経済学研究　*54−2*
北海道大学　2004. 9

契約者持分の増加と契約の転換を考慮した企業年金保険の価格付け

鈴　木　輝　好

1．はじめに

生命保険会社が年金基金向けに提供している運用商品の一つに企業年金保険がある。生命保険会社の一般勘定資産により運用され，毎期の運用収益として，額面に対してあらかじめ保証された利息および運用が好調なときにだけ支払われる成果配当とが分配される。このとき，分配された利息と配当金は額面に加算されて再運用される場合が多い。すなわち，契約者持分（以下，額面価格）はそれまでに支払われた分配金により単調に増加する。また，年金基金は契約をいつでも額面価格により解約できる。ただし，基準化された一般勘定資産の価格が額面価格を下回っている時に解約する場合は，あらかじめ規定された解約控除金を支払うのが一般的である。このように企業年金保険は複雑で様々なオプション性を内包する。本研究は，企業年金保険の価格を金融工学的に評価する。

最近になって，企業年金保険をはじめとして，保険会社の負債を金融工学の手法により評価する研究が進められている。Boyle and Hardy（1997）は元本保証型保険商品を保険統計的アプローチと金融工学的アプローチの２つの方法を用いて分析し，運用コストに関して異なった結果を得た。Babbel and Merrill（1999）は保険負債のキャッシュフローと金利とがそれぞれ確定的な場合と確率的な場合の４通りについて保険負債の価格評価を行い，保険負債のリスクマネージメントについて包括的な議論を行った。また，特定の保険商品についても，金融工学的な立場からその価格付けが行われている。価格モデルを用いて保険会社の資産運用戦略を明らかにしようとする研究が多い。Brennan and Schwartz（1976）が元本保証型保険商品をコールオプションとして表現し，そのヘッジ戦略について分析した。また，Grosen and Jorgensen（2000）は年金保険商品における利率保証および解約権，成果配当を保険会社資産を原資産とするオプションとして定式化した。その価格は保証利率と市場金利の差および成果配当の仕組みに大きく依存するとの結果を得た。Bacinello（2000）はオーストラリアやカナダで見られる特定の年金プランを２資産に関する最大値オプションとして定式化した。そして，その価格が名目金利や消費者物価指数から受ける影響について分析した。刈屋（1999）は，伝統的な死亡保険における被保険者の死亡を金融工学的なデフォルトとして捉え，生命保険料の無裁定価格を導出した。確率変数として与えられる死亡時刻をハザード関数を用いて表現し死亡事由をマルチファクター化することに成功している。また，湯前（1996）は企業年金保険の価格付け問題において，数値計算を利用することにより額面価格が利息により単調に増加していくことを考慮にいれた。さらに湯前（2004）は有配当保険を扱う保険会社の投資戦略をマルチンゲールの表現定理を用いた最適投資戦略の枠組みを用いて定式化した。参照資産を会社持分と契約者持分に分けて分析している点に特徴があり，また契約者の解約行動について様々な条件の下で解析を行っている。また，鈴木（2004a）は企業年金保険の価格について，解約と特別配当ルールおよび保険会社のデフォルト

を考慮した解析解を導出した。さらに，鈴木（2004b）は鈴木（2004a）に対して成果配当のルールを加え，また企業年金保険が契約当初は額面価格で取り引きされることを考慮に入れた。

本論文では，鈴木（2004b）を拡張し，湯前（1996）と同様に額面価格が分配金により単調に増加することをモデル化する。また，生命保険会社が持つオプションとして既存研究には無い新しい概念である「契約の転換」を導入する。契約の転換とは，個人生命保険契約で頻繁に行われている契約の見直しのことである。生命保険会社の働きかけにより既存契約を解約し，新たな別の契約を締結することを意味する。転換は保険会社の最適戦略として定式化されるため，年金基金による最適解約戦略と相互に依存する。さらに，鈴木（2004a, 2004b）では生命保険会社のデフォルトは資産運用が好調なときにでも発生しえたが，本論文では，生命保険会社のデフォルトは資産運用の成績が不調なときにのみ発生するようなモデル化を行った。以上のような設定を行うと，問題は，互いの権利行使が相手のオプションを消失させる，デフォルトリスクのあるアメリカンタイプの無期限平均値オプションの価格付けに帰着された。

