HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	低透水性岩石の水理・圧密特性の評価に関する研究
Author(s)	加藤, 昌治
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	乙第6923号
Issue Date	2014-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.r6923
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/55648
Type	doctoral thesis
File Information	Masaji_Kato.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

低透水性岩石の水理・圧密特性の評価に関する研究

2014 年 **3** 月

加藤　昌治

目　次

第 1 章　序　論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1
1.1　緒　言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1
1.2　研究目的 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1
1.3　岩石の水理挙動と圧密挙動に関する既往の研究 ・・・・・・・・・・・・ 2
1.3.1　室内透水試験法の理論とその適用に関する研究 ・・・・・・・・・・・ 2
1.3.2　低透水性岩石の水理定数の評価に関する研究 ・・・・・・・・・・・・ 8
1.3.3　岩石の空隙構造の可視化と定量評価に関する研究 ・・・・・・・・・・ 10
1.3.4　花崗岩の水理特性に関する研究 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 11
1.3.5　泥岩の水理特性と圧密特性に関する研究 ・・・・・・・・・・・・・・・ 11
1.4　本論文の構成 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 12
参考文献 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 13

第 2 章　透水試験法の理論の体系化 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 21
2.1　緒　言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 21
2.2　透水試験法の理論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 22
2.2.1　支配方程式と初期・境界条件 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 22
2.2.2　解析解 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 25
2.2.3　透水試験中の水頭分布の時間変化 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 27
2.2.4　感度解析 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 32
2.3　結　言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 37
参考文献 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 37

第 3 章　透水試験法の実験的検討 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 41
3.1　緒　言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 41
3.2　透水試験結果のばらつきの要因 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 41
3.3　シーケンシャル透水試験 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 42
3.3.1　実験装置 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 42
3.3.2　装置の圧縮貯留量の評価 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 44
3.3.3　実験方法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 45
3.3.4　データ解析手法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 47
3.3.5　供試体 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 48

3.3.6 実験結果 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 49
3.4 試験装置の較正に関する考察 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 53
3.4.1 装置の圧縮貯留量 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 53
3.4.2 差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播 ・・・・・・・・・・・・・・・ 54
3.5 理論解に関する検討 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 55
3.5.1 解析解の導出 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 56
3.5.2 従来の理論との比較 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 58
3.5.3 データ解析結果と考察 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 60
3.6 結 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 60
参考文献 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 61

第 4 章 低透水性岩石の水理定数の高精度評価 ・・・・・・・・・・・・・・・ 63
4.1 緒 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 63
4.2 トランジェントパルス法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 63
4.2.1 理 論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 64
4.2.2 水理定数の感度解析 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 66
4.3 データ解析手法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 67
4.3.1 非線形最小二乗法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 67
4.3.2 誤差評価 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 67
4.4 実験方法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 68
4.5 実験結果 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 71
4.6 考 察 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 73
4.7 結 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 76
参考文献 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 78

第 5 章 岩石の空隙構造の可視化と定量評価 ・・・・・・・・・・・・・・・・ 83
5.1 諸 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 83
5.2 ディジタル画像の不鮮明さの要因 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 84
5.3 X 線 CT 画像の相分離手法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 85
5.3.1 部分体積効果を考慮した混合確率分布モデル ・・・・・・・・・・・・ 85
5.3.2 しきい値選定法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 89
5.3.3 各相の体積と体積分率の計算 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 92
5.4 X 線 CT 撮影 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 95
5.4.1 マイクロフォーカス X 線 CT ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 95
5.4.2 試料 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 96

5.5 多孔質材料の空隙構造の可視化と定量評価 ・・・・・・・・・・・・・・・・ 98
5.5.1 ガラスビーズ充填試料の空隙率とその微小変化 ・・・・・・・・・・・・ 98
5.5.2 砂岩の空隙率 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 101
5.5.3 細線の断面積 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 104
5.5.4 オイルサンドの 3 相構造の定量評価 ・・・・・・・・・・・・・・・・ 107
5.6 考 察 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 108
5.6.1 相分離手法の比較 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 109
5.6.2 相分離結果の妥当性の検証 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 111
5.7 結 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 115
参考文献 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 117

第 6 章 花崗岩の水理特性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 123
6.1 緒 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 123
6.2 花崗岩の水理特性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 123
6.2.1 供試体 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 123
6.2.2 弾性波速度の異方性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 125
6.2.3 透水試験結果 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 127
6.3 花崗岩の透水異方性に関する考察 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 127
6.3.1 マイクロクラックの 3 次元方位分布 ・・・・・・・・・・・・・・・・ 129
6.3.2 花崗岩のマイクロクラックの方位分布評価 ・・・・・・・・・・・・ 136
6.3.3 マイクロクラックの方位分布から推定される透水テンソルの方向成分・・ 140
6.4 結 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 142
参考文献 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 143

第 7 章 泥岩の水理特性と圧密特性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 147
7.1 緒 言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 147
7.2 泥岩の水理特性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 148
7.2.1 水理定数の封圧依存性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 148
7.2.2 原位置での泥岩の遮水性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 151
7.3 泥岩の圧密特性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 152
7.3.1 多孔弾性論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 153
7.3.2 変形試験法の理論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 155
7.3.3 実験方法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 159
7.3.4 実験結果と解釈 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 161
7.3.5 幌延泥岩の多孔弾性定数と水理定数 ・・・・・・・・・・・・・・・・ 168

7.4 結　言 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 170
参考文献 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 173

第 8 章　結　論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 177
8.1 透水試験法の理論の体系化に関する結論 ・・・・・・・・・・・・・・・・ 177
8.2 透水試験法の実験的検討に関する結論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ 178
8.3 低透水性岩石の水理定数の高精度評価に関する結論 ・・・・・・・・・・・ 178
8.4 岩石の空隙構造の可視化と定量評価に関する結論 ・・・・・・・・・・・・ 179
8.5 花崗岩の水理特性に関する結論 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 180
8.6 泥岩の水理特性と圧密特性に関する結論 ・・・・・・・・・・・・・・・・ 181

謝　辞 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 185

付　録 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 187
A1 透水試験法の理論の基礎 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 187
A1.1 水理水頭 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 187
A1.2 水理定数 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 187
A1.3 多孔体内の透水現象の支配方程式・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 188
A1.4 感度係数の計算・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 193
A2 透水試験法の解析解の導出 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 194
A2.1 定水位法（下流側定容積条件）の解析解 ・・・・・・・・・・・・・・・ 194
A2.2 差圧計を介した圧力伝播を考慮したトランジェントパルス法の解析解・・ 199
A3 岩石内マイクロクラックの 3 次元方位密度関数の係数 ・・・・・・・・・・ 206
A4 多孔弾性定数の定義 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 210

第 1 章　序　論

1.1　諸　言

岩石の透水性は，トンネルなどの地下空洞の開削に伴う湧水や地下利用に起因する地盤沈下，人間の経済活動に起因する地下水汚染，採油や地熱開発あるいは鉱山開発などの鉱物・エネルギー資源の開発で遭遇する課題，火山噴火や地震，岩盤崩落や地すべりにおける人間の生命と財産を守るための防災，高レベル放射性廃棄物の地層処分における天然バリアや二酸化炭素の地中貯留におけるキャップロックの遮水性の評価など，様々な場面において工学的に重要である．とくに，天然バリアやキャップロックについては遮水性が求められるため，その遮水性を精度よく評価するためには，低い透水性の試料に対して高精度な透水試験を実施しなければならないことになる．

岩石の透水性には次の特徴がある．まず，岩石の空隙構造の多様性に起因して，岩石ごとに透水性が大きく異なる．透水係数では大きいものと小さいものを比較すると 10 桁以上の開きがある（Fig. 1.1）．そこで，これまでに提案されている複数の透水試験手法について検討し，本研究の目的に適合した手法を選定する必要がある．また，岩石は天然の多孔体であるので，それ自体の（とくに空隙構造の）不均質性や異方性がそのまま透水性に反映される．さらに，岩石の透水性は，応力状態や環境条件の影響を受け，大きく変化しやすい．すなわち，岩石の空隙の体積や形状および連結性の変化に，透水性は敏感に反応する．透水性の有効応力依存性は，応力の変化によって空隙の状態も変化し，それに伴い透水性も変化すると解釈される．このとき，固体（鉱物）部分が弾性的に振る舞えば，透水性は有効応力によって可逆的に変化することとなる．また，岩石の透水異方性は，空隙（マイクロクラック）の配向性に支配されている．

一方，材料の破壊によりき裂が生じたり，鉱物の沈殿により目詰まりを起こしたりして，不可逆的に空隙構造が変化する場合もある．前者は一般に透水性が高くなり，後者は透水性が低下する．このような現象は，工学的な目的のために利用されることがある．前者は貯留層の浸透性向上のための水圧破砕であったり，後者は廃棄体周辺の天然バリアのセルフシーリングであったりする．このような現象も，透水試験により評価し，検出することが可能である．

1.2　研究目的

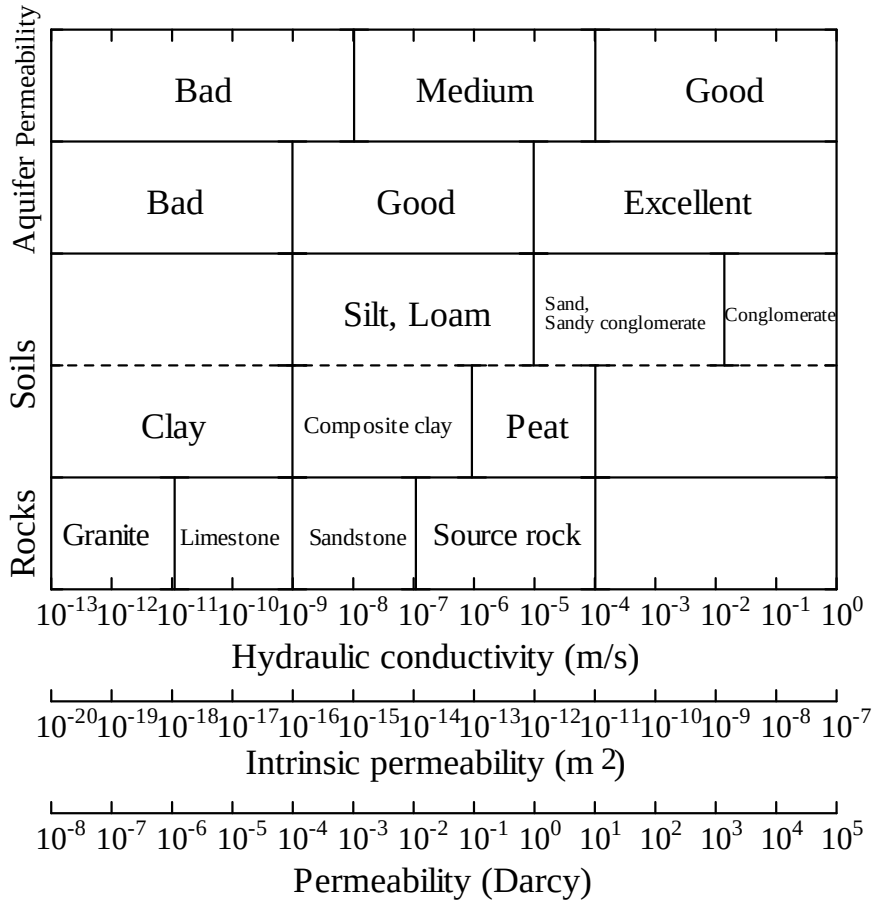


Fig. 1.1 Approximate unit conversion between hydraulic conductivity and permeability (modified from Yamamoto (1986)).

本研究では，低透水性岩石の透水特性および圧密特性の評価を目的としている．透水試験および圧密試験の理論と室内実験手法を体系的に整理し，低透水性岩石に対して実験的評価をおこなうこと，さらに，岩石の内部構造の可視化と定量評価も実施し，低透水性岩石の透水性の有効封圧依存性や透水異方性について考察することを目的としている．

1.3 岩石の水理特性と圧密特性に関する既往の研究

1.3.1 室内透水試験法の理論とその適用に関する研究

透水試験手法の発展の歴史は，フランスの水道技師 Henry Darcy が実施した砂ろ過の室内

実験（Darcy, 1856）に端を発する．その後，水理地質学・地下水理学を始めとして，地下水を含んだ地盤の挙動を扱う土質力学，石油や天然ガスの地下での移動や貯留を扱う油層工学，各種工業装置における透過流動現象を扱う化学工学など多くの分野に応用され，技術の進歩とあいまって発展してきた．その過程で出版された多孔質媒体の流体輸送特性を主要テーマとした著述は数多い（Muskat, 1937; Scheidegger, 1974; Collins, 1961; Bear, 1972; Dullien, 1992; Adler, 1992; Cushman, 1997）．以下では，円柱形試料の軸方向一次元流れの理論に基づく室内透水試験に焦点をあて，歴史を振り返ることにする．

最初に透水試験を実施したのはフランスの水道技師 Henry Darcy である（Darcy, 1856）．彼は，1855～1856 年にかけて透水試験を実施し，砂層に浸透する水の流量と動水勾配との間に比例関係のあることを見出した. その時に使用された試験装置は Fig. 1.2 のようである．試験手法としては，上流側と下流側境界における水頭を一定に保つ定水位法と後に命名される手法を採用している．このとき実験的に得られた流量と動水勾配との関係が現在 Darcy の法則と呼ばれているものであり，式(1.1)で与えられる．定水位法は，比較的透水性の高い試料に対して，現在広く一般に使われる試験法となっている．

$$Q = KA\frac{h_u - h_d}{l} \tag{1.1}$$

ここで，Q は流量［L^3T^{-1}］であり，A と l がそれぞれ試料の断面積［L^2］と高さ［L］である．h_u と h_d はそれぞれ試料の上流側と下流側での間隙水頭［L］を表す．K は，流量 Q と動水勾配(h_u − h_d) / l を関係づける比例定数であり，「透水係数」と呼ばれている．透水試験は，狭義にはこの透水係数を求める試験と言える．

20 世紀に入り，土質力学の父と言われる Karl Terzaghi によって圧密試験器と透水試験器とを組み合わせた装置が考案された（Terzaghi, 1925）．Terzaghi は，実験試料として透水性の低い粘土を取り扱っていたので，透水試験法としては Darcy の手法（定水位法）を改良した変水位法を提案している. 最初の変水位試験は 1919 年に実施されている（Goodman, 1999）. その原理と装置図，そして実験結果は，Terzaghi（1925）に収められている．その後，Terzaghi は変水位法専用の透水試験装置（Fig. 1.3）も製作している（Terzaghi, 1930）．しかし，これらの文献には解析解に関する記述はなく，また，ほとんどの土質力学の教科書において解析解の原典が記されていない．その理由は定かではないが，微分方程式が簡単に解けるものだったからかもしれない．今日広く使用されている解析解（式(1.2)）は，マサチューセッツ工科大学での Terzaghi の教え子の一人である Gilboy の著した論文（Gilboy, 1931）に見られる．そのため，この解に名前を付けるとすれば，Terzaghi – Gilboy の式というのがふさわしいのではなかろうか.

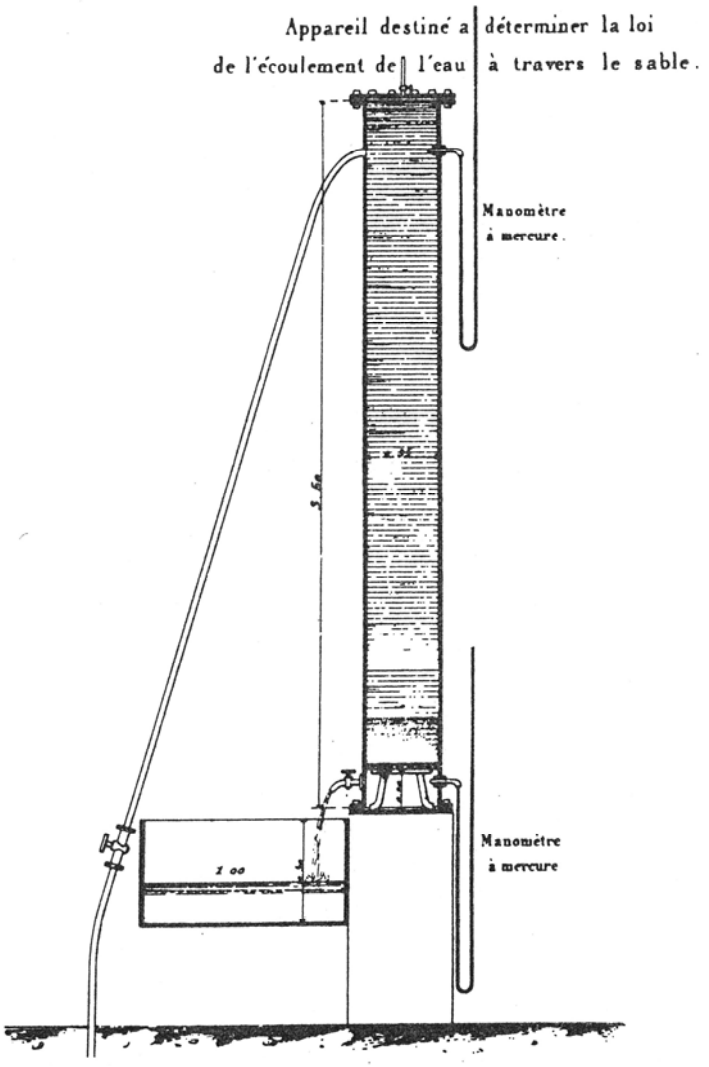


Fig. 1.2 The apparatus used by Darcy in the development of Darcy's law (Darcy, 1856).

$$K = \frac{al}{At} \ln \frac{H_u - h_d}{h_u - h_d} \tag{1.2}$$

ここで，t［T］は試験時間であり，試験開始時とその後の任意の時間 t に対応した上流側水頭の値が，それぞれ H_u［L］（初期水頭）と h_u［L］である（$H_u \geq h_u$）．この式の特徴は，式中に流量 Q を含まないことである．そのため，実際の実験においては流量 Q を計測する必要はなく，試料の断面積 A［L^2］と試料の高さ l［L］，スタンドパイプの内空断面積 a［L^2］を知っていれば，試験開始時と任意の時間 t だけ経過した後の上流側水頭 H_u と h_u を測定することにより，式(1.2)から試料の透水係数 K［LT^{-1}］を求めることができる．

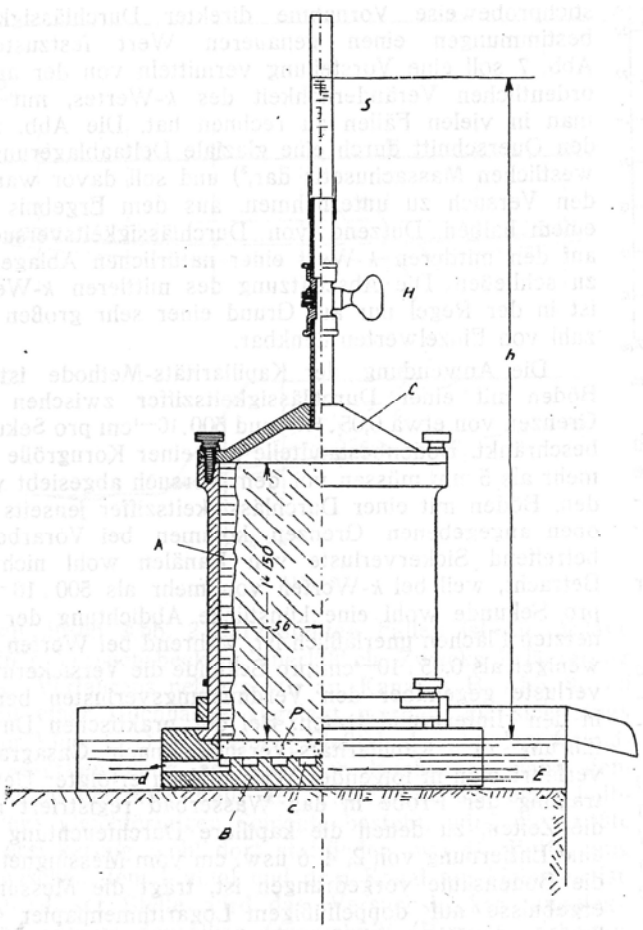


Fig. 1.3 Falling (variable) head permeameter for testing the permeability of soils developed by Terzaghi (1925).

この頃から，油層工学の分野においても，地下における流体流動現象の解明の要求から浸透試験が盛んにおこなわれるようになる．Muskat and Botset（1931）は，多孔質材料の透気試験の実施に際して，未固結地盤だけではなく岩石を対象とした試験を初めて実施した．岩石の透気試験では，円柱形供試体の軸方向流れの試験を実施するとともに，円筒形供試体に対して放射状流れを発生させる試験法も提案し，その試験の実施に成功している．また，試験に供したのは砂岩であるが，層理に平行な方向と垂直な方向で浸透性に違いのあること（つまり浸透異方性）を明らかにしている．Wyckoff et al.（1933）は，Darcy の名を使い，「darcy」という浸透率の単位を提案した．この工学単位は，これ以後広く受け入れられ，様々な分野で使用されるようになっている．その後，Wyckoff and Botset（1936）は，気液二相流れの実験をおこない，液体の飽和度に依存した流体個々の浸透率（つまり相対浸透率）の存在について明らかにした．Klinkenberg（1942）は，気体に対する多孔体の浸透率

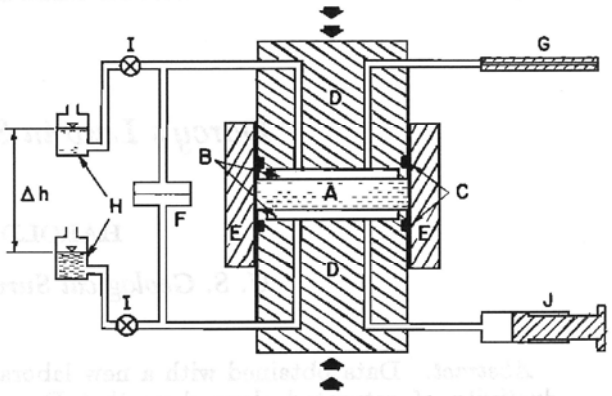


Fig. 1.4 Apparatus used in flow pump permeability experiments by Olsen (1966).

が液体に対するそれよりも大きくなるという現象（現在では Klinkenberg 効果と呼ばれている）を実験的に明らかにし，その理由や条件について考察した．また，Fatt and Davis（1952）は，砂岩を供試体として窒素ガスの透気試験を実施し，浸透率は応力に依存すること（浸透率の応力依存性）を示した．

1960 年代には二つの主要な透水試験手法が提案されている．一つがフローポンプ法であり，もう一つがトランジェントパルス法である．

フローポンプ法は，粘土の透水性評価のために Olsen（1966）によって提案された手法である．本手法の試験装置を Fig. 1.4 に示す．Olsen（1966）に述べられているように，定常流れでのデータを使用する場合，定水位法と同じダルシーの式（式(1.1)）を直接適用できる．異なる点は，定水位法では試料の両端の水頭を固定していたのに対して，フローポンプ法においては送水ポンプを使用して流量を一定に制御していることである．実験における初期条件を試料全体において水頭一定の平衡状態として，実験開始直後の非定常流れデータも取り扱いたい場合には，試料の比貯留率や装置のコンプライアンスも必要となる．装置のコンプライアンスを無視した場合の解析解は Morin and Olsen（1987）に，それを考慮した厳密解は Esaki et al.（1996）に示されている．厳密解を用いれば，透水係数と比貯留率の両方を求めることができる．

なお，下流側の境界条件は一定水頭であるが，実際の実験においては下流側の貯留槽の容積を大きくして，実質上一定水頭と扱っていることが多い．後に，下流側の境界条件を一定容積（一定貯留量）とした場合の厳密解が Song et al.（2004）によって導出されている．

トランジェントパルス法は，高封圧・高間隙圧条件下における花崗岩の透水性評価のために Brace et al.（1968）が提案した手法である．彼らは，装置の圧縮貯留量に比べて試料の貯留量が無視できる場合に適用可能な近似解を示した．本手法の装置を Fig. 1.5 に示す．後にパルス法の厳密解を導出したのは Hsieh et al.（1981）である．実験データの解析においては，Brace et al.（1968）では近似解を用いて差圧の減衰の片対数プロットの傾きから浸透率

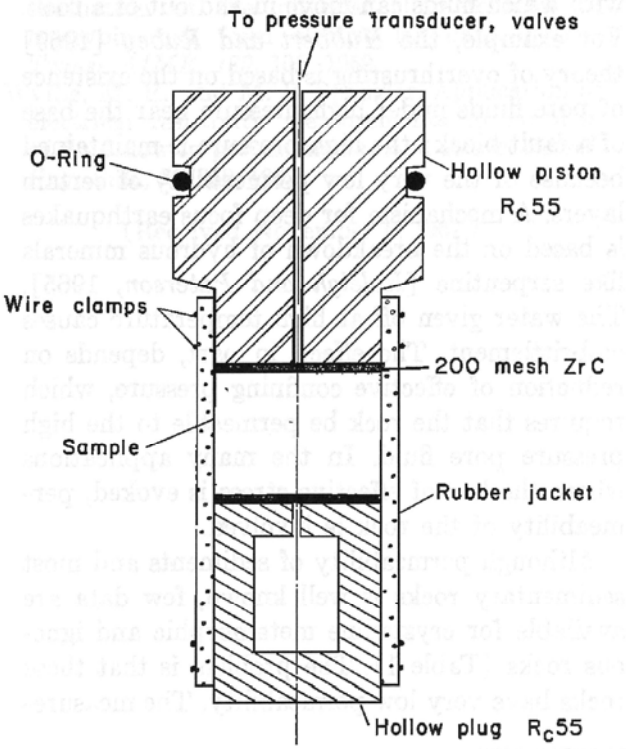


Fig. 1.5 Experimental arrangement of transient pulse method developed by Brace et al. (1968)

を求め，Lin（1982）は数値解法で，Neuzil et al.（1981）は厳密解に基づいた図解法により，Zhang et al.（2000）は厳密解に基づいた解析的な方法で透水係数と比貯留率を評価している．現在では，トランジェントパルス法は比較的短時間で低透水性岩石の透水性を評価できる確立された手法となっている．Brace et al.（1968）が導入した近似式を次式に示す．

$$\frac{h_u - h_d}{H} = \exp\left\{-\frac{KAt}{l}\left(\frac{1}{S_u}+\frac{1}{S_d}\right)\right\} \tag{1.3}$$

ここで，H はパルス水頭（初期水頭差）［L］を表し，h_u および h_d はそれぞれパルス水頭負荷後時間 t［T］だけ経過したときの上流側および下流側の貯留槽内の水頭［L］で，この水頭差の減衰曲線から供試体の透水係数 K［LT^{-1}］を評価できる．l と A はそれぞれ供試体の高さ［L］と断面積［L^2］を表す．なお，Brace et al.（1968）の式では水の圧縮率と貯留槽容積が使われているが，式(1.3)では上流側と下流側の装置の圧縮貯留量［L^2］である S_u と S_d を使用した．その理由は，これら装置の圧縮貯留量を実験的に求めておけば，貯留槽の

容積や水の圧縮率を必要とせず，装置のコンプライアンスも考慮できるので精度よく透水係数の評価ができるからである（第 3 章と第 4 章を参照）．

なお，Walls et al.（1982）はトランジェントパルス透水試験において改良した解析解を示しているが，それは供試体の上流側の境界条件を一定容積（一定貯留量）ではなく一定圧力としているため，厳密にはトランジェントパルス法の解とは言えない．しかしながら，上流側の貯留槽の容積を大きくすることにより，トランジェントパルス試験における実験初期データの処理においては実用上有効であろう．

張ら（2002）は，ここまでに述べた複数の透水試験手法を一つの岩石供試体に対して適用可能な試験装置を製作し（Fig. 1.6），砂岩と花崗岩を供試体として透水試験を実施している．その結果は，試験手法ごとに評価された水理定数に違いがみられてはいるものの，精度の高い実験を実施するために考慮すべき点を示唆している．

これまでに述べた試験法では，間隙流体の挙動は上流側から下流側への一方向の単調流れであったが，Kranz et al.（1990）によって提案されたオシレーション法（間隙圧振動法）は間隙圧の押し引きを正弦波状に供試体に与える手法である．この手法は，供試体の変形に伴う連続的な浸透性の変化を扱うような実験に適している．なお，Kranz et al.（1990）と同時期に Fisher（1992）も同じ原理の試験手法を考案している．

最近，Song and Renner（2006）が，試料の上流側の間隙圧を直線的に増加させるという線形加圧法を提案している．この手法は，流量を制御するための高価なシリンジポンプを必要とせず，精度よく透水係数と比貯留率を評価できるようである．

多孔質材料の水理学的性質は，力学的性質や熱的性質，化学的性質とともに，さまざまな理工学の分野において重要視されている．例えば，地球科学を始め，土木工学や地盤工学，応用地質学，地下水学，資源開発工学，そして化学工学や医療工学に至るまで必要不可欠なものとなっている．実際の問題をみてみると，トンネルなどの地下空洞の開削に伴う湧水（Höfle et al., 2008）や地下利用に起因する地盤沈下（Schatzel et al., 2012; Xu et al., 2012），人間の経済活動に起因する土壌汚染や地下水汚染（Mulligan et al., 2001），採油や地熱開発あるいは鉱山開発などの鉱物・エネルギー資源の開発で遭遇する問題や課題（Moore, 2012; Liu, 2011; Allis, 2000），火山噴火や地震，岩盤崩落や地すべりにおける人間の生命と財産を守るための防災（Scheu et al., 2008; Faulkner et al., 2010; Matsushi et al., 2006），放射性廃棄物の地層処分や二酸化炭素の地中貯留における課題（Miller and Wang, 2012; Song and Zhang, 2013），浄水や工業分野・医療分野で用いられるろ過膜を用いた各種装置の開発（Caré et al., 2012; Qi et al., 2011; Porcelli and Judd, 2010; Jonquières et al., 2002）など枚挙にいとまがない．

1.3.2　低透水性岩石の水理定数の評価に関する研究

低透水性岩石の水理特性の評価が必要となるのは，たとえば，高レベル放射性廃棄物の

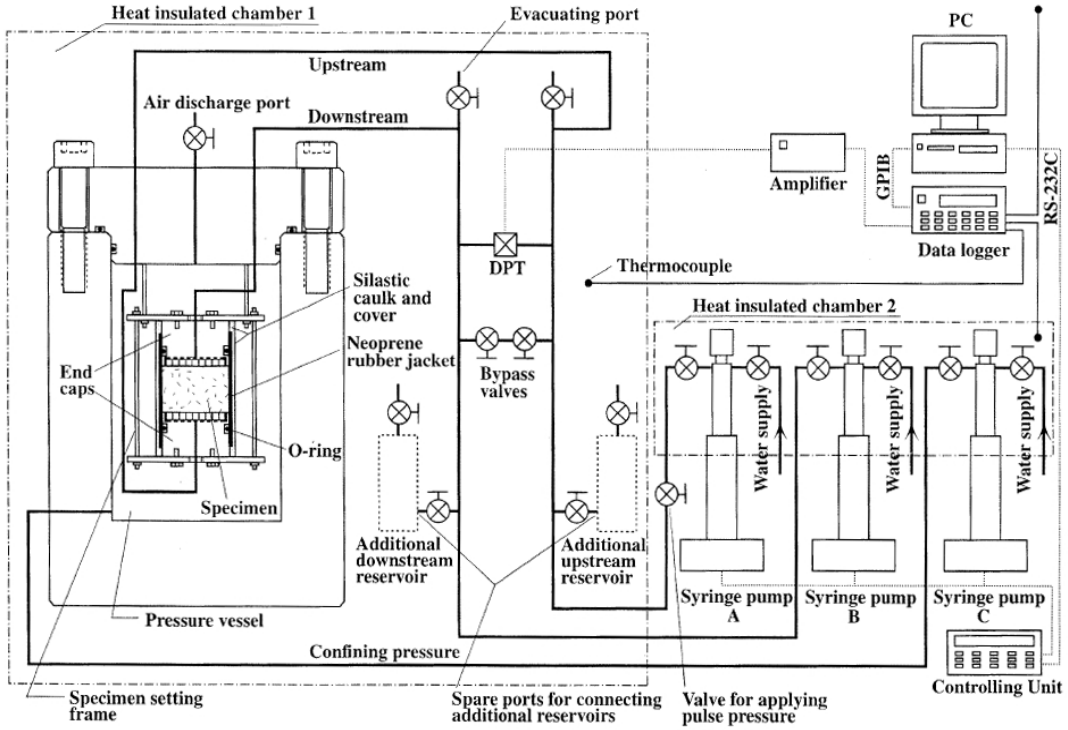


Fig. 1.6 Schematic of the versatile laboratory permeability test system for rocks developed by Zhang et al. (2002)

地層処分や二酸化炭素の地中貯留における周囲岩盤の天然バリアとしての遮へい性能を知りたい場合，あるいは油層や地熱貯留層の挙動評価においてキャップロックからの流体の漏えいの程度を知りたい場合，地震発生過程を議論する上で重要となるプレート境界をも含めた地下深部における高温・高圧条件下での間隙水の挙動を知りたいような場合などが考えられる．透水性の高い低いに明確な基準はないが，本論では，透水係数で 10^{-10} m/s 程度よりも小さい値を示す場合に低透水性と位置づけることとする．

透水性の低い岩石の水理特性を評価するための室内試験法としては，トランジェントパルス法（Brace et al., 1968）（以下，パルス法とも言う）が適している．トランジェントパルス法は，すでに信頼のおける確立された透水試験法となっており，1970 年代から多くの実験結果が報告されている（Zoback and Byerlee, 1975; Kranz et al., 1979; Brace, 1980; Neuzil et al., 1981; Bernabé et al., 1982; Trimmer, 1981; Lin, 1982; 杉本ら, 1985; Lin et al., 1986; Moore et al., 1986; Walder and Nur, 1986; 杉本・古住, 1989; 高橋ら, 1990, 2000; 石島ら, 1991, 1993; 薛ら, 1992; Wang and Hart, 1993; Moore et al., 1994; Kiyama et al., 1996; Suzuki et al., 1998; 林・高橋, 1999; Zhang et al., 2000; Kato et al., 2002; 張ら, 2002; 山口ら, 2003; 谷川・坂口, 2008）．また，最近では，シェールガスやシェールオイルに関連して，低透水性の頁岩の透気試験にパル

ス法を適用する試みがなされている（Boulin et al., 2012; Civan et al., 2011; Darabi et al., 2012; Giot et al., 2012; Sakhaee-Pour and Bryant, 2012）.

1.3.3　岩石の空隙構造の可視化と定量評価に関する研究

岩石は，程度の差こそあれ，内部に空隙構造を有する多孔質材料とみなすことができる．そのため，岩石は多孔質材料固有の水理特性を有する．逆の言い方をすると，岩石の水理特性はその内部の空隙構造に支配されていると言える．また，水理特性のみならず，力学特性や熱特性に関しても空隙構造に大きく影響されている．

多孔質材料の空隙率の測定には種々の方法がある．水銀圧入法や窒素ガス吸着法，乾湿状態での材料の秤量による方法などが一般に用いられている（Denoyel and Thommes, 2006）．さらに，材料の空隙構造は，薄片にして顕微鏡下で観察することができる（Abell et al., 1999）．これらの方法では試料の損傷や擾乱は避けられない．なぜなら，試料は切断され，磨かれ，熱せられ，あるいは少なくとも流体に浸されるからである．空隙の幾何形状や分布特性を評価する場合と同様に，空隙率評価においても，試料へのそのような損傷や擾乱の影響は無視できない．

非破壊かつ非擾乱での多孔質材料の内部構造の可視化には X 線 CT が適している．X 線 CT は，医療分野のみならず，工学分野においても有用である．土壌や岩石のような地質材料の内部構造も非破壊で観察することができる．CT 撮影では，複数方向からの X 線透過像を再構成することにより，X 線減衰係数の空間分布を表すグレースケールの CT 画像が得られる．その画像から，そこに隠れている重要な情報を抽出することになる．

CT 画像における相分離（多相構造の抽出）は，材料物性を調べる上でもっとも単純な手法の一つである．乾燥した土壌や岩石（鉱物粒子と空隙中の空気とから成る），あるいは水で飽和した土壌や岩石（鉱物粒子と空隙中の水とから成る）は，鉱物の固相と空気あるいは水の流体相の 2 相構成材料である．このような 2 相材料の相分離の精度の向上は，現在でも挑戦的な問題であり，これまで様々な取り組みがなされている．たとえば，Withjack (1988)は，2 種類の異なる密度の流体で飽和した多孔質材料の連続撮影で得られた線減衰係数を用いて，空隙率を計算する方法を開発した．Van Geet et al. (2003)は，二つの空隙率の測定方法を紹介した．一つが均質な単結晶試料（石灰岩）のための純粋非多孔質試料を用いた較正法であり，もう一つが不均質な試料（砂岩）のための二重エネルギー法である．その結果，空隙率がある範囲内でスライスごとに異なっていることを見出した．このスライスごとの空隙率の相違は，用いられた岩石試料の不均質性に依存しているが，そのことは画像の相分離で使われるしきい値が得られる空隙率に影響を及ぼすことを示唆している．なお，岩石ではないが，土壌を対象とした CT 画像の相分離に関する研究も最近進捗がみられる（Schlüter et al., 2010; Houston et al., 2013）.

1.3.4　花崗岩の水理特性に関する研究

高レベル放射性廃棄物の地層処分研究で結晶質岩を対象としているのは，国内では瑞浪超深地層研究所（岐阜県瑞浪市）である．海外においては，結晶質岩を対象として，フィンランドでは最終処分地が決定され，スウェーデンにおいては処分場建設予定地が選定されている（経産省資源エネルギー庁，2013）．フィールドスケールで天然の結晶質岩盤の透水性を考える場合，重要となるのは節理や断層のような巨視き裂の存在である．き裂性媒体に内在する不連続面とそのき裂性媒体自体の透水性との関係を考えると，岩石と岩盤のアナロジーから，結晶質岩における微視き裂と透水性との関係を評価できれば，結晶質岩盤における巨視き裂と透水性との関係を知ることができる．

近年，高温岩体（HDR/HWR）地熱発電技術を包含した工学的地熱系（EGS）の造成技術が注目を浴びている．この技術は，熱があっても水がなかったりき裂がなかったりするような場所で，人工的に貯留層を形成し，水を循環させて熱水・蒸気を取り出し，発電しようとするものである．この技術の対象となるのは主に深部の結晶質岩体であり，その実質部の透水性は，EGS の造成計画を立てるときの基礎データとなる．また，上述したアナロジーから，結晶質岩における微視き裂と透水性との関係を評価することにより，天然および人工的に造成したき裂の分布と貯留層の透水性との関係を検討することができる．

1.3.5　泥岩の水理特性と圧密特性に関する研究

わが国では，幌延深地層研究センター（北海道天塩郡幌延町）において，堆積岩を対象とした高レベル放射性廃棄物の地層処分研究がおこなわれている．海外においては，粘土層を対象として，フランスやスイスにおいて地層処分研究がおこなわれている（経産省資源エネルギー庁，2013）．フィールドスケールで地層の透水性を考える場合，水路となるき裂の存在が重要となる．しかしながら，堆積岩は結晶質岩に比べて鉱物部分の剛性が低いため，ある程度の深度であればき裂の閉塞が期待できる．また，粘土を含む場合には膨潤などによる自己閉塞作用を積極的に利用することも考えられる．このような場合，放射性廃棄物の地層処分後の放射性核種の長期挙動を把握するには，堆積岩の実質部の透水性を正確に知っておく必要がある．

近年，地球温暖化を抑止するため，温室効果ガスの二酸化炭素の分離回収・貯留（CCS）技術の研究が進められている．現在，二酸化炭素の貯留方法として有力な候補に挙がっているのが地中貯留である．地中貯留のターゲットと目されているのは炭層や帯水層であり，そこでの吸着や溶解などの作用が有効に機能することが期待されている．もしもそこから二酸化炭素が漏えいした場合を想定すると，その上部にキャップロックの存在していることが望ましい．二酸化炭素の地中貯留後の挙動を把握するためには，このキャップロックの遮蔽性を知っておく必要がある．

地熱開発に伴う地熱貯留層の挙動を評価する場合でも，その貯留層の上部にあるキャッ

プロック（帽岩）の形態によって，貯留層の挙動が違ってくる．とくに，蒸気卓越型地熱貯留層の場合には，キャップロックの形態に基づく生産と涵養の計画の立案が重要となる．また，石油貯留層（油層）においても，油層自体の透水構造の評価に加えてキャップロックの透水性を把握しておくことも求められる．

堆積岩の水理特性は，応力変化や変形により大きく変化する．透水性は空隙の形状や連結性の変化に敏感であり，比貯留率は空隙率に依存している．堆積岩は結晶質岩に比べて剛性が低いので，同じ応力をかけたとしても変形は大きくなる．このとき，空隙体積も比較的大きく変化するので，飽和した堆積岩の場合には間隙流体の移動量や貯留量の変化も比較的大きくなる．したがって，間隙流体の挙動と変形挙動とを関連付けられれば，上述の放射性廃棄物の地層処分や二酸化炭素の地中貯留あるいは地熱開発や石油の採掘において，原位置計測データから有用な情報を引き出すこともできる（David and Le Ravalec-Dupin, 2007）．

1.4　本論文の構成

本研究では，低透水性岩石の透水特性および圧密特性の評価を目的として，透水試験および圧密試験の理論と室内実験手法を体系的に整理し，低透水性岩石に対して実験的評価をおこなった．さらに，岩石の内部構造の可視化と定量評価も実施し，低透水性岩石の透水性の有効封圧依存性や透水異方性について考察した．以下に，本論文の各章の概要を示す．

第 1 章は序論であり，研究の背景と目的を示す．岩石の水理挙動と圧密挙動の工学的な重要性を整理し，既往の研究を展望している．そして本論文の構成を示している．

第 2 章では，単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元単調浸透流に基づく 6 つ透水試験法の理論式を無次元化して整理し，体系的に解説する．透水試験法には，定水位法，変水位法，フローポンプ法，トランジェントパルス法など複数の試験法があるので，供試体内の水頭分布を示すとともに，感度解析も実施してそれらの比較をおこない，それぞれの試験法の特徴を明らかにした．

第 3 章では，透水試験結果がばらつく要因について検討するため，第 2 章で紹介した 6 つの試験法から成るシーケンシャル透水試験を実施し，試験手法の違いが水理定数の評価結果に及ぼす影響について考察している．トランジェントパルス試験においては，追加貯留槽の有無により得られる透水係数に違いが表れた．その原因を実験的に明らかにし，それを境界条件に反映して新たな理論解を導出し，従来の理論では表現できなかった間隙水の挙動を表すことができた．

第 4 章では，低透水性岩石の水理定数の高精度評価を目的として，トランジェントパル

ス法による透水試験についていくつかの検討をおこなっている．まずトランジェントパルス法の理論について整理し，感度解析と誤差評価を含めた非線形最小二乗法に基づく汎用的なデータ解析手法を提案している．つづいて低透水性の花崗岩に対して高精度なトランジェントパルス透水試験を実施し，その結果から本論で提案するデータ解析手法の妥当性を示している．

第 5 章では，岩石の水理特性と圧密特性を支配している空隙構造の可視化と定量評価について述べている．X 線 CT を用いると，非破壊かつ非擾乱で，多孔質材料の内部構造を可視化し，空隙構造を定量化することができる．2 相および 3 相から成る多相構成材料に焦点を当て，X 線 CT スキャナーを利用して試料の断層撮影を実施し，部分体積効果を考慮して得られた CT 画像の相分離をおこなって各相の体積分率（空隙率）の評価を試みた．

第 6 章では，低透水性の火成岩の一つである花崗岩の水理特性の特徴について述べている．第 4 章で検討した低透水性試料に適したトランジェントパルス法を用いて，花崗岩の水理定数（透水係数と比貯留率）を評価した．ここでは，第 3 章で検討した結果から，再現性のある高精度な透水試験を実施した．その結果，透水係数の封圧依存性を精度よく示すことができた．また，花崗岩の透水異方性は，弾性波速度の異方性と調和的であり，マイクロクラックの 3 次元方位分布から説明できることを示した．

第 7 章では, 低透水性の堆積岩である泥岩の水理特性と圧密特性についてまとめている．トランジェントパルス透水試験を実施し, 泥岩の水理定数の封圧依存性を示した．さらに, 原位置水理試験で得られた透水係数の深度依存性をき裂の閉合挙動から説明した．つぎに, 多孔弾性論を間隙水の挙動で整理してから, 三軸圧縮試験を実施し, 幌延泥岩の圧密特性, すなわち変形特性と水理特性について同時評価をおこなった．

第 8 章は結論であり，本研究で得られた成果をまとめている．

参考文献

Abell, A. B., Willis, K. L., and Lange, D. A. (1999): *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 211, pp. 39–44.

Adler, P. M. (1992): *Porous Media: Geometry and Transports*, Butterworth-Heinemann, Boston, 544p.

Allis, R. G. (2000): Review of subsidence at Wairakei field, New Zealand, *Geothermics*, Vol. **29**, pp. 455–478.

Bear, J. (1972, 1988): *Dynamics of fluids in porous media*, American Elsevier, New York, 764p.

Bernabé, Y., Brace, W. F., and Evans, B. (1982): Permeability, porosity and pore geometry of hot-pressed calcite, *Mechanics of Materials*, Vol. 1, pp. 173–183.

Boulin, P. F., Bretonnier, P., Gland, N., and Lombard, J. M. (2012): Contribution of the steady state method to water permeability measurement in very low permeability porous media, *Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP Energies nouvelles*, Vol. 67 (3), pp. 387-401.

Brace, W. F. (1980): Permeability of crystalline and argillaceous rocks, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 17, pp. 241–251.

Brace, W. F., Walsh, J. B., and Frangos, W. T. (1968): Permeability of granite under high pressure, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **73** (6), pp. 2225–2236.

Caré, S., Crane, R., Calabrò, P. S., Ghauch, A., Temgoua, E., and Noubactep, C. (2012): Modeling the Permeability Loss of Metallic Iron Water Filtration Systems, *Clean – Soil, Air, Water*, Vol. **41** (3), pp. 275–282.

Civan, F., Rai, C. S., and Sondergeld, C. H. (2011): Shale-Gas Permeability and Diffusivity Inferred by Improved Formulation of Relevant Retention and Transport Mechanisms, *Transport in Porous Media*, Vol. 86, pp. 925–944.

Collins, R. E. (1961): *Flow of Fluids Through Porous Materials*, Reinhold, New York, 270p.

Cushman, J. H. (1997): *The Physics of Fluids in Hierarchical Porous Media: Angstroms to Miles*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 467p.

Darabi, H., Ettehad, A., Javadpour, F., and Sepehrnoori, K. (2012): Gas flow in ultra-tight shale strata, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 710, pp. 641–658.

Darcy, H. (1856): *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Victor Dalmont, Paris, 647p.

David, C., Robion, P. and Menéndez, B. (2007): Anisotropy of elastic, magnetic and properties of the Callovo-Oxfordian argillite, *Physical and Chemistry of the Earth*, Vol. 32, pp. 145–153.

Denoyel, R. and Thommes, M. (Eds.) (2006): *Particle and Particle Systems Characterization* (Special Issue), Vol. 23.

Dullien, F. A. L. (1992, 1979): *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*, 2nd ed., Academic Press, San Diego, 574p.

Esaki, T., M. Zhang, A. Takeshita, and Y. Mitani (1996): Rigorous theoretical analysis of a flow pump permeability test, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. **19** (3), pp. 241–246.

Fatt, I. and D. H. Davis (1952), Reduction in permeability with overburden pressure, *Petroleum Transactions AIME*, Vol. **195**, pp. 329.

Fischer, G. J. (1992): Chapter 8 The determination of permeability and storage capacity: pore pressure oscillation method, *Fault Mechanics and Transport Properties of Rocks, A Festschrift in Honor of W. F. Brace* (B. Evans and T. Wong, Eds.), Academic Press, London, pp. 187–211.

Faulkner, D. R., Jackson, C. A. L., Lunn, R. J., Schlische, R. W., Shipton, Z. K., Wibberley, C. A. J., and Withjack, M. O. (2010): A review of recent developments concerning the structure, mechanics and fluid flow properties of fault zones, *Journal of. Structural Geology*, Vol. **32**, pp.

1557–1575.

Gilboy, G. (1931): Soil mechanics research, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. **57** (8), pp. 1165–1188.

Giot, R., Giraud, A., Guillon, T., and Auvray, C. (2012): Three-dimensional poromechanical back analysis of the pulse test accounting for transverse isotropy, *Acta Geotechnica*, Vol. 7, pp. 151–165.

Goodman, R. E. (1999): *Karl Terzaghi: The Engineer as Artist*, ASCE Press.［リチャード・E・グッドマン（著），赤木俊允（訳）（2006）：土質力学の父　カール・テルツァーギの生涯―アーティストだったエンジニア―，地盤工学会，東京，497p.］

Höfle, R., Fillibeck, J., and Vogt, N. (2008): Time dependent deformations during tunnelling and stability of tunnel faces in fine-grained soils under groundwater, *Acta Geotechnica*, Vol. **3**, pp. 309–316.

Houston, A. N., Otten, W., Baveye, P. C., and Hapca, S. (2013): Adaptive-window indicator kriging: A thresholding method for computed tomography, *Computers & Geosciences*, Vol. **54**, pp. 239–248, doi:10.1016/j.cageo.2012.11.016.

Hsieh, P. A., Tracy, J. V., Bredehoeft, J. D., Silliman, S. E. (1981): A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of ‘tight’ rocks–I. theory, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **18**, pp. 245–252.

石島洋二，薛自求，高橋学（1991）：新第三紀堆積岩の透水挙動と等価管路モデルによる解釈，応用地質，Vol. 32 (5), pp. 209–220.

石島洋二，薛自求，高橋学（1993）：トランジェント・パルス法による岩石の透水特性の測定に関する 2，3 の基礎的問題，資源と素材（*Journal of MMIJ*），Vol. 109 (7), pp. 511–516.

Jonquières, A., Clément, R., and Lochon, P. (2002): Permeability of block copolymers to vapors and liquids, *Progress in Polymer Science*, Vol. **27**, pp. 1803–1877.

Kato, M., Sanoki, S., Miyagi, A., Takahashi, M., and Kaneko, K. (2002): Anisotropic permeability of granite, *Proceedings of 2002 ISRM Regional Symposium (3rd Korea-Japan Joint Symposium) on Rock Engineering*, Seoul, Korea, Vol. 2, pp. 851–858.

経済産業省資源エネルギー庁電力・ガス事業部放射性廃棄物等対策室（2013）：諸外国における高レベル放射性廃棄物の処分について，http://www2.rwmc.or.jp/publications:hlwkj2013 .

Kiyama, T., Kita, H., Ishijima, Y., Yanagidani, T., Aoki, K., and Sato, T. (1996): Permeability in anisotropic granite under hydrostatic compression and triaxial compression including post-failure region, In: M. Aubertin, F. Hassani, and H. Mitri (eds.), *Rock Mechanics Tools and Techniques, Proceedings of 2nd NARMS'96*, Montréal, Balkema, Rotterdam, Vol. 2, pp. 1643–1650.

Klinkenberg, L. J. (1942), The permeability of porous media to liquids and gases, *API Drilling and Production Practice*, Vol. **2**, pp. 200–213.

Kranz, R. L., Frankel, A. D., Engelder, T., and Scholz, C. H. (1979): The permeability of whole and jointed Barre granite, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 16, pp. 225–234.

Kranz, R. L., Saltzman, J. S., and Blacic J. D. (1990): Hydraulic diffusivity measurements on laboratory rock samples using an oscillating pore pressure metnod, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **27** (5), pp. 345–352.

Lin, W. (1982): Parametric analyses of the transient method of measuring permeability, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **87** (B2), pp. 1055–1060.

林為人，高橋学（1999）：高温履歴を有する稲田花崗岩の透水係数と等価管路モデルに基づく評価，応用地質，Vol. 40 (1), pp. 25–35.

Liu, J., Chen, Z., Elsworth, D., Qu, H., and Chen, D. (2011): Interactions of multiple processes during CBM extraction: a critical review, *International Journal of Coal Geology*, Vol. **87**, pp. 175–189.

Matsushi, Y., Hattanji, T., and Matsukura, Y. (2006): Mechanisms of shallow landslides on soil-mantled hillslopes with permeable and impermeable bedrocks in the Boso Peninsula, Japan, *Geomorphology*, Vol. **76**, pp. 92–108.

Miller, A. W. and Wang, Y. (2012): Radionuclide interaction with clays in dilute and heavily compacted systems: a critical review, *Environmental Science & Technology*, Vol. **46**, pp. 1981–1994.

Moore, T. A. (2012): Coalbed methane: a review, *International Journal of Coal Geology*, Vol. **101**, 36–81.

Morin, R. H. and H. W. Olsen (1987): Theoretical analysis of the transient pressure response from a constant flow rate hydraulic conductivity test, *Water Resources Research*, Vol. **23** (8), pp. 1461–1470.

Mulligan, C. N., Young, R. N., and Gibbs, B. F. (2001): Remediation technologies for metal-contaminated soils and groundwater: an evaluation, *Engineering Geology*, Vol. **60**, pp. 193–207.

Muskat, M. (1937), *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*, McGraw-Hill, New York, London, 763p.

Muskat, M. and H. G. Botset (1931), Flow of gas through porous materials, *Physics*, Vol. **1**, pp. 27–47.

Neuzil, C. E., Cooley, C., Sillman, S. E., Bredehoeft, J. D., and Hsieh, P. A. (1981): A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of ‘tight’ rocks–II. application,

International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts, Vol. **18** (3), pp. 253–258.

Lin, C., Pirie, G., and Trimmer, D. A. (1986): Low permeability rocks: laboratory measurements and three-dimensional microstructural analysis, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 91 (B2), pp. 2173–2181.

Moore, D. E., Lockner, D. A., and Byerlee, J. D. (1994): Reduction of permeability in granite at elevated temperatures, *Science*, Vol. 265, pp. 1558-1561.

Moore, D. E., Morrow, C. A., and Byerlee, J. D. (1986): High-temperature permeability and groundwater chemistry of some Nevada test site tuffs, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 91 (B2), pp. 2163–2171.

Olsen, H. W. (1966): Darcy's law in saturated kaolinite, *Water Resources Research*, Vol. **2** (2), pp. 287–295.

Porcelli, N. and Judd, S. (2010): Chemical cleaning of potable water membranes: a review, *Separation and Purification Technology*, Vol. **71**, pp. 137–143.

Qi, Y., Thapa, K. B., and Hoadley, A. F. A. (2011): Application of filtration aids for improving sludge dewatering properties – a review, *Chemical Engineering Journal*, Vol. **171**, pp. 373–384.

Sakhaee-Pour, A. and Bryant, S. L. (2012): Gas Permeability of Shale, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, Vol. 15 (4), pp. 401–409.

Schatzel, S. J., Karacan, C. Ö., Dougherty, H. and Goodman, G. V. R. (2012): An analysis of reservoir conditions and responses in longwall panel overburden during mining and its effect on gob gas well performance, *Engineering Geology*, Vol. **127**, pp. 65–74.

Scheidegger, A. E. (1974): *The Physics of Flow Through Porous Media*, 3rd ed., University of Toronto Press, Toronto, 353p.

Scheu, B., Kueppers, U., Mueller, S., Spieler, O., and Dingwell, D. B. (2008): Experimental volcanology on eruptive products of Unzen volcano, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, Vol. **175**, pp. 110–119.

Schlüter, S., Weller, U., and Vogel, H.-J. (2010): Segmentation of X-ray microtomography images of soil using gradient masks, *Computers & Geosciences*, Vol. **36**, pp. 1246–1251, doi:10.1016/j.cageo.2010.02.007.

Song, I., Elphick, S. C., Main, I. G., Ngwenya, B. T., Odling, N. W., and Smyth, N. F. (2004): One-dimensional fluid diffusion induced by constant-rate flow injection: Theoretical analysis and application to the determination of fluid permeability and specific storage of a cored rock sample, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **109**, B05207, doi:10.1029/2003JB002395.

Song, I. and Renner, J. (2006): Linear pressurization method for determining hydraulic permeability and specific storage of a rock sample, *Geophysical Journal International*, Vol. **164** (3), pp.

685–696.

Song, J. and Zhang, D. (2013): Comprehensive review of caprock-sealing mechanisms for geologic carbon sequestration, *Environmental Science & Technology*, Vol. **47**, pp. 9–22.

杉本文男，古住光正（1989）：トランジェント・パルス法を用いた岩石の透水試験，資源・素材学会誌（*Journal of MMIJ*），Vol. 105 (10), pp. 727–731.

杉本文男，松木浩二，遠藤修（1985）：トランジェント・パルス法による岩石の透水係数測定について，応用地質，Vol. 26 (3), pp. 121–128.

Suzuki, K., Oda, M., Yamazaki, M., and Kuwahara, T. (1998): Permeability changes in granite with crack growth during immersion in hot water, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 35 (7), 907–921.

高橋学，平田実雄，小出仁（1990）：稲田花崗岩の透水係数に及ぼす封圧および間隙水圧の影響について，応用地質，Vol. 31 (3), pp. 105–114.

谷川亘，坂口真澄（2008）：透水係数の測定時間短縮を目的としたトランジェント・パルス法の改良と考察，応用地質，Vol. 49 (2), pp. 105–110.

Terzaghi, K. (1925): *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*, Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 399p.

Terzaghi, K. v. (1930), Sickerverluste aus Kanälen, *Die Wasserwirtschaft*, Vol. **23** (18–19), pp. 318–330.

Trimmer, D. A. (1981): Design criteria for laboratory measurements of low permeability rocks, *Geophysical Research Letters*, Vol. 8, pp. 973–975.

Van Geet, M., Lagrou, D., and Swennen, R. (2003): *Applications of X-ray Computed Tomography in the Geosciences*, ed. by F. Mees, R. Swennen, M. Van Geet and P. Jacobs, Geological Society, London, Vol. 215, pp. 51–60.

Walder, J. and Nur, A. (1986): Permeability measurement by the pulse-decay method: effects of poroelastic phenomena and non-linear pore pressure diffusion, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 23 (3), pp. 225-232.

Walls, J. D., Nur, A. M., Bourbie, T. (1982): Effects of pressure and partial water saturation on gas permeability in tight sands: experimental results, *Journal of Petroleum Technology*, Vol. **34**, pp. 930–936.

Wang, H. F. and D. J. Hart (1993): Experimental error for permeability and specific storage from pulse decay measurements, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **30** (7), pp. 1173–1176.

Withjack, E. M. (1988): Computed tomography for rock-property determination and fluid-flow visualization, *SPE Formation Evaluation*, Vol. **3** (4), pp. 696–704.

Wyckoff, R. D. and H. G. Botset (1936): The flow of gas-liquid mixtures through unconsolidated

sands, *Physics*, Vol. **7**, pp. 325–345.

Wyckoff, R. D., H. G. Botset, M. Muskat, D. W. Reed (1933): The measurement of the permeability of porous media for homogeneous fluids, *Review of Scientific Instruments*, Vol. **4**, pp. 394–405.

薛自求，石島洋二，高橋学（1992）：砂岩の微視的構造と透水特性，資源と素材（*Journal of MMIJ*），Vol. 108 (11), pp. 769–775.

Xu, Y.-S., Ma, L., Shen, S.-L., and Sun, W.-J. (2012): Evaluation of land subsidence by considering underground structures that penetrate the aquifers of Shanghai, China, *Hydrogeology Journal*, Vol. **20**, pp. 1623–1634.

山口卓哉，小嶋智，矢入憲二（2003）：美濃帯のジュラ紀メランジュの室内透水試験—八百津地域および伊自良地域の例—，応用地質，Vol. 44 (5), pp. 303–312.

山本荘毅（編）（1986）：地下水学用語辞典，古今書院，東京，141p.

張銘，高橋学，江崎哲郎，遠藤秀典（2002）：難透水性岩盤材料を対象とした高精度汎用室内透水試験システムの開発，応用地質，Vol. **43** (2), pp. 83–91.

Zhang, M., Takahashi, M., Morin, R. H., and Esaki, T. (2000a): Evaluation and application of the transient-pulse technique for determining the hydraulic properties of low-permeability rocks—part 1: theoretical evaluation, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 23 (1), pp. 83–90.

Zhang, M., M. Takahashi, R. H. Morin, and T. Esaki (2000b): Evaluation and application of the transient-pulse technique for determining the hydraulic properties of low-permeability rocks—part 2: experimental application, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. **23** (1), pp. 91–99.

Zoback, M. D. and Byerlee, J. D. (1975): The effect of microcrack dilatancy on the permeability of Westerly granite, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 80 (5), pp. 752–755.

第 2 章　透水試験法の理論の体系化

2.1　緒　言

多孔質材料の特徴の一つは，その内部の空隙を経路として流体が移動できるということであり，言い換えると，多孔質材料は水理学的性質（浸透性と貯留性）を有しているということにある．多孔質材料におけるこの水理学的性質は，力学的性質や熱的性質，化学的性質とともに，さまざまな理工学の分野において重要視されている．例えば，地球科学を始め，土木工学や地盤工学，応用地質学，地下水学，資源開発工学，そして化学工学や医療工学に至るまで必要不可欠なものとなっている．実際の問題をみてみると，トンネルなどの地下空洞の開削に伴う湧水（Höfle et al., 2008）や地下利用に起因する地盤沈下（Schatzel et al., 2012; Xu et al., 2012），人間の経済活動に起因する土壌汚染や地下水汚染（Mulligan et al., 2001），採油や地熱開発あるいは鉱山開発などの鉱物・エネルギー資源の開発で遭遇する問題や課題（Moore, 2012; Liu, 2011; Allis, 2000），火山噴火や地震，岩盤崩落や地すべりにおける人間の生命と財産を守るための防災（Scheu et al., 2008; Faulkner et al., 2010; Matsushi et al., 2006），放射性廃棄物の地層処分や二酸化炭素の地中貯留における課題（Miller and Wang, 2012; Song and Zhang, 2013），浄水や工業分野・医療分野で用いられるろ過膜を用いた各種装置の開発（Caré et al., 2012; Qi et al., 2011; Porcelli and Judd, 2010; Jonquières et al., 2002）など枚挙にいとまがない．

これらすべての分野において，多孔質材料を扱う上で重要となるのは，多孔質材料固有の流体輸送特性を理解しておくことである．透水試験は，このような多孔質材料の流体透過能力を直接実験的に評価するためのものであり，狭義には透過流体として水を採用した場合の多孔質材料の水理特性を評価する試験を指す．透水試験で得られる試料の水理定数には透水係数（hydraulic conductivity）と比貯留率（specific storage）とがある．実際の問題では，浸透流体が単相の液体水ばかりではなく，空気や水蒸気，石油，天然ガス，有機溶剤などの単相流体であったり，あるいはそれらが混ざり合った気液二相や液液二相，さらには三相以上の混相流体であったりと様々な性質・状態の流体が考えられる．しかし，本論では，単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元単調浸透流に基づく透水試験法を中心に取り上げる．混相流を扱う試験を実施する場合でも，ここで述べる単相流体の理論が基本となる．

工学的な立場からは，対象とする材料や領域が高透水性であるほうが望ましい場合とそうでない場合とに分かれる．前者には石油や天然ガス，あるいは地熱流体の貯留層があり，後者には放射性廃棄物の地層処分における天然・人工バリアの役割や二酸化炭素の地中貯

留におけるキャップロックの存在が挙げられる．しかし，いずれの場合においても，対象領域の水理的性質の評価は重要である．後者のように低透水性が望ましい場合においては遮水性という用語が用いられたりもするが，その評価のための試験法に違いはない．本論では踏み込めないが，工学的には透水性の制御を目指した研究や技術開発も行なわれている．

多孔質材料がもつ他の性質と比較すると，透水性には次の特徴がある．まず，多孔質材料の空隙構造に起因して，材料によって透水性が大きく異なる．透水係数では大きいものと小さいものを比較すると 10 桁以上の開きがある（Fig. 1.1）．そのため，試料の透水性によっては，ある透水試験手法が適用できないということも起こりうる．このことが，いくつもの透水試験法が考案された背景にある．

また，地盤や岩盤などの天然の多孔質材料を扱う場合には，材料自体の（とくに空隙構造の）不均質性や異方性がそのまま透水性にも表れる．材料の不均質性に関しては，代表要素体積（REV）に注意して供試体サイズを決定すれば，等価な均質多孔体として取り扱うことが可能となる．透水異方性に関しては，透水係数は 2 階のテンソル量であることを考慮して，流れの方向を明確にして透水試験を実施する必要がある．

さらに，多孔質材料の透水性は，応力条件や環境条件などの影響を受け，大きく変化しやすい．透水性は，多孔質材料の空隙の体積や形状および連結性の変化に敏感であり，それに起因して大きく変化する．透水性の有効応力依存性は，応力の変化によって空隙の状態も変化し，それに伴い透水性も変化すると解釈される．このとき，固体（鉱物）部分が弾性的に振る舞えば，透水性は有効応力によって可逆的に変化することとなる．一方，材料の破壊によりき裂ができたり，鉱物の沈殿により目詰まりを起こしたりして，空隙構造が変化する場合もある．前者の場合は一般に透水性が高くなり，後者の場合は透水性が低下するが，いずれの場合も透水性は不可逆変化している．このような現象は，工学的な目的のために利用されることがある．前者は貯留層の浸透性向上のための水圧破砕であったり，後者は廃棄体周辺の天然バリアのセルフシーリングであったりする．

本章では，室内透水試験法の理論について無次元化して整理し，体系的な解説を試みる．そして，単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元流れに基づく 6 つの透水試験法の違いについて解説する．したがって，多相流体の浸透試験や単一き裂を対象とした透水試験は本論では取り扱わないものとする．

2.2　透水試験法の理論

2.2.1　支配方程式と初期・境界条件

本章では，均質な飽和多孔質材料を対象とし，1 次元浸透流に基づく室内透水試験法を取

り扱うこととする．その場合，基礎となるのは，次式で表される 1 次元水頭拡散方程式である（付録 A1 参照）．

$$\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{K}{S'}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=0 \tag{2.1}$$

ここで，h は供試体内の水理水頭［L］であり，時間 t と 1 次元座標 x の関数である．すなわち，$h(x,t)$ と表すことができて，$t\geq 0$，$0\leq x\leq l$ より，x＝0 は供試体の下流側端面，x＝l は上流側端面に位置し，l は供試体の長さでもある．K と S'は供試体の水理定数で，それぞれ透水係数［LT^{-1}］と比貯留率［L^{-1}］を表している．微分方程式(2.1)を，それぞれの試験法に合った境界条件を考慮して解けば，それぞれの試験法に対応する解析解が得られる．なお，水頭拡散方程式の導出や水理水頭および水理定数の解説は付録に掲載したので，そちらを参照されたい．

本章では円柱形供試体の軸方向単調一次元流れに基づいた透水試験手法を扱うことにすれば，試料両端の境界条件を基準にして透水試験法を分類すると Table 2.1 のようになる．この表では，3 通りの境界条件が取り扱われている．それらを具体的な式の形にしてここに示す．

まず下流側の境界条件を見ると，一定水頭と一定容積（一定貯留量）の 2 通りがある．前者は，一定値を 0 として次のように表される．

$$h(0,t)=0,\quad t\geq 0 \tag{2.2}$$

一方，後者は，h_d を下流側貯留槽内の水頭として，次のように表すことができる．

$$h(0,t)=h_d(t),\quad t\geq 0 \tag{2.3}$$

$$\frac{S_d}{KA}\frac{dh_d}{dt}-\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0}=0,\quad t>0 \tag{2.4}$$

$$h_d(0)=0 \tag{2.5}$$

ここで，S_d は下流側貯留槽の圧縮貯留量を表している．

つぎに上流側の境界条件を見ると，一定水頭と一定容積，さらに一定流量の 3 通りが挙げられている．これらを式で表すと以下のようになる．一定水頭については，

$$h(l,t)=H,\quad t\geq 0 \tag{2.6}$$

Table 2.1 Classification of permeability test methods according to the boundary conditions.

