cdot dr \\
&= 2 \int_0^\infty \alpha r e^{-\alpha r} \cdot \alpha e^{-\alpha r} dr \\
&= 2 \int_0^\infty \alpha^2 r e^{-2\alpha r} dr \\
&= 2\alpha^2 \int_0^\infty \left(-\frac{1}{2\alpha} e^{-\alpha r} \right)' r dr \\
&= 2\alpha^2 \left\{ \left[-\frac{r}{2\alpha} e^{-\alpha r} \right]_0^\infty - \int_0^\infty -\frac{1}{2\alpha} e^{-2\alpha r} dr \right\} \\
&= 2\alpha^2 \times \frac{1}{2\alpha} \int_0^\infty e^{-2\alpha r} dr \\
&= \alpha \left[-\frac{1}{2\alpha} e^{-2\alpha r} \right]_0^\infty \\
&= \alpha \cdot \left(-\left(-\frac{1}{2\alpha} \right) \right) \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

3.3 確率構造

ここでいう「確率構造」とは、価格データから時系列で価格の変動幅を調べ、価格が上昇していれば＋を、価格が下降していれば－をつけて価格を符号化していく。過去数回分の＋、－の出方で場合分けをして、次に＋が出るか－が出るかの確率を求めた集合のことを言う。例えば $P(+|+, +, -, -)$ は右から順に見ていき、価格が下がって、下がって、上がって、上がった後に価格が上がる確率を示している。また $P(+|+, +, -, -) + P(-|+, +, -, -) = 1$ となる。

4 実データ解析による検証結果

ここからは、実際に暴落の起きている株価の実データを用いて検証を行う。

ここで用いるデータは Yahoo!ファイナンスより取得した日経平均データを用いている。高頻度金融データではなく、一日毎に取られた、終値データである。この理由から、東日本大震災後の日経平均データではそのデータ数が少な過ぎるため、ここでは、同じく株価の暴落が起きているリーマンショック後の日経平均株価のデータを使用し、実データ解析を行う。

図 6 と図 7 はリーマンショック前後の日経平均のグラフである。リーマンショック後に大きな暴落が現れているのが確認できる。図 8 と図 9 は、リーマンショック前後の日経平均株価について、それらの株価変動の確率分布を示している。リーマンショック前と後では、確率分布の概形が変わっているように見える。しかし、これだけでは何とも言えないので以下で詳細な検証を行う。

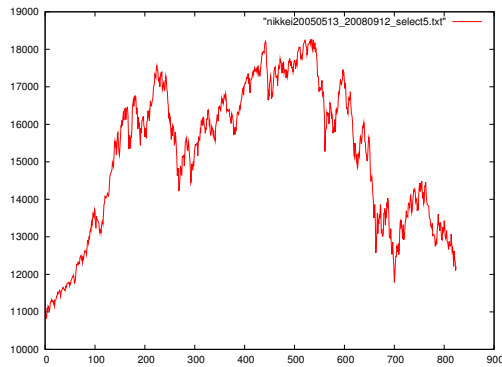


図 6: リーマンショック前の日経平均.

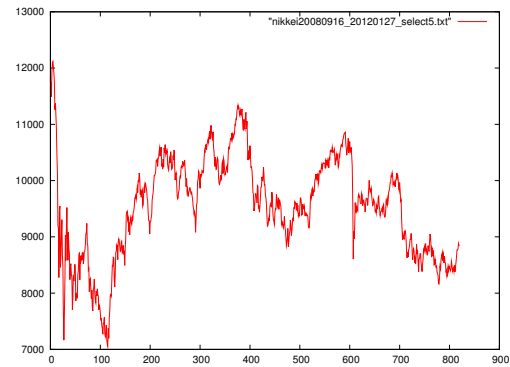


図 7: リーマンショック後の日経平均.

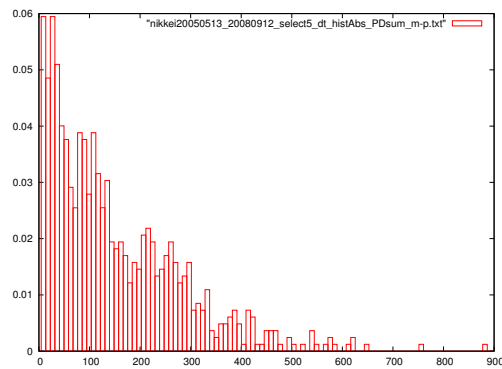


図 8: リーマンショック前の確率分布.