本論文では，企業年金保険の解析解を導出するために，いくつかの仮定を置いた。第一には，契約には満期が無いと仮定した。実際に多くの企業年金保険は無期限契約である。第二に，生命保険会社の資産運用に関して定常性を仮定した。生命保険会社は債券運用においてバイ・アンド・ホールド戦略あるいはデュレーションを一定に保つような戦略を取ることが多いためである。第三には，生命保険会社のデフォルトリスクに関して外生モデルである Jarrow and Turnbull（1995）を採用した[1)]。ただし，ポアソンパラメータが状態に依存するように記述し，Merton（1976）による構造的デフォルトモデルを採用した場合と似た効果が得られるように工夫した。第四に，契約の転換を期限前償還と仮定した。保険会社からの働きかけによる契約の転換は，非完備契約である。よって年金基金にとっては一見不利には見えない額面の割り増し期限前償還を採用した。

本論文の内容は以下の通りである。第2節においては，まず企業年金保険のペイオフのモデル化を行い，次に企業年金保険の価格に関する解析解を導出する。第3節においては，得られた解析解を利用して生命保険会社のデフォルトリスクが企業年金保険の価格や最適解約戦略および最適転換戦略に与える効果を分析する。最後に第4節で本研究を総括し今後の課題を述べる。

2．モデル

まず，一般勘定資産および市場に関する仮定を示す。本論文を通じて，市場は完備で裁定機会は存在しないと仮定する。すなわち，唯一つのリスク中立測度 P が存在することを仮定する。また無リスク金利 r は一定であるとする。いま $\{B(t); 0 \leq t\}$ を確率空間 (Ω, F, P) 上の標準1次元ブラウン運動とし，また $\{F_t; 0 \leq t\}$ は $\{B(s); s \leq t\}$ により生成された加算加法族とする。このとき，一般勘定資産 $X(t)$ は確率測度 P の下で確率過程

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = rdt + \sigma dB(t),\ X(0) = x,\ t > 0 \tag{1}$$

に従うとする[2)]。ここで，最低保証利率 C は額

1) デフォルトリスクのあるオプションに関する代表的な研究には Johnson and Stulz（1987）および Hull and White（1993）がある。ある企業が別の企業の資産価格を参照するオプションを発行した場合を考え，オプション発行企業にオプションペイオフを履行するだけの資産が残っていないリスク（デフォルトリスク）を考慮した。デフォルトリスクについては Merton（1974）による構造モデルを用いている。

2) 一般勘定資産のうち何割かは満期のある債券で運用されている。ただし生命保険会社の債券運用では，十分な時間が経過するとラダー型ポートフォリオが構成されるバイアンドホールド戦略，あるいはデュレーションを一定に保つよう

面価格 $Y(t)$ に対して保証される利回りとし，連続的に支払われるとする。また，成果配当は一般勘定資産価格 $X(t)$ が額面価格 $Y(t)$ を上回っているときにのみ $\delta X(t)$ だけ連続的に支払われるとする。このとき，企業年金保険の額面価格 $Y(t)$ は次の式

$$Y(t) = y + \int_0^t \delta X(u) 1_{\{X(u) > Y(u)\}} du + \int_0^t CY(u) du,\ Y(0) = y \quad (2)$$

で表すことができる。よって $Y(t)$ は式

$$dY(t) = \left(\delta X(t) 1_{\{X(t) > Y(t)\}} + CY(t)\right) dt \quad (3)$$

を満たす。すなわち，全ての利息は額面に加算され一般勘定資産 $X(t)$ は権利落ちしない。

次に，年金基金の受け取るペイオフを原因別に (i) 解約，(ii) 保険会社のデフォルト，(iii) 転換の３つに分けて，以下のようにモデル化する。

第一に，企業年金保険には満期が無くまたいつでも解約できるとする。ただし，一般勘定資産価格が額面価格を下回るときには解約控除金が生じるとする。すなわち，$X(t) \leq Y(t)$ における解約では，基金は解約控除率を α として解約控除金 $\alpha(Y(t)-X(t))$ を支払い，額面 $Y(t)$ の保証を受けるものとする。また，解約控除金の上限を $\rho Y(t)$ とする。結局，解約時点における基金のペイオフは

$$W_s(x,\ y) = \begin{cases} y, & y < x \\ (1-\alpha)y + \alpha x, & \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha} y < x \leq y \\ (1-\rho)y, & x \leq \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha} y \end{cases} \quad (4)$$