Test method	Downstream condition	Upstream condition
Constant head (Darcy, 1856)	Const. head	Const. head
Falling head (Terzaghi, 1925)	Const. head	Const. volume (Const. storage)
Flow pump (Olsen, 1966)	Const. head	Const. flow rate
Modified constant head (Walls et al., 1982)	Const. volume (Const. storage)	Const. head
Transient pulse (Brace et al., 1968)	Const. volume (Const. storage)	Const. volume (Const. storage)
Modified flow pump (Song et al., 2004)	Const. volume (Const. storage)	Const. flow rate

と表され，ここに H は実験開始直後の供試体両端間の水頭差を表している．つづいて一定容積については，

$$h(l,t) = h_u(t), \quad t \geq 0 \tag{2.7}$$

$$\frac{S_u}{KA}\frac{\partial h_u}{\partial t} + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=l} = 0, \quad t > 0 \tag{2.8}$$

$$h_u(0) = H \tag{2.9}$$

と表され，ここに h_u は上流側貯留槽内の水頭であり，S_u は上流側貯留槽の圧縮貯留量を表している．式(2.8)中の S_u は，変水位法以外の閉じたシステムで使用するものである．一方，従来の変水位試験のときには，S_u をスタンドパイプの断面積 a に置き換えればよい．最後に，上流側の境界条件が一定流量の場合には，

$$h(l,t) = h_u(t), \quad t \geq 0 \tag{2.10}$$

$$\frac{S_u}{KA}\frac{dh_u}{dt}+\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=l}=\frac{Q}{KA},\quad t>0 \tag{2.11}$$

$$h_u(0)=0 \tag{2.12}$$

と表され，ここに Q は流量（一定値）である．

なお，初期条件については，すべての試験法において，次のような同じ条件を採用する．

$$h(x,0)=0,\quad 0<x<l \tag{2.13}$$

2.2.2　解析解

本節では，軸方向 1 次元浸透流に基づいた室内透水試験法の理論解を示す．Table 2.1 に挙げた 6 つの透水試験法について，前節で述べた初期・境界条件を用いて微分方程式(2.1)を解くことにより，供試体内の水頭分布の時間変化を表す解析解を導き出すことができる．水頭拡散方程式は熱伝導型の微分方程式であるので, 多くの研究者は Carslaw and Jaeger（1959）を参考にして解析解を導いている．得られる解は無限級数の和の形で表され，ここで取り扱ういずれの解も収束性はよい．以下に，6 つの透水試験法について順に説明する．

(1)定水位法

本法は，供試体の両端間に一定の水頭差を与え，このとき発生する流量を測定し，Darcy 則から供試体の透水係数を評価する方法である．式(2.13)の初期条件と式(2.2)と(2.6)で表される境界条件を採用して，微分方程式(2.1)を解くと，定水位法の解析解が次式で表される（Carslaw and Jaeger, 1959）．

$$\frac{h(x,t)}{H}=\xi+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos(m\pi)}{m\pi}\exp\left(-m^2\pi^2\alpha\right)\sin(m\pi\xi) \tag{2.14}$$

ここで，$\xi=x/l$，$\alpha=Kt/l^2S'$ であり，ξ は供試体内の無次元位置を表し，α は無次元時間を表している．

(2)変水位法

本法は，元来，流体が供試体を浸透することによるスタンドパイプでの水位の低下から供試体の透水係数を評価する方法であった．この原理を閉じたシステムで実現するには，供試体の両端に設置した貯留槽の一方（上流側）の水頭を瞬時に増大させ，その減衰から水理定数を評価することができる．この条件で解析解を導くには，式(2.13)の初期条件と式(2.2)と式(2.7)～(2.9)の境界条件を用いて微分方程式(2.1)を解けばよい．ここで得られる解析

解は次式のようである．

$$\frac{h(x,t)}{H}=2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha{\phi_m}^2\right)\sin\left(\phi_m\xi\right)}{\left(1+\beta+\dfrac{{\phi_m}^2}{\beta}\right)\sin\phi_m} \tag{2.15}$$

ここで，ξ と α は前述のとおりであり，今回初めて $\beta=S'Al/a$ を導入した．これは，装置の圧縮貯留量に対する供試体の圧縮貯留量の比を表す．なお，ϕ_m は次の非線形方程式の根である．

$$\tan\phi=\frac{\beta}{\phi} \tag{2.16}$$

なお，変水位法の解析解(18)は，後述するトランジェントパルス法の解析解において，下流側の貯留槽容積を無限大にした場合に等しい．

(3)フローポンプ法

本法は，供試体の上流側貯留槽に流入する流体の流量を一定に保ち，この流量によって供試体の両端間に生じる水頭差を測定し，供試体の水理定数を評価する方法である．この方法でも，前の二つの方法と初期条件と下流側の境界条件は同じであり，上流側の境界条件だけを変える．すなわち，微分方程式(2.1)を解くときに使用する初期・境界条件は，式(2.13)，式(2.2)，そして式(2.10)～(2.12)となる．ここで得られる解析解は次式で表される（Esaki et al., 1996）．

$$\frac{h(x,t)}{H}=\xi-2\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha{\phi_m}^2\right)\sin\left(\phi_m\xi\right)}{\phi_m\left(1+\beta+\dfrac{{\phi_m}^2}{\beta}\right)\cos\phi_m} \tag{2.17}$$

式中の ξ，α，β は前述のとおりである．ここでも，ϕ_m は非線形方程式(2.19)の根である．また，H については，フローポンプ法では $H=h(l,\infty)=Ql/KA$ と考える．

(4)定水位法（下流側定容積条件）

本法は，定水位法の下流側境界条件を定圧から定容積に変えたものである．この境界条件の試験法は，Walls et al. (1982)がパルス減衰法（トランジェントパルス法）として導入しているが，ある条件での解析解だけしか示されておらず，厳密解の導出には至っていない．

また，著者の知る限り，決まった名称はもっていないようである．そこで，括弧の中に下流側境界条件を入れて試験法の名称に使用しておく．この手法では，上流側端面を一定圧に保ち，下流側端面に設置した貯留槽の圧力の増加による水頭差の経時変化から供試体の水理定数を評価する．これまで同様，初期条件に式(2.13)を用い，境界条件に関しては，下流側には式(2.3)～(2.5)を，上流側には式(2.6)を用いる．これらの境界条件で微分方程式(2.1)を解くと，本法の解析解は次式で表される．

$$\frac{h(x,t)}{H}=1-2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\left(\dfrac{\beta}{\gamma\phi_m}\cos\phi_m\xi-\sin\phi_m\xi\right)}{\phi_m\cos\phi_m+\left(1+\dfrac{\beta}{\gamma}\right)\sin\phi_m} \tag{2.18}$$

ここで，ξ，α，β は前述のとおりであり，$\gamma=S_d/S_u$ が新たに加わった．この γ は，上流側貯留槽の圧縮貯留量に対する下流側貯留槽の圧縮貯留量の比である．また，ここでは，ϕ_m は次の非線形方程式の根である．

$$\tan\phi=\frac{\beta}{\gamma\phi} \tag{2.19}$$

解析解(2.18)は，下流側貯留槽の容積を無限大にした場合，前述した定水位法の解析解と等しくなる．

(5)トランジェントパルス法

本法は，供試体の両端にそれぞれ圧力貯留槽を設置し，一方の貯留槽（上流側）に瞬時に圧力パルスを与え，その後の供試体両端間の水頭差の減衰から供試体の水理定数を評価する方法である（Brace et al., 1968）．試験時間が短くて済むことから，低透水性岩石の透水試験には有用である．初期条件は式(2.13)を，下流側境界条件は式(2.3)～(2.5)，上流側境界条件は式(2.7)～(2.9)を用いて微分方程式(2.1)を解くと，トランジェントパルス法の解析解は次式で表される（Hsieh et al., 1981）．

$$\frac{h(x,t)}{H}=\frac{1}{1+\beta+\gamma}+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\left[\cos\phi_m\xi-\dfrac{\gamma\phi_m}{\beta}\sin\left(\phi_m\xi\right)\right]}{\left(1+\beta+\gamma-\dfrac{\gamma\phi_m{}^2}{\beta}\right)\cos\phi_m-\phi_m\left(1+\gamma+\dfrac{2\gamma}{\beta}\right)\sin\phi_m} \tag{2.20}$$

ここで，ϕ_m は次の非線形方程式の根である．

$$\tan\phi = \frac{\phi(\gamma+1)}{\frac{\gamma\phi^2}{\beta}-\beta} \tag{2.21}$$

(6)フローポンプ法（下流側定容積条件）

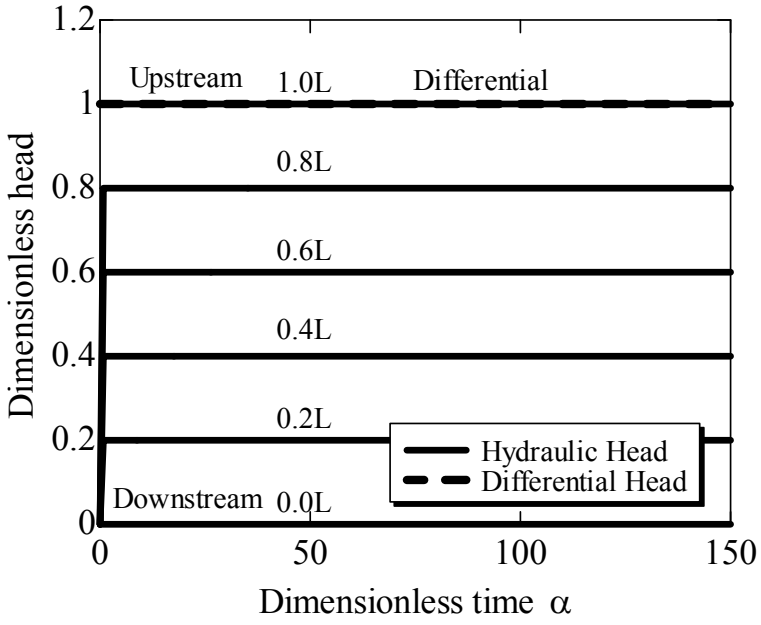
本手法は，フローポンプ法の下流側境界条件を定圧から定容積に変えたものであり，固有の名称を持たないため，下流側境界条件をそのまま試験法の名称に使用しておく．上流側貯留槽に流入する流体の流量を一定に保ち，そのとき供試体の両端間に生じる水頭差の経時変化から供試体の水理定数を評価する方法である．初期条件と下流側境界条件は方法(4)，(5)と同じである．上流側の境界条件については，方法(3)（フローポンプ法）と同じ式(2.10)〜(2.12)を用いる．これらの初期・境界条件で微分方程式(2.1)を解くと，解析解は以下のように得られる（Song et al., 2004）．

$$\frac{h(x,t)}{H} = \frac{\alpha+\frac{\xi^2}{2}+\frac{\gamma\xi}{\beta}}{1+\frac{(\gamma+1)}{\beta}} - \frac{1+\frac{3(\gamma+1)}{\beta}+\frac{6\gamma}{\beta^2}}{6\left\{1+\frac{(\gamma+1)}{\beta}\right\}^2} + 2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\left(\cos\phi_m\xi-\frac{\gamma\phi_m}{\beta}\sin\phi_m\xi\right)}{\phi_m{}^2\left(\frac{\gamma\phi_m{}^2}{\beta^2}-1\right)\cos\phi_m+\phi_m\left(\frac{\gamma\phi_m{}^2}{\beta^2}+\frac{\phi_m{}^2(\gamma+1)}{\beta}+1\right)\sin\phi_m} \tag{2.22}$$

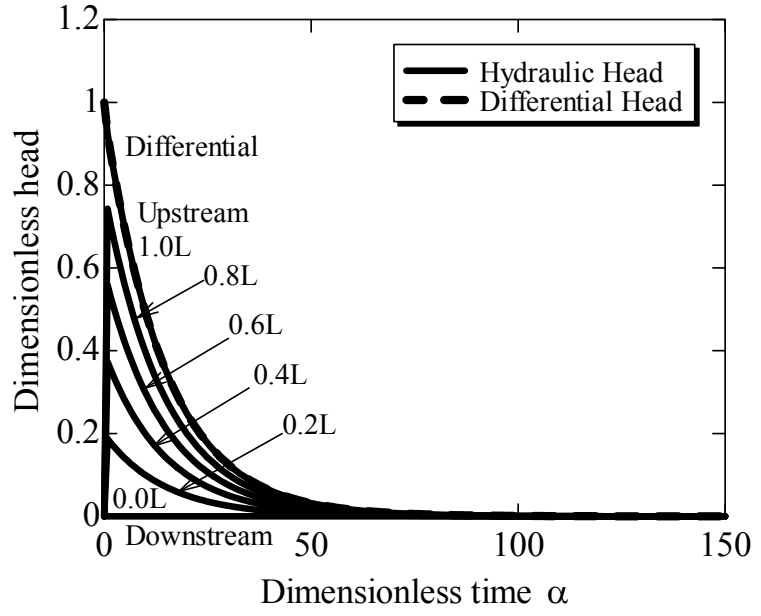
ここで，ϕ_m は非線形方程式(2.24)の根である．上式は，下流側の貯留槽容積を無限大にした場合，前述したフローポンプ法の解析解と等しくなる．

2.2.3　透水試験中の水頭分布の時間変化

前節では，6 通りの透水試験法の解析解を導き出した．この解析解を用いて，透水試験中の供試体内部の水頭分布の経時変化を Fig. 2.1 に示す．円柱供試体を軸方向に 5 等分して，下流側端面から上流側端面に向かって 0.0L（下流側端面），0.2L，0.4L，0.6L，0.8L，1.0L（上流側端面）としている．それぞれの解析解のパラメータには，同じ数値を代入して，異なる試験法同士でも，水頭分布の時間変化の比較ができるように配慮した．さらに，Fig. 2.1 では横軸の時間も縦軸の水頭も無次元化してあり，それぞれの試験法の特徴をわかりやすくしている．今回理論曲線を描く際に使用した数値は，第 3 章で使用する供試体や試験装置に合わせて次のように決めた．供試体としては砂岩を想定し，その透水係数は 5×10^{-10}



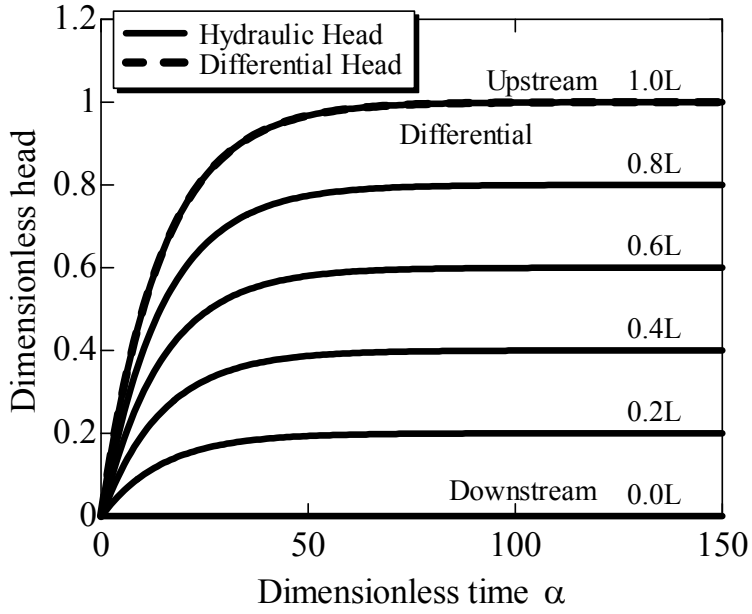
(a) constant head method.



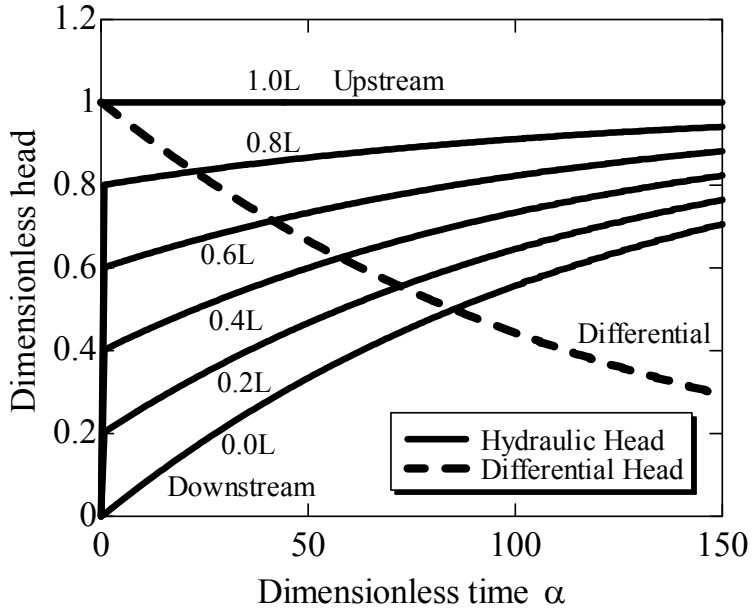
(b) falling head method.

Fig. 2.1 Variation of hydraulic head distribution within a specimen during permeability tests.

m/s，比貯留率は 1×10^{-6} m^{-1}，供試体のサイズは直径 5 cm で高さ 2.5 cm，上流側貯留槽の圧



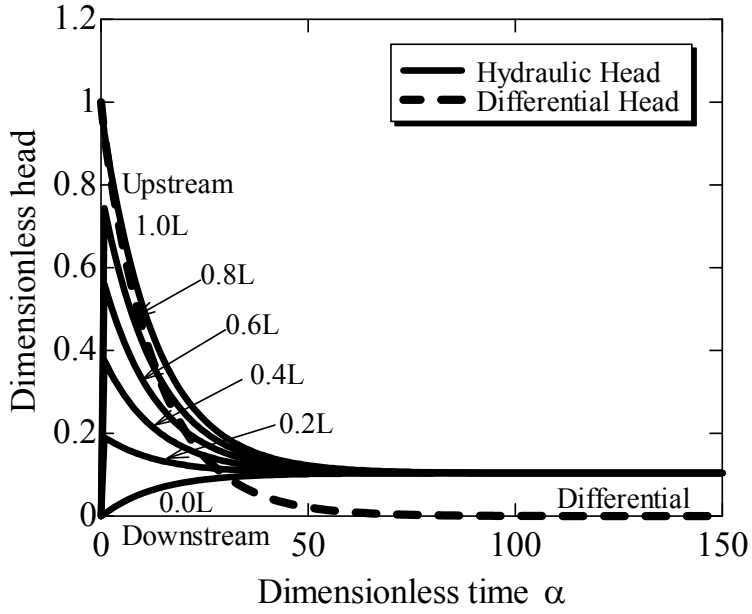
(c) flow pump method.



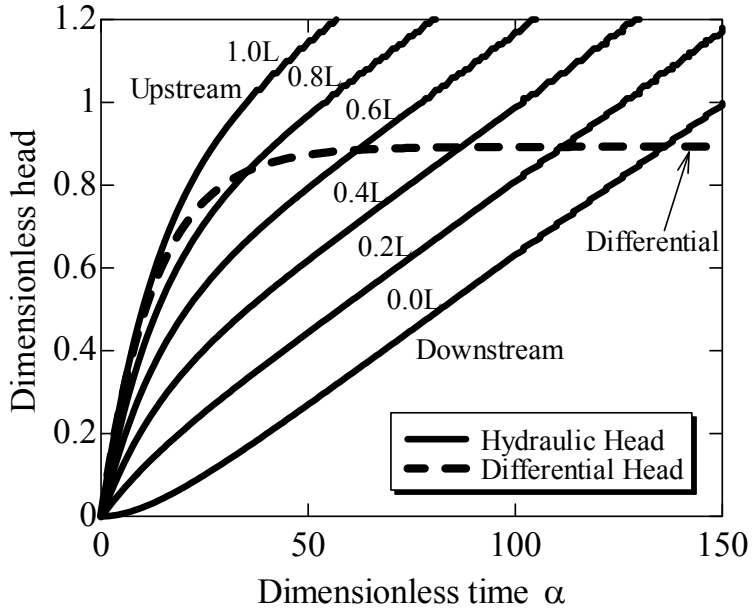
(d) modified constant head method.

Fig. 2.1 (cont.) Variation of hydraulic head distribution within a specimen during permeability tests.

縮貯留量は 7×10^{-10} m^2，下流側の圧縮貯留量は 6×10^{-9} m^2，フローポンプ法における流量は



(e) transient pulse method.



(f) modified flow pump method.

Fig. 2.1 (cont.) Variation of hydraulic head distribution within a specimen during permeability tests.

5×10^{-3} mL/min とした．ただし，変水位法におけるスタンドパイプの断面積には，上流側貯

留槽の圧縮貯留量を用いている．

今回パラメータに与えた値の中で，上流側貯留槽の圧縮貯留量を小さめに設定しているので，Fig. 2.1 (a)の定水位法の水頭分布が，急な立ち上がりの後ほぼ平行線となっている．このことは，Fig. 2.1 (e)のトランジェントパルス法の水頭変化にも見ることができる．すなわち，上流側と下流側の水頭が中央の 0.5 付近で平衡になるのではなく，0.1 近くで平衡となっていることからもわかる．Fig. 2.1 (a)からは，他の手法に比べて，いち早く定常流れが達成しているかのようにも見えるが，岩石を供試体とした実際の定水位試験においては，上流側と下流側両方を安定して一定圧に制御することは難しく，理論曲線のようにうまくはいかない．

定水位法以外の手法で試験時間の比較をしてみると，Fig. 2.1 (b)の変水位法と Fig. 2.1 (e)のトランジェントパルス法がほぼ同じ早さで平衡状態に達していることがわかる．両者をよく比べると，トランジェントパルス法のほうが若干早く平衡状態となっている．透水試験を実施する場合，水理定数の評価に完全な平衡状態は必要ではないが，長時間の実験には様々な因子が影響を及ぼす可能性があるので，平衡状態に達するまでの時間は短いに越したことはない．

なお，Fig. 2.1 (f)のフローポンプ法（下流側定容積条件）を見ると，水頭差は一定となっているが，水頭自体は増加の一途を辿っている．これは，下流側が定容積条件のために，上流から流入している流体で間隙圧が増加し続けるからである．理論上はどこまでも上がることは可能であるが，封圧をかけた実際の実験では，間隙圧が封圧を上回ることはできないので，間隙圧が封圧に近づいたら実験終了となる．また，この実験にはもう一つ問題がある．試験中，間隙圧が単調に増加していくので，有効封圧が単調に減少し，それに伴い供試体の透水性が増大することになる（透水性の有効封圧依存性）．これは他の手法にはないことなので注意が必要である．

2.2.4　感度解析

2.2.2 節で 6 通りの透水試験法の解析解を示した．解析解があれば，解析的に水理定数の感度解析が可能となる．感度係数は，パラメータをわずかに変化させたときに注目している解がどのくらい変化するのかを表す指標である．実験データから水理定数を評価する場合を考えると，感度係数の絶対値が大きければ大きいほど，その評価の精度が上がることになる．これまで，フローポンプ法については徳永・亀谷（2003）により，トランジェントパルス法については Wang and Hart（1993）によって感度解析がおこなわれている．

本論では，水理定数（透水係数と比貯留率）および上流・下流側貯留槽の圧縮貯留量の水頭差への感度を評価してみた．今回は，2.2.3 節に掲載したパラメータの値でしか感度解析を行なっていないが，詳細な検討が必要な場合には，パラメータスタディと組み合わせて感度解析を実施しなければならない．

感度係数は，各透水試験法の水頭の解析解が得られているので，以下の式を用いて解析的に評価可能である（Carslaw and Jaeger, 1959; Wang and Hart, 1993）。

$$\frac{K}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial K} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial (\ln K)} \tag{2.23}$$

$$\frac{S'}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S'} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial (\ln S')} \tag{2.24}$$

$$\frac{S_u}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S_u} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial (\ln S_u)} \tag{2.25}$$

$$\frac{S_d}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S_d} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial (\ln S_d)} \tag{2.26}$$

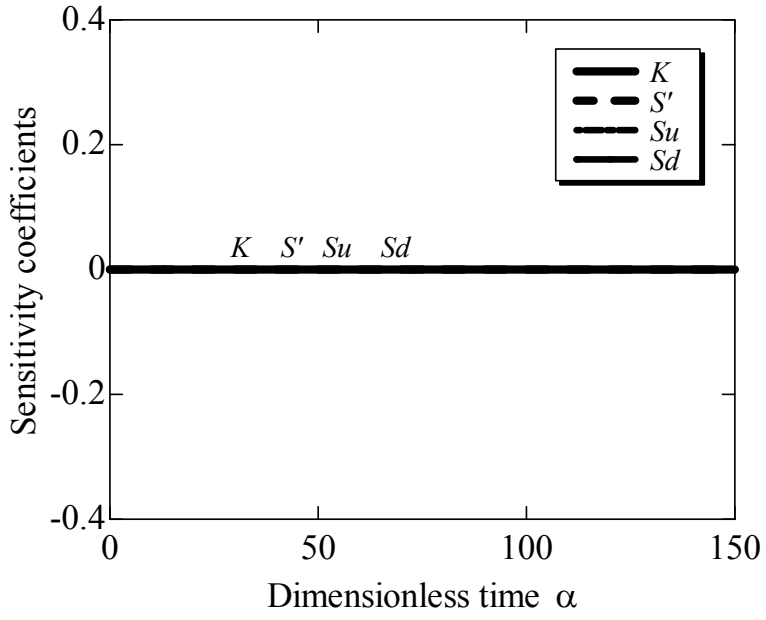
ここで，時間と水頭差は無次元化して扱っている。これらの式から，感度係数も時間の関数であることがわかる。今回の感度係数の計算結果を Fig. 2.2 に示す．Fig. 2.2 では，手法同士の比較ができるように，横軸には無次元時間 α をとり，縦軸の感度係数についてはスケールを同じにして示してある．

まず，ここでは，水理定数などの水頭差への感度を求めているので，Fig. 2.2 (a)にあるように定水位法では水頭差が一定となっていて，すべての感度係数が 0 となってしまっている．そのため，定水位法はここでの議論から除外する．

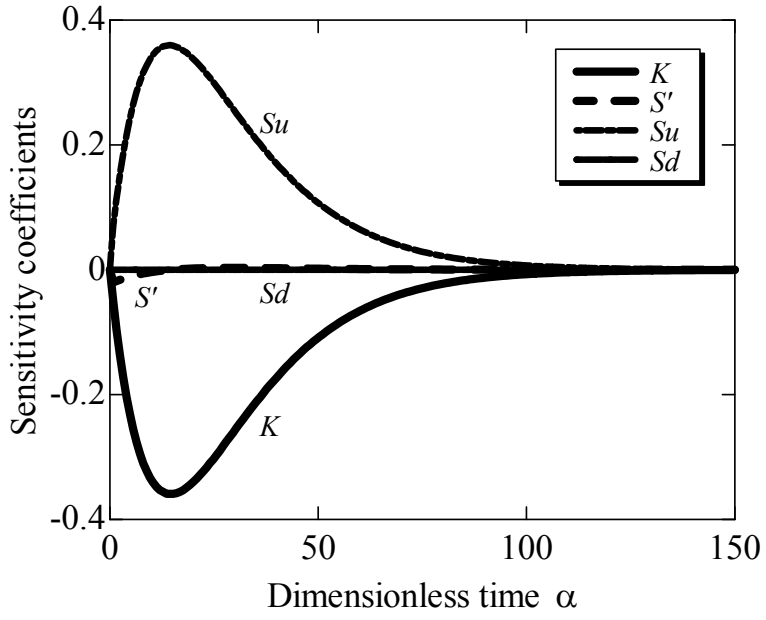
Fig. 2.2 (b)と(e)の組および Fig. 2.2 (c)と(f)の組は，それぞれ上流側の境界条件が同じなので，感度係数のグラフも似たような形をしている．ただし，上流でも下流でも境界条件に一定水頭を含む場合には，一定水頭となっている貯留槽の圧縮貯留量の感度は 0 となっている．

透水係数と比貯留率の感度を比較すると，どの手法においても，透水係数の感度係数のほうが比貯留率のそれに比べて桁違いに大きな値を示している．今回計算に使用したパラメータにも影響を受けているが，このことは本質的なことを意味する．透水係数は流体が間隙を流れていれば評価できるが，比貯留率は多孔質材料の変形性に関係しているので，その材料が変形するくらい急激な間隙圧変化が必要となる．トランジェントパルス法と変水位法の初期条件が間隙圧を瞬時に増加させるので，相対的にではあるが，他の手法に比べて，実験開始時において比貯留率の感度係数に微小な変化が表れている．

上述したように，透水試験において水理定数の評価の精度を上げるためには，感度係数の絶対値が大きくなっている区間の実験データを重視する必要がある．そのため，透水試験の実施に際して感度解析を行なうことは，実験精度の検証と向上のために有効である．感度解析に基づく実際の透水試験結果の誤差の評価は第 4 章を参照されたい．また，供試体の透水性によって，どの試験法を選択すべきかも感度解析から知ることができる．

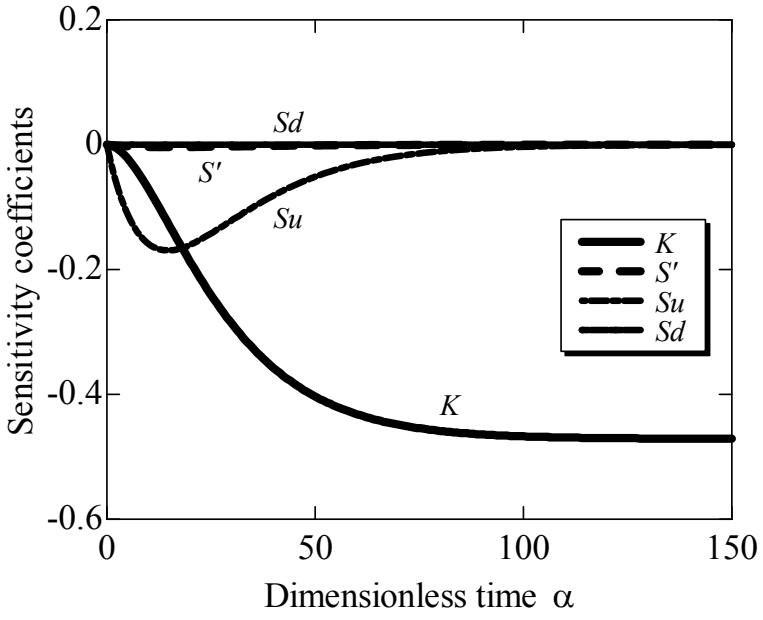


(a) constant head method.

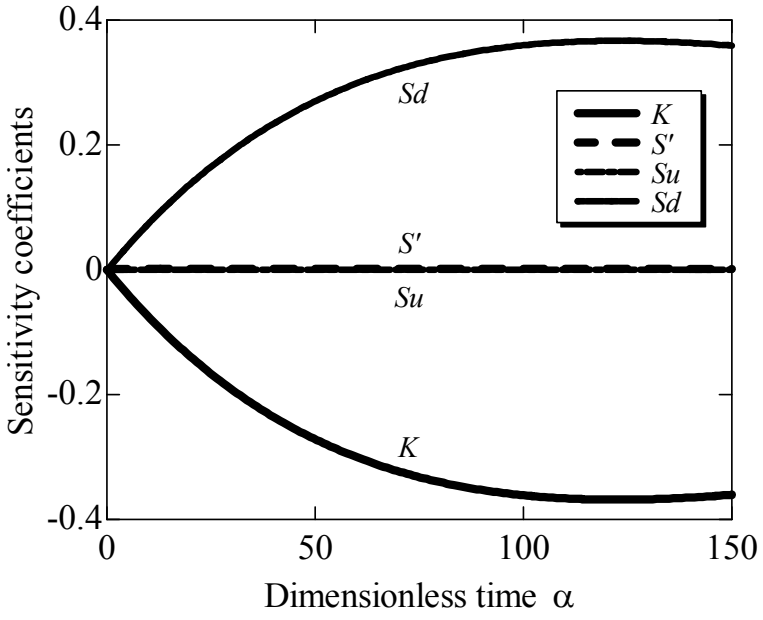


(b) falling head method.

Fig. 2.2 Variation of sensitivity coefficients during permeability tests.

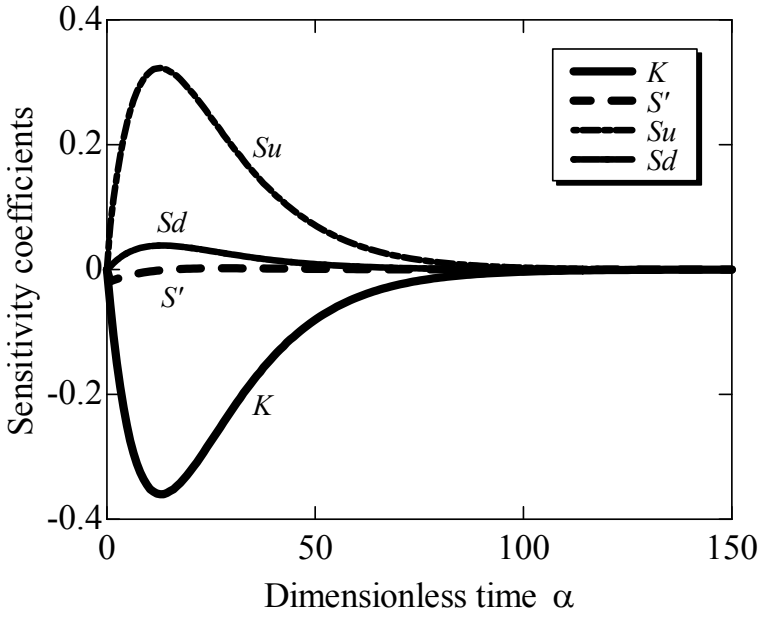


(c) flow pump method.

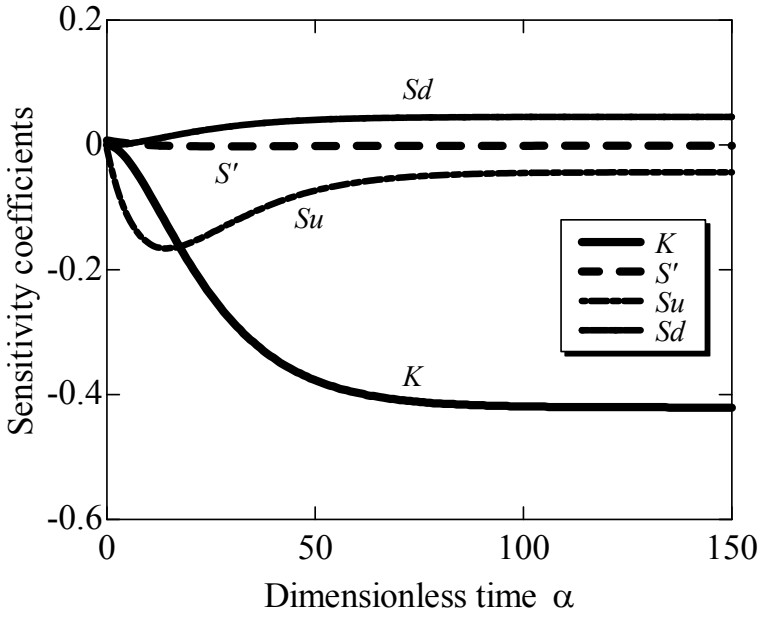


(d) modified constant head method.

Fig. 2.2 (cont.) Variation of sensitivity coefficients during permeability tests.



(e) transient pulse method.



(f) modified flow pump method.

Fig. 2.2 (cont.) Variation of sensitivity coefficients during permeability tests.

2.3 結　言

単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元単調浸透流に基づく 6 つ透水試験法の理論解を無次元化して整理し，体系的に解説した．透水試験の理論では，供試体内の水頭分布だけでなく，感度係数も示し，それぞれの試験の特徴を明らかにした．本章で得られた知見は以下のようである．

(1)　透水試験法の理論において，支配方程式とそれぞれの初期・境界条件に基づき導出された 6 つの厳密な解析解（無限級数解）を無次元化して整理し，体系的に示した．この解析解を用いることにより，試験法相互の比較ができるようになった．

(2)　上で導出された解析解を用いて，透水試験中の供試体内部の水頭分布の経時変化を図示し，6 つの試験法の特徴について比較検討をおこなった．その結果，変水位法とトランジェントパルス法は試験時間が短く，ほぼ同じ速さで平衡状態に達すること，フローポンプ法（下流側定容積条件）は水頭差が一定となっているが，水頭自体は増加し続けることなどが明らかとなった．

(3)　透水試験法の解析解が得られているので, 6 つの試験法の水理定数および装置の圧縮貯留量の感度スタディを解析的におこなうことができた．感度係数の経時変化は，境界条件に強く依存していることがわかった．

(4)　透水係数と比貯留率の感度を比較すると，どの手法においても，透水係数の感度係数のほうが比貯留率のそれよりも一桁以上大きいことがわかった．比貯留率の感度係数を大きくしたいのならば，供試体が変形するくらいの急激な間隙圧変化が必要となる．

(5)　透水試験において水理定数の評価の精度を上げるためには，感度係数の絶対値が大きくなっている区間の実験データを重視する必要がある．また，供試体の透水性によって，どの試験法を選択すべきかも感度解析から知ることができる．

参考文献

Allis, R. G. (2000): Review of subsidence at Wairakei field, New Zealand, *Geothermics*, Vol. **29**, pp. 455–478.

Bear, J. (1972, 1988): *Dynamics of fluids in porous media*, American Elsevier, New York, 764p.

Brace, W. F., Walsh, J. B., and Frangos, W. T. (1968): Permeability of granite under high pressure, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **73** (6), pp. 2225–2236.

Caré, S., Crane, R., Calabrò, P. S., Ghauch, A., Temgoua, E., and Noubactep, C. (2012): Modeling the Permeability Loss of Metallic Iron Water Filtration Systems, *Clean – Soil, Air, Water*, Vol. **41** (3), pp. 275–282.

Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. (1959): *Conduction of Heat in Solids (2nd ed.)*, Oxford, London, 510p.

Darcy, H. (1856): *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Victor Dalmont, Paris, 647p.

Dullien, F. A. L. (1992, 1979): *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*, 2nd ed., Academic Press, San Diego, 574p.

Esaki, T., M. Zhang, A. Takeshita, and Y. Mitani (1996): Rigorous theoretical analysis of a flow pump permeability test, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. **19** (3), pp. 241–246.

Faulkner, D. R., Jackson, C. A. L., Lunn, R. J., Schlische, R. W., Shipton, Z. K., Wibberley, C. A. J., and Withjack, M. O. (2010): A review of recent developments concerning the structure, mechanics and fluid flow properties of fault zones, *Journal of. Structural Geology*, Vol. **32**, pp. 1557–1575.

Höfle, R., Fillibeck, J., and Vogt, N. (2008): Time dependent deformations during tunnelling and stability of tunnel faces in fine-grained soils under groundwater, *Acta Geotechnica*, Vol. **3**, pp. 309–316.

Hsieh, P. A., Tracy, J. V., Bredehoeft, J. D., Silliman, S. E. (1981): A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of 'tight' rocks–I. theory, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **18**, pp. 245–252.

Jonquières, A., Clément, R., and Lochon, P. (2002): Permeability of block copolymers to vapors and liquids, *Progress in Polymer Science*, Vol. **27**, pp. 1803–1877.

Liu, J., Chen, Z., Elsworth, D., Qu, H., and Chen, D. (2011): Interactions of multiple processes during CBM extraction: a critical review, *International Journal of Coal Geology*, Vol. **87**, pp. 175–189.

Matsushi, Y., Hattanji, T., and Matsukura, Y. (2006): Mechanisms of shallow landslides on soil-mantled hillslopes with permeable and impermeable bedrocks in the Boso Peninsula, Japan, *Geomorphology*, Vol. **76**, pp. 92–108.

Miller, A. W. and Wang, Y. (2012): Radionuclide interaction with clays in dilute and heavily compacted systems: a critical review, *Environmental Science & Technology*, Vol. **46**, pp. 1981–1994.

Moore, T. A. (2012): Coalbed methane: a review, *International Journal of Coal Geology*, Vol. **101**, 36–81.

Mulligan, C. N., Young, R. N., and Gibbs, B. F. (2001): Remediation technologies for metal-contaminated soils and groundwater: an evaluation, *Engineering Geology*, Vol. **60**, pp. 193–207.

Olsen, H. W. (1966): Darcy's law in saturated kaolinite, *Water Resources Research*, Vol. **2** (2), pp. 287–295.

Porcelli, N. and Judd, S. (2010): Chemical cleaning of potable water membranes: a review, *Separation and Purification Technology*, Vol. **71**, pp. 137–143.

Qi, Y., Thapa, K. B., and Hoadley, A. F. A. (2011): Application of filtration aids for improving sludge dewatering properties – a review, *Chemical Engineering Journal*, Vol. **171**, pp. 373–384.

Schatzel, S. J., Karacan, C. Ö., Dougherty, H. and Goodman, G. V. R. (2012): An analysis of reservoir conditions and responses in longwall panel overburden during mining and its effect on gob gas well performance, *Engineering Geology*, Vol. **127**, pp. 65–74.

Scheu, B., Kueppers, U., Mueller, S., Spieler, O., and Dingwell, D. B. (2008): Experimental volcanology on eruptive products of Unzen volcano, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, Vol. **175**, pp. 110–119.

Song, I., Elphick, S. C., Main, I. G., Ngwenya, B. T., Odling, N. W., and Smyth, N. F. (2004): One-dimensional fluid diffusion induced by constant-rate flow injection: Theoretical analysis and application to the determination of fluid permeability and specific storage of a cored rock sample, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **109**, B05207, doi:10.1029/2003JB002395.

Song, J. and Zhang, D. (2013): Comprehensive review of caprock-sealing mechanisms for geologic carbon sequestration, *Environmental Science & Technology*, Vol. **47**, pp. 9–22.

Terzaghi, K. (1925): *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*, Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 399p.

徳永朋祥，亀谷裕志（2003）：フローポンプ透水試験法による貯留係数計測に関する検討，資源と素材（*Journal of MMIJ*），Vol. **119** (8), pp. 497–500.

Walls, J. D., Nur, A. M., and Bourbie, T. (1982): Effects of pressure and partial water saturation on gas permeability in tight sands: experimental results, *Journal of Petroleum Technology*, Vol. **34**, pp. 930–936.

Wang, H. F. and D. J. Hart (1993): Experimental error for permeability and specific storage from pulse decay measurements, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **30** (7), pp. 1173–1176.

Xu, Y.-S., Ma, L., Shen, S.-L., and Sun, W.-J. (2012): Evaluation of land subsidence by considering underground structures that penetrate the aquifers of Shanghai, China, *Hydrogeology Journal*, Vol. **20**, pp. 1623–1634.

第 3 章　透水試験法の実験的検討

3.1　諸　言

岩石の水理特性の評価は，工学から理学にいたる種々の分野・方面で必要とされている．しかし，その水理特性を室内透水試験により評価する場合，試験法や試験装置の違い，あるいは測定環境に依存した結果となることが一般に知られている．とくに，岩石のような不均質天然材料の場合，同じ岩体中でも位置によって水理特性に違いが認められる．そのため，岩石の水理特性を評価する場合，試験手法や装置，実験環境や条件，あるいは供試体の不均質性など，考慮しなければならない要素は数多い．

第2章においては，透水試験法の発展の歴史を概観し，単相流体で飽和した多孔質材料の1次元流れに基づく6つの透水試験法の理論について体系化をおこなった．そこで，本章では，これらの試験法について室内実験を実施し，その実験結果について検討することとした．

まず，次節で透水試験結果がばらつく要因を整理する．つぎに，透水試験結果がばらつく要因について考察するために実施したシーケンシャル透水試験について述べる．シーケンシャル透水試験とは，一つの岩石供試体に対して実験装置や測定環境を変えずに複数の透水試験手法を順次適用する一連の試験のことである．本試験により，試験手法の違いが水理定数の評価結果に及ぼす影響だけを分離することができる．また，シーケンシャル透水試験を実施したことにより試験装置の問題点が明らかとなった．本論では，試験装置に起因して生じた試験結果のばらつきについて考察し，試験装置の較正も含めその対応策について検討する．とくに，トランジェントパルス試験においては，従来の理論では想定していない差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播が確認された．そこで，その対応策として，試験装置自体を較正する方法と，新たな理論解を導出して実験データ解析へ適用する方法について検討した．

3.2　透水試験結果のばらつきの要因

産地や岩種の同じ試料であっても，論文や報告書ごとに透水試験の結果として異なる透水係数の値が報告されている（林ら，2003）．このこと自体に何ら不思議はない．なぜなら，透水係数が異なる理由として，次のように複数の事柄が考えられるからである．例えば，岩石の不均質性，実験条件（応力や間隙圧など）の違い，岩石の状態の違い（含水飽

和の程度など），実験装置の違い，実験手法の違い，実験手順の違い，温度・湿度などの環境条件の違い，データ処理（解析）手法の違い，などである．

上に挙げたいずれの要因についても，独立にその影響の程度を評価することは難しい．岩石の不均質性は天然材料特有の性質であるため，実験結果にばらつきが見られたとしても，それは測定精度自体には影響を及ぼさない．また，応力条件に関しても，それが透水性に影響を与えることは空隙体積の減少と空隙の連結性の低下から物理的に説明ができる．しかしながら，実験装置の違いや実験手法の違いに関しては，実際の実験結果に答えを求めるほかない．

そこで，シーケンシャル透水試験を実施し，試験手法の違いが結果に影響を及ぼすのかどうかを確認した．さらに，装置の構成を一部変更したときの結果について検討した．それらについては次節以降に述べる．

ただし，測定された透水係数に違いが表れたとしても，目的に応じた精度がでていれば問題とはならない．しかしながら，本研究では，水理定数の測定精度の向上も目的の一つとしているため，その違いについては詳細な検討をおこなっている．

3.3　シーケンシャル透水試験

3.3.1　実験装置

ここでは，Zhang et al. (2002)を参考にして透水試験システムを製作した（Fig. 3.1）．このシステムの特徴は，3つの送水ポンプ（シリンジポンプ2台とダブルプランジャーポンプ1台）を備えていて，6通りの透水試験法（定水位法2通り，変水位法，フローポンプ法2通り，トランジェントパルス法）を実施できることである．このシステムは，大きく分けて，間隙流体系，拘束流体系，制御・記録系および独立した温度制御系から成る．これらについて以下に詳しく説明する．

拘束流体系には，供試体をセットする圧力容器（耐圧100 MPa）（Fig. 3.2），加圧用のダブルプランジャーポンプ（ジーエルサイエンス社製PU610-0X : 最大負荷圧100 MPa）ならびにそれの配管類を含む．圧力容器の内径は14 cm，深さは30 cmで，設置可能な円柱形供試体の最大サイズは直径10 cm，高さ10 cmである．

間隙流体系は，間隙流体供給・圧力制御用シリンジポンプ（ISCO社製100DX：最大圧力69 MPa；圧力分解能1 kPa；流量範囲10^{-5}～30 mL/min），貯留槽（容積850 mL），セパレート用およびパルス用バルブ（Swagelok社製Sno-Trik SS-445-FP）を含む配管類から成る．供試体の上流側と下流側それぞれにシリンジポンプが接続されているので，間隙流体に関しては閉じた系を成し，69 MPaまでの間隙圧と数10程度の動水勾配の条件下において，上流・下流の間隙流体を定圧および定流量で独立に制御することができる．シリンジポンプのシ

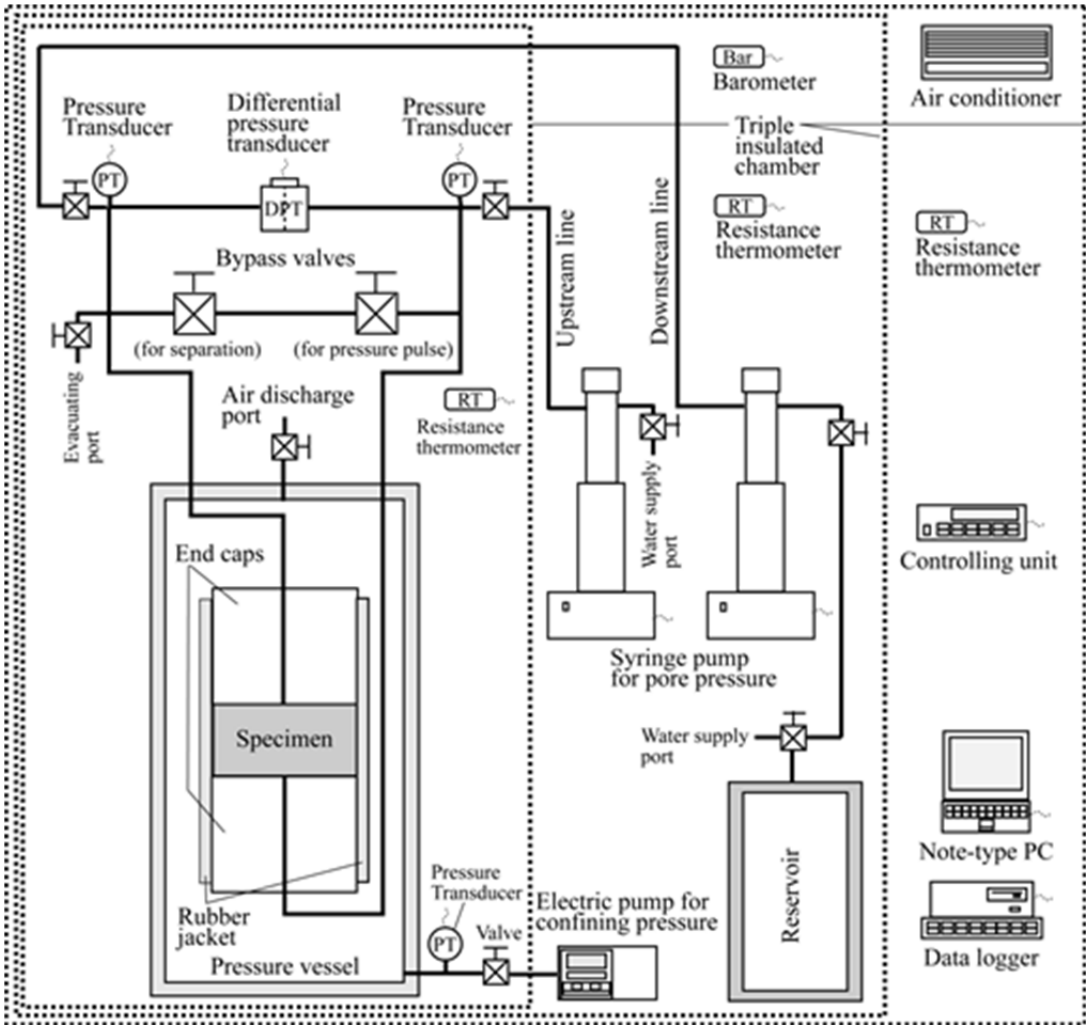


Fig. 3.1 Schematic of sequential permeability test system in laboratory.

リンダーは実験時に貯留槽の役割も果たす．上に挙げた6つの透水試験法のうち3つは，下流側を定圧制御する必要があるため，一定圧力を安定して維持する目的で下流側ラインに貯留槽（容積850 mL）が接続されている．

制御・記録系には，データロガー（濱田電機社製マルチロガーJr Hm1616A）とシリンジポンプ用コントローラーおよび各種計測計（差圧計（Validyne社製DP15−42），圧力計（東京測器社製PWFC-50MPA，Druck社製PTX620I），温度センサー（熱電対））が含まれる．

温度制御に関しては，実験室内に三重構造の断熱室を作り（Fig. 3.1に断熱壁を破線で描いてある），一番内側に温度変化に敏感な差圧計を含む装置本体が収容されている．シリンジポンプと送水ポンプは中間の空間に，データロガーやパソコンは一番外側の空間に置かれている．一番内側の空間には，発熱の元となる熱源や光源を置いていない．一番外側の

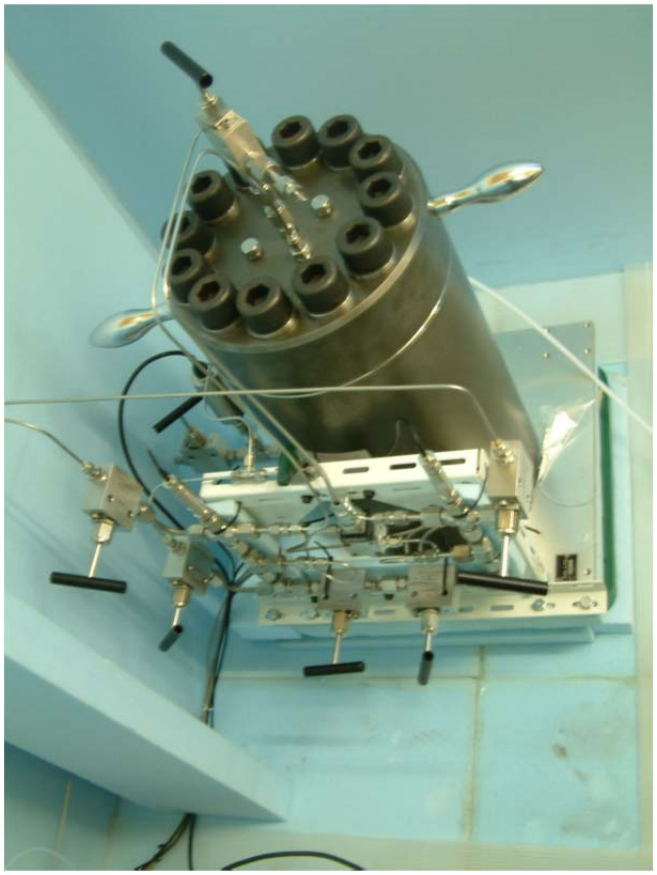


Fig. 3.2 Photograph of pressure vessel with valves and tubing.

空間には一般家庭用のエアコンを設置し，温度調整をおこなっている．これにより，最内部の温度変化は±0.1℃/hに抑えられている．

3.3.2　装置の圧縮貯留量の評価

透水試験をおこなう前に，実験装置の圧縮貯留量を決定する較正試験をおこなった．ここで，装置の圧縮貯留量とは，間隙水貯留系全体（貯留槽・配管類およびその内部にある水を含めた系全体）の圧縮貯留量を表す．圧縮貯留量は，岩石供試体の代わりに不透水のステンレス製供試体を使い，任意の一定流量に対する水圧の経時変化を計測することにより求められる．このとき，圧縮貯留量は以下の式で表される(Morin and Olsen, 1987; Zhang et al., 2000).

$$S_u = \frac{Q}{\frac{\Delta h}{\Delta t}} \tag{3.1}$$

Table 3.1 Compressible storage of equipment according to the confining pressures and lower reservoir volumes.

	Confining pressure (MPa)	Upper reservoir volume (mL)	Lower reservoir volume (mL)	Flow rate (mL/min)	Compressible storage of equipment (m^2)
Upper side (S_u)	2	15	15	2×10^{-4}	5.4×10^{-10}
	10	15	15	2×10^{-4}	4.5×10^{-10}
	2	15	865	2×10^{-4}	7.2×10^{-10}
	10	15	865	2×10^{-4}	6.7×10^{-10}
Lower side (S_d)	2	15	15	2×10^{-4}	5.5×10^{-10}
	10	15	15	2×10^{-4}	4.8×10^{-10}
	2	15	865	1×10^{-3}	5.7×10^{-9}
	10	15	865	1×10^{-3}	5.7×10^{-9}

ここで，S_uは上流側間隙水貯留系の圧縮貯留量であり，$Q(=\Delta V/\Delta t)$は流量［m^3/s］，$\Delta h/\Delta t$は間隙水頭の経時変化［m/s］である．下流側間隙水貯留系の圧縮貯留量(S_d)も同様に求められる．

本研究では，シリンジポンプを用いて較正試験をおこなった．シリンジポンプの容積を上流側・下流側ともに 15 mL とし，下流側に貯留槽を接続する場合と接続しない場合の両方を求めた．実験条件と結果を Table 3.1 に示す．

3.3.3 実験方法

本研究では，等しい封圧と間隙圧条件下において，同一の供試体に対して，フローポンプ法（Olsen, 1966），定水位法（Darcy, 1856），変水位法（Terzaghi, 1925），トランジェントパルス法（Brace et al., 1968），定水位法（下流側定容積）（Walls et al., 1982），フローポンプ法（下流側定容積）（Song et al., 2004）の順番で異なる6つの透水試験法を適用した．さらに貯留槽の容積の影響を見るために，最後に下流側貯留槽を切り離してパルス法を実

施した．したがって，一つの方法を続けて2回ずつ，6方法に貯留槽容積の異なる1方法を加えて合計14回の試験を1サイクルとし，封圧ごと（2，4，6，8，10 MPaの各段階）に1～2サイクルの実験をおこなった．なお，間隙水圧は1 MPaで一定としている．本論文では，この一連の透水試験を「シーケンシャル透水試験」と呼ぶ．上記の順番で試験をおこなった理由は，一連の試験の連続性が最もよく，供試体内の水頭分布をできるだけ乱すことなく次の試験に移ることにより，供試体へのダメージを低減し，実験結果への影響を最小限に抑えることができると考えたからである．以下，試験順にそれぞれの方法を簡単に説明する．

(1)フローポンプ法

フローポンプ試験では，下流側のシリンジポンプの定圧制御により供試体内を一定圧力に保つ．それから，上流側のシリンジポンプを定流量制御で作動させ，一定流量で供試体に流体を浸潤させる．この時の差圧の経時変化とシリンジポンプのシリンダー内の容積変化を記録する．

(2)定水位法

定水位試験では，フローポンプ試験が終了した状態，すなわち下流側のシリンジポンプによる定圧制御により供試体内が一定の圧力に保たれている状態で，上流側のシリンジポンプにより一定圧力（下流側圧力より30 kPa程度高い値）を負荷する．これにより供試体両端間に一定の差圧を生じさせる．この状態を維持しながら，差圧とともにシリンジポンプのシリンダー内の容積変化も記録する．

(3)変水位法

変水位試験では，定水位試験に引き続き下流側のシリンジポンプを一定圧力に制御した状態のまま，バルブをひねることにより初期圧力（30 kPa程度）を上流側に負荷する．そして，その後の差圧の経時変化を記録する．実験が終了した時点で，下流側のシリンジポンプを停止しておく．

(4)トランジェントパルス法

トランジェントパルス試験では，供試体の上流側と下流側に取り付けられている停止したシリンジポンプのシリンダーを貯留槽として利用する．パルス圧力は30 kPa程度で，バルブを使い上流側に負荷する．ここで，パルス圧負荷後の差圧の経時変化を記録する．

(5)定水位法（下流側定容積）

本試験法は，(2)の定水位法の下流側条件を定圧から定容積に変更したものである．両方のシリンジポンプが停止している状態で，上流側のシリンジポンプにより一定圧力（下流

側圧力より30 kPa程度高い値）を負荷する．そのときの差圧の経時変化を記録する．実験終了後，上昇した間隙圧を初期の圧力に戻しておく．

(6)フローポンプ法（下流側定容積）

本試験法は，(1)のフローポンプ法の下流側条件を定圧から定容積に変更したものである．両方のシリンジポンプが停止している状態で，上流側のシリンジポンプにより一定流量で送水する．差圧は増加したのち一定の値になり，その後徐々に減少していく．一方，間隙圧は単調に上昇していく．間隙圧が封圧より1 MPa程度低い値になった時点で実験を終了し，また間隙圧を初期の値に戻しておく．

(7)トランジェントパルス法（下流側貯留槽を切り離した状態）

最後に，下流側に接続してある貯留槽をバルブで切り離した状態でトランジェントパルス試験を実施する．試験の手順は(4)のトランジェントパルス法と同じである．

3.3.4　データ解析手法

透水試験においては，手法によって供試体内に定常流れが形成されるものと非定常流れしか存在しえないものがある．定常流れが形成される定水位試験とフローポンプ試験の後半部分のデータに対しては，次式で表されるダルシーの式を直接適用して透水係数を算出できる．

$$Q = -KA\frac{\Delta h}{l} \tag{3.2}$$

ここで，Qは流量（L^3/T），Kは供試体の透水係数（L/T），Aは供試体の断面積（L^2），$\Delta h/l$は動水勾配（–）である．

一方，フローポンプ試験，変水位試験，トランジェントパルス試験から得られる非定常データに対しては，次式で表される残差平方和を最小とするように厳密解に基づいた非線形最小二乗法（Gauss-Newton法）（中川・小柳，1982）を適用し，透水係数と比貯留率の両方を評価することができる．

$$S(K,S') = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\Delta h^*(t_i)}{H} - \frac{\Delta h(t_i)}{H}\right]^2 \tag{3.3}$$

ここで，S'は供試体の比貯留率（L^{-1}），$\Delta h(t)$は供試体両端の水頭差であり，上付きの*は実験値を表し，*の付いてないものは解析解から得られる理論値を表す．Hは，フローポンプ

法では平衡水頭，変水位法では初期水頭，トランジェントパルス法ではパルス水頭を表す．

Gauss-Newton 法では，$\Delta \boldsymbol{X}$ が任意の収束条件を満足するまで次式の繰り返し計算をおこなう．

$$\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{X} = \boldsymbol{Y} \tag{3.4}$$

ここで，

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{H}\begin{bmatrix} \left.\frac{\partial \Delta h(t)}{\partial K}\right|_{t=t_1} & \left.\frac{\partial \Delta h(t)}{\partial S'}\right|_{t=t_1} \\ \left.\frac{\partial \Delta h(t)}{\partial K}\right|_{t=t_2} & \left.\frac{\partial \Delta h(t)}{\partial S'}\right|_{t=t_2} \\ \vdots & \vdots \\ \left.\frac{\partial \Delta h(t)}{\partial K}\right|_{t=t_n} & \left.\frac{\partial \Delta h(t)}{\partial S'}\right|_{t=t_n} \end{bmatrix} \quad \text{（ヤコビアン行列）} \tag{3.5}$$

$$\Delta\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \Delta K \\ \Delta S' \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

$$\boldsymbol{Y} = \frac{1}{H}\begin{bmatrix} \Delta h^*(t_1) - \Delta h(t_1) \\ \Delta h^*(t_2) - \Delta h(t_2) \\ \vdots \\ \Delta h^*(t_n) - \Delta h(t_n) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

である．式(3.3)は，どのような実験データに対しても収束するという保証はないが，著者の経験上，理論曲線のように滑らかなデータが取れたときには，計算は素早く収束する．データが理論曲線のように滑らかということは，実験値が理論解に近いということであり，誤差評価を行なうことによってそれを定量的に示すことができる（4.3.2 節参照）．

なお，フローポンプ試験データの非定常解析においては，平衡状態（定常状態）における差圧の値をあらかじめ固定することなく解析を実施している．

3.3.5　供試体

通常の透水試験では，供試体の透水性に合わせて適切な試験法を選択する必要がある．しかし，今回の場合は，6つの試験法から成るシーケンシャル透水試験を実施することが目的であるので，供試体の透水性が高すぎても低すぎてもいけない．そこで，すべての試験法が適用可能と思われる新第三紀の和歌山県産白浜砂岩を試料として選択した．白浜砂岩は，透水試験のみならず，力学試験の供試体としてもこれまで多くの研究者に採用された



Fig. 3.3 Photograph of specimen assembly.

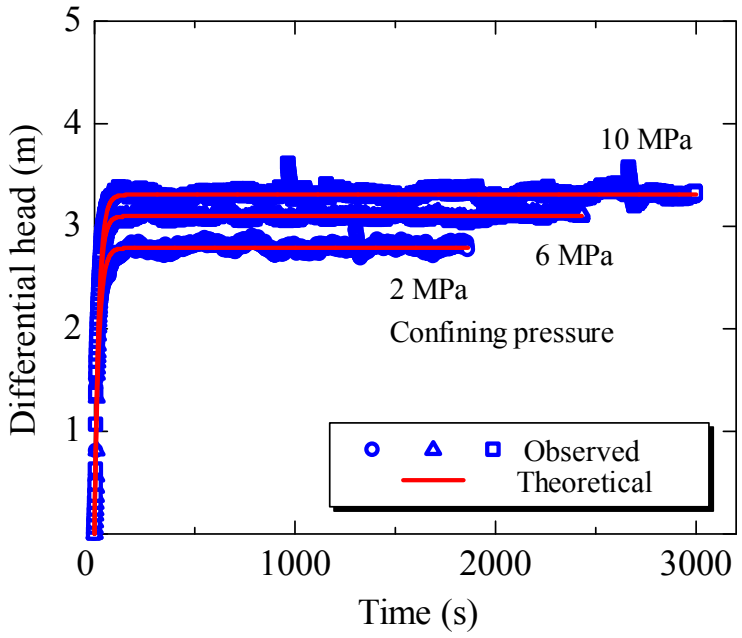
実績がある．

供試体の形状は，既往の研究（竹田ら，2000 ; Zhang et al., 2000; 張ら，2002）を参考にして，直径5 cm，高さ2.5 cmのディスク状とした．それを分水盤とOリングの備わったステンレス製のエンドピース（直径5 cm）で両側からはさみ，低透過性のバイトンチューブ（内径5 cm，長さは供試体より数cm長くする）を被せ，固定円盤ではさんで固定する．そして，それを圧力容器のふたの裏側に設置し，供試体の両端面側からふた側に上流側・下流側合わせて2本の間隙水チューブで接続する（Fig. 3.3）．この裏返ったふたを逆さに戻して圧力容器に下ろし，ボルトを締めれば，封圧流体および間隙水を供給できる状態となる（Fig. 3.2）．

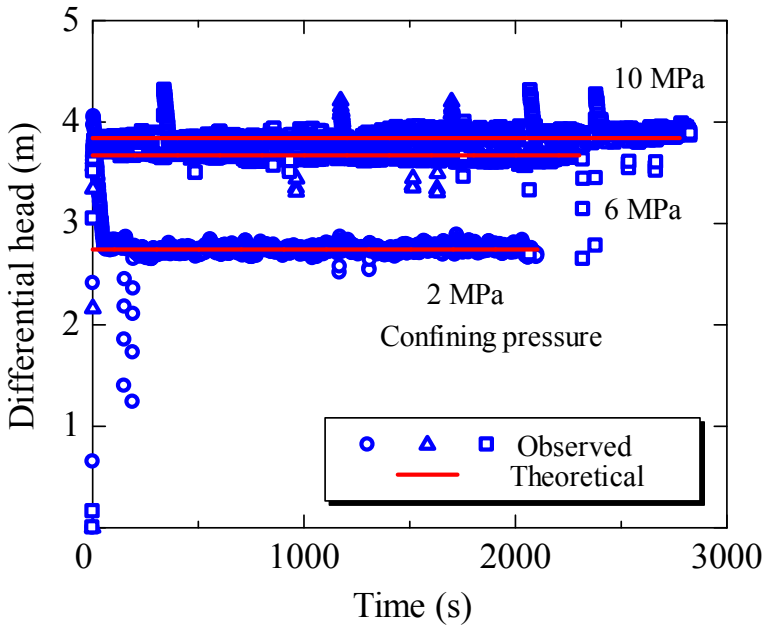
3.3.6　実験結果

今回の透水試験では，間隙水圧を1 MPaで一定とし，上流側貯留槽としてはシリンジポンプのシリンダーを，下流側貯留槽としては上流側と同様にポンプのシリンダーだけを使用する場合とそれに増設した貯留槽もあわせて使用する場合とがある．これらの条件に対応する装置の圧縮貯留量は，較正試験を実施して，あらかじめ求めておいた．その方法は，不透水性の金属供試体をセットし，シリンジポンプを使って上流側と下流側の貯留槽に定流量で送水し，そのときの圧力の上がり具合から圧縮貯留量S_uとS_dを求めるというものである．結果として，上流・下流側ともポンプのシリンダー（それぞれの容積は約15 mLに調整）だけを使用した場合の装置の圧縮貯留量は10^{-10} m^{2}のオーダーで得られている．

白浜砂岩を供試体として，6つの手法を適用したシーケンシャル透水試験の結果の一例をFig. 3.4に示す．この図は，封圧2, 6, 10 MPaにおける差圧の実験データと理論曲線を示している．この図からわかるように，実験値と理論値は良い一致を示しているが，定圧制御をしている下流側のポンプの急激な動作が影響して，何箇所かに実験データの乱れが見てと



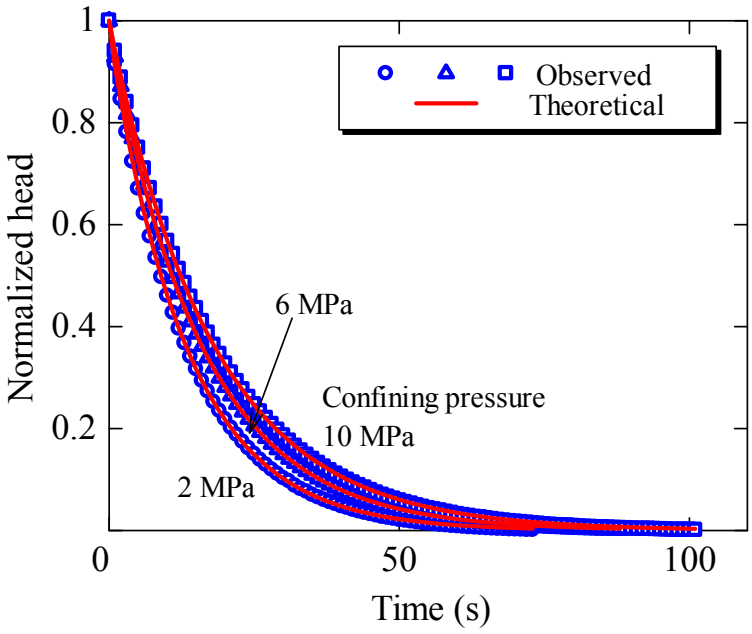
(a) flow pump method.



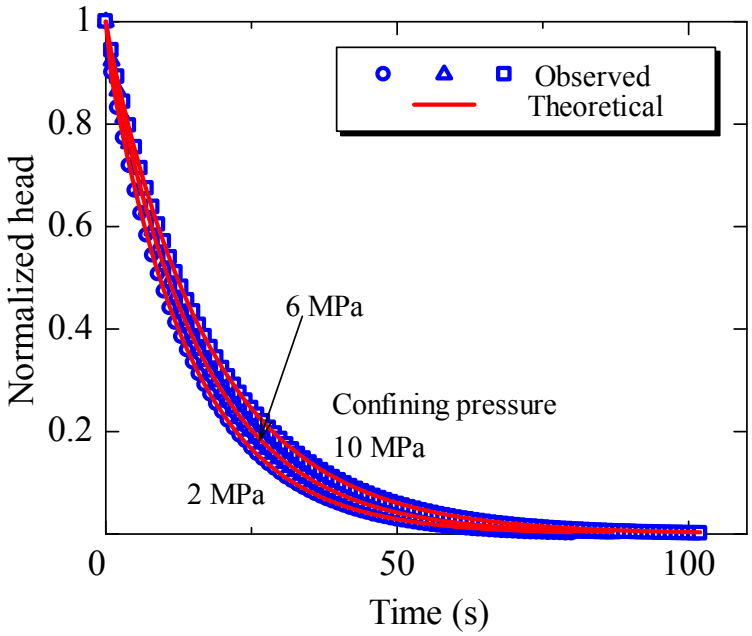
(b) constant head method.

Fig. 3.4 Variation of differential head during permeability tests: experimental data with theoretical curves.

れる.



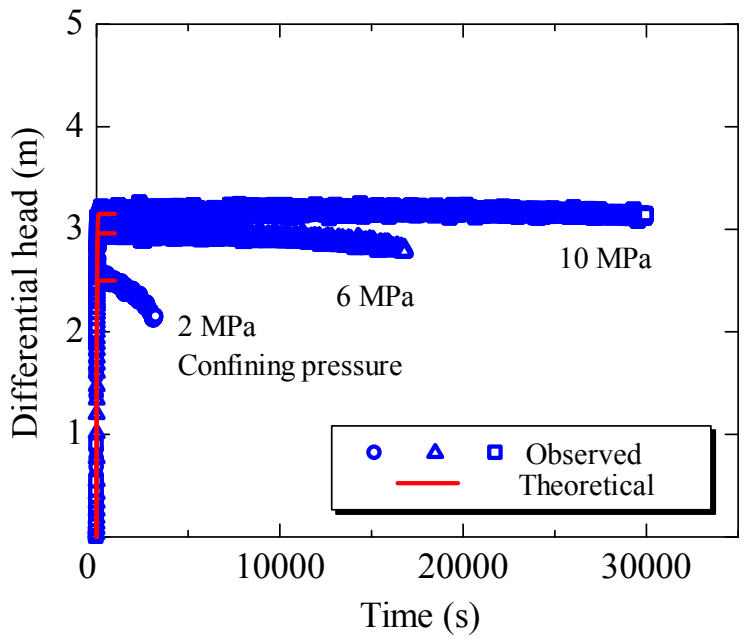
(c) falling head method.



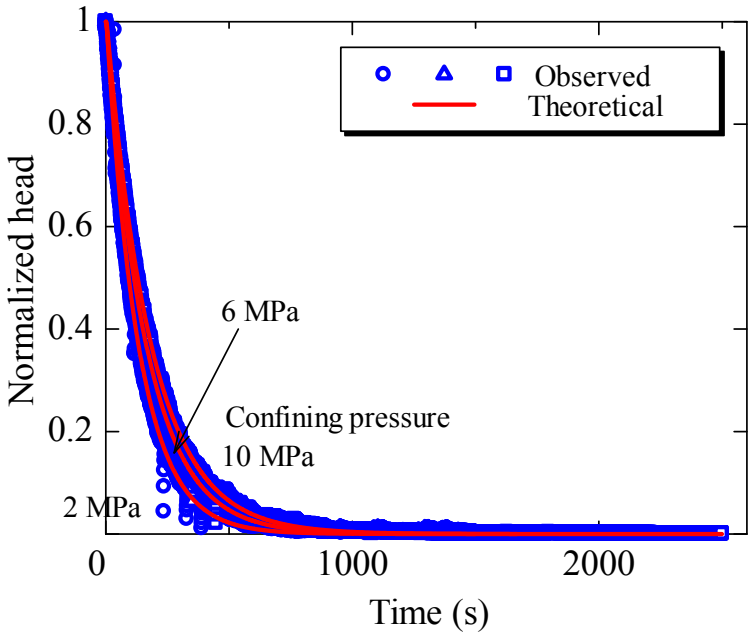
(d) transient pulse method.