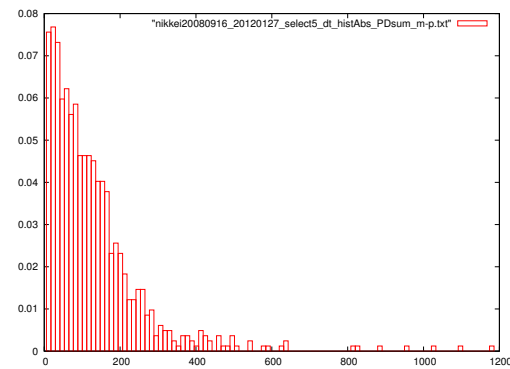


図 9: リーマンショック後の確率分布.

4.1 KS 検定

リーマンショック後の株価の実データに対し, KS 検定を行う. 既知の確率密度関数として, ベキ分布と指数分布を用いる.

$$(\text{ベキ分布}) \quad y = x^{-\alpha} \quad (11)$$

$$(\text{指数分布}) \quad y = e^{-\alpha x} \quad (12)$$

ベキ分布と指数分布はそれぞれ上式で表わされる. これはともにパラメータ α に依存する. ここでは, α の値を細かく変えてそれぞれの α で検定を行うことで, KS 検定統計量を α の関数としてプロットし, この α を以下で説明するように決定する.

まずはベキ分布に関して 1 標本 KS 検定を行う. 図 10 は, リーマンショック後の累積確率分布と, ベキ分布を 1 標本 KS 検定し, KS 検定量を α の関数として導出した図 10 は横軸を α 縦軸に検定統計量 $D\sqrt{n}$ を取ったグラフである. 有意水準 5 % と 1 % の値となる 1.36 と 1.62 のラインにも線を引いてある. このグラフから分かるように $D\sqrt{n}$ が一番小さくなる $\alpha = 0.84$ の点においても, 有意水準 5 % と 1 % の上にグラフが位置している. これは, この累積確率分布がベキ分布ではない確率が 99 % 以上であることを示している. 図 11 は図 10 で一番 KS 検定統計量が小さくなった $\alpha = 0.84$ の値のときのベキ分布と, リーマンショック後の累積確率分布である. その概形からも, この累積確率分布は一番近くなる α を選んだ場合のベキ分布とも異なっている.

次に指数分布との検定を行う. ベキ分布と同様に α の値を細かく変えて, それぞれの α で検定を

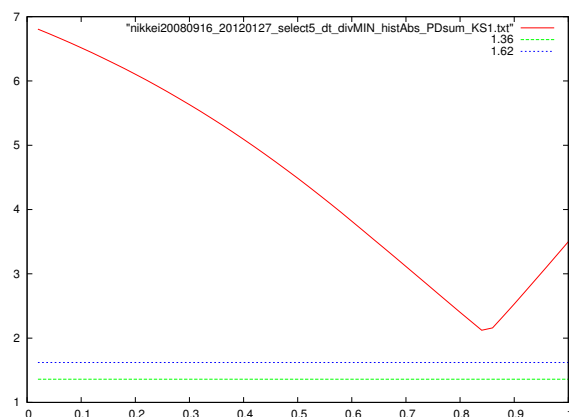


図 10: リーマンショック後のベキ分布との 1 標本 KS 検定.

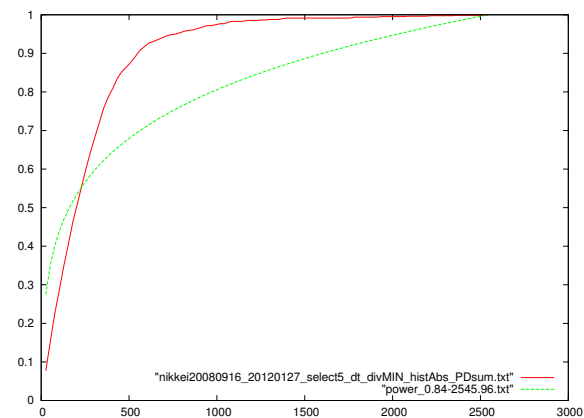


図 11: リーマンショック後の累積確率分布とベキ分布.

