HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	光選別機の開発のための数値シミュレーション技術と最適化手法に関する研究
Author(s)	宮本, 知幸
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第11319号
Issue Date	2014-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k11319
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/55675
Type	doctoral thesis
File Information	Tomoyuki_Miyamoto.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

博士論文

光選別機の設計開発のための
数値シミュレーション技術と最適化手法に関する研究

Study on Numerical Simulation and Optimization Techniques to Design and Develop Optical Sorter

宮本 知幸

2014 年 3 月

北海道大学大学院　情報科学研究科
システム情報科学専攻

本論文は北海道大学大学院情報科学研究科に
博士(情報科学)授与の要件として提出した博士論文である

宮本　知幸

指導教員：　野口聡　准教授
審査委員：　主査　野口聡　准教授
副査　五十嵐一　教授
近野敦　教授

光選別機の設計開発のための
数値シミュレーション技術と最適化手法に関する研究

宮本 知幸

概要

光選別機は粒状物の精選加工装置である。近年、光選別機の需要は、粒状食品の安全や粒状製品の品質を向上させるために、多方面で高まっている。そこで、光選別機のさらなる高性能化、多品種原料対応化が求められている。具体的に、光選別機が克服すべき課題としては、多品種原料に対応できるように原料の供給機構を改善することと、粒状物の精選加工において歩留を上げ、生産高を増やすために効率的な分別機構を設計することである。

本研究では、光選別機の開発において最適計画、効果的設計、ランニングコスト低減の観点から、数値シミュレーションを適用することを検討した。まず、光選別機の原料の供給機構における原料の流れを仮想的に再現するため、個別要素法（Distinct Element Method, DEM）に基づいたシミュレーション・コードを作成した。また、光選別機の分別機構であるイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するため、Smoothed Particle Hydrodynamics （SPH）法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。これらの数値シミュレーションの妥当性の検証として、それぞれの機構における特徴的な事象を仮想的に再現した。

さらに、本研究では、光選別機の製品開発の観点から、CAD や CAE の科学的に検討された結果のみに基づいて製品を設計する工学的設計のアプローチだけではなく、経済社会における社会動向、ユーザーニーズ、ユーザー利益などに基づいて製品を設計する生産性・経済性製品設計のアプローチを提案している。そして、製品開発において経済的な視点を加味した多目的最適化設計の取り組みとして、ゲーム理論を適用することを検討した。ゲーム理論は、一般的な多目的設計問題で生じる、複数の目的関数を個別に評価する難しさを個人合理性、共同合理性を満たして評価できることや、複数のパレート最適解の中から一つの最適解を選択する難しさを解決できる手法である。そして、本研究では、光選別機の生産性・経済性向上を目的に、イジェクターのエアー流路機構の最適化を図った。イジェクターの性能として、エアー流量を抑えながらも、噴射エアー圧力を高めることと、エアー抜けを良くして、不良粒だけを除去し、良品の誤除去を防ぐことが求められる。これらの目的は競合関係（トレード・オフの関係）にあるが、ゲーム理論を用いて、イジェクターの圧縮部の経路長

とノズルの高さを合理的に決定した。

キーワード: 光選別機、個別要素法、安息角、SPH 法、噴射エアー、経済性、多目的最適化設計、ゲーム理論、非ゼロ和ゲーム、協力ゲーム

Study on Numerical Simulation and Optimization Techniques to Design and Develop Optical Sorter

Tomoyuki Miyamoto

Abstract

Commonly, an Optical Sorter has a sorting and processing equipment for particles. Recently, the Optical Sorter is demanded in various fields in order to improve food safety or product quality. Therefore, it is desired that the Optical Sorter has high performance to handle widely various material. To solve the issue of the Optical Sorter, a supply mechanism has to be improved to apply to widely various materials, and an efficient sorting mechanism has to be designed in order to improve the yield in the sorting and processing line and to increase the production.

In this study, the results of a numerical simulation are discussed to develop the Optical Sorter for optimal planning, effective designing, and cost reduction. I have implemented a Distinct Element Method (DEM) simulation code to clarify the behavior of material flow in the supply section of the Optical Sorter. Moreover, I have implemented a Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) simulation code to clarify the behavior of the air flow ejected from an ejector nozzle in the sorting section of the Optical Sorter. I have simulated the characteristic events of each section in order to verify the validity of the numerical simulations.

Additionally, in this study, due to the productivity development of the Optical Sorter, we propose a product design approach from the viewpoints of social trends, user needs, and user benefits, instead of a conventional approach of engineering design from the viewpoints of only the scientific based result using CAD and CAE. Therefore, I also propose a method of applying the game theory to the multi-purposed trade-off design problem taking into account the economic viewpoint in the productivity development. The game theory can evaluate individual and collective rationality and select an appropriate solution from Pareto-optima of the multi-purposed design problem. In this study, for the purpose of productivity and economic-efficiency improvement of the Optical Sorter, the ejector of the optical sorter is optimally designed. It is required that the air pressure is so high using less amount of the air that foreign particles are removed without mistakingly discharging a good particle. Although these requirements are trade-off each other, the air-pressure portion and nozzle height of the ejector is rationally decided using the game theory.

Keyward: Optical Sorter, DEM, angle of repose, SPH, air flow, Economic Efficiency, Multi-purposed Optimal Design, Non-zerosum-Game, Cooperative Game

目次

概要 **i**

第 1 章 序論 **1**

1.1 研究の背景 1
1.1.1 光選別機の歴史 2
1.1.2 光選別機の構成と機能 5
1.1.3 機器設計における最適化手法の現状 9
1.2 研究の目的 11
1.3 論文の構成 12

第 2 章 個別要素法によるアプローチ **15**

2.1 概説 15
2.2 球集合体モデルを用いた個別要素法 15
2.2.1 個別要素法 16
2.2.2 球集合体モデル 19
2.3 検証モデル 21
2.4 検証結果 25
2.5 まとめ 39

第 3 章 SPH 法によるアプローチ 41

3.1 概説 41
3.2 SPH 法 41
3.2.1 基礎方程式 42
3.2.2 Navier-Stokes 方程式の近似 43
3.2.3 Kernel 関数 44
3.3 検証モデル 45
3.4 検証結果 50
3.5 まとめ 54

第 4 章 ゲーム理論による光選別機の最適化設計 **57**

4.1 概説 57
4.2 ゲーム理論 58
4.2.1 ゲームのルール 58
4.2.2 最適反応原理 59
4.2.3 ゼロ和ゲーム 61

4.2.4　非ゼロ和ゲーム 64
4.3　光選別機のイジェクター設計の課題 69
4.4　非ゼロ和ゲームの問題設定・定式化 72
4.5　非ゼロ和協力ゲームの適用結果 75
4.6　ゲーム理論による光選別機の最適化設計の流れ 79
4.7　まとめ 82

第 5 章　総括 **85**

付録 A　ゲーム理論における均衡解と数理計画問題 **91**

A.1　2 人ゼロ和ゲームの均衡解と数理計画問題 91
A.2　2 人非ゼロ和ゲームの均衡解と数理計画問題 93
A.3　有限 *n* 人非ゼロ和ゲームの均衡解と数理計画問題 94

付録 B　数理計画問題を解くための各種最適化手法 **97**

B.1　シンプレックス法 97
B.2　遺伝的アルゴリズム 99
B.2.1　遺伝的アルゴリズムの処理の流れ 100
B.2.2　遺伝子 101
B.2.3　適応度 101
B.2.4　選択 102
B.2.5　交叉 102
B.2.6　突然変異 103
B.2.7　終了条件 104
B.3　拡張ラグランジュ乗数法 104

参考文献 **110**

謝辞 **116**

研究業績 **117**

図 目次

図 1-1　Sortex 社製の光（色彩）選別機 3
図 1-2　サタケ製の光（色彩）選別機 3
図 1-3　光（色彩）選別機の開発経過 4
図 1-4　光選別機の構成 5
図 1-5　信号処理フロー 6
図 1-6　遅延時間 7
図 1-7　選別のトライアングル 8
図 1-8　パレート解集合（例：「高性能化」vs.「低価格化」） 10

図 2-1　個別要素法における接触モデル 16
図 2-2　球集合体モデルの例 20
図 2-3　原料の流れが良い状態 22
図 2-4　原料の流れが悪い状態 22
図 2-5　安息角 23
図 2-6　安息角の測定方法（排出法） 23
図 2-7　短粒種白米の安息角のシミュレーション結果 27
図 2-8　長粒種白米の安息角のシミュレーション結果 28
図 2-9　長粒種パーボイル米の安息角のシミュレーション結果 29
図 2-10　短粒種白米の流れのシミュレーション結果 30
図 2-11　長粒種白米の流れのシミュレーション結果 31
図 2-12　長粒種パーボイル米の流れのシミュレーション結果 32
図 2-13　短粒種白米の連結粒数の度数分布 33
図 2-14　長粒種白米の連結粒数の度数分布 34
図 2-15　長粒種パーボイル米の連結粒数の度数分布 35
図 2-16　シュートの従来構造と提案構造 36
図 2-17　提案シュートを用いた原料の流れシミュレーション結果 37
図 2-18　提案シュートを用いた長粒種パーボイル米の
　　連結粒数の度数分布 38

図 3-1　Kernel 関数の重み付け 43
図 3-2　イジェクション機能の構成図 46
図 3-3　圧力センサーによる噴射エアーの圧力特性 47
図 3-4　シュリーレンによる噴射エアーの圧力特性 48
図 3-5　イジェクターノズルの従来モデルのエアー流路構造図 49

図 3-6　イジェクターノズルの従来モデルのシミュレーション結果 51
図 3-7　イジェクターノズルの先端部のノズル高さと
　　エアー圧力の関係の比較例 52
図 3-8　イジェクターノズルの圧縮部の経路長と
　　エアー圧力抜けの関係の比較例 53

図 4-1　2 人交渉ゲームにおける交渉の場 68
図 4-2　イジェクターノズルの流路構造図 71
図 4-3　協力ゲームの適用時の交渉の場 77
図 4-4　イジェクターノズルの最適化設計における
　　シミュレーション結果 78
図 4-5　一般的な製品・機器の最適化設計手法における処理の流れ 80
図 4-6　ゲーム理論により製品・機器の最適化設計手法における
　　処理の流れ 81

図 B-1　シンプレックス法のフローチャート.....99
図 B-2　遺伝的アルゴリズムの基本的な処理の流れ.....101
図 B-3　1 点交叉の例.....103
図 B-4　複数点交叉（2 点交叉）の例.....103
図 B-5　一様交叉の例.....103
図 B-6　拡張ラグランジュ乗数法のプローチャート.....109

表 目次

表 1-1　様々な最適化手法 10

表 2-1　各原料の物性特性 24
表 2-2　個別要素法で用いた変数値 26

表 4-1　利得表 60
表 4-2　プレイヤーP_1に対する利得表 61
表 4-3　プレイヤーP_1およびプレイヤーP_2に対する利得表 64
表 4-4　イジェクターノズルの多目的最適化設計のゲームとしての
　　問題設定 72
表 4-5　プレイヤーP_1と P_2の利得表 75
表 4-6　協力ゲームの適用時の利得表 77

第1章 序論

本章では、本研究の背景として、光選別機の設計開発に数値シミュレーション技術と最適化設計手法を活用することを考える上で主体となる光選別機の構成と機能および最適化手法の現状について概説し、本研究の位置付けを明確にした後に、本研究の概要を述べる。

1.1 本研究の背景

光選別機は、原料中に混入している着色粒、石やガラスのような異物を見分け、それらを取り除く粒状物の精選加工装置である。近年、食品安全や製品品質向上の観点から人類の三大主食である小麦や米、トウモロコシはもちろん、豆類や種の食品加工、さらには菓子や樹脂ペレットの製造の仕上げ工程など多方面で光選別機の需要が高まっている。また、歩留りや生産率（生産速度）などの経済性の向上のために、光選別機のさらなる高性能化への要求は高まっている。一般的に、工業製品や産業機器の開発・設計を行う過程において、開発コストの削減や時間短縮、現象究明の観点から数値シミュレーション技術が用いられるようになってきた。そして、数値シミュレーション技術と最適化手法を併用した製品・機器の最適化設計に関する研究も盛んに行われてきている[1]-[6]。反復計算を行って最適化を行おうとする考え方は昔からあるが、実際の設計に適用できる可能性が出てきたのは、最近の計算機の高速・大容量・低価格化によって、多数回の順問題の反復計算が工学的に許される計算時間内（数時間あるいは数日以内）で可能になってきたからである。しかしながら、未だに実機設計への実用化は期待されたほど行われていないのが実情である。その理由としては、複数の目的関数を同時に最適化する多目的最適化設計問題において、適確な解集合を決定することや、その解集合の中から一つの解を選択することは非常に困難であることが挙げられる。製品・機器の最適化問題は多くの場合において、複数の評価基準を同時に考慮する必要があり、それらは互いにトレード・オフの関係にあることが多い。例えば、製品・機器の設計開発現場においては、機器の性能向上はもちろんのこと、経済性を考慮して低価格化も求められるが、性能を上げるためには高価な材料を使用したり、複雑な形状になったりし、材料費や加工費が掛かり価格は上がり、価格を抑えようとすると性能が下がるといったことがある。このように、複数の目的を同時に満足させようとしたときに、解は複数存在し、それらの解集合の中から一つの解を絞り込むことは非常に困難である。本論文は以上の背景のもと、“光選別機の設計

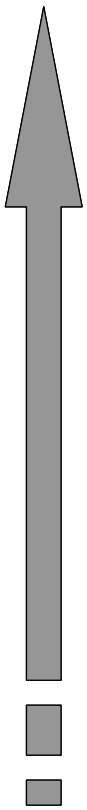
開発のための数値シミュレーション技術と最適化手法に関する研究”として、光選別機の最適化設計問題における解決定の場面で生じる諸問題に対して提案・検討を行ってきたことをまとめたものである。次に、光選別機の歴史と光選別機の構成や機能について説明を行い、光選別機の最適化設計を考える上で主体となる光選別機の課題と最適化手法について概観する。

1.1.1 光選別機の歴史

光（色彩）選別機の最初のアイディアは、1930 年、米国において、General Electrics Co.の Walter R. Horsfield により出願された特許にみることができる[7]。そして、1935 年に発明された半導体のフォトセルを利用して、1937 年には英国で最初の光（色彩）選別機の実機が開発された[8]。1938 年に、米国の ESM 社（現在 Satake USA Inc）が 2 色の光センサーを用いた光（色彩）選別機に関する特許を出願した。1947 年に、英国の Sortex 社（前身 R.W. Gunson Ltd.）が、原料供給部に、初めてシュートを採用した光（色彩）選別機の特許出願をした。それまでは、ベルトコンベアが原料の供給部に使用されていた。1965 年になって、Sortex 社が世界で初めて図 1-1 に示すシュート方式を採用した米の光（色彩）選別機を開発した[9]。日本での光（色彩）選別機の技術展開は、Sortex 社の輸入品をモデルに、株式会社安西製作所や株式会社サタケなどが中心となって行ってきた。株式会社サタケは、1973 年に光（色彩）選別機の販売を開始し、精米分野では、1979 年頃から急速に普及し始めた[10]-[14]。その後同社は 1994 年に、図 1-2 に示すように、不良粒と異物（石、ガラス、樹脂、陶磁器等）を同時に識別・除去する米の光（色彩）選別機を世界で初めて開発した[15]。時期を同じくして、100 年に一度と言われる冷夏と長雨により米は大凶作に陥り、不良粒と異物の混合率の高い外国産米が約 250 万トン緊急輸入されたことから、この光（色彩）選別機が精米工場に急速に普及することとなった。図 1-3 に光（色彩）選別機の開発経過を示す。

図 1-1　Sortex 社製の光（色彩）選別機

図 1-2　サタケ製の光（色彩）選別機



1994 年 ㈱サタケが米の不良粒、異物の同時選別用分光選別機を開発

1979 年 米の分光選別機が全国に普及

1973 年 ㈱サタケが分光選別機の販売を開始

1966 年 日本に Sortex 社製品を初めて輸入、高性能化と高能力化の要求

1965 年 Sortex 社が、実用的な分光選別機を製作、販売

1947 年 Sortex 社（英国）が、シュート方式の色差選別機の特許出願

1938 年 Mandrel Industries Inc.（米国ESM 社）が、2 色を用いた
色差選別機の特許出願

1937 年 Walter R. Horsfield（英国Electric Selectors Ltd.）がフォトセル
による色差選別機を特許出願と開発

1935 年 英国で半導体フォトセルの開発

1930 年 Walter R. Horsfield（米国General Electric Co.）が、光電管と
電磁式エジェクタに基づく色差選別機の特許出願

図 1-3　光（色彩）選別機の開発経過

1.1.2 光選別機の構成と機能[16]-[21]

光選別機は「流す」、「見る」、「分ける」の 3 つの工程から構成されている。その工程の中には、原料供給部、分光検出部、信号処理部、選別部の 4 つの主要機能が含まれている。光選別機の各工程について説明を行う。また、光選別機の構成を図 1-4 に示す。

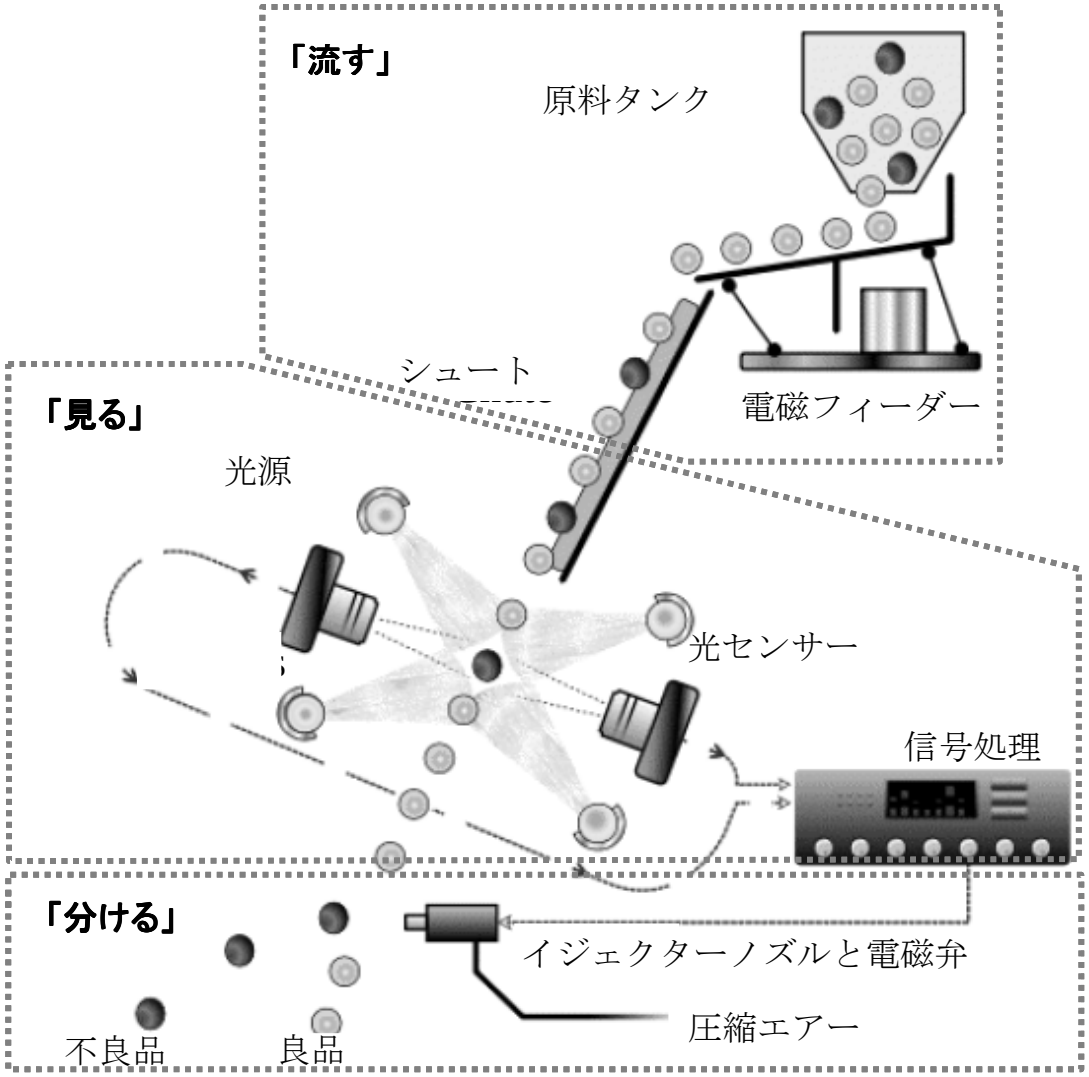


図 1-4　光選別機の構成

「流す」

「流す」工程は、原料供給部と呼ばれ、電磁フィーダーとシュートから構成される。原料供給部では、電磁フィーダーにより原料をタンクから適量取り出し、連続的にシュート上に安定供給する。原料はシュート上を流下し、分光検出部に供給される。その他の原料の供給方法として、ベルトコンベアやローラーを用いる場合もある。原料の形状や物性特性によっては、シュートでは跳ねや蛇行を生じ、分光検出部に原料を安定供給できない場合があるためである。