Fig. 3.4 (cont.) Variation of differential head during permeability tests: experimental data with theoretical curves.

実験データを解析して得られた透水係数の値をFig. 3.5に示す．フローポンプ法から得ら



(e) modified flow pump method.



(f) modified constant head method.

Fig. 3.4 (cont.) Variation of differential head during permeability tests: experimental data with theoretical curves.

れる透水係数が二つあるのは，後半部分の定常流れデータを用いた定常解析と実験データ

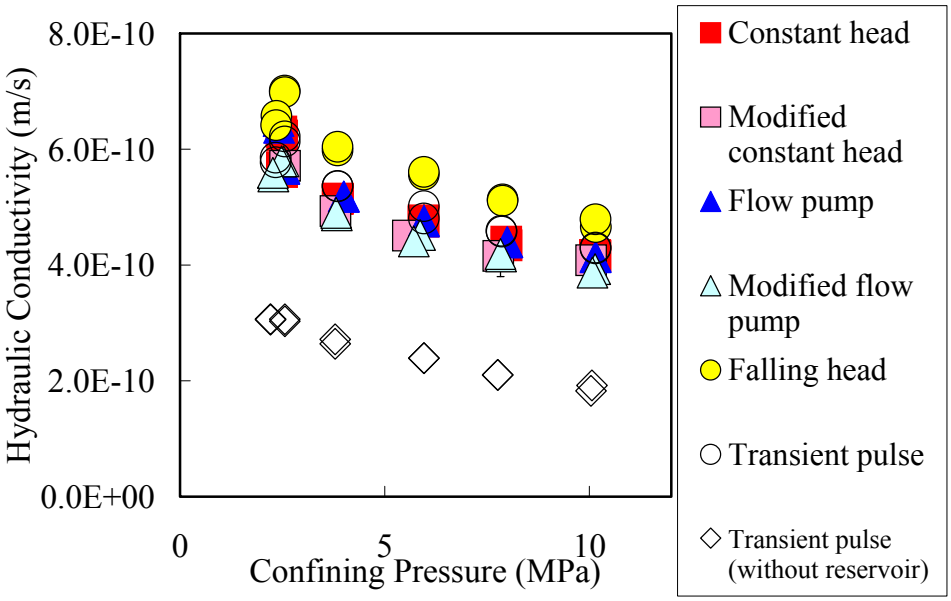


Fig. 3.5 Comparison of hydraulic conductivities obtained from sequential permeability test.

全体を使用した非定常解析の2通りを適用したためである．下流側貯留槽が接続してある場合は，すべての手法において得られた透水係数に良い一致が見られた．ただし，貯留槽を接続しなかった場合には，接続した場合に比べて，透水係数が2分の1程度の小さな値となった．この結果の解釈については，考察で述べることとする．なお，どの手法を用いた場合でも，透水係数の封圧依存性が見て取れる．

3.4　試験装置の較正に関する考察

3.4.1　装置の圧縮貯留量

前節において，実験装置や実験条件が同じであれば，透水試験手法が異なっていても，得られる結果は良い一致を示すことがわかった．ただし，そのためには，装置の圧縮貯留量を実験的に精度よく求めておく必要があった．実験結果の不確かさは，装置の圧縮貯留量の精度に起因している場合が多い．

それでは，試験システムにおいて間隙水ライン圧と流量を同時に測定できない場合にはどうしたらよいであろうか．このような場合には，実験的に装置の圧縮貯留量が評価できない．このような場合には，シーケンシャル透水試験を実施することが可能であれば，装置の圧縮貯留量を評価するための較正試験を実施しなくても，得られた透水試験結果から

装置の圧縮貯留量を逆解析で求めることが可能となる．すなわち，定常流れ試験で得られた透水係数を既知として，式(3.3)における未知数を変更した次式の値を最小とするように装置の圧縮貯留量を評価すればよい．

$$S(S', S_u) = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\Delta h^*(t_i)}{H} - \frac{\Delta h(t_i)}{H} \right]^2 \tag{3.8}$$

3.4.2　差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播

実験装置の構成を一部変更し，下流側の貯留槽（850 mL）を切り離した場合に，トランジェントパルス法で得られる透水係数に有意な差が認められた．これは，装置の圧縮貯留量にも関係することであるが，差圧計のダイヤフラム（金属製の仕切り薄板）の柔軟性が原因であることがわかった．このことは，実験における浸透現象が理論モデルの初期・境界条件と根本的に合致していないことを意味している．以下に，その詳細を説明する．なお，本実験で使用した差圧計は，Validyne社製DP15-42である．

理論上，間隙水ラインの上流側と下流側とは，供試体を挟んでいる部分以外では剛的に仕切られていなければならない．しかし，差圧計は，その設計上，二つのラインの圧力差をダイヤフラムの変形（変位）で検出している．差圧計の感度の高さを追求すると，ダイヤフラムの柔軟性が増すことになる．差圧計の一方の流体圧が上昇しダイヤフラムの片面を押すということは，それによりダイヤフラムは変形し，変形したダイヤフラムは反対側の流体を押し出すことになる．すなわち，片方の流体の圧力が上昇すると，ダイヤフラムを介して，もう片方の流体圧力の上昇が起こるというわけである．その効果は，流体圧が高い場合に顕著に表われる．また，上下流両側にある流体貯留槽の容積（厳密には圧縮貯留量）にも依存している．

トランジェントパルス法において計測されたダイヤフラムを介した圧力伝播はFig. 3.6のようであった．図中の100 s付近がパルス圧を負荷した時刻である．上流側ラインの圧力を瞬時に上昇させた場合に，下流側ラインの圧力もそれと同時に上昇していることがわかる．このように，圧力伝播の影響がパルス法の結果に顕著に表われるのは，他の試験法とは違い，上流側貯留槽においてはパルス圧（瞬時の圧力上昇）が与えられることと，下流側貯留槽が定容積となっているという実験条件のためである．

そこで，差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播を実験的に計測した．実験方法としては，岩石供試体の代わりに不透水性の金属供試体を用いて，上流側にパルス圧を載荷したときに下流側の圧力がどう変化するのかを観察した．その結果はFig. 3.7のようであった．図中の横軸は差圧計の読み値で，縦軸には上流下流それぞれの圧力変化をとっている．この図から，両者の圧力には比例関係のあることがわかる．

ここでは，この問題への対応策について述べたい．透水試験において差圧計のダイヤフ

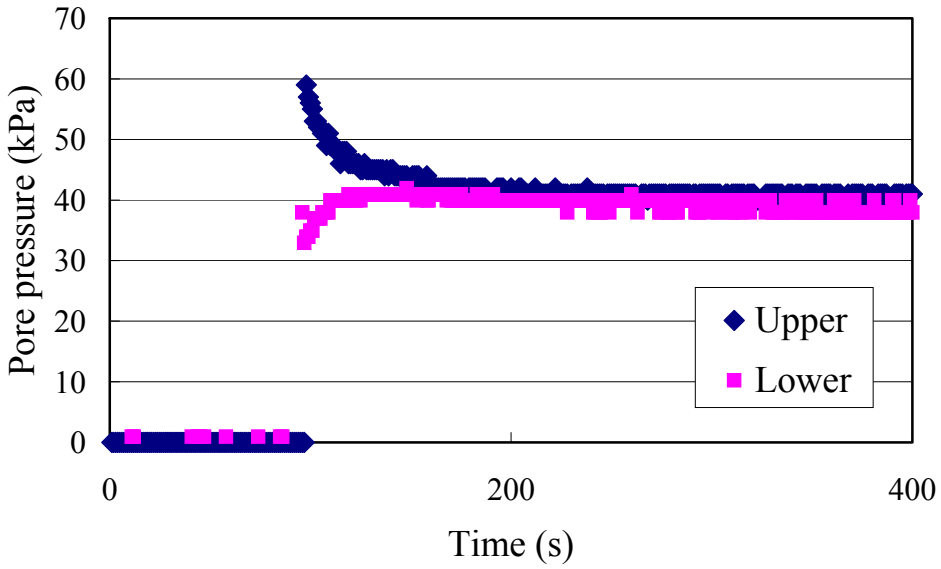


Fig. 3.6 Variation of upper and lower reservoir tank pressures observed during transient pulse test.

ラムを介した圧力伝播が確認された場合，次のような対応策をとることが考えられる．それは，実験装置を改良するか，理論解を再検討するか，あるいはダイヤフラムの影響は無視するかである．装置の改良については，貯留槽の容積を大きくするか，究極的には差圧計の使用をやめるかしかない．差圧計を使わない場合は，上流側と下流側それぞれに圧力計を設置する必要がある．理論解の再検討については，ダイヤフラムの変形の影響を考慮した初期・境界条件に基づき新たに理論解を導出することになる．最後のひとつについては，供試体の透水性を知るという目的において，それほど精度を必要としない場合の対応であり，多くの場合はこれに該当するかもしれない．ただし，影響を無視するとしたとしても，ダイヤフラムの変形が影響することは知っておくべきであろう．

装置を改良することが確実な方法であるが，経済的な理由によりそうできない場合も考えられる．そこで，次節においては，差圧計のダイヤフラムの変形を考慮した新たな理論解の導出について説明する．

3.5　理論解に関する検討

前節で差圧計のダイヤフラムを介して圧力伝播が発生していることを示した．本節では，試験装置の構成を変えずに，理論解を改良することによる対応策について述べる．

3.5.1　解析解の導出

ダイヤフラムを介した圧力伝播の影響を考慮するために，初期・境界条件に変更を加えたいくつかの理論モデルを検討した．初期条件にだけダイヤフラムの変形の影響を考慮したものは加藤ら（2006）を参照されたい．ここでは，初期・境界条件として以下の式を与える．

初期条件：

$$h(x,0)=0 \quad (0<x<L) \tag{3.9}$$

$$h_d(0)=h(0,0)=\varepsilon_u H \tag{3.10}$$

$$h_u(0)=h(L,0)=H \tag{3.11}$$

境界条件：

$$KA\left[\frac{\partial h}{\partial x}\right]_{x=0}-S_d\left(\frac{dh_d}{dt}-\frac{\varepsilon_u}{1-\varepsilon_u}\frac{d\Delta h}{dt}\right)=0 \quad (t>0) \tag{3.12}$$

$$KA\left[\frac{\partial h}{\partial x}\right]_{x=L}+S_u\left(\frac{dh_u}{dt}+\frac{\varepsilon_d}{1-\varepsilon_d}\frac{d\Delta h}{dt}\right)=0 \quad (t>0) \tag{3.13}$$

上式の中で，式(3.10)と式(3.12)が下流側貯留槽における初期・境界条件であり，式(3.11)と式(3.13)が上流側貯留槽における初期・境界条件である．ここで，hは供試体内の水頭，h_dとh_uはそれぞれ下流側と上流側の水頭，Kは供試体の透水係数，AとLはそれぞれ供試体の断面積と高さ，S_dとS_uがそれぞれ下流側と上流側の貯留槽の圧縮貯留量である．ε_dとε_uが従来の理論には含まれていないもので，それぞれ下流側から上流側への圧力伝播率および上流側から下流側への圧力伝播率である．これらは，前節で述べたように，実験的にFig. 3.7の関係が得られればそこから求めることができる．パルス試験においては，上流側貯留槽に圧力パルスを与えるわけであるから，ε_uが直接的に作用する．ここで，ε_uは次式のように定義される．

$$\varepsilon_u=\frac{\Delta h_d}{\Delta h_u} \tag{3.14}$$

このような境界条件を考慮したパルス法の概念図をFig. 3.8に示す．この図において，ダイヤフラムが剛的であれば，従来のトランジェントパルス法のものと等しくなる．

上記の初期・境界条件の下に式(A1.5)の水頭拡散方程式を解くと，式(3.15)のような解析解が得られる（導出過程は付録A2.2参照）．

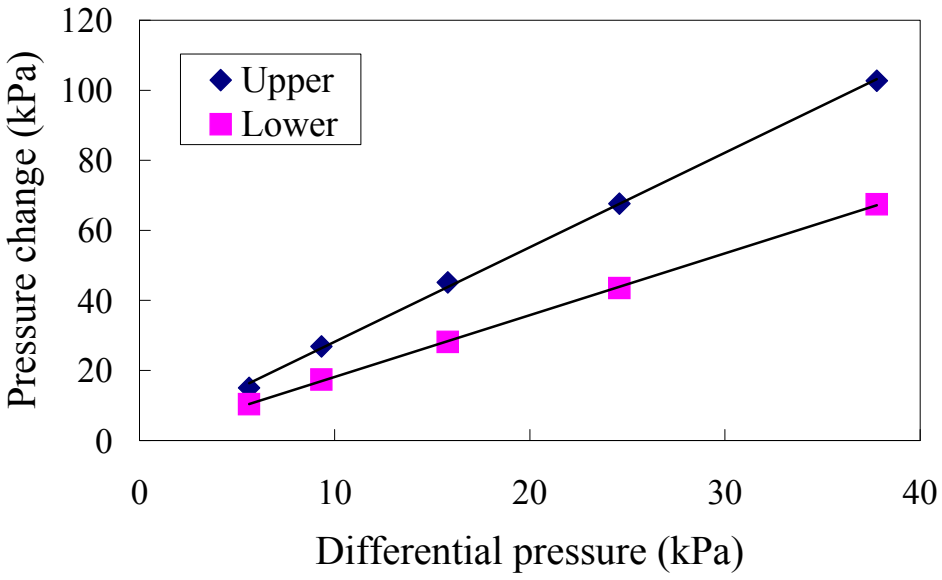


Fig. 3.7 Pressure propagation through diaphragm in differential pressure transducer with increase of upper tank pressure.

$$\frac{h(x,t)}{H}=\frac{1-\gamma{\varepsilon_u}^2}{(1+\beta+\gamma)(1-\gamma\varepsilon_u)}$$
$$+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp(-\alpha{\phi_m}^2)(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\left\{\left(1-\varepsilon_u-\frac{\varepsilon_u\gamma\phi_m}{\beta}\sin\phi_m\right)\cos\phi_m\xi-\frac{\gamma\phi_m}{\beta}(1-\varepsilon_u\cos\phi_m)\sin\phi_m\xi\right\}}{\left[\left\{\beta(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)-\frac{\gamma{\phi_m}^2}{\beta}(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\right\}\cos\phi_m\right.}$$
$$\left.-\left\{\phi_m(1-\varepsilon_u)+\gamma\phi_m(1-\gamma\varepsilon_u)+\frac{\beta}{\phi_m}(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)+\frac{\gamma\phi_m}{\beta}(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\right\}\sin\phi_m\right] \tag{3.15}$$

上式で使われている記号は，2.3節同様，$\alpha=Kt/(S'L^2)$，$\beta=S'AL/S_u$，$\gamma=S_d/S_u$，$\xi=x/L$ である．また，ϕ_m は，次式の正の根である．

$$\{(1-\varepsilon_u)+\gamma(1-\gamma\varepsilon_u)\}\cos\phi+\left\{\frac{\beta}{\phi}(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)-\frac{\gamma\phi}{\beta}(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\right\}\sin\phi$$
$$-\gamma\varepsilon_u\{(1-\varepsilon_u)+(1-\gamma\varepsilon_u)\}=0 \tag{3.16}$$

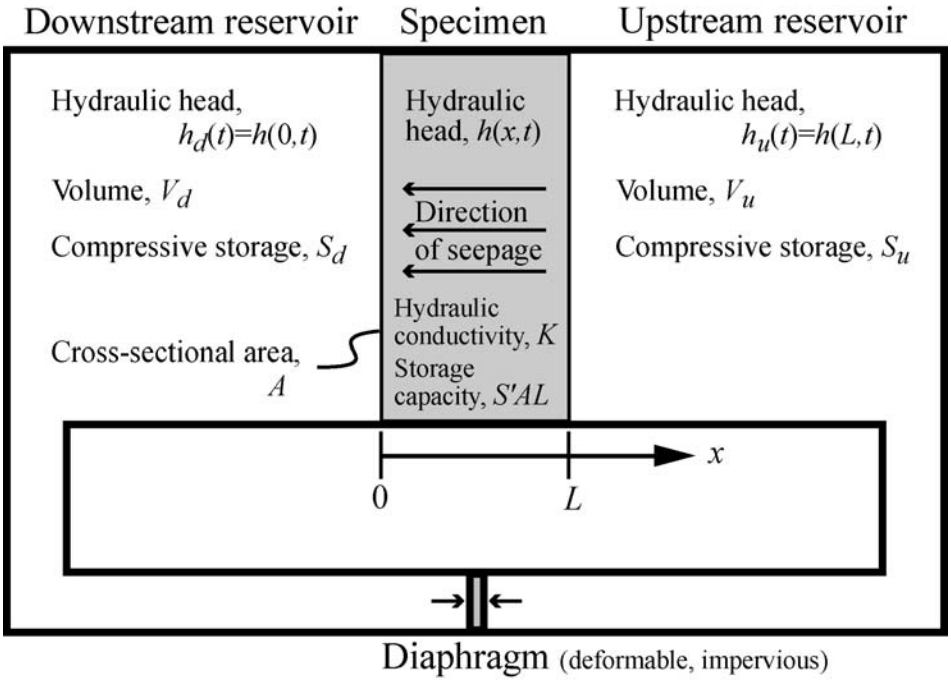


Fig. 3.8 Modified model of transient pulse method with pressure propagation through diaphragm of differential pressure transducer.

なお，ε_uとε_dとの間にも圧縮貯留量S_u，S_dと同様な次式に示される関係がある．

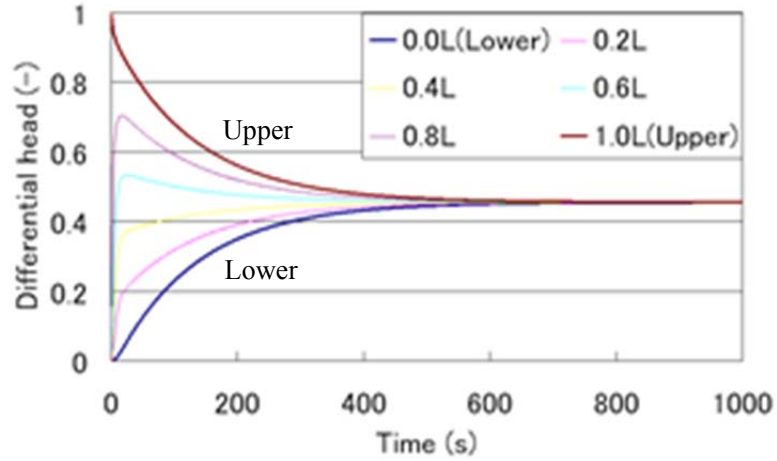
$$\gamma = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_u} \tag{3.17}$$

式(3.15)において，ε_u=0とすれば，従来のパルス法の解析解と同じ式（Hsieh et al., 1981）となる．また，ε_u=1とすれば，等方圧密試験において負の載荷（すなわち除荷）をしたときの現象を表わす式となる．

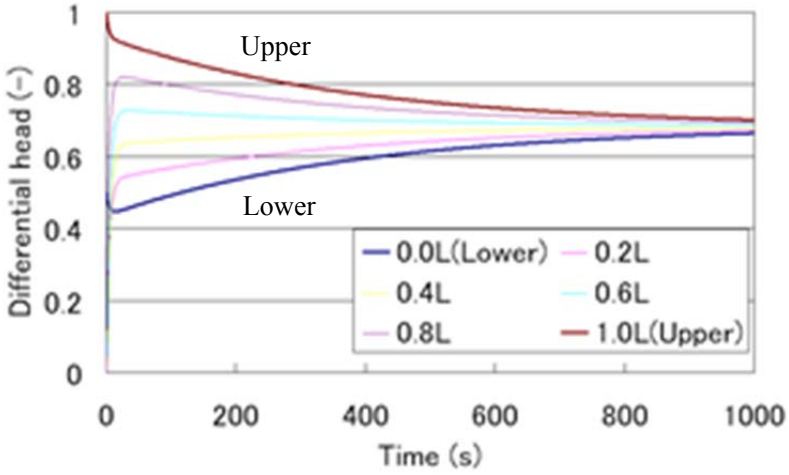
3.5.2　従来の理論との比較

本研究で導出したトランジェントパルス法の解析解を従来の解析解と比較する．Fig. 3.9には供試体内の水頭分布の時間変化を示してある．Fig. 3.9 (a)が従来の解析解から得られたものであり, Fig. 3.9 (b)は本研究で導出した解析解から描画したものである. ただし, Fig. 3.9 (b)ではε_u=0.5としている．これらの図の比較からわかる両者の違いは以下のようである．

(1) 従来の理論では上流側に与えたパルス圧は初期差圧に等しいが，本研究の理論ではε_uに



(a) conventional model.



(b) improved model in consideration of pressure propagation through diaphragm of differential pressure transducer.

Fig. 3.9 Variation of theoretical hydraulic head distribution within a specimen during transient pulse permeability test.

比例した小さい値を示す.

(2) 従来の理論では差圧は単調減少するが，本研究の理論では下流側貯留槽の圧力が初期上昇後にいったん減衰挙動を示すためそうなるとはかぎらない.

(3) 一つ目の違いに関連して，本研究の理論では初期差圧が小さく出るため，透水係数の感度が低下する.

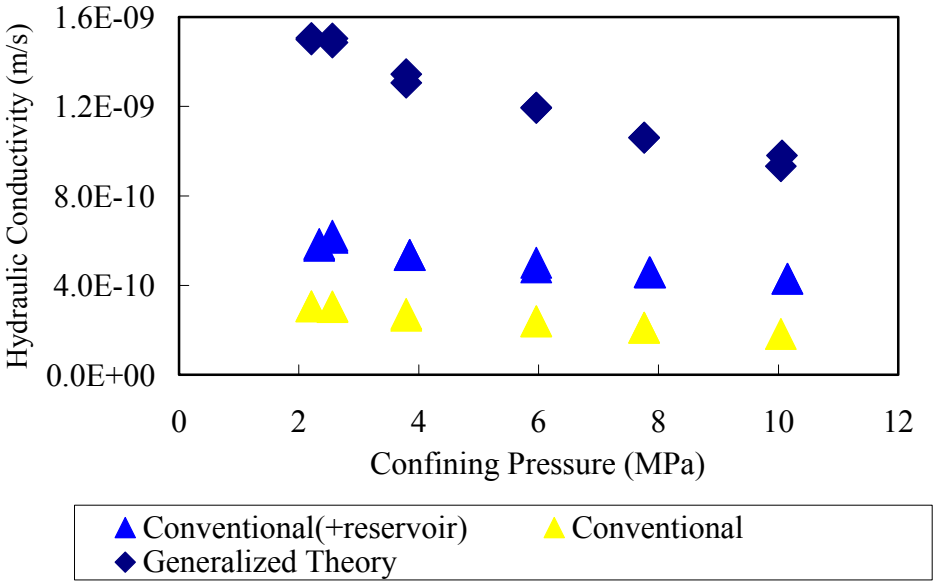


Fig. 3.10 Comparison of hydraulic conductivities obtained by several data analyses for transient pulse permeability test.

3.5.3　データ解析結果と考察

下流側に追加貯留槽をもたない場合の実験データの解析に本研究で導出した解析解の適用を試みた．ここで，ε_uの値としては，Fig. 3.7から0.65が得られている．下流側に追加貯留槽を設置した場合と切り離した場合の実験データに従来の解析解を適用した結果と本研究の解析解を用いて評価した結果をFig. 3.10に掲載する．本研究の解析解を用いたほうが従来のものよりも透水係数が大きな値をとっている．

Fig. 3.5に示した定常流に基づく透水試験（定水位法）の結果が真の値に近いとすると，今回の解析解を用いた結果は透水係数が過大評価されており，境界条件などにいまだ改善の余地が残されていると思われる．そのため，実験をする上での対処法としては，3.3節で示したように，下流側に容積の大きな貯留槽を設置して，差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播の影響を低減することが有効である．

3.6　結　言

透水試験結果がばらつく要因について考察するため，第2章で紹介した6つの試験法から成るシーケンシャル透水試験を実施した．これにより試験手法の違いが水理定数の評価結果に及ぼす影響だけを分離することができた．また，すべての試験法の実験データに適用

できる汎用的なデータ解析手法を確立した．本章で得られた知見は以下のようである．

(1)　6 つの透水試験の実行が可能な装置を製作し，白浜砂岩に対して，シーケンシャル透水試験を実施することができた．また，すべての試験法の実験データに適用できる汎用的なデータ解析手法が有効であることを確かめた．

(2)　試験装置の下流側貯留槽の容積を大きくした場合には，試験方法によらず，得られた透水係数に良い一致がみられた．一方，下流側貯留槽の容積が小さい場合には，トランジェントパルス試験において差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播が起こり，透水係数が過小評価されていた．

(3)　この現象に対処するため，境界条件を変更してトランジェントパルス法の新たな解析解を導出した．この新たな理論と従来の理論との違いとしては，パルス圧が初期差圧と等しくならないこと，差圧が単調減少するとはかぎらないこと，透水係数の感度が低下することが挙げられる．

(4)　新たな解析解を用いて透水試験データの解析をおこなったところ，今度は逆に透水係数が過大評価される結果となった．これについては，境界条件などにいまだ改善の余地が残されていると思われる．そのため，実験をする上での対処法としては，下流側に容積の大きな貯留槽を設置して，差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播の影響を低減することが有効であることが示された．

参考文献

Brace, W. F., Walsh, J. B., and Frangos, W. T. (1968): Permeability of granite under high pressure, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **73** (6), pp. 2225–2236.

Darcy, H. (1856): *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Victor Dalmont, Paris, 647p.

Hsieh, P. A., Tracy, J. V., Bredehoeft, J. D., Silliman, S. E. (1981): A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of ‘tight’ rocks–I. theory, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **18**, pp. 245–252.

加藤昌治，山田淳司，高橋学，金子勝比古（2006）：トランジェントパルス法の一般化理論とそれの室内透水試験への適用, 第 34 回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, 東京，pp. 287-292.

林為人，高橋学，廣野哲郎，佐々木泰（2003）：岩石の透水係数の各種室内測定手法および測定結果の比較に関するレビュー，*Journal of MMIJ*, Vol. **119** (8), pp. 519–522.

Morin, R. H. and H. W. Olsen (1987): Theoretical analysis of the transient pressure response from a constant flow rate hydraulic conductivity test, *Water Resources Research*, Vol. **23** (8), pp. 1461–1470.

中川徹，小柳義夫（1982）：最小二乗法による実験データ解析−プログラム SALS，UP 応用数学選書 7，東京大学出版会，東京，pp. 95–124.

Olsen, H. W. (1966): Darcy's law in saturated kaolinite, *Water Resources Research*, Vol. **2** (2), pp. 287–295.

Song, I., Elphick, S. C., Main, I. G., Ngwenya, B. T., Odling, N. W., and Smyth, N. F. (2004): One-dimensional fluid diffusion induced by constant-rate flow injection: Theoretical analysis and application to the determination of fluid permeability and specific storage of a cored rock sample, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **109**, B05207, doi:10.1029/2003JB002395.

竹田幹郎，張銘，江崎哲郎，高橋学，三谷泰浩（2000）：岩石の透気特性および水理学的異方性に関する実験的研究，応用地質，Vol. 41 (4), pp. 210-217.

Terzaghi, K. (1925): *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*, Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 399p.

Walls, J. D., Nur, A. M., and Bourbie, T. (1982): Effects of pressure and partial water saturation on gas permeability in tight sands: experimental results, *Journal of Petroleum Technology*, Vol. **34**, pp. 930–936.

張銘，高橋学，江崎哲郎，遠藤秀典（2002）：難透水性岩盤材料を対象とした高精度汎用室内透水試験システムの開発，応用地質，Vol. 43 (2), pp. 83–91.

Zhang, M., Takahashi, M., Morin, R. H., Endo, H., and Esaki, T. (2002): Determining the hydraulic properties of saturated, low-permeability geological materials in the laboratory: advances in theory and practice, *Evaluation and Remediation of Low Permeability and Dual Porosity Environments, ASTM STP 1415*, M. N. Sara and L. G. Everett, Eds., American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.

Zhang, M., Takahashi, M., Morin, R. H., and Esaki, T. (2000): Evaluation and application of the transient-pulse technique for determining the hydraulic properties of low-permeability rocks—part 2: experimental application, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 23 (1), pp. 91–99.

第 4 章　低透水性岩石の水理定数の高精度評価

4.1　諸　言

低透水性岩石の水理特性の評価が必要となるのは，たとえば，高レベル放射性廃棄物の地層処分や二酸化炭素の地中貯留における周囲岩盤の天然バリアとしての遮へい性能を知りたい場合，あるいは油層や地熱貯留層の挙動評価においてキャップロックからの流体の漏えいの程度を知りたい場合，地震発生過程を議論する上で重要となるプレート境界をも含めた地下深部における高温・高圧条件下での間隙水の挙動を知りたいような場合などが考えられる．透水性の高い低いに明確な基準はないが，本論では，透水係数で 10^{-10} m/s 程度よりも小さい値を示す場合に低透水性と位置づけることとする．

透水性の低い岩石の水理特性を評価するための室内試験法としては，トランジェントパルス法（Brace et al., 1968）（以下，パルス法とも言う）が適している．トランジェントパルス法は，すでに信頼のおける確立された透水試験法となっており，1970 年代から多くの実験結果が報告されている（Zoback and Byerlee, 1975; Kranz et al., 1979; Brace, 1980; Neuzil et al., 1981; Bernabé et al., 1982; Trimmer, 1981; Lin, 1982; 杉本ら, 1985; Lin et al., 1986; Moore et al., 1986; Walder and Nur, 1986; 杉本・古住, 1989; 高橋ら, 1990; 石島ら, 1991, 1993; 薛ら, 1992; Wang and Hart, 1993; Moore et al., 1994; Kiyama et al., 1996; Suzuki et al., 1998; 林・高橋, 1999; Zhang et al., 2000b; Kato et al., 2002; 張ら, 2002; 山口ら, 2003; 谷川・坂口, 2008）．また，最近では，シェールガスやシェールオイルに関連して，低透水性の頁岩の透気試験にパルス法を適用する試みがなされている（Boulin et al., 2012; Civan et al., 2011; Darabi et al., 2012; Giot et al., 2012; Sakhaee-Pour and Bryant, 2012）．しかし，低透水性岩石の水理定数の高精度評価を考えた場合，それを達成するためには，第 3 章で考察したように，貯留槽の容積や貯留系全体の圧縮貯留量など，検討が必要な事項がいくつかある．そこで，本章では，まずトランジェントパルス法の理論について整理し，感度解析と誤差評価を含めた非線形最小二乗法に基づく汎用的なデータ解析手法を提案する．そして，高精度なトランジェントパルス透水試験を実施し，その結果から本論で提案する手法の妥当性を示し，いくつかの検討事項について議論する．

4.2　トランジェントパルス法

トランジェントパルス法では，円柱形供試体の軸方向に圧力勾配を与えて一次元流れを

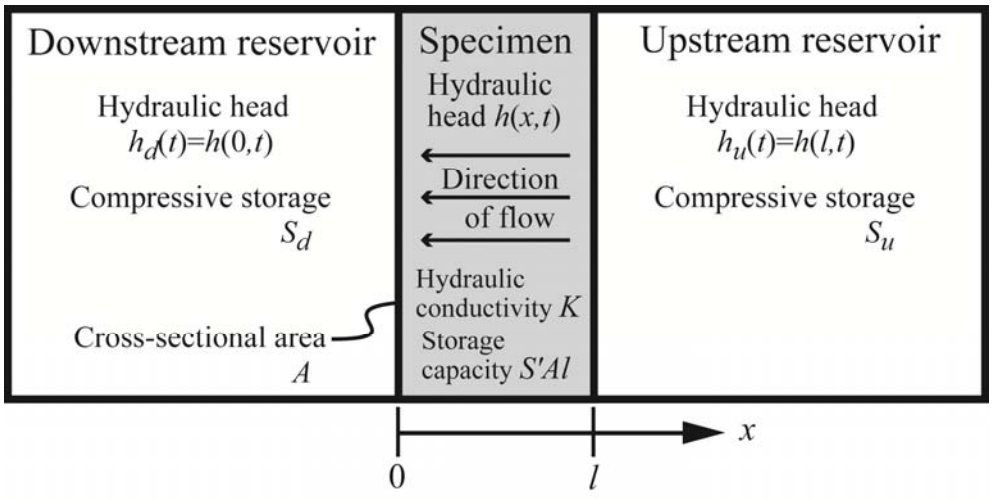


Fig. 4.1 Schematic of the transient pulse method: a specimen connected by two reservoirs.

発生させる方法（Brace et al., 1968）と中空円筒形供試体の半径方向に圧力勾配を与えて放射状流れを発生させる方法（栗山ら，2002）の座標系の異なる二通りが提案されている．本論では，実施例の多い前者の方法について取り上げる．この方法では，円柱形供試体の両端に二つの貯留槽を接続し（Fig. 4.1），上流側の貯留槽に瞬時に圧力パルスを与え，その後の二つの貯留槽間の圧力差の減衰を計測することにより，供試体の水理特性を評価することができる．この方法の優れた点は，供試体内を浸透する流体の流量を測ることなしに，流量計よりも相対的に測定精度の高い圧力計や差圧計を用いることにより，比較的短時間に低透水性の供試体の水理定数を評価できることである．

従来，トランジェントパルス透水試験で得られるデータの解析には，供試体自体の圧縮貯留量が貯留槽の圧縮貯留量に比べて無視できるような条件下において試験を実施し，近似解を用いて供試体の透水係数だけを評価していた（Brace et al., 1968; Zoback and Byerlee, 1975; Kranz et al., 1979; Brace, 1980）. その後, 近似解の適用範囲が議論され（Yamada and Jones, 1980; Lin, 1982）, 供試体や装置の圧縮貯留量も考慮したパルス試験の解析解が厳密に導かれ（Hsieh et al., 1981）, 図解により透水係数の最適値を決定する方法が提案されている（Neuzil et al, 1981）．最近では，厳密解を利用することにより，供試体の透水係数と比貯留率ならびに装置の圧縮率を一度の試験で同時に評価した例が報告されている（Zhang et al., 2000b）.

4.2.1 理　論

まず，水頭拡散方程式（付録 A1 参照）から導かれる二つの解析解について述べる．一つは，Brace et al. (1968)がトランジェントパルス法を提案したときに導入したもので，供試体自体の圧縮貯留量が貯留槽の圧縮貯留量に比べて無視できるほど小さい場合に有効な近似

解である．そのため，この近似解には供試体の比貯留率は表れず，水理定数としては透水係数だけが含まれている．もう一つは Hsieh et al.（1981）によって導かれた厳密解であり，供試体の透水係数と比貯留率の両方の水理定数が含まれた形の式となっている．

上流側と下流側の貯留槽の容積（それぞれ V_u と V_d［m^3］）が等しい場合（V_u=V_d）には，Brace et al.（1968）の近似解は以下のように書き表される．

$$\frac{\Delta h(t)}{H}=\frac{h_u(t)-h_d(t)}{H}=\exp\left(-\frac{2KA}{\rho g\beta_f l V_u}t\right) \tag{4.1}$$

ここで，t は水頭パルス負荷後の経過時間［s］，$h_u(t)$および $h_d(t)$はそれぞれ経過時間 t における上流側および下流側の貯留槽内の水頭［m］であり，その差を $\Delta h(t)$とする．H は水頭パルスの大きさ［m］であり，$\Delta h(0)$に等しい．l と A はそれぞれ供試体の高さ［m］と断面積［m^2］である．K は供試体の透水係数［m/s］を表す．g は重力加速度［m/s^2］，ρ と β_fはそれぞれ浸透流体の密度［kg/m^3］と圧縮率［Pa^{-1}］である．

Hsieh et al.（1981）により与えられた厳密解から導かれる水頭差の式は以下のようである．

$$\frac{\Delta h(t)}{H}=\frac{h_u(t)-h_d(t)}{H}=2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\left\{\beta\left(1-\sec\phi_m\right)+\dfrac{\gamma\phi_m{}^2}{\beta}\left(\gamma+\sec\phi_m\right)\right\}}{\dfrac{\gamma^2\phi_m{}^4}{\beta^2}+\dfrac{\phi_m{}^2}{\beta}\left(\gamma^2\beta+\gamma^2+\gamma+\beta\right)+\beta^2+\gamma\beta+\beta} \tag{4.2}$$

ただし，α，β，γ は

$$\alpha=\frac{Kt}{l^2S'} \tag{4.3}$$

$$\beta=\frac{S'Al}{S_u} \tag{4.4}$$

$$\gamma=\frac{S_d}{S_u} \tag{4.5}$$

で定義される無次元パラメータである．これらの意味するところは，α が無次元時間，β が上流側貯留槽の圧縮貯留量 S_u［m^2］に対する供試体の圧縮貯留量の比，γ が上流側貯留槽の圧縮貯留量に対する下流側貯留槽の圧縮貯留量 S_d［m^2］の比である．無次元時間 α は，供試体の透水係数や比貯留率 S'［m^{-1}］，高さの影響を取り除いた試験時間を表わし，異なる

試験法の実験データの比較などに利用することができる．また，β が十分小さい場合には，式(4.1)に示した Brace et al.（1968）の近似解の条件を満たす．貯留槽の圧縮貯留量は，

$$S_u = C_{ew} V_u \tag{4.6}$$

$$S_d = C_{ew} V_d \tag{4.7}$$

と書くこともでき，ここで C_{ew} は装置の圧縮率（間隙水と貯留槽および配管類を包含する貯留系全体の圧縮率）［m^{-1}］を表している．上流側と下流側の貯留槽の材質が同じで容積が等しい場合には S_u=S_d と考えてよく，このときには γ=1 となる．ϕ_m （m=1, 2, …）は次の非線形方程式の非零で正の実数根であり，無数に存在する．

$$\tan\phi = \frac{(1+\gamma)\phi}{\frac{\gamma\phi^2}{\beta} - \beta} \tag{4.8}$$

4.2.2　水理定数の感度解析

トランジェントパルス法における水理定数の感度スタディについては，第 2 章において他の透水試験法との比較の中でその一例を示してある．感度係数の式についてはそちらを参照されたい．Wang and Hart（1993）が“感度係数”として計算している$\partial\Delta h(t_i)/\partial(\ln K)$と$\partial\Delta h(t_i)/\partial(\ln S')$は，それぞれ透水係数および比貯留率の水頭差に対する感度係数である．この感度係数は，水理定数を少しだけ変化させたときに水頭差がどのくらい変化するのかを表す指標である．これらの値は，本研究においては後述する最小二乗法によるデータ解析で使用されているヤコビアン行列の成分を用いて計算できる．なお，感度の大小を議論するときには，感度係数の絶対値を用いる．

これまでの報告では，これら感度係数間の関係については明らかにされていなかった．ここで，装置の圧縮率 C_{ew} の感度係数$\partial\Delta h(t_i)/\partial(\ln C_{ew})$を導入すると，3 つの感度係数の間に次式のような従属関係が認められた．

$$\frac{\partial\Delta h(t_i)}{\partial(\ln K)} + \frac{\partial\Delta h(t_i)}{\partial(\ln S')} + \frac{\partial\Delta h(t_i)}{\partial(\ln C_{ew})} = 0 \tag{4.9}$$

上式は，感度係数の関係が独立ではないことを示しており，データ解析において極めて重要な意味を持つので，後節で説明する．

4.3　データ解析手法

岩石の透水係数の高精度評価を考えた場合，実験で得られたデータをどう処理するのかも重要となる．そこで本章では，実験データの解析手法について述べる．

トランジェントパルス透水試験で得られるデータの解析には，供試体自体の圧縮貯留量が貯留槽の圧縮貯留量に比べて無視できる場合には，Brace et al.（1968）の近似解を用い，片対数グラフに実験データをプロットし，その近似直線の傾きを求めることにより，比較的簡単に供試体の透水係数だけを評価できる．Hsieh et al.（1981）が厳密解を導いてからは，供試体の透水係数と比貯留率の評価が可能となったが，当時は精度の高い実験データを得ることが難しかったことと，解析にはグラフ解法（Neuzil et al., 1981）が用いられており手順が煩雑であったことから，その適用例は少ない．その後，Zhang et al.（2000b）がグラフ解法を用いずに，コンピュータを利用して探索法により岩石の水理定数を求めることに成功している．

本論では，従来の手法よりもさらに汎用性を高めたものとして，非線形最小二乗法を利用したデータ解析手法を提案する．

4.3.1　非線形最小二乗法

本研究では，3.3.4 節で述べた非線形最小二乗法（Gauss-Newton 法）（中川・小柳, 1982）を採用することにより，トランジェントパルス試験で得られる水頭差の減衰曲線から厳密解を用いて透水係数と比貯留率を同時に算出する手法を用いた．最小二乗法では，次式で表される残差平方和 S を最小とするように水理定数（K，S'）を決定することができる．

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\Delta h^{*}(t_i)}{H} - \frac{\Delta h(t_i)}{H} \right]^2 \tag{4.10}$$

ここで，$\Delta h(t)$は供試体の両端の水頭差，すなわち上流側と下流側の貯留槽の水頭差 $h_u - h_d$［m］であり，上付きの*は実験値を表し，*の付いていないものは解析解（式(2)）から得られる理論値を表す．t は測定開始時からの経過時間［s］である．なお，従来法である近似解を用いる手法は考察で使用している．

4.3.2　誤差評価

前節で述べた最小二乗解析において，収束条件は実験データの精度から判断する必要がある．実験データの精度が高ければ，厳しい条件を与えても計算は収束するであろう．

逆に，実験データの精度が低い場合は，与える条件によっては計算が収束しないことが考えられる．そこで，本研究では，実験データの精度を議論するために，式(4.10)の残差平方和から，得られた水理定数の相対誤差を評価することにした．水理定数の相対誤差が得られれば絶対誤差も計算できるので，最終的な結果に誤差評価を反映することができる．

4.4 実験方法

本研究で使用した透水試験システムは Fig. 4.2 のようである．このシステムは，大きく分けて，拘束流体系，間隙流体系，制御・記録系および独立した温度制御系から成る．拘束流体系には，供試体をセットする圧力容器（耐圧 100 MPa），加圧用のハンドポンプならびにそれの配管類を含む．間隙流体系は，第 3 章での考察を踏まえ，差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播の影響を低減するための貯留槽（耐圧 100 MPa ; 容積 1 L×2 本），間隙流体供給･圧力制御用シリンジポンプ（ISCO 社製 100DX : 最大圧力 69 MPa ; 圧力分解能 1 kPa ; 流量範囲 10^{-5}〜30 mL/min），セパレート用およびパルス用バルブ（Swagelok 社製 Sno-Trik SS-445-FP）を含む配管類から成る．制御・記録系には，データロガー（濱田電機社製マルチロガーH1201）とシリンジポンプ用コントローラーおよび各種計測計（差圧計（Validyne 社製 DP363−40），圧力計，温度センサー（熱電対））が含まれる．独立した温度制御系は，温度センター（白金測温抵抗体）と温度調節器および電気ヒーターから成っている．

供試体の設置方法は以下のようである．まず円柱形の供試体（直径 5 cm, 高さ 2.5〜5 cm）を分水盤と O リングの備わったステンレス製のエンドピース（直径 5 cm）で両側からはさみ，長期間の実験にも耐えうるよう低透過性のバイトンチューブ（内径 5 cm，長さは供試体より約 4 cm 長くする）を被せ，固定円盤ではさんでボルトで固定する．そして，エンドピースとチューブの接触部には，封圧媒体の侵入を防ぐためシリコーンシーラントを塗布する．シリコーンが乾燥固化した後，圧力容器のふたの裏側に供試体を設置して，供試体の両端面側からふた側に上流側･下流側合わせて 2 本の間隙水チューブを接続する（Fig. 4.3）．この裏返ったふたを逆さに戻して圧力容器に下ろし（Fig. 4.4），ボルトを締めれば，封圧媒体および間隙水を供給できる状態となる．

トランジェントパルス試験では差圧計のデータが重要である．しかし，差圧計は微小な温度変化でも敏感に反応してしまう．その理由は，差圧計自体に温度依存性があることに加えて，固体に比べて流体の熱膨張率は大きく，微小な温度変化でも間隙流体の膨張収縮を引き起こし，それが圧力変化に直結するからである．そこで，装置周辺の温度変化を最小限に抑えるために，Fig. 4.2 に描かれているように，圧力容器と差圧計を含むメインの配管は 3 重の断熱室の一番内側に設置し，一番外側には家庭用のエアコンで冷房し，中間の

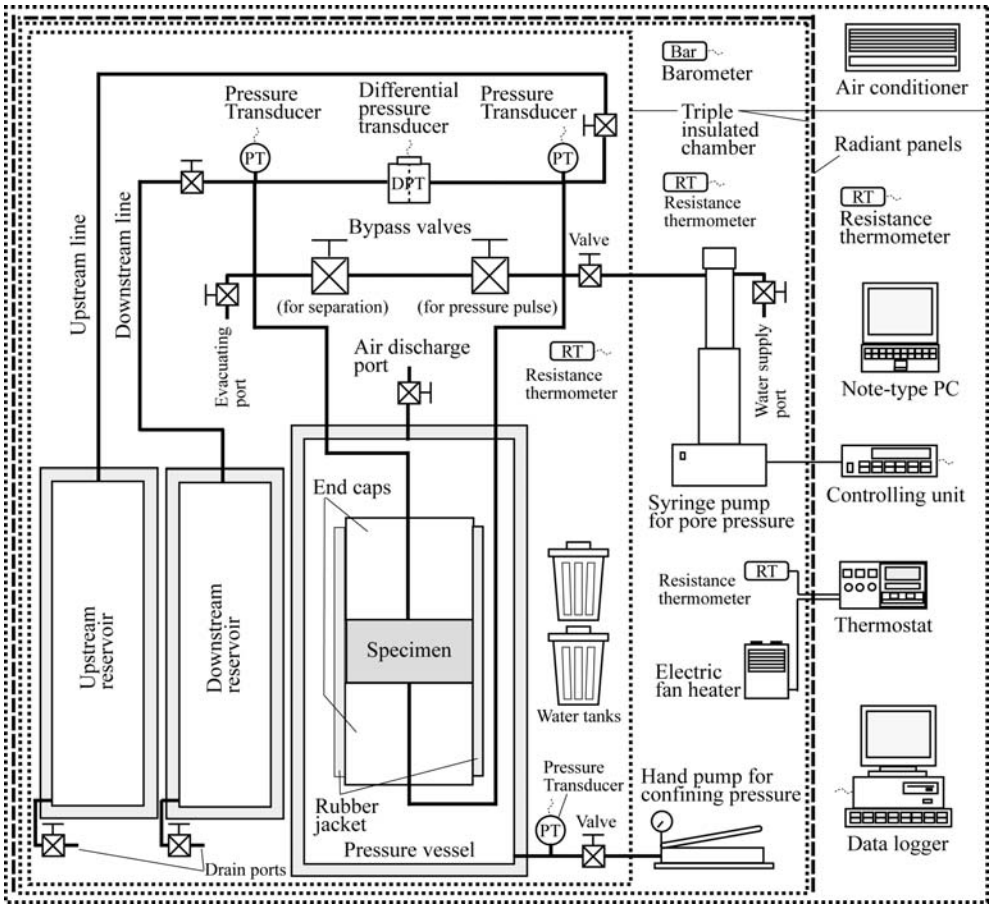


Fig. 4.2 Permeability test system for the transient pulse method.

部屋では温調器と小型電気ヒーターで微小暖房することにより，一番内側の圧力容器周りの温度変化を試験中は±0.01℃以内に制御するように努めた．

岩石供試体の実験に先立ち，較正試験を実施し，装置（間隙水配管系全体）の圧縮率 C_{ew} を実験的に求めておいた．その方法は，不透水性の金属供試体をセットし，シリンジポンプを使って上流側と下流側の貯留槽に定流量で送水し，そのときの圧力の上がり具合から圧縮貯留量 S_u と S_d を求めるというものである．式(4.6)と(4.7)から，圧縮貯留量を貯留槽の容積で割れば，装置の圧縮率を求められることがわかる．結果として，Fig. 4.2 の装置の圧縮率 C_{ew} は，間隙水圧 1 MPa のときには 5.85×10^{-6} m^{-1} であった．

透水試験には，低透水性の岩石として稲田花崗岩を用いた．その理由は，稲田花崗岩を供試体として透水試験をおこなった研究は数多く（杉本ら，1985；杉本・古住，1989；高橋ら，1990；石島ら，1991，1993；薛ら，1992；Kiyama et al., 1996; Suzuki et al., 1998; 林・高橋，1999；竹田ら，2000；Zhang et al., 2000b; 張ら，2002；谷川・坂口，2008），それらを参考にすれば実験の計画がたてやすく，結果の比較もできるからである．供試体のサイ



Fig. 4.3 Photograph of specimen assembly. Specimen is pinched by a couple of end caps, covered with black Viton jacket, and applied by silicone sealant. Pore water lines connect end caps to the reverse side of the lid of the pressure vessel.

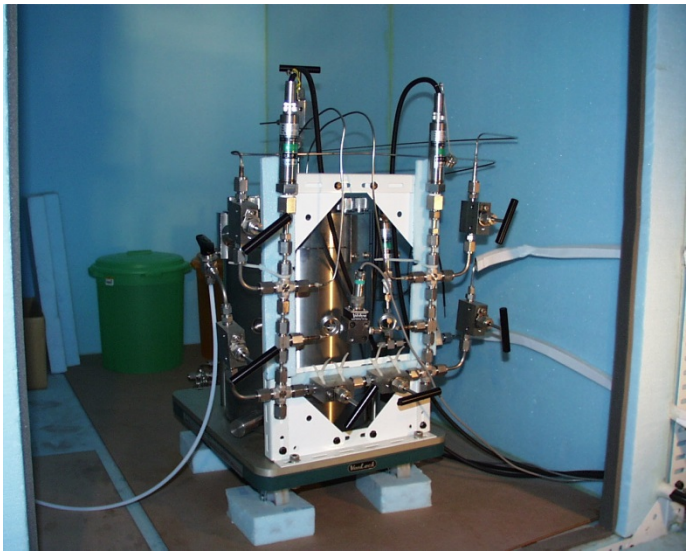


Fig. 4.4 Photograph of pressure vessel with tubing panel, which includes valves, pressure transducers, and differential pressure transducer in the center, put in the inside chamber of the permeability test system.

ズも，既往の研究（竹田ら，2000；Zhang et al., 2000b; 張ら，2002）を参考にして，直径 5.0 cm，高さ 2.5 cm のディスク状とした．

透水試験の圧力条件は，間隙圧を 1 MPa で固定し，封圧を 2～10 MPa の間で 5 段階に設

定した．ただし，最初の条件（封圧 2 MPa，間隙圧 1 MPa）では，実験の再現性を検証するために，同じ条件で連続的に複数回実験をおこなった．なお，圧力パルスはできるかぎり小さいほうが望ましい．なぜなら，大きな圧力パルスを与えると，衝撃的な間隙圧変化が起こり，急な動水勾配を発生させ，供試体の有効応力状態を急激に変化させて体積変形を生じさせ，それに伴い供試体の透水性も変えてしまうからである．さらに言えば，試験中は時間と共に間隙圧分布が大きく変化するので，供試体内の透水性の分布も変化しながらの試験となってしまう．また，衝撃的な間隙圧変化により鉱物の小片が移動し目詰まりの原因になるかもしれない．このようなことを避けるため，本試験では，圧力パルスは 10 kPa 程度とした．これは有効応力の 1%以下に抑えられている．

4.5　実験結果

まず，感度係数を見ておく．本研究で使用した実験装置の仕様と封圧が 2 MPa のときに得られた透水試験結果に対応させて，供試体内の水頭分布と水理定数の感度係数を求めるとそれぞれ Figs. 4.5, 4.6 のようになった．横軸には無次元時間 α の対数をとっている．Fig. 4.5 の供試体内の水頭分布については，供試体の軸方向の無次元位置 $\xi = x/l$（$0 \leq \xi \leq 1$）を導入して，軸方向に下流側端面から上流側端面に向かって 5 等分し，ξ=0.0（下流側端面），0.2，0.4，0.6，0.8，1.0（上流側端面）の 6 点での水頭の経時変化を示している．同図には，水頭差の経時変化も掲載している．Fig. 4.5 と Fig. 4.6 を比較すると，水頭差の減衰が大きいとき（$0.5 \leq \alpha \leq 15$）に対応して透水係数の感度も大きくなっていることがわかる．比貯留率の感度係数に関しては，水頭差の減衰初期（$\alpha = 0.15$ 付近）で最大値を示すが, その絶対値は透水係数のそれに比べて一桁以上も小さいことがわかる．このことから，水理定数の評価精度を考えた場合，比貯留率の相対誤差が透水係数のそれよりも一桁以上大きくなることが予想される．

トランジェントパルス試験で得られる実験データは，供試体両端間の水頭差の減衰曲線である（対数を取った場合は Fig. 4.5 の破線のようである）．まず，パルス試験の再現性を検証するために実施した繰り返し実験の結果を示す. Fig. 4.7 には, 封圧 2 MPa, 間隙圧 1 MPa の条件下で，一つの供試体を圧力容器にセットしたままで連続して 7 回のパルス試験をおこなったときの水頭差の減衰曲線の実験値と解析で得られた理論値を示す．ただし，連続した実験と言っても，1 回ごとに間隙圧を調整し，それが平衡になるのを待ってから次の実験に移っている．したがって，平衡状態を待つ時間を含めて 1 回の実験には 2 日程度要している. Fig. 4.7 を描くにあたり, 複数回実施した実験のデータをそのまま重ねてしまうと，すべて良い一致を示しているため違いがわからなかった．そこで，複数回のデータを横方向に 4000 s ずつずらして，それぞれに実験値と理論曲線の両方を示した．なお，縦軸には

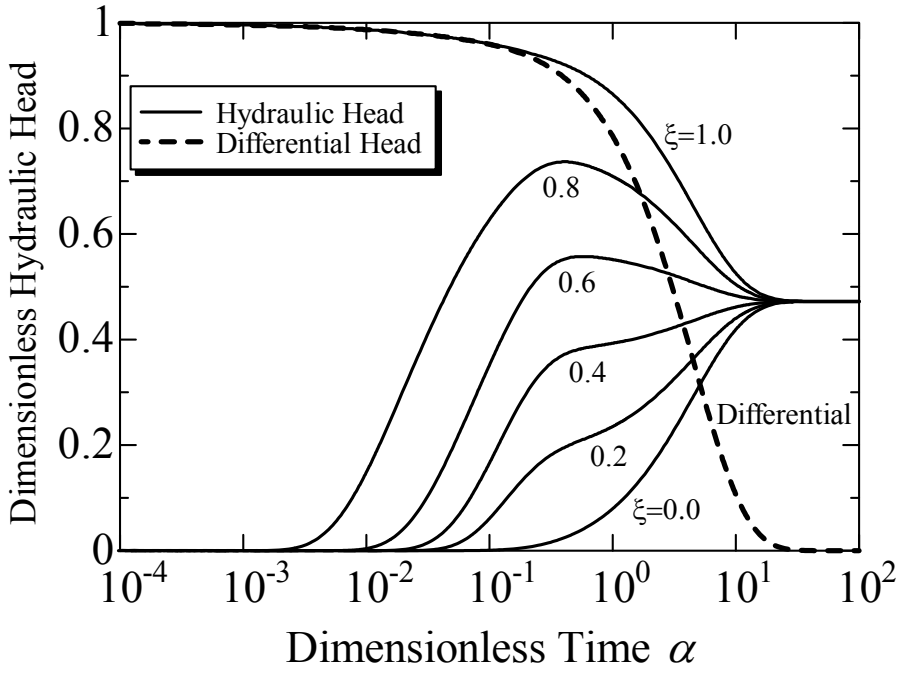


Fig. 4.5 Variations of hydraulic head distribution within a specimen and head difference during the transient pulse test.

水頭差を水頭パルスの値で除して規格化（無次元化）した値をとっている．この図から，今回の実験の再現性の良さと，実験値と理論曲線の良い一致が見て取れる．

つぎに，繰り返し試験の実験データの非線形最小二乗解析で得られた水理定数を検討する．本解析では，較正試験から得られた間隙水配管系全体の圧縮率 C_{ew} を使用して，式(4.10)の残差平方和を最小にするように花崗岩の透水係数と比貯留率を決定した．なお，データ解析には，水頭差が初期値から 10%に減衰するまでのデータを使用した．データ解析の結果を Fig. 4.8 と Table 4.1 に示す．Fig. 4.8 には個々の水理定数に絶対誤差を表すエラーバーを付けて示した．Table 4.1 には，繰り返し試験で得られた水理定数の平均，標準偏差および変動係数が掲載されている．Fig. 4.8 に描かれたエラーバーの長さや Table 4.1 の変動係数から，感度解析で予想していたように，透水係数の相対誤差が比貯留率の相対誤差に比べて 1 桁以上小さいことがわかる．

繰り返し透水試験に続いて実施した封圧を変えた場合の透水試験の結果を Fig. 4.9 に示す．グラフには無次元化した水頭差の実験値がプロットされていて，解析で得られた理論曲線も描かれている．この図から，封圧が増加すると，水頭差の減衰が緩やかになっていくことがわかる．しかしながら，いずれの封圧においても実験値と理論曲線が良い一致を示し

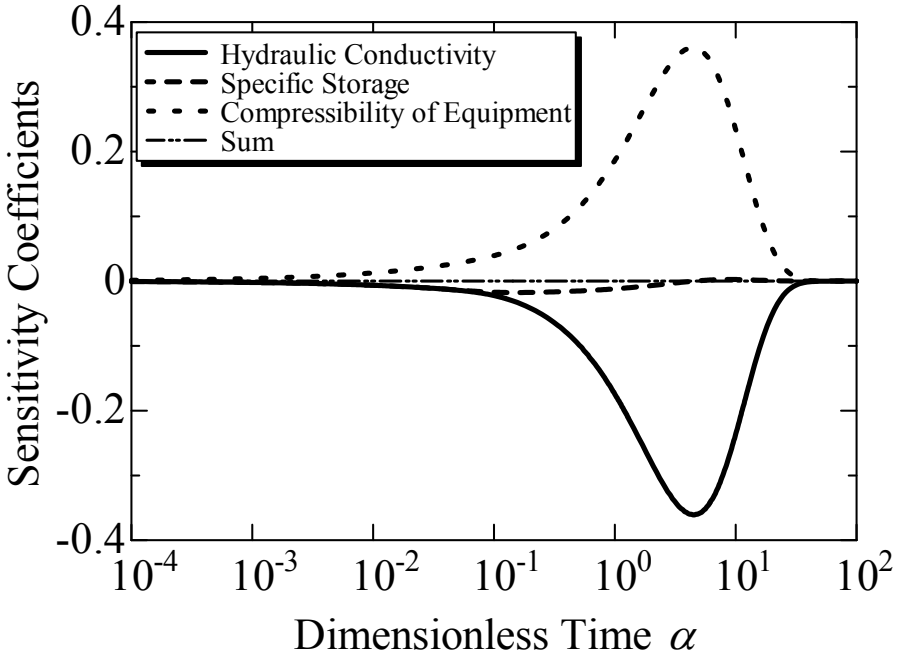


Fig. 4.6 Variation of sensitivity coefficients of head difference in terms of hydraulic constants and compressibility of equipment.

ていることがわかる．データ解析で得られた透水係数を Fig. 4.10 に示す．この図から，透水係数が封圧の増加に伴って減少していく様子がわかる．この図には，次章の考察で使用するプロットも載せてある．

4.6 考　察

本研究で得られた稲田花崗岩の透水係数は，同等の封圧条件での実験結果と比較すると，Hsieh et al.（1981）の厳密解を用いた Zhang et al.（2000b）の結果よりも 1 オーダー程度低い値となった．同岩石で Brace et al.（1968）の近似解を用いた高橋ら（1990）の結果と比較すると数倍大きな値を示している．この結果を検討するために，厳密解を用いた場合と近似解を用いた場合とでどのような違いが表れるかを検討しておく．

Brace et al.（1968）の近似解の有効性は，Zhang et al.（2000a）に述べられているように，上流・下流の貯留槽の容積が等しい場合には，計測開始直後の実験データを用いたときに透水係数を過大評価してしまう．そのため，近似解を使う場合は，供試体内の水の流れが

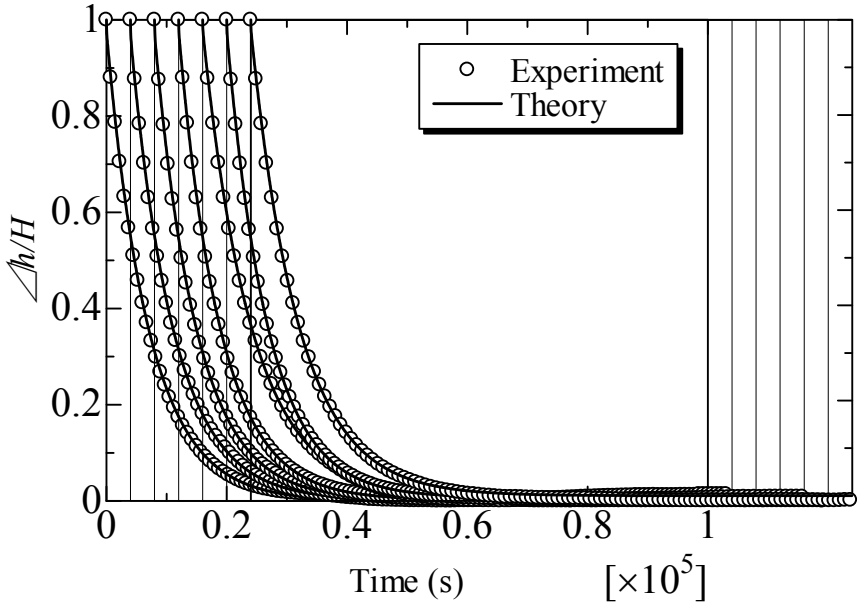


Fig. 4.7 Experimental data of hydraulic head differences obtained by seven times of transient pulse tests with theoretical decline curves. These are displayed by 4000 s.

準定常状態になる計測後半のデータを用いることが望ましい．しかしながら計測時間が長くなると，温度変化等なんらかの因子が計測結果に影響を与える可能性があるので注意が必要である．ここで，計測開始直後のデータを Brace et al.（1968）の近似解で評価すると過大評価してしまう原因は，比貯留率の影響が計測開始直後に大きく表れるからである．すなわち，近似解では岩石の圧縮貯留量は貯留槽の圧縮貯留量に比べて無視できるくらい小さいという仮定をおいているからである．なお，本研究で用いた透水試験装置は，Brace et al.（1968）の仮定を満たすように設計されている（β=0.117）．

そうすると，次に考えなくてはならないのは，装置の剛性の問題である．Brace et al.（1968）は，貯留槽の圧縮貯留量を考えるときに，貯留槽自体は剛的に扱い，その中に入っている水の圧縮性だけを考慮している．すなわち，貯留槽の圧縮貯留量の値は，貯留槽の容積に水の圧縮率をかけたものとなっている．しかし，実際の試験装置では貯留槽や配管の剛性はあまり高くはないので，水および貯留槽・配管全体の圧縮率は水だけの圧縮率よりも大きい値を示す．Zhang et al.（2000b）はそれを考慮して供試体の水理定数を決定している．この全体の圧縮率は，シリンジポンプのような高精度ポンプを使い，較正試験をおこなうことにより実験的に評価することができる．Zhang et al.（2000a）はさらに厳密解を用いた逆解析からも全体の圧縮率を評価している．しかしながら，この全体の圧縮率に関しては，実験値と解析値で若干の開きがあるようである．

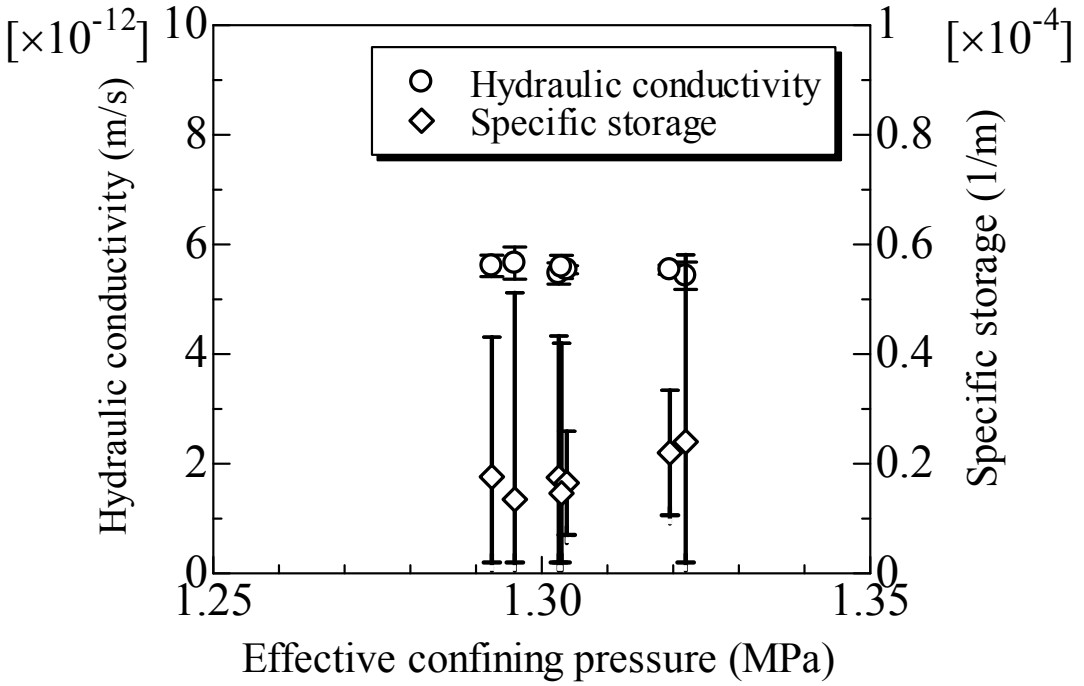


Fig. 4.8 Hydraulic constants of Inada granite with error bars evaluated by the exact solution.

ここで, 上述した Hsieh et al.（1981）の厳密解を用いた場合と従来用いられてきた Brace et al.（1968）の近似解を用いた場合とで水理定数の評価結果にどのような違いが表れるかを実際に検討しておく．本研究で用いた装置は，前述したように，近似解が適用可能なように，すなわち岩石の圧縮貯留量が貯留槽の圧縮貯留量に比べて小さくなるように設計されているため，両手法を用いたデータ解析結果を直接比較することができる．

今回の実験データ（Fig. 4.9）に対して，Brace et al.（1968）の近似解に水のみの圧縮率を使用したときに算出される透水係数は，Fig. 4.10 の■のプロットとなり，予想通り，厳密解を使用した結果（●）より過小評価され，約 72～81%の値となっている．これで，実験装置の貯留槽や配管の剛性はあまり高くなく，間隙水貯留系全体の圧縮率は水だけの圧縮率より大きいということが示された．

そこで，近似解を用いる場合でも，精度良く透水係数を評価可能な方法をここで提案したい．その方法は，近似解を用いるときに，水の圧縮率だけではなく，貯留系全体の圧縮貯留量を考慮するというものである．その場合の近似解は次式のように表される．

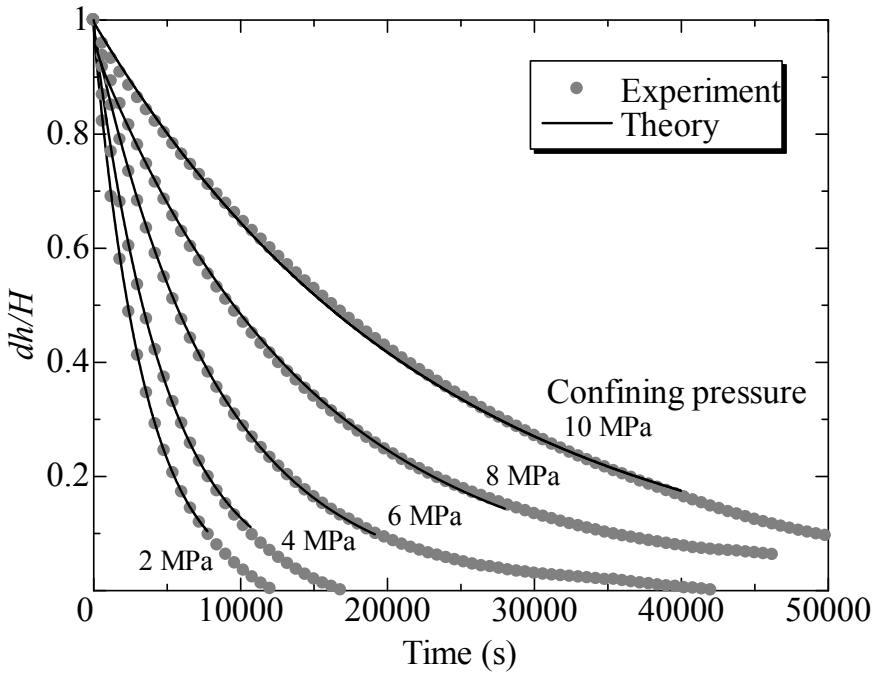


Fig. 4.9 Experimental data of hydraulic head differences at each confining pressure obtained by the transient pulse tests with theoretical decline curves.

$$\frac{\Delta h(t)}{H} = \exp\left\{-\frac{KAt}{l}\left(\frac{1}{S_u}+\frac{1}{S_d}\right)\right\} \tag{4.11}$$

ここで，式中の S_u と S_d は，式(4.6)と(4.7)では上流・下流の貯留槽の圧縮貯留量としていたが，厳密にはそれぞれ上流・下流の貯留槽と配管を含めた貯留系全体の圧縮貯留量と定義するほうが正確である．したがって，実験的にこの圧縮貯留量 S_u と S_d を精度よく評価しておくことができれば，近似解を用いた場合でも精度よく透水係数が求められるはずである．そこで，Fig. 4.9 の実験データに対して，貯留系の圧縮貯留量を考慮して近似解を適用して透水係数を求めたところ，Fig. 4.10 の□のようなプロットとなり，きれいに厳密解のプロットと重なった．これらの値を比べると，厳密解と近似解から得られる透水係数の差異は 1%未満であった．

4.7 結　言

低透水性岩石の水理定数の高精度評価を目的として，トランジェントパルス法による透

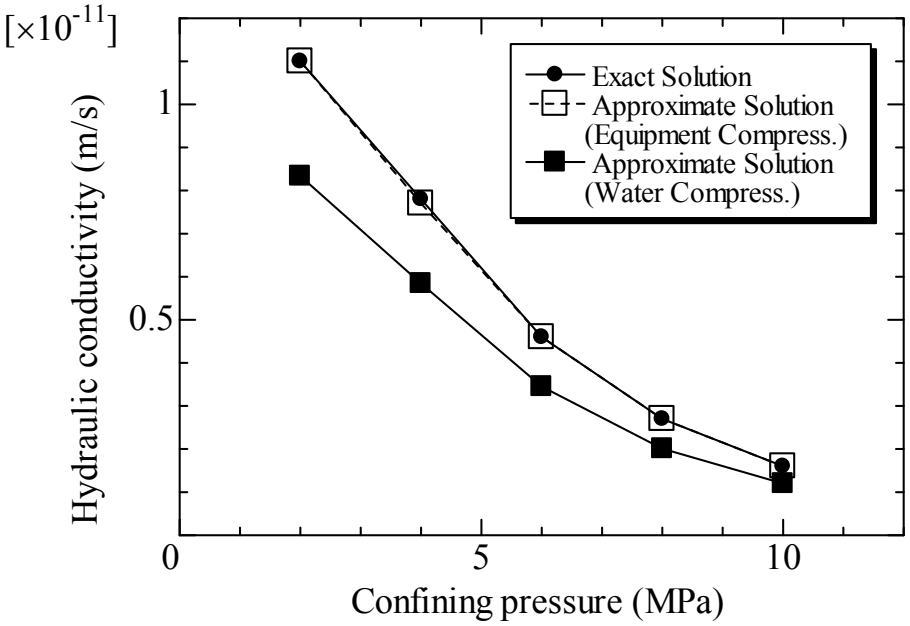


Fig. 4.10 Comparison of hydraulic conductivities of Inada granite obtained by different analytical solutions.