となる[3]。

第二に，生命保険会社のデフォルト時に受け取るペイオフをモデル化する。生命保険会社のデフォルト時刻を確率変数 τ で表し $B(t)$ とは独立でパラメータ $\lambda(X(t),\ Y(t))$ の指数分布に従うと仮定する。ただし，生命保険会社のデフォルトは一般勘定資産が良い状態であるときには発生せず，運用が悪化しているときに発生しやすいことを考慮し，

$$\lambda(x,\ y) = \begin{cases} 0, & x \geq y \\ h, & x < y \end{cases} \quad (5)$$

とする。これは Jarrow and Turnbull (1995) の特別な場合に相当し，標準的な条件の下で企業年金保険はリスク中立測度 P の下で評価することが可能である。ただし，企業年金保険のデフォルト時点における損失率を ℓ とする。このとき，デフォルト時におけるペイオフは

$$W_d(x,\ y) = (1-\ell) W_s(x,\ y) \quad (6)$$

と表される。

第三に，生命保険会社による転換戦略をモデル化する。転換戦略とは，額面を割増して償還することにより年金基金に対して別の商品への乗り換えを促す戦略のことである。一般勘定資産価格 $X(t)$ が額面価格 $Y(t)$ を上回っている状態において，契約が終了すると保険会社には多くの剰余金が残る[4]。また，一般勘定資産価格 $X(t)$ が額面価格 $Y(t)$ を上回っている状態が続くと，企業年金保険の利回りは信託銀行による商品と比べて競争力が低くなる。また，90年代中ごろまでは企業年金保険においても特別配当に相当する仕組みが運営されていた。以上

な戦略が取られることが多い。どちらの場合もボラティリティは一定であると考えることができる。

3) 実務においても，本論のような解約控除率のモデル化が理想である。しかし透明性と参照可能性の観点から採用できない。実際には，例えば日本生命保険では，解約控除金を $d \times (A-B)$, $d = 5$ としている。ただし，
A＝基準日の前月に発行された 10 年利付国債の応募者利回り
B＝基準日の前月以前に発行された 10 年利付国債の応募者利回りの過去５年間の平均値
である。ここで d は一般勘定資産のデュレーションがおおよそ５年であることを意味する。また，解約控除金の上限値 ρ は各社で異なり，例えば，日本生命保険 $\rho = 6.25$ %， 住友生命保険 $\rho = 6.25$ %，太陽生命保険 $\rho = 6.00$ %，明治安田生命保険 $\rho = 5.00$ %，第一生命保険 $\rho = 3.00$ %，富国生命保険 $\rho = 2.60$ %である。出所は年金情報（2003.1.20）。

4) 個人生命保険契約では，この剰余金は特別配当という仕組みにより契約者に還元される。

のことから，本論文では，一般勘定資産が額面価格を上回っているときには，生命保険会社は契約の転換を促すことがあり，年金基金もこれを受け入れるものと仮定する。すなわち，企業年金保険契約において $X(t) > Y(t)$ における転換条項を仮定し，このときのペイオフを割り増し率 β を用いて

$$W_c(x, y) = 1_{\{x > y\}}(1+\beta)y \tag{7}$$

と表す。また，転換は生命保険会社による最適行動の結果としてモデル化する。すなわち，生命保険会社は転換後の剰余金 $\{X(t)-(1+\beta)Y(t)\}$ の最大化を目的として転換行動を行う。

さて，ここで年金基金による最適解約戦略と生命保険会社による最適転換戦略について考えると，両者は独立には決定できないことが分かる。なぜならば，解約権が行使されると転換権は消失し，またその逆も成立するからである。すなわち，年金基金の持つオプションと生命保険会社が持つオプションは分離して計算することができない。よって，企業年金保険の解約時刻を η_1，転換時刻を η_2 とすると，企業年金保険の価格 $w(x, y)$ が存在するならば

$$\begin{aligned}\phi(\eta_1, \eta_2) = E\Big[&1_{\{\tau < \eta_1,\ \tau < \eta_2\}} W_d(Xt),\ Y(\tau))e^{-r\tau} \\ &+1_{\{\eta_1 \le \tau,\ \eta_1 < \eta_2\}} W_s(X(\eta_1),\ Y(\eta_1))e^{-r\eta_1} \\ &+1_{\{\eta_2 \le \tau,\ \eta_2 \le \eta_1\}} W_c(X(\eta_2),\ Y(\eta_2))e^{-r\eta_2}\Big]\end{aligned} \tag{8}$$

として，

$$\begin{aligned} w(x, y) &= \max_{\eta_1} \min_{\eta_2} \phi(\eta_1, \eta_2) \\ &= \min_{\eta_2} \max_{\eta_1} \phi(\eta_1, \eta_2)\end{aligned}$$