「見る」

「見る」工程は、分光検出部と信号処理部がある。分光検出部は光源、光センサー、光学フィルタ、光学レンズなどで構成される。分光検出部では、流下する原料を撮像し、その検出信号を信号処理部に送る。使用される光源、光センサー、光学フィルタの仕様は、選別材料の分光特性により決定される。そして、光センサー、光学フィルタ、光学レンズの一式を検出器と呼ぶ。また、光源にはLEDや蛍光灯、ハロゲンランプなどが使用され、紫外域から可視域、近赤外域までの光を原料に照射する役割がある。光センサーは、光学フィルタと共にレンズ筒に収納され、原料に照射された光の反射光と透過光を受光し、その受光量の差に基づき不良品を検出する。

信号処理部の機能は、供給された原料が、検出部にて高性能な光センサーを用いて検出され、除去対象物であるかどうかを識別し、選別部に不良品を除去するための出力信号を送ることです。信号処理フローを図1-5に示す。

光センサーからの出力信号は、増幅器で増幅され、比較回路で良品と異なる不良品の出力信号を識別して不良品の判定をする。その結果に基づき、噴射時間設定回路では、不良品の欠陥部（着色部や異物）の大きさに対応した電磁弁の通電時間が設定されイジェクター噴射時間が制御される。

電磁弁駆動回路は、予め設定された遅延時間後に、イジェクターの作動開始の駆動信号を出力する。イジェクターが作動すると、電磁弁とイジェクターノズルとの距離で決定される噴射遅れ時間の後に、イジェクターノズルから圧縮エアーが噴射される。

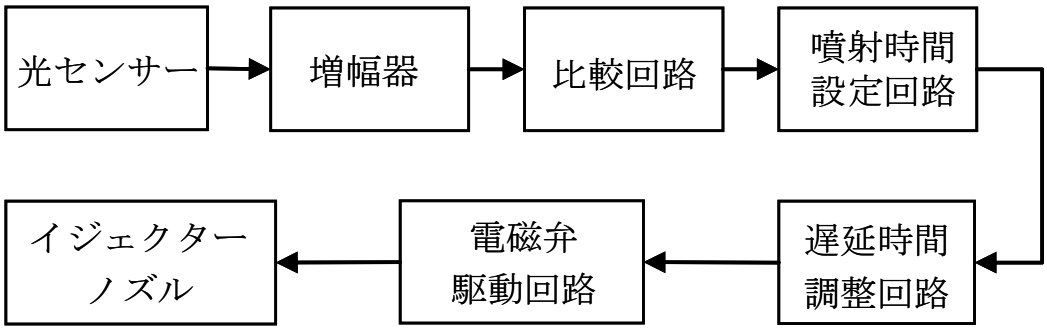


図 1-5　信号処理フロー

「分ける」

「分ける」工程は、選別部と呼ばれ、電磁弁とイジェクターノズルから構成される。選別部の機能は、信号処理部で出力された電磁弁の作動開始の駆動信号により、電磁弁から圧縮エアーを噴射し、不良品を除去することである。図 1-6 に示すように、イジェクターノズルの噴射開始時間は、不良品を検出してから電磁弁を駆動するまでの遅延時間を設けて、予め調整する。この遅延時間は、予め遅延時間調整回路に設定されている。

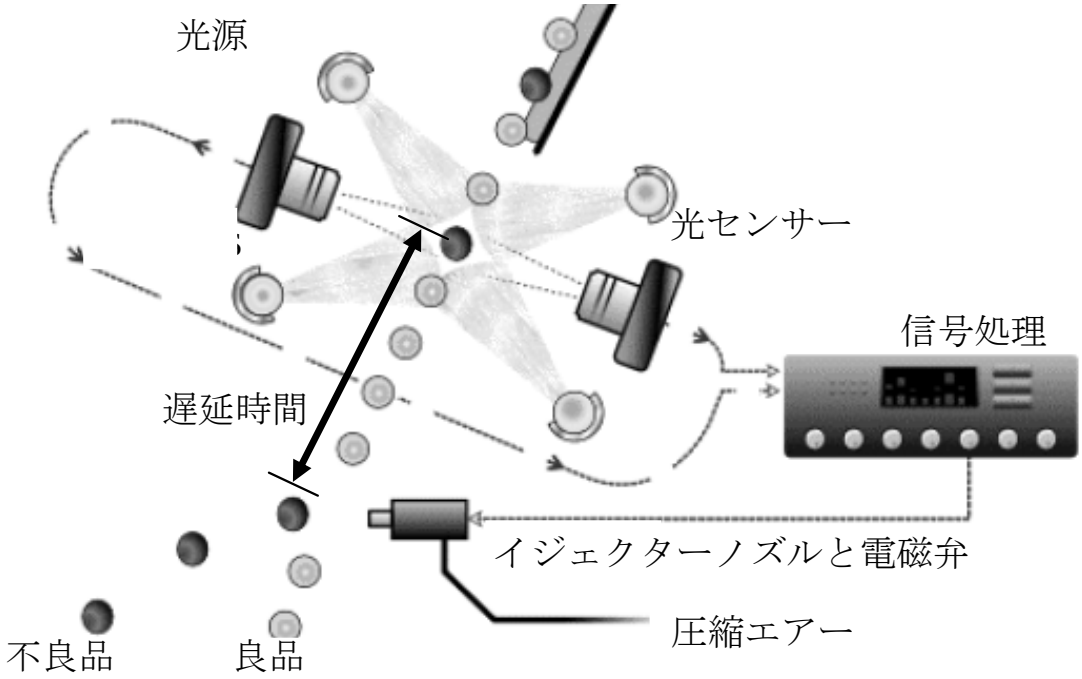


図 1-6　遅延時間

光選別機の生産性・経済性の評価ポイントは、選別率および処理量、歩留りである。選別率とは、原料に混入している不良品を処理後に除去された比率のことである。処理量とは、原料の投入量である。歩留りとは、原料の投入量から処理後に得られた製品生産量の比率である。これらの評価ポイントは、一つの性能を向上させようとすると、他の性能が低下するような競合関係（トレード･オフの関係）にある。図 1-7 に示すように選別のトライアングルと呼ばれる。多品種原料において光選別機が性能を発揮するためには、原料の流れが、均一な分布、速度で検出部に供給されることが必要である。しかしながら、光選別機のシュートは非常にシンプルな構造であり、原料の流れ方は原料の形状や表面性質によって大きく異なる。したがって、光選別機の性能を効果的に向上させるためには、原料の流れ挙動を正確に把握する必要がある。また、「分ける」

工程の性能を向上させることは、光選別機の生産性・経済性の評価ポイントを同時に向上させることができる。したがって、光選別機の性能を効果的に向上させるためには、イジェクターノズルからの噴射エアーの挙動を正確に把握する必要がある。

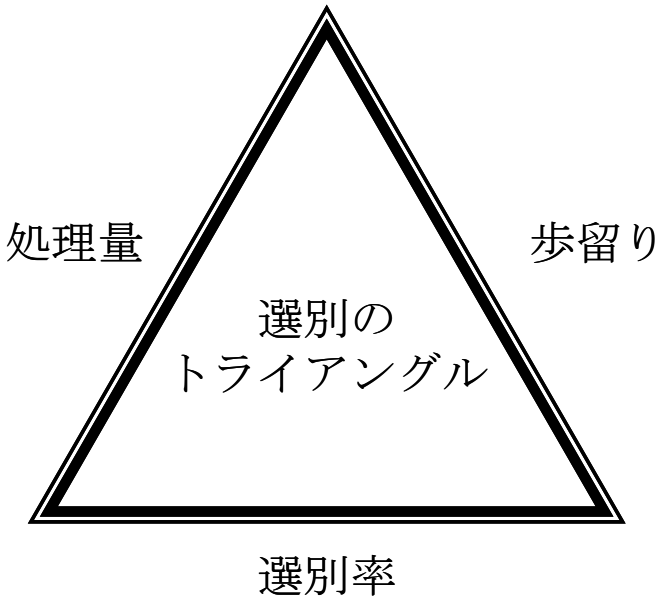


図 1-7　選別のトライアングル

1.1.3 機器設計における最適化手法の現状

製品・機器の設計開発に数値シミュレーション技術を導入しても、製品・機器の適切な設計値を決定することは容易なことではない。また、製品・機器の設計においては、ある制約条件を満たしつつ、どこまで設計目的を達成できるかという課題が必然的に生じてくる。すなわちこれが製品・機器設計における最適化設計問題である。ここで、このような最適化設計問題の定義をもう少し一般的に考えると、それは設計問題における各種の判断基準をもとに、設計すべき対象に関する目的関数を決め、次にこれを各種の制約のもとで、いかに最大（あるいは最小）にするかということになる。しかし、このような最適化設計問題を現実の事象の中から見つけ出し、それを数理的な立場から明確に定式化することは、かなりの経験を必要とする困難な仕事である。それでも、限りある資源を有効に活かし、価値の高い製品・機器を設計・製造するのは工学の使命である。このような場合に役立つ数学的手法が数理的最適化手法である。数理的最適化手法は、数学モデルとして設定した問題に対して、最適または最善の解を数学的に与える方法である。

製品・機器の設計では特に、材料の非線形性などの諸特性を考慮する必要がある場合が多いので、有限要素法に代表される数値解析手法と最適化手法を組み合わせて計算機上で所望の設計値を自動的に探索する設計手法が報告されている[22]-[25]。最適化手法としては、表 1-1 に示すように直接探索法、降下法、AI 法、さらにはこれらを組み合わせた併用法など、実に様々な手法がある[26]。直接探索法は確率論的手法と考えられ、設計変数を種々の方法で変えて最適解を探索する。一方、降下法は決定論的手法であり、目的関数の設計変数による微係数（勾配）を用いて解の探索を行う。また、AI 法は人間の脳で行われている情報処理の仕組みを計算機で模擬させて最適解を求めようとするものである。近年では、大域的に最適解を求めることができることや、既存の数値解析手法のプログラムと結合が容易で拡張性が高いといった理由から、直接探索法が一般的によく用いられている[27]-[30]。

しかしながら、これらの手法は、未だに研究の域を脱しきれておらず、実用化は期待されたほど行われていないのが実情である。その原因としては、複数の目的関数を同時に最適化する多目的最適化設計問題において、適確な解集合を決定することや、その解集合の中から一つの解を選択することは非常に困難であることが挙げられる。製品・機器の最適化設計問題は多くの場合、複数の評価基準を同時に考慮する必要があり、それらは互いにトレード・オフの関係にあることが多い。つまり、複数の目的を同時に満足させようとしたとき、解は単一ではなく、パレート解集合（図 1-8）と呼ばれる複数のパレート最適解の集合となる。パレート最適解とは、「優劣が付けられない解」、つまり、「目的のいずれかを改善させようとした場合、他の目的が改悪されてしまうような状態の解」のことである。そして、そのパレート解集合の中から一つの解を絞り込

むことは非常に困難な問題である。すなわち、製品・機器の最適化設計問題における解選択に関しては、未だ詳細に議論がなされていないのが現状である。このため、製品・機器の最適化設計を試みた際の問題点を明らかにし、議論を進めていく必要があると思われる。

表 1-1　様々な最適化手法

分　類	代表的な手法
直接探索法	二次計画法 ローゼンブロック法 焼なまし法（SA） 遺伝的アルゴリズム（GA） 進化戦略
降下法	最急降下法 感度解析法 準ニュートン法
AI法	ニューラルネットワーク法

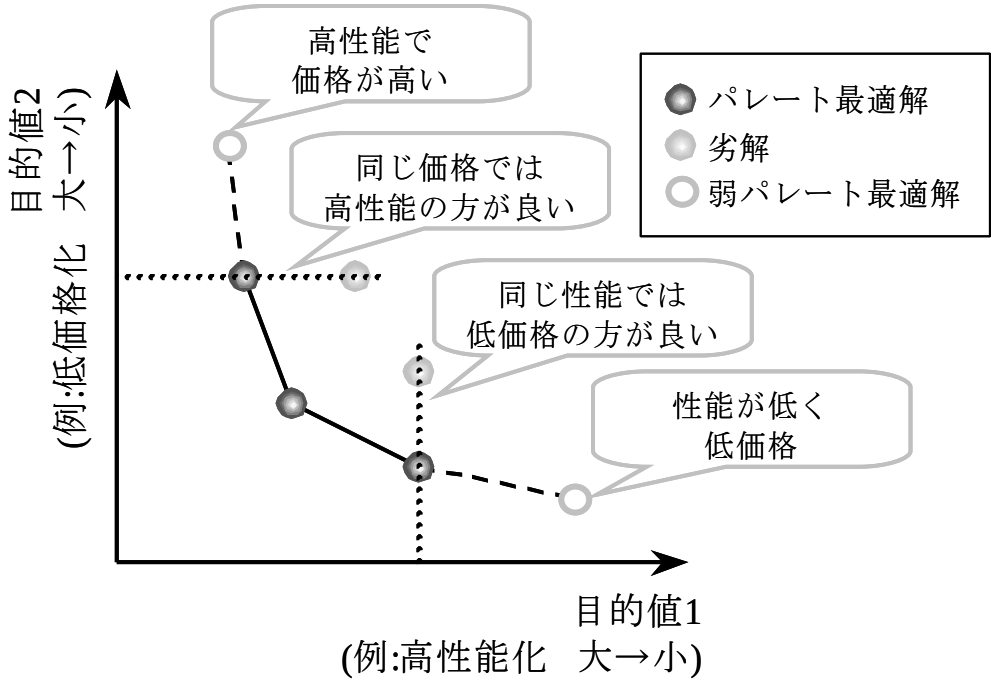


図 1-8　パレート解集合（例：「高性能化」vs.「低価格化」）

1.2　本論文の目的

前節で述べたように、近年、食品安全や製品品質向上の観点から人類の三大主食である小麦や米、トウモロコシはもちろん、豆類や種の食品加工、さらには菓子や樹脂ペレットの製造の仕上げ工程などの多方面で光選別機の需要が高まっている。歩留りや生産率（生産速度）などの経済性の向上のために、光選別機のさらなる高性能化、多品種原料対応化への要求は高まっている。

多品種原料において光選別機が性能を発揮するためには、原料の流れが、均一な分布、速度で検出部に供給されることが必要である。しかしながら、光選別機のシュートは非常にシンプルな構造であり、原料の流れ方は原料の形状や表面性質によって大きく異なる。したがって、光選別機の性能を効果的に向上させるためには、原料の流れ挙動を正確に把握する必要がある。

また、光選別機の性能の評価ポイントは、選別率および処理量、歩留りである。これらの評価ポイントは一つの性能を向上しようとすると他の性能が低下するようなトレード・オフの関係にある。しかしながら、「分ける」工程の性能を向上させることは、それらの性能を同時に向上させることができる。したがって、光選別機の性能を効果的に向上させるためには、イジェクターノズルからの噴射エアーの挙動を正確に把握する必要がある。

これらの課題に対して、最適計画、効率的設計、物理現象の把握、開発費用と時間の削減の観点から、数値シミュレーションを適用することで、光選別機の性能向上において新規性、進歩性のある設計指針を得ることを目的としている。

また、現在までに製品・機器の設計開発に数値シミュレーション技術と最適手法を用いた最適化設計手法は数多く研究され、報告されている[13]-[16]。しかしながら、これらの手法は、未だに研究の域を脱しきれておらず、実用化は期待されたほど行われていないのが実情である。その原因としては、多目的最適化問題に対して、複数のパレート最適解から唯一の解を選択することが困難であること、また、最適性の規範となる合理的な目的関数を設定する統一的な手法は確立しているとは言えず、当然のことながら一般的かつ普遍的な解法は存在しないからである。

一方、経済学の分野で確立された理論にゲーム理論がある。ゲーム理論は、利害の対立する社会の中で複数のプレイヤーの行動様式を数理的に究明する理論である[31]-[33]。ゲーム理論では、各々の競争主体であるプレイヤーが合理的に行動することを前提としており、不確定な相手の出方を考慮して最悪となる状態を可能な限り改善する最適反応原理が中核となる。したがって、その類似性により光選別機の設計開発における最適化設計問題における解選択にゲーム理論の適用が可能であると考えられる。また、ゲーム理論を光選別機の最適化

設計問題に適用することにより設計現場における意思を明確に反映できるのではないかと考えられる。そこで本研究では、光選別機の設計開発における数値シミュレーション技術および最適化手法に関する検討を行う。

1.3　本論文の概要

研究の背景と目的で述べたように、本研究では、光選別機の設計開発における最適化問題を考える上で主体となる、数値シミュレーション技術および最適化手法の観点から、以下の課題に焦点を当てている。

1. 光選別機の設計開発における数値シミュレーション技術の適用に関する課題

光選別機のさらなる高性能化、多品種原料対応化のため、光選別機の設計開発において最適計画、効果的設計、物理現象の把握、開発費用と時間の削減、ユーザー利益、省エネルギー化、環境問題などの観点から、数値シミュレーション技術の適用を考える。

2. 光選別機の設計開発における多目的最適化設計における解選択に関する課題

光選別機の設計開発における多目的最適化問題では多くの場合、複数の目的がトレード・オフの関係にあることから、解が単一ではなく、複数のパレート最適解の集合となってしまう。そして、そのパレート解集合の中から一つの解を絞り込むことは困難な問題である。そこで本研究では、経済学の分野で確立されたゲーム理論を適用し、光選別機の設計開発における多目的最適化問題をゲームとして定式化することで、設計現場における意思を明確に反映した解選択を行うという課題に取り組んだ。