水試験についていくつかの検討をおこなった．最初に，パルス法の理論について整理し，感度解析と誤差評価を含めた非線形最小二乗法に基づく汎用的なデータ解析手法を提案した．そして，低透水性の稲田花崗岩に対して高精度なトランジェントパルス透水試験を実施し，その結果から本論で提案する手法の妥当性を示し，いくつかの検討事項について議論した．その結果として得られた知見は以下のようである．

(1) 稲田花崗岩に対して高精度なトランジェントパルス透水試験を実施することに成功した．本透水試験の再現性の高さは，同じ供試体に対して同じ環境・条件下での繰り返し試験により確かめられている．

(2) Hsieh et al. (1981)の厳密解を用いて非線形最小二乗法によるデータ解析を実施することにより，稲田花崗岩の二つの水理定数（透水係数と比貯留率）を精度よく評価することができた．これは汎用的な手法であり，他の透水試験のデータ解析にも適用可能である．

(3) このとき，理論解と実験データとのかい離を表わす指標となる実験誤差の評価もおこなうことができた．

(4) Brace et al.（1968）の近似解を使った場合でも，水の圧縮率ではなく，そこに装置の圧縮貯留量を代入することにより，透水係数の評価精度を上げることができた．装置の圧縮貯留量は，較正試験により実験的に求めておくことが望ましい．

(5) 水理定数などパラメータの感度解析から，本システムでは，透水係数の感度が比貯留率

のそれに比べて一桁以上大きいことがわかった．このことは，裏を返せば，水理定数の評価に際しては，透水係数の評価精度が比貯留率のそれに比べて一桁以上高いことを意味している．

最後に，高精度なトランジェントパルス透水試験を実施する際に注意が必要な事項を二つ掲載して，本章を締めくくりたい．

(1) 実験においては，装置周囲の温度変化を抑えることが重要である．透水試験は間隙流体の挙動を測る実験であり，固体に比べて流体の熱膨張率は大きく，微小な温度変化でも間隙流体の膨張収縮を引き起こし，それが圧力変化に直結するからである．また，差圧計自体にも温度依存性がある．

(2) 圧力パルスはできるかぎり小さいほうが望ましい．なぜなら，衝撃的な間隙圧変化が供試体の有効応力状態を急激に変化させ，体積変形を生じさせ，それに伴い供試体の透水性も変えてしまうからである．また，衝撃的な間隙圧変化により鉱物の小片が移動し目詰まりの原因になるかもしれない．とくに有効応力が小さいときには注意が必要である．

参考文献

Bernabé, Y., Brace, W. F., and Evans, B. (1982): Permeability, porosity and pore geometry of hot-pressed calcite, *Mechanics of Materials*, Vol. 1, pp. 173–183.

Boulin, P. F., Bretonnier, P., Gland, N., and Lombard, J. M. (2012): Contribution of the steady state method to water permeability measurement in very low permeability porous media, *Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP Energies nouvelles*, Vol. 67 (3), pp. 387-401.

Brace, W. F. (1980): Permeability of crystalline and argillaceous rocks, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 17, pp. 241–251.

Brace, W. F., Walsh, J. B., and Frangos, W. T. (1968): Permeability of granite under high pressure, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 73 (6), pp. 2225–2236.

Civan, F., Rai, C. S., and Sondergeld, C. H. (2011): Shale-Gas Permeability and Diffusivity Inferred by Improved Formulation of Relevant Retention and Transport Mechanisms, *Transport in Porous Media*, Vol. 86, pp. 925–944.

Darabi, H., Ettehad, A., Javadpour, F., and Sepehrnoori, K. (2012): Gas flow in ultra-tight shale strata, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 710, pp. 641–658.

Giot, R., Giraud, A., Guillon, T., and Auvray, C. (2012): Three-dimensional poromechanical back analysis of the pulse test accounting for transverse isotropy, *Acta Geotechnica*, Vol. 7, pp. 151–165.

Hsieh, P. A., Tracy, J. V., Neuzil, C. E., Bredehoeft, J. D., and Sillman, S. E. (1981): A transient

laboratory method for determining the hydraulic properties of ‘tight’ rocks – I. theory, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 18 (3), pp. 245–252.

石島洋二，薛自求，高橋学（1991）：新第三紀堆積岩の透水挙動と等価管路モデルによる解釈，応用地質，Vol. 32 (5), pp. 209–220.

石島洋二，薛自求，高橋学（1993）：トランジェント・パルス法による岩石の透水特性の測定に関する 2，3 の基礎的問題，資源と素材（*Journal of MMIJ*），Vol. 109 (7), pp. 511–516.

Kato, M., Sanoki, S., Miyagi, A., Takahashi, M., and Kaneko, K. (2002): Anisotropic permeability of granite, *Proceedings of 2002 ISRM Regional Symposium (3rd Korea-Japan Joint Symposium) on Rock Engineering*, Seoul, Korea, Vol. 2, pp. 851–858.

加藤昌治，高橋学，金子勝比古（2013）：多孔質材料の水理定数評価のための室内透水試験法の理論，Journal of MMIJ, Vol. 129 (7), pp. 409–417.

Kiyama, T., Kita, H., Ishijima, Y., Yanagidani, T., Aoki, K., and Sato, T. (1996): Permeability in anisotropic granite under hydrostatic compression and triaxial compression including post-failure region, In: M. Aubertin, F. Hassani, and H. Mitri (eds.), *Rock Mechanics Tools and Techniques, Proceedings of 2nd NARMS'96*, Montréal, Balkema, Rotterdam, Vol. 2, pp. 1643–1650.

Kranz, R. L., Frankel, A. D., Engelder, T., and Scholz, C. H. (1979): The permeability of whole and jointed Barre granite, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 16, pp. 225–234.

栗山憲，水田義明，土井昭仁（2002）：中空円筒形岩石供試体を用いたトランジェント法による浸透率測定における数理的基礎, 資源と素材（*Journal of MMIJ*）, Vol. 118 (10, 11), pp. 667–674.

Lin, C., Pirie, G., and Trimmer, D. A. (1986): Low permeability rocks: laboratory measurements and three-dimensional microstructural analysis, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 91 (B2), pp. 2173–2181.

Lin, W. (1982): Parametric analyses of the transient method of measuring permeability, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 87 (B2), pp. 1055–1060.

林為人，高橋学（1999）：高温履歴を有する稲田花崗岩の透水係数と等価管路モデルに基づく評価，応用地質，Vol. 40 (1), pp. 25–35.

Moore, D. E., Lockner, D. A., and Byerlee, J. D. (1994): Reduction of permeability in granite at elevated temperatures, *Science*, Vol. 265, pp. 1558-1561.

Moore, D. E., Morrow, C. A., and Byerlee, J. D. (1986): High-temperature permeability and groundwater chemistry of some Nevada test site tuffs, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 91 (B2), pp. 2163–2171.

中川徹，小柳義夫（1982）：最小二乗法による実験データ解析−プログラム SALS，UP 応用数学選書 7，東京大学出版会，東京，pp. 95–124.

Neuzil, C. E., Cooley, C., Sillman, S. E., Bredehoeft, J. D., and Hsieh, P. A. (1981): A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of ‘tight’ rocks – II. application, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 18 (3), pp. 245–252.

Sakhaee-Pour, A. and Bryant, S. L. (2012): Gas Permeability of Shale, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, Vol. 15 (4), pp. 401–409.

杉本文男，古住光正（1989）：トランジェント・パルス法を用いた岩石の透水試験，資源・素材学会誌（*Journal of MMIJ*），Vol. 105 (10), pp. 727–731.

杉本文男，松木浩二，遠藤修（1985）：トランジェント・パルス法による岩石の透水係数測定について，応用地質，Vol. 26 (3), pp. 121–128.

Suzuki, K., Oda, M., Yamazaki, M., and Kuwahara, T. (1998): Permeability changes in granite with crack growth during immersion in hot water, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 35 (7), 907–921.

高橋学，平田実雄，小出仁（1990）：稲田花崗岩の透水係数に及ぼす封圧および間隙水圧の影響について，応用地質，Vol. 31 (3), pp. 105–114.

竹田幹郎，張銘，江崎哲郎，高橋学，三谷泰浩（2000）：岩石の透気特性および水理学的異方性に関する実験的研究，応用地質，Vol. 41 (4), pp. 210-217.

谷川亘，坂口真澄（2008）：透水係数の測定時間短縮を目的としたトランジェント・パルス法の改良と考察，応用地質，Vol. 49 (2), pp. 105–110.

Trimmer, D. A. (1981): Design criteria for laboratory measurements of low permeability rocks, *Geophysical Research Letters*, Vol. 8, pp. 973–975.

Walder, J. and Nur, A. (1986): Permeability measurement by the pulse-decay method: effects of poroelastic phenomena and non-linear pore pressure diffusion, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 23 (3), pp. 225-232.

Wang, H. F. and Hart, D. J. (1993): Experimental error for permeability and specific storage from pulse decay measurements, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 30 (7), pp. 1173–1176

薛自求，石島洋二，高橋学（1992）：砂岩の微視的構造と透水特性，資源と素材（*Journal of MMIJ*），Vol. 108 (11), pp. 769–775.

Yamada, S. E. and Jones, A. H. (1980): A review of a pulse technique for permeability measurement, *Society of Petroleum Engineers Journal*, Vol. 20, pp. 357–358.

山口卓哉，小嶋智，矢入憲二（2003）：美濃帯のジュラ紀メランジュの室内透水試験—八百津地域および伊自良地域の例—，応用地質，Vol. 44 (5), pp. 303–312.

張銘，高橋学，江崎哲郎，遠藤秀典（2002）：難透水性岩盤材料を対象とした高精度汎用室内透水試験システムの開発，応用地質，Vol. 43 (2), pp. 83–91.

Zhang, M., Takahashi, M., Morin, R. H., and Esaki, T. (2000a): Evaluation and application of the transient-pulse technique for determining the hydraulic properties of low-permeability rocks—part 1: theoretical evaluation, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 23 (1), pp. 83–90.

Zhang, M., Takahashi, M., Morin, R. H., and Esaki, T. (2000b): Evaluation and application of the transient-pulse technique for determining the hydraulic properties of low-permeability rocks—part 2: experimental application, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 23 (1), pp. 91–99.

Zoback, M. D. and Byerlee, J. D. (1975): The effect of microcrack dilatancy on the permeability of Westerly granite, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 80 (5), pp. 752–755.

第 5 章　岩石の空隙構造の可視化と定量評価

5.1　緒　言

岩石は，程度の差こそあれ，内部に空隙構造を有する多孔質材料とみなすことができる．そのため，岩石は多孔質材料固有の水理特性を有する．逆の言い方をすると，岩石の水理特性はその内部の空隙構造に支配されていると言える．また，水理特性のみならず，力学特性や熱特性に関しても空隙構造に大きく影響されている．それゆえ，多孔質材料内部の空隙構造を知ることは，その材料の物性の理解に役立つ．

多孔質材料の空隙率（間隙率）は，その物性を考える上で必要かつ重要なパラメータである．空隙率は，多孔質材料の総体積に対する空隙体積の割合と定義されるが，多孔質材料の物理特性の一つに挙げられ，その力学的および水理学的な挙動において重要な役割を演じる．それゆえ，空隙率は，多孔質材料の力学・水理学的性質の指標となりうる．

多孔質材料の空隙率の測定には種々の方法がある．水銀圧入法や窒素ガス吸着法，乾湿状態での材料の秤量による方法などが一般に用いられている（Denoyel and Thommes, 2006）．さらに，材料の空隙構造は，薄片にして顕微鏡下で観察することができる（Abell et al., 1999）．これらの方法では試料の損傷や擾乱は避けられない．なぜなら，試料は切断され，磨かれ，熱せられ，あるいは少なくとも流体に浸されるからである．空隙の幾何形状や分布特性を評価する場合と同様に，空隙率評価においても，試料へのそのような損傷や擾乱の影響は無視できない．

非破壊かつ非擾乱での多孔質材料の内部構造の可視化には X 線 CT が適している．X 線 CT は，医療分野のみならず，工学分野においても有用である．土壌や岩石のような地質材料の内部構造も非破壊で観察することができる．CT 撮影では，複数方向からの X 線透過像を再構成することにより，グレースケールの CT 画像が得られる．その画像から，そこに隠れている重要な情報を抽出することになる．

CT 画像における相分離（多相構造の抽出）は，材料物性を調べる上でもっとも単純な手法の一つである．乾燥した土壌や岩石（鉱物粒子と空隙中の空気とから成る），あるいは水で飽和した土壌や岩石（鉱物粒子と空隙中の水とから成る）は，鉱物の固相と空気あるいは水の流体相の 2 相構成材料である．このような 2 相材料の相分離の精度の向上は，現在でも挑戦的な問題であり，これまで様々な取り組みがなされている．たとえば，Withjack (1988)は，2 種類の異なる密度の流体で飽和した多孔質材料の連続撮影で得られた線減衰係数を用いて，空隙率を計算する方法を開発した．Van Geet et al. (2003)は，二つの空隙率の測定方法を紹介した．一つが均質な単結晶試料（石灰岩）のための純粋非多孔質試料を用い

た較正法であり，もう一つが不均質な試料（砂岩）のための二重エネルギー法である．その結果，空隙率がある範囲内でスライスごとに異なっていることを見出した．このスライスごとの空隙率の相違は，用いられた岩石試料の不均質性に依存しているが，そのことは画像の相分離で使われるしきい値が得られる空隙率に影響を及ぼすことを示唆している．なお，岩石ではないが，土壌を対象としたCT画像の相分離に関する研究も最近進捗がみられる（Schlüter et al., 2010; Houston et al., 2013）．

多相材料の相構造は，その材料の流体透過性や貯留性に係る問題に強く関係している．その中で，固相・液相・気相から成る 3 相材料の相分離も必要とされている．そこで本章では，非破壊かつ非擾乱で，岩石の内部構造を可視化し，空隙構造を定量化する手法について検討する．二つあるいは三つの相から成る多相構成材料に焦点を当て，X線CTスキャナーを利用して試料の断層撮影を実施し，得られたCT画像の画像解析により相分離を実施して各相の体積割合（空隙率）の評価を試みる．CT画像の相分離においては，画像の不鮮明さの原因となる部分体積効果を考慮した．すなわち，CT画像の輝度ヒストグラムにおいて，純粋ボクセル分布に正規分布を対応させ，ミクセル分布にベータ分布を利用した．さらに，多孔質材料のCT画像への相分離手法の適用を自動化した．そして，本手法の妥当性の検証のため，人工材料や天然材料を用いて，2 相および 3 相構成材料に対する本手法の適用性を評価した．なお，低透水性岩石については，その密度や空隙の幾何形状や分布に対してX線CTスキャナーの分解能など性能が十分ではないため，ここでは取り上げない．

5.2　ディジタル画像の不鮮明さの要因

多相構成材料のX線CT画像は，ディジタル画像を生成するときの標本化と量子化によって実像とは異なったものとなる（Fig. 5.1）．ある程度の不鮮明さは，X線CT画像を含めて光学画像において避けられない．この光学画像の不鮮明さには二つの要因がある．一つはペナンブラー効果（penumbra effect）と呼ばれているもので，焦点サイズならびにX線源と試料と検出器の距離に依存している（Curry et al., 1990）．二つ目は部分体積効果（partial volume effect）と呼ばれているもので，CT画像を構成するそれぞれのボクセルに複数の物質が投影される場合に起こる（Ketcham and Carlson, 2001）．部分体積効果に起因する画像の不鮮明さは，焦点サイズを小さくすればするほど軽減可能である．このことは，ボクセルサイズを小さくすることと同様に空間分解能を高めることができる．しかしながら，どんなに焦点サイズを小さくしても，あるいはどんなにボクセルサイズを小さくしても，本質的に画像の不鮮明さを完全に取り去ることはできない．

光学機器を用いて撮影されたディジタル画像には，例外なく部分体積効果が表れる．この効果は，Fig. 5.1 に示したスライス面内に表れるだけではなく，この平面に垂直な厚さ方

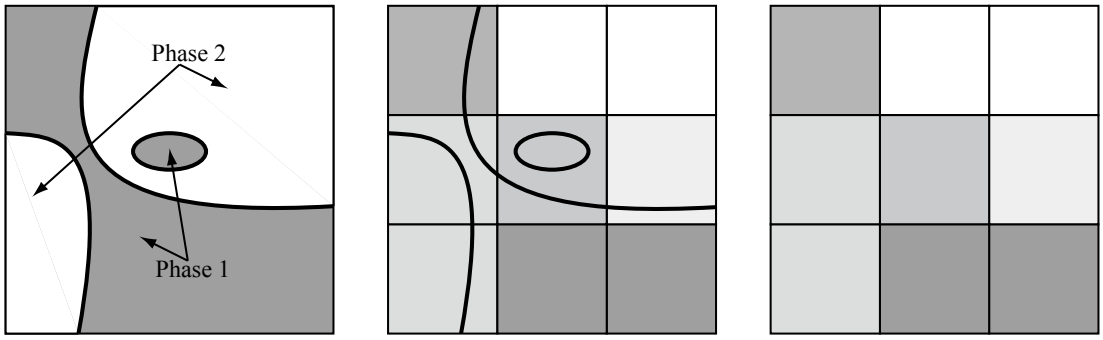


Fig. 5.1 Schematic of image acquisition. Greyscale digital images are made from two-phase substance owing to sampling and quantization. (a) is a real image and (b) and (c) are its quantized versions taking into account the partial volume effect, where boundary lines are remaining in (b).

向にも表れる．このような部分体積効果の影響は，多相材料の 3 次元ディジタル画像においては永続的な問題となっている．

この問題に対処するため，Choi et al. (1991)は，医療用 MRI で撮影した脳の断層画像の画像分類に混合画素（mixed pixel）（以後，ミクセル（mixel）と呼ぶ）の概念を導入した．その後，様々な分野の多くの研究者が部分体積効果あるいはミクセルに焦点を絞り研究をおこなっている．たとえば，医療科学においては Shattuck et al. (2001)や Tohka et al. (2004)，Kim et al. (2005)があり，リモートセンシングにおいては Okamoto and Fukuhara (1996)や Kageyama and Nishida (2004)，地盤・岩盤工学においては Oh and Lindquist (1999)，IT 分野においては北本・高木（1998a, 1998b）や Kitamoto and Takagi (1999, 2000)がある．ミクセルは，一つのピクセル（あるいはボクセル）の中に多相成分を含んでいるので，そのミクセルの値は複数の相の平均化された値となる（Fig. 5.2）．一方，単一の相しか含まないピクセル（あるいはボクセル）は純粋ピクセル（純粋ボクセル）と呼ばれる．高解像度のディジタル画像でさえ，ある程度のミクセルが含まれる（Fig. 5.3）．画像の解像度が高ければ高いほど，全体の画素数（ピクセル数あるいはボクセル数）に占めるミクセル数の割合は低くなる（Fig. 5.3 のキャプションを参照されたい）．しかしながら，本質的にミクセルはなくなることはない．

5.3 X 線 CT 画像の相分離手法

5.3.1 部分体積効果を考慮した混合確率分布モデル

試料の X 線 CT 撮影をすることにより，その内部における X 線減衰係数の空間分布デー

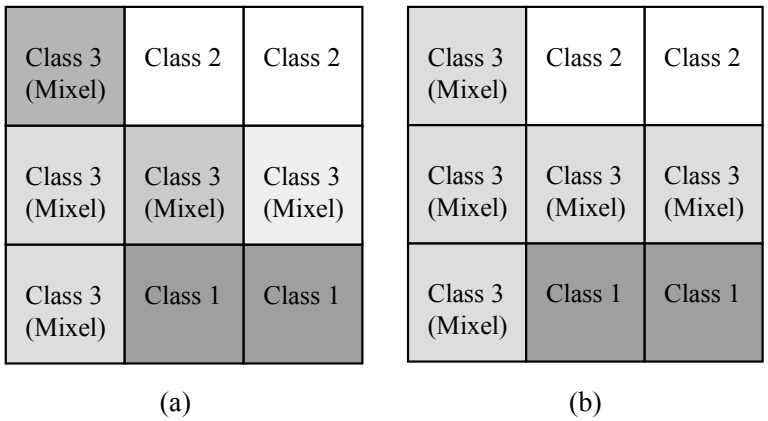


Fig. 5.2 Digital images corresponding to Fig. 5.1. (a) Original greyscale image and (b) image segmented with classes 1 and 2 representing pure pixels and class 3 representing their mixel.

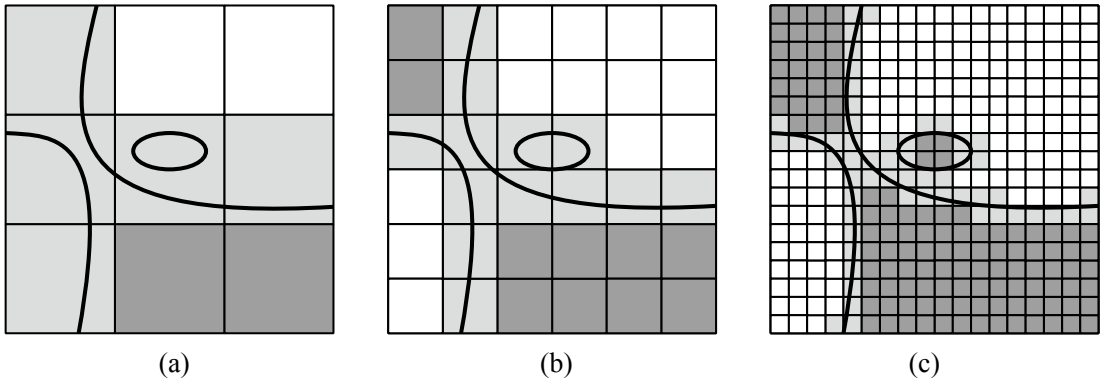


Fig. 5.3 Partial volume effect according to resolution of digital images made from real image shown in Fig. 5.1 (a). (a) Low resolution, (b) intermediate resolution, and (c) high resolution. The mixel:voxel ratios for the above resolutions are (a) 0.56, (b) 0.36, and (c) 0.17, respectively.

タが得られる．この空間分布データには部分体積効果の影響が含まれていて，そのデータからそのまま濃淡画像を作成すると，純粋ボクセルとミクセルの混ざり合った CT 画像が得られることになる（Fig. 5.1）．2 相材料の CT 画像の輝度ヒストグラムは双峰型か単峰型のいずれかの分布を示し，3 相材料の CT 画像のヒストグラムは三峰型か双峰型，単峰型のいずれかの分布を示す．CT 画像のヒストグラムが相数の正規分布の単純な重ね合わせとならない理由の一つに，部分体積効果の影響が挙げられる．

X 線 CT 撮影において，試料が 1 相物質であっても微視的には完全に均質なものはなく，

また X 線の散乱・吸収にも微小な変動が生じ，その他撮影上の様々な要因が CT データに影響を及ぼすので，一般に，純粋ボクセルだけのヒストグラムは正規分布に従う．したがって，相 i の純粋ボクセルに対応するクラス i の確率密度関数（PDF）$f_i(x)$ は次式で表される．なお，「クラス」とは分類すべきパターンの種類のことである．

$$f_i(x) = N(x;\mu_i,\sigma_i^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right\} \quad (i = 1, 2, \cdots) \tag{5.1}$$

ここで，$N(x;\mu_i,\sigma_i^2)$ は正規分布を表し，輝度レベル x の関数である．また，μ_i と σ_i^2 はそれぞれクラス i の期待値と分散を表す．2 相材料については $i = 1, 2$ であり，3 相材料については $i = 1$〜3 となる．つまり，純粋ボクセルに対応する i の最大値は相数に等しい．

ディジタル画像には，一つの画素に対して複数のクラスが含まれるミクセルが必ず現れる．2 相あるいは 3 相材料の相分離においては，2 クラスミクセル（2 相が存在している画素）あるいは 3 クラスミクセル（3 相が混在している画素）の取り扱いが必要とされる．2 クラスおよび 3 クラスミクセルは以下のように説明される．なお，多相から成るマルチクラスミクセルに関しては付録を参照されたい．

2 相材料に関しては，相 1 と相 2 が混在する画素に対応する 1 種類の 2 クラスミクセルが存在する．一つのミクセルにおいてそれぞれの相が占める面積の割合を面積占有率と定義すると，この面積占有率の分布はベータ分布に従うと仮定できる（北本・高木，1998b; Kitamoto and Takagi, 2000）．ベータ分布を用いることの利点は，一様型から U 字型，J 字型，L 字型，釣鐘型まで，様々なタイプの面積占有率の分布を表現可能なことである．本研究では，2 次元における面積占有率（北本・高木，1998b）を 3 次元に拡張し，体積占有率として取り扱う．2 相材料の 2 クラスミクセルの確率密度関数は次式で表される．

$$M_{12}(x) = \frac{1}{B(m_1,m_2)} \int_0^1 a_1^{m_1-1} a_2^{m_2-1} N(x;\mu_a,\sigma_a^2) da_1 \tag{5.2}$$

ここで，$B(m_1,m_2)$ は 2 変数のベータ関数を表し，次式で与えられる．

$$B(m_1,m_2) = \int_0^1 a_1^{m_1-1} a_2^{m_2-1} da_1 \tag{5.3}$$

ここで，a_i はクラス i 成分の体積占有率であり（$0 \le a_i \le 1$），$a_1 + a_2 = 1$ の関係にある．また，パラメータ m_1，m_2 は 0 以上の値をもつ．ミクセル分布の期待値 μ_a と分散 σ_a^2 は次式で与え

られる.

$$\mu_a = a_1\mu_1 + a_2\mu_2 \tag{5.4}$$
$$\sigma_a^2 = a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 \tag{5.5}$$

したがって, 2 相材料に関しては, 2 種類の純粋ボクセルにはクラス 1 とクラス 2 が対応し, 2 クラスミクセルにはクラス 3 が割り当てられる（Fig. 5.4）.

3 相材料の画像に関しては，2 種類以上のミクセルが存在する．すなわち，3 相のうちの 2 相のペアのミクセル 3 通りと 3 相すべてを含むミクセル 1 通りの合わせて 4 通りが考えられる. 3 相材料の 2 クラスミクセルの確率密度関数は, 式(5.2)と(5.3)において a_1, a_2, $M_{12}(x)$ をそれぞれ a_{i_1}, a_{i_2}, $M_{i_1i_2}(x)$ で置き換えればよい．ただし，i_1, $i_2 \in 1, 2, 3$（$i_1 < i_2$）である.

$$M_{i_1i_2}(x) = \frac{1}{B(m_1, m_2)} \int_0^1 a_{i_1}^{m_1-1} a_{i_2}^{m_2-1} N(x; \mu_a, \sigma_a^2) da_{i_1} \tag{5.6}$$

さらに，3 相材料の 3 クラスミクセルの確率密度関数は次式で表される.

$$M_{123}(x) = \frac{1}{B(m_1, m_2, m_3)} \int_0^1 \int_0^1 a_1^{m_1-1} a_2^{m_2-1} a_3^{m_3-1} N(x; \mu_a, \sigma_a^2) da_1 da_2 \tag{5.7}$$

ここで，3 変数ベータ関数は

$$B(m_1, m_2, m_3) = \int_0^1 \int_0^1 a_1^{m_1-1} a_2^{m_2-1} a_3^{m_3-1} da_1 da_2 \ , \tag{5.8}$$

と表される．また，a_i はクラス i 成分の体積占有率であり（$0 \le a_i \le 1$），$\sum_{i=1}^{3} a_i = 1$ を満たす.

パラメータ m_1，m_2，m_3 は 0 以上の値をもち，ミクセル分布の期待値 μ_a と分散 σ_a^2 は以下の式で表される.

$$\mu_a = \sum_{i=1}^{3} a_i \mu_i \tag{5.9}$$

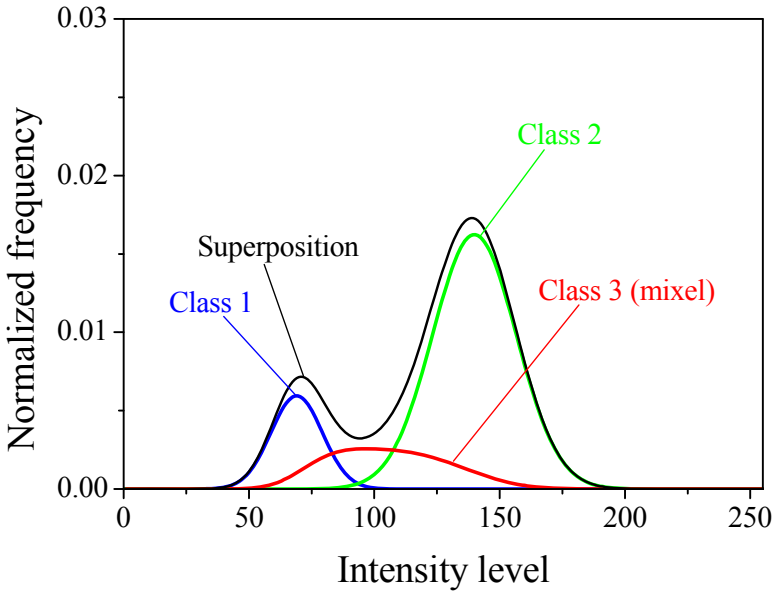


Fig. 5.4 Example of two-class mixel distribution. Lines show probability distributions of three classes and their superposition.

$$\sigma_a^2 = \sum_{i=1}^{3} a_i^2 \sigma_i^2 \tag{5.10}$$

いま，各相の空間分布について何らかの条件を付けることができれば，実際にこのモデルも 3 相構成画像に適用可能な程度まで簡単化される．

5.3.2　しきい値選定法

これまで情報工学の分野において画像処理のために多くのしきい値選定法が提案されていて，そのレビューもいくつか見受けられる（Sahoo et al., 1988; Pal and Pal, 1993; Sezgin and Sankur, 2004）．本論に関係するものとしては，Iassonov et al. (2009)が多孔質媒体の最近の研究に適用されているしきい値選定法について概観している．その中で，それぞれの手法の精度は，解析の目的や対象となる試料に強く依存していることが述べられている．Baveye et al. (2010)は，土壌の写真画像や X 線 CT データのしきい値選定の難しさを指摘して，その結果が観察者に依存していることを報告している．そのため，同じ試料に対しても，異なる研究者によって得られる二値画像には様々なパターンが存在することになる（Fig. 5.5）．部分体積効果を考慮したディジタル画像のしきい値選定法は，Kitamoto (1999)によって衛星画像に適用されている．これは 2 相構成材料への適用であるが，3 相以上から成る材料のディジタル画像のしきい値選定についても，いくつかの研究グループ（たとえば，Vinegar and

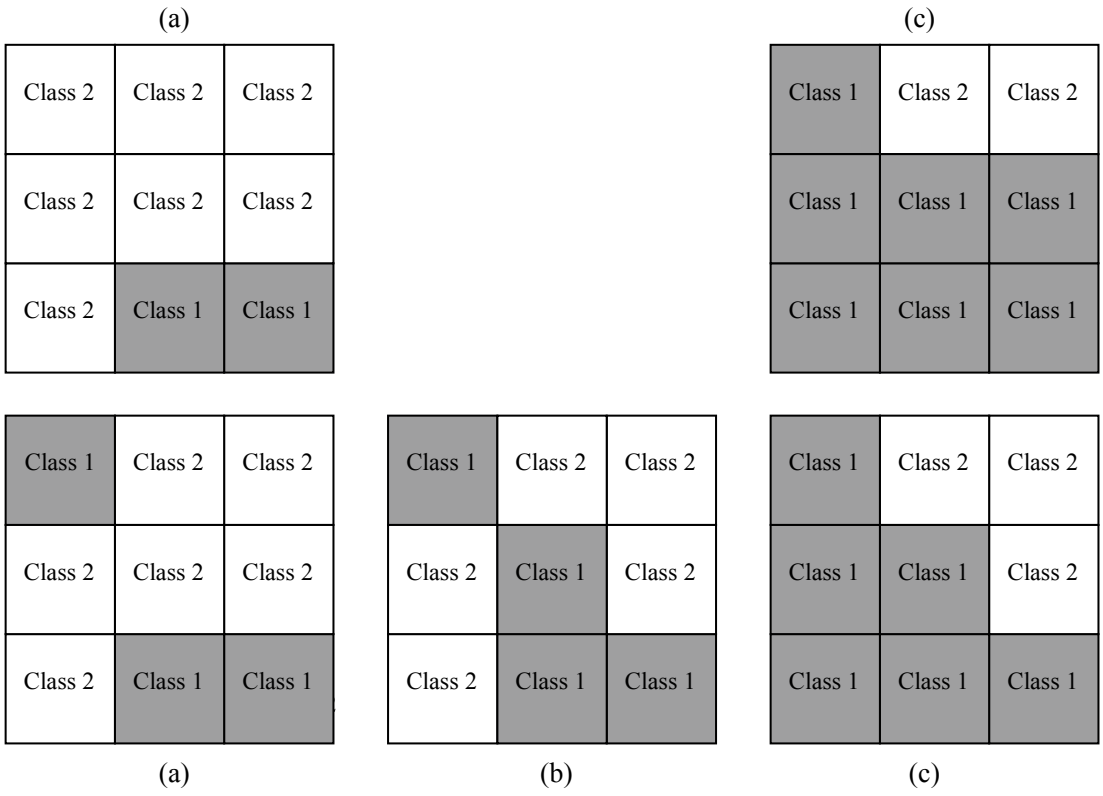


Fig. 5.5 Binarized images corresponding to Fig. 5.1. (a) Underestimated class 1 area and overestimated class 2 area and (e) overestimated class 1 area and underestimated class 2 area. (b)–(d) Intermediate images.

Wellington, 1987; Kumar et al., 2010; Bhattad et al., 2010）によって報告されている．しかしながら，これまでのところ 3 相以上の多相構成材料に対して部分体積効果を考慮したしきい値選定を実施した例はまだない.

ここでは，濃淡画像から二値画像を作成することを考える．一般に，画像の濃度値の分布に基づき適切なしきい値を選定する場合には，何らかの基準が必要となる．二値化に際して，任意にしきい値を設定していては定量評価にはならない．そこで本研究では，前節で述べたような双峰型の輝度ヒストグラムをもつディジタル画像の 2 相分離問題において，部分体積効果を考慮したしきい値選定法を適用した．本手法は，対数ゆう度基準の最ゆう法に基づく最大ゆう度しきい値選定法であり，衛星画像において雲と海を区別するために用いられている（北本，1999; Kitamoto, 2000）.

双峰型ヒストグラムをもつ 2 相構成画像の 2 クラス分離問題では，2 種類の純粋ボクセルがクラス 1 と 2 に対応し，その 2 相の境界において画像の単一画素の内部に両方のクラスが含まれるミクセルが発生し，それを 3 つ目のクラスに分類する．クラスの総数 M は 3 で

Table 5.1 Maximum likelihood thresholding criteria corresponding to statistics of each class (modified from Sekita et al. (1995)); M is the total number of classes, $\boldsymbol{t}$ is the threshold vector where the number of vector elements equals $M-1$, $\widetilde{\omega}_k$ and $\widetilde{\sigma}_k^2$ are the occurrence probability and variance, respectively, of class k, and $\widetilde{\sigma}^2$ denotes the expectation of variance within each class.

		Variance of each class, σ_k^2	
		Nearly equal	Different
Occurrence probability of each class, ω_k	Nearly equal	$J_O(\boldsymbol{t}) = -\ln \widetilde{\sigma}$ (Otsu, 1979)	$J_D(\boldsymbol{t}) = -\sum_{k=1}^{M} \widetilde{\omega}_k \ln \widetilde{\sigma}_k$ (Sekita et al., 1995)
	Different	$J_Q(\boldsymbol{t}) = \sum_{k=1}^{M} \widetilde{\omega}_k \ln \frac{\widetilde{\omega}_k}{\widetilde{\sigma}}$ (Kurita et al., 1992)	$J_K(\boldsymbol{t}) = \sum_{k=1}^{M} \widetilde{\omega}_k \ln \frac{\widetilde{\omega}_k}{\widetilde{\sigma}_k}$ (Kittler and Illingworth, 1986)

あるので，二つのしきい値が必要となる．すなわち，各クラスの分布のピークの位置はクラス 1，3，2 の順に並んでいるので，クラス 1 と 3 の間とクラス 2 と 3 の間に一つずつしきい値を設定する．これらのしきい値を順に t_1，t_2 とすると，これらはしきい値ベクトル $\mathbf{t}=(t_1,\ t_2)$ としてまとめられる．しきい値ベクトルの成分数は $M-1$ である．本研究で使用したしきい値選定のための最大ゆう度基準は，各クラスの統計量を含むしきい値ベクトル **t** の関数（$J_O(\boldsymbol{t})$，$J_D(\boldsymbol{t})$，$J_Q(\boldsymbol{t})$，$J_K(\boldsymbol{t})$）であり，Table 5.1 のようにまとめられる．

画像の輝度ヒストグラムデータが得られれば，しきい値ベクトル **t** は以下の手順によって選定される．

(1) 輝度ヒストグラムが幾何学的に双峰型となっているか確認する．そのための指標が，山中ら（2011）で提案されている．

(2) ヒストグラムが双峰型であれば，左右のピークの輝度値をそれぞれ x_{p1}，x_{p2}（$x_{p1} < x_{p2}$）と一時的に設定し，これらのピークに挟まれた谷部については x_v と設定しておく．しきい値ベクトルの成分 t_1 と t_2 はそれぞれ x_{p1} と x_v の間および x_v と x_{p2} の間に存在しなければならない．

(3) しきい値ベクトル **t** の関数である対数ゆう度を計算する．ある **t** が与えられれば，ヒストグラムデータから純粋画素（クラス 1 と 2）の期待値と分散，生起確率が計算でき，それに基づき式(5.2)～(5.5)を用いてミクセル（クラス 3）の確率パラメータが得られる．ここでは，簡単のため，ベータ関数のパラメータ m_1 と m_2 を 1 とおき，体積占有率が一様分布を示すと仮定している．これは，材料を構成する 2 相の境界が単純で滑らかな場合に成り立つ

（北本・高木，1998b）.

(4) したがって，(3)で計算される対数ゆう度を最大にするように，(2)の範囲内で最適なしきい値ベクトル **t** を決定する.

ディジタル画像の相分離のためにしきい値を選定する上記の手順は自動化されている．画像上のクラス 1 と 2 の生起確率と分散はしきい値を選定する前は未定である．したがって，Table 5.1 に掲載した対数ゆう度基準（$J_O(\boldsymbol{t})$，$J_D(\boldsymbol{t})$，$J_Q(\boldsymbol{t})$，$J_K(\boldsymbol{t})$）のうちどれを採用するかは，多少の思考が必要である．各クラスの一般的な確率分布を想定して，最初にゆう度基準$J_K(\boldsymbol{t})$を選択し試す必要がある．しかしながら，この場合にはしばしば二つのしきい値がほぼ同じ値を示すことがある．つまり，これはミクセルが存在しないことを意味する．そのような場合には，他の基準$J_D(\boldsymbol{t})$を適用する必要がある．なお，Table 5.1 中の$\tilde{\sigma}^2$はクラス内分散を表し，次式で計算される.

$$\tilde{\sigma}^2 = \sum_{k=1}^{M} \tilde{\omega}_k \tilde{\sigma}_k^2 \tag{5.11}$$

上式の$\tilde{\sigma}^2$は各クラスの生起確率$\tilde{\omega}_k$と分散$\tilde{\sigma}_k^2$から計算されるので，Table 5.1 に掲載したゆう度基準も，各クラスの$\tilde{\omega}_k$と$\tilde{\sigma}_k^2$から計算されることになる.

上述したしきい値選定法は，多相ディジタル画像への適用も可能である．しかしながら，相数の増加に伴いしきい値の数も増加する．この場合，画像の空間的な相分布にある仮定を適用することにより問題は単純化されうる．例えば，オイルサンドは固相（砂粒子），液相（水とビチューメン），気相（メタンガスとコアリング後に混入した空気）から成る．ビチューメンは砂粒子の表面と砂粒子間に残留している．したがって，液相は固相の表面を濡らしていて，気相は空隙の残りの部分を占めている（Fig. 5.6）．そのため，固相と気相から成るミクセルや固液気三相からなるミクセルはほとんど存在しない.

Fig. 5.7 はオイルサンドの 3 相画像から得られたヒストグラムの例を示している．この図において，実線は五つのクラスの確率分布を表し（三つが純粋ボクセルで残り二つはミクセルに対応），これらの重ね合わせがヒストグラムデータに対応している．上で述べたように固相と気相から成るミクセルならびに固液気三相から成るミクセルは表れていない.

5.3.3 各相の体積と体積分率の計算

前節で述べた手順によりしきい値が求まると，2 相構成画像については 3 クラスに分類されている．しかしながら，まだ 2 相分離には至っていない．ここでは，しきい値選定後に CT 画像の相分離をおこなう手法を説明する.

CT 画像における各相の体積と体積分率（多孔質材料全体の体積に占める目的とする相の

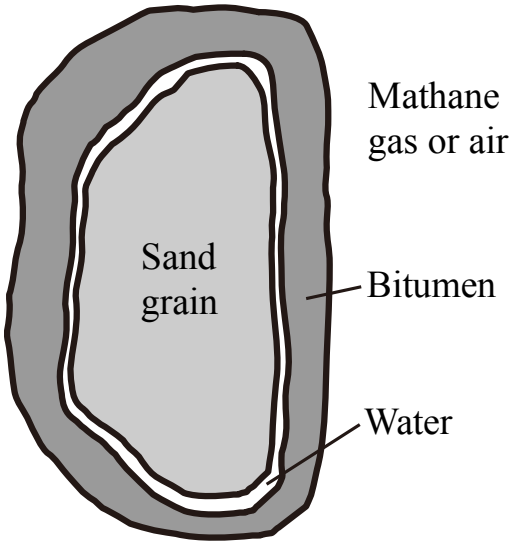


Fig. 5.6 Schematic of spatial distribution and contact between each constituent in oil sand.

体積の割合）の定量評価について考える．2 相構成画像に対しては，すべてのクラス（純粋ボクセル 2 クラスとミクセル 1 クラス）のボクセル数がそれぞれ求まる．ミクセルの体積は，各相の体積や体積分率を評価するときには，それを 2 相に分割しなければならない．このとき，クラス 1 と 2 のボクセル数の比によってミクセルの体積を 2 相に分割することができる（Kato et al., 2008; Kobayashi et al., 2009, 2010）．したがって，CT 画像における相 1 の体積分率 ϕ_1 は次式で計算される．

$$\phi_1 = \frac{n_1 + n_3 \dfrac{n_1}{n_1 + n_2}}{n} = \frac{n_1}{n}\left(1 + \frac{n_3}{n_1 + n_2}\right) = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \tag{5.12}$$

ここで，n_1，n_2，n_3 はそれぞれクラス 1，2，3 のボクセル数であり，n（$= n_1 + n_2 + n_3$）は画像の総ボクセル数である．なお，最終的にこの式にはミクセルの数（クラス 3 のボクセル数 n_3）が表れないことに特徴がある．CT 画像における相 2 の体積分率 ϕ_2 も同様に計算できる．

$$\phi_2 = \frac{n_2}{n}\left(1 + \frac{n_3}{n_1 + n_2}\right) = \frac{n_2}{n_1 + n_2} \tag{5.13}$$

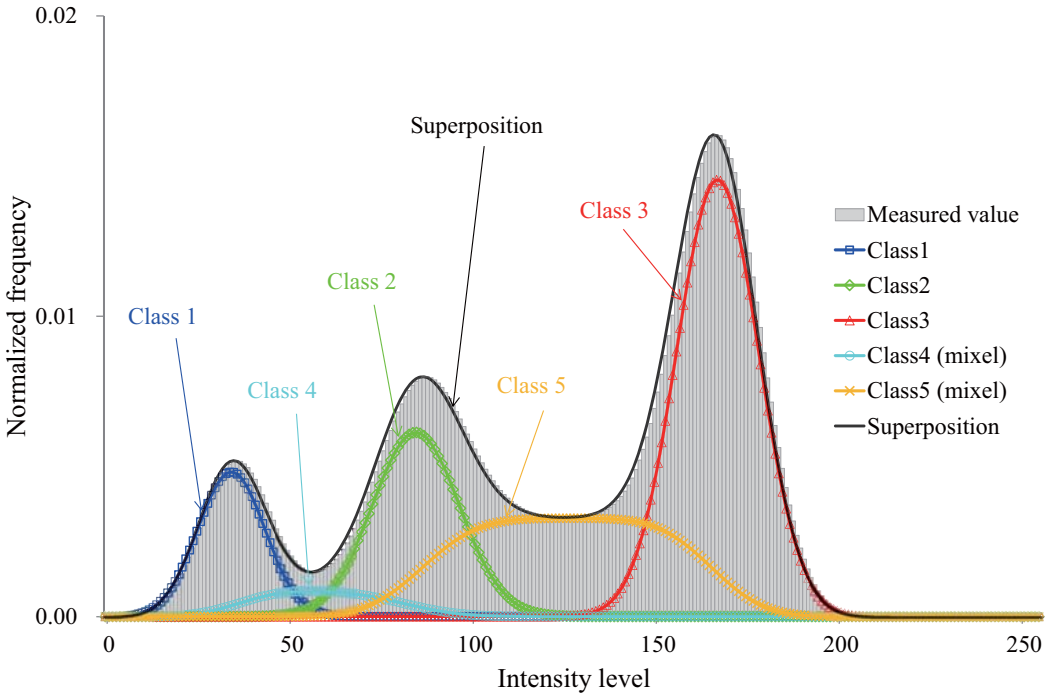


Fig. 5.7 Example of histogram obtained from three-phase image with lines showing probability distributions of five classes and their superposition.

なお，岩石の CT 画像における相 1 の体積分率ϕ_1が空隙率を表す．

上述の計算は，多相材料の画像へも適用できる．たとえば，3 相構成画像においては，多孔質材料の相 1～3 の体積分率ϕ_1～ϕ_3は，式(5.12)と(5.13)に似せて，次式で計算することができる．

$$\phi_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2 + n_3} \tag{5.14}$$

$$\phi_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2 + n_3} \tag{5.15}$$

$$\phi_3 = \frac{n_3}{n_1 + n_2 + n_3} \tag{5.16}$$

ここで，n_1～n_3はそれぞれクラス 1～3 のボクセル数である．ただし，これは簡便な式であり，ある種の近似式と言える．なお，2 相構成画像の体積分率の式(5.12)と(5.13)と同様に，3 相構成画像の体積分率の式を導くと，ミクセル数（クラス 4～7 のボクセル数 n_4～n_7）を陽に用いて次式が得られる．

$$\phi_1 = \frac{n_1}{n}\left(1 + \frac{n_4}{n_1 + n_2} + \frac{n_6}{n_3 + n_1} + \frac{n_7}{n_1 + n_2 + n_3}\right) \tag{5.17}$$

$$\phi_2 = \frac{n_2}{n}\left(1 + \frac{n_4}{n_1 + n_2} + \frac{n_5}{n_2 + n_3} + \frac{n_7}{n_1 + n_2 + n_3}\right) \tag{5.18}$$

$$\phi_3 = \frac{n_3}{n}\left(1 + \frac{n_5}{n_2 + n_3} + \frac{n_6}{n_3 + n_1} + \frac{n_7}{n_1 + n_2 + n_3}\right) \tag{5.19}$$

5.4 X 線 CT 撮影

5.4.1 マイクロフォーカス X 線 CT

X 線 CT は，非透過な被検体に対して非破壊かつ非擾乱，非浸潤で 3 次元的に内部構造を可視化し，構造の定量データも提供してくれる．X 線 CT では，異なる角度からの被検体の X 線投影データを記録し，スライス画像を再構築し，連続したスライス画像を積み重ねることによって 3 次元像を得る．ここでスライス画像の再構築には 2 次元フィルタリング法が使用されている．得られたスライス画像は，X 線減衰係数の分布を濃淡で表したものとなっている．X 線減衰係数は，照射された X 線のエネルギーと被検体を構成する原子の原子番号とバルクの密度に依存している．X 線 CT 撮影と再構成手法については，それぞれ Curry et al. (1990)と Kak and Slaney (1988)に詳しく書かれている．

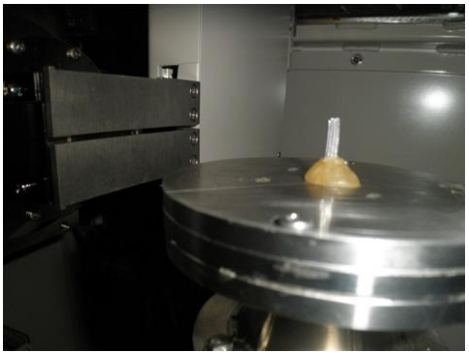
本研究では，マイクロフォーカス X 線 CT スキャナー（Fig. 5.8; 東芝社製高分解能マイクロ CT TOSCANER-31300μhd）（たとえば，Kawaragi et al., 2009; 小林ら，2009 ; Kobayashi et al., 2010; 山中ら，2011）を撮影に使用した．本装置の X 線源の焦点サイズは 5 μm である．撮影時の管電圧と管電流は，それぞれ 130 kV（装置の最大管電圧）と 62 μA に設定した．本研究ではシングルスライスのフルスキャンモードで撮影を実施した．撮影時のビュー数（試料台 1 周当たりの投影角数 ; ≤4800）と 1 角度当たりのスタック数（1 フレーム当たりの照射回数 ; ≤ 50）は任意に設定できる．本研究では，1500 ビューと 20 スタックを選択した．さらに，本装置では，X 線源の焦点と試料台の回転中心との距離（FCD）も 50 cm 以下で調整可能であり，FCD を変えることによって CT 画像の解像度を設定できる．

本研究では，スライススキャンでは 6.3 μm × 6.3 μm の断面と約 20 μm の高さ（FCD に依存）をもった微小な直方体ボクセルを，コーンビームスキャンでは 10.7 μm × 10.7 μm の断面と約 20 μm の高さ（FCD に依存）をもった微小な直方体ボクセルを採用した．マトリックスサイズは，スライススキャンには 2048 × 2048 ピクセルを，コーンビームスキャンには 1024 × 1024 ピクセルを適用した．

CT 撮影に先立ち，アーティファクト（偽像）を減らし鮮明な画像を得るために，ゲイン



(a) Microfocus X-ray CT scanner (Toshiba TOSCANER-31300μhd).



(b) Specimen on turn table in the scanner.

Fig. 5.8 Photograph of X-ray CT scanner.

較正や試料台の回転中心校正をおこなった．しかしながら，X 線 CT 画像に不鮮明さが残るのは避けられない．それには，5.2 節で説明したように，二つの原因（ペナンブラー効果と部分体積効果）が挙げられる．本研究では，部分体積効果を確率論的にモデル化し，それを画像の相分離に適用した．

5.4.2　試料

X 線 CT 撮影には，人工および天然の多孔質材料を用いた．人工材料としては，ガラスビーズ充填試料とアルミニウムワイヤやナイロン糸などの細線を束ねた試料を用いた．天然

Table 5.2 Constituents of grout solution.

1M Tris-HCl	100 (mL)
Glucose	3.0 (g)
Calcium nitrate tetrahydrate	23.6 (g)

材料としては，ベレア砂岩とオイルサンドを使用している．以下，個別に試料の説明をする．

(1) ガラスビーズ充填試料

2 相構造の人工多孔質材料として本試料を用意した．ここで用いたガラスビーズの平均密度と平均粒径は，それぞれ 2.5 g/cm^3 と 0.38 mm である．ガラスビーズは一般に入手しやすく，珪砂の粒径や密度に近いこともあり，実験で良く使用されている．このガラスビーズをポリスチレン製ボトル（内径 21.0 mm，高さ 54.8 mm.）に静かに入れたものをガラスビーズ充填試料とした．

また，空隙率の微小変化の評価のために，ガラスビーズ充填試料に対して，バイオグラウト法（川﨑ら，2006）を用いてグラウト処理を施した試料を用意した．グラウト処理の方法は次のようである．トリスー塩酸緩衝溶液とグルコース，硝酸カルシウム四水和物を混合した溶液を用意し（Table 5.2），その混合溶液とイースト菌を試料とよく混ぜてからプラスチック容器に入れて密封する．そして，それをインキュベータに入れ，温度は 25℃で一定として 24 時間静置する．その後取り出した試料をグラウト処理後の試料とする．グラウト処理により析出した炭酸カルシウムの密度は 2.6 g/cm^3 程度であり，ガラスビーズと同等である．なお，イースト菌を入れずに混合溶液と混ぜただけの試料を別に作成し，それをグラウト処理前の試料としている．ここで，同一の試料でグラウト処理前後の撮影をおこなわなかった理由は，試行実験により X 線を照射することでイースト菌が死滅することがわかったからである．

(2) 細線の束

2 相あるいは 3 相構造の人工多孔質材料として，材質の異なる細線を用意した．細線としては，アルミニウムワイヤとナイロン糸を採用した．使用した細線の直径と密度は，アルミニウムワイヤが 0.50 mm と 2.65 g/cm^3，ナイロン糸が 0.52 mm と 1.5 g/cm^3 である．これらの材料を選んだ理由は，均質であることと，アルミニウムに関しては密度が珪砂に近く，ナイロンに関しては密度がアルミニウムの約半分となっており CT 画像上で識別しやすいからである．さらに，ガラスビーズ充填試料とは違い，長さ方向において試料の断面積が一定であり，繰り返し撮影において縦方向の位置のずれを気にせずに済む．なお，CT 撮影に際しては，1 種類 20 本の束とアルミニウムワイヤとナイロン糸それぞれ 10 本ずつの合わ

せて 20 本の束を試料とした．

(3) ベレア砂岩

2 相構造の天然多孔質材料の典型例としてベレア砂岩を取り上げ，空隙率の評価を実施した．この砂岩は，岩石力学に関係する多くの先行研究で供試体として使用され，これまでに十分なデータの蓄積がある（Lo et al., 1986; Zhang et al., 1990; Hart and Wang, 1995; Menéndez et al., 1996; Schembre and Kovscek, 2003; 高橋ら，2009）．これら先行研究の中で，高橋ら（2009）は，静水圧の上昇に伴うベレア砂岩の空隙の幾何形状の変化を X 線 CT を用いて定量評価している．

(4) オイルサンド

オイルサンドは非在来型のエネルギー資源であり，主要なオイルサンド鉱床はカナダのアルバータ州とベネズエラのオリノコ州で発見されている（関口, 2006）．オイルサンドは，砂粒子（ケイ酸塩鉱物）と水，ビチューメン（超重質原油），メタンガスから成る混合物質である．オイルサンドにおける天然のビチューメンの体積割合は，原油の埋蔵量の評価に必要な一つのパラメータである．X 線 CT を使えば，非破壊かつ非擾乱の状態で，原油の埋蔵量の評価において必要となる基礎データを取得でき，それと同時に原油の存在形態を決定することができる．

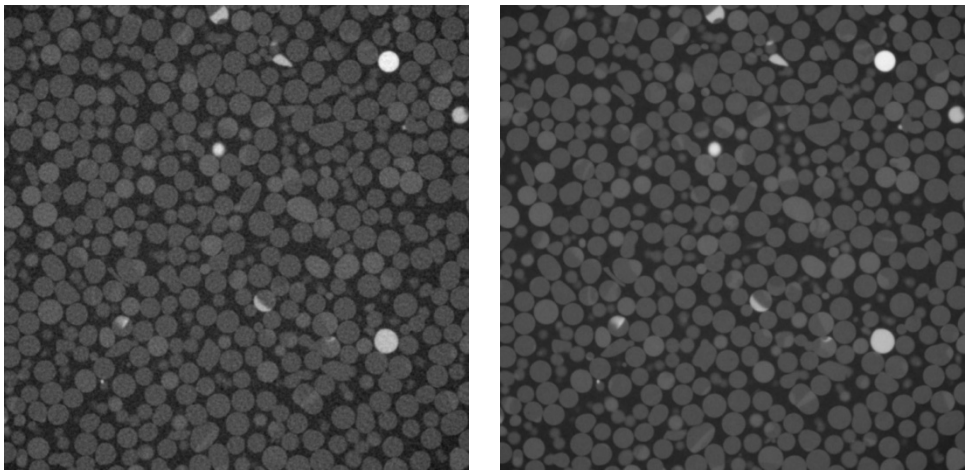
本研究では，3 相構造の天然多孔質材料として，カナダ国アルバータ州アサバスカ地域ハンギングストーン鉱区の深度 284 m から採取されたオイルサンドコア試料を用いた．この試料は，コアリング後冷凍保存されたものである．しかしながら，試料内の原油の揮発成分は蒸発して消失してしまっていると考えられる．

オイルサンド試料は，砂粒子とビチューメン，水，空気から成っている．鉱物粒子の表面は水の薄膜で覆われ，さらにその外側の水の膜の表面や鉱物粒子間の空隙にビチューメンが残留している（Fig. 5.6）．本研究では，砂粒子を固相，ビチューメンと水を液相，空隙内に混入した空気を気相として取り扱う．なお，ビチューメンは室温で液体の状態ではないが，その密度が水に近いことから液相としている．したがって，液相は固相の表面を濡らし，気相は空隙の残りの領域を占めた状態となっている（Fig. 5.6）．CT 撮影には，おおよそ 1 cm^3 の立方体に近い形状に切断したオイルサンド試料を用いた．

5.5 多孔質材料の空隙構造の可視化と定量評価

5.5.1 ガラスビーズ充填試料の空隙率とその微小変化

マイクロフォーカス X 線 CT を用いてガラスビーズ充填試料を断層撮影して得られたスライス画像は Fig. 5.9 のようである．この図にある 2 枚の画像は，それぞれ撮影条件が異なっている．本節では，このような CT 画像を用いて，試料の空隙率の評価をおこない，撮影



(a) 500 views and 50 stucks　　(b) 4800 views and 50 stucks

Fig. 5.9 CT image of packed glass beads with mean particle diameter of 0.38 mm, obtained under different numbers of views and the same stack number. Bright region represents a high-attenuation substance (i.e. glass beads in the specimen), while the dark region represents a low-attenuation substance (i.e. voids in the specimen).

条件がその評価結果に与える影響についても検討した．

Fig. 5.9 の 256 階調の濃淡画像において，明るい領域は X 線の減衰が大きい領域，すなわちガラスビーズを表し，暗い領域は X 線の減衰が小さい領域，すなわち空隙を表している．ガラスビーズ自体の不均質性により，いくつかのガラス粒子は白色を呈している．この濃淡画像の輝度ヒストグラムを Fig. 5.10 に示す．この図には，上述したヒストグラム解析で得られた 3 クラスの確率分布の曲線も示されている．3 クラスの確率分布曲線を重ね合わせたものが画像のヒストグラムに対応する．なお，前述したガラスビーズの不均質性により混入している高密度データは，ヒストグラム解析を実施する前に取り除く必要がある．しかしながら，Fig. 5.10 からわかるように，今回取り扱った画像においては高密度データの頻度はとくに高くはなかったので，そのままでも解析結果に影響は出なかった．

異なる撮影条件でガラスビーズ充填試料を断層撮影し，得られたスライス画像を用いて試料の空隙率を評価した．他の撮影条件は同じにして，FCD を変化させたときに（すなわちボクセルサイズを変えたときに）得られた試料の空隙率を Table 5.3 に示す．

つぎに，多孔質材料の空隙率の微小変化を検出できるかどうか，実際の CT 撮影で検討した結果を示す．ガラスビーズ充填試料に対して，バイオグラウト法（川﨑ら，2006）を用いてグラウト処理を施し，グラウト処理前後で試料の CT 画像を取得した．この CT 画像の分解能（ボクセルサイズ）は，5 μm×5 μm×16 μm である．また，信頼度を高めるため，グラウト処理前後でそれぞれ 12 枚ずつのスライス画像を取得した．得られたグラウト処理前

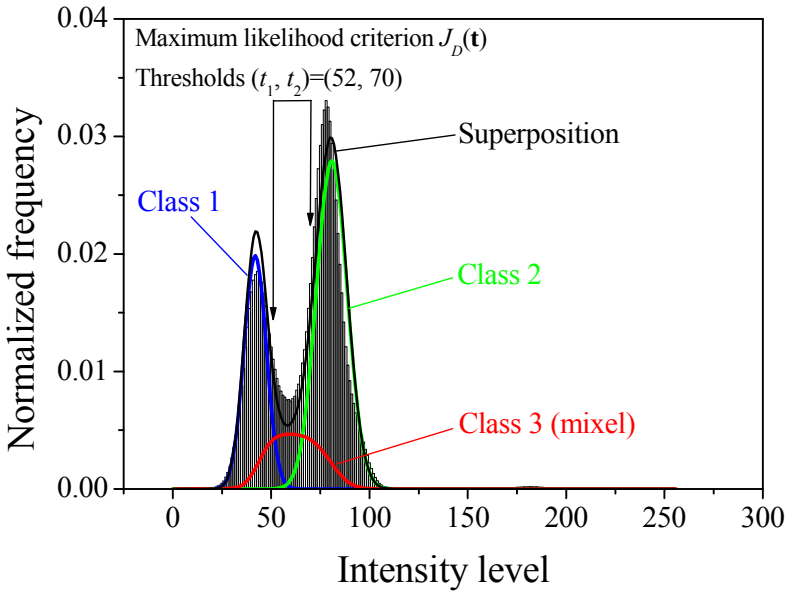


Fig. 5.10 Histogram of greyscale CT image of packed glass beads in Fig. 5.8 (a). Lines show probability distributions of three classes and their superposition. Selected thresholds are shown in this figure.

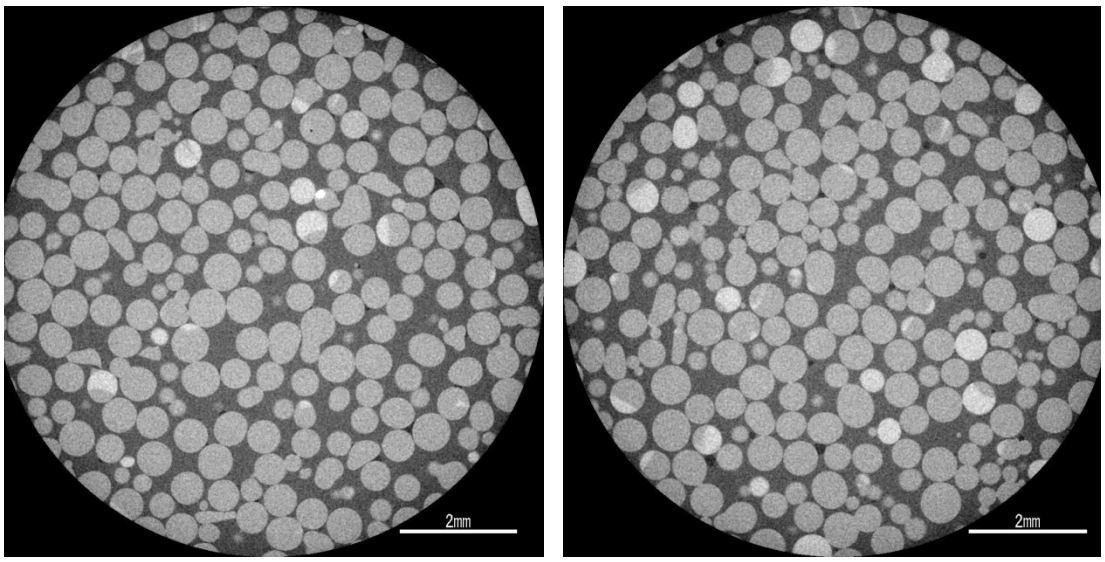
Table 5.3 Estimated porosity of packed glass beads corresponding to FCDs.

FCD (mm)	140	160	180	200	205	210	220
pixel size (μm)	8.77	10.08	11.39	12.63	12.96	13.29	13.92
slice thickness (μm)	27	30	34	38	39	40	42
Porosity (%)	33.3	34.2	35.6	35.1	35.0	36.7	36.1

後の CT 画像の例を Fig. 5.11 に示す．白色から明るい灰色の領域がガラスビーズを表し，黒色から暗い灰色の領域が溶液を表している．

グラウト処理前後の CT 画像の平均頻度分布を重ねると，Fig. 5.12 のようになる．左側の低いほうの山が暗い領域で空隙に属し，右側の高いほうの山は明るい領域でガラスビーズに属している．この図からわかるように，グラウト処理前後の頻度分布には大きな差は見られない．しかしながら，二つのピークの間を拡大してみると，処理前の曲線に比べて処理後の曲線のほうが，若干ではあるが，左側の山が低くなり，右側の山が高くなっているように見える．つまり，画像全体としては密度が微小増加していると判断できる．

ここで，暗い灰色を呈する溶液の純粋ボクセルをクラス 1 に，明るい灰色を呈するガラスビーズの純粋ボクセルをクラス 2 に, そしてそれらのミクセルをクラス 3 に割り当てる．



(a) Ungrouted (b) Grouted

Fig. 5.11 X-ray CT images of (a) ungrouted and (b) grouted packed glass beads. White to light grey regions represent glass beads, while black to dark grey regions represent the solution.

それぞれのクラスの体積は，上述の手法を適用して得られたしきい値で分類された頻度分布を積分することにより計算した．この体積の値を使うと，試料の空隙率を求めることができる．グラウト処理前後それぞれ 12 枚のスライス画像の平均値を Table 5.4 に示す．グラウト処理後の試料の空隙率のグラウト処理前のそれに対する比は 0.98 であった．

5.5.2 砂岩の空隙率

ベレア砂岩の CT 画像を Fig. 5.13 (a)に示す．Fig. 5.9 と同様に，明るい領域は X 線の減衰が大きい物質，すなわち鉱物粒子を表し，暗い領域は X 線の減衰が小さい物質，すなわち空隙を表している．この CT 画像の輝度ヒストグラムを Fig. 5.14 に示す．この図から，二つのクラスの平均の距離が比較的小さいことがわかる．このことは，相分離画像において誤差を引き起こすかもしれない．しきい値ベクトル $\boldsymbol{t}$ に対応した対数ゆう度分布を Fig. 5.15 に示す．ゆう度基準 $J_D(\boldsymbol{t})$（Fig. 5.15 (a)）と $J_K(\boldsymbol{t})$（Fig. 5.15 (b)）を比較すると，5.3.2 節で述べたように，ゆう度基準 $J_K(\boldsymbol{t})$ が最大となる点での二つのしきい値はほぼ同じ値を示し（Fig. 5.15 (b)），ミクセル分布が存在しないことになるので不適である．よって，基準 $J_D(\boldsymbol{t})$ が $J_K(\boldsymbol{t})$ の代わりに適用され，しきい値ベクトル $\boldsymbol{t}$ が $J_D(\boldsymbol{t})$ の最大値の点で決められている（Fig. 5.15 (a)）．このしきい値ベクトルによって色分けされた画像を Fig. 5.13 (b)に示してある．

ベレア砂岩の CT 画像において，しきい値ベクトルが決定したのでクラス 1〜3 の体積分

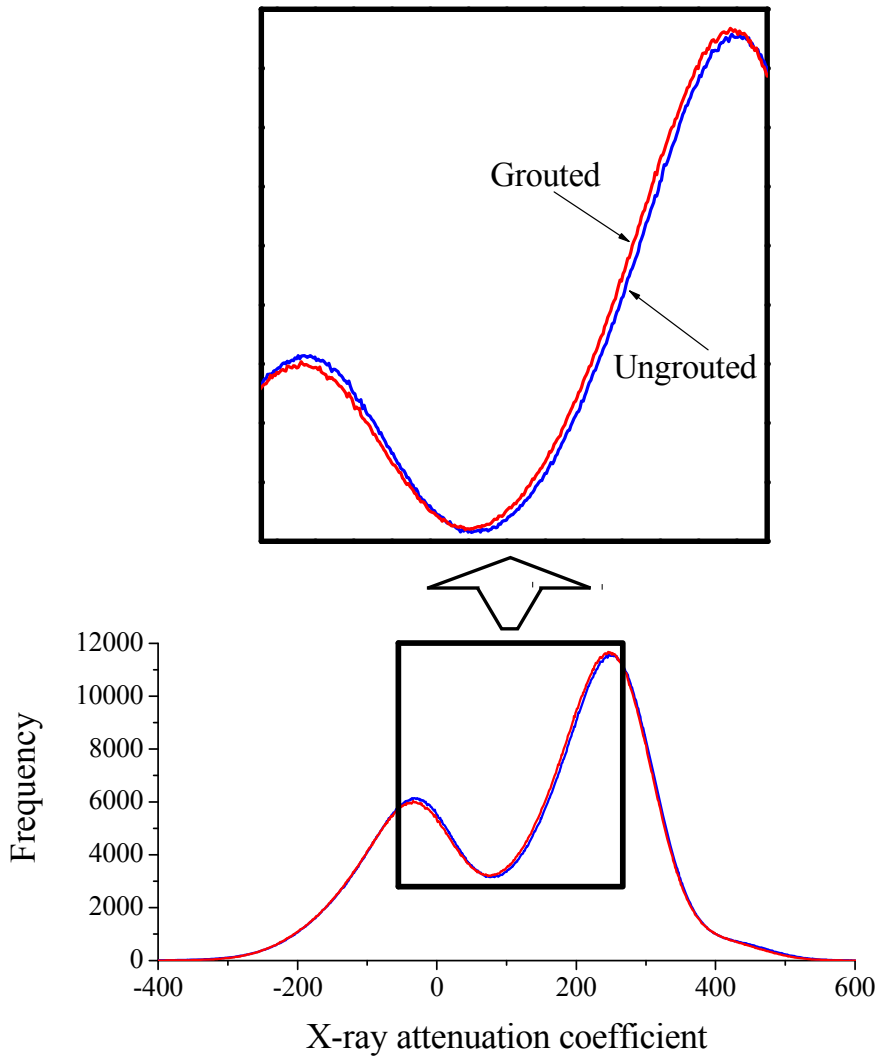
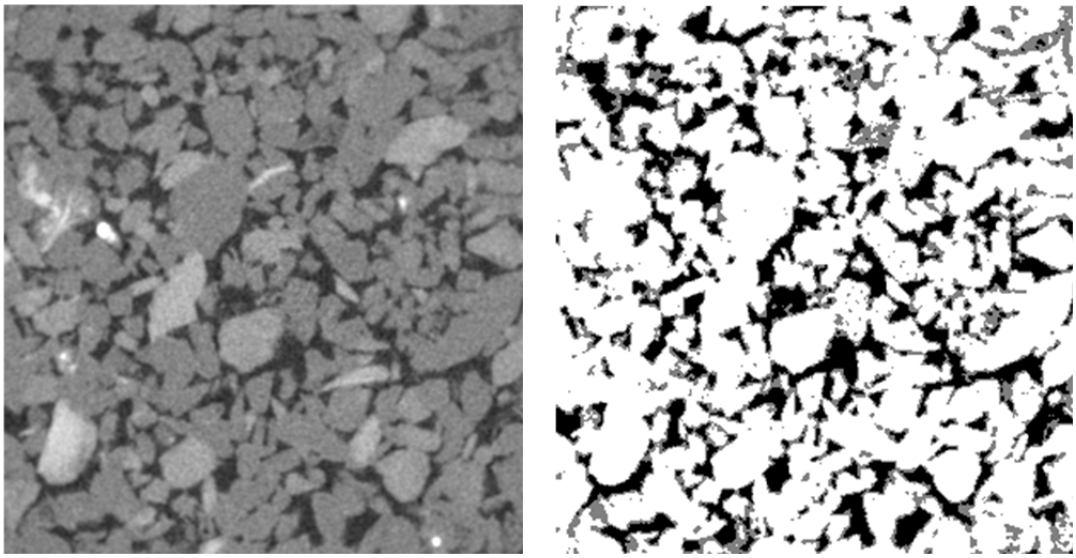


Fig. 5.12 Distributions of X-ray attenuation coefficients for ungrouted and grouted packed glass beads in Fig. 5.11. The bell-shaped distribution on the left of each line corresponds to the dark region (i.e. the solution), while that on the right corresponds to the bright region (i.e. glass beads).