が成立していなくてはならない。これは年金基金の解約戦略と生命保険会社の転換戦略の同時決定問題である。

いま，デフォルト事象にポアソン分布を仮定したことおよびペイオフの定義から，式(8)は

$$\eta = \eta_1 \wedge \eta_2$$

として

$$\begin{aligned}\phi(\eta_1, \eta_2) = E\Big[&\int_0^\eta \lambda(X(\tau),\ Y(\tau)) \times \\ &(1-\ell)W(X(\tau),\ Y(\tau))e^{-\int_0^\tau \{\lambda(X(s),\ Y(s))+r\}ds} d\tau \\ &+W(X(\eta),\ Y(\eta))e^{-\int_0^\eta \{\lambda(X(s),\ Y(s))+r\}ds}\Big]\end{aligned} \tag{9}$$

のように書き直すことができる。ただし，

$$W(x, y) = \begin{cases} (1+\beta)y, & y < x \\ (1-\alpha)y+\alpha x, & \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha}y < x \le y \\ (1-\rho)y, & x \le \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha}y \end{cases} \tag{10}$$

とする。よって，Feynman-Kac の方程式[5] から企業年金保険の価格 $w(x, y)$ に関して次の式が成立する。

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x^2 w_{xx} + rxw_x + \left(\delta x 1_{\{x \ge y\}} + Cy\right)w_y \\ -\left(h\ell 1_{\{x < y\}} + r\right)w = 0\end{aligned} \tag{11}$$

また，このときの境界条件は，

$$x < y \text{ のとき } \quad w(x, y) \ge W(x, y) \tag{12}$$

$$x \ge y \text{ のとき } \quad w(x, y) \le W(x, y) \tag{13}$$

により与えられる。ただし，等号は最適な η_1, η_2 により決定される自由境界 $(\bar{x}, \bar{y})$ で成立する。すなわち，

$$\eta_1 = \inf\left[t : w(\bar{x}, \bar{y}) = \begin{cases} \alpha\bar{x}+(1-\alpha)\bar{y}, & \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha}\bar{y} < \bar{x} \\ (1-\rho)\bar{y}, & \bar{x} \le \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha}\bar{y} \end{cases}\right] \tag{14}$$

$$\eta_2 = \inf\left[t : w(\bar{x}, \bar{y}) = (1+\beta)\bar{y},\ \frac{\alpha-\rho}{\alpha}\bar{y} \le \bar{x} < \bar{y}\right] \tag{15}$$

とできる。よって smooth pasting condition および value matching condition から境界条件

$$\left.\frac{\partial W}{\partial x}\right|_{x=\bar{x},\ y=\bar{y}} = 0,\ \left.\frac{\partial W}{\partial y}\right|_{x=\bar{x},\ y=\bar{y}} = \beta, \quad W(\bar{x}, \bar{y}) = (1+\beta)\bar{y} \tag{16}$$

5) Kijima（2003）を見よ。

および

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial W}{\partial x}\right|_{x=\bar{x},\ y=\bar{y}} = \alpha, \quad \left.\dfrac{\partial W}{\partial y}\right|_{x=\bar{x},\ y=\bar{y}} = 1-\alpha, \\ W(\bar{x},\ \bar{y}) = \alpha\bar{x} + (1-\alpha)\bar{y},\ \bar{y} \leq \dfrac{\alpha}{\alpha-\rho}\bar{x} \\ \left.\dfrac{\partial W}{\partial x}\right|_{x=\bar{x},\ y=\bar{y}} = 0, \quad \left.\dfrac{\partial W}{\partial y}\right|_{x=\bar{x},\ y=\bar{y}} = 1-\rho, \\ W(\bar{x},\ \bar{y}) = (1-\rho)\bar{y},\ \bar{y} > \dfrac{\alpha}{\alpha-\rho}\bar{x} \end{cases} \tag{17}$$

を得る。結局，年金基金の最適解約戦略と生命保険会社の最適転換戦略の同時決定問題は，２つの smooth pasting condition が同時に成立することに帰着された。以上から企業年金保険の価格に関する次の命題が成立する。

