HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Basis construction for the Shi and Catalan arrangements [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	陶山, 大輔
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第11365号
Issue Date	2014-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/55304
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Daisuke_Suyama_review.pdf, 審査の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称　博士（理学）　氏 名　陶山 大輔

審査担当者
主 査　教 授　寺尾 宏明
副 査　教 授　齋藤 睦
副 査　准教授　吉永 正彦

学 位 論 文 題 名

Basis construction for the Shi and Catalan arrangements
(Shi 配置と Catalan 配置における基底の構成)

博士学位論文審査等の結果について（報告）

超平面配置とは，ℓ 次元ベクトル空間 V 内の余次元 1 のアフィン部分空間（超平面）の有限枚の集合のことを言う．このとき，V の相対空間 V^* の対称代数 $S = S(V^*)$ 上の導分加群 $\mathrm{Der}(S)$ は階数 ℓ の自由加群になることはすぐにわかる．一方，$\mathrm{Der}(S)$ の部分 S-加群 $D(\mathcal{A})$ を $D(\mathcal{A}) = \{\theta \in \mathrm{Der}(S) \mid \theta(Q(\mathcal{A})) \in Q(\mathcal{A})S\}$ で定義する．ただし，$Q(\mathcal{A}) := \prod_{\alpha H \in \mathcal{A}} \alpha_H$ であり，$\alpha_{H \in V^*}$ は超平面 H を定義する 1 次式である．この $D(\mathcal{A})$ は一般には自由 S-加群ではないが，たまたま $D(\mathcal{A})$ が自由 S-加群になる場合 $\mathcal{A}$ は自由配置であるという．自由配置の重要な例として，ℓ 次元既約ルート系 Φ の決める鏡映群の鏡映面の集合（＝ワイル配置）がある．以下，$\mathcal{A}$ をワイル配置とする．J.-Y.Shi は，ワイル配置の変形として Shi 配置 Shi^1 を導入した．Shi^1 の部屋の総数が $(h+1)^\ell$ に等しい（ただし，h はコクセター数）ことや，その特性多項式が $(t-h)^\ell$ に等しいことから，Shi^1 は，自由配置で，その幕指数が $(h, \cdots, h)(\ell$ 回) に等しいことが Edelman-Reiner（1996）によって予想されていたが，2004 年に吉永正彦によって肯定的に解決された．吉永の証明はコホモロジーの消滅などを用いる代数幾何的なものであり，具体的な構成はなされなかった．申請者は本論文によって（A 型，B 型，C 型の場合のみであるが）$D(\mathrm{Shi}^1)$ の基底の具体的な構成に成功した．自由配置であることがわかっていても，基底の構成が具体的に得られているものは大変少ない．その意味で本論文は高く評価できる．さらに興味深いのは，基底の構成の中に自然にベルヌーイ多項式の類似が登場することである．その意味するところはまだ謎に包まれているが，今後の更に豊かな研究につながることが期待される．

また，A_2 型に限って Shi 配置 $\mathrm{Shi}^k (k \geq 1)$ の導分加群の基底を構成したことも新しい結果であり，賞賛に値する．その方法は SRB(Simple root bases) と呼ばれる unique に定まる基底をこれ以上ないほど具体的な行列 (k に依存) を巧みに用いて inductive に基底を構成している．そこに示された計算能力の高さは驚くべきものであり，この方向でも，今後，A_2 に限らず，もっと多くのルート系についても基底を構成することを期待している．

これを要するに，著者は，ルート系に対応するワイル配置の導分加群についてその基底構成の新知見を得たものであり，超平面配置研究に貢献するところ大なるものがある．

よって著者は，北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める．