率が求められる. 体積分率はそれぞれ, クラス 1 (空隙) が 0.153, クラス 2 (鉱物) が 0.679,

Table 5.4 Area occupancies of three classes and porosities of grouted and ungrouted packed glass beads.

	Area occupancy (%)			Porosity (%)
	Class 1 (liquid phase)	Class 2 (solid phase)	Class 3 (mixed phase)	
Ungrouted	29.5	55.1	15.4	34.9
grouted	28.8	55.7	15.5	34.0



(a) Original image (b) Segmented image

Fig. 5.13 (a) Original X-ray CT image of the Berea sandstone (size 3.54 mm × 3.34 mm); bright region represents a high-attenuation substance (i.e. mineral in the specimen) and the dark region represents a low-attenuation substance (i.e. pores in the specimen). (b) Image segmented using thresholding method based on mixel model (t_1 = 87 and t_2 = 118); black regions represent class 1 (pores), white regions represent class 2 (minerals), and grey regions represent class 3 (mixels).

クラス 3（ミクセル）が 0.168 であった．よって，式(5.12)を用いて砂岩の空隙率を計算すると 18.4%となる（Table 5.5）．参考までに，クラス 3（ミクセル）のクラス 1 と 2 への分配を 1 対 1 とした場合には，空隙率の値は 23.7%となる．この参考値は，Table 5.5 では括弧を付けて記載しておく．

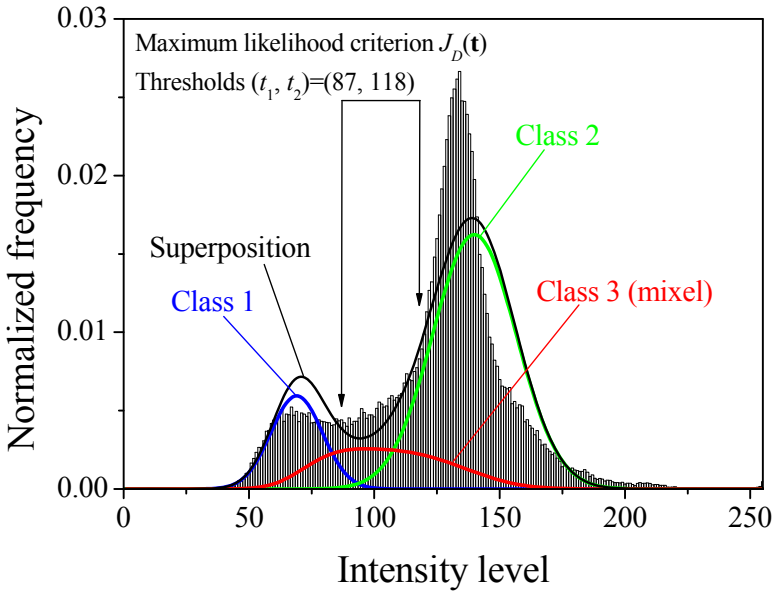


Fig. 5.14 Histogram of image in Fig. 5.5 (a). Lines show probability distributions of three classes and their superposition. Selected thresholds (see Fig. 5.7) are shown in this figure.

5.5.3　細線の断面積

アルミニウムワイヤとナイロン糸をそれぞれ束にして，X 線 CT スキャナーで別々に断層撮影した. 束にした 20 本のナイロン糸の CT 画像は Fig. 5.16 (a)のようである. この図では，明るい灰色の円がナイロン糸の断面を表している. この画像の輝度ヒストグラムが Fig. 5.17 に示されている. このヒストグラムは双峰型の分布を示していて，このことはこの画像が 2 相材料のものであることを意味している. このヒストグラムデータを用いて，5.2.2 節で説明したようなしきい値ベクトル $\boldsymbol{t}$ の選定手順に従い，しきい値ベクトル $\boldsymbol{t}$ の関数である対数ゆう度を求めた結果を Fig. 5.18 に示す. ここでは，2 種類の純粋ボクセルの輝度値の統計的性質に基づき，二つの対数ゆう度（$J_K(\boldsymbol{t})$ と $J_D(\boldsymbol{t})$）について計算している. この図から，$J_K(\boldsymbol{t})$ を最大にする点での t_1 と t_2 がほぼ等しくなり，ミクセル分布が明確に表れないことから，$J_K(\boldsymbol{t})$ 基準が適切ではないことがわかる. それゆえ，その代わりに $J_D(\boldsymbol{t})$ 基準を採用し，$J_D(\boldsymbol{t})$ が最大となる点でのしきい値ベクトル（しきい値の組）を選定した. Fig. 5.17 の実線は，ここで選定したしきい値を用いて計算した三つのクラス（2 種類の純粋ボクセルと一つのミクセル）の確率分布とそれらを重ね合わせたものを表している. しきい値が決定すれば，CT 画像を相分離することができる. Fig. 5.16 (a)の相分離画像を Fig. 5.16 (b)に示す. この相分離画像を用いれば，アルミニウムワイヤやナイロン糸の断面積を計算することができる（Table 5.6）.

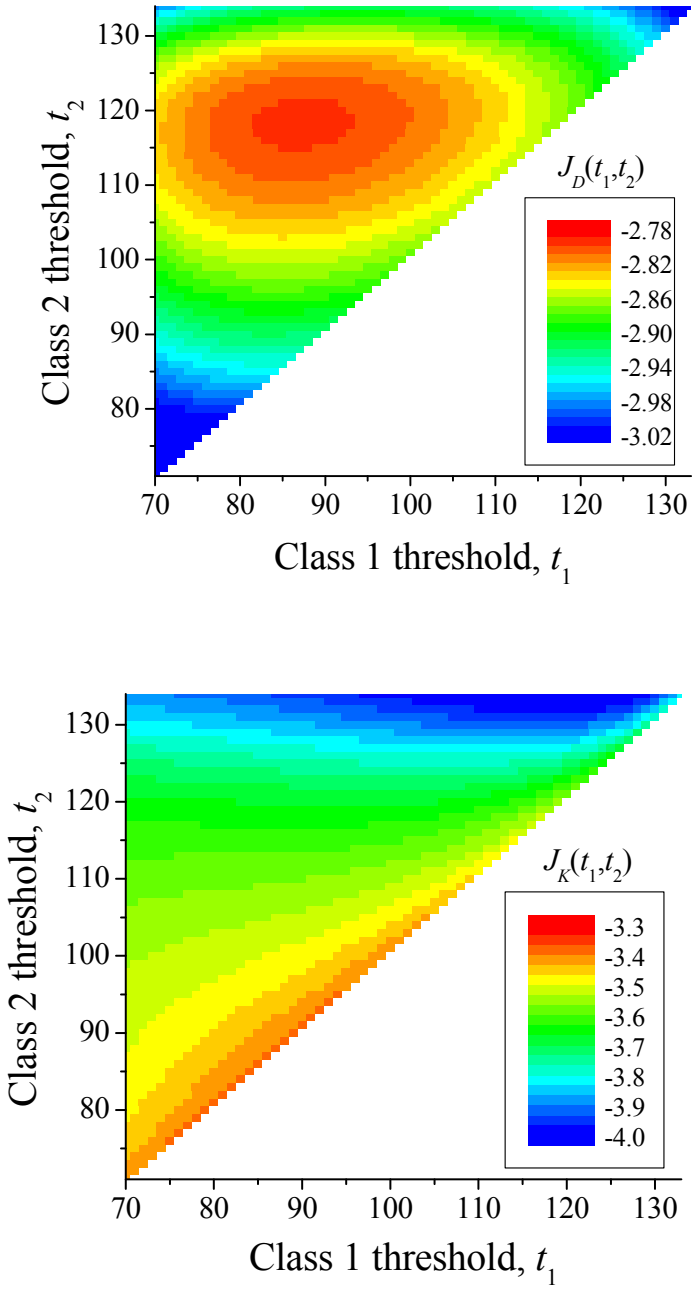
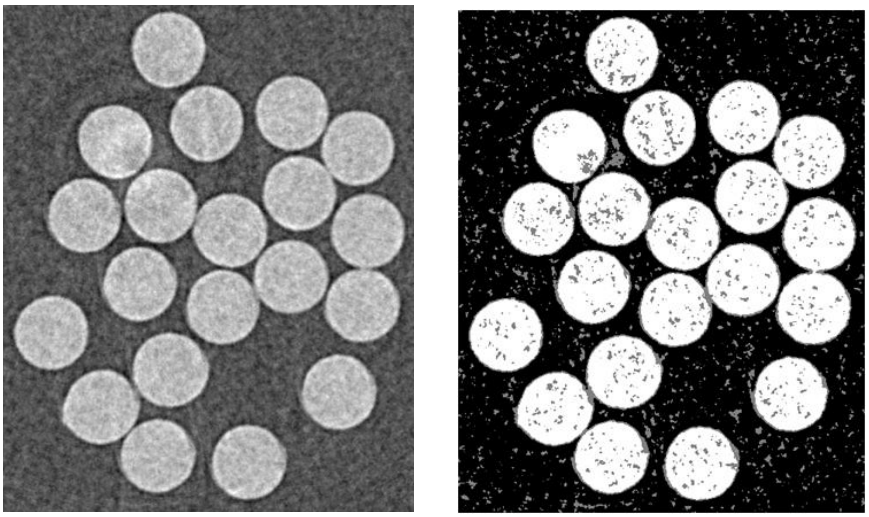


Fig. 5.15 Logarithmic likelihood distributions corresponding to threshold vector **t**: (a) $J_D(\mathbf{t})$ and (b) $J_K(\mathbf{t})$. From (a), threshold vector **t** is determined at maximum $J_D(\mathbf{t})$ point as follows: $t_1 = 87$ and $t_2 = 118$. In (b), because both thresholds are nearly equal, this criterion is not suitable.

つぎに, アルミニウムワイヤとナイロン糸それぞれ 10 本ずつから成る束を CT 撮影した.

Table 5.5 Porosities of the Berea sandstone obtained by different methods.

Method	Porosity (%)
This study	18.4 (–23.7)
Mercury intrusion porosimetry	19.4–22.7
Reference (Jaeger et al., 2007)	16.2, 19.0



(a) (b)

Fig. 5.16 (a) Original X-ray CT image of only nylon threads (size 3.7 mm × 3.0 mm) and (b) image segmented using thresholding method based on mixel model; black regions represent class 1 (air), white regions represent class 2 (nylon threads), and grey regions represent class 3 (mixels).

その CT 画像を Fig. 5.19 に示す．この画像において，黒色の領域が空気を，白色の領域がアルミニウムワイヤを，そして灰色の領域がナイロン糸をそれぞれ表している．この CT 画像の輝度ヒストグラムを Fig. 5.20 に示す．このヒストグラムは三峰型を示していて，このことはこの画像が 3 相材料のものであることを意味している．Fig. 5.20 の実線は，5 つのクラス（3 種類の純粋ボクセルと 2 種類のミクセル）の確率分布とそれらの重ね合わせを表している．Fig. 5.21 には，3 相画像のミクセルモデルに基づき選定されたしきい値を用いて得られた相分離画像を示す．この相分離画像から，アルミニウムワイヤとナイロン糸の束のそれぞれの成分の断面積が Table 5.7 のように計算される．

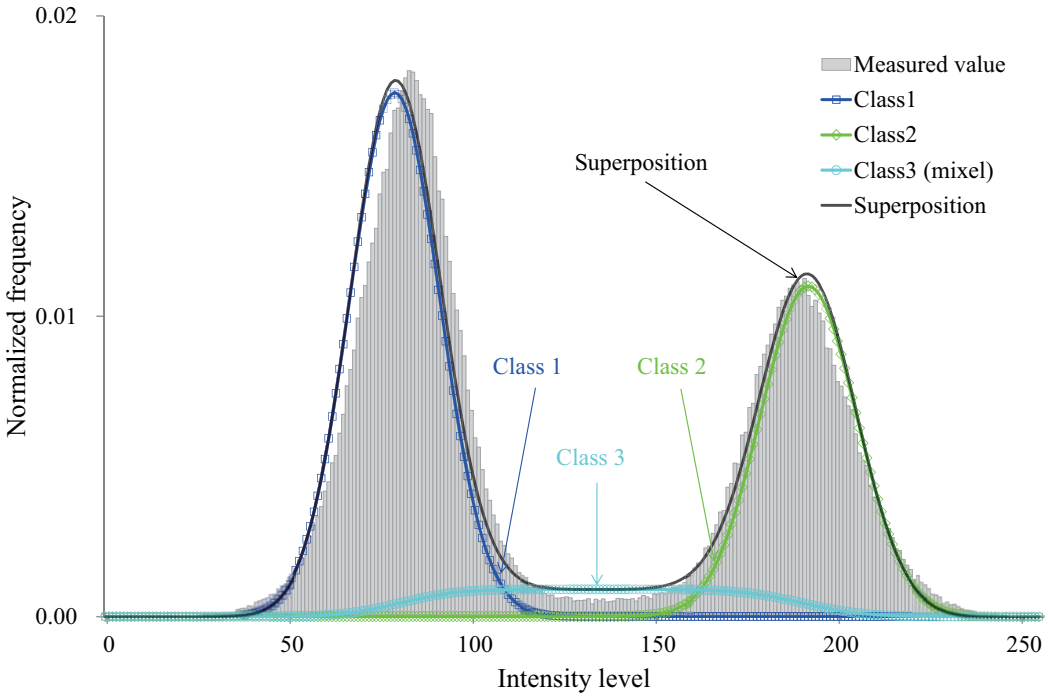
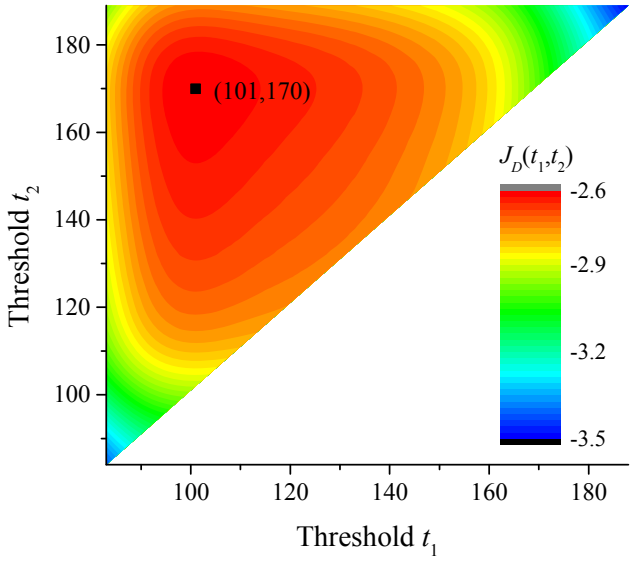


Fig. 5.17 Histogram of CT image of nylon threads in Fig. 5.16 (a). The lines indicate the probability distributions of three classes and their superposition.

5.5.4　オイルサンドの 3 相構造の定量評価

本研究では，天然の多孔質材料としてオイルサンド試料を被検体として X 線 CT 撮影をおこなった．オイルサンドの X 線 CT 画像を Fig. 5.22 (a)に示す．Fig. 5.22 (b)には，Fig. 5.22 (a)の部分拡大図を示す．この領域に対して相分離手法を適用した．図中の黒色の領域が空気を表し，明るい灰色の領域が砂粒子を表している．この画像の輝度ヒストグラムを Fig. 5.23 に示す．このヒストグラムは三峰型を示していて，このことはこの画像が 3 相材料のものであることを意味している．図中の実線は，5 クラス（3 種類の純粋ボクセルと 2 種類のミクセル）の確率分布とそれらの重ね合わせを示している．オイルサンドのミクセルモデルに基づいき選定したしきい値を用いて得られた相分離画像を Fig.5.24 に示す．この相分離画像を用いて，オイルサンドのそれぞれの成分の占有体積と体積分率を計算することができる（Table 5.8）．

40 枚のスライス画像を用いて再構成したオイルサンドの 3 次元 CT 像を Fig. 5.25 (a)に示す．Fig. 5.25 (b)には，同じ 40 枚のスライス画像を前述したように相分離した後に再構成した 3 次元 CT 像を示す．



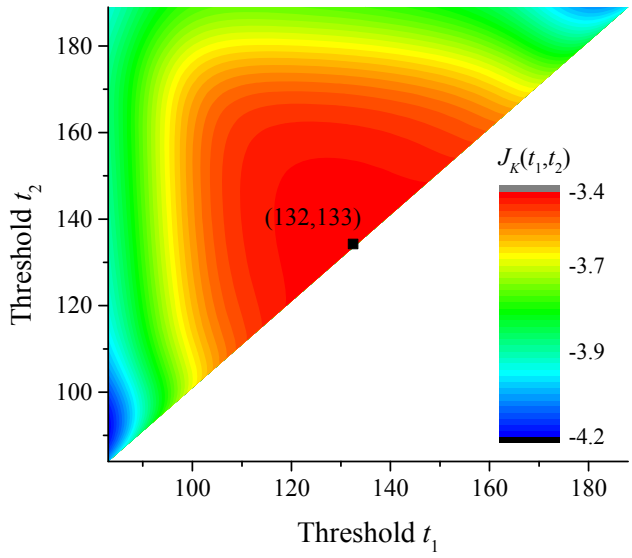


Fig. 5.18 Logarithmic likelihood distributions corresponding to threshold vector **t**: (a) $J_D(\mathbf{t})$ and (b) $J_K(\mathbf{t})$ for regions where $x_{p1} < x_{p2}$ with $t_1 < t_2$. All given threshold value couples are for the point of maximum likelihood.

5.6 考　察

Table 5.6 Comparison of cross-sectional areas in two-phase segmentation.

Material	Actual cross-sectional area (mm^2)	Area estimated by this segmentation method (mm^2)	Relative error
Nylon threads	4.31	4.42	0.03
Aluminium wires	4.12	4.50	0.09

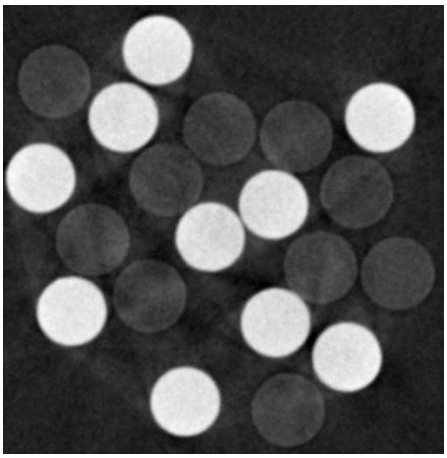


Fig. 5.19 Original X-ray CT image of nylon threads and aluminum wires (size 3.2 mm × 3.3 mm); black regions represent air, white regions represent aluminum wires, and grey regions represent nylon threads.

5.6.1　相分離手法の比較

部分体積効果を考慮したヒストグラム解析により得られたガラスビーズ充填試料の平均空隙率は 33.3～36.7%であった（Table 5.3）．この空隙率の値の範囲は，tetragonal sphenoidal 充填構造から cubical tetrahedral 充填構造の間にある．このことは，ガラスビーズの充填過程を考慮すると妥当な結果と言える．

グラウト処理後のガラスビーズ充填試料の空隙率は，グラウト処理前の試料のそれよりも減少している結果となった．CT 画像のヒストグラム解析から得られたその比は 0.98 であった（Table 5.4）．一方，東海林（2008）が実験的に溶液中のカルシウムイオン濃度の変化を測定して，ガラスビーズ表面への炭酸カルシウムの析出量を評価し，そこから空隙率の変化を推定した値が 0.98～0.99 であった．実際にグラウト処理した砂の粒子表面や粒子間に炭酸カルシウムが析出している状況は Fig. 5.26 で見ることができる．CT 画像のヒストグラム解析から得られた空隙率の変化と実験的に得られたそれが良い一致を示している．こ

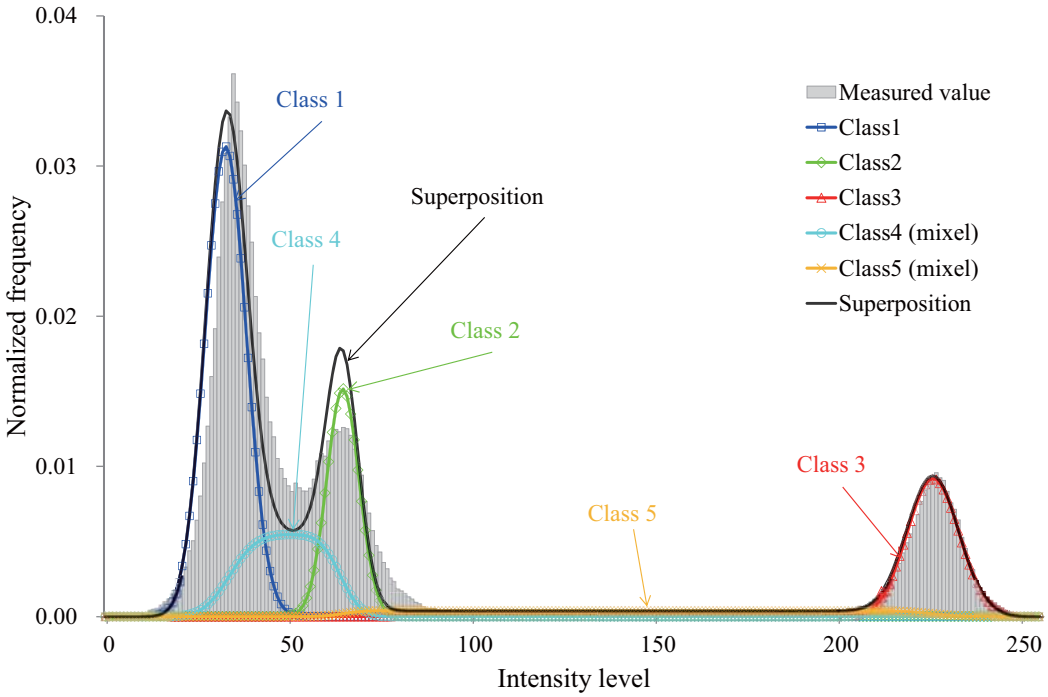


Fig. 5.20 Histogram of CT image of nylon threads and aluminium wires shown in Fig. 5.19. The lines indicate the probability distributions of five classes and their superposition.

のことは，X 線 CT 画像の部分体積効果を考慮したヒストグラム解析が有用であることを示している．本手法を用いれば，数%から数十%にわたる広い範囲で空隙率の変化を精度よく求めることができる．

本解析により得られたベレア砂岩の空隙率は 18.4%であった（Table 5.5）．ミクセルの半分が空隙を表すと仮定して計算した空隙率は 23.7%であるが，これは過大評価となっているので，Table 5.5 中ではカッコを付けて示している．本研究で用いたベレア砂岩と同じ岩石ブロックから採取した試料に対して水銀圧入式ポロシメーターを用いて空隙率を測定した結果と Jaeger et al. (2007)に掲載されているベレア砂岩の一般的な空隙率の値も同表に記載した．この表から，画像解析から得られた空隙率の値は，他の手法で得られたそれの値と良い一致を示していることが確かめられた．

さらに，本章で提案した手法で得られた結果と二つの従来の自動画像相分離手法で得られた結果とを比較する（Fig.5.27）．二つの従来法は，メディアン法と最大エントロピー法（Kapur et al., 1985）である．メディアン法では，メディアンをしきい値として，それ以上とそれ以下の領域に分離する．そのため，空隙率を計算すると必ず 50%となる．このことは，メディアン法は空隙率評価には適していないことを表している．一方，最大エントロ

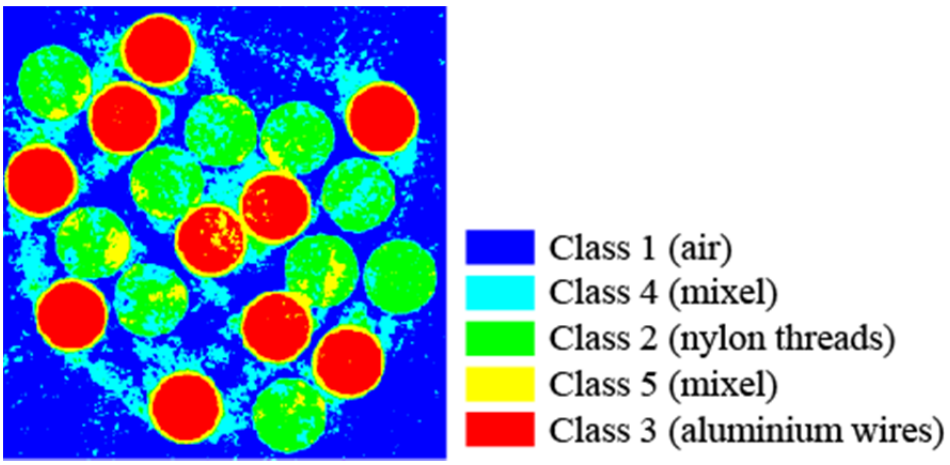


Fig. 5.21 Image segmented using thresholding method based on mixel model; blue regions represent class 1 (air), green regions represent class 2 (nylon threads), red regions represent class 3 (aluminium wires), sky blue regions represent class 4 (mixel of classes 1 and 2), and yellow regions represent class 5 (mixel of classes 2 and 3).

ピー法は，最大エントロピー原理に則りしきい値を選定する．Fig. 5.27 に示したように，最大エントロピー基準 2 を用いた場合，この例においては比較的良い結果を示していることがわかる．しかしながら，最大エントロピー法では，情報エントロピーのピークがヒストグラムの端のほうに表れたり，同時に二つのピークが表れたりして，自動処理をすると偏った相分離画像が得られることがあり，必ずしも良い結果が得られるとは限らないので注意が必要である．

5.6.2　相分離結果の妥当性の検証

本節では，本研究で導入した X 線 CT 画像の相分離手法の適用結果の妥当性について検

Table 5.7 Comparison of cross-sectional areas in three-phase segmentation.

Material	Actual cross-sectional area (mm^2)	Area estimated by this segmentation method (mm^2)	Relative error
Nylon threads	2.12	2.57	0.21
Aluminium wires	1.96	2.04	0.04
Air	6.41	5.89	0.08

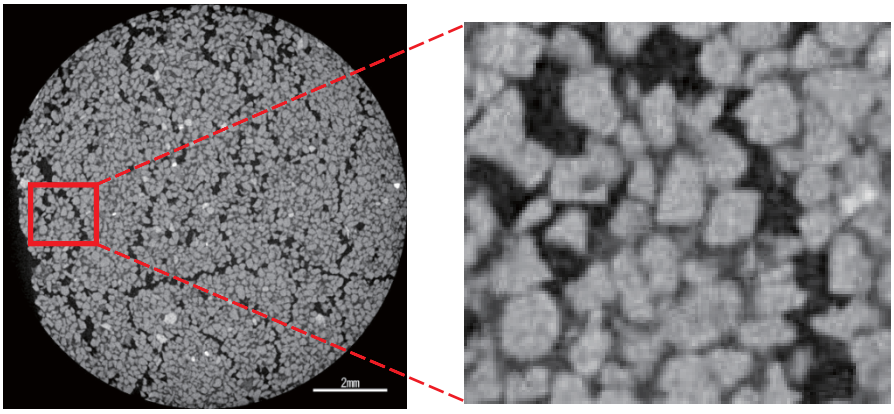


Fig. 5.22 (a) Original X-ray CT image of oil sand and (b) enlarged view (size 1.4 mm × 1.6 mm); black regions represent air and light-grey regions represent sand grains.

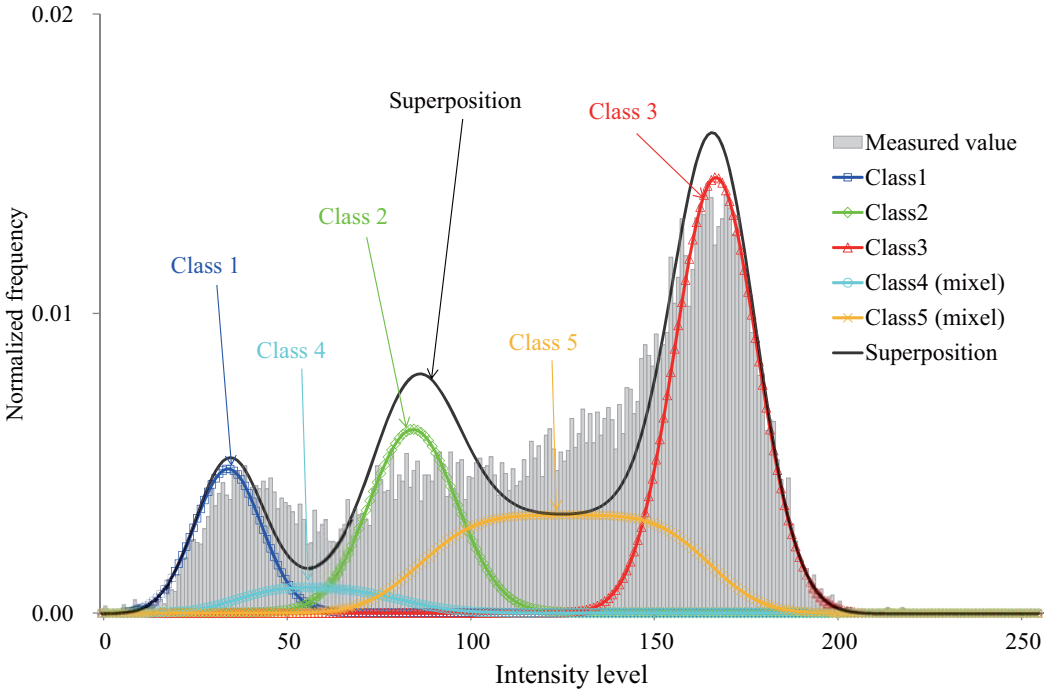


Fig. 5.23 Histogram of CT image of oil sand in Fig. 5.22 (b). The lines indicate probability distributions of five classes and their superposition.

証する．細線の実際の断面積は，規格により直径が定まっているので計算することができる．一方，CT 画像からは，画像のスケールがわかるので，ボクセル数をカウントすることにより細線の断面積の評価が可能である．これらの値を比較することにより，結果の妥当

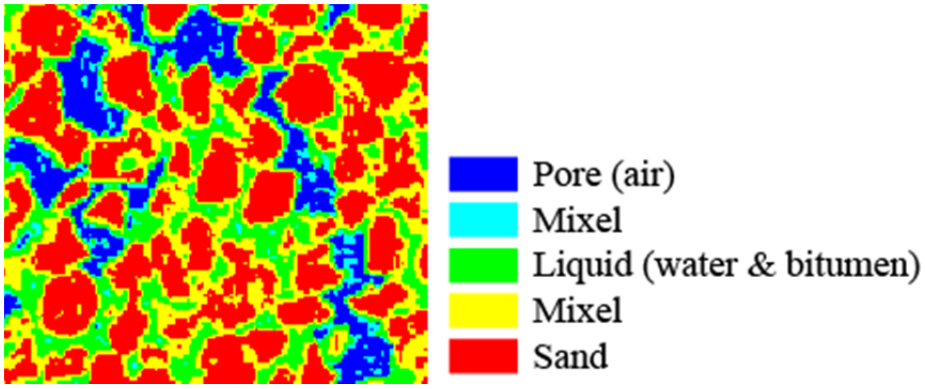


Fig. 5.24 Image segmented using thresholding method based on mixel model; blue regions represent class 1 (air in pore), green regions represent class 2 (liquid phase: water and bitumen), red regions represent class 3 (sand grains), sky blue regions represent class 4 (mixel of classes 1 and 2), and yellow regions represent class 5 (mixel of classes 2 and 3).

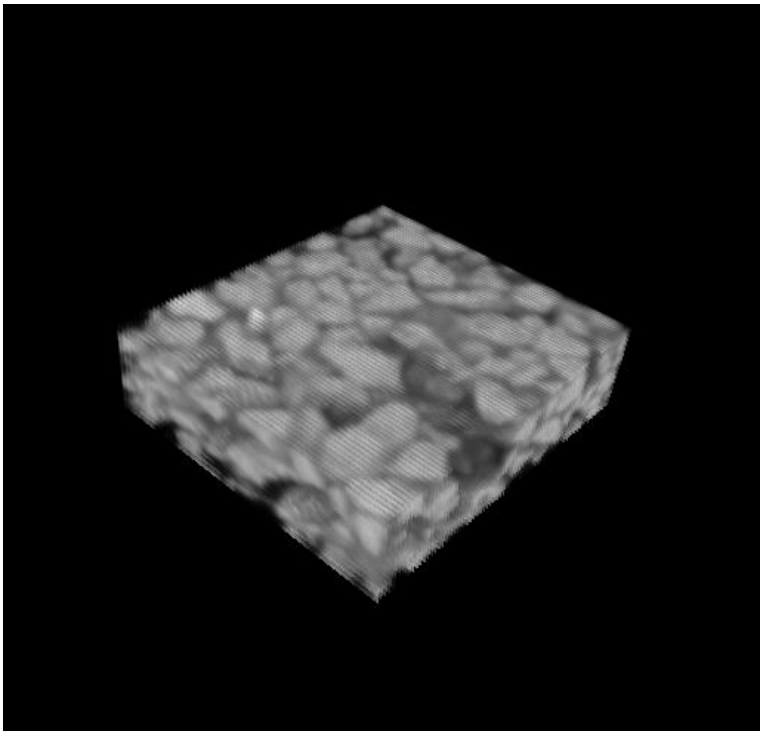
性を判断できる．ここでは，これら二つの値の比をこの相分離結果の相対誤差とする．

まず，2 相材料の CT 画像への相分離手法の適用結果について検討する．アルミニウムワイヤ 20 本の束の断面積の相対誤差は 0.09 であり，ナイロン糸 20 本のそれは 0.03 であった（Table 5.1）．これらの結果は，両者が良い一致を示していることを表しているので，ここで用いた 2 相材料については本手法の適用が有効であると言える．2 相材料の CT 画像への相分離手法の適用性に関する考察は，ガラスビーズ充填試料と砂岩に関しては Kato et al. (2013)でおこなわれているので，そちらも参照されたい．

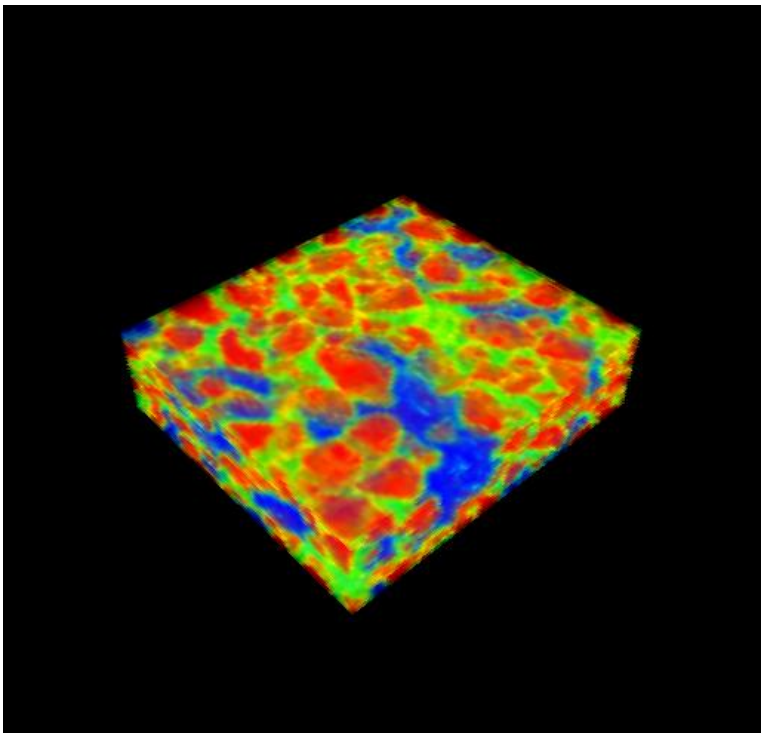
つぎに，3 相材料に関しても，上述のように相対誤差を用いて評価できる．アルミニウムワイヤとナイロン糸の束におけるアルミニウムワイヤの断面積の相対誤差は, 0.04 であり，同様にナイロン糸の断面積の相対誤差は 0.21 であった（Table 5.2）．アルミニウムワイヤについては，実際の断面積と画像から評価されるそれとが良い一致を示している．しかしな

Table 5.8 Volume fraction of each phase constituting oil sand.

Constituent	Occupied area (mm^2)	Volume fraction (%)
Sand grain	67.5	58.8
Water & bitumen	32.9	28.7
Air	14.4	12.5



(a)



(b)

Fig. 5.25 (a) Original 3-D X-ray CT image of oil sand and (b) 3-D image segmented using thresholding method based on mixel model; legend is the same as in Fig. 5.24.

がら，ナイロン糸ではそうなっていない．これは，Fig. 5.21 に示した CT 画像では，アルミ

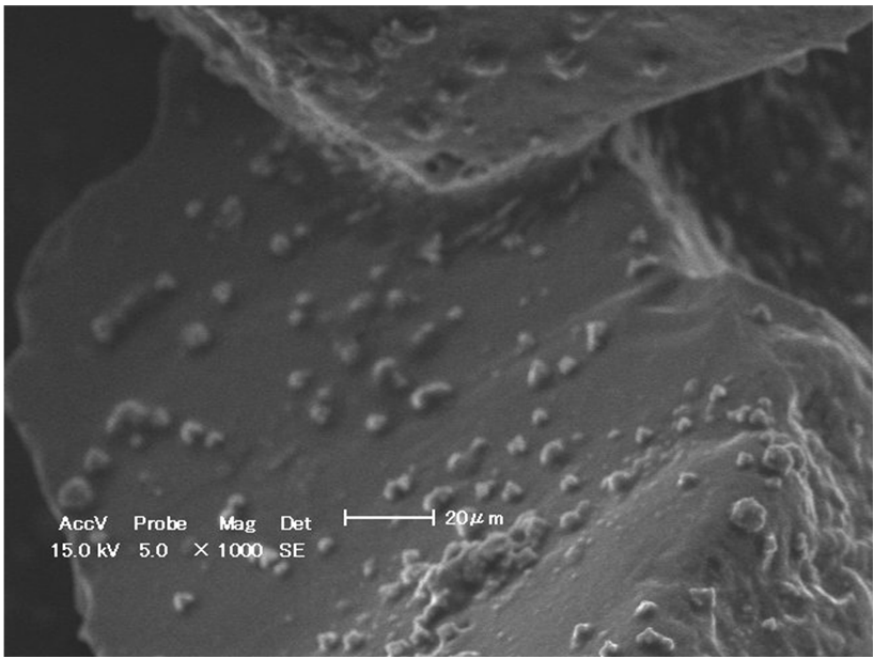


Fig. 5.26 SEM image of grouted sands. Calcium carbonate deposited on surface of sand grains and between grains (Ogata et al., 2010).

ニウムワイヤに対してハレーションが起きていて，空気の領域の輝度値を上げてしまい，その領域をナイロン糸の領域と評価してしまうために，ナイロン糸の断面積が過大評価されることに起因する．しかしながら，この誤差は，装置と測定技術が進歩することにより低減されていくことと思われる．

Fig. 5.24 から，オイルサンドは砂粒子と液相（ビチューメンと水），空気から成ることがわかる．液相は砂粒子表面を濡らし，空隙の残りの領域に空気が存在している．液相においては，ビチューメンと水の密度差が小さいため，X 線 CT ではそれ以上の分離はできなかった．Fig. 5.23 がそのことを示している．

5.7 結　言

非破壊かつ非擾乱で，多孔質材料の内部構造を可視化し，空隙構造を定量化する手法について検討した．2 相および 3 相から成る多相構成材料に焦点を当て，マイクロフォーカス X 線 CT スキャナーを利用して試料の断層撮影を実施し，得られた CT 画像の画像解析により相分離をおこなって各相の体積分率（空隙率）の評価を試みた．本章で得られた知見は以下のようである．

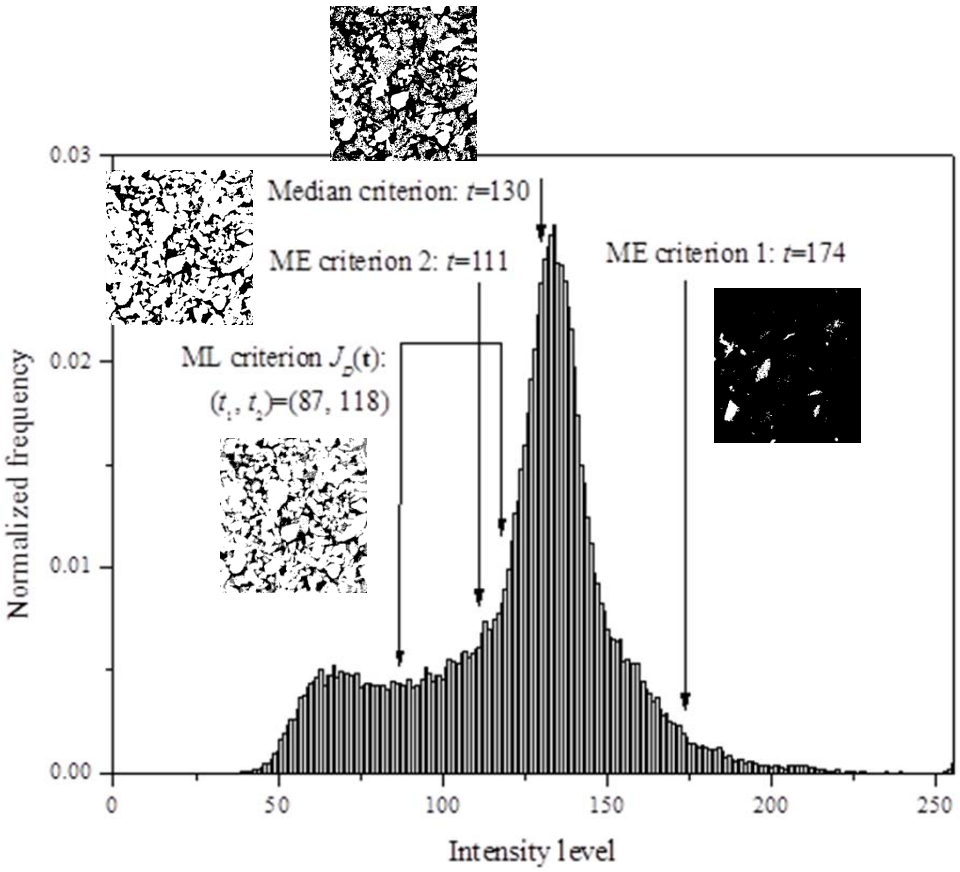


Fig. 5.27 Comparison of selected thresholds and segmented images obtained by each method. Segmented images correspond to Fig. 5.13 but reduced in size. ME: maximum entropy; ML: maximum likelihood.

(1)　ディジタル画像の不鮮明さの原因となる部分体積効果を考慮した混合確率分布モデルに基づく X 線 CT 画像の相分離手法を提案した．本手法は，画像の輝度ヒストグラムデータを用いて，最ゆう法によりしきい値を選定し，画像の相分離を実施するものである．本手法によってしきい値が決定すれば，各相の体積と体積分率を計算することができる．
(2)　人工材料（ガラスビーズ充填試料，細線（アルミニウムワイヤ，ナイロン糸）の束）および天然材料（ベレア砂岩，オイルサンド）の X 線 CT 画像に対して，部分体積効果を考慮した相分離手法を適用し，その妥当性を確かめることができた．
(3)　2 相構成材料であるガラスビーズ充填試料の空隙率は，相分離手法を適用した結果，平均値で 33.3～36.7%であった．これは，ガラスビーズの充填構造を考えると妥当な値である．さらに，この試料にグラウト処理を施した場合の空隙率で 2%程度の減少も検出することができた．これは室内実験の結果と良い一致を示している．
(4)　ベレア砂岩の空隙率も相分離手法を適用して評価した結果，18.4%という値が得られた．

この値は，水銀圧入式ポロシメーターで測定した空隙率の値と良い一致を示している．

(5)　3 相構成画像に対する相分離手法の適用性を検討するため，細線（アルミニウムワイヤとナイロン糸）の束を CT 撮影し，各相の断面積（体積）を評価した．その結果，実際の直径から計算される断面積に対する相分離手法で評価された断面積の相対誤差は，アルミニウムワイヤで 0.04，ナイロン糸で 0.21 となった．アルミニウムワイヤに関しては良い精度であるが，ナイロン糸に関してはアルミニウムワイヤのハレーションのせいで断面積が過大評価されてしまっている．

(6)　固相（砂粒子），液相（ビチューメンと水），気相（空気）から成る 3 相構造のオイルサンドを CT 撮影し，各相の体積分率を評価した．その結果，固相，液相，気相の体積分率はそれぞれ 58.8%，28.7%，12.5%であった．また，油の移行挙動の評価に必要となるオイルサンド層中の空隙の幾何形状と連結性の情報を本手法で抽出することは可能であることがわかった．ただし，資源量評価に必要となる液相中のビチューメンと水の分離は，両者の密度が近いことからできていない．

参考文献

Abell, A. B., Willis, K. L., and Lange, D. A. (1999): *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 211, pp. 39–44.

Baveye, P. C., Laba, M., Otten, W., Bouckaert, L., Sterpaio, P. D., Goswami, R. R., Grinev, D., Houston, A., Hu, Y., Liu, J., Mooney, S., Pajor, R., Sleutel, S., Tarquis, A., Wang, W., Wei, Q., and Sezgin, M. (2010): Observer-dependent variability of the thresholding step in the quantitative analysis of soil images and X-ray microtomography data, *Geoderma*, Vol. **157** (1–2), pp. 51–63, doi:10.1016/j.geoderma.2010.03.015.

Bhattad, P., Willson, C. S., and Thompson, K. E. (2010): Segmentation of Low-contrast Three-phase X-ray Computed Tomography Images of Porous Media. In: Alshibli, K.A. and Reed, A.H. (Eds.), *Advances in Computed Tomography for Geomaterials (GeoX 2010, New Orleans, USA)*, ISTE, London, pp. 254–261.

Choi, H. S., Haynor, D. R., and Kim, Y. M. (1991): Partial volume tissue classification of multichannel magnetic-resonance images: a mixel model. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. **10** (3), pp. 395–407, doi:10.1109/42.97590.

Curry, III, T. S., Dowdey, J. E., and Murry, Jr., R. C. (1990): *Christensen's Physics of Diagnostic Radiology*, 4th ed., Lea & Febiger, London, Philadelphia, 522p.

Denoyel, R. and Thommes, M. (Eds.) (2006): *Particle and Particle Systems Characterization* (Special Issue), Vol. 23.

Hart, D. J. and Wang, H. F. (1995): *Journal of Geophysical Research*, Vol. 100 (B9), pp. 17741–17751.

Houston, A. N., Otten, W., Baveye, P. C., and Hapca, S. (2013): Adaptive-window indicator kriging: A thresholding method for computed tomography, *Computers & Geosciences*, Vol. **54**, pp. 239–248, doi:10.1016/j.cageo.2012.11.016.

Iassonov, P., Gebrenegus, T., and Tuller, M. (2009): Segmentation of X-ray computed tomography images of porous materials: a crucial step for characterization and quantitative analysis of pore structures, *Water Resources Research*, Vol. **45**, W09415, doi:10.1029/2009WR008087.

Jaeger, J. C., Cook, N. G. W., and Zimmerman, R. W. (2007): *Fundamentals of Rock Mechanics, 4th ed.*, Blackwell, Malden, MA, 475p.

Kageyama, Y. and Nishida, M. (2004): Lineament detection from land cover information in mixels using Landsat-TM data, *Electrical Engineering of Japan*, Vol. **148** (4), pp. 65–73, doi:10.1002/eej.10342.

Kak, A. C. and Slaney, M. (1988): *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, SIAM, New York, 327p.

Kapur, J. N., Sahoo, P. K., and Wong, A. K. C. (1985): *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 29, pp. 273–285.

Kato, M., Kobayashi, Y., Kawasaki, S., and Kaneko, K. (2009): Extraction of porosity change of geomaterials using X-ray CT images, *Geoinformatics*, Vol. **20** (2), pp. 112–113 [in Japanese with English title].

Kato, M., Takahashi, M., and Kaneko, K. (2008): Estimation of rock porosity using X-ray CT image, *Geoinformatics*, Vol. **19** (2), pp. 132–133 [in Japanese with English title].

Kato, M., Takahashi, M., Kawasaki, K., Mukunoki, T., and Kaneko, K. (2013): Evaluation of porosity and its variation in porous materials using microfocus X-ray Computed tomography considering the partial volume effect, *Materials Transactions*, Vol. **54** (9), pp. 1678–1685, doi:10.2320/matertrans.M-M2013813.

Kawaragi, C., Yoneda, T., Sato, T., and Kaneko, K. (2009): Microstructure of saturated bentonites characterized by X-ray CT observations, *Engineering Geology*, Vol. **106** (1–2), pp. 51–57, doi:10.1016/j.enggeo.2009.02.013.

Kawasaki, S., Murao, A., Hiroyoshi, N., Tsunekawa, M., and Kaneko, K. (2006): *Journal of the Japan Society of Engineering Geology*, Vol. 47, pp. 2–12 [in Japanese with English abstract].

Ketcham, R. A. and Carlson, W. D. (2001): Acquisition, optimization and interpretation of X-ray computed tomographic imagery: applications to the geosciences, *Computers & Geosciences*, pp. **27** (4), pp. 381–400, doi:10.1016/S0098-3004(00)00116-3.

Kim, J. S., Singh, V., Lee, J. K., Lerch, J., Ad-Dab'bagh, Y., MacDonald, D., Lee, M. L., Kim, S. I.,

and Evans, A. C. (2005): Automated 3-D extraction and evaluation of the inner and outer cortical surfaces using a Laplacian map and partial volume effect classification, *NeuroImage*, Vol. **27** (1), pp. 210–221, doi:10.1016/j.neuroimage.2005.03.036.

Kitamoto, A. (1999): A maximum likelihood thresholding method considering the effect of mixels, *Technical Report of IEICE PRMU99-166*, pp. 7–14 [in Japanese with English abstract].

Kitamoto, A. (2000): The moments of the mixel distribution and its application to statistical image classification, In: *Advances in Pattern Recognition (Proceedings of the Joint IAPR International Workshops SSPR 2000 and SPR 2000, Alicante, Spain)*, Published in: Lecture Notes in Computer Science, Vol. **1876**, Springer, Berlin/Heidelberg, pp. 521–531, doi:10.1007/3-540-44522-6.

Kitamoto, A. and Takagi, M. (1998a): Estimating the area properties of mixels using mixture density estimation with mixel densities, *Denshi Joho Tsushin Gakkai Ronbunshi (Transactions of IEICE)*, Vol. **J81-D-II** (6), pp. 1160–1172 [in Japanese with title and diagram captions in English].

Kitamoto, A. and Takagi, M. (1998b): Image classification method using area proportion density that reflects the internal structure of mixels, *Denshi Joho Tsushin Gakkai Ronbunshi (Transactions of IEICE)*, Vol. **J81-D-II** (11), pp. 2582–2597 [in Japanese with title and diagram captions in English].

Kitamoto, A. and Takagi, M. (1999): Image classification using probabilistic models that reflect the internal structure of mixels, *Pattern Analysis & Applications*, Vol. **2** (1), pp. 31–43, doi:10.1007/s100440050012.

Kitamoto, A. and Takagi, M. (2000): The area proportion distribution-relationship with the internal structure of mixels and its application to image classification, *Systems and Computers in Japan*, Vol. **31** (5), pp. 57–76, doi:10.1002/(SICI)1520-684X(200005).

Kittler, J. and Illingworth, J. (1986): Minimum error thresholding, *Pattern Recognition*, Vol. **19** (1), pp. 41–47, doi:10.1016/0031-3203(86)90030-0.

Kobayashi, Y., Kawasaki, S., Kato, M., Mukunoki, T., and Kaneko, K. (2009): Applicability of a method for evaluation of porosity to biogrouted geomaterials, *Journal of MMIJ*, Vol. **125** (10, 11), pp. 540–546 [in Japanese with English abstract].

Kobayashi, Y., Kawasaki, S., Kato, M., Mukunoki, T., and Kaneko, K. (2010): Evaluation of porosity in geomaterials treated with biogrout considering partial volume effect, In: Alshibli, K. A. and Reed, A. H. (Eds.), *Advances in Computed Tomography for Geomaterials (GeoX 2010, New Orleans, USA)*, ISTE, London, pp. 287–294.

Kumar, M., Lebedeva, E., Melean, Y., Madadi, M., Sheppard, A. P., Varslot, T. K., Kingston, A. M., Latham, S. J., Sok, R. M., Sakellariou, A., Arns, C. H., Senden, T. J., Knackstedt, M. A. (2010):

Micro-petrophysical experiments via tomography and simulation. In: Alshibli, K. A. and Reed, A. H. (Eds.), *Advances in Computed Tomography for Geomaterials (GeoX 2010, New Orleans, USA)*, ISTE, London, pp. 238–253.

Kurita, T., Otsu, N., and Abdelmalek, N. (1992): Maximum likelihood thresholding based on population mixture models, *Pattern Recognition*, Vol. **25** (10), pp. 1231–1240, doi:10.1016/0031-3203(92)90024-D.

Letaca, G., Massamb, H., and Richards, D. (2001): An expectation formula for the multivariate Dirichlet distribution, *Journal of Multivariate Analysis*, Vol. **77** (1), pp. 117–137, doi:10.1006 jmva.2000.1928.

Lo, T.-W., Coyner, K. B., and Toksoz, M. N. (1986): *Geophysics*, Vol. 51, pp. 164–171.

Mauldon, J. G. (1959): A generalization of the beta-distribution, *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. **30** (2), pp. 509–520, doi:10.1214/aoms/1177706265.

Menéndez, B., Zhu, W., and Wong, T.-f. (1996): *Journal of Structural Geology*, Vol. 18, pp. 1–16.

Ogata, S., Kawasaki, S., Hiroyoshi, N., Tsunekawa, M., Kaneko, K., and Terajima, R. (2010): *Rock Engineering in Difficult Ground Conditions: Soft rocks and Karst (EUROCK 2009, Dubrovnik, Cavtat, Croatia)*, ed. by I. Vrkljan, Taylor & Francis Group, London, pp. 339–344.

Oh, W. and Lindquist, W. B. (1999): Image thresholding by indicator kriging, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. **21** (7), pp. 590–602, doi:10.1109/34.777370.

Okamoto, K. and Fukuhara, M. (1996): Estimation of paddy field area using the area ratio of categories in each mixel of Landsat TM, *International Journal of Remote Sensing*, Vol. **17** (9), pp. 1735–1749, doi:10.1080/01431169608948736.

Otsu, N. (1979): A threshold selection method from gray-level histograms, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. **SMC-9** (1), pp. 62–66, doi:10.1109/TSMC.1979.4310076.

Pal, N. R. and Pal, S. K. (1993): A review on image segmentation techniques, *Pattern Recognition*, Vol. **26** (9), pp. 1277–1294, doi:10.1016/0031-3203(93)90135-J.

Sahoo, P. K., Soltani, S., Wong, A. K. C., and Chen, Y. C. (1988): A survey of thresholding techniques, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. **41** (2), pp. 233–260, doi:10.1016/0734-189X(88)90022-9.

Schembre, J. M. and Kovscek, A. R. (2003): *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 39, pp. 159–174.

Schlüter, S., Weller, U., and Vogel, H.-J. (2010): Segmentation of X-ray microtomography images of soil using gradient masks, *Computers & Geosciences*, Vol. **36**, pp. 1246–1251, doi:10.1016/j.cageo.2010.02.007.

Sekiguchi, K. (2006): Resources and reserves of heavy oil and extra-heavy oil/natural bitumen, *Journal of the Japan Institute of Energy*, Vol. **85** (4), pp. 258–264 [in Japanese with title and

abstract in English].

Sekita, I., Kurita, T., Otsu, N., and Abdelmalek, N. N. (1995): Thresholding methods considering the quantization error of an image, *Denshi Joho Tsushin Gakkai Ronbunshi (Transactions of IEICE)*, Vol. **J78-D-II** (12), pp. 1806–1812 [in Japanese with title and diagram captions in English].

Sezgin, M. and Sankur, B. (2004): Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation, *Journal of Electronic Imaging*, Vol. **13** (1), pp. 146–168, doi:10.1117/1.1631315.

Shattuck, D. W., Sandor-Leahy, S. R., Schaper, K.A., Rottenberg, D. A., and Leahy, R. M. (2001): Magnetic resonance image tissue classification using a partial volume model, *NeuroImage*, Vol. **13** (5), pp. 856–876, doi:10.1006/nimg.2000.0730.

Shoji, H. (2008): Graduation Thesis, Hokkaido University, Sapporo, 82p. [in Japanese with English abstract]

Takahashi, M., Kato, M., Urushimatsu, Y., and Park, H. (2009): *Journal of the Japan Society of Engineering Geology*, Vol. 50, pp. 280–288 [in Japanese with English abstract].

Tohka, J., Zijdenbos, A., and Evans, A. (2004): Fast and robust parameter estimation for statistical partial volume models in brain MRI, *NeuroImage*, Vol. **23** (1), pp. 84–97, doi:10.1016/j.neuroimage.2004.05.007.

Van Geet, M., Lagrou, D., and Swennen, R. (2003): *Applications of X-ray Computed Tomography in the Geosciences*, ed. by F. Mees, R. Swennen, M. Van Geet and P. Jacobs, Geological Society, London, Vol. 215, pp. 51–60.

Vinegar, H. J. and Wellington, S. L. (1987): Tomographic imaging of three-phase flow experiments, *Review of Scientific Instruments*, Vol. **58** (1), pp. 96–107.

Withjack, E. M. (1988): Computed tomography for rock-property determination and fluid-flow visualization, *SPE Formation Evaluation*, Vol. **3** (4), pp. 696–704.

Yamanaka, H., Kawasaki, S., Kato, M., Mukunoki, T., and Kaneko, K. (2011): Segmentation of internal structure of two-phase materials using micro-focus X-ray CT, *Jiban Kogaku Janaru (Japanese Geotechnical Journal)*, Vol. **6** (2), pp. 273–284 [in Japanese with English abstract], doi:10.3208/jgs.6.273.

Zhang, J., Wong, T.-f., Yanagidani, T., and Davis, D. M. (1990): *Mechanics of Materials*, Vol. 9, pp. 1–15.

第 6 章　花崗岩の水理特性

6.1　諸　言

高レベル放射性廃棄物の地層処分研究で結晶質岩を対象としているのは，国内では瑞浪超深地層研究所（岐阜県瑞浪市）である．海外においては，結晶質岩を対象として，フィンランドでは最終処分地が決定され，スウェーデンにおいては処分場建設予定地が選定されている（経産省資源エネルギー庁，2013）．フィールドスケールで天然の結晶質岩盤の透水性を考える場合，重要となるのは節理や断層のような巨視き裂の存在である．き裂性媒体に内在する不連続面とそのき裂性媒体自体の透水性との関係を考えると，岩石と岩盤のアナロジーから，結晶質岩における微視き裂と透水性との関係を評価できれば，結晶質岩盤における巨視き裂と透水性との関係を知ることができる．それゆえ，結晶質岩に内在する微視き裂の分布の評価と岩石自体の透水性の評価，さらにそれらの関係について明らかにすることは有用である．

近年，高温岩体（HDR/HWR）地熱発電技術を包含した工学的地熱系（EGS）の造成技術が注目を浴びている．この技術は，熱があっても水がなかったりき裂がなかったりするような場所で，人工的に貯留層を形成し，水を循環させて熱水・蒸気を取り出し，発電しようとするものである．この技術の対象となるのは主に深部の結晶質岩体であり，その実質部の透水性は，EGS の造成計画を立てるときの基礎データとなる．また，上述したアナロジーから，結晶質岩における微視き裂と透水性との関係を評価することにより，天然および人工的に造成したき裂の分布と貯留層の透水性との関係を検討することができる．

本章では，完晶質の火成岩である花崗岩を取り上げる．花崗岩は，低空隙率で（Fig. 6.1）低透水性の岩石である．花崗岩の空隙はマイクロクラック（微視き裂）として扱うことができ，広い意味で花崗岩はき裂性岩石であると言える．そのため，花崗岩の透水性には次のような性質が表れる．まず，マイクロクラックの配向性（方位分布の偏り）により，花崗岩には透水異方性が表れる．また，鉱物部分の剛性は高いが，外力を受けることによりマイクロクラックが閉じて透水係数が低下する透水性の応力依存性も表れる．本章では，これらのことを踏まえて，花崗岩の水理特性について検討した．

6.2　花崗岩の水理特性

6.2.1　供試体

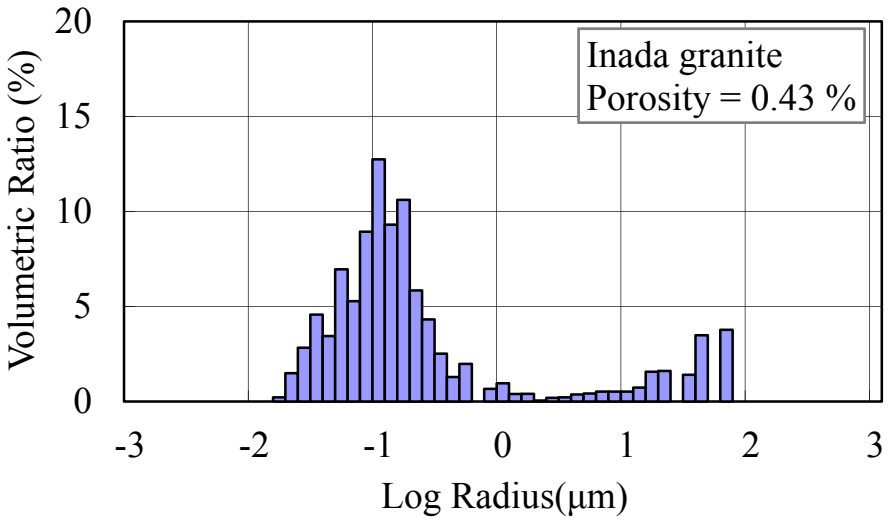


Fig. 6.1 Pore size distribution of Inada granite obtained using mercury porosimetry.

供試体としては，第 4 章で扱ったものと同じ岩種の稲田花崗岩（茨城県笠間市産，中野組石材工業株式会社提供）を用いた．この岩石の切り出しに際しては石目と方角がわかるように配慮している．一般に，花崗岩を含むいくつかの火成岩には，採石場での岩石の割れやすさの指標となる「石目」の存在が経験上知られている（工藤ら，1986b）．また，その石目の方向や呼称は地域により異なっている．以下，本論文では，丁場において割れやすい方から順番に rift，grain，hardway （Osborne，1935）という用語を用いる．稲田花崗岩の石目はFig. 6.2に示すように, rift面と grain面がほぼ鉛直で図のような方位をもち, hardway面が水平に存在していて，これら 3 面はほぼ直交している（瀧本邦夫氏（中野組石材工業株式会社）との私信，1998）．本研究では，上述のように定方位で切り出された岩石ブロックから，Fig. 6.2 のように rift 面，grain 面，hardway 面それぞれに垂直にコアリングし，直径 5 cm，高さ約 10 cm の円柱形供試体と直径は同じで高さ 2.5 cm のディスク状供試体を 3 種類ずつ作成した．石目の直交関係から，作成した 3 種類の円柱形供試体の軸方向も直交

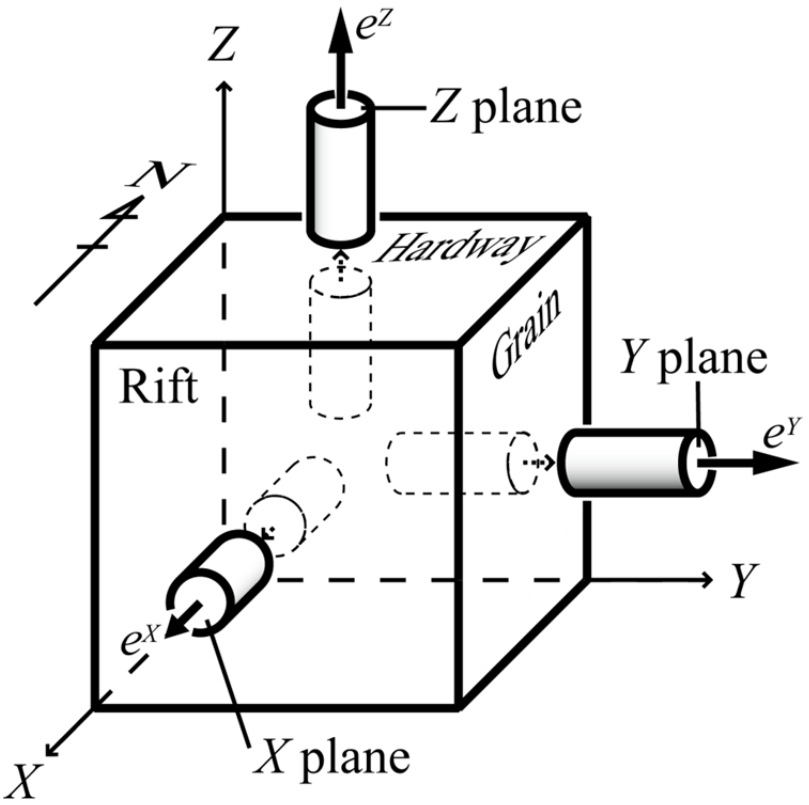


Fig. 6.2 Three mutually perpendicular quarry planes of a block of Inada granite with absolute coordinate system $O-XYZ$ coinciding with poles to the two vertical and one horizontal quarry planes and specimen orientations.

関係にある．また，岩石の弾性波伝播速度を計測し，その異方性を明らかにするために，上記 3 種類の円柱形供試体の側面を 30° ごとに研磨し, 12 角柱形供試体も作成した. また，ディスク状供試体は透水試験に供した．透水試験用の供試体をディスク状としたのは，試験時間の短縮のためであるが（Zhang et al., 2000），代表要素体積（REV）には注意を払っている．なお，以下，本論文では，Fig. 6.2 に示すように，rift 面，grain 面，hardway 面をそれぞれ *X* 面，*Y* 面，*Z* 面と定義し，それぞれの面に垂直な方向を *X* 軸方向，*Y* 軸方向，*Z* 軸方向とする．

6.2.2　弾性波速度の異方性

岩石内を伝播する弾性波速度の異方性に関しては多くの報告がなされている（Friedman and Bur，1974；Kiyama, et al.，1996；工藤ら，1986a，1986b，1987；Oda, et al.，1986；佐野ら，1988；Thill, et al.，1973）．これらすべての報告において，弾性波速度の異方性とマイク

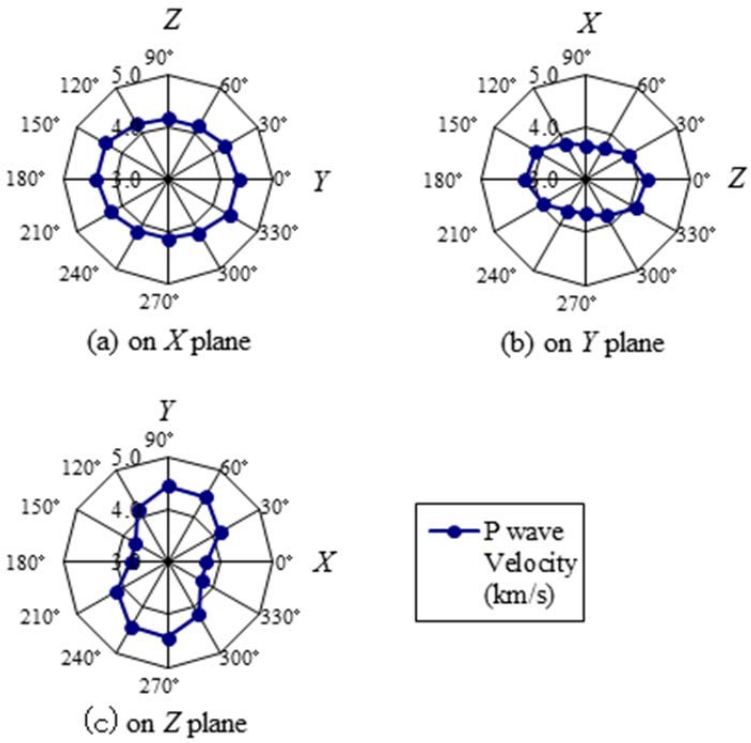


Fig. 6.3 Directional distribution of P wave velocities on each plane in Inada granite.