3. 光選別機の製品開発において経済性を考慮した多目的最適化設計に関する課題

光選別機の製品開発の観点から、CAD や CAE の科学的に検討された結果のみに基づいて製品を設計する工学的設計のアプローチだけでなく、経済社会における社会動向、ユーザーニーズ、ユーザー利益などに基づいて製品を設計する生産性・経済性製品設計を行うという課題に取り組んだ。

本論文は、題目を“光選別機の設計開発のための数値シミュレーション技術と

最適化手法に関する研究”と掲げ、上記したような課題に対して研究をした成果をまとめたものである。本論文は、5 章で構成されており、本章以降の概要を以下に記す。

第 2 章「個別要素法によるアプローチ」

第 2 章では、光選別機のシュート上における原料の流れを仮想的に再現するため、個別要素法に基づいた数値シミュレーション技術について述べる。まず、個別要素法およびモデリング手法について説明する。さらに、妥当性の検証として、原料の形状は同じであるが、品種が異なり、表面性質が異なることで流れ分布に大きな差が生じるような特徴的な事象を挙げ、適用した結果と得られた成果を示す。

第 3 章「SPH 法によるアプローチ」

第 3 章では、光選別機のイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するため、SPH 法に基づいた数値シミュレーション技術について述べる。まず、SPH 法について説明する。さらに、妥当性の検証として、電磁弁の一回の動作によりイジェクターノズルからのエアーが複数回に分かれて噴射するという特徴的な事象を挙げ、適用した結果と得られた成果を示す。

第 4 章「ゲーム理論による光選別機の最適化設計」

第 4 章では、光選別機の設計開発において、経済的な要求を合理的に評価でき、複数のパレート最適解から適切な解候補を一つ選択できる手法として、多目的最適化設計に対してゲーム理論を適用することを提案している。まず、ゲーム理論を用いる上で中核となる最適反応原理およびゲーム理論において代表されるゼロ和ゲームと非ゼロ和ゲームについて説明している。そして、光選別機の設計開発に数値シミュレーション技術と最適化手法を併用した最適化設計問題において、その妥当性を検証するために、ゲーム理論を光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計に適用したことについて言及する。

第 5 章「総括」

第 5 章では、本研究で得られた成果をまとめて総括している。そして、今後の課題を述べ、本論文のまとめとした。

第2章 個別要素法によるアプローチ

2.1 概説

本研究では、光選別機の多品種対応化において効率的な性能向上を行うため、原料の流れ挙動を正確に把握することを目的としている。そこで、光選別機のシュート上における原料の流れを仮想的に再現するために個別要素法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。

個別要素法は、解析の対象を自由に運動できる多角体や球体、楕円体の要素の集合体としてモデル化し、要素間の接触・滑動を考慮して、各時刻におけるそれぞれの要素の運動を逐次追跡して解析する数値シミュレーション手法である。個別要素法では、解析対象物のモデルとして接触判定アルゴリズムの容易な球体が用いられるケースが多い。しかし、光選別機のように多品種の原料があり、その形状や表面性質によってシュート上における原料の流れの振る舞いが異なる場合には、解析対象物のモデル化が非常に重要となる。そこで、本研究では解析対象物を複数の球体を結合して構成する球集合体モデル（Mulch-Sphere Model）を用いた。

本章では、光選別機のシュート上における原料の流れを仮想的に再現するため、個別要素法に基づいた数値シミュレーション技術を用いて検討したことについて述べる。はじめに、個別要素法およびモデリング手法について説明する。次に、妥当性の検証として、特徴的な事象を挙げ、適用した結果と得られた成果を示す。

2.2 球集合体モデルを用いた個別要素法

本研究では、光選別機のシュート上における原料の流れを仮想的に再現するための個別要素法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。また、光選別機で扱う原料は様々な形状をした粒子であるので、原料のモデル化には複数の球体を結合して粒子を構成する球集合体モデル（Mulch-Sphere Model）を採用した。次に、個別要素法および球集合体モデルについて説明する。

2.2.1 個別要素法[34]-[37]

個別要素法は、解析の対象を自由に運動できる多角体や球体、楕円体の要素の集合体としてモデル化し、要素間の接触・滑動を考慮して、各時刻におけるそれぞれの要素の運動を逐次追跡して解析する数値シミュレーション手法である。もとは岩盤工学に適用するために Cundall & Strack により考案された手法である[38]。

個別要素法は、互いに接触した粒子間に働く弾性反発力や摩擦力などの接触力をモデル化し、接触力が作用する個々の粒子の運動を、それぞれの運動方程式を基にして解析する。2 つの粒子（要素）の衝突は、図 2-1 に示すように物体の持つ弾性的および非弾性的性質を接触モデルとして接触点間に挿入し、粒子間の接触力が法線方向圧縮力および接線方向せん断力それぞれの弾性スプリング（弾性係数 K_n, K_s）と粘性ダッシュポット（粘性係数 η_n, η_s）で表現される。また、粒子の接触に付随する摩擦相互作用を表すために相互作用力の接線成分に摩擦スライダー（摩擦係数 μ）が挿入されている。

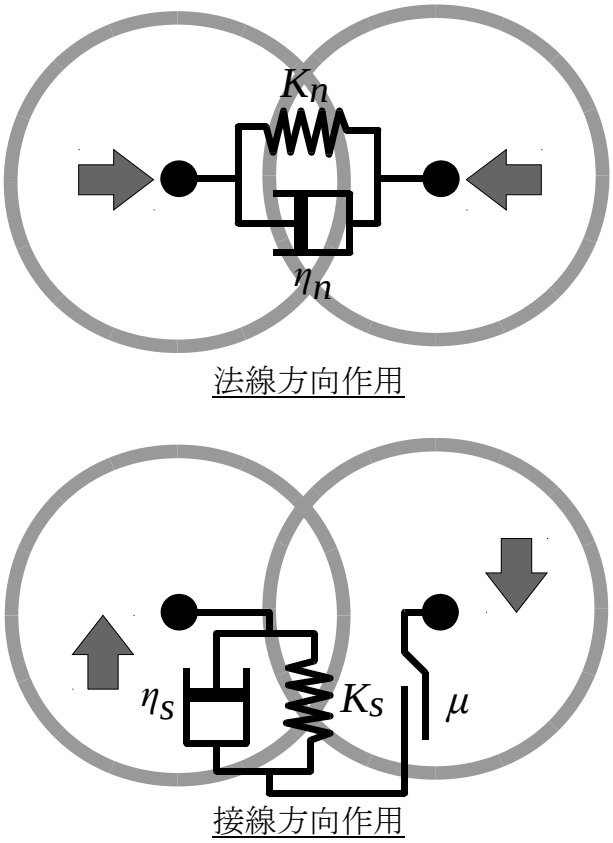


図 2-1　個別要素法における接触モデル

個別要素法の変数設定において、法線方向の弾性係数は Hertz の理論[39]により、接線方向の弾性係数は Mindlin & Deresiewicz の理論[40][41]により論じられているが、単純に法線方向と接線方向の弾性係数を同じに設定することも多い。また、法線方向の粘性係数は非弾性体の反発係数から導いたりする。接線方向の粘性係数は法線方向と同じとすることが多い。摩擦係数に関しては、粒子間の接触面での微細な凹凸の影響も含まれるため、理論的に求めることは難しい。したがって、それぞれの係数は実験データを基に同定されることが多い。

さらに、球体要素（粒子）を用いた際の接触モデルでは、質量 m_i、慣性モーメント I_i の粒子 i について、法線方向作用の運動方程式を式(2-1)に、接線方向作用の運動方程式を式(2-2)に示す。

$$m_i \frac{du^2}{dt^2} + \eta_n \frac{du}{dt} + K_n u = 0 \tag{2-1}$$

$$I_i \frac{d\phi^2}{dt^2} + \eta_s r^2 \frac{d\phi}{dt} + K_s r^2 \phi = 0 \tag{2-2}$$

ここで、u は粒子の並進変位、ϕ は粒子の回転変位、r は粒子の半径である。そして、一般的な個別要素法の計算の流れを以下に示す。

Step 1. 粒子を初期配置し、壁面や地面などの境界を設定する。
Step 2. 粒子間または境界面の接触判定を行う。
Step 3. 接触がある場合、粒子間作用力を計算する。
Step 4. 差分法で粒子を少し動かす。
Step 5. 計算を続ける場合は、時間をタイムステップ Δt 分進め Step2 に進む。
Step 6. 結果を分析する。

まず、初期条件として、時刻 t=0 における粒子の位置、半径、角度、速度、回転速度などを設定する。そして、境界条件としては、粒子が壁面や地面などの境界との接触がない場合は自由境界条件を適用し、光選別機の原料タンクやシュートのような壁面や地面などの境界では、反射境界条件を適用する。

また、球体要素を用いた場合、粒子間の接触判定は、粒子の半径を用いて簡単に行える。そして、粒子間作用力の計算では、時刻 t における法線方向と接線方向のそれぞれの作用力を求める。法線方向の作用力は、時刻 t の相対変位増分 Δu_n による弾性スプリングの力の増分を Δe_n、粘性ダッシュポットの力の増分を Δd_n とすると以下の関係が求まる、なお、圧縮を正としている。

$$\Delta e_n = K_n \Delta u_n \tag{2-3}$$

$$\Delta d_n = \eta_n \frac{\Delta u_n}{\Delta t} \tag{2-4}$$

よって、時刻 t における法線方向のスプリングの弾性力 $e_n(t)$ とダッシュポットの粘性抵抗力 $d_n(t)$ は以下の様になる。

$$e_n(t) = e_n(t-\Delta t) + \Delta e_n(t) \tag{2-5}$$

$$d_n(t) = \Delta d_n(t) \tag{2-6}$$

ここで、粒子間が離れた場合には、力は働かなくなるので、以下の様な条件を付加する。

$e_n(t) < 0$ のとき

$$e_n(t) = d_n(t) = 0 \tag{2-7}$$

したがって、2 粒子間の法線方向の合力 $f_n(t)$ は以下の様になる。

$$f_n(t) = e_n(t) + d_n(t) \tag{2-8}$$

また、接線方向の力は、時刻 t の相対変位増分 Δu_s による弾性スプリングの力の増分を Δe_s、粘性ダッシュポットの力の増分を Δd_s とすると以下の関係が求まる、なお、粒子 i に関して時計回りを正としている。

$$\Delta e_s = K_s \Delta u_s \tag{2-9}$$

$$\Delta d_s = \eta_s \frac{\Delta u_s}{\Delta t} \tag{2-10}$$

よって、時刻 t における接線方向のスプリングの弾性力 $e_s(t)$ とダッシュポットの粘性抵抗力 $d_s(t)$ は以下の様になる。

$$e_s(t) = e_s(t-\Delta t) + \Delta e_s(t) \tag{2-11}$$

$$d_s(t) = \Delta d_s(t) \tag{2-12}$$

ここで、粒子間が離れた場合には、力は働かなくなる。また、摩擦力の制限として、クーロンの摩擦の法則から得られるせん断力より大きい力は作用しないとし、以下の様な条件を付加する。

$e_s(t) < 0$ のとき

$$e_s(t) = d_s(t) = 0 \tag{2-13}$$

$|e_s(t)| > \mu e_n(t)$ のとき

$$e_s(t) = \mu e_n(t) \times \mathrm{SIGN}(e_s(t)) \tag{2-14}$$

$$d_s(t) = 0 \tag{2-15}$$

但し、μ は粒子間の摩擦係数で、$\mathrm{SIGN}(e_s(t))$ は $e_s(t)$ の正負を表す。

したがって、接線方向の合力 $f_s(t)$ は以下の様になる。

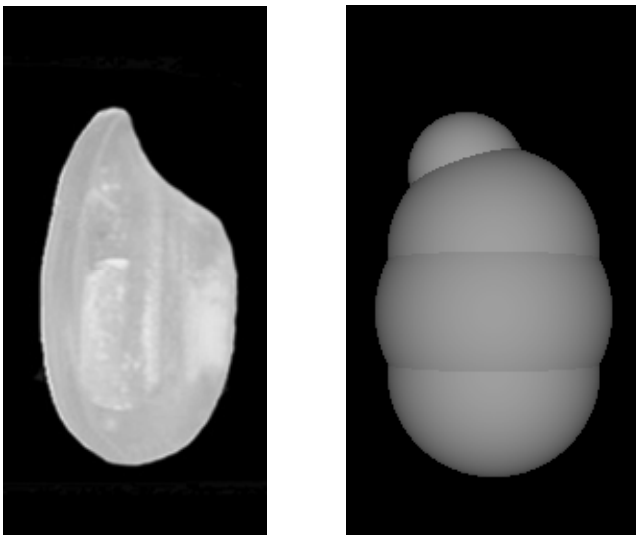
$$f_s(t) = e_s(t) + d_s(t) \tag{2-16}$$

そして、粒子 *i* に接触する全ての粒子からの接触力の総和をとる。

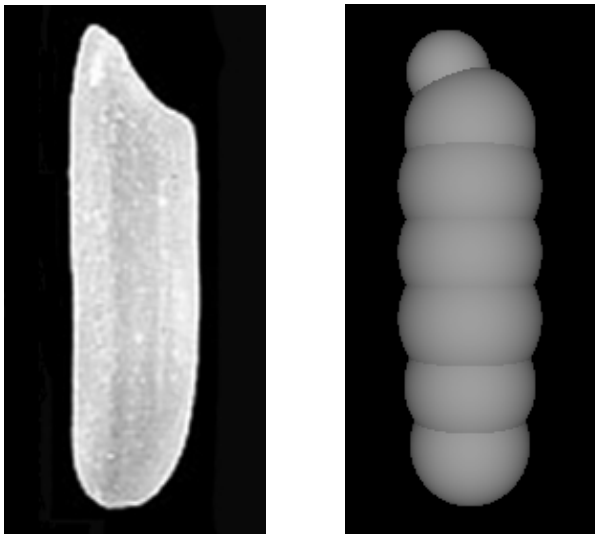
次に、差分法を用いて加速度を計算し、粒子の速度の更新を行う。そして、粒子の位置の更新を行う。

2.2.2 球集合体モデル[42]-[45]

個別要素法では、特に粒子の接触判定に計算時間が掛かることから、接触判定アルゴリズムの容易な球体が用いられるケースが多い。しかし、光選別機のように多品種の原料があり、その形状や表面性質によってシュート上における原料の流れの振る舞いが異なる場合には、解析対象物のモデル化が非常に重要となる。そこで、本研究では解析対象物のモデル化に複数の球体を結合して構成する球集合体モデルを用いた。これにより、粒子間の接触判定がより正確かつ比較的容易に行え、各粒子の振る舞いのシミュレーション精度が増す。図 2-2 に球集合体による短粒種米と長粒種米のモデルを示す。短粒種米は 4 つの球体の集合体で、長粒種米は 7 つの球体の集合体でモデル化されている。



短粒種米



長粒種米

図 2-2　球集合体モデルの例

2.3　検証モデル

光選別機においてシュート上での原料の流れ不良は検出ミスや歩留り低下の原因となり、大きく光選別機の性能に影響を及ぼす。図 2-3 に原料の流れが良い状態と図 2-4 に原料の流れが悪い状態を示す。これらの画像は、光選別機の光センサーで撮影されたものである。図 2-3 では、原料の流れ分布が均一なので不良品を除去する際に周りの良品を巻き添えする割合が低く、粒の重なりもないので検出ミスが発生しない。これに対して、図 2-4 では、原料の流れ分布が不均一なので不良品の除去と同時に周りの良品を巻き添えする割合が高い。また、分布の疎部と密部では流速の違いが生じ、一定のエアーの噴射時間では除去エラーを発生するため、エアーの噴射時間の幅を様々に設定しなくてはならない。さらに、粒の重なりが生じており、検出ミスの原因となっている。また、図 2-3 と図 2-4 から、原料の形状は同じにも関わらず、流れ分布に大きな差が生じていることが分かる。これは、原料の品種が異なり、表面性質が異なることが原因である。図 2-3 は長粒種白米という品種で、図 2-4 は長粒種パーボイル米という品種である。長粒種パーボイル米は表面の付着力が高いため、安息角が大きくなることが特徴である。安息角とは、図 2-5 に示すように、穀物や土砂、粉体などの粒子が積み上げられ、斜面をなすときに、崩れることなく安定を保つ斜面の角度のことである。安息角は、粒子の形状や表面性質によって異なる。表 2-1 に各原料の特徴と安息角について示す。安息角の測定方法として、図 2-6 に示す排出法を用いている[46]-[47]。排出法は、容器内に原料を入れ、容器側面部を開放した時、容器内に残った原料の作る角度を測定する方法である。

本研究では、球集合体モデルを用いた個別要素法に基づいたシミュレーションの妥当性の検証として、原料に短粒種白米と長粒種白米、長粒種パーボイル米を用いて、光選別機のシュート上での原料の流れシミュレーションを行った。表 2-1 から、短粒種白米と長粒種白米の物性特性を比較すると、形状は異なるが表面性質はほぼ同じである。また、長粒種白米と長粒種パーボイル米の物性特性を比較すると、形状は同じであるが表面性質が異なる。形状と表面性質は安息角に大きく影響する因子であることが分かる。そこで、本検証では、原料の流れシミュレーションに用いる個別要素法の変数値の決定方法として、初めに短粒種白米の安息角を仮想的に再現できる弾性係数、粘性係数、摩擦係数をトライアンドエラーで同定する。次に、長粒種白米と短粒種白米は形状が異なり表面性質はほぼ同じであることから、長粒種白米には短粒種白米と同じ変数値を適用する。また、長粒種パーボイル米と長粒種白米は形状が同じで表面性質が異なることから、長粒種パーボイル米には粘性係数のみ増加しながら安息角を仮想的に再現できる値をトライアンドエラーで同定する。なお、弾性係数および粘性係数における、法線方向と接線方向の作用力は同じに設定する。

また、シミュレーション手順を以下に示す。

Step 1.　各原料を球集合体でモデル化する。
Step 2.　各原料において、安息角を再現する個別要素法の変数値（弾性係数、粘性係数、摩擦係数）の同定を行う。
Step 3.　Step 2 で決定した変数値を用いて、光選別機のシュート上の原料の流れシミュレーションを行う。