命題 1　一般勘定資産の価格が式(1)に，またそのときの額面価格が式(2)に従うとする。また成果配当率をδとし，さらに最低保証利率をC，解約控除金を$\alpha(y-x)$，解約控除金の上限をρy，転換による割増償還額を$(1+\beta)y$とする企業年金保険の価格は

$$w(x,\ y) = \begin{cases} \dfrac{(1+\beta)x}{U^2}\left(U - \displaystyle\int_{x/y}^{U} e^{a(z-u)}\left(\dfrac{z}{U}\right)^{1+b} dz\right),\ x \geq y \\ y\Gamma(\theta_1,\ \theta_2,\ L)\left(\dfrac{x}{y}\right)^{\theta_1} + y\Gamma(\theta_2,\ \theta_1,\ L)\left(\dfrac{x}{y}\right)^{\theta_2},\ x < y \end{cases} \tag{18}$$

により与えられる。ただし，$U,\ L$ は式

$$\begin{cases} -\dfrac{1+\beta}{U^2}\left(U + \displaystyle\int_1^U e^{a(z-U)}\left(\dfrac{z}{U}\right)^{1+b} dz\right) \\ \quad = \Gamma(\theta_1,\ \theta_2,\ L) + \Gamma(\theta_2,\ \theta_1,\ L) \\ -(1+\beta)e^{a(1-U)}U^{-b-2} \\ \quad = (\theta_1-1)\Gamma(\theta_1,\ \theta_2,\ L) + (\theta_2-1)\Gamma(\theta_2,\ \theta_1,\ L) \end{cases} \tag{19}$$

を満たす。ここで，

$$a = 2\delta/\sigma^2,\ b = 2(C-r-\sigma^2)/\sigma^2,\ z_0 = (\alpha-\rho)/\alpha,$$

$$\Gamma(x, y, z) = \begin{cases} \dfrac{(1+\rho)y}{(y-x)z^x}, & L < z_0 \\ \dfrac{\alpha L(y-1) + (1-\alpha)y}{(y-x)z^x}, & L \geq z_0 \end{cases} \tag{20}$$

とし，また，$\theta_1,\ \theta_2$ は式

$$\frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\theta - (r+h) = 0 \tag{21}$$

の根で与えられる。

証明　変数変換$z = x/y$を考え，$w(x,\ y) = yv(z)$とすると[6]，式(11)は次のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{2}\sigma^2 z^2 v_{zz} + (r-C-\delta z)zv_z - (r-C-\delta z)v = 0,\quad z \geq 1, \tag{22}$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2 z^2 v_{zz} + (r-C)zv_z - (r-C+hL)v = 0,\quad z < 1. \tag{23}$$

ここで式(22)は特別解$v(z) = z$を持つことが分かる。よって$v(z) = zu(z)$とすれば$u(z)$の一般解を得ることができる。また，式(23)はオイラー型と呼ばれる一般的な常微分方程式である。以上から，$v(z)$の一般解は

$$v(z) = \begin{cases} C_1 z \displaystyle\int_1^z e^{\frac{2\delta}{\sigma^2}(t-1)} t^{\frac{2(C-r-\sigma^2)}{\sigma^2}} dt + C_2 z, & z \geq 1 \\ C_3 z^{\theta_1} + C_4 z^{\theta_2}, & z < 1 \end{cases} \tag{24}$$

である。ただし，$C_1,\ C_2,\ C_3,\ C_4$は積分定数で，$\theta_1,\ \theta_2$は式(21)を満たす。ここで無裁定条件から

$$v(1-) = v(1+),\quad v'(1-) = v'(1+) \tag{25}$$

が成立していなくてはならない。さらに，境界条件(16)，(17)から$v(z)$に関する境界条件

$$v(U) = 1+\beta,\ v'(U) = 0 \tag{26}$$

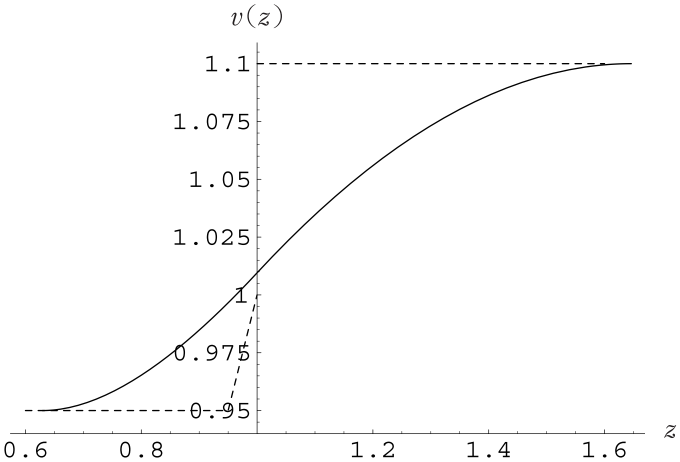
および

$$\begin{cases} v(L) = \alpha L + (1-\alpha),\ v'(L) = \alpha,\ L \geq \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha} \\ v(L) = 1-\rho, \qquad v'(L) = 0,\ L < \dfrac{\alpha-\rho}{\alpha} \end{cases} \tag{27}$$