ロクラックの分布との関連が指摘されている．本研究でも同様に，弾性波速度の異方性がマイクロクラックの方位分布に依存しているということを検証するため，上述の 12 角柱形供試体を用いて P 波伝播速度 V_P の計測をおこなった．

岩石供試体はすべて室内乾燥状態とした．V_P の測定に際しては，マイクロクラックの閉塞が起こらないようにするために，発信用振動子と受信用振動子にグリースを塗布し，供試体側面に密着させるだけの状態とし，供試体に拘束圧は加えていない．このようにして，3 種類の 12 角柱形供試体の側面において 30° ごとに 6 方向の V_P を計測した結果は Fig. 6.3 のようである．Fig. 6.3 (a)，(b)，(c)はそれぞれ，X 面，Y 面，Z 面上での V_P 分布を表している．実際に計測した方向は 6 方向であるが，V_P の原点対称性を考慮して図には全周方向に 12 点プロットしてある．X 軸方向, Y 軸方向および Z 軸方向の V_P の平均値はそれぞれ 3.68, 4.41，4.15 km/s であった．

$$\boldsymbol{V}_P = \begin{pmatrix} 3.68 \\ 4.41 \\ 4.15 \end{pmatrix} \text{ (km/s)} \tag{6.1}$$

Fig. 6.3 (a)においては，Y 軸方向と Z 軸方向での V_P の比較ができる．この図では，Fig. 6.3 (b)，(c)に比べて V_P の異方性が小さいことがわかる．すなわち，Y 軸方向と Z 軸方向での V_P の異方性が，X 軸方向と Y 軸方向あるいは Z 軸方向と X 軸方向といった組み合わせでの異方性よりも小さいといえる．X 面に平行な方向における V_P の最小値と最大値の比を計算すると 0.95 である．また，Kiyama, et al.（1996）でも指摘されているように，Y 軸方向と Z 軸方向（grain 面および hardway 面に垂直な方向）での V_P の大小関係が一般的な傾向に反して逆転している．

Fig. 6.3 (b)，(c)においては，それぞれに V_P の異方性が顕著に現れていて，ともに X 軸方向の V_P が遅いことがわかる．X 面の場合と同様に，Y 面と平行な方向および Z 面と平行な方向での V_P の最小値と最大値との比はそれぞれ 0.88 と 0.83 である．

6.2.3　透水試験結果

花崗岩は低透水性であるため，第 4 章と同様，透水試験法としてはトランジェントパルス法を用いた．試験装置も Fig. 4.2 と同じものを使用した．封圧条件としては 2〜10 MPa の間に設定し，間隙圧を 1 MPa で一定とした．パルス圧は，間隙圧ならびに有効封圧を大きく変化させないよう約 10 kPa とした．装置の圧縮率 C_{ew} は，事前に較正試験を実施していて，間隙圧 1 MPa において 5.85×10^{-6} m^{-1} と求まっている．結果として得られた hardway 面（Z 面）に垂直な方向の（Z 軸方向の）稲田花崗岩の水理定数は Fig. 6.4 のようであった．この図から，花崗岩の透水係数の封圧依存性が見て取れる．一方，第 4 章で述べたように，比貯留率に関しては十分な精度が確保されていないため，封圧との関係については言及できない．

封圧 2 MPa，間隙圧 1 MPa における 3 方向の透水係数をまとめて，透水係数テンソルの対角成分として表示すると次式のようになる．

$$K_{ij} = 10^{-11} \begin{pmatrix} 1.00 & * & * \\ * & 1.65 & * \\ * & * & 1.11 \end{pmatrix} \text{ (m/s)} \quad (i, j = X, Y, Z) \tag{6.2}$$

この透水係数テンソルの対角成分の大小関係は，P 波速度ベクトルの成分のそれと調和した結果となっている．すなわち，透水異方性と P 波速度の異方性とが調和的であると言える．

6.3　花崗岩の透水異方性に関する考察

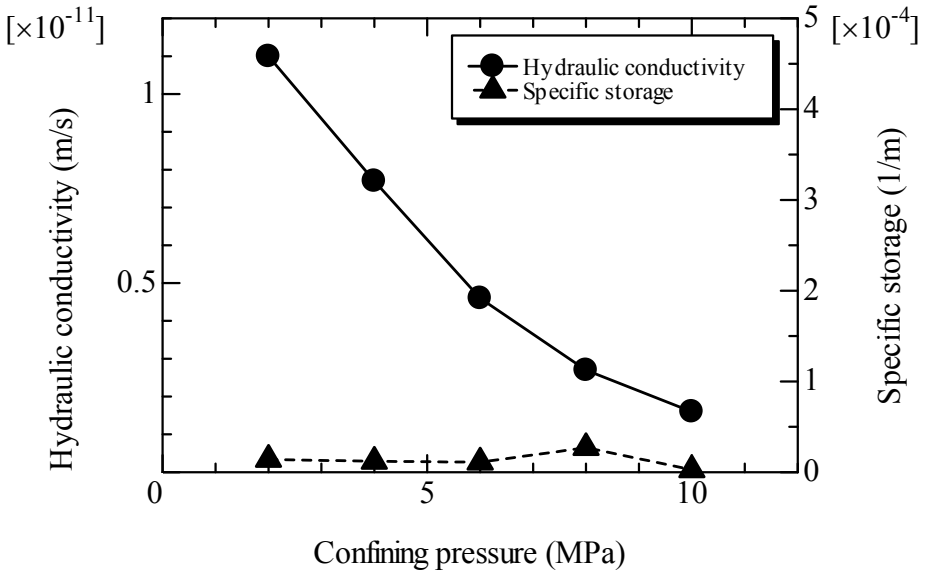


Fig. 6.4 Dependency of hydraulic conductivity and specific storage normal to hardway plane of Inada granite on confining pressure.

岩石・岩盤の物理的性質はその内部に存在する不連続面の存在に密接に関係することが知られている．この観点のもとに，不連続面を考慮した理論モデルにより岩石や岩盤の物性を推定しようとする試みとともに不連続面の密度や分布状態を定量化する試みがおこなわれてきている（Kachanov，1982；金子ら，1985，1987，1988；野口ら，1991；Oda，1982，1983，1984；Oda, et al.，1986，1987；Priest and Hudson，1981）．後者の試みにおいては，岩盤スケールでみた断層・節理などの寸法分布や方位分布の定量化は数多くなされてきたが，岩石スケールでみたマイクロクラックの分布状態の定量評価を報告している例は少ない（Kranz，1983）．一方で，岩石の強度・弾性率などの力学的異方性や透水異方性は不連続面の配向性に依存することが実験的に明らかにされてきている（Douglass and Voight，1969；Kiyama, et al.，1996；工藤ら，1986a；佐野ら，1988）．しかしながら，マイクロクラックの 3 次元方位分布を定量的に評価した例はまだない．

そこで本研究では，岩石の端面上で観察されるマイクロクラックの 2 次元分布から岩石内部の 3 次元方位分布を定量評価する手法の開発とその適用を目的としている．本論文では，まず球関数を用いたマイクロクラックの 3 次元方位分布の評価手法を提案する．つづいて，稲田花崗岩を試料として岩石表面上で観察されるマイクロクラックの可視化と自動抽出をおこなった結果を示し，本手法の適用例としてその花崗岩内マイクロクラックの 3

次元方位分布の評価結果を示す．最後に，得られたマイクロクラックの 3 次元方位分布と花崗岩の石目や弾性波伝播速度異方性との関連を考察する．

なお，本論文でマイクロクラックとして取り扱うき裂は，鉱物粒子の内部やその境界に存在する顕微鏡スケールの微視き裂や微細な割れ目である．本研究で実際に抽出されるクラックは，対象とするマイクロクラックの中でも本研究で用いた樹脂が浸透する程度の透水性を有し，他のクラックとも連結を保っているものである．

6.3.1　マイクロクラックの 3 次元方位分布

(1)　マイクロクラックの分布モデル

これまでに不連続面の数理モデル化は種々提案されている（Kachanov，1982；金子ら，1985；Oda，1982；Oda, et al.，1986，1987）．ここでは，円盤クラックモデルを採用し，マイクロクラックの形状は厚みを無視した円盤と仮定する．そして，クラックの方位および大きさを円盤の単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ および直径 r により表現することとした（Fig. 6.5）．なお，Fig. 6.5 に示すように絶対座標系 $O-XYZ$ 上で定義される経角 θ および緯角 ϕ を用いると $\boldsymbol{n}$ は(1)式で与えられる．

$$\boldsymbol{n}=\left(\cos\theta\sin\phi,\sin\theta\sin\phi,\cos\phi\right) \tag{6.3}$$

この場合，クラック分布は r および $\boldsymbol{n}$ に関する確率密度関数 $f\left(r,\boldsymbol{n}\right)$ とクラックの体積密度 ρ_V（単位体積中にその中心を有するクラックの数）で表現される．とくに，r と $\boldsymbol{n}$ が互いに独立であると仮定すると，$f\left(r,\boldsymbol{n}\right)$ は r に関する確率密度関数 $f_R\left(r\right)$ と $\boldsymbol{n}$ に対する確率密度関数 $f_N\left(\boldsymbol{n}\right)$ により与えられることになる．なお，クラックの単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ は表裏 2 方向が考えられるが，ここでは上半球上に存在するもののみを採用することとした．ただし，以下の便宜のために $f_N\left(\boldsymbol{n}\right)$ は原点対称性を有し，$f_N\left(\boldsymbol{n}\right)=f_N\left(-\boldsymbol{n}\right)$ であると定義する．

(2)　観察平面と交差する円盤クラック

岩石表面で観察されるクラックは，岩石の表面の凹凸が無視できる場合には，平面と円盤の交差線分として表現される．すなわち，表面観察で得られるマイクロクラックは，平面で切られたクラックの断面であるから，この場合はトレース（線分）として観察されるため，その 3 次元方位を直接測定することはできない．そこで，岩石端面で観察されたクラックのトレース分布から 3 次元方位分布を評価する手法を以下に検討する．

直径が r～r+dr, 単位法線ベクトルが $\boldsymbol{n}$ を中心とする微小立体角 $\mathrm{d}\Omega$ 内にあるクラックが，面積 $S^{(i)}$および単位法線ベクトル e^i で定義される平面 $\mathrm{S}^{(i)}$と交差する確率は，Oda（1983）から次式で与えられる．

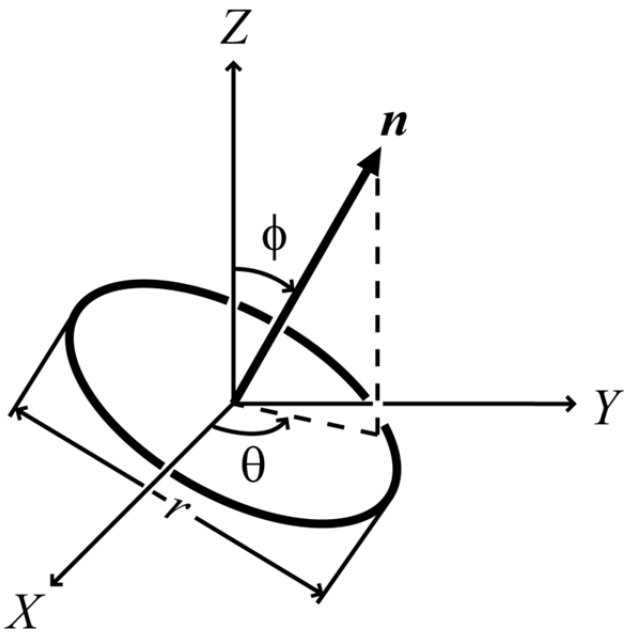


Fig. 6.5 Microcrack model.

$$\frac{S^{(i)}}{N_S^{(i)}}\rho_V r f_R(r)\sqrt{1-n_i^{\,2}}\,f_N(\boldsymbol{n})\mathrm{d}r\mathrm{d}\Omega \tag{6.4}$$

ただし，$n_i = (\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{e}^i)$ である．また，$N_S^{(i)}$ は平面 $S^{(i)}$ と交差するクラックの総数である．上式は，平面 $S^{(i)}$ 上で観察されるクラックの方位分布は，真の方位分布 $f_N(\boldsymbol{n})$ に対して平面 $S^{(i)}$ との交差条件が付加されたものとなることを示している．したがって，平面 $S^{(i)}$ と交差するクラックの $\boldsymbol{n}$ に対する確率密度関数を $g_N^{(i)}(\boldsymbol{n})$ と表すと，$g_N^{(i)}(\boldsymbol{n})$ は(2)式を r で積分することにより次式で与えられる．

$$g_N^{(i)}(\boldsymbol{n}) = \frac{C}{\rho_S^{(i)}}\sqrt{1-n_i^{\,2}}\,f_N(\boldsymbol{n}) \tag{6.5}$$

ただし，

$$C = \rho_V\int_0^\infty r f_R(r)\mathrm{d}r \tag{6.6}$$

$$\rho_S^{(i)} = \frac{N_S^{(i)}}{S^{(i)}} \tag{6.7}$$

である．

次に，Fig. 6.6 に示すように，平面 $S^{(i)}$に対する相対座標系として，e^i の方向を $z^{(i)}$軸とする直交座標系 $O-x^{(i)}y^{(i)}z^{(i)}$を考える．そして，この相対座標系上で経角 $\theta^{(i)}$ （$0 \le \theta^{(i)} < 2\pi$）および緯角 $\phi^{(i)}$ （$0 \le \phi^{(i)} \le \pi/2$）を定義すると $\boldsymbol{n}$ は(6.8)式で与えられることから，n_iおよび $g_N^{(i)}(\boldsymbol{n})$ はそれぞれ(6.9)および(6.10)式と書き換えられる．

$$\boldsymbol{n} = (\cos\theta^{(i)} \sin\phi^{(i)}, \sin\theta^{(i)} \sin\phi^{(i)}, \cos\phi^{(i)}) \tag{6.8}$$

$$n_i = \cos\phi^{(i)} \tag{6.9}$$

$$g_N^{(i)}(\boldsymbol{n}) = g_N^{(i)}\left(\theta^{(i)}, \phi^{(i)}\right) \tag{6.10}$$

なお，相対座標系 $O-x^{(i)}y^{(i)}z^{(i)}$の座標軸が絶対座標系 $O-XYZ$ の座標軸と一致する場合の（$\theta^{(i)}$，$\phi^{(i)}$）と（θ，ϕ）の関係は以下のようである．

（a）（$x^{(i)}$，$y^{(i)}$，$z^{(i)}$）＝（X，Y，Z）のとき

$$\begin{aligned} &\sin\theta = \sin\theta^{(i)}, \quad \cos\theta = \cos\theta^{(i)}, \\ &\sin\phi = \sin\phi^{(i)}, \quad \cos\phi = \cos\phi^{(i)}. \end{aligned} \tag{6.11}$$

（b）（$x^{(i)}$，$y^{(i)}$，$z^{(i)}$）＝（Y，Z，X）のとき

$$\sin\theta = \frac{\cos\theta^{(i)} \sin\phi^{(i)}}{\sqrt{1 - \sin^2\theta^{(i)} \sin^2\phi^{(i)}}}, \quad \cos\theta = \frac{\cos\phi^{(i)}}{\sqrt{1 - \sin^2\theta^{(i)} \sin^2\phi^{(i)}}},$$

$$\sin\phi = \sqrt{1 - \sin^2\theta^{(i)} \sin^2\phi^{(i)}}, \quad \cos\phi = \sin\theta^{(i)} \sin\phi^{(i)}. \tag{6.12}$$

（c）（$x^{(i)}$，$y^{(i)}$，$z^{(i)}$）＝（Z，X，Y）のとき

$$\sin\theta = \frac{\cos\phi^{(i)}}{\sqrt{1 - \cos^2\theta^{(i)} \sin^2\phi^{(i)}}}, \quad \cos\theta = \frac{\sin\theta^{(i)} \sin\phi^{(i)}}{\sqrt{1 - \cos^2\theta^{(i)} \sin^2\phi^{(i)}}},$$

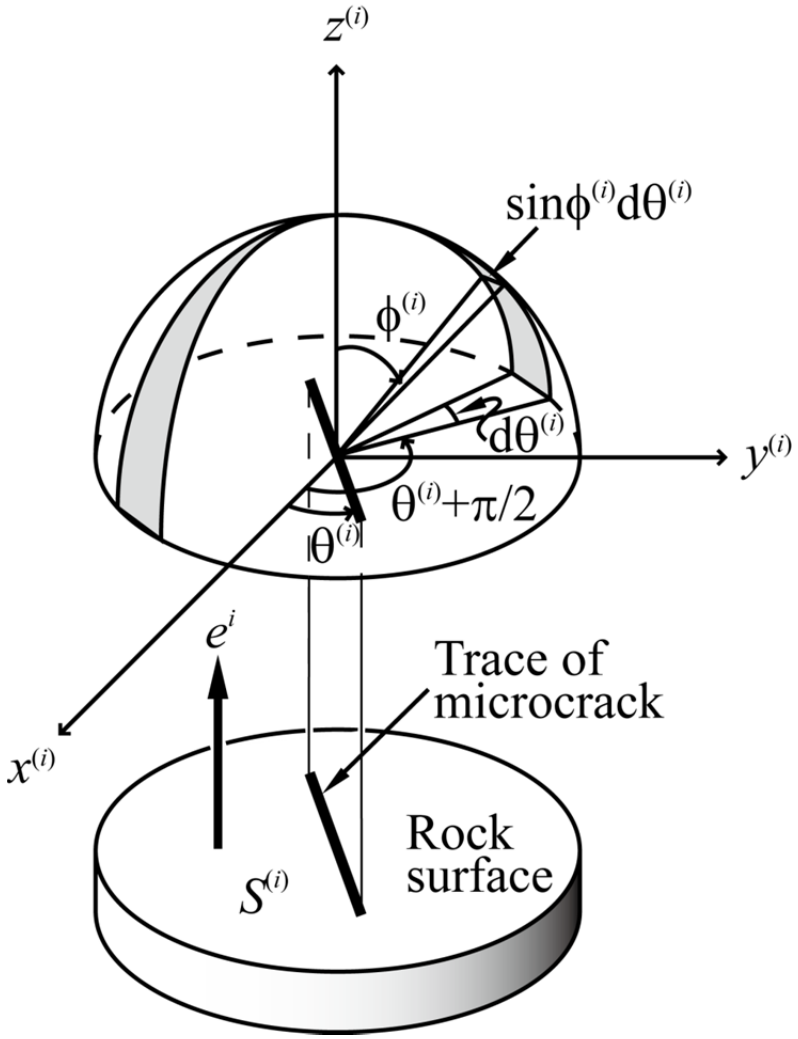


Fig. 6.6 A trace of microcrack on rock surface and upper unit hemisphere on relative coordinate system $O-x^{(i)}y^{(i)}z^{(i)}$.

$$\sin\phi = \sqrt{1-\cos^2\theta^{(i)}\sin^2\phi^{(i)}}\ ,\quad \cos\phi = \cos\theta^{(i)}\sin\phi^{(i)}\ . \tag{6.13}$$

以上の前提のもとに，平面 $S^{(i)}$上で観察されるクラックトレースの走向（平面 $S^{(i)}$上における角度）を$\theta^{(i)}$，および$\theta^{(i)}$に関する確率密度関数（平面 $S^{(i)}$上における 2 次元方位分布）を$h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right)$とおくと，$h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right)$は Fig. 6.6 の単位半球面上に示した灰色領域において$g_N^{(i)}\left(\theta^{(i)},\phi^{(i)}\right)$を球面積分することにより求められる．したがって$h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right)$は次式で与えら

れる．

$$h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{g_N^{(i)}\left(\theta^{(i)}-\frac{\pi}{2},\phi^{(i)}\right)+g_N^{(i)}\left(\theta^{(i)}+\frac{\pi}{2},\phi^{(i)}\right)\right\}\sin\phi^{(i)}\mathrm{d}\phi^{(i)} \tag{6.14}$$

(6.14)式に(6.5)式を代入し，$f_N(\boldsymbol{n})$の変数 $\boldsymbol{n}$ を$\theta^{(i)}$および$\phi^{(i)}$で表すと$h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right)$は次式となる．

$$\rho_S^{(i)}h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right)=C\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{f_N\left(\theta^{(i)}-\frac{\pi}{2},\phi^{(i)}\right)+f_N\left(\theta^{(i)}+\frac{\pi}{2},\phi^{(i)}\right)\right\}\sin^2\phi^{(i)}\mathrm{d}\phi^{(i)} \tag{6.15}$$

(3)　3 次元方位密度関数の級数展開

小池（1994）は，坑道壁面におけるスキャンライン調査で得られた節理などのき裂データに，Legendre 陪関数を用いた級数展開を導入してその方位分布評価をおこなっている．本研究においても，マイクロクラックの 3 次元方位分布の確率密度関数$f_N(\theta,\phi)$は球座標上で定義される関数であることから，次式のように球面調和関数である Legendre 陪関数$P_n^m(x)$（$0\le m\le n$）を用いた級数展開が可能である．

$$f_N(\theta,\phi)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left\{a_n^m\cos m\theta+b_n^m\sin m\theta\right\}\xi_n^m P_n^m(\cos\phi) \tag{6.16}$$

ただし，a_n^mおよびb_n^mは展開係数であり，Legendre 陪関数$P_n^m(x)$および正規化係数ξ_n^mは次式のようである．

$$P_n^m(x)=\frac{\left(1-x^2\right)^{\frac{m}{2}}}{2^n n!}\frac{\mathrm{d}^{m+n}}{\mathrm{d}x^{m+n}}\left(x^2-1\right)^n \tag{6.17}$$

$$\xi_n^m=\begin{cases}\sqrt{2n+1} & m=0\\ \sqrt{2(2n+1)\dfrac{(n-m)!}{(n+m)!}} & m>0\end{cases} \tag{6.18}$$

とくに，前述のように $f_N(\boldsymbol{n}) = f_N(-\boldsymbol{n})$ であること，および Legendre 陪関数の対称性を考慮すると，n は偶数のみを採用すればよいことになる．したがって，(6.16)式を(6.15)式に代入し，さらに，無限級数を最大項数 N_L の有限級数で近似すると次式が得られる．

$$\rho_S^{(i)} h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right) = C \sum_{n=0}^{N_L} \sum_{m=0}^{n} \left\{ a_n^m A_n^m\left(\theta^{(i)}\right) + b_n^m B_n^m\left(\theta^{(i)}\right) \right\} \tag{6.19}$$

ただし，

$$A_n^m\left(\theta^{(i)}\right) = \xi_n^m \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \cos m\theta_1 P_n^m\left(\cos\phi_1\right) + \cos m\theta_2 P_n^m\left(\cos\phi_2\right) \right\} \sin^2 \phi^{(i)} \mathrm{d}\phi^{(i)} \tag{6.20}$$

$$B_n^m\left(\theta^{(i)}\right) = \xi_n^m \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sin m\theta_1 P_n^m\left(\cos\phi_1\right) + \sin m\theta_2 P_n^m\left(\cos\phi_2\right) \right\} \sin^2 \phi^{(i)} \mathrm{d}\phi^{(i)} \tag{6.21}$$

である．(6.20)，(6.21)式の右辺には絶対座標系における θ_1，ϕ_1，θ_2，ϕ_2 と相対座標系における $\phi^{(i)}$ が混在しているが，相対座標系の座標軸が絶対座標系の座標軸と一致する場合については，(θ_1，ϕ_1)および(θ_2，ϕ_2)を相対座標系へ座標変換し，それぞれ($\theta^{(i)} - \pi/2$，$\phi^{(i)}$)および($\theta^{(i)} + \pi/2$，$\phi^{(i)}$)を用いて表すことができる．したがって，m，n を定めると式(6.20)と(6.21)の右辺の積分が計算でき，係数 $A_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$，$B_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$ は $\theta^{(i)}$ のみの関数となる．相対座標系の座標軸と絶対座標系の座標軸とが一致する場合の 3 通りについて，次節で必要となる n=6 までの係数 $A_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$，$B_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$ をそれぞれ計算し，それらを表に示すと付録の Table A3.1 のようである．なお，絶対座標系と相対座標系の座標軸が一致しない場合には，(6.20)，(6.21)式の積分計算が複雑となるが，このときには数値積分をおこなえばよい．

(4) 観測方程式

観察平面として，Fig. 6.2 に示すように X，Y，Z 軸にそれぞれ平行であるような単位法線ベクトル e^X，e^Y，e^Z をもつ直交 3 平面，X 平面，Y 平面，Z 平面を採用することにする．それぞれの面におけるマイクロクラックトレースの 2 次元方位分布を $\rho_S^{(X)} h^{(X)}\left(\theta_k^{(X)}\right)$，$\rho_S^{(Y)} h^{(Y)}\left(\theta_k^{(Y)}\right)$，$\rho_S^{(Z)} h^{(Z)}\left(\theta_k^{(Z)}\right)$（$k$=1～$N_\theta$）と表すと，(6.19)式から次の観測方程式が導かれる．

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{a} \tag{6.22}$$

ただし，

$$\boldsymbol{h} = \begin{pmatrix} \rho_S^{(X)} h^{(X)}\left(\theta_1^{(X)}\right) \\ \vdots \\ \rho_S^{(X)} h^{(X)}\left(\theta_{N_\theta}^{(X)}\right) \\ \rho_S^{(Y)} h^{(Y)}\left(\theta_1^{(Y)}\right) \\ \vdots \\ \rho_S^{(Y)} h^{(Y)}\left(\theta_{N_\theta}^{(Y)}\right) \\ \rho_S^{(Z)} h^{(Z)}\left(\theta_1^{(Z)}\right) \\ \vdots \\ \rho_S^{(Z)} h^{(Z)}\left(\theta_{N_\theta}^{(Z)}\right) \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{pmatrix} A_0^0\left(\theta_1^{(X)}\right) & \cdots & A_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_1^{(X)}\right) & B_2^1\left(\theta_1^{(X)}\right) & \cdots & B_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_1^{(X)}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_0^0\left(\theta_{N_\theta}^{(X)}\right) & \cdots & A_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_{N_\theta}^{(X)}\right) & B_2^1\left(\theta_{N_\theta}^{(X)}\right) & \cdots & B_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_{N_\theta}^{(X)}\right) \\ A_0^0\left(\theta_1^{(Y)}\right) & \cdots & A_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_1^{(Y)}\right) & B_2^1\left(\theta_1^{(Y)}\right) & \cdots & B_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_1^{(Y)}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_0^0\left(\theta_{N_\theta}^{(Y)}\right) & \cdots & A_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_{N_\theta}^{(Y)}\right) & B_2^1\left(\theta_{N_\theta}^{(Y)}\right) & \cdots & B_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_{N_\theta}^{(Y)}\right) \\ A_0^0\left(\theta_1^{(Z)}\right) & \cdots & A_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_1^{(Z)}\right) & B_2^1\left(\theta_1^{(Z)}\right) & \cdots & B_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_1^{(Z)}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_0^0\left(\theta_{N_\theta}^{(Z)}\right) & \cdots & A_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_{N_\theta}^{(Z)}\right) & B_2^1\left(\theta_{N_\theta}^{(Z)}\right) & \cdots & B_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}}\left(\theta_{N_\theta}^{(Z)}\right) \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} Ca_0^0 \\ \vdots \\ Ca_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}} \\ Cb_2^1 \\ \vdots \\ Cb_{N_\mathrm{L}}^{N_\mathrm{L}} \end{pmatrix}$$

である．ここで，例えば，X 平面上においてトレース走向が $\theta^{(X)} \sim \theta^{(X)} + \Delta\theta^{(X)}$ の範囲にあるクラックの単位面積当たりの数は $\rho_S^{(X)} h^{(X)}\left(\theta^{(X)}\right)\Delta\theta^{(X)}$ と表されることから，それぞれの面における角度範囲ごとのクラックトレースの計数により h は求められる．したがって，

各面における角度分割数 N_θ に対して，$\boldsymbol{a}$ の行数が $3N_\theta$ 以下であれば，(6.22)式を解くことにより $\boldsymbol{a}$ の成分，すなわち，Ca_n^m，Cb_n^m を求めることができる．とくに，データのばらつきを考慮して $\boldsymbol{a}$ の行数を $3N_\theta$ 未満とする場合，$\boldsymbol{a}$ は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{a} = \left(\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\right)^{-1}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{h} \tag{6.23}$$

上式により Ca_n^m，Cb_n^m の値が確定すると，(6.24)式の関係から C は(6.25)式のように求められる．

$$\int_0^{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{f_N\left(\theta-\frac{\pi}{2},\phi\right)+f_N\left(\theta+\frac{\pi}{2},\phi\right)\right\}\sin\phi\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\theta = 1 \tag{6.24}$$

$$\begin{aligned} C = &\sum_{n=0}^{N_{\mathrm{L}}}\sum_{m=0}^{n} Ca_n^m\xi_n^m\int_0^{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{\cos m\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)+\cos m\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)\right\}P_n^m(\cos\phi)\sin\phi\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\theta \\ &+\sum_{n=0}^{N_{\mathrm{L}}}\sum_{m=0}^{n} Cb_n^m\xi_n^m\int_0^{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{\sin m\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)+\sin m\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)\right\}P_n^m(\cos\phi)\sin\phi\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\theta \end{aligned} \tag{6.25}$$

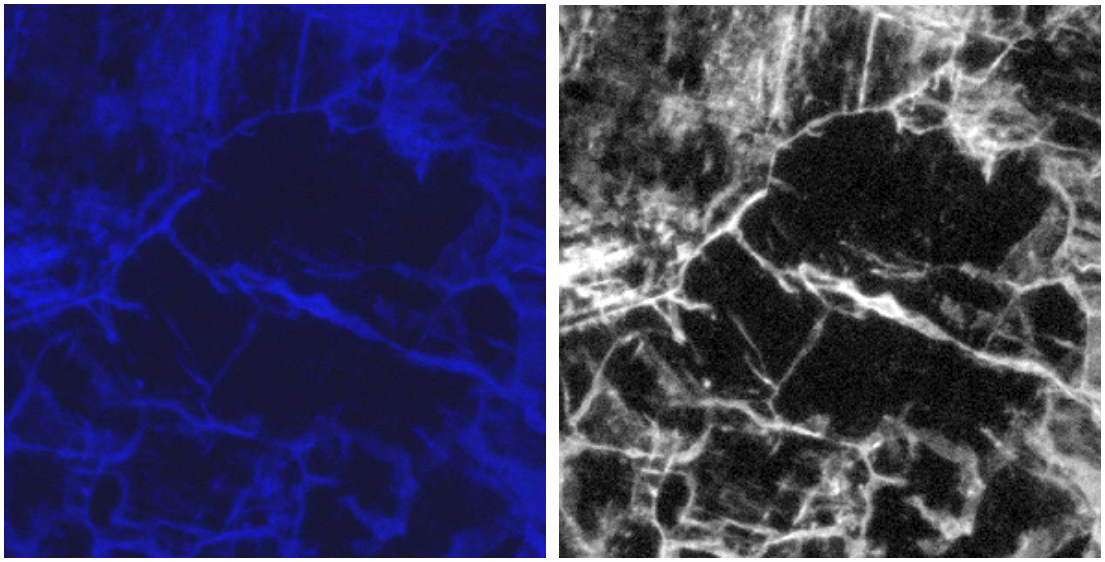
したがって，展開係数 a_n^m，b_n^m が求められることから，これらの係数を(6.16)式に代入すれば，クラックの 3 次元方位分布が求められることになる．

6.3.2　花崗岩内のマイクロクラックの方位分布評価

(1)　マイクロクラックの可視化

マイクロクラックの可視化には，西山ら（1990）の手法を採用した．本手法は，蛍光剤を添加した樹脂（メチルメタアクリレート）を岩石試料に浸透・固化させた後，その切断面あるいは薄片を作成してから，紫外線を照射しながら CCD カメラで撮影するという手順を踏む．この手法で染色されたクラックは，岩石切り出し後に発生する 2 次クラックを含まない初生クラックであり，樹脂が浸透していることから，含浸した時には岩石表面となんらかの経路で連結していたことがわかる．そのため，これらの連結性を有するクラック群は，岩石の水理学的特性に直接関与するものである．なお，今回の解析ではマイクロクラックの存在形態に言及しないため，粒界・粒内・粒間のようなクラックの分類（陳ら，1997）はしていない．また，ヒールドクラックには樹脂が浸透しないため，その抽出はおこなっていない．

本研究では，石目に垂直にコアリングされた 3 種類の供試体から上述の手法でそれぞれ 1 枚ずつ薄片を作成し，マイクロクラックを可視化するとともにコンピュータに画像データ



(a) (b)

Fig. 6.7 An example of digital images of microcrack traces on surface of Inada granite. Scale: 3.2 mm side to side (and top to bottom): (a) original image obtained by microscopy under uv light with polished thinsection filled with fluorescent paint, and (b) gray scale image showing only blue channel from (a).

として取り込んだ．原画像は，1920×1035 画素の解像度をもつ RGB カラー画像である．まず，この画像の縦横比がマイクロクラックの分布の評価結果に影響を及ぼさないように画像サイズを 1035×1035 画素の正方形（実スケールで 3.2×3.2 mm^2）とし，この後のクラックトレースの自動抽出に十分な解像度（300×300 画素）に変更した．その画像の一例を Fig. 6.7 (a)に示す．これは X 面上で撮影された画像の一つで，この図において白っぽく発光しているのが蛍光剤の浸透した部分，すなわちマイクロクラックである．つぎに，青色チャンネルだけを分離したものが Fig. 6.7 (b)である．青色チャンネル分離後は，図のように 256 階調のグレースケール表示画像となっている．さらに，画像の濃淡を鮮明にするために，自動で輝度レベル調整をおこなった．このようにして得られる画像を 1 観測面 10 枚ずつ，合計で 30 枚用意した．一つの画像の面積は 3.2×3.2 mm^2 であるので，取り込んだ画像の総面積は 1 観測面につき 102.4 mm^2 で，合計 307.2 mm^2 である．ここで得られた画像がそのまま後述のマイクロクラックトレースの自動抽出に供される．なお，ここで取り扱っている画像は蛍光発光画像であるため，原画像の赤色・緑色両チャンネルには，クラックを識別可能な輝度差は認められなかった．

(2)　マイクロクラックトレースの自動抽出と 2 次元方位分布

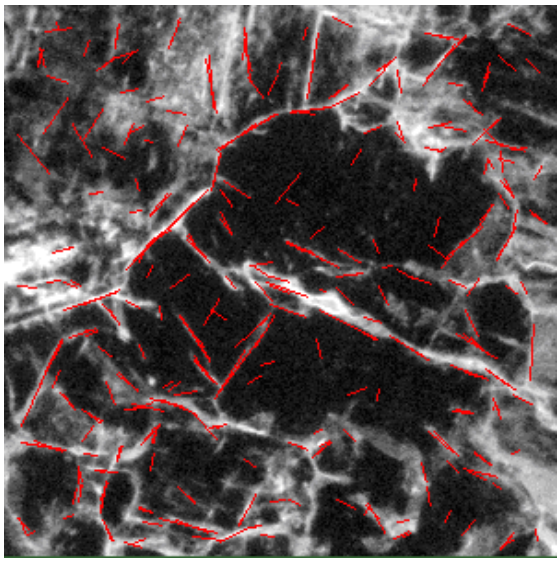


Fig. 6.8 Distribution of microcrack traces on surface of Inada granite extracted from Fig. 6.7 (b) by STA. Red line elements represent crack traces. Scale: 3.2 mm side to side (and top to bottom).

(1)で得られた画像上で可視化されたクラック群から線構造を抽出するために，本研究では線素追跡アルゴリズム（Segment Tracing Algorithm, STA）（Koike, et al., 1995）を採用した．STA は，衛星画像からリニアメントを抽出するために開発されたアルゴリズムであるが，本研究では，これをマイクロクラック抽出用に改良して使用した．改良点の一つは，今回用いた画像は衛星画像と違い太陽照射方向を考慮する必要がないため，その処理をはずした点である．

STA を適用するために，最初にすべての画像データを数値化した．ここで作成される数値画像データは，1 画素ごとに 0 から 255 までの輝度レベルの数値が与えられている．STA の適用結果の一例として，Fig. 6.7 (b)の画像から抽出されたマイクロクラックトレース分布を Fig. 6.8 に示す．赤色の線分が抽出されたクラックトレースである．STA により抽出されたクラックトレースの総数は，*X* 面，*Y* 面，*Z* 面上でそれぞれ 102.4 mm^2 の面積中に 4550 本，4506 本，4651 本であった．STA ではクラックトレースを直線分として抽出するため，湾曲したクラックトレースは分割されて抽出される傾向がある．しかしながら，マイクロクラックの方位分布を論じる場合には，その特徴は抽出できると考える．

STA を用いてマイクロクラックトレースを抽出した場合，トレースの両端点の座標が得られるので，それから個々のトレースの 2 次元方位が求められる．3 種類の供試体から薄片を作成しているので，それぞれクラックトレースの 2 次元方位分布を求めると Fig. 6.9 のよ

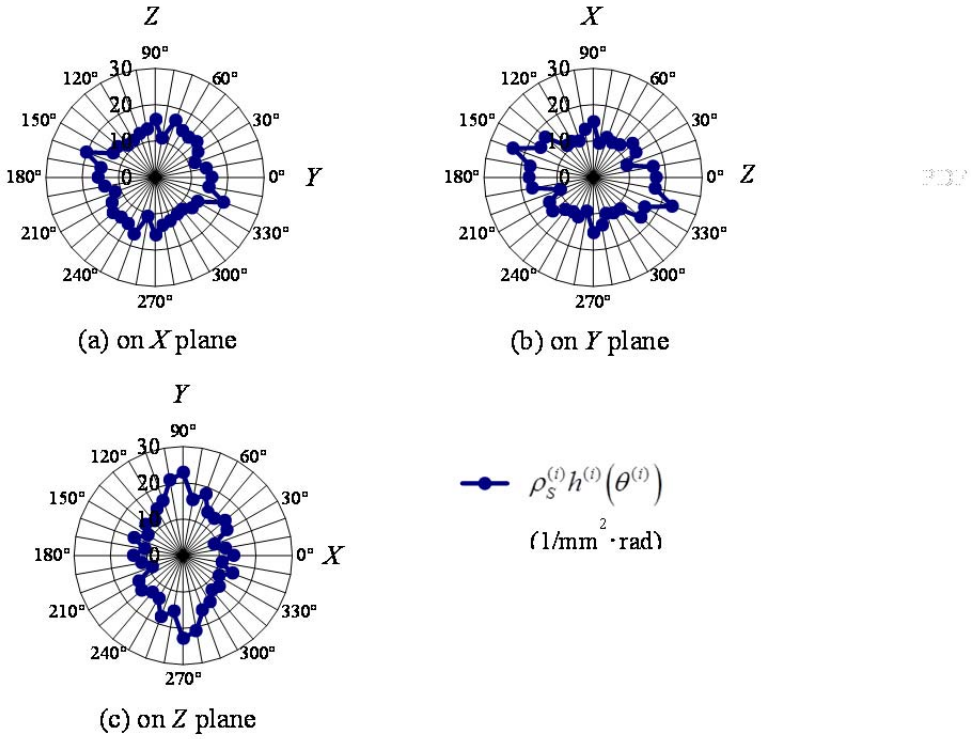


Fig. 6.9 Two-dimensional distribution of microcrack trace orientations on each surface of Inada granite.

うである．Fig. 6.9 (a)～(c)の半径方向の数値軸は，それぞれ $\rho_S^{(X)}h^{(X)}\left(\theta^{(X)}\right)$，$\rho_S^{(Y)}h^{(Y)}\left(\theta^{(Y)}\right)$，$\rho_S^{(Z)}h^{(Z)}\left(\theta^{(Z)}\right)$ の値を表す．実際に計算した方向は半円 18 方向であるが，V_P と同様，その原点対称性を考慮して図には全周方向に 36 点プロットしてある．X 面，Y 面，Z 面上における $\rho_S^{(i)}h^{(i)}\left(\theta^{(i)}\right)$ の最小値と最大値の比は，それぞれ 0.54，0.41，0.40 である．Fig. 6.9 (a)から，X 面上での $\rho_S^{(X)}h^{(X)}\left(\theta^{(X)}\right)$ の異方性は，他の面に比べると小さいことがわかるが，その中でも卓越した方向は Y 軸方向よりも 20°ずれた方向にある．Fig. 6.9 (b)からは，Y 面上での $\rho_S^{(Y)}h^{(Y)}\left(\theta^{(Y)}\right)$ に異方性が認められ，その卓越方向は Z 軸方向よりも 20°ずれて存在している．同様に Fig. 6.9 (c)からも，Z 面上における $\rho_S^{(Z)}h^{(Z)}\left(\theta^{(Z)}\right)$ の異方性が認められ，その卓越方向は Y 軸方向に一致して存在している．

(3)　マイクロクラックの 3 次元方位分布

岩石表面で観察されたマイクロクラックトレースの 2 次元方位分布を用いて, それに２．で示した手法を適用することにより，岩石内部のマイクロクラックの 3 次元方位分布を評価する．本研究では，(6.19)式において N_L=6 とした．その理由は，展開係数の次数が高くなるにつれ，展開係数の各次数に対するスペクトルの値が大幅に低下することが小池（1994）により確かめられているからである．そして，(6.23)式に K および h を代入することにより a を求めた．ただし，K の逆行列を求める際に，そのいくつかの列に従属関係が認められたため，その中でも高次の $A_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$ や $B_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$ を計算から除外した．(6.25)式から C=57.0（1/mm^2）と得られるため，このときの展開係数 a_n^m，b_n^m も求められる．展開係数の最大値は $a_0^0 = 0.159$ で, それ以外は絶対値が小数点第 2 位かそれ以下の値であった. 最終的に(6.16)式を用いて評価したマイクロクラックの 3 次元方位分布は Fig. 6.10 のようである．この図は，シュミットネットの上半球投影図である．また，Fig. 6.10 に表示されているのはクラックの法線ベクトルに関する確率密度関数 $f_N(\theta,\phi)$ である．この図から，マイクロクラックの法線ベクトルの卓越方向が X 軸方向より 10°～20°のずれをもっていることがわかる．そこでの $f_N(\theta,\phi)$ の最大値は 0.316 であった．すなわち，マイクロクラックの配向は X 面（rift 面）に沿ったものであるということである．次に卓越しているのは Z 軸方向であり，これは 2 番目に Z 面（hardway 面）上にクラックが配向していることを表す．Y 軸方向に関しては他の軸に比べて顕著な卓越が認められなかった．しかしながら，Y 軸方向と Z 軸方向での $f_N(\theta,\phi)$ の値は両者とも 0.2 前後であり，Y 面と Z 面上に沿って存在するクラックの密度に差があると結論づけるのは現段階では難しい.

6.3.3　マイクロクラックの方位分布から推定される透水テンソルの方向成分

(1)　き裂の確率分布に基づく透水テンソルの推定法

インタクトな結晶質岩の透水性は，マイクロクラックの分布に支配されている．とくに，透水異方性はマイクロクラックの配向性に依存している．Oda (1985)は，き裂分布の情報から透水テンソルを推定する方法を提案している．ここでは，Oda (1985)の方法に基づき，岩石内のマイクロクラックの方位分布から，結晶質岩の透水テンソルの方向成分を推定する方法について述べる．

6.3.1 節と同様に，ここでも円盤クラックモデルを採用し，マイクロクラックは方位 $\boldsymbol{n}$（円盤の法線ベクトル）と直径 r および開口幅 t という 3 つの確率変数で表されるものとする．クラックの中心位置は一様分布と仮定し，それゆえクラック密度 ρ（単位体積に含まれるクラックの中心点の数）は空間的に一定とする．

結晶質岩が均質な異方性き裂性媒体と仮定すると，その中を流れる流体はダルシーの法

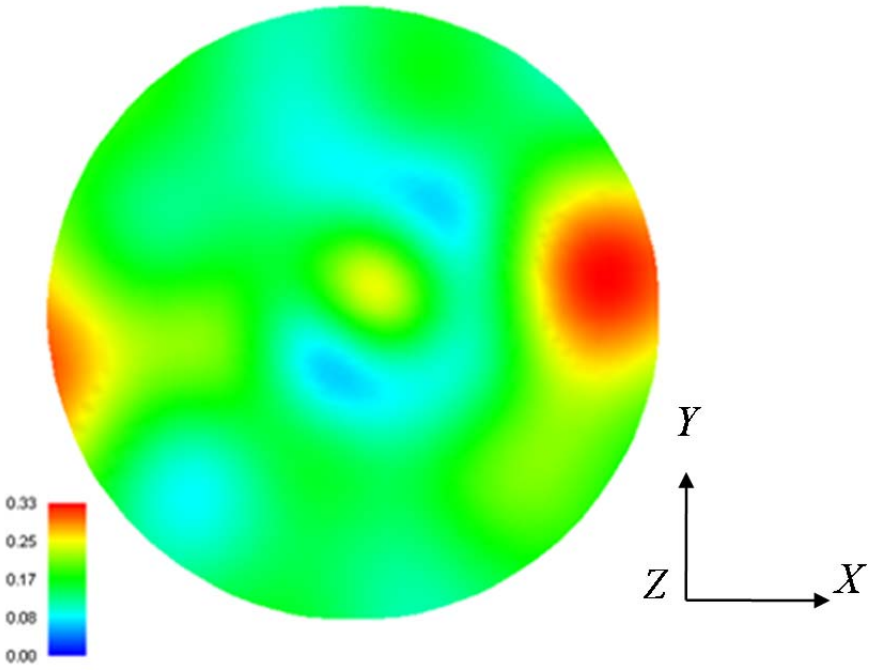


Fig. 6.10 Upper hemisphere projection of Schmidt's equal area nets showing three-dimensional distribution of microcrack orientations in Inada granite. Figures in the legend show values of $f_N(\theta,\phi)$.

則に従い，透水テンソル k_{ij} は次式で表される（Oda, 1985）.

$$k_{ij} = \lambda\left(P_{kk}\delta_{ij} - P_{ij}\right) \tag{6.26}$$

ここで，は λ は $0 \le \lambda \le 1/12$ を満足する無次元の係数であり，δ_{ij} はクロネッカーのデルタを表す．P_{ij} は次式で表される 2 階の対称テンソルである．

$$P_{ij} = \frac{\pi\rho}{4}\int_0^{r_m}\int_0^{t_m}\int_\Omega r^2 t^3 n_i n_j E(\mathbf{n}, r, t)\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}r\mathrm{d}t \tag{6.27}$$

ここで，$n_i = (\mathbf{n}\cdot e_i)$ であり，r_m と t_m はそれぞれ r と t,の最大値を表す．$E(\mathbf{n}, r, t)$は，方位ベクトルが単位ベクトル $\mathbf{n}$ 周りの微小立体角 $\mathrm{d}\Omega$ の中を向き，直径が r と r+dr の間に入り，開口幅が r と r+dr の間に入るようなクラックの確率密度関数である．もしもクラックの方位，直径，開口幅の確率分布が独立であるならば，クラックの密度関数は方位，直径，開口幅の周辺確率密度関数の積で表されることになる．

したがって，結晶質岩の透水異方性に関しては，マイクロクラックの 3 次元方位分布の確率密度関数 $f_N(\boldsymbol{n})$ を用いて定量化できる．透水テンソルと $f_N(\boldsymbol{n})$ との関係は次式のように書き表される．

$$k_{ij} \propto \delta_{ij} - \int_{\Omega} n_i n_j f_N(\boldsymbol{n}) \mathrm{d}\Omega \tag{6.28}$$

上式の右辺は，透水テンソルの方向成分を表している．

(2)　マイクロクラックの方位分布から推定される透水テンソルの方向成分

6.3.2 節で評価した稲田花崗岩の 3 次元方位分布の確率密度関数を(6.28)式に代入すると，次式のような透水テンソルの方向成分が得られる．

$$k_{ij} \propto \begin{pmatrix} 0.611 & -0.007 & -0.005 \\ -0.007 & 0.695 & 0.002 \\ -0.005 & 0.002 & 0.687 \end{pmatrix} \quad (i, j = X, Y, Z) \tag{6.29}$$

このテンソルは，おおよそ透水性の直交異方性を示している．この異方性は，(6.2)式に示した透水試験結果のそれともほぼ対応する結果を示している．すなわち，透水性の異方的な性質は，岩石内のマイクロクラックの方位分布と密接な関係があると言える．

6.4　結　言

トランジェントパルス法を用いて稲田花崗岩の水理定数を高精度に評価した．とくに，花崗岩の透水異方性に注目し，弾性波速度の異方性や岩石内マイクロクラックの方位分布の評価を実施して検討をおこなった．本章で得られた知見は以下のようである．

(1)　稲田花崗岩を供試体として，トランジェントパルス法により高精度な透水試験を実施することができた．間隙圧を 1 MPa 一定とし，封圧を 2〜10 MPa として透水試験をおこなった結果，透水係数の封圧依存性が確認された．

(2)　直交 3 方向の供試体の透水試験の結果から，稲田花崗岩の透水異方性を実験的に明らかにした．封圧 2 MPa，間隙圧 1 MPa の条件下において，得られた透水係数テンソルは次式のようであった．

$$K_{ij} = 10^{-11}\begin{pmatrix} 1.00 & * & * \\ * & 1.65 & * \\ * & * & 1.11 \end{pmatrix} \text{ (m/s)} \quad (i, j = X, Y, Z) \tag{6.2}$$

(3) 稲田花崗岩の透水異方性は，rift 面，grain 面，hardway 面と呼ばれる石目（力学的弱面）と調和的であり，弱面に沿って水が浸透しやすいことがわかった．

(4) 稲田花崗岩の透水異方性は，次式で表される P 波速度の異方性と調和的であった．

$$\boldsymbol{V}_P = \begin{pmatrix} 3.68 \\ 4.41 \\ 4.15 \end{pmatrix} \text{ (km/s)} \tag{6.1}$$

(5) 稲田花崗岩の直交 3 面の顕微鏡観察画像から，マイクロクラックを抽出し，ステレオロジー（計量形態学）を用いて，その 3 次元方位分布を評価することに成功した．

(6) 花崗岩内部のマイクロクラックは，rift 面にほぼ平行で，10°～20°のずれをもって配向していること，grain 面と hardway 面の比較においては明瞭な差異は認められないこと，岩石内部を伝播する P 波速度の異方性は岩石内部のマイクロクラックの方位分布と調和的であることがわかった．

(7) マイクロクラックの 3 次元方位分布のデータを用いて，稲田花崗岩の透水テンソルの方向成分を計算した結果，次式が得られた．

$$k_{ij} \propto \begin{pmatrix} 0.611 & -0.007 & -0.005 \\ -0.007 & 0.695 & 0.002 \\ -0.005 & 0.002 & 0.687 \end{pmatrix} \quad (i, j = X, Y, Z) \tag{6.29}$$

(8) 透水試験で得られた稲田花崗岩の透水異方性は，マイクロクラックの 3 次元方位分布から推定された透水テンソルの方向成分とほぼ対応する結果を示した．

参考文献

陳友晴，西山孝，喜多治之，佐藤稔紀（1997）：微小クラックの分類による稲田花崗岩と栗橋花崗閃緑岩の力学的弱面について，応用地質，Vol. **38** (4), pp. 196–204.

Douglass, P. M. and Voight, B. (1969): Anisotropy of granites: a reflection of microscopic fabric, *Géotechnique*, Vol. **19** (3), pp. 376–398.

Friedman, M. and Bur, T. R. (1974): Investigations of the relations among residual strain, fabric, fracture and ultrasonic attenuation and velocity in rocks, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **11**, pp. 221–234.

Kachanov, M. L. (1982): A microcrack model of rock inelasticity, part 1: frictional sliding on microcracks, *Mechanics of Materials*, Vol. **1**, pp. 19–27.

金子勝比古，村田健司，柴拓海，大見美智人（1987）：花崗岩の弾性率とその評価—岩盤の変形性の評価法に関する基礎的研究（第 2 報）—，*Journal of MMIJ* (日本鉱業会誌), Vol. **103** (1), pp. 9–15.

金子勝比古，柴拓海，大見美智人（1988）：クラック理論に基づく岩盤のヤング率の評価—岩盤の変形性の評価法に関する基礎的研究（第 3 報）—，*Journal of MMIJ* (日本鉱業会誌), Vol. **104** (12), pp. 863–869.

金子勝比古，柴拓海，尾原祐三，大見美智人（1985）：岩盤の変形性に関する理論的研究—岩盤の変形性の評価法に関する基礎的研究（第 1 報）—，*Journal of MMIJ* (日本鉱業会誌), Vol. **101** (11), pp. 699–705.

経済産業省資源エネルギー庁電力・ガス事業部放射性廃棄物等対策室（2013）：諸外国における高レベル放射性廃棄物の処分について，http://www2.rwmc.or.jp/publications:hlwkj2013 .

Kiyama, T., Kita, H., Ishijima, Y., Yanagidani, T., Aoki, K., and Sato, T. (1996): Permeability in anisotropic granite under hydrostatic compression and triaxial compression including post-failure region, *Rock Mechanics Tools and Techniques, Proceedings of 2nd NARMS'96, Montréal*, Balkema, Rotterdam, Vol. **2**, pp. 1643–1650.

小池克明（1994）：数理地質学的手法による地盤・岩盤構造の特徴抽出とその工学的応用に関する研究，京都大学博士論文，pp. 165–170.

Koike, K., Nagano, S., and Ohmi, M. (1995): Lineament analysis of satellite images using a segment tracing algorithm (STA), *Computers & Geosciences*, Vol. **21** (9), pp. 1091–1104.

Kranz, R. L. (1983): Microcracks in rocks: A review, *Tectonophysics*, Vol. 100, pp. 449–480.

工藤洋三，橋本堅一，佐野修，中川浩二（1986a）：花崗岩の力学的異方性と岩石組織欠陥の分布，土木学会論文集，第 370 号／Ⅲ-5, pp. 189–198.

工藤洋三，橋本堅一，佐野修，中川浩二（1986b）：石工の経験則と花崗岩の力学的性質，土と基礎，Vol. **34** (8), pp. 47–51.

工藤洋三，橋本堅一，佐野修，中川浩二（1987）：瀬戸内地方の採石場における花崗岩質岩石の異方性，土木学会論文集，第 382 号／Ⅲ-7, pp. 45–53.

西山孝，楠田啓，北川元紀（1990）：蛍光剤を添加した樹脂による微小割れ目の視覚化と自動抽出，*Journal of MMIJ* (資源と素材), Vol. **106** (10), pp. 573–579.

野口義文，飯島章夫，中村直昭，小池克明，金子勝比古（1991）：岩盤亀裂群の計測とモデ

リング，*Journal of MMIJ* (資源と素材), Vol. **107** (7), pp. 428–433.

Oda, M. (1982): Fabric tensor for discontinuous geological materials, *Soils and Foundations*, Vol. **22** (4), pp. 96–108.

Oda, M. (1983): A method for evaluating the effect of crack geometry on the mechanical behavior of cracked rock masses, *Mechanics of Materials*, Vol. **2**, pp. 163–171.

Oda, M. (1984): Similarity rule of crack geometry in statistically homogeneous rock masses, *Mechanics of Materials*, Vol. **3**, pp. 119–129.

Oda, M., Hatsuyama, Y., and Ohnishi, Y. (1987): Numerical experiments on permeability tensor and its application to jointed granite at Stripa mine, Sweden, *Journal of Geophysical Research*, Vol. **92** (B8), pp. 8037–8048, doi:10.1029/JB092iB08p08037.

Oda, M., Yamabe, T., and Kamemura, K. (1986): A crack tensor and its relation to wave velocity anisotropy in jointed rock masses, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **23**, pp. 387–397.

Osborne, F. F. (1935): Rift, grain, and hardway in some pre-Cambrian granites, Quebec, *Economic Geology*, Vol. **30**, pp. 540–551.

Priest, S. D. and Hudson, J. A. (1981): Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. **18**, pp. 183–197.

佐野修，工藤洋三，水田義明，中川浩二（1988）：花崗岩の異方性を考慮した変形・破壊特性に関する研究，土木学会論文集，第 400 号／Ⅲ-10, pp. 179–188.

Thill, R. E., Bur, T. R., and Steckley, R. C. (1973): Velocity anisotropy in dry and saturated rock spheres and its relation to rock fabric, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol.**10**, pp. 535–557.

第 7 章　泥岩の水理・圧密特性

7.1　緒　言

わが国では，幌延深地層研究センター（北海道天塩郡幌延町）において，堆積岩を対象とした高レベル放射性廃棄物の地層処分研究がおこなわれている．海外においては，粘土層を対象として，フランスやスイスにおいて地層処分研究がおこなわれている（経産省資源エネルギー庁，2013）．フィールドスケールで地層の透水性を考える場合，水路となるき裂の存在が重要となる．しかしながら，堆積岩は結晶質岩に比べて鉱物部分の剛性が低いため，ある程度の深度であればき裂の閉塞が期待できる．また，粘土を含む場合には膨潤などによる自己閉塞作用を積極的に利用することも考えられる．このような場合，放射性廃棄物の地層処分後の放射性核種の長期挙動を把握するには，堆積岩の実質部の透水性を正確に知っておく必要がある．

近年，地球温暖化を抑止するため，温室効果ガスの二酸化炭素の分離回収・貯留（CCS）技術の研究が進められている．現在，二酸化炭素の貯留方法として有力な候補に挙がっているのが地中貯留である．地中貯留のターゲットと目されているのは炭層や帯水層であり，そこでの吸着や溶解などの作用が有効に機能することが期待されている．もしもそこから二酸化炭素が漏えいした場合を想定すると，その上部にキャップロックの存在していることが望ましい．二酸化炭素の地中貯留後の挙動を把握するためには，このキャップロックの遮蔽性を知っておく必要がある．

地熱開発に伴う地熱貯留層の挙動を評価する場合でも，その貯留層の上部にあるキャップロック（帽岩）の形態によって，貯留層の挙動が違ってくる．とくに，蒸気卓越型地熱貯留層の場合には，キャップロックの形態に基づく生産と涵養の計画の立案が重要となる．また，石油貯留層（油層）においても，油層自体の透水構造の評価に加えてキャップロックの透水性を把握しておくことも求められる．したがって，キャップロックとなっている堆積岩の透水性（透過性）の評価は重要である．

堆積岩の水理特性は，応力変化や変形により大きく変化する．透水性は空隙の形状や連結性の変化に敏感であり，比貯留率は空隙率に依存している．堆積岩は結晶質岩に比べて剛性が低いので，同じ応力をかけたとしても変形は大きくなる．このとき，空隙体積も比較的大きく変化するので，飽和した堆積岩の場合には間隙流体の移動量や貯留量の変化も比較的大きくなる．したがって，間隙流体の挙動と変形挙動とを関連付けられれば，上述の放射性廃棄物の地層処分や二酸化炭素の地中貯留あるいは地熱開発や石油の採掘において，原位置計測データから有用な情報を引き出すこともできる（David and Le Ravalec-Dupin,

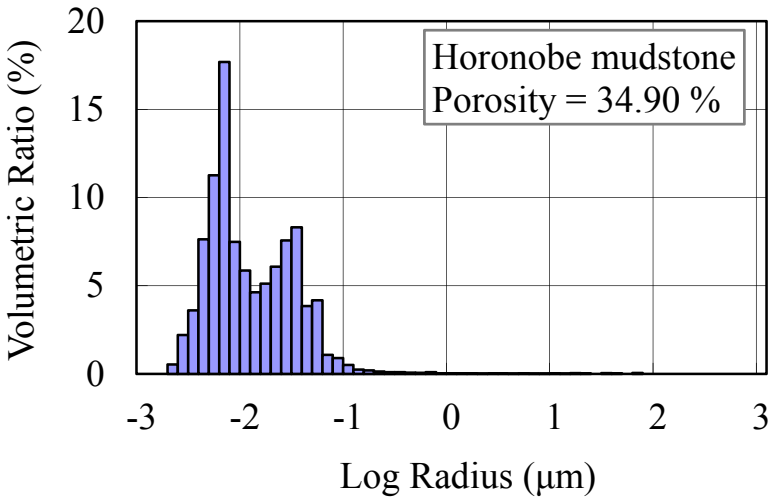


Fig. 7.1 Pore size distribution of Horonobe mudstone obtained using mercury porosimetry.

2007）.

本章では，堆積岩の中でも高空隙率で（Fig. 7.1）低透水性の泥岩を取り上げる．ここでは，堆積岩の水理特性だけを取り上げるのではなく，間隙水の挙動に関連のある変形挙動にも注目し，両者を合わせた圧密特性についても検討する．泥岩の圧密挙動の評価のために，応力とひずみ，間隙圧，排水量を計測・制御した三軸圧縮試験を実施した．圧密挙動の解析では, 岩石の骨格構造が線形弾性体として振る舞うと仮定した線形多孔弾性論（Wang, 2000）に基づき種々の解析解を導出し，実験データを検討した.

7.2 泥岩の水理特性

7.2.1 水理定数の封圧依存性

(1) 供試体

供試体には，幌延深地層研究センターで研究対象となっている幌延泥岩のボーリングコアを用いた．泥岩のような堆積岩の場合，その力学的性質や水理学的性質は層理面の存在により異方性を示す．そのため，供試体としては，ボーリングコアの軸方向と，可能であ

Table 7.1 List of specimens used in permeability test.

Specimen	HDB1H	HDB1V	HDB2H	HDB2V	HDB3V	HDB4V
Bore hole	HDB-1	HDB-1	HDB-2	HDB-2	HDB-3	HDB-4
Depth (m)	390-391	387-388	417-418	416-417	388	374
Formation	Wakkanai formation	Wakkanai formation	Wakkanai formation	Wakkanai formation	Wakkanai formation	Wakkanai formation
Rock type	Hard mudstone	Hard mudstone	Hard shale	Hard shale	Hard mudstone	Hard shale
Axial direction	Parallel to formation	Normal to formation	Parallel to formation	Normal to formation	Normal to formation	Normal to formation
Height (cm)	2.5	2.5	2.5	2.5	5.0	5.0
Diameter (cm)	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
Weight (g)	91.63	92.78	94.98	92.98	170.13	187.56

ればそれに垂直な方向にコアリングし，円柱形に整形した．コアの状態やコアリングの方向に規制されて，供試体の高さには二通りある．実験に用いた供試体のボーリング孔と深度，地層，岩種，軸方向，サイズ，重量を Table 7.1 に示す．

(2)　実験方法と実験装置

幌延泥岩は低透水性であるため，第 4 章と同様，透水試験法としてはトランジェントパルス法を用いた．試験装置も Fig. 4.2 と同じものを使用した．封圧条件としては 2～30 MPa の間に設定し，間隙圧を 1 MPa で一定とした．パルス圧は，間隙圧ならびに有効封圧を大きく変化させないよう約 10 kPa とした．

透水試験をおこなう前に，第 3，4，6 章と同様に，透水試験装置の圧縮貯留量を実験的に評価した．ここで，装置の圧縮貯留量とは，貯留槽・配管類およびその内部にある水を含めた系全体の圧縮貯留量を意味する（圧縮貯留量＝圧縮率×系全体の容積）．圧縮貯留量は，封圧を変化させて数回試験をおこない，その平均から求めた．透水試験では間隙水圧を 1MPa としているので，この間隙水圧に対応する上流側貯留系の圧縮貯留量は 5.53×10^{-9} m^2 であった．また，三軸圧縮試験においても装置の圧縮貯留量が必要となる．そこで，間隙圧が 100kPa, 500kPa, 2MPa, 3MPa, 4MPa における装置の圧縮貯留量を評価したところ，それぞれ 1.25×10^{-8} m^2, 1.15×10^{-8} m^2, 1.03×10^{-8} m^2, 1.02×10^{-8} m^2, 1.00×10^{-8} m^2 であった．

(3)　透水試験結果

Table 7.1 に記載した幌延泥岩（HDB1H，HDB1V，HDB2H，HDB2V，HDB3V，HDB4V）を用いてトランジェントパルス試験を実施した．得られた水理定数は Fig. 7.2 と Fig. 7.3 の

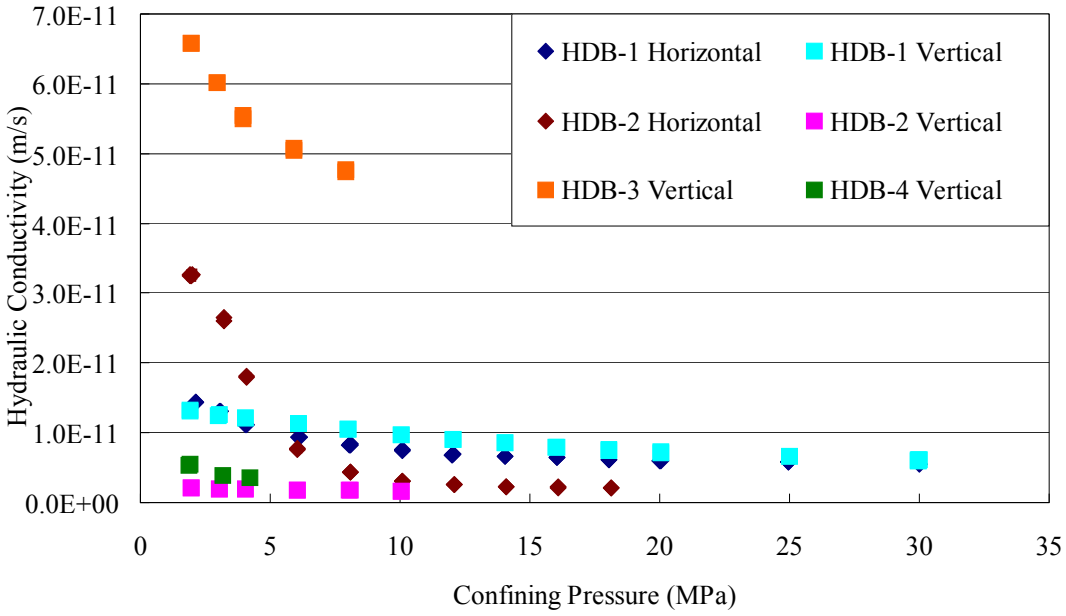


Fig. 7.2 Hydraulic conductivity of Horonobe mudstone.

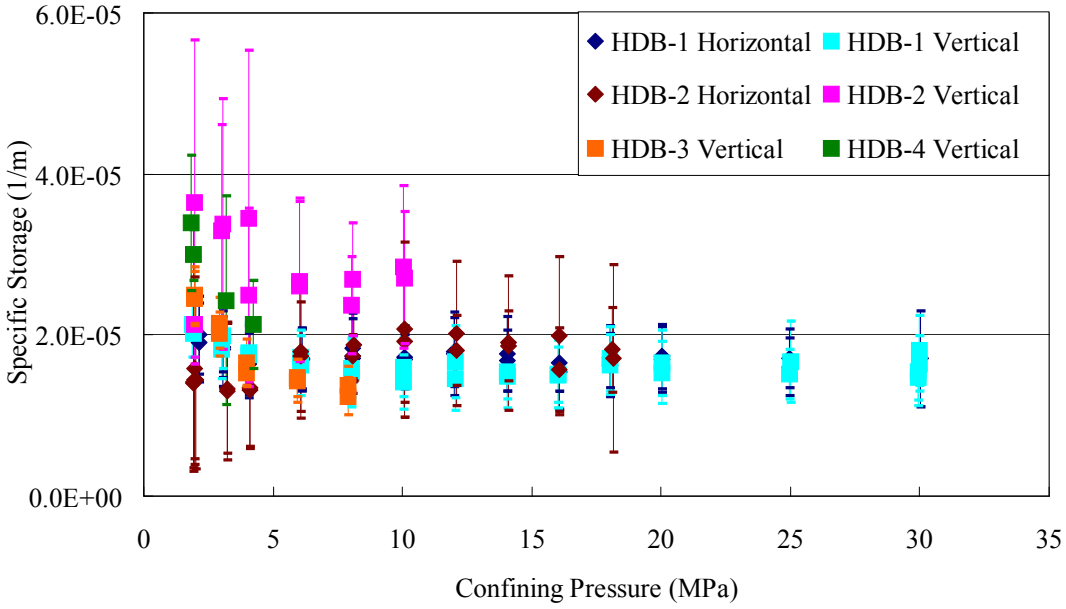


Fig. 7.3 Specific storage of Horonobe mudstone .

ようである．Fig. 7.2 に示した透水係数に関しては，どの供試体についても封圧への依存性が見て取れる．Fig. 7.3 に示した比貯留率については，供試体 HDB3V と HDB4V に関して

封圧依存性が確認できる．なお，Fig. 7.2 と Fig. 7.3 にはともにエラーバーを表示している．ただし，透水係数のエラーバーはプロットに隠れるほど短いものである．一方で，比貯留率のエラーバーはかなり大きい．このエラーバーの長さから，透水試験において，透水係数に関しては高い精度で求まっているが，それに比べて比貯留率に関しては精度が低いということがわかる．

7.2.2　原位置での泥岩の遮水性

(1)　室内透水試験結果と原位置水理試験結果との比較

幌延泥岩実質部の室内透水試験結果と幌延町で実施されたボーリング孔を利用した原位置水理試験の結果（JAEA, 2004）を比較する（Fig. 7.4）．なお，透水係数の比較のため，図の横軸には有効封圧をとっている．室内試験については，実験時の圧力条件から有効封圧を計算している．原位置試験については，試験を実施したボーリング深度とそのボーリング孔における地下水位を考慮して有効封圧を算出した．なお，原位置水理試験においては複数の手法が試行され，手法ごとに得られた透水係数にも違いが表れていたので，Fig. 7.4 にはそのまま幅をもった値として描いてある．

Fig. 7.4 から，低有効封圧側では，原位置水理試験で得られた透水係数が室内試験で得られた透水係数よりも 1〜5 オーダー大きな値を示している．一方，データは少なくなるが，有効封圧で 5 MPa を超えたあたりでは，原位置試験と室内試験で同じオーダーの値を示すものも表れている．ボーリングコアの観察から，声問層から稚内層にかけて広くき裂が発達していることが確認されているが，この原位置での透水性の有効封圧依存性は，深度が増すにつれ地圧によりき裂が閉合していることを示唆していると考えられる．そこで，封圧の増加に伴う幌延泥岩のき裂の閉合挙動の観察をおこなった．

(2)　泥岩のき裂の閉合挙動

封圧の増加に伴う幌延泥岩のき裂の閉合挙動を観察するために，次のような X 線 CT 撮影をおこなった．まず，X 線 CT 撮影用の小型の圧力容器（Fig. 7.5）を製作した．この圧力容器は, X 線が透過する中央部にエンジニアリングプラスティックの内筒とカーボンファイバー樹脂の外筒をもち，その上下をステンレススチール（SUS316）の圧力フランジではさみ込んでいる．X 線が透過する中央部にカーボンファイバー樹脂を用いたのは，X 線の著しい減衰を引き起こすことなく，強度補強をするためである．試料の拘束圧は，上部のフランジ部に設けられたステンレスチューブおよび小型ニードルバルブを通して外部のポンプから供給される水でかけられる．なお，この圧力容器の耐圧は設計上 100 MPa である．Fig. 7.5 において黒く写っているカーボンファイバー樹脂部の高さは 40 mm, 内径は 20 mm である．

観察用の試料は, 直径 5 mm の棒状に整形した幌延泥岩を軸方向に人工的に割裂したものである．この人工き裂の開口幅は約 0.1 mm であった．この棒状試料にマニキュア塗料を塗

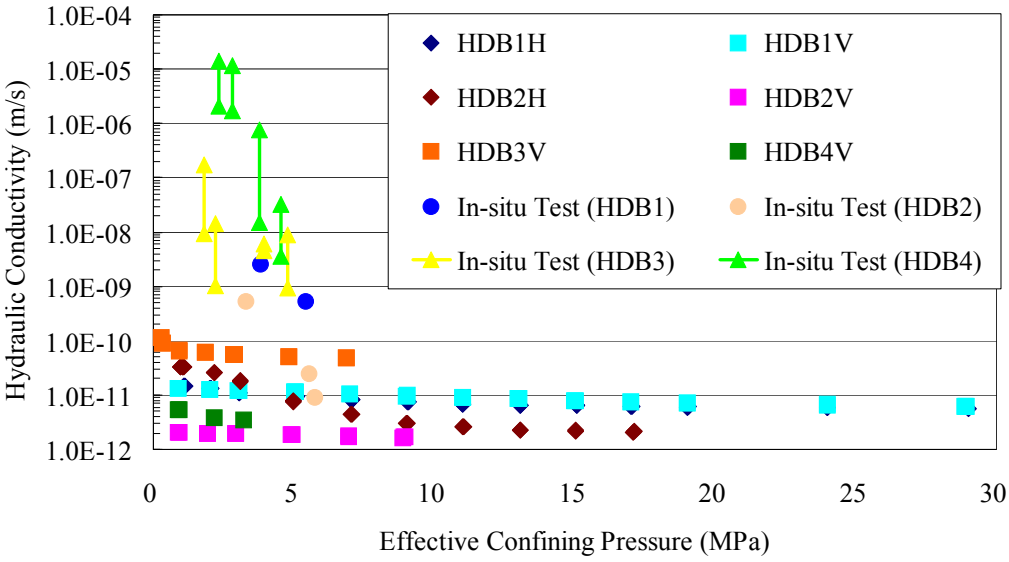


Fig. 7.4 Comparison of hydraulic conductivities obtained from laboratory tests and in-situ tests (JAEA, 2004) with effective confining pressure.