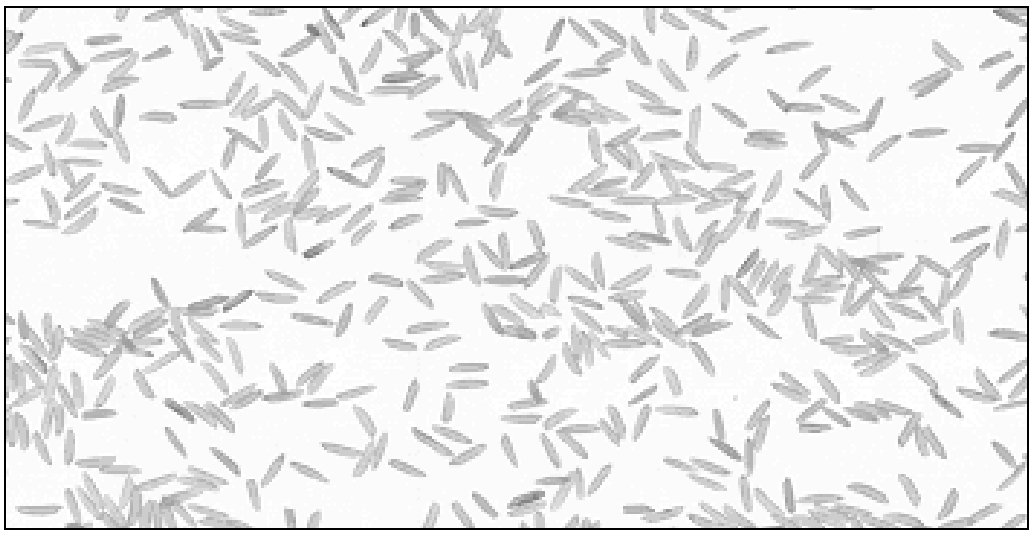


図 2-3　原料の流れが良い状態

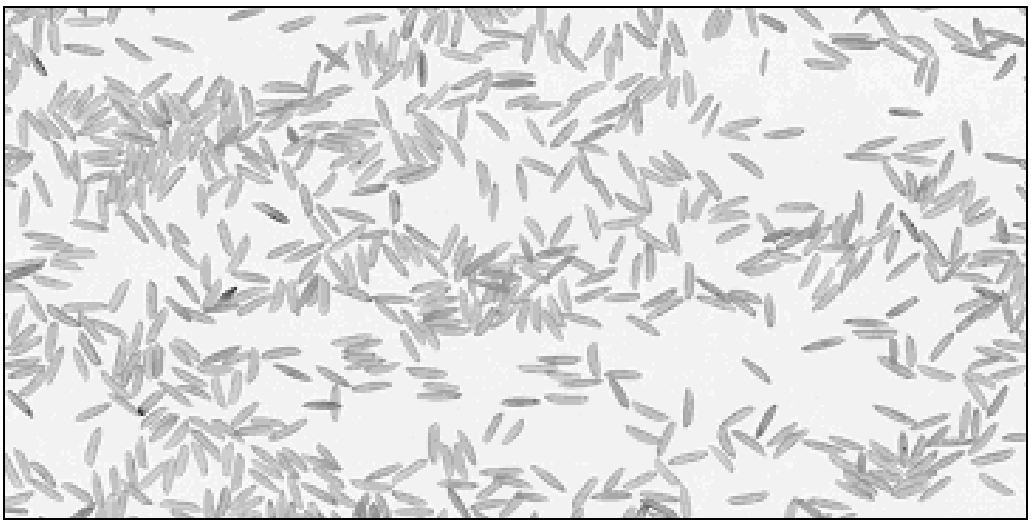


図 2-4　原料の流れが悪い状態

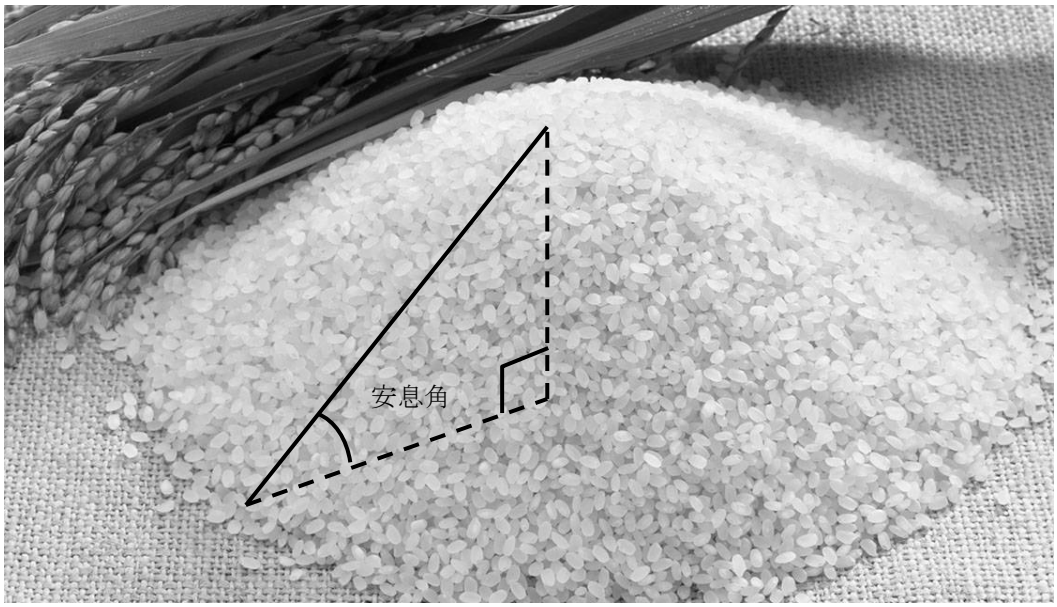


図 2-5　安息角

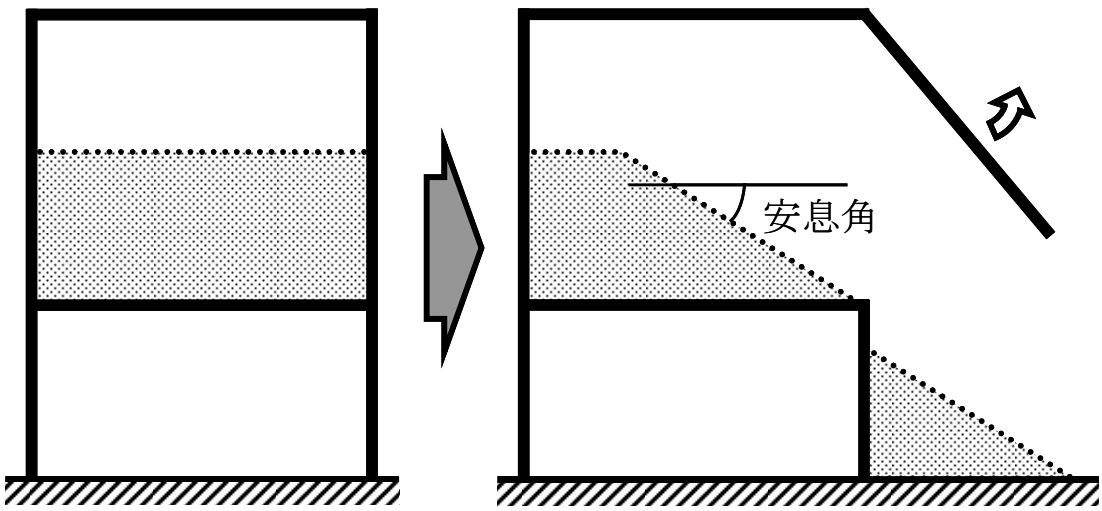


図 2-6　安息角の測定方法（排出法）

表 2-1　各原料の物性特性

原料名	短粒種 白米	長粒種 白米	長粒種 パーボイル	小麦	コーン	レンズ豆	ゴマ
密度 [kg/m^3]	0.85	0.80	0.80	0.83	0.85	0.85	0.60
形状	楕円体 (短い/厚い)	楕円体 (長い/細い)	楕円体 (長い/細い)	楕円体 (短い/厚い)	水滴状	レンズ状	水滴状
表面性質	低粘着 硬い	低粘着 硬い	高粘着 硬い	低粘着 硬い	低粘着 硬い	高粘着 硬い	高粘着 硬い
安息角	38-40	40-42	45-47	33-35	28-30	28-30	48-50
流れ評価	非常に 良い	良い	非常に 悪い	良い (跳ねる)	良い (跳ねる)	良い (跳ねる)	非常に 悪い

2.4　検証結果

図 2-2 に各原料の球集合体モデル図を、図 2-7, 2-8, 2-9 に各原料の安息角のシミュレーション結果を、図 2-10, 2-11, 2-12 に光選別機のシュート上の原料の流れのシミュレーション結果を示す。また、個別要素法で用いた変数値を表 2-2 に示す。いずれの原料においても、安息角を仮想的に再現する個別要素法の変数値を用いることで、光選別機のシュート上の原料の流れのシミュレーション結果は、実験結果を良く再現できているように見える。さらに、シミュレーション結果の妥当性を定量的に評価した結果を図 2-13, 2-14, 2-15 に示す。評価手順は以下の通りである。

Step 1.　図 2-10, 2-11, 2-12 の実験結果とシミュレーション結果の各画像に 2 値化処理を行う。

Step 2.　2 値化した各画像において、軽度に連結した粒の切り離しを行うため、4 連結の収縮処理を行う。

Step 3.　Step 2 で得られた 2 値化画像に対して、ラベリング処理を行い、各ラベルにおいて結合しているピクセル数をリスト化する。

Step 4.　Step 3 で得られたリストの中から 1 粒をなすおおよそのピクセル数を算出する。

短粒種白米：40 pixel/粒
長粒種白米：50 pixel/粒
長粒種パーボイル米：50 pixel/粒

Step 5.　Step 3 で得られたリストの各ラベルのピクセル数を連結粒数に換算し、データ区分を連結粒数として度数分布を作成する。
このとき、度数の正規化として総粒数が 500 粒と成るようにした。

Step 6.　Step 5 で得られた度数分布から標準偏差を算出し、実験結果とシミュレーション結果の標準偏差を比較する。

図 2-13, 2-14, 2-15 に示すように、評価手順に沿って算出された実験結果とシミュレーション結果の標準偏差は、それぞれの原料において非常に近い値が得られている。また、それぞれの原料における実験結果の標準偏差は連結粒数の少ない順の短粒種白米、長粒種白米、長粒種パーボイルで、それぞれ 1.83, 4.29, 11.13 と大きくなっており、非常に特徴的な結果となっている。したがって、原料の球集合体モデルを用いたモデル化および安息角を再現する個別要素法の変数値で、十分に各原料の特性を表せていると言える。

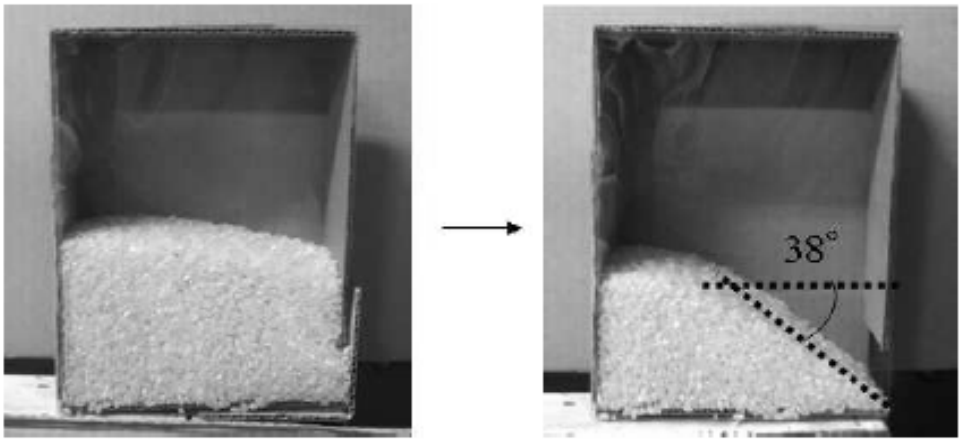
次に、図 2-4 に示すような長粒種パーボイル米で見られる流れが悪い状態を解消するための一手段としてシュートの形状を提案し、その効果を検証した結果を示す。図 2-16 に光選別機のシュートの従来構造と提案する構造を示し、図 2-17 に提案する光選別機のシュート上の原料の流れの実験結果およびシミュレーション結果を示す。なお、実験結果はシミュレーション結果に基づき、試作した

シュートで行った結果である。また、シミュレーション結果の妥当性検証として定量的な評価結果を図 2-18 に示す。提案したシュートは、従来のシュートの上部に複数の傾斜面を設けており、原料が傾斜面を飛び出したときに傾斜面の表面摩擦を受けないため瞬時的に加速度が増加し前後の粒子間にばらつきを生じさせる。また、次の傾斜面に接触したときの衝撃で重なっていた粒子や左右の粒子間にばらつきを生じさせる。さらに、それを複数の傾斜面で繰り返すことで、原料の流れのムラを解消する機構である[48]-[49]。連結粒子の状態は、提案したシュートで長粒種パーボイル米を流した場合と、従来のシュートで長粒種白米を流した場合と同等程度に改善される結果が得られており、提案したシートは非常に効果的であると言える。

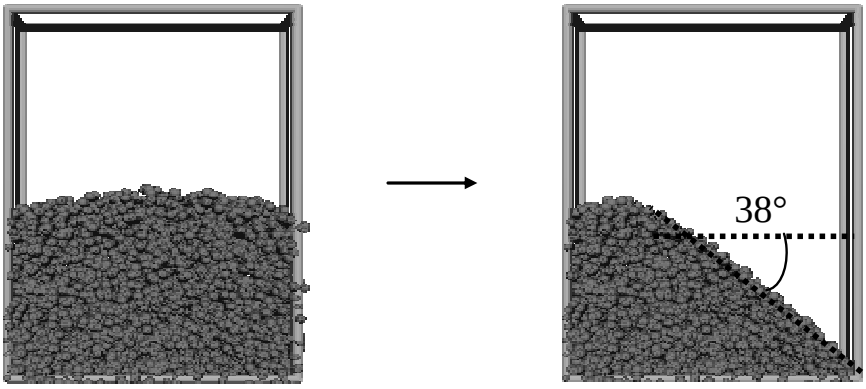
今後はさらに様々な種類の原料に対して、作成したシミュレーション・コードを用いて、光選別機におけるシュート上の原料の流れ挙動を把握するために活用する。そして、全ての原料に対して適応できる万能型シュートの設計、特定の原料に特化した特殊型シュートの設計、その課程で直面する問題の発生メカニズムの解明に役立てることができる。

表 2-2　個別要素法で用いた変数値

変数名		単位	設定値		
			短粒種 白米	長粒種 白米	長粒種 パーボイル米
弾性係数	法線方向	N/m	5.0×10^{2}	5.0×10^{2}	5.0×10^{2}
	接線方向	N/m	5.0×10^{2}	5.0×10^{2}	5.0×10^{2}
粘性係数	法線方向	N s/m	2.5×10^{1}	2.5×10^{1}	5.0×10^{1}
	接線方向	N s/m	2.5×10^{1}	2.5×10^{1}	5.0×10^{1}
摩擦係数		-	5.0×10^{-3}	5.0×10^{-3}	5.0×10^{-3}
密度		kg/m^3	0.85×10^{3}	0.80×10^{3}	0.80×10^{3}