を得る。ただし，$L < y/x < U$とする。結局，一般解(24)を境界条件(25)および(26)，(27)の下で解くことにより命題１を得る。（証明終わり）

適当なパラメータ設定の下で$v(z)$を描いたものが図１である。式(19)は$U,\ L$に関する非線形連立方程式であるため数値的に解いた。図２から分かるように，一般勘定資産価格$X(t)$の

6）このような変数変換は平均値オプションの価格付け問題においてしばしば行われる。木島（1993）および Ingesoll（1987），Rogers and Shi（1995）を参照せよ。また，アメリカンタイプの無期限最大値オプション（ロシアンオプション）においても同様の変換が行われる。Shepp and Shiryaev（1993）および Duffie and Harrison（1993），Wilmott, Dewynne and Howison（1993）を参照せよ。



下側の点線は $W_s(x,\ y)/y$ を表す。上側の点線は $W_c(x,\ y)/y$ を表す。最適解約は $L=0.629291$ において，最適転換は $U=1.64624$ において起きる。使用したパラメータは次の通り。$\delta=0.02$, $\sigma=0.2$, $r=0.05$, $\rho=0.05$, $\beta=0.1$, $h=0.001$, $L=0.7$, $\alpha=1$ 。

図１　企業年金保険の価格

額面価格 $Y(t)$ に対する比 z が水準 L まで下がったときに解約が実行される。このときのペイオフは解約控除金の上限を差し引いた額面価格 $(1-\rho)Y(t)$ である。また，比 z が水準 U まで上昇すると，生命保険会社は転換戦略を採る。年金基金に $(1+\beta)Y(t)$ を期限前償還し，同時に剰余金を獲得して，新たな自社商品への乗り換えを促す。U, L は互いに依存するがどちらにとっても最適な戦略となっている。

３．デフォルトリスクの影響

前節で得られた企業年金保険価格の解析解を利用して，生命保険会社のデフォルトリスクが年金基金の最適解約戦略と生命保険会社の最適転換戦略へ与える影響を分析する。

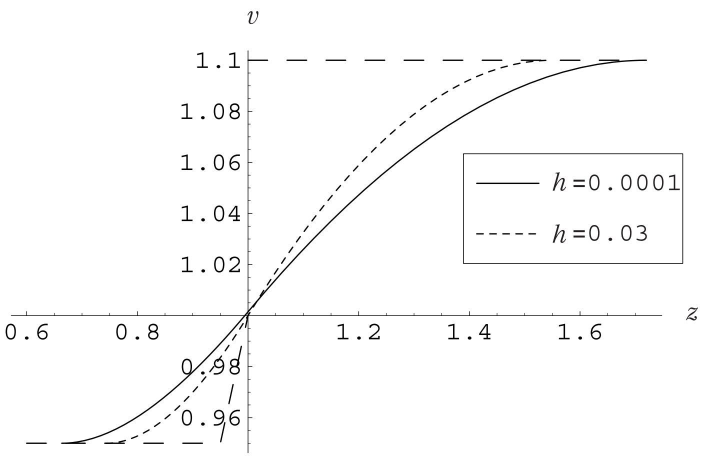
一般的に企業年金保険契約を締結するときに年金基金が生命保険会社に支払う額は，受託会社によらず額面価格 y である。よって，オプションプレミアムに相当する $W(x,\ y)-y$ は契約締結後に調整されていることになる。すなわち，年金基金が支払うオプションプレミアムが正であるならば，それは保証利率から連続的に差し引かれている。本節では，このときのネット受け取り利息を c とする。

さて，ネット受け取り利息 c は命題１あるいは式(24)を利用して

$$y=w(x,\ y)|_{c=c}\Leftrightarrow 1=v(z)|_{c=c}$$

を満たすように決めれば良い。このとき，ネット受け取り利息 c は年金基金の最適解約戦略および生命保険会社のデフォルトリスクと最適転換戦略を反映した値となる。以下では，このように決めた c と両当事者の戦略を規定する閾値 L, U のデフォルトリスク h との関係を調べる。

