



# HOKKAIDO UNIVERSITY

|                     |                                                                                                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Title               | Geometric study of Lauricella's hypergeometric function ${}_4F_3$ [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review] |
| Author(s)           | 後藤, 良彰                                                                                                                               |
| Degree Grantor      | 北海道大学                                                                                                                                |
| Degree Name         | 博士(理学)                                                                                                                               |
| Dissertation Number | 甲第11364号                                                                                                                             |
| Issue Date          | 2014-03-25                                                                                                                           |
| Doc URL             | <a href="https://hdl.handle.net/2115/55302">https://hdl.handle.net/2115/55302</a>                                                    |
| Rights(URL)         | <a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/</a>            |
| Type                | doctoral thesis                                                                                                                      |
| File Information    | Yoshiaki_Goto_review.pdf, 審査の要旨                                                                                                      |



## 学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称    博士（理学）                      氏 名    後藤 良彰

|       |         |       |
|-------|---------|-------|
|       | 主 査 教 授 | 松本 圭司 |
|       | 副 査 教 授 | 齋藤 睦  |
| 審査担当者 | 副 査 教 授 | 山下 博  |
|       | 副 査 准教授 | 澁川 陽一 |
|       | 副 査 准教授 | 吉永 正彦 |

## 学 位 論 文 題 名

Geometric study of Lauricella's hypergeometric function  $F_C$   
(Lauricella の超幾何関数  $F_C$  に関する幾何学的研究)

## 博士学位論文審査等の結果について（報告）

Lauricella によって定義された  $m$  変数超幾微分方程式系  $F_C$  は、階数が  $2^m$  の確定特異点型で、解の積分表示が知られています。その積分表示から局所係数 (コ)ホモロジー群が定義され、局所係数ホモロジー群から局所解空間への自然な線型写像が存在します。この学位申請論文では、 $m$  変数超幾微分方程式系  $F_C$  が局所係数 (コ)ホモロジー群を用いて幾何学的に考察されています。その考察で得られた公式や性質は、4 つの章に分けて記載されています。

第 1 章では、原点の近くの点の近傍で冪級数表示される  $2^m$  個の解に対応する局所係数ホモロジー群の基底を構成し、上記の自然な線型写像が同型であることを示しています。また、この基底に関する交点行列を求めています。第 2 章では、局所係数コホモロジー群の元を代表するいくつかの微分形式に対して、それらの交点数を計算し  $m$  変数超幾何関数 Lauricella  $F_C$  に関する周期関係式を与えています。これらの結果は、国際的な雑誌 International Journal of Mathematics から申請者の単著論文として 2013 年に出版されています。得られた結果の正当性と数学的な価値は、この雑誌の査読者によっても認められています。第 3 章では、この微分方程式系の定義域の基本群を調べています。基本群の生成系を与え、それらは rank  $m+1$  の無限型 Artin 群の生成系にある関係式をみたすことが示されています。第 4 章では、第 3 章で求めた基本群の生成系に沿って、局所係数ホモロジー群の元たちを解析接続し、モノドロミー表現を求めています。変数の個数が増えると表現空間の次元が急速に増大する難しさを局所係数ホモロジー群間にある交点形式を用いることで解決しています。第 3、4 章で得られた結果の認証に関しては、記載された数式や議論の追跡だけでなく、変数の個数が少ない場合での計算機による検証も実施しました。モノドロミー表現の研究に関しては、他の多変数超幾微分方程式系では多くの先行結果があります。しかしこの微分方程式系では、2 変数の場合だけが約 30 年前に解決された以外には研究の進展はほとんどなく、3 変数の場合でさえ現在まで未解決でした。変数の個数が一般の場合でこの未解決問題を解決したことは、多変数超幾何関数の研究史に残る価値の高いものです。

提出された学位申請論文は、そこに記載されている数学的な主張内容は正しく、高い学術的な価値を有していると判定しました。よって申請者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認めます。