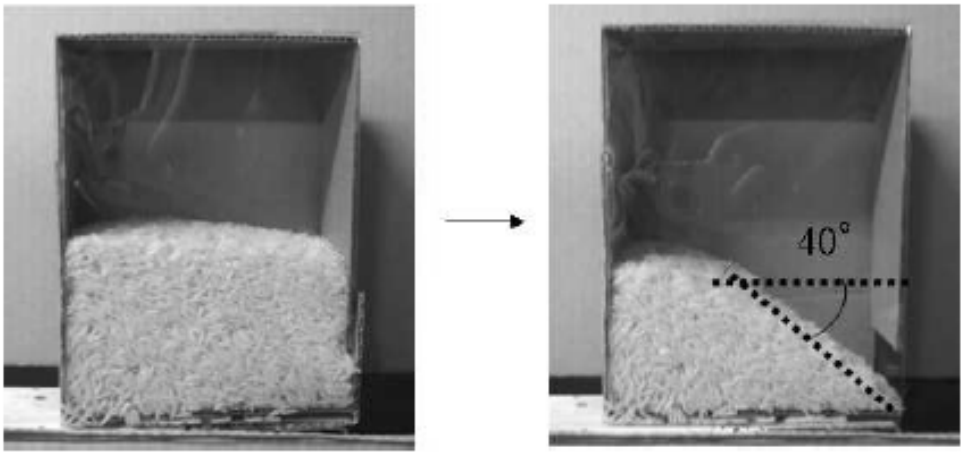


実験結果

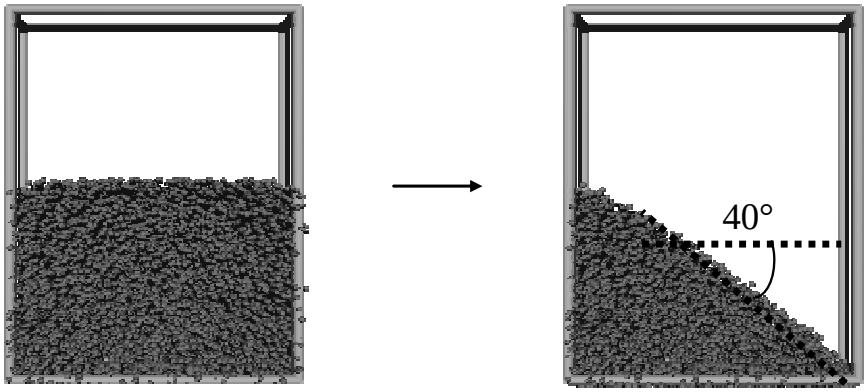


シミュレーション結果

図 2-7　短粒種白米の安息角のシミュレーション結果

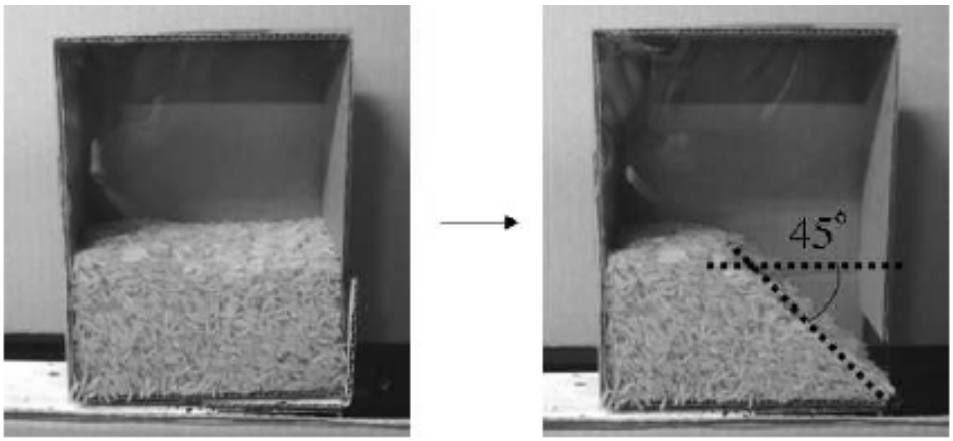


実験結果

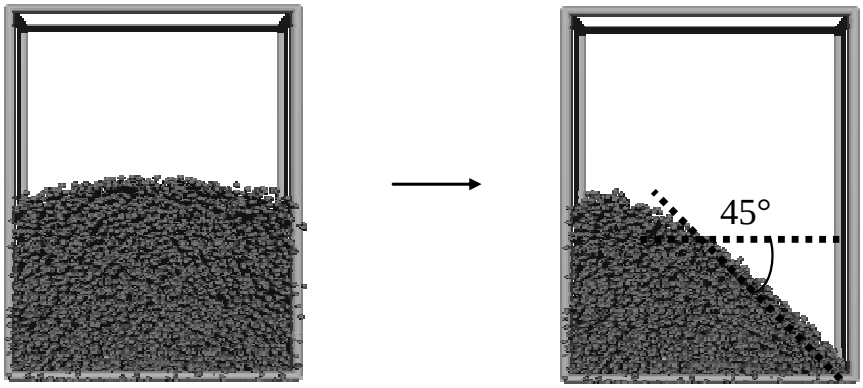


シミュレーション結果

図 2-8　長粒種白米の安息角のシミュレーション結果



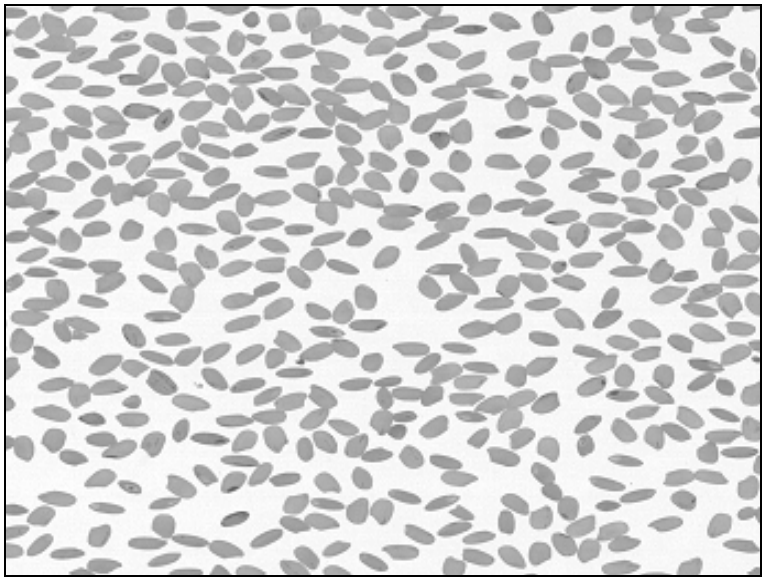
実験結果



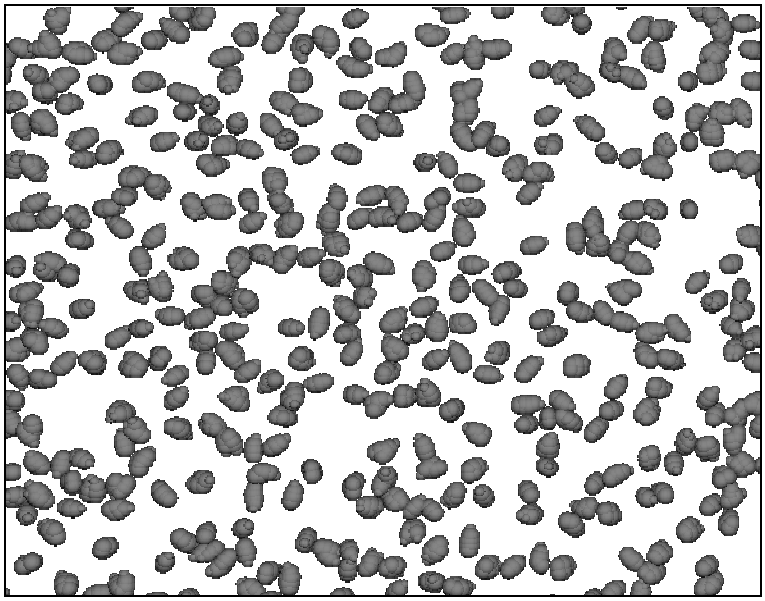
シミュレーション結果

図 2-9　長粒種パーボイル米の安息角のシミュレーション結果

↓流れ方向



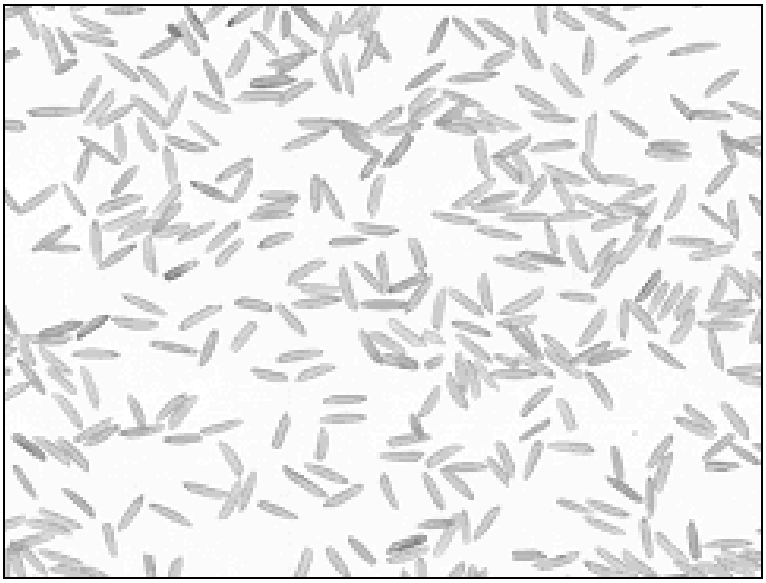
実験結果



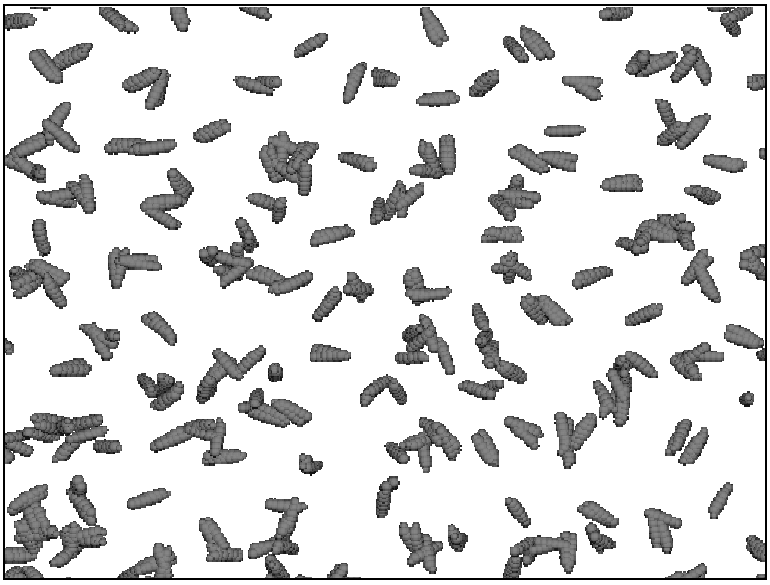
シミュレーション結果

図 2-10　短粒種白米の流れのシミュレーション結果

↓流れ方向



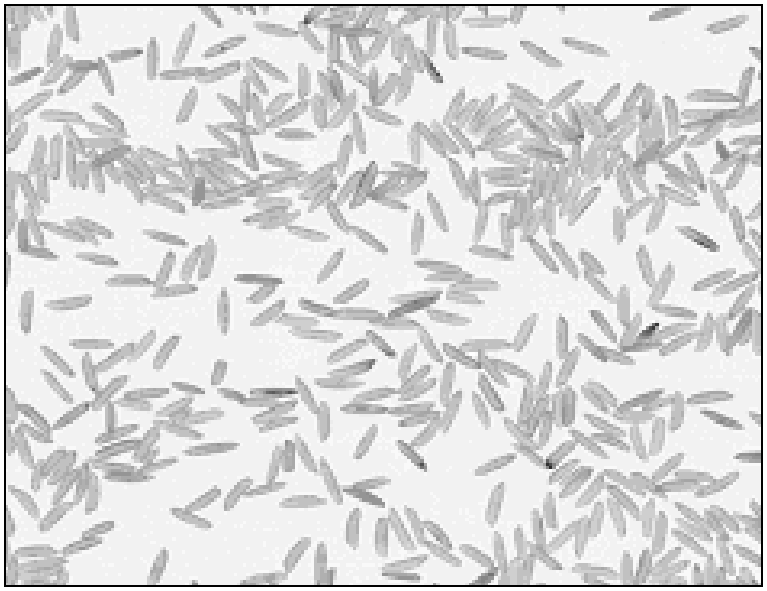
実験結果



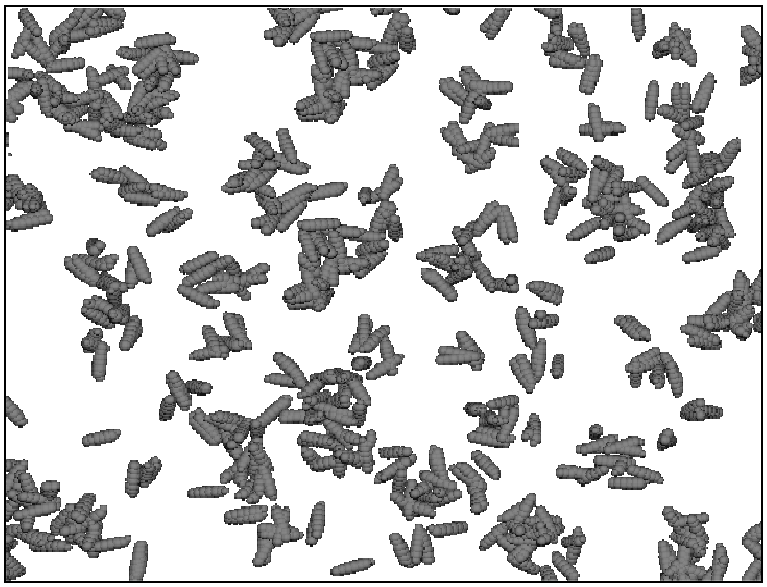
シミュレーション結果

図 2-11　長粒種白米の流れのシミュレーション結果

↓流れ方向



実験結果



シミュレーション結果

図 2-12　長粒種パーボイル米の流れのシミュレーション結果

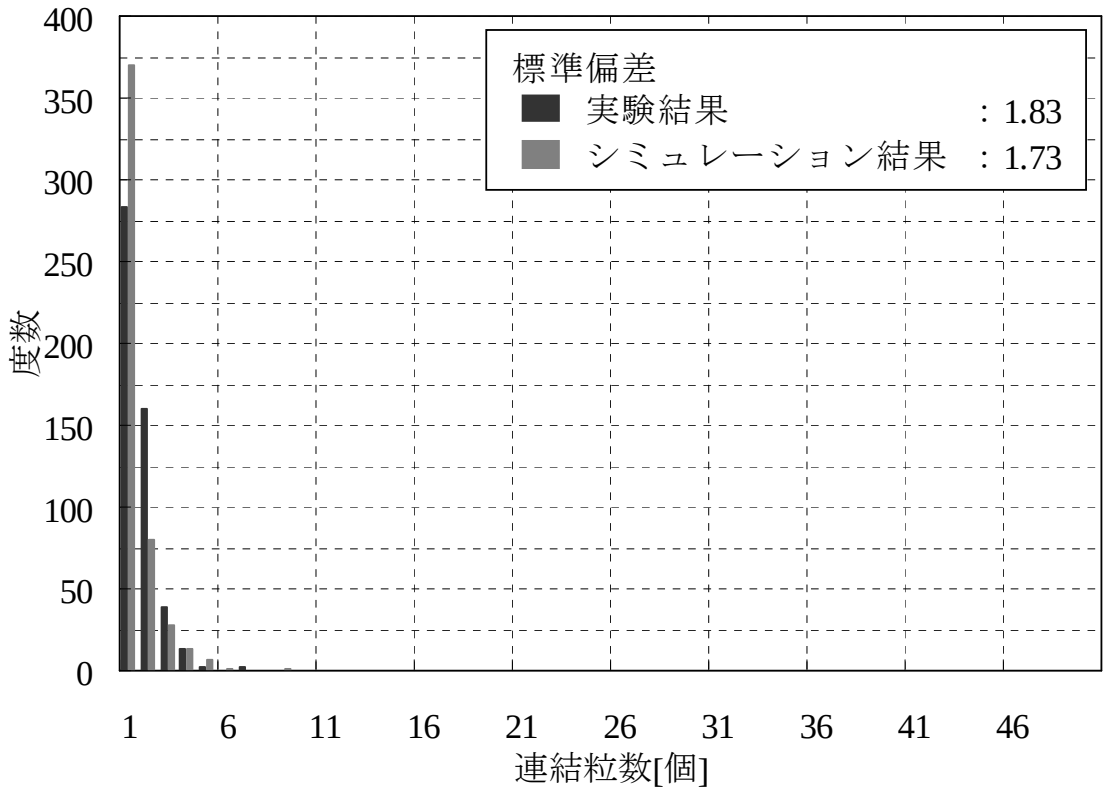


図 2-13　短粒種白米の連結粒数の度数分布

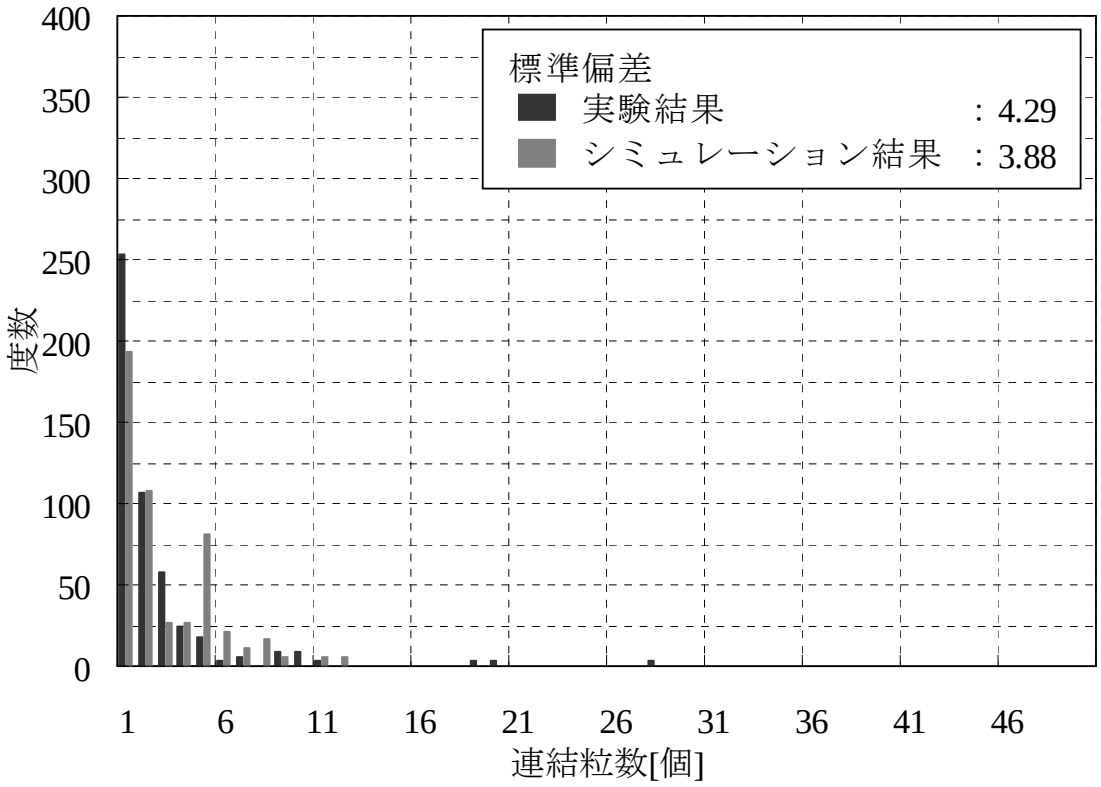


図 2-14　長粒種白米の連結粒数の度数分布

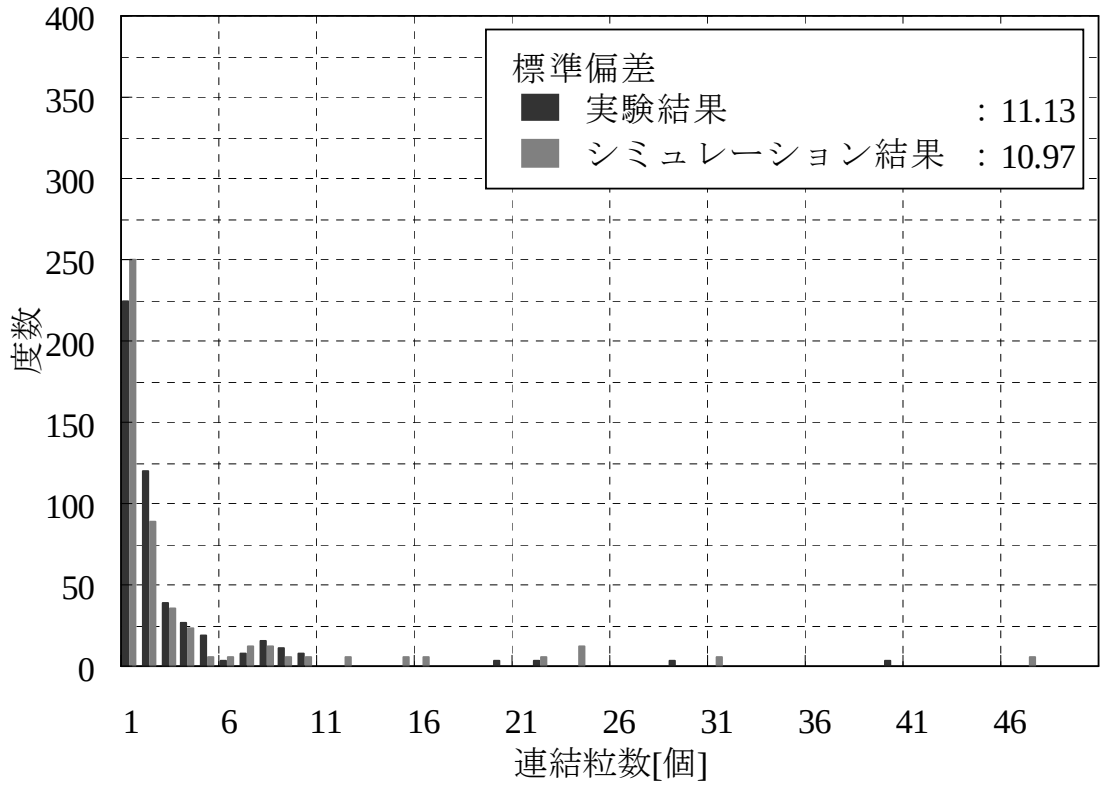


図 2-15　長粒種パーボイル米の連結粒数の度数分布

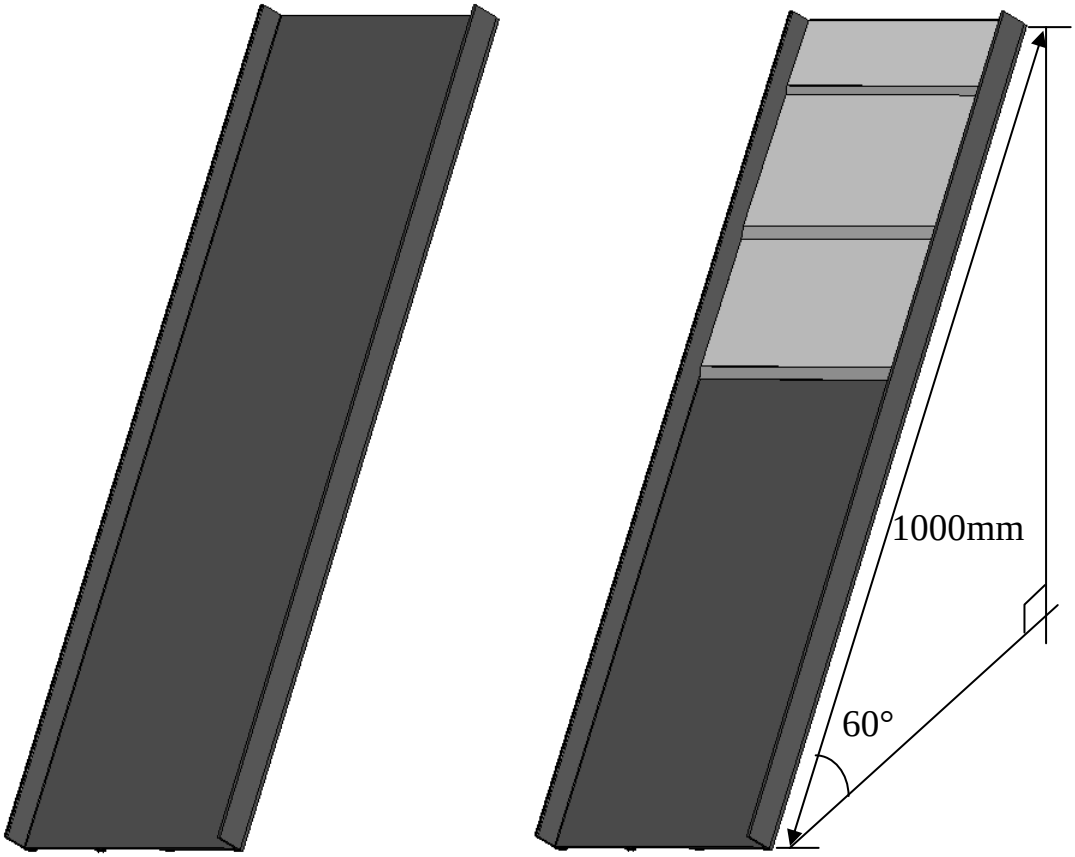
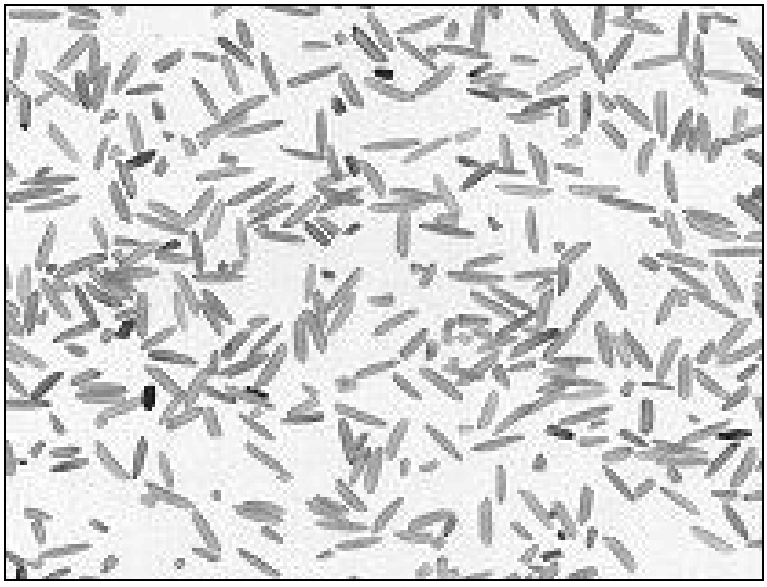
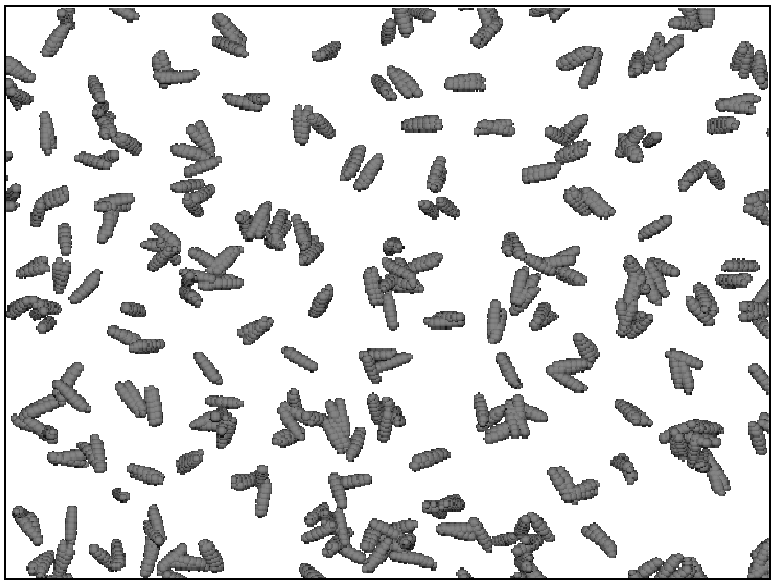


図 2-16　シュートの従来構造と提案構造

↓流れ方向



実験結果



シミュレーション結果

長粒種パーボイル米

図 2-17　提案シュートを用いた原料の流れシミュレーション結果

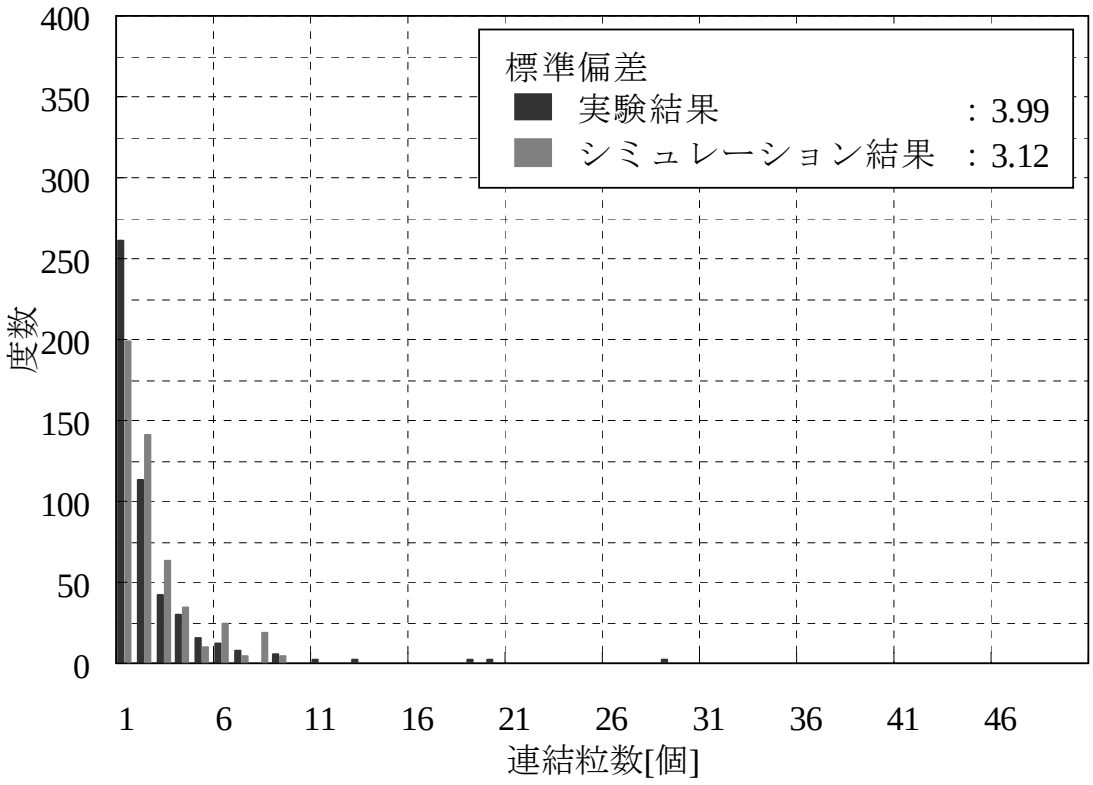


図 2-18　提案シュートを用いた長粒種パーボイル米の連結粒数の度数分布

2.5　まとめ

本研究では、光選別機の多品種対応化において効率的な性能向上を行うため、シュート上における原料の流れ挙動を正確に把握することを目的とした。そこで、光選別機のシュート上における原料の流れを仮想的に再現するために個別要素法に基づいたシミュレーション・コードを作成し、妥当性の確認として特徴的な事象の再現性を検証した。以下に、得られた知見をまとめる。

・光選別機のシュート上における原料の流れ性能の向上を目的として個別要素法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。さらに、光選別機で扱う原料は様々な形状をした粒子であるので、原料のモデル化には複数の球体を結合して粒子を構成する球集合体モデルを採用した。そして、この数値シミュレーション手法の妥当性の検証として、原料に短粒種白米と長粒種白米、長粒種パーボイル米を用いて、光選別機のシュート上での原料の流れシミュレーションを行った。特に、長粒種白米と長粒種パーボイル米では、原料の形状が同じにも関わらず、原料の品種が異なり、表面性質が異なることで流れ分布に大きな差が生じる特徴的な事象である。そして、シミュレーション結果は、現象をとても良く再現できており、その事象の発生メカニズムを解明できた。これにより、光選別機の性能向上において新規性、進歩性のある設計指針を得られた。研究成果として、原料の流れのムラを解消する機構を発明できた[48]-[49]。

・特に、個別要素法はラグランジュ法の一種であり、個々の粒子の挙動を全ての粒子に対して追跡していく数値シミュレーション手法であることから、光選別機の原料の各粒子の挙動のように、時間とともに移動する物体に対して、解析領域のモデル化や解析結果の可視化といったプレ・ポスト処理が非常に容易で直感的に理解しやすいという特長であった。

また、今後の課題として以下の点が挙げられる。

・本研究では、作成したシミュレーション・コードの初期検討として、米の品種の違いによって発生する特徴的な事象について検証を行った。今後は、さらに様々な種類の原料に対して、作成したシミュレーション・コードを適用し、光選別機におけるシュート上の原料の流れ挙動を把握し、全ての原料に対して適応できる万能型シュートの設計や、特定の原料に特化した特殊型シュートの設計、その課程で直面する問題の発生メカニズムの解明に役立てる。また、最適化手法との併用を行い、光選別機のシュートの最適化設計を行いたい。

第3章　SPH 法によるアプローチ

3.1　概説

光選別機の「分ける」工程であるイジェクター機能の性能を向上することは、光選別機の性能の評価ポイントである選別率および処理量、歩留りを同時に向上させることができる。そこで、本研究では、イジェクターノズルからの噴射エアーの挙動を正確に把握することを目的としている。そして、光選別機におけるイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するために、SPH 法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。

SPH 法は粒子法の一種であり、各時刻におけるそれぞれの粒子の運動を逐次追跡して解析する数値シミュレーション手法である。SPH 法の基本的な概念は、場を粒子の集合体と捉え、各粒子の物理量（速度、密度、温度など）を粒子の中心周りに滑らかに分布させて、連続体の物理量として置き換えて、粒子挙動をシミュレーションする。天体物理学や流体力学の分野でよく用いられ、煙や水の飛沫、空気流れのシミュレーションなどが行われている。

本章では、光選別機のイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するため、SPH 法に基づいた数値シミュレーション技術を用いて検討したことについて述べる。はじめに、SPH 法について説明する。次に、妥当性の検証として、特徴的な事象を挙げ、適用した結果と得られた成果を示す。

3.2　SPH 法[50]-[53]

SPH 法は粒子法の一種であり、各時刻におけるそれぞれの粒子の運動を逐次追跡して解析する数値シミュレーション手法である。SPH 法の基本的な概念は、場を粒子の集合体と捉え、各粒子の物理量（速度、密度、温度など）を粒子の中心周りに滑らかに分布させて、連続体の物理量として置き換えて、粒子挙動をシミュレーションする。その分布形状は Kernel 関数で規定される。また、ある座標における物理量は Kernel 関数の重ね合わせによって表現される[54]-[56]。したがって、各粒子の物理量は近傍粒子からの影響を考慮して、支配方程式、物性値の近似を行う。

3.2.1 基礎方程式

点 r において、物理量 $A(r)$ が与えられるとき、この物理量は関数 $W(r-r',h)$ で平滑化する。そしてこの関数は、式(3-1)のように積分型で定義できる。