まず，$h=0.0001$ と $h=0.03$ の場合について $(z,\ v)$ を描いたものが図２である。$v(1)=1$ なる制約の下で $v(z)$ が描かれる。これを見ると，$z<1$ では，デフォルト率が上がると価格が下がり，また解約時刻が早まることが分かる。一方，$z>1$ では，デフォルト率が上がると逆に価格は上昇し，また転換時刻が早まることが分かる。すなわち，デフォルト率



パラメータ設定はデフォルト率 h を除き図1と同じ。また破線は自由境界を表す。

図2　デフォルトリスクの影響

の高い受託会社の企業年金保険はデュレーションが短い。

次に，実際の格付け別デフォルト率を用いて解約戦略と転換戦略の自由境界 U, L について示したのが表1である。格付けが下がると，解約時刻および転換時刻ともに早くなる傾向があるものの，その差は特に投資適格級であるならば小さいことが分かる。図3にもこれを示した。

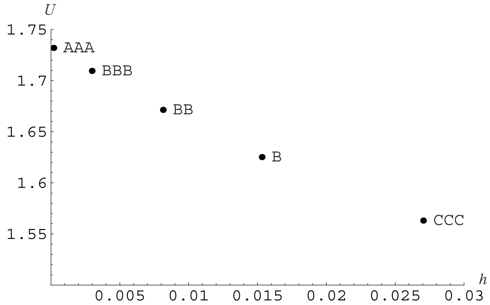
さいごに，格付け別デフォルト率を変化させた時のネット受け取り利息を示したのが表2である。ネット受け取り利息はデフォルト率に比例していることが分かる。図4にもこれを示した。また，運用手数料として，生命保険会社の調達レート（$r+h\ell$）とネット受け取り利息の差額を計算すると，投資適格級ではほぼ一定値となっていることが分かる。

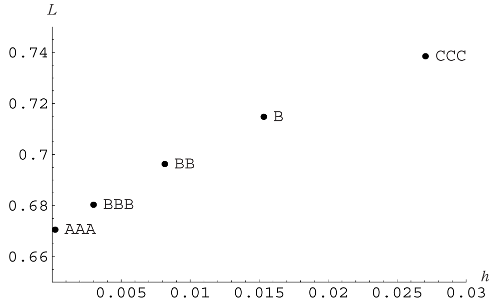
以上から，初期時点における企業年金保険の価格を額面価格とすると，企業年金保険に対する格付けの影響は，ネット受け取り利息にほぼ集約され，その違いはデフォルト率に比例的であることが分かった。このとき投資適格級であれば，運用手数料はあまり違わず，また最適な解約戦略および最適な転換戦略も大きくは違わないことが分かった。この結果は鈴木（2004b）において得られた結果に一致する。

表1　格付け別自由境界 U, L

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
h	0.00019	0.00037	0.00084	0.0029	0.0081	0.015	0.027
U	1.732	1.730	1.726	1.709	1.671	1.625	1.563
L	0.670	0.671	0.672	0.680	0.696	0.714	0.738

格付け別デフォルト率は，「格付けとデフォルトの関係 2002年」スタンダード＆プアーズ（2003年1月）における15年累積デフォルト率（事業会社）より算出。また，デフォルト率 h 以外のパラメータは図1と同じ。





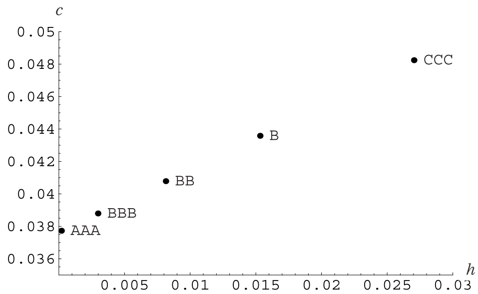
パラメータ設定はデフォルト率 h を除き図１と同じ。

図３　格付け別自由境界 U, L

表２　格付け別ネット受け取り利息 c

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
h	0.00019	0.00037	0.00084	0.0029	0.0081	0.015	0.027
$r+h\ell$	0.0501	0.0502	0.0505	0.0520	0.0556	0.0607	0.0689
c	0.0377	0.0377	0.0379	0.0387	0.0407	0.0435	0.0482
$r+h\ell-c$	0.0124	0.0124	0.0126	0.0132	0.0149	0.0171	0.0206