布して十分乾燥させ，封圧媒体が浸潤しないようにしている．この試料を小型圧力容器に入れ，封圧媒体の水で満たし，最初は負荷をかけず，大気圧下で CT 撮影をおこなった（Fig. 7.6 (a)）．つぎに，圧力容器に 5 MPa の封圧をかけてから，前回と位置を合わせて，同じ条件で撮影を実施した（Fig. 7.6 (b)）．

Fig. 7.6 の(a)と(b)を比較すると，(b)のほうが明らかにき裂が閉合していることがわかる．き裂の透水性が開口幅の 3 乗に比例し，また連結性に強く影響を受けることを考えると，このようにはっきりとしたき裂の閉合は，透水性を大きく減少させると考えられる．封圧 5 MPa ということは，幌延泥岩の密度と地下水の有無を考慮し，有効応力で考えると，深度 200～500 m の地圧環境である．この程度の深さであれば，泥岩層においては巨視的なき裂は閉じていて，泥岩実質部と同程度の低透水性の状況になっていると考えられる．すなわち，泥岩実質部と同程度の遮水性が期待できると言える．

7.3 泥岩の圧密特性

泥岩は，花崗岩に比べて空隙率が大きく，剛性が低いという特徴をもつ．すなわち，泥岩のほうが間隙流体の貯留に富み，変形しやすいと言うことができる．そこで，泥岩につ



Fig. 7.5 Pressure vessel for mirofocus X-ray CT scanning.

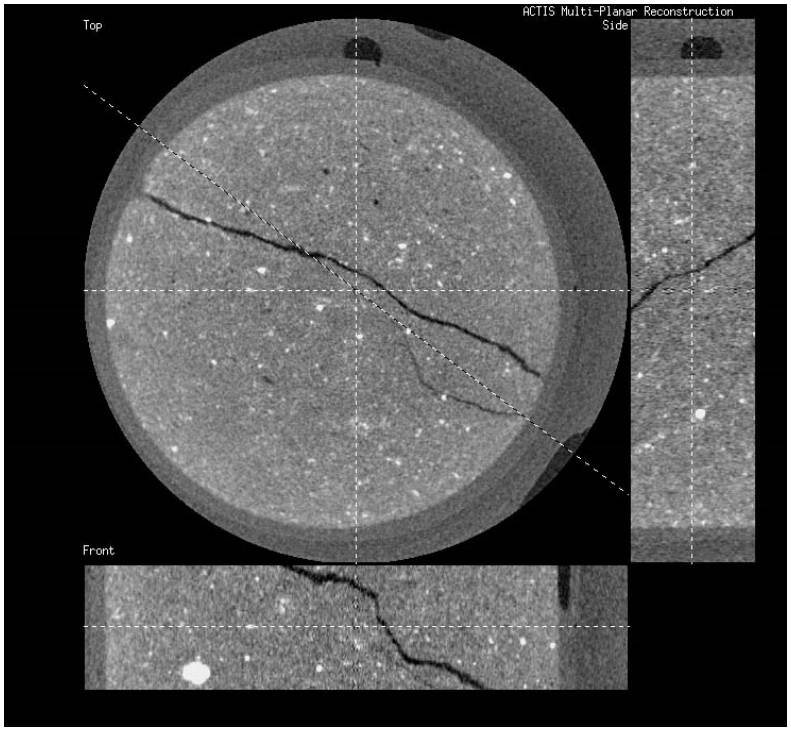
いては，圧密挙動として変形挙動と間隙流体挙動を同時に取り扱うこととし，特に流体挙動に注目して理論を整理し，それを実験的に検討する．

7.3.1　多孔弾性論

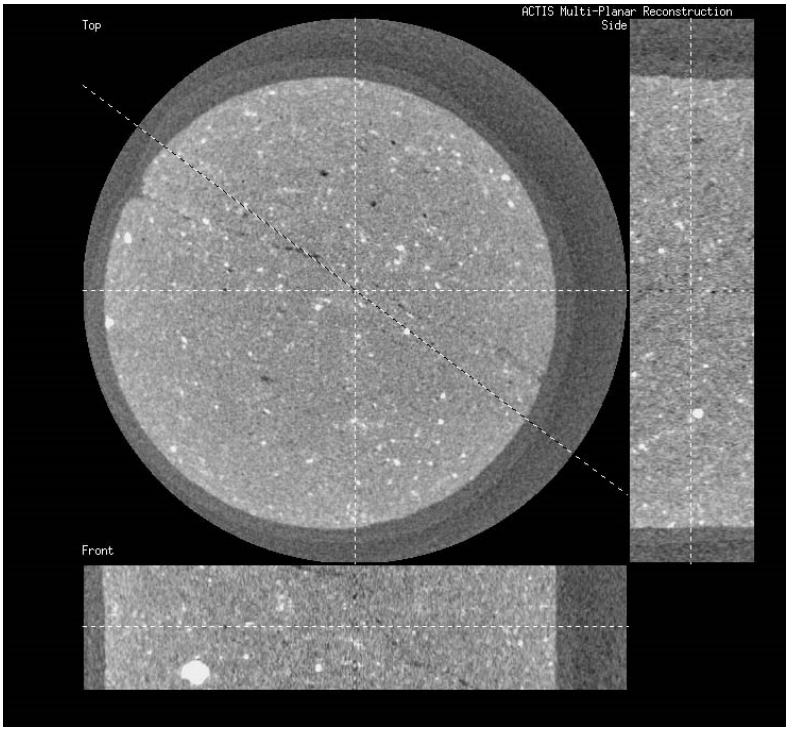
本節では，まず多孔弾性体の構成関係について簡単に説明し，それから三軸圧縮試験における供試体の変形と間隙流体の挙動に関する理論について述べる．

通常の弾性論における弾性体の構成式は，応力テンソル σ_{ij} とひずみテンソル ε_{ij} の関係を表したものである．一方，多孔弾性体を取り扱う多孔弾性論においては，応力テンソルとひずみテンソルに加えて，間隙内の流体の作用を考慮するために間隙圧 p と間隙流体の体積増分 ζ という二つのスカラー量を導入する必要がある．それゆえ，均質等方多孔弾性体に関しては，次のような構成式が与えられる（Wang, 2000）．

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G}\left[\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right] + \frac{1}{3H}p\delta_{ij} \tag{7.1}$$



(a) atm.



(b) 5 MPa

Fig. 7.6 Top, front, and side views showing closure of a fracture within Horonobe mudstone with increase of confining pressure from (a) atmospheric pressure to (b) 5 MPa observed by X-ray CT. The diameter of specimen is 5 mm and fracture aperture is about 0.1 mm at atmospheric pressure.

$$\zeta = \frac{1}{3H}\sigma_{kk} + \frac{1}{R}p \tag{7.2}$$

ただし，G は剛性率，ν は排水条件でのポアソン比，δ_{ij} はクロネッカーのデルタである．ここで，テンソルの添字が等しい場合は，総和規約に従うものとする．それから，多孔弾性定数として，多孔弾性膨張係数（poroelastic expansion coefficient）$1/H$ と Biot の係数（Biot's coefficient）$1/R$ が使用されている．多孔弾性定数の定義は付録 A4 を参照されたい．

なお，応力 σ_{ij} は構造骨格に作用するもので引張が正（圧縮が負），ひずみ ε_{ij} も骨格に関するものであり膨張が正(収縮が負)，間隙圧 p は間隙内流体圧力でありゲージ圧として扱い，間隙流体の体積増分 ζ は単位体積の多孔体内の間隙流体の体積増加量と定義され，多孔体への流入が正（流出が負）である．

等方応力場においては，三つの多孔弾性定数－例えば，排水状態での体積圧縮率 C，Biot-Willis の係数 α，Skempton の係数 B－が体積変形に対する線形多孔弾性的な応答を完全に特徴づけている．すなわち，多孔弾性定数のいずれか三つがわかれば，残りの多孔弾性定数も決定されるということである．さらに，独立定数である剛性率 G や排水・非排水条件下でのポアソン比 ν，ν_u がわかれば，せん断応力が存在する場合の完全多孔弾性構成方程式が得られる．

7.3.2　変形試験法の理論

本節では，三軸圧縮試験における供試体の変形と間隙流体の挙動に関する理論について述べる．供試体の変形と間隙流体の挙動は互いに影響を及ぼす関係にあり，両者を完全に分離して考えることはできない．両者はいわゆる「連成関係」にあり，本研究においてもそのような取り扱いが求められている．ここでは，間隙流体の拡散挙動に基づき，三軸圧縮試験における間隙流体の挙動そのものと供試体の変形の経時変化についての解析解を導き出す．

本試験の条件としては，大きく分けて 2 通りある．一つは，供試体の境界において間隙圧が一定の条件の下，応力状態を変化させる方法で，もう一つは，応力状態が一定の条件の下，供試体の境界における間隙圧を変化させる方法である．それぞれの方法に対して，任意の方向の変位を制御することもオプションとして可能である．

三軸圧縮試験は間隙水ラインの上流側と下流側を分離することなく実施するので，供試体内の軸方向 1 次元浸透流を仮定した場合，応力状態および供試体端面境界における間隙圧いずれを変化させたときでも，供試体内での間隙水の水頭や体積増分の分布は供試体の中心位置で対称になっている．そのため，以下では，供試体の座標軸の原点を供試体の中心にとる．

また，本試験では差圧が発生しない．さらに，当然のことながら，供試体内の圧力を計測することもできない．そのため，本研究では供試体からの水の出入りに注目した．これは，供試体からの間隙水の流出入量を高精度に測定できれば有効な手段となる．

そこで，次式で表される水頭拡散方程式を基礎式として，供試体からの間隙水の流出入量の経時変化に関する解析解を導出することにする．

$$\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{K}{S'}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=0,\quad -l<x<l,\quad t>0 \tag{7.3}$$

(1) 応力変化条件（軸圧および封圧変化条件）

応力を変化させたとき，多孔弾性論的に考えると，その直後は間隙圧が平均応力の B 倍変化することになる．それを初期条件として，考慮すべき初期・境界条件を記述すると以下のようになる．

初期条件： $h(x,0)=H=\dfrac{B\sigma_{kk}}{3\rho_f g},\ -l<x<l$ (7.4)

境界条件： $h(-l,t)=h(l,t)=0,\quad t\geq 0$ (7.5)

この初期・境界条件で微分方程式を解くと，次の解析解が得られる．

$$\frac{h(x,t)}{H}=4\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)\pi}\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha\right]\cos\left[(2n+1)\pi\xi\right] \tag{7.6}$$

ここで，

$$\alpha_t=\frac{Kt}{4l^2S'},\quad \xi=\frac{x}{2l} \tag{7.7}$$

である．

つぎに，ある時刻 t における供試体の片端面（$x=l$）からの間隙水の流量 $Q_{x=l}(t)$を考える．式(7.7)にダルシーの法則を適用すれば，次式が得られる．

$$Q_{x=l}(t)=-KA\left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=l}=\frac{4HKA}{2l}\sum_{n=0}^{\infty}\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha_t\right] \tag{7.8}$$

したがって，これを積分してやることにより，時刻 t における供試体の片端面からの間隙水の流出体積 $V_{\mathrm{dis};x=l}(t)$の式が得られる．

$$V_{\mathrm{dis};x=l}(t)=\int_0^t Q_{x=l}(t')dt'=8HS'Al\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2\pi^2}\left\{1-\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha_t\right]\right\} \tag{7.9}$$

これを 2 倍にすれば，供試体の両端面からの間隙水の流出体積ということになる．ちなみに，試験後十分時間が経過した後の間隙水の総流出量は，次のように与えられる．

$$V_{dis}^{both}=2V_{\mathrm{dis;x=l}}(\infty)=2\int_0^{\infty}Q_{x=l}(t')dt'=2HS'Al \tag{7.10}$$

この結果については，比貯留率の定義からも正しいことが確認できる．

つぎに，供試体の変形について考える．供試体に瞬時に応力を載荷すると，その供試体の変形は，最初に負荷された応力によるものが表れ，その後，間隙水の拡散に伴い変形が徐々に進行する．前者の変形は，非排水状態における変形とみなすことができ，後者の変形は非排水状態から排水状態に移行するまでの過渡的な変形挙動とみることができる．そして，最終的には排水状態での変形に落ち着くことになる．

この考え方に基づき，供試体の平均体積ひずみの経時変化の式を導くと以下のようになる．

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\mathrm{vol}}(t)&=\frac{C_u\sigma_{kk}}{3}+\frac{B}{Al}V_{dis,x=l}(t)=\frac{C_u\sigma_{kk}}{3}+8BS'H\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2\pi^2}\left\{1-\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha_t\right]\right\}\\&=\frac{C\sigma_{kk}}{3}\left[1-\alpha B+8\alpha B\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2\pi^2}\left\{1-\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha_t\right]\right\}\right]\end{aligned} \tag{7.11}$$

確認のため，上式に t=0 と t=∞を代入すると，以下のようにそれぞれ非排水条件および排水条件での体積ひずみの定義式が得られる．

$$\varepsilon_{\mathrm{vol}}(0)=\frac{C_u\sigma_{kk}}{3} \tag{7.12}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{vol}}(\infty)=\frac{C\sigma_{kk}}{3} \tag{7.13}$$

(2)　間隙圧変化条件

供試体両端面境界の間隙圧を変化させたときは，多孔弾性論的に考えると，封圧変化条件の逆の動きをすると考えてよい．前節同様，初期・境界条件を記述すると以下のようになる．

初期条件： $h(x,0)=0,\ -l<x<l$ (7.14)

境界条件： $h(-l,t)=h(l,t)=H,\quad t\geq 0$ (7.15)

この初期・境界条件を用いて水頭拡散方程式を解くと，次の解析解が得られる．

$$\frac{h(x,t)}{H}=1-4\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)\pi}\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha\right]\cos\left[(2n+1)\pi\xi\right] \tag{7.16}$$

ここで，α_t と ξ は式(7.7)と同じ定義である．

つぎに，ある時刻 t における供試体の片端面（$x=l$）からの間隙水の流量 $Q_{x=l}(t)$ を考える．上式にダルシーの法則を適用すれば，次式が得られる．

$$Q_{x=l}(t)=-KA\left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=l}=-\frac{4HKA}{2l}\sum_{n=0}^{\infty}\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha\right] \tag{7.17}$$

上式は，見てわかるとおり，式(7.8)の符号を反対にしたものである．すなわち，当然のことであるが，間隙圧が上昇すれば供試体へ水が流入し，間隙圧が減少すれば供試体から水が流出することを意味している．したがって，前節同様にこれを積分してやることにより，時刻 t における供試体の片端面からの間隙水の流出体積 $V_{\mathrm{dis};x=l}(t)$ の式が得られる．

$$V_{\mathrm{dis};x=l}(t)=\int_0^t Q_{x=l}(t')dt'=-8HS'Al\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2\pi^2}\left\{1-\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha\right]\right\} \tag{7.18}$$

上式の負号も，間隙圧の上昇に伴い間隙水量が増加することを表している．ただし，ここまでは装置の圧縮貯留量を考慮していないが，間隙水の流出入量ではなくポンプからの流出入量を知りたい場合には，符号を逆にし，装置の圧縮貯留量を考慮した以下の式を使わなければならない．

$$V_{\mathrm{dis;pump}}(t)=S_uH+8HS'Al\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2\pi^2}\left\{1-\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha\right]\right\} \tag{7.19}$$

これは供試体の片端面に対するポンプの流出量変化の式であるので，供試体の両端面を考えた場合には以下の式となる．

$$V_{\mathrm{dis;pump}}^{both}(t)=(S_u+S_d)H+16HS'Al\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2\pi^2}\left\{1-\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha\right]\right\} \tag{7.20}$$

ちなみに，試験後十分時間が経過した後の供試体からの間隙水の総流出量とポンプからの総流出量はそれぞれ式(7.21)，(7.22)のようになる．

$$V_{dis}^{both}=2V_{\mathrm{dis;x=l}}(\infty)=2\int_0^{\infty}Q_{x=l}(t')dt'=-2HS'Al \tag{7.21}$$

$$V_{dis;pump}^{both}=V_{dis;pump}^{both}(\infty)=(S_u+S_d)H+2HS'Al \tag{7.22}$$

この結果についても，多孔体の比貯留率と装置の圧縮貯留量の定義とから確かめることができる．

供試体の変形に関しては，前節と同様に，供試体の平均体積ひずみの経時変化の式を導くことができる．

$$\varepsilon_{\mathrm{vol}}(t)=\frac{B}{Al}V_{dis,x=l}(t)=-8BS'H\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2\pi^2}\left\{1-\exp\left[-(2n+1)^2\pi^2\alpha_t\right]\right\} \tag{7.23}$$

7.3.3　実験方法

(1)　供試体と実験装置

供試体としては，深度 589 m から採取した幌延泥岩（新第三紀稚内層硬質頁岩）のボーリング（HDB-11）コアを直径 50 mm，高さ 100 mm の円柱形に整形して用いた．供試体はデシケータ内で数時間浸水脱気し，含水飽和させている．供試体の形状とそれに対応した応力・ひずみの取り扱いについては Fig. 7.7 を参照されたい．

三軸試験装置としてはMTS社製MTS815（Figs. 7.8, 7.9）を使用した．本装置は，最大軸荷重が5000 kN，最大封圧が140 MPaである．本装置を使用すると，様々な応力経路の実験が実施でき，静水圧試験や三軸圧縮試験，単軸試験が実施可能である．また，間隙水の供給および制御にはシリンジポンプ（Teledyne-ISCO社製100DX）を使用した．このシリンジポンプのシリンダー容積は102 mLで，圧力は最大69 MPa，流量は10^{-5}～25 mL/minの間で制御できる．

(2)　実験条件と実験手順

実験準備は以下のようにおこなった．供試体は，O リング付きのエンドピースではさみ，テフロン製の熱収縮チューブを被せて，封圧媒体のシリコンオイルと間隙水が混ざらないようにする．この供試体を三軸試験装置に設置して，間隙水を供給するステンレスチュー

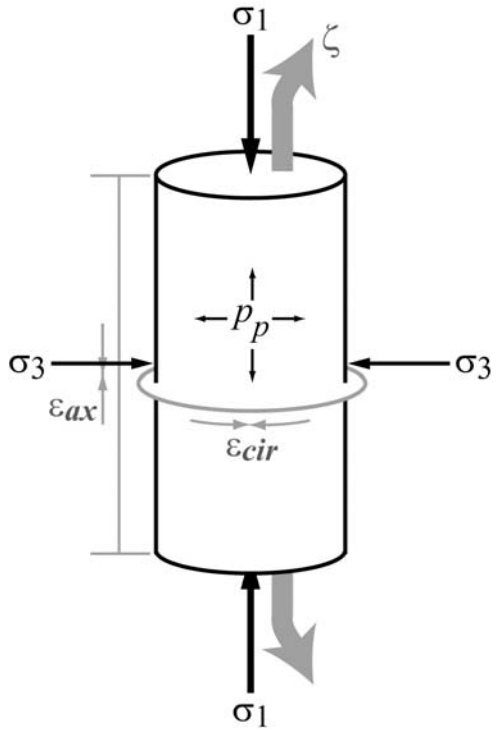


Fig. 7.7 Schematic view of stress and pressure acting on the experimental specimen with its deformation and pore fluid discharge. The direction of arrows showing stresses, pressures, strains, and specific discharge means positive in the paper.

ブを供試体の両端にあるエンドピースに接続する．また，軸方向と周方向の変位を計測する変位計をチューブの上からセットする（Figs. 7.10, 7.11）．そして，必要なリード線を接続した後，軸圧載荷用のピストンをエンドピースに当てておき，圧力容器を下ろし，封圧オイルを供給する．間隙水に関しては，ステンレスチューブの接続後に間隙水ラインを脱気して空気を取り除き，それから水を供給している．これで実験開始前の状態となっている．

三軸圧縮試験は排水条件でおこなった．非排水条件での試験は，厳密には実現が難しいので今回は実施していない．今回の実験では，堆積岩供試体の原位置における深度や環境を考慮し, また実験中に破壊や損傷が起こらないように, 軸圧は 2～6 MPa, 封圧も 2～6 MPa, 軸差応力は 0～2 MPa，間隙圧は 1～2 MPa の範囲を採用した．

一連の試験の応力経路は Fig. 7.12 のようである．この図に示されているような順序で，軸圧や封圧，間隙圧を変化させる変形試験をおこない，それぞれの合間にトランジェントパルス透水試験を実施し，三軸圧縮試験で得られた水理定数の確認をしている．

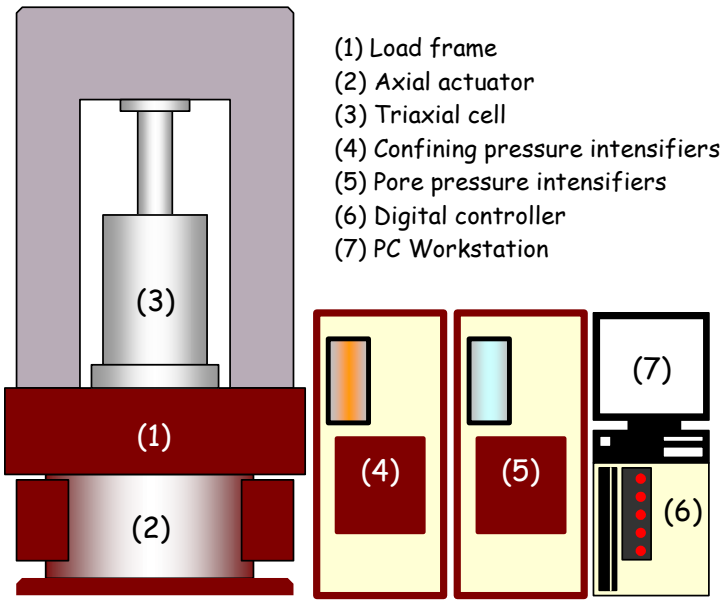


Fig. 7.8 Schematic of servo-controlled triaxial compression testing apparatus: MTS815.

三軸圧縮試験で採用した応力変化条件は3つのタイプに分類される．一つ目は軸圧変化条件で，封圧と供試体の両端面における間隙圧を一定に保ちながら，瞬時に軸圧を変化させる．二つ目は封圧変化条件で，供試体の両端面における間隙圧を一定に保ちながら，3つの主応力を等しく（静水圧的に）瞬時に変化させる．三つ目は間隙圧変化条件で，封圧と軸圧を一定に保ったまま，供試体の両端面における間隙圧を瞬時に変化させる．これらの実験中は，軸方向と周方向の変位を変位計で計測し，供試体からの排水量をシリンジポンプのピストンの変位で測定している．

ひとつの実験項目を実施した後の次の実験への移行は，軸圧，封圧，間隙圧，供試体のひずみや排水量の平衡を確認してからとしているため，それぞれで試験時間が異なっており，一定間隔ではない．

7.3.4　実験結果と解釈

本章では，応力は圧縮を正，ひずみは収縮を正，間隙水は供試体からの排水を正としている（Fig. 7.7）．主応力は σ_i（$i = 1, 2, 3$）で表し，ここで扱う三軸試験では σ_1 が軸応力で σ_3 が封圧を表すので，$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ の関係にある．p_p は間隙圧を意味する．ε_{ax} と ε_{cir} はそれぞれ軸ひずみと周ひずみである．ζ は供試体の単位体積当たりの排水量で，比排水量と定義する．以下に，条件の異なる三軸圧縮試験の結果の一例を示す．

(1)　軸圧変化条件



Fig. 7.9 Photograph of servo-controlled triaxial compression testing apparatus: MTS815.

Fig. 7.13 は，すばやく軸圧だけを変化させた後の軸ひずみと横ひずみ，体積ひずみ，比排水量の経時変化を表している．本試験では周圧一定で軸圧だけを増加させているため（$\Delta\sigma_1$ = 2 MPa），軸方向には縮み，横方向には伸びを示している．これらを合わせた体積ひずみは収縮を示し，比排水量と良い一致を示している．これは，今回実験に供した試料については，岩石の変形は空隙の体積変化に対応していることを意味する．すなわち，Biot-Willis の係数 α が 1 に近いということである．

ここで，軸圧載荷直後の供試体の挙動を詳細に見ておく．軸圧載荷直後は，供試体内の空隙も圧縮され空隙体積が減少する．空隙体積の減少により間隙水も圧縮されて間隙圧が

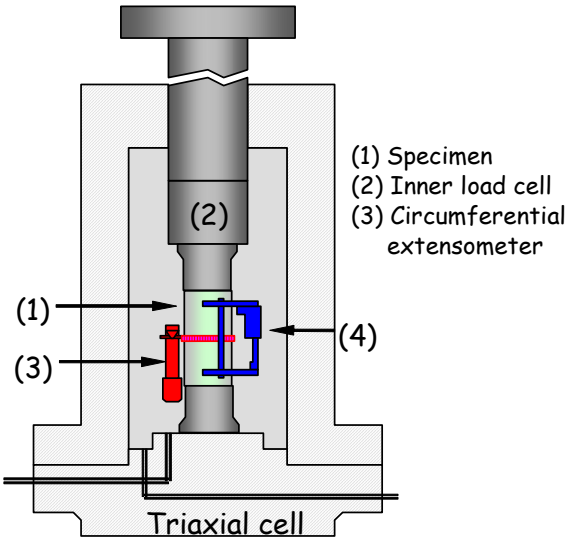


Fig. 7.10 Schematic of specimen assembly in pressure vessel.

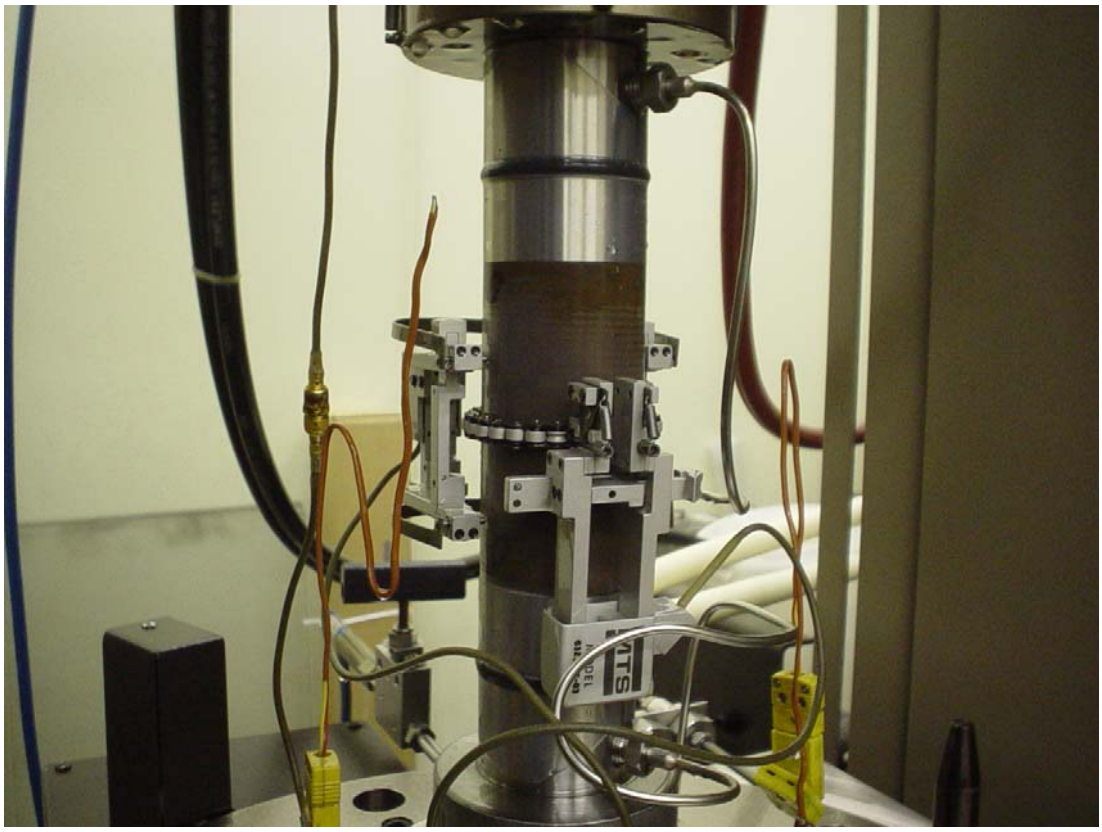


Fig. 7.11 Photograph of specimen assembly. Specimen (Horonobe mudstone) is pinched by a couple of end caps, covered with heat shrinkable tube, and attached on with extensometer, on pedestal of testing apparatus.

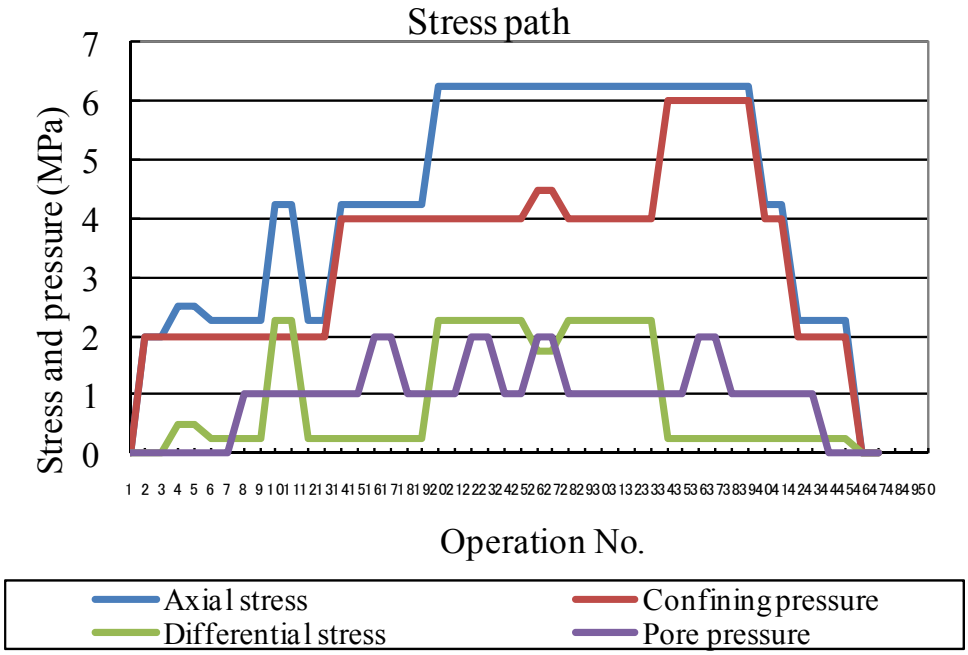


Fig. 7.12 Stress path during triaxial compression test.

の中心から端面に向けて動水勾配が発生し，間隙水が供試体内部から端面を通って外に排出されることになる．供試体内の間隙圧が端面における一定圧と等しくなり，平衡に達したところで，間隙水の流動は停止し，ひずみの変化も止まる．供試体の透水性が低い場合には，間隙圧が平衡になるまでの時間が長くなるので，ひずみの変化が止まるまで時間がかかる．すなわち，供試体の透水性に依存して，供試体の変形や排水にかかる時間が異なることになる．

Fig. 7.13 において，比排水量と軸ひずみ，体積ひずみは単調変化であるが，横ひずみは他と異なる挙動を示す．横ひずみは，軸圧載荷直後に伸長を示すが，その後間隙水の排出に伴い収縮し，平衡に達する．この挙動が，純粋な弾性体とは異なる多孔弾性体としての振る舞いである．

Fig. 7.14 は，Fig. 7.13 の実験データを差応力－ひずみ・比排水量線図として描いたものである．軸圧が所定の値に達するまで 3 s ほど要しているのがわかる．また，装置の構成上，比排水量の応答がひずみに比べて遅れていることも見て取れる．したがって，軸圧載荷直後の供試体は，非排水条件に近い挙動を示していると言える．

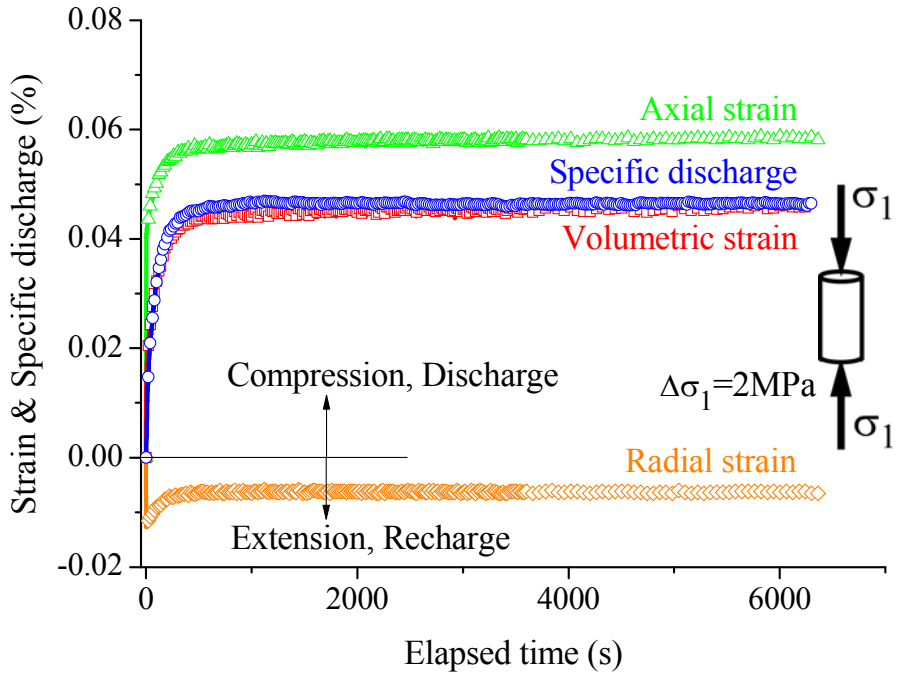


Fig. 7.13 Variations of strains and specific discharge with elapsed time from triaxial compression test with instantaneous change of axial stress.

排水量の経時変化のデータについては，前節で導出した解析解（(7.9)式）を用いて水理定数の評価を実施した（Fig. 7.15）．Fig. 7.15 から，実験データと解析で得られた理論曲線が良い一致を示していることがわかる．

(2)　封圧変化条件

Fig. 7.16 は，すばやく封圧を変化させた後の軸ひずみと横ひずみ，体積ひずみ，比排水量の経時変化を表している．本試験では封圧を増加させているため（$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_3 = 2$ MPa），すべての方向に縮みを示している．それに伴い，間隙水は排水されている．このグラフにおいては，比排水量が体積ひずみより大きな値を示していて，一致はしていない．この原因は実験誤差と考えられるが，それ以上のことは現時点では不明である．

この条件での封圧載荷直後の供試体の挙動は理解しやすい．封圧載荷直後は，供試体内の空隙も圧縮され空隙体積が減少する．空隙体積の減少により間隙水も圧縮されて間隙圧が高くなる．供試体の端面においては間隙圧が一定に保たれているので，供試体内の軸方向の中心から端面に向けて動水勾配が発生し，間隙水が供試体内部から端面を通って外に排出されることになる．供試体内の間隙圧が端面における一定圧と等しくなり，平衡に達

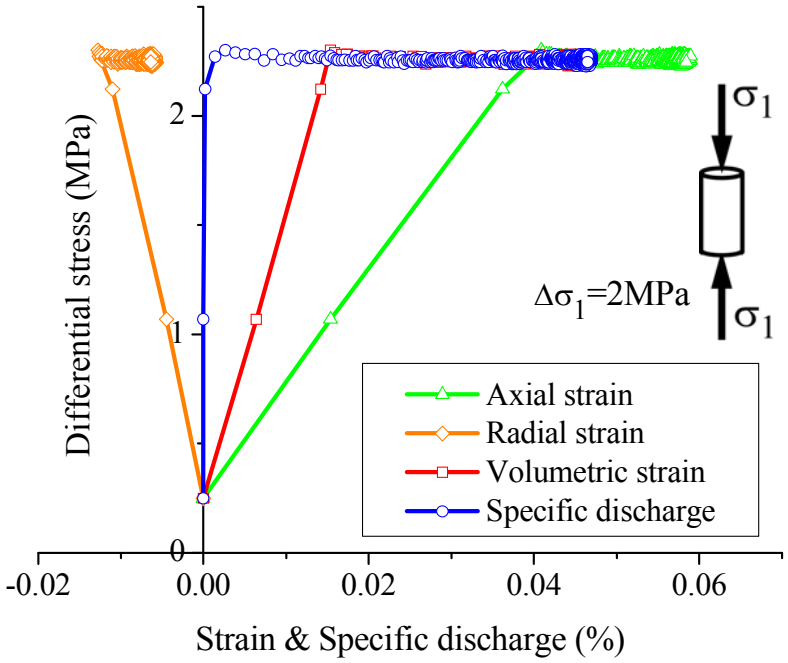


Fig. 7.14 Differential stress-strains and specific discharge relations from triaxial compression test with instantaneous change of axial stress.

したところで，間隙水の流動は停止し，ひずみの変化も止まる．この条件では，Fig. 7.16 からわかるように比排水量とすべてのひずみは単調増加（収縮）を示している．

Fig. 7.17 は，Fig. 7.16 の実験データを封圧－ひずみ・比排水量線図として描いたものである．実験において供試体へのダメージを最小限にし危険のないよう封圧の昇圧速度を 0.2 MPa/s と設定しているので，封圧が所定の値に達するまで 10 s ほど要しているのがわかる．この条件でも，比排水量の応答が体積ひずみに比べて遅れていることが見て取れる．

排水量の経時変化のデータについては，前節で導出した解析解（(7.9)式）を用いて水理定数の評価を実施した（Fig. 7.18）．Fig. 7.18 から，実験データと解析で得られた理論曲線が良い一致を示していることがわかる．

(3)　間隙圧変化条件

Fig. 7.19 は，すばやく供試体の端面における間隙圧を変化させた後の軸ひずみと横ひずみ，体積ひずみ，比排水量の経時変化を表している．本試験では端面での間隙圧を増加させているため（Δp_p = 1 MPa），水が供試体に流入し，それに伴いすべての方向に伸びを示している．このグラフでは，比排水量が体積ひずみより絶対値で大きな値を示していて，一致

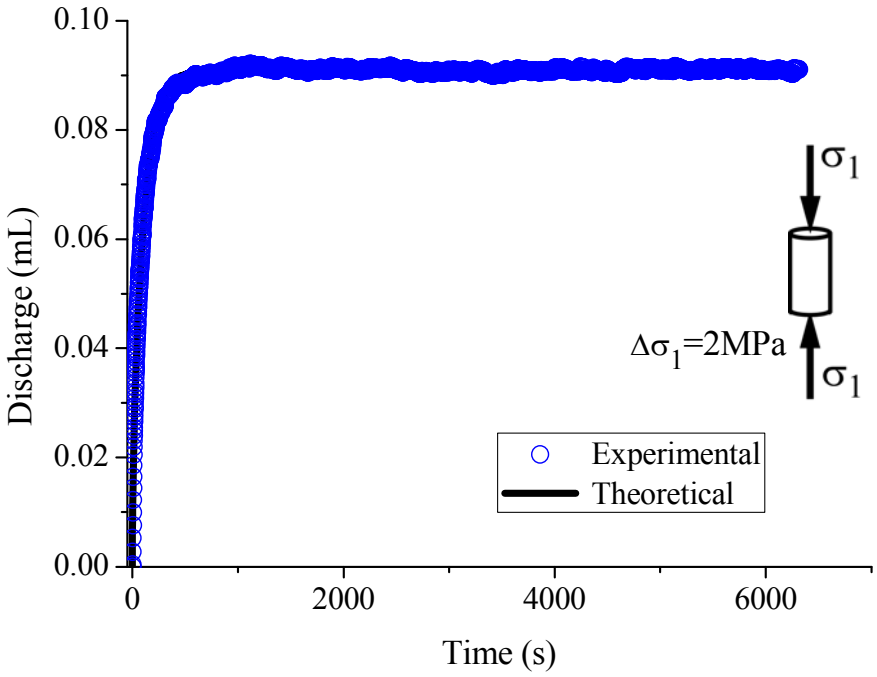


Fig. 7.15 Discharge variation with elapsed time from triaxial compression test with instantaneous change of axial stress. Theoretical curve obtained by analysis is also superimposed.

はしていない．この原因は実験誤差と考えられるが，それ以上のことは現時点では不明である．

この条件での間隙圧増加直後の供試体の挙動は理解しやすい．供試体端面での間隙圧増加直後は，端面から中心に向けて動水勾配が発生し，供試体内の空隙に間隙水が流入する．流入した間隙水の圧力により空隙が押し広げられて空隙体積が増加する．供試体の軸圧と周圧が一定に保たれているので，供試体内の間隙圧が端面での水圧と平衡になったところで，間隙水の流入は停止し，ひずみの変化も止まる．この条件では，Fig. 7.19 からわかるように比排水量とすべてのひずみは単調減少（伸長）を示している．

Fig. 7.20 は，Fig. 7.19 の実験データを間隙水圧－ひずみ・比排水量線図として描いたものである．実験において，間隙水の供給・制御にはシリンジポンプを使用している．シリンジポンプには内径の小さい耐圧用のチューブが接続されているため，そこでの流動抵抗により流量の制御に制約ができる．また，一定圧力設定にした場合には，その設定圧を通り

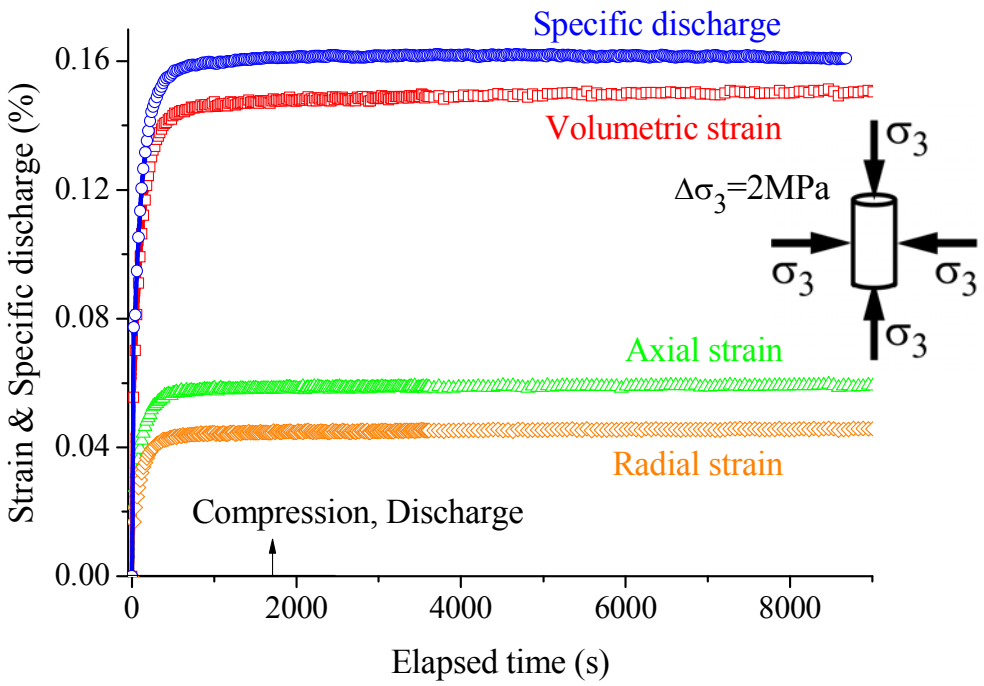


Fig. 7.16 Variations of strains and specific discharge with elapsed time from triaxial compression test with sharp change of confining pressure.

越してしまうオーバーシュートも観察される（Fig. 7.20 の比排水量の輪になった部分）．そのため，供試体端面の間隙圧が所定の値に達するまで数十秒ほど要しているのがわかる．

排水量の経時変化のデータについては，前節で導出したシリンジポンプからの流出入量の解析解（(7.19)式）を用いて水理定数の評価を実施した（Fig. 7.21）．この条件の場合には，装置の圧縮貯留量の影響が出てくる．そのため，透水試験を実施するときと同様に，事前に装置の圧縮貯留量を実験的に評価している．Fig. 7.21 から，実験データと解析で得られた理論曲線が良い一致を示していることがわかる．

7.3.5　幌延泥岩の多孔弾性定数と水理定数

(1)～(3)のいずれの条件の実験においても，理想的には最初に瞬時に軸圧や封圧，間隙圧を変化させて，その後平衡になるまでの供試体の変形および間隙水の挙動を観察している．そうすると，すべての条件の実験において，非排水条件から排水条件に移行する過渡現象を扱っているということになる．したがって，この三軸圧縮試験のデータを初期段階から最終ステージまで使用すれば，供試体の多孔弾性定数を評価することができる（このとき

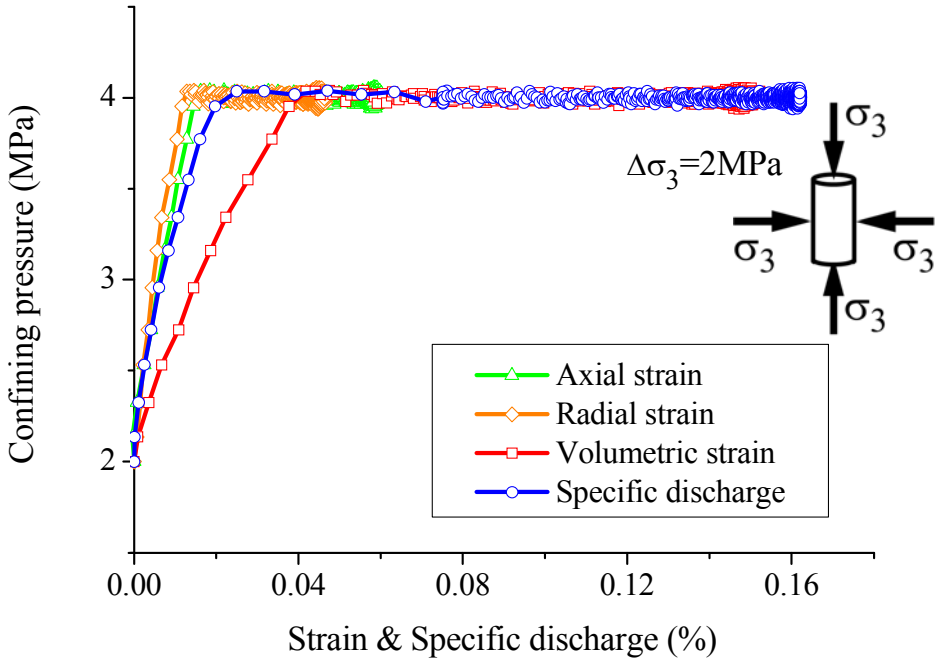


Fig. 7.17 Confining pressure-strains and specific discharge relations from triaxial compression test with sharp change of confining pressure.

には過渡データは不要である）．さらに，変化の途中の過渡現象のデータを使用すれば，水理定数を評価することができる．したがって，供試体の水理定数を評価するときに，間隙圧や排水量の変化ばかりではなく，供試体の変形挙動に着目すれば，多孔弾性定数を評価するのと同時に水理定数も評価することが可能であることがわかる．

今回の実験で得られた幌延泥岩の多孔弾性定数は次のようである．体積ひずみと非排水量が比例関係にあり，その直線の傾きが 0.98 であるので，Biot-Willis の係数 α の平均値は 0.98 である．これは軟岩の性質を表している．多孔弾性膨張係数は 0.57～0.86 GPa^{-1} の範囲，体積圧縮率（体積弾性率の逆数）は 0.55～0.82 GPa^{-1} の範囲，Skempton の B 値は 0.95～0.98 の範囲，3 次元比貯留率は 1.20～1.26 GPa^{-1} の範囲にある．宮澤ら（2011）は同様な実験装置を使用し，同種の堆積岩の多孔弾性パラメータを求め報告しているので参考になる．ただし，水理定数については評価していない．

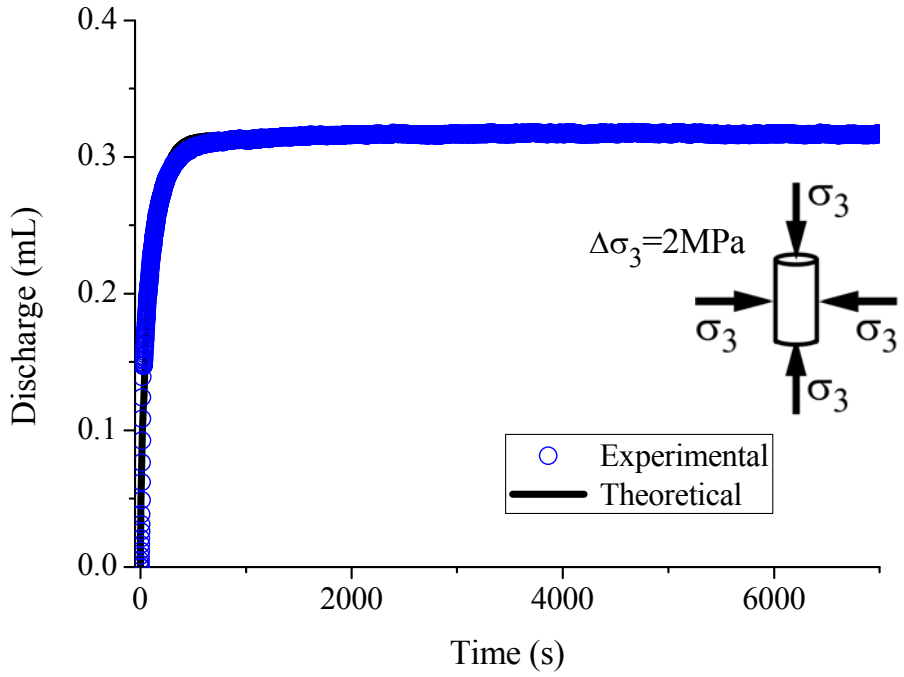


Fig. 7.18 Discharge variation with elapsed time from triaxial compression test with sharp change of confining pressure. Theoretical curve obtained by analysis is also superimposed.

幌延泥岩の水理定数は，三軸試験で得られた排水量の過渡応答データの解析（Figs. 7.15, 7.18, 7.21）から評価し，透水試験（トランジェントパルス試験）の結果で検証した．その結果, 透水係数は 1.5×10^{-11}～1.5×10^{-9} m/s の範囲に, 比貯留率は 6.4×10^{-6}～8.5×10^{-5} m^{-1} の範囲にあり，有効封圧の依存性を示している．三軸試験から得られた水理定数は，透水試験で得られたものと良い一致を示している．

7.4 結　言

トランジェントパルス法を用いて幌延泥岩の水理定数を高精度に評価した．最初に水理定数の封圧依存性について検討し，原位置水理試験で得られた透水係数の深度依存性をき裂の閉合挙動から説明した．つぎに，多孔弾性論を間隙水の挙動で整理してから，三軸圧縮試験を実施し，幌延泥岩の圧密特性，すなわち変形特性と水理特性について同時評価を

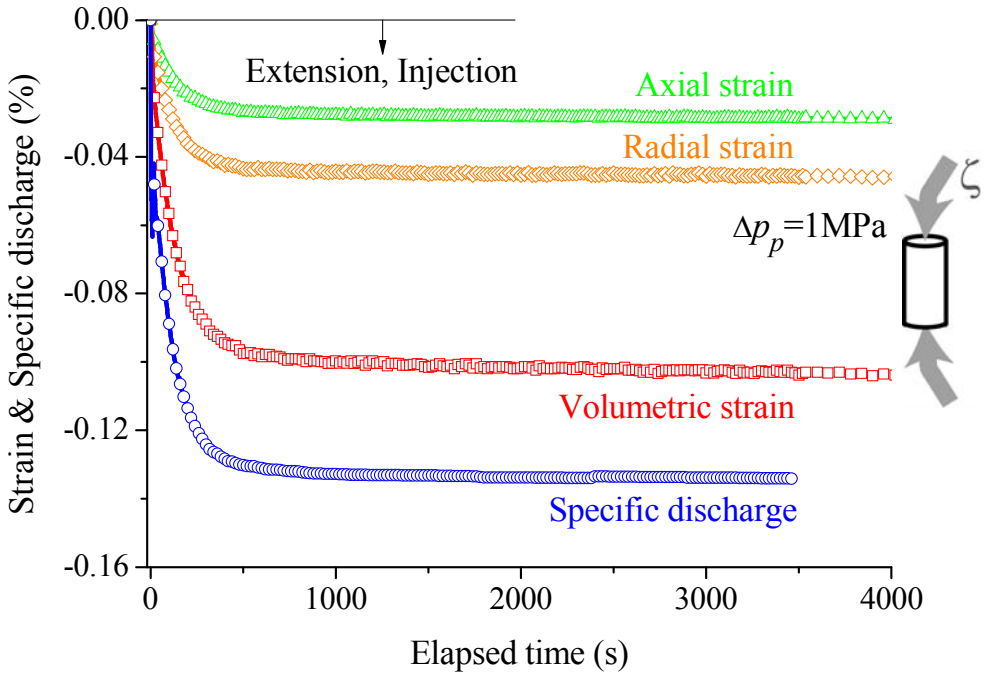


Fig. 7.19 Variations of strains and specific discharge with elapsed time from triaxial compression test with sharp change of pore pressure.

おこなった．本章で得られた知見は以下のようである．

(1)　幌延泥岩を供試体として，トランジェントパルス法により高精度な透水試験を実施した．間隙圧を 1 MPa 一定とし，封圧を 2～30 MPa として透水試験をおこなった結果，透水係数の封圧依存性が確認された．

(2)　幌延泥岩の室内透水試験結果と原位置水理試験結果を比較したところ，低有効封圧側では，原位置試験で得られた透水係数が室内試験で得られた透水係数よりも 1～5 オーダー大きな値を示していた．一方，有効封圧で 5 MPa を超えたあたりでは，原位置試験と室内試験で同じオーダーの値を示すものも表れている．

(3)　この原位置での透水性の有効封圧依存性は，深度が増すにつれ地圧によりき裂が閉合していることを示唆している．それを確かめるため，X 線 CT を使って封圧の増加に伴うき裂の閉合挙動を確認した．

(4)　多孔弾性論を間隙水の挙動に着目して整理して，三軸圧縮試験のデータに適用できる解析解を導出した．

(5)　幌延泥岩の圧密特性を明らかにするため，三軸圧縮試験を軸圧変化条件，封圧変化条

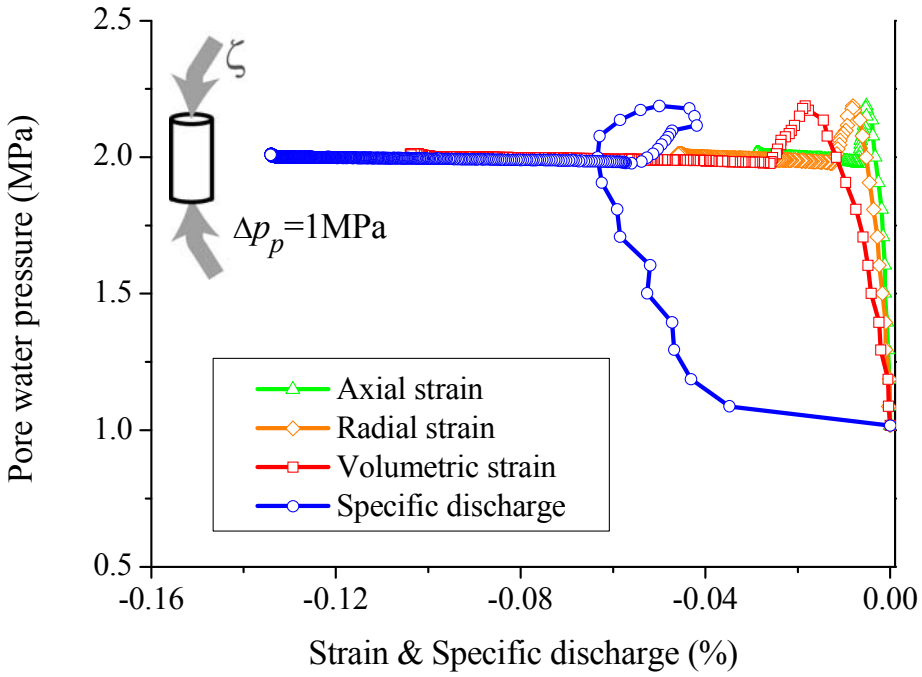


Fig. 7.20 Pore pressure-strains and specific discharge relations from triaxial compression test with sharp change of pore pressure at both ends of specimen.

件，間隙圧変化条件の 3 通りで三軸圧縮試験を実施した．本試験では，ひずみと同程度の精度で比排水量の計測が可能となった．

(6)　三軸圧縮試験では，応力・ひずみ・間隙圧・比排水量の相互関係が実験的に評価できるので，厳密な非排水条件での物性パラメータがなくても，供試体の多孔弾性定数の評価ができる．比排水量およびひずみの経時変化のデータを使うことにより，供試体の多孔弾性定数と同時に水理定数の評価も可能である．

(7)　三軸圧縮試験で得られた実験データを用いて，幌延泥岩の多孔弾性定数と水理定数を同時に評価した．その結果，多孔弾性係数に関しては，Biot-Willis の係数 α の平均値は 0.98（軟岩の性質），多孔弾性膨張係数は 0.57～0.86 GPa^{-1} の範囲，体積圧縮率（体積弾性率の逆数）は 0.55～0.82 GPa^{-1} の範囲，Skempton の B 値は 0.95～0.98 の範囲，3 次元比貯留率は 1.20～1.26 GPa^{-1} の範囲にあった．水理定数に関しては，透水係数は 1.5×10^{-11}～1.5×10^{-9} m/s の範囲，比貯留率は 6.4×10^{-6}～8.5×10^{-5} m^{-1} の範囲であった．

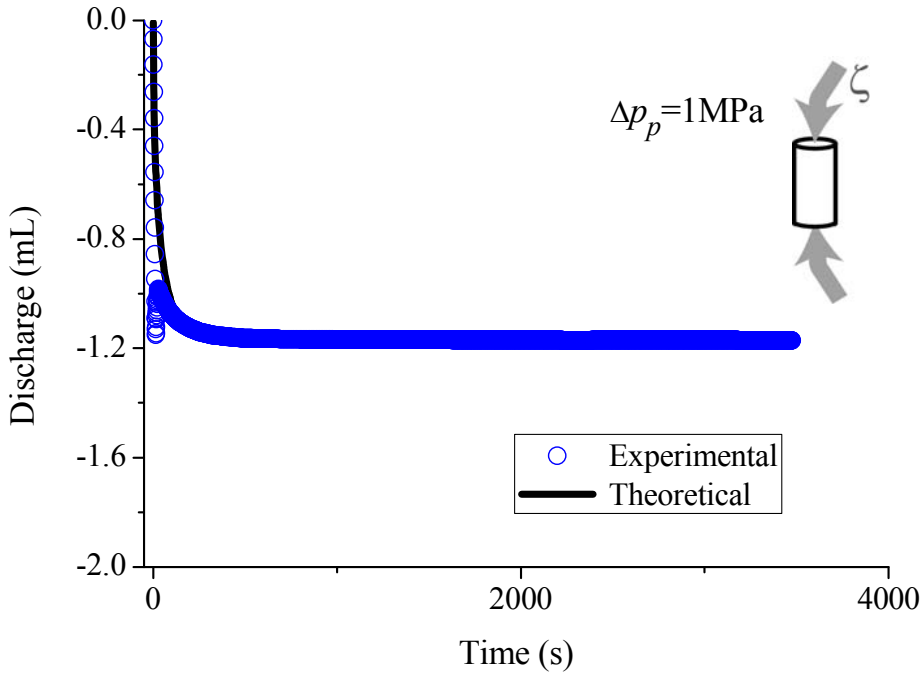


Fig. 7.21 Discharge variation with elapsed time from triaxial compression test with sharp change of pore pressure at both ends of specimen. Theoretical curve obtained by analysis is also superimposed.

参考文献

Aoki, T, Tan, C. P., and Bamford, W. E. (1994): Pore pressure response of an anisotropic shale during loading in an undrained condition, Prefailure Deformation of Geomaterials, Shibuya et al. (eds), Balkema, pp. 451–456.

Aoki, T, Tan, C. P., Cox, R. H. T., and Bamford, W. E. (1995): Determination of anisotropic poroelastic parameters of a transversely isotropic shale by means of consolidated undrained triaxial tests, *Proceedings of 8th International Congress on Rock Mechanics*, Vol. 1, pp. 173–176.

Biot, M. A. (1941): General theory of three-dimensional consolidation, *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, pp. 155–165.

Biot, M. A. (1955): Theory of elasticity consolidation for a porous anisotropic solid, *Journal of Applied Physics*, Vol.26, pp. 182–185.

Biot, M. A. and Willis, D. G. (1957): The elastic coefficients of the theory of consolidation, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.24, pp594–601.

Brace, W. F., Walsh, J. B. and Frangos, W. T. (1968): Permeability of granite under high pressure, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 73, No.6, pp. 2225–2236.

Carroll, M. M. (1979): Material coefficients of anisotropic elastic deformation, *Journal of Geophysical Researches*, Vol. 84, pp. 7510–7512.

Carroll, M. M. and Katsube, N. (1983): The roll of Terzaghi effective stress in linearly elastic deformation, *Journal of Energy Resources Technology, Transactions of ASME*, No. 105, pp. 509–511.

David, C. and Le Ravalec-Dupin, M. (2007): Rock physics and geomechanics in the study of reservoirs and repositories, In David, C. and Le Ravalec-Dupin, M. (eds), *Rock Physics and Geomechanics in the Study of Reservoir and Repositories*, Geological Society of London, London, pp. 1–14.

Charlez, P. A. and Heugas, O. (1992): Measurement of thermoelastic properties of rocks, *theory and applications, Eurock'92*, pp. 42–46.

Cheng, A. H. D. (1997): Material coefficients of anisotropic poroelasticity, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 34, No. 2, pp. 199–205.

David, C., Robion, P. and Menéndez, B. (2007): Anisotropy of elastic, magnetic and properties of the Callovo-Oxfordian argillite, *Physical and Chemistry of the Earth*, Vol. 32, pp. 145–153.

Detournay, E. and Chemg, A. H. D. (1993): Fundamentals of poroelasticity, *Comprehensive Rock Engineering*, Vol. 2, pp. 113–171.

Green, D. H. and Wang, F. W. (1986): Fluid pressure response to undrained compression in saturated sedimentary rock, *Geophysics*, Vol. 51, No. 4, pp. 948–956.

Hart, D.J. and Wang, H.F. (2001): A single test method for determination of poroelastic constants and flow parameters in rock with low hydraulic conductivities, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 38, pp. 577–583.

Hsieh, P. A., Tracy, J. V., Bredehoeft, J. D., Silliman and S. E. (1981): A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of 'tight' rocks-1: theory, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 18, pp. 245–252.

日本原子力研究開発機構幌延深地層研究センター（JAEA）（2004）：幌延深地層研究計画平成１６年度調査研究成果報告（平成１７年３月），*JNC TN5400 2005-001*，pp. 14–17.

木山保，松井裕哉，Roegiers，J. C.，熊倉聡，小玉齊明，石島洋二（2006）：間隙弾性論に基づく幌延の珪質岩を用いた室内試験，第 36 回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp.297–302.

経済産業省資源エネルギー庁電力・ガス事業部放射性廃棄物等対策室（2013）：諸外国にお

ける高レベル放射性廃棄物の処分について，http://www2.rwmc.or.jp/publications:hlwkj2013 .

Lockner, D. A. and Stanchits, S. A. (2002): Undrained poroelastic response of sandstones to deviatoric stress change, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 107, No. B12, pp. 1–14.

宮澤大輔，真田祐幸，木山保，杉田裕，石島洋二（2011）：幌延地域に分布する珪質岩を対象とした間隙弾性パラメータの取得と室内試験法の提案，*Journal of MMIJ*, Vol. 127, No. 3, pp. 132–138.

Morin, R. H. and Olsen, H. W. (1987): Theoretical analysis of the transient pressure response from a constant flow rate hydraulic conductivity test, *W. R. Reserch*, Vol. 23, No. 8, pp. 1461–1470.

Neuzil, E., Cooley, C., Silliman, J. D., Bredehoneet, J. D. and Hsieh, P. A. (1980): A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of ‘tight’ rocks-2: application, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 18, pp. 253–258.

丹生屋純夫，松井裕哉（2006）：原位置と室内試験に基づいた第三紀珪質岩盤の力学モデル構築，第 36 回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp.177–182.

荻野克彦，中村章，石島洋二（1996）：砂岩の組織と地質作用の関連性について - 砂岩の変形・強度特性と組織に関する基礎的研究（第 1 報），資源と素材，Vol. 112，pp. 601–608.

Rice, J. R. and Cleary, M. P. (1976): Some basic stress diffusion solution for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, Vol. 14, No. 2, pp. 1–197.

Savage, W. Z. and Braddock, W. A. (1991): A model for hydrostatic consolidation of Pierre shale, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, Vol. 28, No. 5, pp. 345–354.

末永弘，木方建造，岡田哲実（2002）：室内試験による堆積岩の透水異方性評価について，応用地質，Vol. 43，No. 5，pp284–292.

高橋学，李小春，林為人（2000）: LDT のキャリブレーションについて，開発技報，43，pp. 35–40.

Thompson, M. and Willis, J. R. (1991): A reformulation of the equations of anisotropic poroelasticity, *Journal of Applied Mechanics, ASME*, Vol. 58, pp. 612–616.

Thomsen, L. (1986): Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, Vol. 51, No. 10, pp. 1954–1966.

徳永朋祥（2000）: 岩石の異方性多孔質弾性パラメータの計測および評価手法に関する検討，応用地質，Vol. 41，No. 2，pp. 70–76.

徳永朋祥（2006）：準静的多孔質弾性論に基づく地盤・岩盤と間隙水の相互作用と地球科学的意義，地学雑誌，Vol. 115，No. 3，pp. 262–278.

Walsh, J. B. (1978): The influence of pore pressure on the mechanical properties of Kayenta

sandstone, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 83, No. B6, pp. 2817–2824.

Wang, H. F. (2000): *Theory of Linear Poroelasticity with Application to Geomechanics and Hydrogeology*, Princeton University Press, Princeton, 287p.

Zhang, M, Takahashi, M., Morin, R. H., and Esaki, T. (2000a): Evaluation and Application of the Transient-Pulse Technique for Determining the Hydraulic Properties of Low-Permeability Rocks-Part 1 Theoretical Evaluation, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 23, No 1, pp. 83–90.

Zhang, M, Takahashi, M., Morin, R. H., and Esaki, T. (2000b): Evaluation and application of the transient-pulse technique for determining the hydraulic properties of low-permeability rocks - part 2 experimental application, *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 23, No 1, pp. 91–99.

Zimmerman, R. W., Haraden, J. L., and Somerton, W. H. (1985): The effects of pore pressure and confining pressure on pore and bulk volume compressibilities of consolidated sandstones, measurement of rock properties at evaluated pressures and temperatures, *ASTM STP 869*, Pincus and Hoskins (eds), pp. 24–36.