$$A_i(r) = \int A(r')W(r-r',h)\,dr' \tag{3-1}$$

h は平均をとる空間スケールを表している。関数 $A_i(r)$ は、領域 V_h に渡っての積分で表した $A(r)$ の平均である。

実際、数値計算を行う場合、流体全体を流体粒子で離散化する。例えば粒子 j は、質量 m_j、位置 r_j、密度 ρ_j、速度 v_j を持つとする。点 r_j での関数 $A(r)$ の値を A_j とすれば、式(3-1)を以下の式のように離散的な和で表すことができる。

$$A_i(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(r-r_j,h) \tag{3-2}$$

また、$A_i(r)$ を今後 $A(r)$ と記す。

SPH 法では、図 3-1 に示すように物理量 $A(r)$ を Kernel 関数 $W(r,h)$ の重み付けで表すことができるという特徴がある。つまり、物理量 $A(r)$ の勾配およびラプラシアンを Kernel 関数 $W(r-r',h)$ の勾配およびラプラシアンで表すことができる。勾配は、

$$\nabla A_i(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla W(r-r_j,h) \tag{3-3}$$

となり、ラプラシアンは

$$\Delta A_i(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \Delta W(r-r_j,h) \tag{3-4}$$

と表せる。

ここで、勾配において粒子 i と粒子 j の間には、作用・反作用の関係が成り立つため、対称化が行われる。つまり、$\nabla A(r)$ の点 i での値は、

$$\left|\nabla A(r)\right|_i = \sum_j (A_j - A_i)\frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W(r_i - r_j,h) \tag{3-5}$$

とされ、この方程式が一様と成るなら、$A_i = A_j$ であるので計算上こちらの式の方がよい。同様にしてラプラシアンも表すことができる。

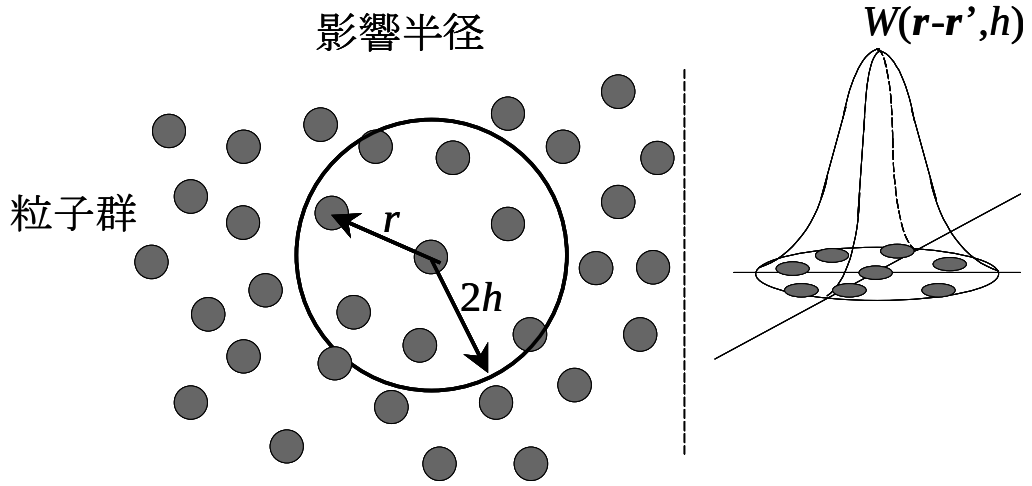


図 3-1　Kernel 関数の重み付け

3.2.2 Navier-Stokes 方程式の近似[60]-[64]

i 番目の粒子に対して、ラグランジュ Navier-Stokes 方程式は式(3-6)となる。

$$\frac{dv_i}{dt} = -\left[\frac{\nabla P}{\rho}\right]_i + \frac{\mu}{\rho_i}\left[\Delta v + \left(1-\frac{2}{d}\right)\nabla \mathrm{div} v\right]_i \tag{3-6}$$

まずは、初期検討として流体を非圧縮性流体と扱い、外力項および体積粘性係数は無視している。*d* は次元の数のことである。

圧力項において、対称化により式(3-5)から *i* 番目の粒子に対し、

$$\left[\frac{\nabla P}{\rho}\right]_i = \sum_j m_j \left(\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2}\right)\nabla_i W\left(r_i - r_j, h\right) \tag{3-7}$$

であることがわかる。粘性項に対しても同様なことを行う。すると粘性項は、

$$-\mu \sum_j \frac{m_i}{\rho_i \rho_j}\left[v_{ij}\Delta_i W\left(r_{ij},h\right) + \left(1-\frac{2}{d}\right)\left(v_{ij}\cdot\nabla_i\right)\nabla_i W\left(r_{ij},h\right)\right] \tag{3-8}$$

と表すことができる。

よってこれらの式から、SPH 法による Navier-Stokes 方程式は、

$$\frac{dv_i}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i W(r_{ij}, h) - \mu \sum_j \frac{m_i}{\rho_i \rho_j} \left[v_{ij} \Delta_i W(r_{ij}, h) + \left(1 - \frac{2}{d} \right) (v_{ij} \cdot \nabla_i) \nabla_i W(r_{ij}, h) \right] \tag{3-9}$$

となる。ここで、$v_{ij} = v_i - v_j$、$r_{ij} = r_i - r_j$ である。

3.2.3 Kernel 関数

Kernel 関数とは、影響半径の内部に分布する多くの粒子点の重み付けを行う関数のことである。

特徴としては、以下のような性質を持っている。

・Kernel 関数の極限がデルタ関数になる。

$$\lim_{h \to 0} W(r - r', h) = \delta(r - r') \tag{3-10}$$

・規格化されている。

$$\int W(r - r', h) dr' = 1 \tag{3-11}$$

計算上、式の形として指数型とスプライン型がある。指数型は

$$W(r, h) = \frac{1}{\pi^{\frac{n}{2}} h^n} \exp\left(-\frac{r^2}{h^2} \right) \tag{3-12}$$

のように表される。しかし実際の数値計算では解析を行うのに時間が掛かる。一方で、スプライン型では計算が易しい。このスプライン型の計算式は、

$$W(r, h) = \frac{\sigma}{h} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} q^2 + \frac{3}{4} q^3 & \text{if } 0 \le q \le 1 \\ \frac{1}{4} (2 - q)^3 & \text{if } 1 \le q \le 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3-13}$$

である。ただし、$q = \frac{r}{h}$ であり、σ は、以下のようになる。

$$\begin{cases} d=1 \quad \text{のとき} \quad \sigma=\dfrac{2}{3} \\ d=2 \quad \text{のとき} \quad \sigma=\dfrac{10}{7\pi} \\ d=3 \quad \text{のとき} \quad \sigma=\dfrac{1}{\pi} \end{cases} \tag{3-14}$$

3.3 検証モデル

光選別機では、原料を高密度に供給でき、その状態で除去対象物のみを的確に除去できることが要求される。これらの要求を同時に達成するためには、イジェクターノズルからのエアーの噴射特性が良い必要がある。要求される具体的なエアーの噴射特性としては、除去対象物を確実に除去できる圧力であること、除去対象物のみを打ち抜くために直進性が強く、ON-OFF 応答が良いことである。