行った. 図 12 は, リーマンショック後の累積確率分布と指数分布を 1 標本 KS 検定し, KS 検定量を α の関数としてプロットした. $\alpha = 10.0$ の点において, 有意水準 5 % と 1 % のラインを大きく下回っており棄却することはできなかった. 指数分布ではないとは言えなかった. 図 13 は図 12 で最も KS 検定統計量が小さくなった $\alpha = 10.0$ の値のときのベキ分布と, リーマンショック後の累積確率分布である. 概形からもこの累積確率分布は指数分布と近くなっており, 帰無仮説は棄却できない.

KS 検定において, リーマンショック後の価格変動の確率分布がベキ分布である事が棄却されてしまい, 指数分布である事は棄却できない. この検定では結局, この分布がどのような確率分布に従うかはわからないので, 指数分布の可能性があるとすることを踏まえたうえで, 次のジニ係数による検証を試みる.

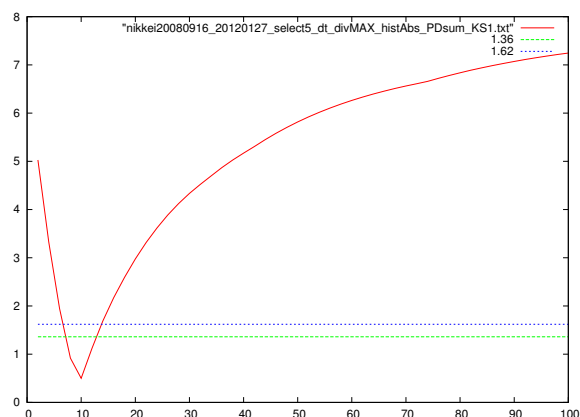


図 12: リーマンショック後の確率分布を指数分布と 1 標本 KS 検定.

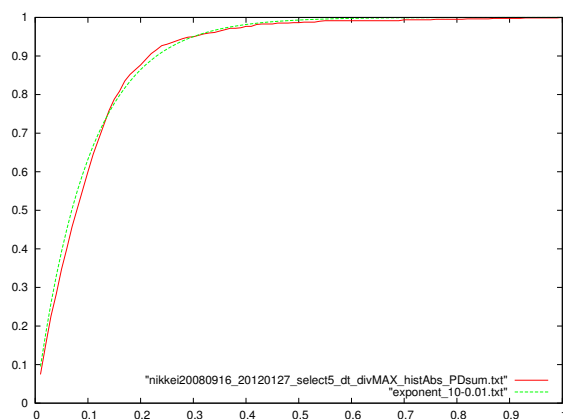


図 13: リーマンショック後の指数分布.

4.2 ジニ係数

リーマンショック後の価格変動のデータを用い, ジニ係数を計算する. 結果, リーマンショック後のジニ係数は

$$G = 0.48283 \quad (13)$$

となった. 図 14 はリーマンショック後のローレンツ曲線である. ジニ係数は確率分布が指数分布の時に 0.5 となる. リーマンショック後のジニ係数は指数関数を示す 0.5 にかなり近い値となっている. このことは, リーマンショック後の価格変動の確率分布は指数分布である事を支持していると言える.

4.3 確率構造

最後にリーマンショック前後の確率構造比べる. $P(+|-,-,-,-)$ と $P(+|-,-,-,+)$ の部分に着目してみると, 共にリーマンショック後の方が値が大きくなっている. $P(+|-,-,-,-)$ は

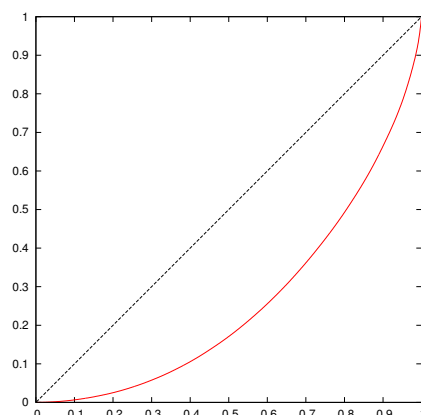


図 14: リーマンショック後のローレンツ曲線.