第 8 章　結　論

本論文では，低透水性岩石の透水特性および圧密特性の評価を目的として，透水試験および圧密試験の理論と室内実験手法を体系的に整理し，低透水性岩石に対する実験的評価手法とその適用結果を示した．さらに，岩石の内部構造の可視化と定量評価も実施し，低透水性岩石の透水性の有効封圧依存性や透水異方性について考察した．

以下に，本論文の各章の研究成果を示す．

8.1　透水試験法の理論の体系化に関する結論

単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元単調浸透流に基づく 6 つ透水試験法の理論解を無次元化して整理し，体系的に解説した．透水試験の理論では，供試体内の水頭分布だけでなく，感度係数も示し，それぞれの試験の特徴を明らかにした．第 2 章で得られた知見は以下のようである．

(1)　透水試験法の理論において，支配方程式とそれぞれの初期・境界条件に基づき導出された 6 つの厳密な解析解（無限級数解）を無次元化して整理し，体系的に示した．この解析解を用いることにより，試験法相互の比較ができるようになった．

(2)　上で導出された解析解を用いて，透水試験中の供試体内部の水頭分布の経時変化を図示し，6 つの試験法の特徴について比較検討をおこなった．その結果，変水位法とトランジェントパルス法は試験時間が短く，ほぼ同じ速さで平衡状態に達すること，フローポンプ法（下流側定容積条件）は水頭差が一定となっているが，水頭自体は増加し続けることなどが明らかとなった．

(3)　透水試験法の解析解が得られているので, 6 つの試験法の水理定数および装置の圧縮貯留量の感度スタディを解析的におこなうことができた．感度係数の経時変化は，境界条件に強く依存していることがわかった．

(4)　透水係数と比貯留率の感度を比較すると，どの手法においても，透水係数の感度係数のほうが比貯留率のそれよりも一桁以上大きいことがわかった．比貯留率の感度係数を大きくしたいのならば，供試体が変形するくらいの急激な間隙圧変化が必要となる．

(5)　透水試験において水理定数の評価の精度を上げるためには，感度係数の絶対値が大きくなっている区間の実験データを重視する必要がある．また，供試体の透水性によって，どの試験法を選択すべきかも感度解析から知ることができる．

8.2　透水試験法の実験的検討に関する結論

透水試験結果がばらつく要因について考察するため，第2章で紹介した6つの試験法から成るシーケンシャル透水試験を実施した．これにより試験手法の違いが水理定数の評価結果に及ぼす影響だけを分離することができた．また，すべての試験法の実験データに適用できる汎用的なデータ解析手法を確立した．第3章で得られた知見は以下のようである．

(1)　6 つの透水試験の実行が可能な装置を製作し，白浜砂岩に対して，シーケンシャル透水試験を実施することができた．また，すべての試験法の実験データに適用できる汎用的なデータ解析手法が有効であることを確かめた．

(2)　試験装置の下流側貯留槽の容積を大きくした場合には，試験方法によらず，得られた透水係数に良い一致がみられた．一方，下流側貯留槽の容積が小さい場合には，トランジェントパルス試験において差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播が起こり，透水係数が過小評価されていた．

(3)　この現象に対処するため，境界条件を変更してトランジェントパルス法の新たな解析解を導出した．この新たな理論と従来の理論との違いとしては，パルス圧が初期差圧と等しくならないこと，差圧が単調減少するとはかぎらないこと，透水係数の感度が低下することが挙げられる．

(4)　新たな解析解を用いて透水試験データの解析をおこなったところ，今度は逆に透水係数が過大評価される結果となった．これについては，境界条件などにいまだ改善の余地が残されていると思われる．そのため，実験をする上での対処法としては，下流側に容積の大きな貯留槽を設置して，差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播の影響を低減することが有効であることが示された．

8.3　低透水性岩石の水理定数の高精度評価に関する結論

低透水性岩石の水理定数の高精度評価を目的として，トランジェントパルス法による透水試験についていくつかの検討をおこなった．最初に，パルス法の理論について整理し，感度解析と誤差評価を含めた非線形最小二乗法に基づく汎用的なデータ解析手法を提案した．そして，低透水性の稲田花崗岩に対して高精度なトランジェントパルス透水試験を実施し，その結果から本論で提案する手法の妥当性を示し，いくつかの検討事項について議論した．第 4 章で得られた知見は以下のようである．

(1) 稲田花崗岩に対して高精度なトランジェントパルス透水試験を実施することに成功した．本透水試験の再現性の高さは，同じ供試体に対して同じ環境・条件下での繰り返し試

験により確かめられている．
(2) Hsieh et al. (1981)の厳密解を用いて非線形最小二乗法によるデータ解析を実施することにより，稲田花崗岩の二つの水理定数（透水係数と比貯留率）を精度よく評価することができた．これは汎用的な手法であり，他の透水試験のデータ解析にも適用可能である．
(3) このとき，理論解と実験データとのかい離を表わす指標となる実験誤差の評価もおこなうことができた．
(4) Brace et al.（1968）の近似解を使った場合でも，水の圧縮率ではなく，そこに装置の圧縮貯留量を代入することにより，透水係数の評価精度を上げることができた．装置の圧縮貯留量は，較正試験により実験的に求めておくことが望ましい．
(5) 水理定数などパラメータの感度解析から，本システムでは，透水係数の感度が比貯留率のそれに比べて一桁以上大きいことがわかった．このことは，裏を返せば，水理定数の評価に際しては，透水係数の評価精度が比貯留率のそれに比べて一桁以上高いことを意味している．

最後に，高精度なトランジェントパルス透水試験を実施する際に注意が必要な事項を二つ掲載しておく．
(1) 実験においては，装置周囲の温度変化を抑えることが重要である．透水試験は間隙流体の挙動を測る実験であり，固体に比べて流体の熱膨張率は大きく，微小な温度変化でも間隙流体の膨張収縮を引き起こし，それが圧力変化に直結するからである．また，差圧計自体にも温度依存性がある．
(2) 圧力パルスはできるかぎり小さいほうが望ましい．なぜなら，衝撃的な間隙圧変化が供試体の有効応力状態を急激に変化させ，体積変形を生じさせ，それに伴い供試体の透水性も変えてしまうからである．また，衝撃的な間隙圧変化により鉱物の小片が移動し目詰まりの原因になるかもしれない．とくに有効応力が小さいときには注意が必要である．

8.4 岩石の空隙構造の可視化と定量評価に関する結論

非破壊かつ非擾乱で，多孔質材料の内部構造を可視化し，空隙構造を定量化する手法について検討した．2 相および 3 相から成る多相構成材料に焦点を当て，マイクロフォーカス X 線 CT スキャナーを利用して試料の断層撮影を実施し，得られた CT 画像の画像解析により相分離をおこなって各相の体積分率（空隙率）の評価を試みた．第 5 章で得られた知見は以下のようである．
(1) ディジタル画像の不鮮明さの原因となる部分体積効果を考慮した混合確率分布モデルに基づく X 線 CT 画像の相分離手法を提案した．本手法は，画像の輝度ヒストグラムデータを用いて，最ゆう法によりしきい値を選定し，画像の相分離を実施するものである．本

手法によってしきい値が決定すれば，各相の体積と体積分率を計算することができる．
(2)　人工材料（ガラスビーズ充填試料，細線（アルミニウムワイヤ，ナイロン糸）の束）および天然材料（ベレア砂岩，オイルサンド）の X 線 CT 画像に対して，部分体積効果を考慮した相分離手法を適用し，その妥当性を確かめることができた．
(3)　2 相構成材料であるガラスビーズ充填試料の空隙率は，相分離手法を適用した結果，平均値で 33.3〜36.7%であった．これは，ガラスビーズの充填構造を考えると妥当な値である．さらに，この試料にグラウト処理を施した場合の空隙率で 2%程度の減少も検出することができた．これは室内実験の結果と良い一致を示している．
(4)　ベレア砂岩の空隙率も相分離手法を適用して評価した結果，18.4%という値が得られた．この値は，水銀圧入式ポロシメーターで測定した空隙率の値と良い一致を示している．
(5)　3 相構成画像に対する相分離手法の適用性を検討するため，細線（アルミニウムワイヤとナイロン糸）の束を CT 撮影し，各相の断面積（体積）を評価した．その結果，実際の直径から計算される断面積に対する相分離手法で評価された断面積の相対誤差は，アルミニウムワイヤで 0.04，ナイロン糸で 0.21 となった．アルミニウムワイヤに関しては良い精度であるが，ナイロン糸に関してはアルミニウムワイヤのハレーションのせいで断面積が過大評価されてしまっている．
(6)　固相（砂粒子），液相（ビチューメンと水），気相（空気）から成る 3 相構造のオイルサンドを CT 撮影し，各相の体積分率を評価した．その結果，固相，液相，気相の体積分率はそれぞれ 58.8%，28.7%，12.5%であった．また，油の移行挙動の評価に必要となるオイルサンド層中の空隙の幾何形状と連結性の情報を本手法で抽出することは可能であることがわかった．ただし，資源量評価に必要となる液相中のビチューメンと水の分離は，両者の密度が近いことからできていない．

8.5　花崗岩の水理特性に関する結論

トランジェントパルス法を用いて稲田花崗岩の水理定数を高精度に評価した．とくに，花崗岩の透水異方性に注目し，弾性波速度の異方性や岩石内マイクロクラックの方位分布の評価を実施して検討をおこなった．第 6 章で得られた知見は以下のようである．
(1)　稲田花崗岩を供試体として，トランジェントパルス法により高精度な透水試験を実施することができた．間隙圧を 1 MPa 一定とし，封圧を 2〜10 MPa として透水試験をおこなった結果，透水係数の封圧依存性が確認された．
(2)　直交 3 方向の供試体の透水試験の結果から，稲田花崗岩の透水異方性を実験的に明らかにした．封圧 2 MPa，間隙圧 1 MPa の条件下において，得られた透水係数テンソルは次式のようであった．

$$K_{ij} = 10^{-11} \begin{pmatrix} 1.00 & * & * \\ * & 1.65 & * \\ * & * & 1.11 \end{pmatrix} \text{ (m/s)} \quad (i, j = X, Y, Z) \tag{8.1}$$

(3) 稲田花崗岩の透水異方性は，rift 面，grain 面，hardway 面と呼ばれる石目（力学的弱面）と調和的であり，弱面に沿って水が浸透しやすいことがわかった．

(4) 稲田花崗岩の透水異方性は，次式で表される P 波速度の異方性と調和的であった．

$$\boldsymbol{V}_P = \begin{pmatrix} 3.68 \\ 4.41 \\ 4.15 \end{pmatrix} \text{ (km/s)} \tag{8.2}$$

(5) 稲田花崗岩の直交 3 面の顕微鏡観察画像から，マイクロクラックを抽出し，ステレオロジー（計量形態学）を用いて，その 3 次元方位分布を評価することに成功した．

(6) 花崗岩内部のマイクロクラックは，rift 面にほぼ平行で，10°～20°のずれをもって配向していること，grain 面と hardway 面の比較においては明瞭な差異は認められないこと，岩石内部を伝播する P 波速度の異方性は岩石内部のマイクロクラックの方位分布と調和的であることがわかった．

(7) マイクロクラックの 3 次元方位分布のデータを用いて，稲田花崗岩の透水テンソルの方向成分を計算した結果，次式が得られた．

$$k_{ij} \propto \begin{pmatrix} 0.611 & -0.007 & -0.005 \\ -0.007 & 0.695 & 0.002 \\ -0.005 & 0.002 & 0.687 \end{pmatrix} \quad (i, j = X, Y, Z) \tag{8.3}$$

(8) 透水試験で得られた稲田花崗岩の透水異方性は，マイクロクラックの 3 次元方位分布から推定された透水テンソルの方向成分とほぼ対応する結果を示した．

8.6 泥岩の水理特性と圧密特性に関する結論

トランジェントパルス法を用いて幌延泥岩の水理定数を高精度に評価した．最初に水理定数の封圧依存性について検討し，原位置水理試験で得られた透水係数の深度依存性をき裂の閉合挙動から説明した．つぎに，多孔弾性論を間隙水の挙動で整理してから，三軸圧

縮試験を実施し，幌延泥岩の圧密特性，すなわち変形特性と水理特性について同時評価をおこなった．第 7 章で得られた知見は以下のようである．

(1)　幌延泥岩を供試体として，トランジェントパルス法により高精度な透水試験を実施した．間隙圧を 1 MPa 一定とし，封圧を 2〜30 MPa として透水試験をおこなった結果，透水係数の封圧依存性が確認された．

(2)　幌延泥岩の室内透水試験結果と原位置水理試験結果を比較したところ，低有効封圧側では，原位置試験で得られた透水係数が室内試験で得られた透水係数よりも 1〜5 オーダー大きな値を示していた．一方，有効封圧で 5 MPa を超えたあたりでは，原位置試験と室内試験で同じオーダーの値を示すものも表れている．

(3)　この原位置での透水性の有効封圧依存性は，深度が増すにつれ地圧によりき裂が閉合していることを示唆している．それを確かめるため，X 線 CT を使って封圧の増加に伴うき裂の閉合挙動を確認した．

(4)　多孔弾性論を間隙水の挙動に着目して整理して，三軸圧縮試験のデータに適用できる解析解を導出した．

(5)　幌延泥岩の圧密特性を明らかにするため，三軸圧縮試験を軸圧変化条件，封圧変化条件，間隙圧変化条件の 3 通りで三軸圧縮試験を実施した．本試験では，ひずみと同程度の精度で比排水量の計測が可能となった．

(6)　三軸圧縮試験では，応力・ひずみ・間隙圧・比排水量の相互関係が実験的に評価できるので，厳密な非排水条件での物性パラメータがなくても，供試体の多孔弾性定数の評価ができる．比排水量およびひずみの経時変化のデータを使うことにより，供試体の多孔弾性定数と同時に水理定数の評価も可能である．

(7)　三軸圧縮試験で得られた実験データを用いて，幌延泥岩の多孔弾性定数と水理定数を同時に評価した．その結果，多孔弾性係数に関しては，Biot-Willis の係数 α の平均値は 0.98（軟岩の性質），多孔弾性膨張係数は 0.57〜0.86 $\mathrm{GPa^{-1}}$ の範囲，体積圧縮率（体積弾性率の逆数）は 0.55〜0.82 $\mathrm{GPa^{-1}}$ の範囲，Skempton の B 値は 0.95〜0.98 の範囲，3 次元比貯留率は 1.20〜1.26 $\mathrm{GPa^{-1}}$ の範囲にあった. 水理定数に関しては, 透水係数は 1.5×10^{-11}〜1.5×10^{-9} m/s の範囲，比貯留率は 6.4×10^{-6}〜8.5×10^{-5} $\mathrm{m^{-1}}$ の範囲であった．

本論文では，透水試験および圧密試験の理論と室内実験手法を体系的に整理し，とくに低透水性岩石に対する実験的評価手法とその適用結果を示した．さらに，岩石の内部構造の可視化と定量評価も実施し，低透水性岩石の透水性の有効封圧依存性や透水異方性について考察した．本研究の成果は，将来の室内および原位置での透水・圧密試験の高度化に寄与し，地盤・岩盤の複雑な水理・変形挙動の解明につながることが期待される．適用の対象としては，放射性廃棄物の地層処分や二酸化炭素の地中貯留，シェールオイル・シェ

ールガスの開発，工学的地熱系の造成などが挙げられる．本研究の成果が，将来社会に役立つことを祈念して，本論文を締めくくりたい．

謝　辞

本研究は，北海道大学大学院工学研究院の金子勝比古教授のご指導およびご支援のもと遂行されたものである．ここに深甚なる謝意を表するとともに，論文の完成まで長期間を要したことについては心よりお詫び申し上げる次第である．また，北海道大学大学院工学研究院の川﨑了准教授には，論文の作成に際して日々励まされた．川﨑先生の叱咤激励なくして本論文の完成は成し得なかった．誠に感謝に堪えない．ここに深く御礼申し上げる．

産業技術総合研究所の高橋学博士には，札幌とつくばという距離があるにもかかわらず，筆者が助手になりたての頃から長きにわたり物心両面においてご支援いただいた．本研究の多くの部分が高橋博士との共同研究となっている．ここに感謝の意を表する．

北海道大学大学院工学研究院の藤井義明教授と五十嵐敏文教授には，副査として，論文および口頭発表の内容に関して懇切丁寧にご指導いただいた．また，北海道大学大学院工学研究院の広吉直樹教授，名和豊春教授，佐藤努教授，泉典洋教授，杉山隆文教授，児玉淳一准教授，原田周作准教授には，学位授与審議委員として論文に関してご助言頂いた．とくに名和先生には，論文執筆に関して日頃から気遣っていただいた．ここに列挙した先生方を含め，北大の諸先生方に感謝申し上げる．

以下，章毎に関係者に対して謝辞を述べたい．

第 2 章の研究を進めるに当たり，貴重な資料である Darcy の原典は，北海道大学附属図書館および北海道大学工学部図書室の永山裕子氏の助けを借り，米国ノースウェスタン大学の図書館から借用した．透水試験法の理論解の検討は，山田淳司氏（当時：北海道大学大学院生）が修士論文研究の中でおこなった内容を含んでいる．これらの方々に謝意を表する．

第 3 章の実験データは，山田淳司氏（同上）が修士論文研究の中で取得したものである．ここに記して謝意を表する．

第 4 章で製作した透水試験装置の設計に際しては，張銘博士（産業技術総合研究所）にご助言いただいた．装置の製作においては高橋学博士（産業技術総合研究所）と林為人博士（海洋研究開発機構）にお世話になった．実験の実施に際しては，北海道大学大学院生（当時）の佐ノ木哲氏（現在：地層科学研究所）と宮城淳氏（現在：1st Dog Cafe）の協力を得た．これらの方々に謝意を表する．

第 5 章における X 線 CT 撮影では，北海道大学大学院生（当時）の小林優矢氏（現在：東京ガス(株)）と山中裕史氏（現在：太平洋セメント(株)）に協力いただいた．また，椋木俊文准教授（熊本大学工学部）と福田大祐助教（北海道大学大学院工学研究院）からは撮影に際して有益な助言を頂いた．石油資源開発(株)および同社の塩野谷元氏には貴重なオイ

ルサンド試料をご提供いただいた．これらの方々に謝意を表する．

第 6 章に関しては，花崗岩のマイクロクラック観察に協力いただいた小端拓郎氏（当時：北海道大学工学部学生），山田隆宏氏（当時：北海道大学大学院生）および供試体作製においてご協力いただいた北海道大学工学部の菅原隆之技官に謝意を表する．

第 7 章で紹介した泥岩の三軸試験の結果は，産業技術総合研究所の試験機を使用して，高橋学博士（産業技術総合研究所）と朴赫博士（同左，現在：地球環境産業技術研究機構）と共に実施した実験の結果である．川村考史氏（当時：北海道大学大学院生）と上野悠也氏（同左）と共に間隙水の挙動を制御した泥岩の三軸試験を始めた頃は，失敗の連続で試行錯誤の繰り返しであったが，そのかいもあり，やっと使えるデータが取れるようになってきた．三軸試験機の操作に関しては，地球環境産業技術研究機構の木山保氏（当時：幌延地圏環境研究所），三井住友建設(株)技術研究所の高橋直樹氏，日本大学文理学部の竹村貴人准教授，埼玉大学工学部の長田昌彦准教授，立命館大学理工学部の川方裕則教授にご教示いただいた．これらの方々に謝意を表する．

筆者の所属する研究室においては，金子先生，川﨑先生，多田仁美秘書をはじめ，学部生・大学院生の皆様にはいろいろな面でお世話になった．また，歴代の諸先生，研究生，秘書の方々，卒業生の皆様にもいろいろと助けられた．筆者が学生から助手になりたての頃には，田中威教授（当時），冨長勇作助教授（当時），氏平増之助教授（当時），米田哲朗特任教授には大変お世話になった．また，当研究室で学位を所得した趙祥鎬准教授（韓国全北大学）や奈良禎太助教（京都大学大学院工学研究科），福田大祐助教（北海道大学大学院工学研究院）からは多くの刺激を受けた．現在当研究室に所属している檀上尭君（博士課程 2 年）や丸山恵さん（修士課程 2 年）には担当している授業のティーチングアシスタントとして協力を得た．この場を借りて御礼申し上げる．

本論文の内容には含まれないが，共同研究等でお世話になっている花野峰行博士（日本重化学工業(株)），高見雅三氏（北海道総合研究機構），吉田静男先生（(有)ユニヴ・テック），吉田晋氏（同左）には日頃から励ましをいただき，ご心配もおかけした．ここに謝意を表する次第である．

最後に，本研究を遂行するに当たり，妻の理解は心強く感じられ，現在小六の娘の無邪気さにはいつも心を癒された．二人にはありがとうと言いたい．また，筆者を育ててくれた故郷に住む母にも感謝したい．

平成 26 年 1 月 15 日

加藤昌治

付　録

A1　透水試験法の理論の基礎

A1.1　水理水頭

本論では，透水試験法の理論式の表現において，統一的に水理水頭（hydraulic head）を用いている．水理水頭 h［m］は時間と空間の関数であり，その意味するところは，

水理水頭（全水頭）＝ 圧力水頭 ＋ 重力水頭（位置水頭）　　(A1.1)

である（山本，1986）．間隙水の流れは圧力と重力によって支配されており，それらの作用をまとめて水頭として扱うことができる．すなわち，間隙水の流れは動水勾配（水理水頭の傾き）によって決まると言い換えられる．これが Hubbert (1940)の水理ポテンシャルの考え方である．

A1.2　水理定数

本論では, 水理定数として透水係数（hydraulic conductivity）K と比貯留率（specific storage）S' を統一的に使用している．

透水係数は，多孔体内の水の流れやすさを表す 2 階のテンソル量［LT^{-1}］である（次節も参照）．厳密な定義では，「常温・大気圧条件下で，多孔体内において，単位動水勾配当たり単位時間に単位断面積を通過する水の量」となる．したがって，透水係数の次元は「LT^{-1}」であり，SI 単位系では「m/s」という単位を使用する．この透水係数には，多孔体の空隙の幾何構造と浸透水の物性が含まれている．

厳密な定義からすると，多孔体を浸透する流体が常温の水でない場合には透水係数は使えないことになる．例えば，水が高温・高圧状態の場合，あるいは水以外の液体（石油や有機溶剤など）の場合，気体（空気や天然ガスなど）の場合には，多孔体の流体輸送特性をどのように評価すればよいのか．このようなときには，浸透率（固有透過度）（intrinsic permeability）k［L^2］を導入することができる．この浸透率 k は，流体の物性に依存しない多孔体固有の（空隙の幾何構造のみに依存する）物性値である．透水係数 K は，常温・大気圧下においては，浸透率 k を用いて次のように書き表すことができる．

$$K = \frac{\rho g}{\mu} k \tag{A1.2}$$

ただし，ρ は流体の密度［ML^{-3}］，μ は流体の粘性係数［$ML^{-1}T^{-1}$］，g は重力加速度［LT^{-2}］である．なお，浸透率 k の次元は「L^2」であり，SI 単位系では「m^2」，工学単位系では Darcy の名をとり「darcy」（Wyckoff et al., 1933）あるいは「d」が使われている．透水係数と浸透率の単位の違いによる換算は，おおよそ Fig. 1.1 のようである．

本論で使用している比貯留率 S' は，非拘束比貯留率（3 次元比貯留率ともいう）［L^{-1}］であり（Wang, 2000），多孔体の体積弾性率と空隙率および流体の圧縮率の関数である．また，透水係数と比貯留率の比 K/S' は水頭拡散率［L^2T^{-1}］と呼ばれている．

A1.3　多孔体内の透水現象の支配方程式

多孔体 V 内の間隙流体の水理水頭分布を h とすると，間隙流体の流れの速度ベクトル $\boldsymbol{q}$（単位時間あたり単位面積を通過する流体の体積，流束ともいう）は，

$$\boldsymbol{q} = -\frac{\rho g}{\mu} \boldsymbol{k} \cdot \nabla h \tag{A1.3)1}$$

で与えられる．ここに，g は重力加速度，ρ と μ はそれぞれ流体の密度と粘性率，$\boldsymbol{k}$ は多孔体の浸透率（2 階のテンソル）である．$\rho g \boldsymbol{k}/\mu$ は，単位動水勾配が与えられたときに単位時間あたり単位面積を通過する間隙流体の体積と定義される．

多孔体の表面 S から単位時間に流れ出る流体の体積は，

$$\iint_S \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} dS = \iiint_V \nabla \cdot \boldsymbol{q} dV = -\frac{\rho g}{\mu} \iiint_V \nabla \cdot (\boldsymbol{k} \cdot \nabla h) dV \tag{A1.4)2}$$

で表される．このように，ガウスの発散定理を用いると面積分を体積分に変換することができる．この流出量は，多孔体内の流体量の減少率に等しいはずである．したがって，単位体積の多孔体に含まれる間隙流体の体積を ζ とすると，

$$\iiint_V \nabla \cdot \boldsymbol{q} dV = -\frac{d}{dt} \iiint_V \zeta dV = -\iiint_V \frac{\partial \zeta}{\partial t} dV \tag{A1.5}$$

と書き表せる．上の式は，任意の領域 V について成り立つから，

$$\nabla \cdot \boldsymbol{q} = -\frac{\partial \zeta}{\partial t} \tag{A1.6}$$

が得られる．ただし，領域内に流体の発生源（湧き出し）がある場合には，単位体積の多孔体において単位時間あたり発生する流体の体積を Q' とおくと，

$$\nabla \cdot \boldsymbol{q} = -\frac{\partial \zeta}{\partial t} + Q' \tag{A1.7}$$

としなければならない．

ここで，単位体積の多孔体における間隙流体の微小体積増分 $d\zeta$ は次の式で表される．

$$d\zeta = S^* dh \tag{A1.8}$$

ここに，S^*は多孔体の比貯留率（単位体積の多孔体において単位水頭変化あたりにみられる間隙流体の体積増分）である．なお，この比貯留率は，多孔体の応力条件に依存した定数である．それについては後述する．

したがって，式(A1.3)，(A1.6)，(A1.8)から

$$\frac{\rho g}{\mu} \nabla \cdot \left(\boldsymbol{k} \cdot \nabla h \right) = S^* \frac{\partial h}{\partial t} \tag{A1.9}$$

あるいは，

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\rho g}{\mu} \nabla \cdot \left(\frac{\boldsymbol{k}}{S^*} \cdot \nabla h \right) \tag{A1.10}$$

が得られる．これが水理水頭拡散方程式であり，熱伝導方程式（拡散方程式）型の偏微分方程式に分類される．

式(A1.7)には，以下のように幾通りかの表現方法がある．以下に示す微分方程式は，すべて等価な式である．

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} = Q \tag{A1.11a}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + q_{k,k} = Q \tag{A1.11b}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{q} = Q \tag{A1.11c}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathrm{div}\boldsymbol{q} = Q \tag{A1.11d}$$

ここで，ζ は単位体積の多孔体に含まれる間隙流体の体積である．$\boldsymbol{q}$, q_i は単位時間に単位断面積を通過する流体の体積（ベクトル量）（m/s）である．Q は単位時間に単位体積当り発生する流体の体積（1/s）を表す.

ζ は次式で表される.

$$\zeta = \frac{\delta V_p - \delta V_f}{V} = S_\sigma p = S' h \qquad (\mathrm{m}^{-1}) \tag{A1.12}$$

ただし，V_p は間隙の体積（m^3），V_f は流体の体積（m^3）で，V は基準体積（バルクの体積）（m^3）である. 流体が非圧縮性の場合，$\delta V_f = 0$ である．S_σ と S' は非拘束比貯留率（1/Pa, 1/m）である.

$\boldsymbol{q}$ については以下のように表される.

$$q_i = -K_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \tag{A1.13a}$$

$$q_i = -K_{ij} h_{,j} \tag{A1.13b}$$

$$\boldsymbol{q} = -\boldsymbol{K} \cdot \nabla h \tag{A1.13c}$$

$$\boldsymbol{q} = -\boldsymbol{K} \cdot \mathrm{grad} h \tag{A1.13d}$$

ただし，h は水理水頭（m），q_i は流速ベクトル flow velocity vector（m/s），$\boldsymbol{K}$, K_{ij} は透水係数（水理伝導率）hydraulic conductivity（2 階のテンソル second-rank tensor）（m/s）である.

したがって，水理拡散方程式は次式のように書き換えられる.

$$S' \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = Q \tag{A1.14a}$$

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\left(K_{ij}h_{,j}\right)_{,i}=Q \tag{A1.14b}$$

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\nabla\cdot\left(\boldsymbol{K}\cdot\nabla h\right)=Q \tag{A1.14c}$$

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\mathrm{div}\cdot\left(\boldsymbol{K}\cdot\mathrm{grad}h\right)=Q \tag{A1.14d}$$

(1)　3 次元流れ

上述した内容に基づき，3 次元の水理拡散現象を数学的に記述すれば以下のようになる．

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(K_{ij}\frac{\partial h}{\partial x_j}\right)=Q \quad (i,j=1,2,3) \tag{A1.15a}$$

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\left(K_{ij}h_{,j}\right)_{,i}=Q \quad (i,j=1,2,3) \tag{A1.15b}$$

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\nabla\cdot\left(\boldsymbol{K}\cdot\nabla h\right)=Q \tag{A1.15c}$$

ただし，$\nabla=\left(\begin{array}{ccc}\dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\end{array}\right)$，$\boldsymbol{K}=\begin{pmatrix}K_{xx} & K_{xy} & K_{xz}\\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz}\\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz}\end{pmatrix}$ である．

(2)　2 次元流れ

つぎに，3 次元流れをそのまま 2 次元問題に適用すれば，水理拡散方程式は以下のようになる．

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(K_{ij}\frac{\partial h}{\partial x_j}\right)=Q \quad (i,j=1,2) \tag{A1.16a}$$

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\left(K_{ij}h_{,j}\right)_{,i}=Q \quad (i,j=1,2) \tag{A1.16b}$$

$$S'\frac{\partial h}{\partial t}-\nabla\cdot\left(\boldsymbol{K}\cdot\nabla h\right)=Q \tag{A1.16c}$$

ただし，$\nabla = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{pmatrix}$ である．

帯水層を考えた場合，流れの場は 3 次元空間であるが，水の流れは 2 次元的で水平方向だけを考えれば良いので，水理拡散方程式は以下のようにも書き表される．

$$S\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(T_{ij}\frac{\partial h}{\partial x_j}\right) = Q \quad (i, j = 1, 2) \tag{A1.17a}$$

$$S\frac{\partial h}{\partial t} - \left(T_{ij}h_{,j}\right)_{,i} = Q \quad (i, j = 1, 2) \tag{A1.17b}$$

$$S\frac{\partial h}{\partial t} - \nabla\cdot\left(\boldsymbol{T}\cdot\nabla h\right) = Q \tag{A1.17c}$$

ここで，$\boldsymbol{T}$ は透水量係数 transmissivity (coefficient of transmissivity)（2 階のテンソル second-rank tensor）（m^2/s）と呼ばれており，$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{K}b = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \end{pmatrix}$ である．S は貯留係数 strativity (coefficient of storage, storage coefficient)（-）であり，$S = S'b$ の関係がある．b は帯水層の厚さ（m）である．

(3)　1 次元流れ

さらに，2 次元流れをそのまま 1 次元問題に適用すれば，水理拡散方程式は以下のようになる．この式は Terzaghi の 1 次元圧密理論の式と等価である．

$$S'\frac{\partial h}{\partial t} - K\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = Q \tag{A1.18}$$

室内透水試験において円柱状供試体の軸方向にのみ動水勾配を発生させる場合，供試体内の水の流れは 1 次元的であるので，(2)でおこなったように 3 次元空間における 1 次元水理拡散方程式は以下のように表される．

$$S^1\frac{\partial h}{\partial t} - K^1\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = Q \tag{A1.19}$$

ただし，K^1 は 1 次元透水係数 one dimensional hydraulic conductivity（m^3/s），S^1 は 1 次元貯留

係数 one dimensional storage coefficient（m）と呼ぶことにする．ここで，$K^1 = K_{xx}A$，$S^1 = S'A$ である．A は流れの方向に垂直な断面積（m^2）である．

式(A1.18)において，湧き出しがないとして（Q=0），上式をそのまま 1 次元問題に適用すれば，次式が得られる．

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{K}{S'}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \tag{A1.5}$$

上式が飽和多孔体における間隙流体の一次元流れの支配方程式であり，熱伝導型の微分方程式として表されている．円柱形供試体の軸方向流れに基づいた透水試験法はすべてこの式を基礎式としている．なお，上式は Terzaghi の 1 次元圧密理論（Terzaghi, 1925）の式と同じ形をしているが，Terzaghi の圧密試験と静水圧下における透水試験とは供試体の境界条件（拘束条件）が異なるため，比貯留率の意味が違うので注意が必要である．

A1.4　感度係数の計算

多孔質材料の水理定数（透水係数と比貯留率）や装置の上流・下流側圧縮貯留量の水頭差に対する感度係数は，各透水試験法の水頭の解析解が得られているので，それぞれ以下の式で解析的に計算される（Carslaw and Jaeger, 1959; Wang and Hart, 1993）．

$$\frac{K}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial K} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial(\ln K)} \tag{A1.8}$$

$$\frac{S'}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S'} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial(\ln S')} \tag{A1.9}$$

$$\frac{S_u}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S_u} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial(\ln S_u)} \tag{A1.10}$$

$$\frac{S_d}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S_d} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial(\ln S_d)} \tag{A1.11}$$

ここで，時間と水頭差は無次元化して扱っている．これらの式から，感度係数も時間の関数であることがわかる．なお，感度係数の計算は，実験データの解析においてヤコビアンを計算するときに付随するので，それを利用することが可能である（加藤ら，2013）．

A2　透水試験法の解析解の導出

A2.1　定水位法（下流側定容積条件）の解析解

第 2 章で示した定水位法（下流側定容積条件）の解析解の導出過程を示す．本手法は，定水位法の下流側境界条件を定水頭から定容積（定貯留量）に変えたものであり，上流側端面を一定圧に保ち，下流側端面に設置した貯留槽の圧力の増加による水頭差の経時変化から供試体の水理定数を評価する方法である．

定水位法（下流側定容積条件）の初期・境界条件ならびに支配方程式は以下のようである．なお，供試体内の流体の流れは x 軸方向の一次元流れとし，供試体内の水理水頭分布は位置 x と時刻 t の関数 $h(x,t)$とする．

初期条件

$$h(x,0)=0 \quad (0<x<l) \tag{A2.1}$$

境界条件

・下流側端面：　$h(0,t)=h_d \quad (t>0)$ (A2.2)

$$\frac{dh_d}{dt}-\frac{KA}{S_d}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0}=0 \tag{A2.3}$$

・上流側端面：　$h(l,t)=h_u \quad (t>0)$ (A2.4)

ここで，K は透水係数，S_dは下流側貯留槽の圧縮貯留量である．

支配方程式［一次元水頭拡散方程式］

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}-\frac{1}{\kappa}\frac{\partial h}{\partial t}=0 \quad (0<x<l,\ t>0) \tag{A2.5}$$

ただし，κ は水頭拡散係数で，次式で表される．

$$\kappa=\frac{K}{S'} \tag{A2.6}$$

ここで，　S'は比貯留率である．

支配方程式(A2.5)および境界条件(A2.3)と(A2.4)を時間 t に関してラプラス変換（ラプラス積分）すると次式が得られる．

$$\frac{d^2\bar{h}}{dx^2}-\frac{1}{\kappa}\left[s\bar{h}-h(x,0)\right]=\frac{d^2\bar{h}}{dx^2}-a^2\bar{h}=0 \tag{A2.7}$$

$$s\left[\bar{h}\right]_{x=0}-\lambda_d\left[\frac{d\bar{h}}{dx}\right]_{x=0}=0 \tag{A2.8}$$

$$\left[\bar{h}\right]_{x=l}=\frac{h_u}{s} \tag{A2.9}$$

ここで，$\bar{h}(s)=L\left[h(x,t)\right]$は水理水頭 h のラプラス変換を表し，複素数 s の関数となっている．また，$a^2=s/\kappa$，$\lambda_d=KA/S_d$としている．

式(A2.7)の一般解は次のようである．

$$\bar{h}=C_1\cosh ax+C_2\sinh ax \quad \text{あるいは} \quad \bar{h}=C_1'e^{ax}+C_2'e^{-ax} \tag{A2.10}$$

$$\left(\cosh ax=\frac{e^{ax}+e^{-ax}}{2},\ \sinh ax=\frac{e^{ax}-e^{-ax}}{2}\right)$$

ここで，C_1 と C_2 および C_1'と C_2'は積分定数である．よって，この一般解の 1 階と 2 階の導関数は，

$$\frac{d\bar{h}}{dx}=a\left(C_1\sinh ax+C_2\cosh ax\right) \tag{A2.11}$$

$$\frac{d^2\bar{h}}{dx^2}=a^2\left(C_1\cosh ax+C_2\sinh ax\right)=a^2\bar{h} \tag{A2.12}$$

となり，一般解［式(A2.10)］は微分方程式(A2.7)を満足していることがわかる．式(A2.10)～(A2.12)により，境界条件の式(A2.9)は，

$$C_1\cosh al+C_2\sinh al=\frac{h_u}{s} \tag{A2.13}$$

となり，式(A2.8)は，

$$sC_1-\lambda_d aC_2=0 \tag{A2.14}$$

となる．式(A2.13)と式(A2.14)から，

$$C_2 = \frac{h_u}{a\lambda_d \cosh al + s \sinh al} \tag{A2.15}$$

$$C_1 = \frac{2\lambda_d h_u}{s\left(a\lambda_d \cosh al + s \sinh al\right)} \tag{A2.16}$$

が得られる．よって，

$$\bar{h} = \frac{h_u\left(a\lambda_d \cosh ax + s \sinh ax\right)}{s\left(a\lambda_d \cosh al + s \sinh al\right)} \tag{A2.17}$$

ここで，$a^2 = s/\kappa$，$\lambda_d = KA/S_d$，$\kappa = K/S'$ である．

次に，式(A2.17)にラプラス逆変換を適用し，次式のような複素積分を実施することにより供試体内の水理水頭 $h(x,t)$ を求めることとする．

$$h(x,t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{C-i\infty}^{C+i\infty} e^{st}\bar{h}(s)ds \quad \text{（ブロムウィッチ積分）} \tag{A2.18}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\lim_{r\to\infty}\int_{C-ir}^{C+ir} e^{st}\bar{h}(s)ds$$

ラプラス逆変換におけるブロムウィッチ積分は，ラプラス変換表が利用可能であれば直接積分計算をせずに解が得られる．ブロムウィッチ積分を直接計算する場合は，通常，以下の手順に従うとよい．

まず，ジョルダンの補助定理が適用できるかどうか，すなわち，$|s|\to\infty$ のとき $\bar{h}(s)\to 0$ となるかどうか確かめる．式(A2.17)を変形すると，

$$\bar{h} = \frac{h_u\left(a\lambda_d \cosh ax + s \sinh ax\right)}{s\left(a\lambda_d \cosh al + s \sinh al\right)} = \frac{h_u\left(\dfrac{\lambda_d}{\kappa a}\cosh ax + \sinh ax\right)}{a\lambda_d \cosh al + s \sinh al} \tag{A2.19}$$

となり，この条件を満たしていることがわかる．ジョルダンの補助定理から円弧上の線積分は 0 となることから，式(A2.18)は閉曲線の 1 周積分の表記で次式のように書き表される．

$$h(x,t) = \frac{1}{2\pi i}\lim_{R\to\infty}\oint e^{st}\bar{h}(s)ds \tag{A2.20}$$

したがって，コーシーの積分定理と留数定理より，式(A2.20)は極 s_n における留数を用いて次式のように与えられる．

$$h(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\operatorname*{Res}_{s=s_n}\left[e^{st}\,\bar{h}(s)\right] \tag{A2.21}$$

いま，式(A2.18)の被積分関数 $e^{st}\,\bar{h}(s)$ の複素平面上の特異点について考える．まず，明らかに，被積分関数は s=0 において 2 位の極をもつ．ところで，一般に，M 位の極をもつ場合の留数は，次式のように表される．

$$\operatorname*{Res}_{s=s_n}\left[e^{st}\,\bar{h}(s)\right]=\frac{1}{(M-1)!}\lim_{s\to s_n}\frac{d^{M-1}}{ds^{M-1}}\left[(s-s_n)^M\,e^{st}\,\bar{h}(s)\right] \tag{A2.22}$$

したがって，2 位の極 s=0 における留数は，

$$\operatorname*{Res}_{s=0}\left[e^{st}\,\bar{h}\right]=\lim_{s\to 0}\frac{d}{ds}\left[s^2e^{st}\,\bar{h}\right]=\lim_{s\to 0}\frac{d}{ds}\left[\frac{sh_ue^{st}\left(a\lambda_d\cosh ax+s\sinh ax\right)}{a\lambda_d\cosh al+s\sinh al}\right] \tag{A2.23}$$

ここで，$\dfrac{da}{ds}=\dfrac{1}{2\kappa a}$，$\dfrac{d}{ds}\left[\cosh ax\right]=\dfrac{x}{2\kappa a}\sinh ax$，$\dfrac{d}{ds}\left[\sinh ax\right]=\dfrac{x}{2\kappa a}\cosh ax$ より，

$$\begin{aligned}\operatorname*{Res}_{s=0}\left[e^{st}\,\bar{h}\right]=\lim_{s\to 0}\Bigg[&h_ue^{st}\,\frac{\left(3\lambda_d+sx+2s\lambda_d\right)\cosh ax+\left(a\lambda_dx+4a\kappa+2sa\kappa\right)\sinh ax}{2\left(\lambda_d\cosh al+a\kappa\sinh al\right)}\\&-h_ue^{st}\,\frac{\left(\kappa\lambda_d\cosh ax+a\kappa^2\sinh ax\right)\left\{\left(\lambda_d+sl\right)\cosh al+a\left(\lambda_dl+2\kappa\right)\sinh al\right\}}{2\kappa\left(\lambda_d\cosh al+a\kappa\sinh al\right)^2}\Bigg]\end{aligned}$$

$$=h_u\left[\frac{3\lambda_d}{2\lambda_d}-\frac{\kappa\lambda_d\lambda_d}{2\kappa{\lambda_d}^2}\right]=h_u \tag{A2.24}$$

s=0 以外の極を s_n（n=1,2,･･･）とおくと，s_n はすべて 1 位の極であることがわかる．s_n については次式を満足する．

$$a\lambda_d \cosh al + s \sinh al = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \tanh al = -\frac{\lambda_d}{KA} \tag{A2.25}$$

つぎに，1 位の極 s_n における留数は，

$$\operatorname*{Res}_{s=s_n}\left[e^{st}\bar{h}\right] = \lim_{s\to s_n}(s-s_n)e^{st}\bar{h} = \lim_{s\to s_n}\frac{h_u e^{st}\left(a\lambda_d \cosh ax + s\sinh ax\right)}{\frac{d}{ds}\left[s\left(a\lambda_d \cosh al + s\sinh al\right)\right]}$$

$$= \frac{2h_u e^{a_n{}^2\kappa t}\left(\frac{\lambda_d}{a_n\kappa}\cosh a_n x + \sinh a_n x\right)}{\left(3\frac{\lambda_d}{a_n\kappa} + a_n l\right)\cosh a_n l + \left(4 + \frac{\lambda_d}{a_n\kappa}a_n l\right)\sinh a_n l} \tag{A2.26}$$

ここで，a_n は $\tanh al = -\lambda_d / KA$ の根である．

したがって，最終的に，

$$h(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty}\operatorname*{Res}_{s=s_n}\left[e^{st}\bar{h}\right] = \operatorname*{Res}_{s=0}\left[e^{st}\bar{h}\right] + \sum_{n=1}^{\infty}\operatorname*{Res}_{s=s_n}\left[e^{st}\bar{h}\right]$$

$$= h_u + 2h_u\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{a_n{}^2\kappa t}\left(\frac{\lambda_d}{a_n\kappa}\cosh a_n x + \sinh a_n x\right)}{\left(3\frac{\lambda_d}{a_n\kappa} + a_n l\right)\cosh a_n l + \left(4 + \frac{\lambda_d}{a_n\kappa}a_n l\right)\sinh a_n l} \tag{A2.27}$$

が得られる．ここで，a_n は $\tanh al = -\lambda_d / KA$ の根であり，$\lambda_d = KA/S_d$，$\kappa = K/S'$ である．さらに，$\alpha = Kt/S'l^2$，$\beta = S'Al/S_u$，$\gamma = S_d/S_u$，$\xi = x/l$ を考慮し，$\phi = ali$ （ϕ は実数，a は虚数）と置くことで次のような関係が得られる．

$$\lambda_d = \frac{l\alpha\beta}{t\gamma} \tag{A2.28}$$

$$\tanh al = -i\tan ali = -\frac{\beta}{ali\gamma} \quad \Leftrightarrow \quad \tan\phi = \frac{\beta}{\gamma\phi} \tag{A2.29}$$

$$\cosh a_n x = \cos\phi_n \xi \tag{A2.30}$$

$$\sinh a_n x = -i\sin\phi_n \xi \tag{A2.31}$$

したがって，式(A2.28)～(A2.31)を用いて式(A2.27)を整理すると，

$$h(x,t) = h_u - 2h_u \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha\phi_n^2}\left(\frac{\beta}{\gamma\phi_n}\cos\phi_n\xi - \sin\phi_n\xi\right)}{\phi_n\cos\phi_n + \left(1+\frac{\beta}{\gamma}\right)\sin\phi_n} \tag{A2.32}$$

が得られる．上式が，定水位法（下流側定容積条件）の厳密な解析解である．ただし，$\alpha = Kt/S'l^2$，$\beta = S'Al/S_u$，$\gamma = S_d/S_u$，$\xi = x/l$ であり，ϕ_n は次の非線形方程式の根である．

$$\tan\phi = \frac{\beta}{\gamma\phi} \tag{A2.33}$$

A2.2　差圧計を介した圧力伝播を考慮したトランジェントパルス法の解析解

第3章3.5節で示した差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播を考慮したトランジェントパルス法の解析解の導出過程を示す．本手法の概念モデル図はFig. 3.8を参照されたい．このモデルにおいて，ダイヤフラムが剛的であれば（変形しないとすれば），従来のトランジェントパルス法のモデルと等しくなる．

3.5 節の繰り返しとなるが，本手法の初期・境界条件は以下のようである．支配方程式は式(A2.5)に等しい．また，供試体内の流体の流れや水理水頭分布の取り扱いも前節と同様とする．

初期条件

・供試体内部　$h(x,0) = 0$　(0<x<l)　(A2.34)

・下流側端面　$h_d(0) = h(0,0) = \varepsilon_u H$　(A2.35)

・上流側端面　$h_u(0) = h(L,0) = H$　(A2.36)

境界条件：

・下流側端面　$$KA\left[\frac{\partial h}{\partial x}\right]_{x=0} - S_d\left(\frac{dh_d}{dt} - \frac{\varepsilon_u}{1-\varepsilon_u}\frac{d\Delta h}{dt}\right) = 0 \quad (t>0) \tag{A2.37}$$

・上流側端面　$$KA\left[\frac{\partial h}{\partial x}\right]_{x=L} + S_u\left(\frac{dh_u}{dt} + \frac{\varepsilon_d}{1-\varepsilon_d}\frac{d\Delta h}{dt}\right) = 0 \quad (t>0) \tag{A2.38}$$

ここで，hは供試体内の水頭，h_dとh_uはそれぞれ下流側と上流側の水頭で水頭差 $\Delta h = h_u - h_d$，Hは初期負荷水頭，Kは供試体の透水係数，AとLはそれぞれ供試体の断面積と高さ，S_dとS_u

がそれぞれ下流側と上流側の貯留槽の圧縮貯留量である．ε_dとε_uが従来の理論には含まれていないもので，それぞれ下流側から上流側へのダイヤフラムを介した圧力伝播率および上流側から下流側へのダイヤフラムを介した圧力伝播率であり，ε_uは次式のように定義される．

$$\varepsilon_u = \frac{\Delta h_d}{\Delta h_u} \tag{A2.39}$$

さらに，ε_d と ε_u の比は圧縮貯留量の比 γ に等しい．すなわち，

$$\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_u} = \frac{S_d}{S_u} = \gamma \tag{A2.40}$$

である．なお，式(A2.35)～(A2.38)において $\varepsilon_u = 0$ のとき，従来のトランジェントパルス法の初期・境界条件と一致する．

支配方程式(A2.5)および境界条件(A2.37)と(A2.38)を時間 t に関してラプラス変換（ラプラス積分）すると次式が得られる．

$$\frac{d^2\bar{h}}{dx^2} - a^2\bar{h} = 0 \tag{A2.41}$$

$$\frac{\lambda_d s}{1-\varepsilon_u}\left\{\left[\bar{h}\right]_{x=0} - \varepsilon_u\left[\bar{h}\right]_{x=l}\right\} - \left[\frac{d\bar{h}}{dx}\right]_{x=0} = 0 \tag{A2.42}$$

$$\frac{\lambda_u}{1-\varepsilon_u}\left\{s\left[\bar{h}\right]_{x=l} - \gamma\varepsilon_u s\left[\bar{h}\right]_{x=0} - \left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)H\right\} + \left[\frac{d\bar{h}}{dx}\right]_{x=l} = 0 \tag{A2.43}$$

ここで，式(A2.5)～(A2.7)と比較して，$\bar{h}(s) = L[h(x,t)]$ と $a^2=s/\kappa$ は同じ定義であるが，$\lambda_d=S_d/KA$ と $\lambda_u= S_u/KA$ の定義が逆数となっていることに注意されたい．なお，式(A2.41)は式(A2.7)と同じである．

式(A2.41)の一般解は，式(A2.10)と同じく次式で与えられる．

$$\bar{h} = C_1\cosh ax + C_2\sinh ax \quad \text{あるいは} \quad \bar{h} = C_1'e^{ax} + C_2'e^{-ax} \tag{A2.44}$$

$$\left(\cosh ax = \frac{e^{ax}+e^{-ax}}{2},\ \sinh ax = \frac{e^{ax}-e^{-ax}}{2}\right)$$

ここで，C_1 と C_2 および C_1’と C_2’は積分定数である．よって，この一般解の 1 階と 2 階の導

関数は,

$$\frac{d\bar{h}}{dx} = a\left(C_1 \sinh ax + C_2 \cosh ax\right) \tag{A2.45}$$

$$\frac{d^2\bar{h}}{dx^2} = a^2\left(C_1 \cosh ax + C_2 \sinh ax\right) = a^2\bar{h} \tag{A2.46}$$

となり，一般解［式(A2.44)］は微分方程式(A2.41)を満足していることがわかる．式(A2.44)～(A2.46)から

$$\left[\bar{h}\right]_{x=0} = C_1 \tag{A2.45}$$

$$\left[\bar{h}\right]_{x=l} = C_1 \cosh al + C_2 \sinh al \tag{A2.46}$$

$$\left[\frac{d\bar{h}}{dx}\right]_{x=0} = aC_2 \tag{A2.47}$$

$$\left[\frac{d\bar{h}}{dx}\right]_{x=l} = a\left(C_1 \sinh al + C_2 \cosh al\right) \tag{A2.48}$$

となるので，これらを境界条件の式(A2.42)と(A2.43)に代入すると次式が得られる．

$$C_1 s\left(1 - \varepsilon_u \cosh al\right) - C_2\left(\varepsilon_u a \sinh al + \frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d} a\right) = 0 \tag{A2.49}$$

$$C_1\left(s\cosh al - \gamma\varepsilon_u s + \frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\sinh al\right) + C_2\left(s\sinh al + \frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u} a\cosh al\right) - \left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)H = 0 \tag{A2.50}$$

これらを連立して解くと，C_1 と C_2 が以下のように求まる．

$$C_1 = \frac{H\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)\left(\dfrac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d} a + \varepsilon_u s \sinh al\right)}{\left(\dfrac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d} + \dfrac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right) as\cosh al + \left\{\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)s^2 + \dfrac{\left(1-\varepsilon_u\right)\left(1-\gamma\varepsilon_u\right)}{\lambda_d\lambda_u} a^2\right\}\sinh al - \left(\dfrac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}\gamma + \dfrac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)\varepsilon_u as} \tag{A2.51}$$

$$C_2 = \frac{Hs\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)\left(1-\varepsilon_u\cosh al\right)}{\left(\dfrac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d} + \dfrac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right) as\cosh al + \left\{\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)s^2 + \dfrac{\left(1-\varepsilon_u\right)\left(1-\gamma\varepsilon_u\right)}{\lambda_d\lambda_u} a^2\right\}\sinh al - \left(\dfrac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}\gamma + \dfrac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)\varepsilon_u as} \tag{A2.52}$$

よって，微分方程式(A2.41)の一般解(A2.44)は次式のように求まる．

$$\bar{h}=\frac{H\left(1-\gamma\varepsilon_u{}^2\right)\left\{\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}a+\varepsilon_u s\sinh al\right)\cosh ax+s\left(1-\varepsilon_u\cosh al\right)\sinh ax\right\}}{\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}+\frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)as\cosh al+\left\{\left(1-\gamma\varepsilon_u{}^2\right)s^2+\frac{\left(1-\varepsilon_u\right)\left(1-\gamma\varepsilon_u\right)}{\lambda_d\lambda_u}a^2\right\}\sinh al-\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}\gamma+\frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)\varepsilon_u as} \tag{A2.53}$$

ここで，$a^2=s/\kappa$，$\kappa=K/S'$，$\lambda_d=S_d/KA$，$\lambda_u=S_u/KA$，$\gamma=\varepsilon_d/\varepsilon_u=S_d/S_u$ である．

次に，式(A2.53)にラプラス逆変換を適用し，供試体内の水理水頭 $h(x,t)$を求めることとする．ラプラス逆変換においては，次式で表される複素積分を実施する．

$$h(x,t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{C-i\infty}^{C+i\infty}e^{st}\bar{h}(s)ds \quad \text{（ブロムウィッチ積分）} \tag{A2.54}$$

まず，ジョルダンの補助定理が適用できるかどうか，すなわち，$|s|\to\infty$ のとき $\bar{h}(s)\to 0$ となるかどうか確かめる．式(A2.53)の分母分子を s で割ると，

$$\bar{h}=\frac{H\left(1-\gamma\varepsilon_u{}^2\right)\left\{\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}\frac{a}{s}+\varepsilon_u\sinh al\right)\cosh ax+\left(1-\varepsilon_u\cosh al\right)\sinh ax\right\}}{\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}+\frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)a\cosh al+\left\{\left(1-\gamma\varepsilon_u{}^2\right)s+\frac{\left(1-\varepsilon_u\right)\left(1-\gamma\varepsilon_u\right)}{\kappa\lambda_d\lambda_u}\right\}\sinh al-\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}\gamma+\frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)\varepsilon_u a} \tag{A2.55}$$

となり，この条件を満たしていることがわかる．ジョルダンの補助定理から円弧上の線積分は 0 となることから, 式(A2.54)は閉曲線の 1 周積分の表記で次式のように書き表される．

$$h(x,t)=\frac{1}{2\pi i}\lim_{R\to\infty}\oint e^{st}\bar{h}(s)ds \tag{A2.56}$$

したがって，コーシーの積分定理と留数定理より，上式は極 s_n における留数を用いて次式のように与えられる．

$$h(x,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{Res}\left[e^{st}\,\bar{h}(s)\right] \tag{A2.57}$$

いま，式(A2.54)の被積分関数 $e^{st}\,\bar{h}(s)$ の複素平面上の特異点（極 s_m）について考える．s_m は，式(A2.55)からわかるように，次の固有方程式の根であり， $s\le 0$ の実数で無数に存在する．

$$\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}+\frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)a\cosh al+\left\{\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)s+\frac{(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)}{\kappa\lambda_d\lambda_u}\right\}\sinh al-\left(\frac{1-\varepsilon_u}{\lambda_d}\gamma+\frac{1-\gamma\varepsilon_u}{\lambda_u}\right)\varepsilon_u a=0 \tag{A2.58}$$

まず，明らかに，s=0 は被積分関数 $e^{st}\,\bar{h}(s)$ の 1 位の極である．s=0 以外の極は，上式の非線形方程式の非零の根を求めればよい．ここで，$\beta=S'Al/S_u$ ，$\gamma=S_d/S_u$ を考慮すると，上式は次式のように表される．

$$\frac{\beta Ka}{\gamma S'l}\left\{1+\gamma-\left(1+\gamma^2\right)\varepsilon_u\right\}\cosh al+\left\{\frac{Ka^2}{S'}\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)+\frac{\beta^2K(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)}{\gamma S'l^2}\right\}\sinh al-\frac{\beta K\varepsilon_u a}{S'l}\left\{2-(1+\gamma)\varepsilon_u\right\}=0 \tag{A2.59}$$

ここで，両辺に $S'\gamma l^2/K$ をかけて，双曲線関数を三角関数で表すと次式のようになる．

$$\beta al\left\{1+\gamma-\left(1+\gamma^2\right)\varepsilon_u\right\}\cos ial+\left\{\gamma l^2a^2\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)+\beta^2(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)\right\}(-i)\sin ial-\beta\gamma\varepsilon_u al\left\{2-(1+\gamma)\varepsilon_u\right\}=0 \tag{A2.60}$$

さらに，$ial=\phi$ （実数）とおき，式を整理すると次式が得られる．

$$\phi\left\{1+\gamma-\left(1+\gamma^2\right)\varepsilon_u\right\}\cos\phi-\left\{\frac{\gamma\phi^2}{\beta}\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)-\beta(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)\right\}\sin\phi-\varepsilon_u\gamma\phi\left\{2-(1+\gamma)\varepsilon_u\right\}=0 \tag{A2.61}$$

よって，s=0 以外の 1 位の極 s_m（m=1, 2,･･･）は，

$$s_m=\frac{K}{S'}{a_m}^2=-\frac{K{\phi_m}^2}{S'l^2} \tag{A2.62}$$

であり，ここで ϕ_m は非線形方程式(A2.61)の根である．ϕ_m は実数であるから，極 s_m は負の実数となる．

それでは，Bromwich 積分における被積分関数 $e^{st}\bar{h}(s)$ の極 s_m における留数を計算する．一般に，M 位の極をもつ場合の留数は，次式のように表される．

$$\operatorname*{Res}_{s=s_m}\left[e^{st}\bar{h}(s)\right]=\frac{1}{(M-1)!}\lim_{s\to s_m}\frac{d^{M-1}}{ds^{M-1}}\left[(s-s_m)^M e^{st}\bar{h}(s)\right] \tag{A2.63}$$

したがって，まず，1 位の極 s=0 における留数は，

$$\operatorname*{Res}_{s=0}\left[e^{st}\bar{h}\right]=\lim_{s\to 0}\left[se^{st}\bar{h}\right]=\frac{H\left(1-\gamma{\varepsilon_u}^2\right)}{(1+\beta+\gamma)(1-\gamma\varepsilon_u)} \tag{A2.64}$$

と求まる．つぎに，式(A2.62)に示した s=0 以外の極 s_m（m=1,2,･･･）はすべて 1 位の極である．よって，極 s_m における留数は以下のように計算される．

$$\begin{aligned}\operatorname*{Res}_{s=s_m}\left[e^{st}\bar{h}\right]&=\lim_{s\to s_m}(s-s_m)e^{st}\bar{h}\\&=\frac{2H\exp(-\alpha{\phi_m}^2)(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\left\{\left(1-\varepsilon_u-\frac{\varepsilon_u\gamma\phi_m}{\beta}\sin\phi_m\right)\cos\phi_m\xi-\frac{\gamma\phi_m}{\beta}\left(1-\varepsilon_u\cos\phi_m\right)\sin\phi_m\xi\right\}}{\left[\left\{2(1-\varepsilon_u)+2\gamma(1-\gamma\varepsilon_u)+\beta(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)-\frac{\gamma{\phi_m}^2}{\beta}(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\right\}\cos\phi_m\right.}\\&\qquad\left.-\left\{\phi_m(1-\varepsilon_u)+\gamma\phi_m(1-\gamma\varepsilon_u)+\frac{\beta}{\phi_m}(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)+\frac{3\gamma\phi_m}{\beta}(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\right\}\sin\phi_m-2\gamma\varepsilon_u\left\{(1-\varepsilon_u)+(1-\gamma\varepsilon_u)\right\}\right]\end{aligned} \tag{A2.65}$$

したがって，最終的に，差圧計のダイヤフラムを介した圧力伝播を考慮したトランジェントパルス法の厳密な解析解として次式が得られる．

$$\begin{aligned}\frac{h(x,t)}{H}&=\frac{1-\gamma{\varepsilon_u}^2}{(1+\beta+\gamma)(1-\gamma\varepsilon_u)}\\&\quad+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp(-\alpha{\phi_m}^2)(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\left\{\left(1-\varepsilon_u-\frac{\varepsilon_u\gamma\phi_m}{\beta}\sin\phi_m\right)\cos\phi_m\xi-\frac{\gamma\phi_m}{\beta}\left(1-\varepsilon_u\cos\phi_m\right)\sin\phi_m\xi\right\}}{\left[\left\{\beta(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)-\frac{\gamma{\phi_m}^2}{\beta}(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\right\}\cos\phi_m\right.}\\&\qquad\left.-\left\{\phi_m(1-\varepsilon_u)+\gamma\phi_m(1-\gamma\varepsilon_u)+\frac{\beta}{\phi_m}(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)+\frac{\gamma\phi_m}{\beta}(1-\gamma{\varepsilon_u}^2)\right\}\sin\phi_m\right]\end{aligned}$$

(A2.66)

上式で使われている記号は，2.3節同様，$\alpha = Kt/(S'L^2)$，$\beta = S'AL/S_u$，$\gamma = S_d/S_u$，$\xi = x/L$ である．また，ϕ_m は，次式の正の根である．

$$\{(1-\varepsilon_u)+\gamma(1-\gamma\varepsilon_u)\}\cos\phi+\left\{\frac{\beta}{\phi}(1-\varepsilon_u)(1-\gamma\varepsilon_u)-\frac{\gamma\phi}{\beta}(1-\gamma\varepsilon_u{}^2)\right\}\sin\phi-\gamma\varepsilon_u\{(1-\varepsilon_u)+(1-\gamma\varepsilon_u)\}=0$$

(A2.67)

上式において，ε_u=0とすれば，従来のパルス法の解析解と同じ式（Hsieh et al., 1981）となる．また，ε_u=1とすれば，7.3節で示したように，等方圧密試験において負の載荷（すなわち除荷）をしたときの現象を表わす式となる．

A3　岩石内マイクロクラックの 3 次元方位密度関数の係数

相対座標系の座標軸と絶対座標系の座標軸とが一致する場合の式(6.19)中に表れる $\theta^{(i)}$ の関数 $A_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$（式(6.20)）と $B_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$（式(6.21)）を Table A3.1 に掲載する．なお，Table A3.1 のキャプションは以下のようである．

Table A3.1 (in the following pages) Functions $A_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$ and $B_n^m\left(\theta^{(i)}\right)$ in the equation (6.19): (a) functions $A_n^m\left(\theta^{(X)}\right)$ and $B_n^m\left(\theta^{(X)}\right)$ when ($x^{(i)}$, $y^{(i)}$, $z^{(i)}$)=(*Y, Z, X*) with θ being $\theta^{(X)}$, (b) functions $A_n^m\left(\theta^{(Y)}\right)$ and $B_n^m\left(\theta^{(Y)}\right)$ when ($x^{(i)}$, $y^{(i)}$, $z^{(i)}$)=(*Z, X, Y*) with θ being $\theta^{(Y)}$, and (c) functions $A_n^m\left(\theta^{(Z)}\right)$ and $B_n^m\left(\theta^{(Z)}\right)$ when ($x^{(i)}$, $y^{(i)}$, $z^{(i)}$)=(*X, Y, Z*) with θ being $\theta^{(Z)}$ in the table.

Table A3.1 (a) ${}^{(X)}A_n^m\left(\theta^{(X)}\right)$, ${}^{(X)}B_n^m\left(\theta^{(X)}\right)$; $0 \le m \le n$ for X-plane

n \ m		0	1	2	3	4	5	6
0	$A_0^m(\theta)$	$\frac{\pi}{2}$						
	$B_0^m(\theta)$	0						
1	$A_1^m(\theta)$	0	$\frac{2}{3}$					
	$B_1^m(\theta)$	0	0					
2	$A_2^m(\theta)$	$\frac{\pi}{16}\left(9\sin^2\theta-4\right)$	0	$\frac{3\pi}{8}\left(3\sin^2\theta-2\right)$				
	$B_2^m(\theta)$	0	$\frac{9\pi}{8}\sin\theta\cos\theta$	0				
3	$A_3^m(\theta)$	0	$3\sin^2\theta-1$	0	$2\left(9\sin^2\theta-7\right)$			
	$B_3^m(\theta)$	0	0	$12\sin\theta\cos\theta$	0			
4	$A_4^m(\theta)$	$\frac{\pi}{128}\left(175\sin^4\theta-180\sin^2\theta+24\right)$	0	$\frac{15\pi}{32}\left(35\sin^4\theta-34\sin^2\theta+4\right)$	0	$\frac{105\pi}{16}\left(5\sin^4\theta-4\sin^2\theta\right)$		
	$B_4^m(\theta)$	0	$\frac{5\pi}{32}\left(35\sin^3\theta-18\sin\theta\right)\cos\theta$	0	$\frac{105\pi}{16}\left(5\sin^3\theta-2\sin\theta\right)\cos\theta$	0		
5	$A_5^m(\theta)$	0	$\frac{1}{4}\left(45\sin^4\theta-42\sin^2\theta+5\right)$	0	$405\sin^4\theta-414\sin^2\theta+49$	0	$18\left(75\sin^4\theta-90\sin^2\theta+23\right)$	
	$B_5^m(\theta)$	0	0	$6\left(15\sin^3\theta-7\sin\theta\right)\cos\theta$	0	$216\left(5\sin^3\theta-3\sin\theta\right)\cos\theta$	0	
6	$A_6^m(\theta)$	$\frac{5\pi}{2048}\left(1617\sin^6\theta-2520\sin^4\theta+1080\sin^2\theta-64\right)$	0	$\frac{105}{1024}\left(1155\sin^6\theta-1716\sin^4\theta+624\sin^2\theta-31\right)$	0	$\frac{4725\pi}{256}\left(77\sin^6\theta-96\sin^4\theta+24\sin^2\theta\right)$	0	$\frac{51975\pi}{128}\left(7\sin^6\theta-6\sin^4\theta\right)$
	$B_6^m(\theta)$	0	$\frac{315\pi}{1024}\left(77\sin^5\theta-80\sin^3\theta+16\sin\theta\right)\cos\theta$	0	$\frac{315\pi}{256}\left(385\sin^5\theta-340\sin^3\theta+48\sin\theta\right)\cos\theta$	0	$\frac{51975\pi}{128}\left(7\sin^5\theta-4\sin^3\theta\right)\cos\theta$	0

Table A3.1 (b) ${}^{(Y)}A_n^m\left(\theta^{(Y)}\right)$, ${}^{(Y)}B_n^m\left(\theta^{(Y)}\right)$; $0 \le m \le n$ for Y-plane

n \ m		0	1	2	3	4	5	6
0	$A_0^m(\theta)$	$\frac{\pi}{2}$						
	$B_0^m(\theta)$	0						
1	$A_1^m(\theta)$	0	0					
	$B_1^m(\theta)$	0	$\frac{2}{3}$					
2	$A_2^m(\theta)$	$\frac{\pi}{16}\left(9\cos^2\theta-4\right)$	$\frac{9\pi}{8}\sin\theta\cos\theta$	$-\frac{3\pi}{8}\left(3\cos^2\theta-2\right)$				
	$B_2^m(\theta)$	0	0	0				
3	$A_3^m(\theta)$	0	0	0	0			
	$B_3^m(\theta)$	0	$3\cos^2\theta-1$	$12\sin\theta\cos\theta$	$-2\left(9\cos^2\theta-7\right)$			
4	$A_4^m(\theta)$	$\frac{\pi}{128}\left(175\cos^4\theta-180\cos^2\theta+24\right)$	$\frac{5\pi}{32}\sin\theta\left(35\cos^3\theta-18\cos\theta\right)$	$-\frac{15\pi}{32}\left(35\cos^4\theta-34\cos^2\theta+4\right)$	$-\frac{105\pi}{16}\sin\theta\left(5\cos^3\theta-2\cos\theta\right)$	$\frac{105\pi}{16}\left(5\cos^4\theta-4\cos^2\theta\right)$		
	$B_4^m(\theta)$	0	0	0	0	0		
5	$A_5^m(\theta)$	0	0	0	0	0	0	
	$B_5^m(\theta)$	0	$\frac{1}{4}\left(45\cos^4\theta-42\cos^2\theta+5\right)$	$6\sin\theta\left(15\cos^3\theta-7\cos\theta\right)$	$-\left(405\cos^4\theta-414\cos^2\theta+49\right)$	$-216\sin\theta\left(5\cos^3\theta-3\cos\theta\right)$	$18\left(75\cos^4\theta-90\cos^2\theta+23\right)$	
6	$A_6^m(\theta)$	$\frac{5\pi}{2048}\left(1617\cos^6\theta-2520\cos^4\theta+1008\cos^2\theta-64\right)$	$\frac{315\pi}{1024}\sin\theta\left(77\cos^5\theta-80\cos^3\theta+16\cos\theta\right)$	$\frac{105\pi}{1024}\left(1155\cos^6\theta-1716\cos^4\theta+624\cos^2\theta-31\right)$	$\frac{315\pi}{256}\sin\theta\left(385\cos^5\theta-340\cos^3\theta+48\cos\theta\right)$	$\frac{4725\pi}{256}\left(77\cos^6\theta-96\cos^4\theta+24\cos^2\theta\right)$	$\frac{51975\pi}{128}\sin\theta\left(7\cos^5\theta-4\cos^3\theta\right)$	$-\frac{51975\pi}{128}\left(7\cos^6\theta-6\cos^4\theta\right)$
	$B_6^m(\theta)$	0	0	0	0	0	0	0

Table A3.1 (c) ${}^{(Z)}A_n^m\left(\theta^{(Z)}\right)$, ${}^{(Z)}B_n^m\left(\theta^{(Z)}\right)$; $0 \le m \le n$ for Z-plane

n \ m		0	1	2	3	4	5	6
0	$A_0^m(\theta)$	$\frac{\pi}{2}$						
	$B_0^m(\theta)$	0						
1	$A_1^m(\theta)$	$\frac{2}{3}$	0					
	$B_1^m(\theta)$	0	0					
2	$A_2^m(\theta)$	$-\frac{\pi}{16}$	0	$\frac{9\pi}{8}\cos 2\theta$				
	$B_2^m(\theta)$	0	0	$\frac{9\pi}{8}\sin 2\theta$				
3	$A_3^m(\theta)$	$-\frac{1}{3}$	0	$6\cos 2\theta$	0			
	$B_3^m(\theta)$	0	0	$6\sin 2\theta$	0			
4	$A_4^m(\theta)$	$-\frac{\pi}{128}$	0	$\frac{15\pi}{32}\cos 2\theta$	0	$\frac{525\pi}{16}\cos 4\theta$		
	$B_4^m(\theta)$	0	0	$\frac{15\pi}{32}\sin 2\theta$	0	$\frac{525\pi}{16}\sin 4\theta$		
5	$A_5^m(\theta)$	$\frac{7}{60}$	0	$-3\cos 2\theta$	0	$270\cos 4\theta$	0	
	$B_5^m(\theta)$	0	0	$-3\sin 2\theta$	0	$270\sin 4\theta$	0	
6	$A_6^m(\theta)$	$-\frac{5\pi}{2048}$	0	$\frac{315\pi}{1024}\cos 2\theta$	0	$\frac{14175\pi}{256}\cos 4\theta$	0	$\frac{363825\pi}{128}\cos 6\theta$
	$B_6^m(\theta)$	0	0	$\frac{315\pi}{1024}\sin 2\theta$	0	$\frac{14175\pi}{256}\sin 4\theta$	0	$\frac{363825\pi}{128}\sin 6\theta$

A4　多孔弾性定数の定義

均質等方多孔弾性体に関する構成方程式(7.1)と(7.2)に表れる多孔弾性定数（とそれに関係する定数）の定義を以下に示す（e.g. Wang, 2000）.

多孔弾性膨張係数　$\dfrac{1}{H} \equiv \left.\dfrac{\delta\varepsilon}{\delta p}\right|_{\sigma=0} \equiv \left.\dfrac{\delta\zeta}{\delta\sigma}\right|_{p=0} = \dfrac{B}{R} = \alpha C$　(A4.1)

Biot の係数　$\dfrac{1}{R} \equiv \left.\dfrac{\delta\zeta}{\delta p}\right|_{\sigma=0}$　(A4.2)

Skempton の B 値　$B \equiv \left.\dfrac{\delta\varepsilon}{\delta\zeta}\right|_{\sigma=0}$　(A4.3)

体積弾性率　$C \equiv \left.\dfrac{\delta\varepsilon}{\delta\sigma}\right|_{p=0}$　(A4.4)

Biot-Willis の係数　$\alpha \equiv \left.\dfrac{\delta\zeta}{\delta\varepsilon}\right|_{p=0}$　(A4.5)

比貯留率　$S' = \dfrac{\rho_f g}{R}$　(A4.6)

ここで, σ は平均応力, ε は体積ひずみ, p は間隙圧, ζ は間隙流体の体積増分である．また, ρ_f は間隙流体の密度， g は重力加速度を表す.