ここで、光選別機におけるイジェクターノズルからの噴射エアーについて説明する。一般的には、イジェクション機能は図 3-2 に示すように、いくつかの電磁弁とエアー配管、イジェクターノズルで構成される。除去対象物を検出すると電磁弁に通電信号が入り、圧縮エアーがイジェクターノズルから噴射される。イジェクターノズルからの噴射エアーを圧力センサーで測定した結果を図 3-3 に示し、シュリーレンにより撮影した密度分布画像を図 3-4 に示す[62]-[64]。圧力センサーは、原料がイジェクターノズルを通過する位置を想定して、イジェクターノズルの先端から 2 mm 離して設置されている。図 3-3 から明らかなように、電磁弁の一回の動作によりイジェクターノズルからのエアーが複数回に分かれて噴射している。同様の現象が、図 3-4 の密度分布からも見受けられる。もし、この現象のメカニズムを解明できれば、新しい光選別機の開発において、効果的な情報となる。したがって、光選別機におけるイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するために、シミュレーション・コードを作成した。この検証として、まずは図 3-5 に示すような従来モデルに対して検証を行った。イジェクターノズルの従来モデルのエアーの流路構造図は、イジェクターノズルの先端部でエアーを圧縮し、噴射されるエアー圧が高くなるように設計されている。これは、不良品を確実に除去するための、適切な構造となっている。もし、イジェクターノズルのエアーの流路構造が、先端部でエアーを圧縮できていなければ、電磁弁に供給される圧縮エアーはより高い圧力を必要とし、エアーの消費量が増える。また、イジェクターノズルの先端部は円形や正方形ではなく、横方向に長い長方形となっている。縦方向の寸法が短い理由は、イジェクターノズル部を通過する原料の大きさや速度に応じて縦方向の噴射特性をコントロールし（噴射エアーの拡がりを抑え、直進性を向上させる）、エアー

の噴射時間により調整する機構としての役割もある。また、横方向の寸法も重要なパラメーターとなっている。コストダウンの観点から電磁弁の使用数を減らすために、横方向の寸法を大きく設計することが望ましいが、歩留り向上の観点からすると小さく設計することが望ましい。さて、噴射エアーのシミュレーションを行うにあたり、シミュレーション条件を以下に示す。イジェクターノズルの流路構造はミリメートル・オーダーであることから、エアーの流れを層流モデルと考え、壁面での境界条件は自由すべりを適用した。また、エアー供給は、エアーの塊を流路に配置し、イジェクターノズルの先端方向に初速 300 m/s で与え、圧縮エアーが電磁弁からイジェクターノズルの流路に供給された直後を模擬した。また、イジェクターノズルの流路構造を任意に変化させたときの、エアーの噴射特性についてシミュレーションを行い検討した結果を次節で説明する。

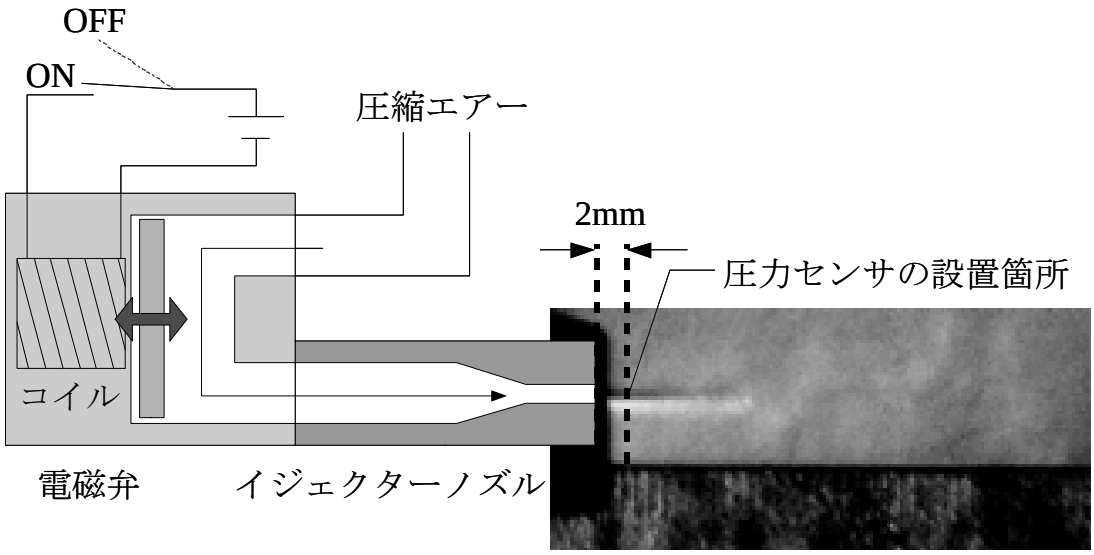


図 3-2　イジェクション機能の構成図

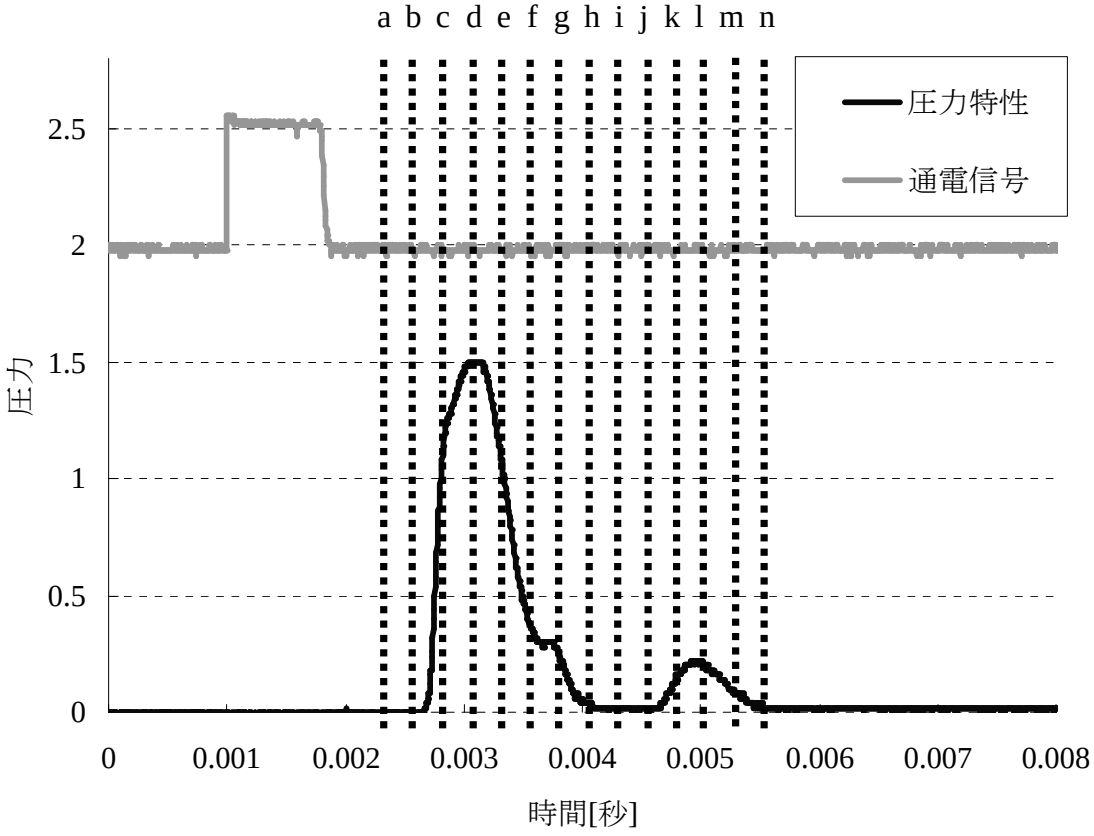


図 3-3　圧力センサーによる噴射エアーの圧力特性

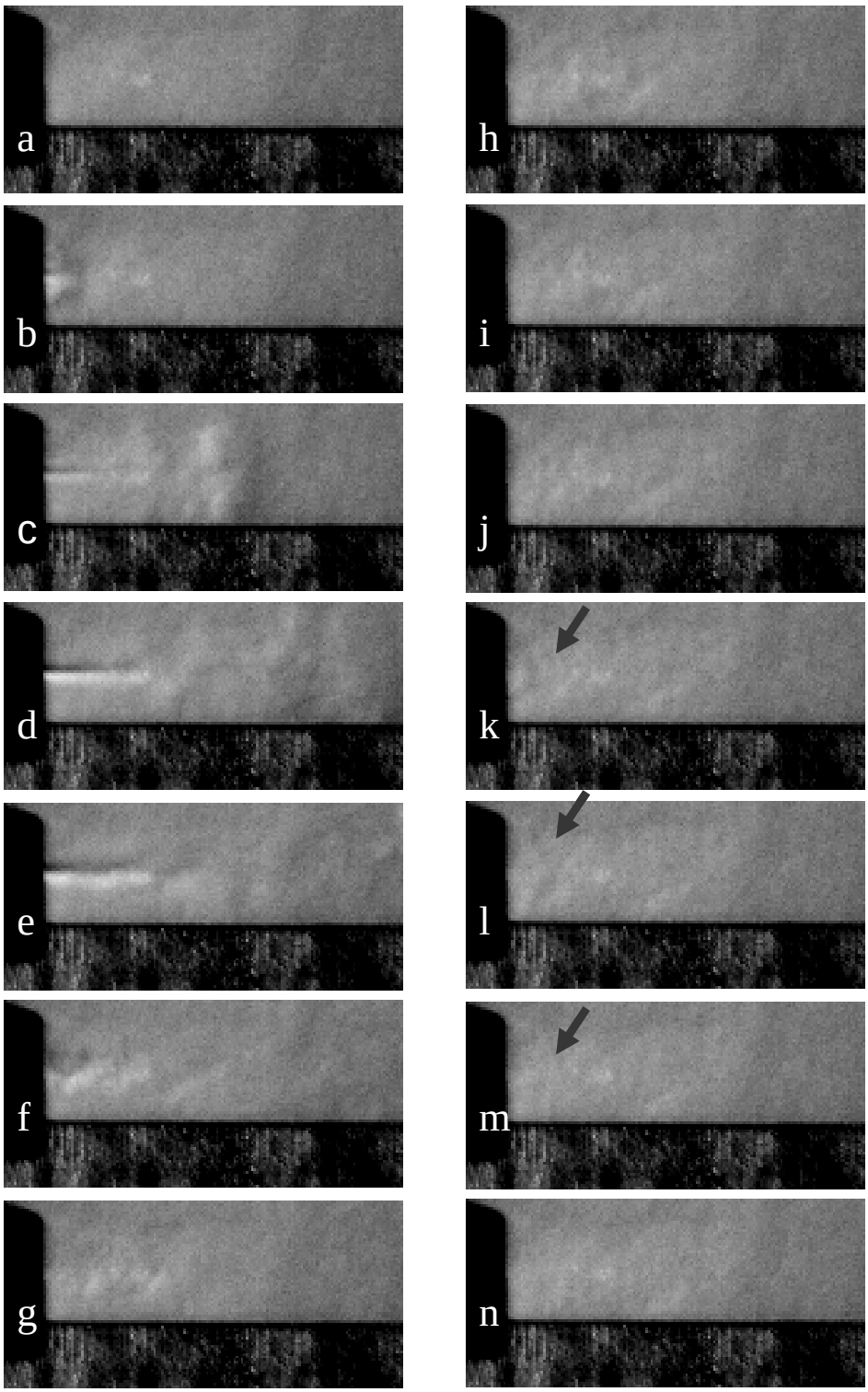


図 3-4　シュリーレンによる噴射エアーの密度特性

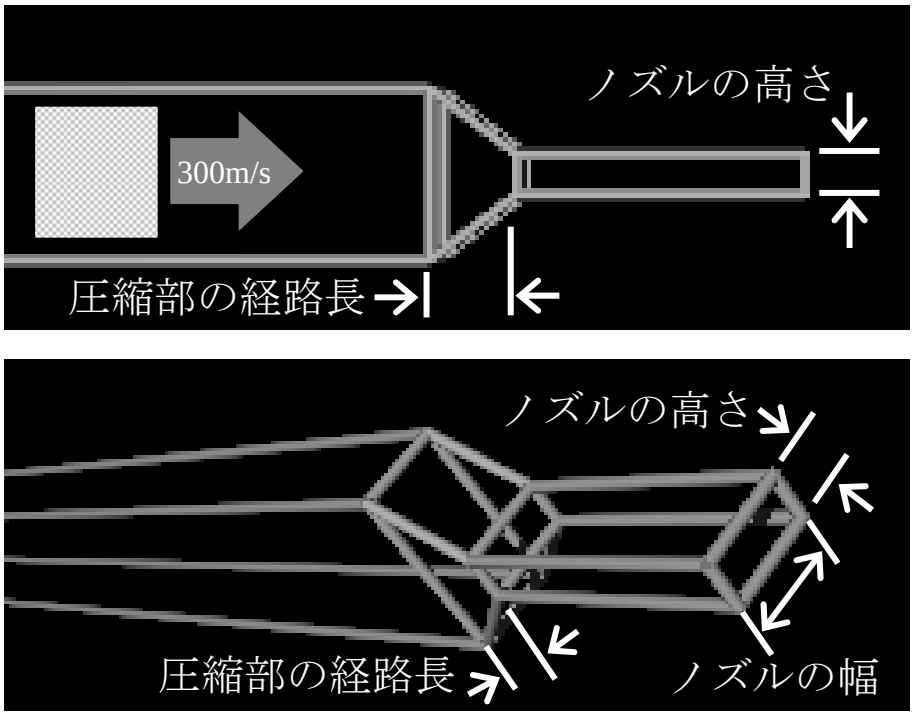


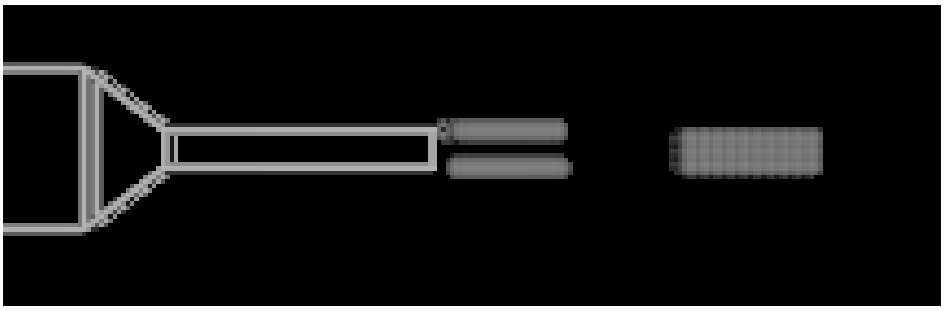
図 3-5　イジェクターノズルの従来モデルのエアー流路構造図

3.4　検証結果

イジェクターノズルの従来モデルに対する SPH 法のシミュレーション結果を図 3-6 に示す。シミュレーション結果から、流路に配置した一つのエアーの塊が、イジェクターノズル先端から複数回に分かれて噴射されていることが分かる。この現象は、図 3-3 の実験結果と同様の傾向であり、良く再現できていると言える。この原因は、イジェクターノズル先端部で急激にエアーが圧縮されているため、壁面に衝突しないエアーは直進するが、壁面に衝突したエアーは壁面ですべりを発生し、進行方向を壁面と水平に変えながら速度低下を起こしているからである。したがって、直進したエアーと壁面に衝突したエアーで大きな速度差が生じ、エアーが複数回の噴射に分離するほどの影響となっている。もし、流路の先端部でエアーが圧縮されていなければ、エアーが分離することにはならないが、光選別機において不良品を除去するのに十分なエアー圧は得られないことになる。

続いて、試験モデルとして、イジェクターノズルのエアーの流路構造を任意に変化させたときの噴射エアーのシミュレーションを行った結果について説明する。図 3-7 にイジェクターノズルの先端部のノズル高さを変化させたときの数値シミュレーション結果例を示す。図 3-7 の楕円印部からも分かるように、ノズル高さが低い場合には、高いエアー圧力が得られているが、エアー抜けが悪いことも分かる。逆に、ノズル高さが高い場合には、エアー圧力は低く、エアーの抜けも良い。続いて、図 3-8 に圧縮部の経路長を変化させたときの数値シミュレーション結果例を示す。図 3-8 の楕円印部からも分かるように、圧縮部の経路長が長い場合には、良好なエアー抜けとなっているが、エアー圧力が低い。逆に、経路長が短い場合には、噴射エアーが長くなり、エアー圧力は高くなっている。良品の巻き添えの可能性を高めている。つまり、イジェクターノズルの先端部のノズル高さを変化させることと圧縮経路長を変化させることは、噴射エアーのエアー圧力とエアーの抜けに対して相互に影響しており、一方の噴射特性を良くしようとすると他方の噴射特性を悪くしてしまうようなトレード・オフの関係にあることが分かる。したがって、イジェクターノズルからのエアーの噴射特性において、エアー圧力が高く、エアーの抜けが良い流路構造を設計しようと考えたとき、設計値を任意に決定することは非常に困難な課題である。このような場面において一般的な取り組みとしては、最適化設計に基づいた検討が行われるべきである。本研究では、従来モデルにおいて、エアーの抜けが著しく悪かったことを考慮し、圧縮経路長とノズル高さを変化することでエアーの抜けが良くなるような設計を任意に行ったところ、不良品を除去する際の周辺の良品の巻き添えを大きく低減することができた。また、第 4 章では、イジェクターノズルの最適化設計に関する検討を行ったことについて示している。

従来モデルのシミュレーション検証結果から、光選別機におけるイジェクターノズルからの噴射エアーのシミュレーション結果は実験結果を良く再現できている。したがって、作成したシミュレーション・コードは光選別機におけるイジェクターノズルからの噴射エアーの挙動を把握し、不良品のみを的確に噴射除去でき、エアー消費のロスを低減できるようなイジェクターノズルの設計、および、その課程で直面する問題の発生メカニズムの解明に役立てることができる。