パラメータ設定はデフォルト率 h を除き図１と同じ。



パラメータ設定はデフォルト率 h を除き図１と同じ。

図４　格付け別ネット受け取り利息

４．さいごに

本論文は，年金基金の最適な解約戦略と生命保険会社の最適な転換戦略が相互に依存しあうことを考慮に入れて企業年金保険の価格付けを行い，その解析解を導出した。その際，生命保険会社には資産運用が悪化した場合に，またその時にのみデフォルトリスクがあること，さらには，企業年金保険の額面が利率の最低保証と成果配当により逓増することをモデル化した。これにより，問題は互いの権利行使が相手のオプションを消失させるアメリカンタイプの無期限平均値オプションの価格付けに帰着し，解析解の導出に成功した。

得られた解析解を用いて生命保険会社のデフォルトリスクが企業年金保険の解約戦略と転換戦略および基金が受け取るネットの利息に対して与える影響を分析したところ，その影響は投資適格級の範囲であれば小さいことが分かった。これは，商品性が横並びで各社ともに大きくは異ならない現在の状況を支持する。

本論文の貢献の一つは，企業年金保険の価格付け問題において，内包されたオプション性の評価に留まらず生命保険会社の転換戦略を考慮に入れた点である。しかし，一方で転換契約が不完備であることが原因となり，生命保険会社の転換戦略として額面を割増して期限前償還す

るという大胆な仮定を置いた。この点は今後の課題である。

参考文献

[1] 刈屋武昭 (1999),『信用リスク分析の基礎』,東洋経済新報社。

[2] 木島正明 (1993),『ファイナンス工学入門第Ⅱ部』, 日科技連。

[3] 鈴木輝好 (2004a),「保険会社のデフォルトと企業年金保険の価格」,經濟學研究 (北海道大学),53, pp.29-39.

[4] ――― (2004b),「保険会社のデフォルトを考慮した企業年金保険の価格付け」, Discussion Papar, series B, No.45, 北海道大学。

[5] 湯前祥二 (1996),「準乱数による最低利率保証及び成果配当付き貯蓄商品の価格評価」 Jafee 1996 冬季大会予稿集。

[6] ――― (2004),「配当・利率保証・解約のある年金保険商品における最適戦略」, 博士学位論文 (京都大学)。

[7] Aase, K. K. and S. A. Persson (1994), "Pricing of unit-linked life insurance policies", *Scandinavian Actuarial Journal*, 1, pp. 26-52.

[8] Bacinello, A. R. (2000), "Valuation of contingent-claim characterising particular pension schemes," *Insurance: Mathematics and Economics*, 27, pp.177-188.

[9] Brennan M. J. and E. S. Schwartz (1976), "Thepricing of equity-linked life insurance policies with an asset value guarantee," *Journal of Financial Economics*, 3, pp.195-213.

[10] Boyle, P. P. and M. R. Hardy (1997), "Reserving for maturity guarantees: two approaches," *Insurance: Mathematics and Economics*, 21, pp.133-127.

[11] Duffie, D. and J. M. Harrison (1993), "Arbitrage pricing of Russian options and perpetual lookback options," *Annals of Applied Probability*, 3, pp.641-651.

[12] Grosen, A and P. L. Jorgensen (2000), "Fair valuation of life insurance liabilities: the impact of interest rate guarantees, surrender options, and bounus policies," *Insurance: Mathematics and Economics*, 26, pp.37-57.

[13] Hull, J. and A. White (1995), "The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities," *Journal of Banking and Finance*, 19, pp.299-322.

[14] Ingersoll, J. E. (1987), *The Theory of Financial Decision Making*, Rowman and Littlefield.

[15] Jarrow, R. A. and S. M. Turnbull (1995), "Pricing derivative on financial securities subject to credit risk," *Journal of Finance*, 50, pp.53-86.

[16] Johnson, H. and R. Stulz (1987), "The pricing of options with default risk," *Journal of Finance*, 42, pp.267-290.

[17] Kijima, M. (2003), *Stochastic Processes with Application to Finance*, Chapman and Hall/CRC.

[18] Merton, R. C. (1973), "Theory of rational option pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, pp.143-183.

[19] ――――― (1974), "On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates," *Journal of Finance*, 29, pp.449-470.

[20] Rogers, L. C. G. and Z. Shi (1995), "The value of Asian option," *Journal of Applied Probability*, 32, pp.1077-1088.

[21] Shepp, L. and A. N. Shiryaev (1993), "The Russian option: reduced regret," *Annals of Applied Probability*, 3, pp.631-640.

[22] Wilmott, P., J. N. Dewnynne and S. D. Howison (1993), *Option Pricing: Mathematical Method and Computation*, Oxford Financial Press.