株価が下がることが過去 4 ステップにおいて続いた後, $P(+|-,-,-,+)$ は株価が下がることが過去 3 ステップにおいて続いた後の結果である. この結果より, 株価のクラッシュの後においては, トレーダはより反発に期待する傾向が強いと読み取ることができる. また, 全体的に似たような結果になっている中, $P(+|-,+, -, -)$ の部分に着目すると, リーマンショック前が 0.565, リーマンショック後が 0.360 とかなり大きな違いが現れている. 最後に $P(+++,+,+)$ の部分についてはリーマンショック前後でほとんど変化が見られない. 株価が上がり続ける場合においては, クラッシュの前後においてもトレーダーの判断は, 影響を受けないと考えられる.

5 考察

今回, クラッシュ後の株価の価格変動の分布がベキ則になるとの仮説のもと, 検証を行った. しかし, 今回の限定的な検証の結果においてはその仮説ははずれてしまったと言わざるをえない. その理由としてはいくつか理由が考えられる.

1. 高頻度データで無かった
2. 測定期間が短かった

等が挙げられると考える.

1 に関しては, 今回は Yahoo!ファイナンスのデータを用いて, 1 日毎のデータであったため, 結果に仮説が反映しなかった可能性がある. 2 に関しては分布がベキ分布となり, ファットテールとなるとは言っても, 大きな価格変動が起きることは稀な事象であるため, ある程度の長い測定時間が必要だった可能性がある.

6 まとめ

危機時には価格変動幅の分布がベキ則に従うという仮説を立て, それを検証した. しかし, KS 検定やジニ係数において, 変動幅分布がベキ分布ではなく指数分布に近いという結果になり, 当初の仮説が正しくないという結論に至った. 今後は高頻度データで引き続き検証を行い, より精密な議論へと深めていくことが必要であるように思われる.

表 1: リーマンショック前後の確率構造.

リーマンショック	前	後
$P(+ -,-,-,-)$	0.444	0.533
$P(+ -,-,-,+)$	0.556	0.667
$P(+ -,-,+, -)$	0.700	0.607
$P(+ -,-,+, +)$	0.542	0.458
$P(+ -,-,+, -)$	0.565	0.360
$P(+ -,-,+, +)$	0.516	0.556
$P(+ -,-,+, -)$	0.544	0.500
$P(+ -,-,+, +)$	0.600	0.640
$P(+ +,-,-,-)$	0.500	0.542
$P(+ +,-,-,+)$	0.541	0.500
$P(+ +,-,-,-)$	0.569	0.562
$P(+ +,-,-,+)$	0.422	0.468
$P(+ +,-,-,-)$	0.404	0.444
$P(+ +,-,-,+)$	0.567	0.456
$P(+ +,-,-,-)$	0.382	0.440
$P(+ +,-,-,+)$	0.512	0.500

謝辞

指導教員である井上純一先生に感謝します。また、小野哲雄先生、棟方渚先生にも多くのサポートを頂きました。また、研究室のメンバーにもこの場を借りて感謝の意を表したいと思います。

参考文献

- [1] L. Bachelier, *Theorie de la speculation*, *Annales Scientifique de l'Ecole Normale Supérieure*, **III-17**, pp.21-86 (1900).
- [2] R.N. Mantegna and H.E. Stanley, *An Introduction to Econophysics*, Cambridge University Press (2000).
- [3] A.C. ハーベイ 著, 国友直人/山本拓 訳「時系列モデル入門」東京大学出版会 (1981).
- [4] J.-P. Bouchaud and R. Cont, *The European Physics Journal B* **6**, 543 (1998).
- [5] K. Watanabe, H. Takayasu and M. Takayasu, *Physical Review E* **80**, 056110 (2009).
- [6] T. Kaizouji, *Physica A* **287**, 493 (2000).
- [7] J. Inoue and K. Tanaka, *Physical Review E* **65**, 016125 (2002).
- [8] 伊吹勇郎, 鈴木正, 井上純一「多次元尺度構成法と混合分布推定に基づく時系列相互相関解析」信学技報 (2012).

- [9] J.M. Keynes, *The general theory of employment, interest and money*, Harcourt (1934).
- [10] 日向野 俊輔, 北海道大学 工学部情報エレクトロニクス学科 卒業論文 (2011).
- [11] 陳 鶴, 北海道大学 大学金情報科学研究科 修士論文 (2011).