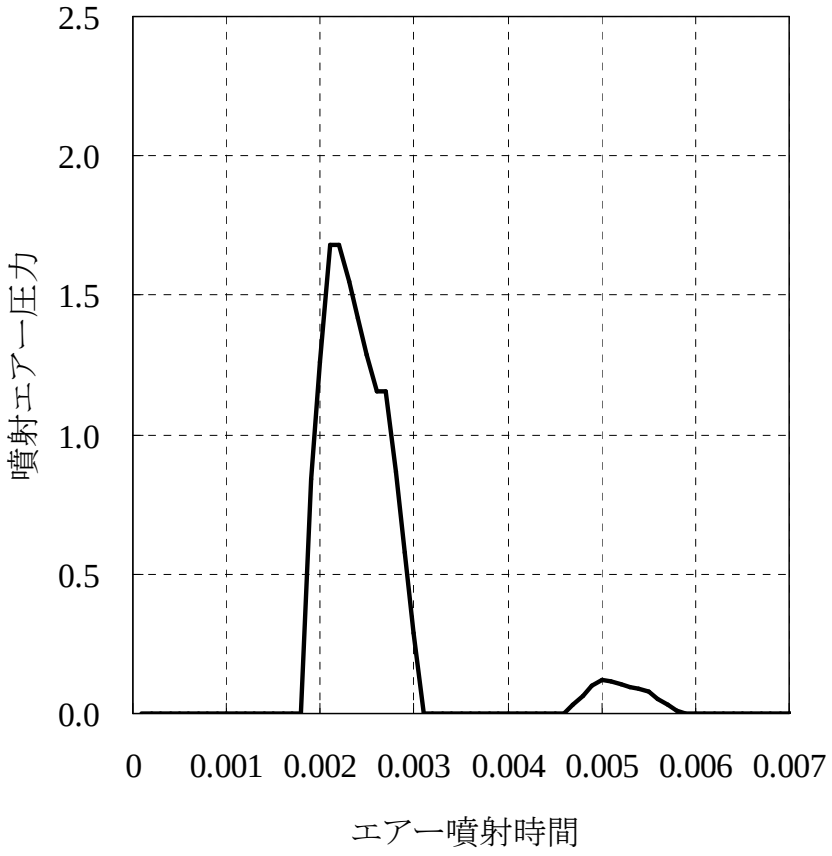


図 3-6　イジェクターノズルの従来モデルのシミュレーション結果

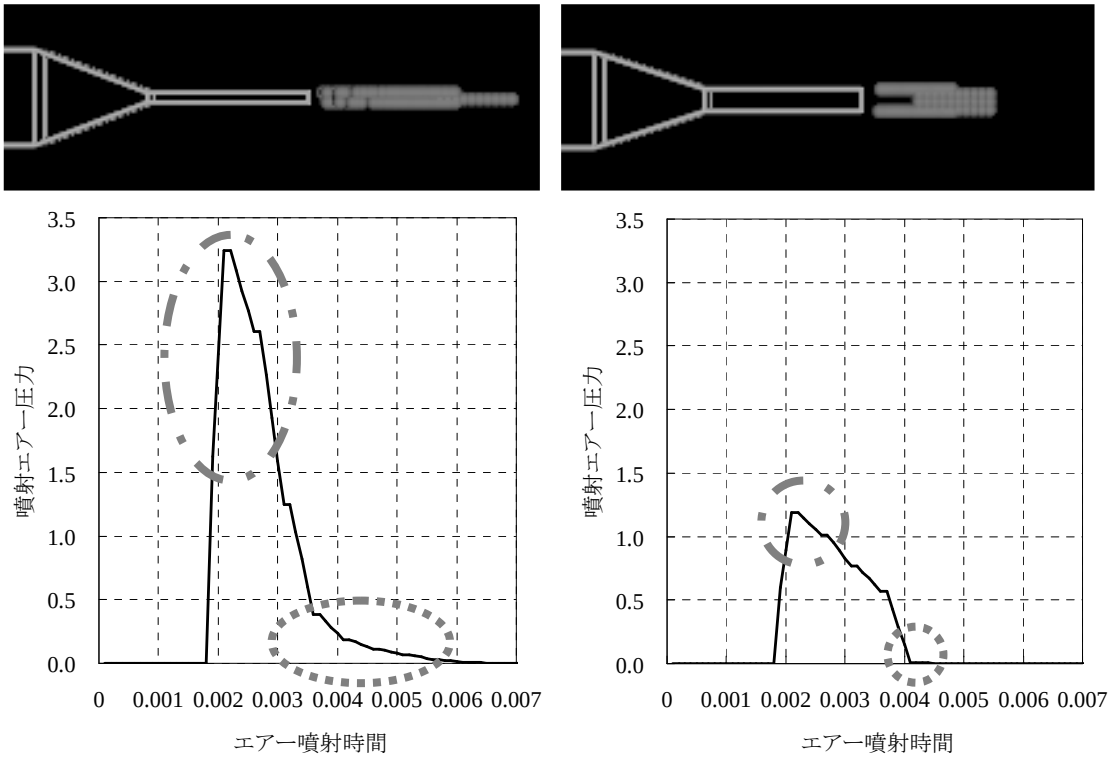


図 3-7　イジェクターノズルの先端部のノズル高さとエアー圧力の関係の比較例
（左図のようにノズル高さが低い場合、高エアー圧力が得られ、エアー抜けが悪い）

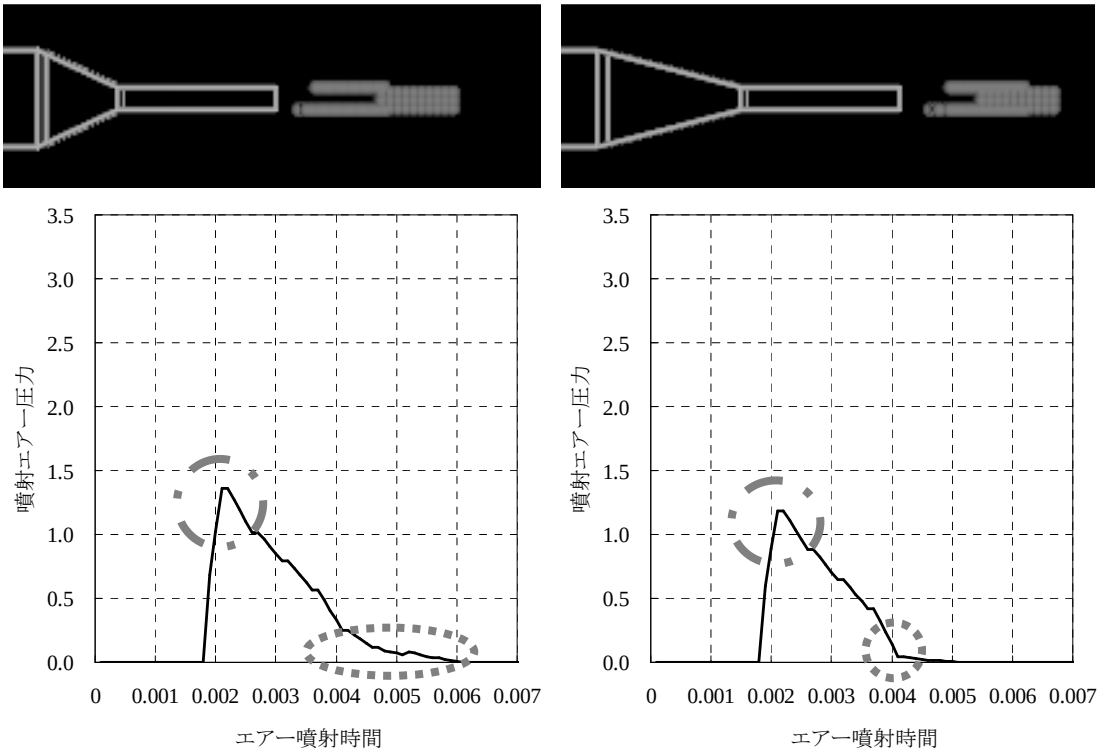


図 3-8　イジェクターノズルの圧縮部の経路長とエアー圧力抜けの関係の比較例
（左図のように圧縮部の経路長が短い場合、エアー抜けが悪い）

3.5　まとめ

本章では、光選別機の「分ける」工程であるイジェクター機能の性能向上することで、光選別機の性能の評価ポイントである選別率および処理量、歩留りを同時に向上させることができることから、イジェクターノズルからの噴射エアーの挙動を正確に把握することを目的とした。そこで、光選別機におけるイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するために、SPH 法に基づいたシミュレーション・コードを作成し、妥当性の確認として特徴的な事象の再現性を検証した。以下に、得られた知見をまとめる。

・光選別機のイジェクター機能の性能向上を目的として SPH 法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。そして、この数値シミュレーション手法の妥当性の検証として、電磁弁の一回の動作によりイジェクターノズルからのエアーが複数回に分かれて噴射するという特徴的な事象の再現性について検証を行った。シミュレーション結果は、現象をとても良く再現できた。

・特に、SPH 法はラグランジュ法の一種であり、個々の粒子の挙動を全ての粒子に対して追跡していく数値シミュレーション手法であることから、光選別機のイジェクターノズルからの噴射エアーの挙動のように、時間とともに変動する連続体に対して、解析領域のモデル化や解析結果の可視化といったプレ・ポスト処理が非常に容易で直感的に理解しやすいという特長であった。

・さらに、作成したシミュレーション・コードを用いて試験モデルを検証することで、その事象の発生メカニズムを解明できた。このことから、光選別機のイジェクターノズルの設計開発において、様々なアイディアを数値シミュレーション設計の段階で確認することができ、従来のように試作のパターンを多数用意し、何度もトライアンドエラーを繰り返すことで費やしていた、膨大な費用や時間を削減することが期待できる。

また、今後の課題として以下の点が挙げられる。

・本研究では、初期検討として、イジェクターノズルからの噴射エアーを非圧縮性流体として捉え、SPH 法に基づいて Navier-Stokes 方程式の定式化を行った。今後は、イジェクターノズルからの噴射エアーを圧縮性流体として扱う必要があるかを検討する必要がある。

また、次章では、光選別機のイジェクターノズルの設計開発において数値シ

ミュレーション技術と最適化手法を併用することを試みた結果を示す。

第4章　ゲーム理論による光選別機の最適化設計

4.1　概説

本研究では、光選別機の設計開発において、経済的な要求を合理的に評価でき、複数のパレート最適解から適切な解候補を一つ選択できる手法として、多目的最適化設計に対してゲーム理論を適用することを提案した。

ゲーム理論は、経済などの分野で応用されているが、トレード・オフの関係にある決定事項の均衡解を探索する手法である。したがって、ゲーム理論を多目的最適化設計に適用することにより、複数の目的関数の評価に重みなどの人為的パラメーターなどを加えることなく、設計値を決定することが可能である。本来、ゲーム理論は、各目的に応じたプレイヤーが自由意志決定のもとで、自己以外のプレイヤーの意志を考慮しながら、目的達成のために各々の最適合理性で戦略を決定する理論である。実際の製品開発では、設計者達が話し合いにより総合的に設計仕様を決定するので、設計者各々が独自に合理的な戦略を主張することはない。本研究では、多目的最適化設計の各目的と最も関連深い設計変数を選び、その設計変数をプレイヤーとし、戦略を設計変数値と考えることで、ゲーム的状況を作り出し、ゲーム理論を用いて最も良い設計変数値を選び出すことを提案している。

ゲーム理論には、ゼロ和ゲーム、非ゼロ和ゲーム（非協力ゲーム、協力ゲーム）などの種類があり、設計コンセプトに応じて、適切なゲームを選ぶことでより良い解を得ることができる。ゼロ和ゲームとは目的関数の総和が常にゼロになる場合であり、非ゼロ和ゲームは目的関数の総和がゼロになる必要はないゲームを指す。またその中でも、非協力ゲームとは、目的全体の合理性を考慮することなく、個々に目的を追求するゲームである。一方、協力ゲームは、全ての目的がバランス良く向上することを目指すゲームである。特に、協力ゲームは、非協力ゲームから交渉を始め、提携行動が可能になるものであり、交渉ゲームとも呼ばれる。製品開発のように多目的最適化設計を考える場合には、後者の協力ゲームを考えるべきであるが、協力ゲームの実行は非協力ゲームから交渉が始められるため、本研究でも、非ゼロ和ゲームの非協力ゲームを実施後に協力ゲームを適用している。

本章では、はじめにゲーム理論を用いる上で中核となる最適反応原理およびゲーム理論において代表される各手法について説明する。そして、光選別機の

最適化設計問題において、その妥当性を検証するために、ゲーム理論を光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計に適用したことについて言及する。

4.2　ゲーム理論[50]-[52]

ゲーム理論は経済学の分野で確立された理論である[65]。ゲーム理論では、囲碁、将棋、麻雀といったいわゆるゲームや、じゃんけんやさいころの丁半の賭けなど、古くから確率論的に取り扱われたゲーム、さらには、政治、経済に至るまで、様々な問題をゲームとして定式化して考察することができる。ここでいうゲームとは、これらの問題を規定する 1 組のルールのことである。いかなるゲームにもルールがあり、そのルールに基づいて、ゲームはプレイされる。社会にもルールがあり、人々はそのルールに基づいて行動している。ここにゲームと社会との類似性がある。ゲーム理論は、広く社会的問題の分析のための基礎理論となることができると言える。つまり、製品・機器の最適化設計における解選択もまたゲームとみなすことができる。本章では、ゲーム理論の入りとして、ゲームのルールについて述べ、ゲーム理論の中核となる最適反応原理について述べる。また、製品・機器の最適化設計における解選択へのゲーム理論の適用に向け、ゲーム理論において最も代表的な手法である、ゼロ和ゲームおよび非ゼロ和ゲームについて説明を行う。

4.2.1 ゲームのルール[66]

ゲームを定義づけるルールとして考えなければならない基本的なこととして次のようなことがある。

（1）プレイヤー

最も基本的なことは誰がプレイヤーかということである。ここでいうプレイヤーとは意思決定し行動する主体のことである。プレイヤーは個人であっても、複数の個人からなる組織であってもよい。

ゲームは相手がいて、初めて成立する。すなわちプレイヤーの数が複数であって、初めてゲームが成立する。

（2）とりうる行動

各プレイヤーは何らかのとりうる行動をもっている。どのような行動をもちうるかは、自然の法則や社会的条件に制約されるが、多くの場合、複数のとりうる行動をもっており、どの行動をとるかという選択の問題に立たされる。

各プレイヤーは自然や社会の条件のもとで、自分のとりうる行動から、いくつかの行動計画を立てることができる。この行動計画を戦略と呼ぶ。

（3）利得と利得関数

各プレイヤーが何らかの行動計画すなわち戦略をとることによってゲームは終了し、ある結果が定まる。この結果について、各プレイヤーは何らかの評価をもち、各プレイヤーにとっての評価値が求まる。また、この評価値を実数で表し、利得と呼ぶ。

結果は各プレイヤーのとる戦略によって定まるから、その結果に対する評価値、すなわち、利得は各プレイヤーのとる戦略の関数である。この関数を、利得関数と呼ぶ。

ゲームにおいて最も本質的なことは、相手がいるということである。したがって、自分の利得は、自分のとる戦略ばかりではなく、他のプレイヤーのとる戦略の関数でもあるということである。

（4）協力の可能性

全てのプレイヤーは、自然の法則や社会的な条件の制約には従いながらも、自由に自主的に自己の判断に基づいて行動する。これがプレイヤーであることの要件であるが、プレイヤーの間で、何らかの話し合いに基づいて行動することは十分に可能である。

十分に交渉することが可能で、かつ、各プレイヤーがそのとるべき戦略を合意の上で決定するゲームを「協力ゲーム」という。逆に、各自の独立な判断によって戦略を決定するゲームを「非協力ゲーム」という。

以上のことは、ゲーム理論を扱う上で、最も基本的なルールである。したがって、光選別機の最適化設計問題の定式化を行う際は、これらのルールに注意しながら検討しなければならない。

4.2.2 最適反応原理[33]

ゲーム理論は、各目的に応じたプレイヤーが自由意志決定のもとで、自己以外のプレイヤーの意志を考慮しながら、目的達成のために各々の最適合理性で戦略を決定する理論である。つまり、ゲーム理論におけるプレイヤーの行動は最適反応原理に基づいている。以下で、最適反応原理について説明を行う。

まず､プレイヤー1 とプレイヤー2 の 2 人の非協力ゲームを考える｡このとき、2 人のプレイヤーのもつ戦略の間には支配関係はないとする｡このようなときには、各プレイヤーは、自分がある戦略をとったときに、相手がどのように反応するかを考えることになる。

例えば､表 4-1 の利得表に示すような利得の関係をもつ 2 人のプレイヤーによる非協力ゲームを考える。

プレイヤー1 は、自分が戦略 *i* をとると、それに対して、プレイヤー2 は次のような戦略 *j* をとるに違いないと考えることになる。

$i = 1$ に対しては、max (7, 8, 4) = 8、 $j = 2$
$i = 2$ に対しては、max (2, 4, 3) = 4、 $j = 2$
$i = 3$ に対しては、max (4, 2, 6) = 6、 $j = 3$

このように、プレイヤー1 はプレイヤー2 がとりうるプレイヤー2 の最適な戦略を念頭において、自分の戦略の選択を考えることになる。

表 4-1　利得表

		プレイヤー2		
		1	2	3
プレイヤー1	1	7, 7	0, 8	4, 3
	2	0, 2	4, 4	3, 3
	3	1, 4	3, 2	2, 5

同様に、プレイヤー2 は自分の戦略 j に対するプレイヤー1 のとりうるプレイヤー1 の最適な戦略を考えることになる。

$j = 1$ に対しては、max (7, 0, 1) = 7、 $i = 1$
$j = 2$ に対しては、max (0, 4, 3) = 4、 $i = 2$
$j = 3$ に対しては、max (4, 3, 2) = 4、 $i = 1$

いま、プレイヤー1 が戦略 2 をプレイヤー2 も戦略 2 をとると考えると、利得の組は(4, 4)となり、どちらのプレイヤーも自分の戦略を変えても利得は増加しないから、もはや戦略を変えようとは思わないはずである。すなわち、ここで 2 人の思考は均衡する。したがって、2 人のとる戦略の組

$$(i^*, j^*) = (2, 2)$$

を、このゲームの均衡点と考えることができる。

この戦略の組は、互いに相手のプレイヤーのとる戦略に対して最適に反応している状態で、2 人の間が均衡しているわけである。このような「相手がある戦略をとったときに、その戦略のもとで自分の利得を最大にするように行動する」という行動原理を「最適反応原理」と呼ぶ。この行動原理にしたがってとられた戦略を最適反応戦略という。

2 人のプレイヤーがともにこの行動原理にしたがって、最適反応戦略をとり、「2 人のとる戦略が互いに相手の戦略の最適反応戦略になっている」ときに、そ

の戦略の組を均衡点という。

また、協力ゲームにおいても最適反応原理は中核となる。協力ゲームでは、各プレイヤー間で十分に交渉し、そして、各プレイヤーがそのとるべき戦略を合意の上で決定することになる。各プレイヤーが交渉を行う際に基準となるのが、各プレイヤーにおける最適反応戦略である。つまり、協力ゲームでは、最適反応戦略が交渉を行う上で最悪の状況、すなわち、交渉が成立しない状態を表している。

ゲーム理論では、各々の競争主体であるプレイヤーが合理的に行動することを前提としているために、相手の出方を考慮して最悪となる状態を可能な限り改善する最適反応原理が中核となるのである。

4.2.3 ゼロ和ゲーム

ゼロ和ゲームは次のようなルールからなるゲームである。ただし、説明の簡単のためにプレイヤーは P_1 および P_2 の 2 人とする。

（1）プレイヤーの数は P_1 および P_2 の 2 人とする。
（2）ゲームの結果について、各プレイヤーの利得の和は常にゼロである。
（3）各プレイヤーは自分の戦略を選択する際に、相手がどのような戦略をとるかは知らないものとする。つまり、非協力ゲームである。

プレイヤーP_1 および P_2 の戦略をそれぞれ m 個、n 個とし、いま P_1 が戦略 i を P_2 が戦略 j を選んだときの P_1 の利得を a_{ij} であるとする。ルール（2）によって、ゼロ和ゲームではプレイヤーの利得の和は常にゼロであるから、P_2 の利得は $-a_{ij}$ であり、ゲームの利得表は表 4-2 のようになる。

表 4-2　プレイヤーP_1 に対する利得表

		P_2				
		1	…	j	…	n
P_1	1	a_{11}	…	a_{1j}	…	a_{1n}
	⋮	…	…	…	…	…
	i	a_{i1}	…	a_{ij}	…	a_{in}
	⋮	…	…	…	…	…
	m	a_{m1}	…	a_{mj}	…	a_{mn}

ここで利得a_{ij}はP_1の受け取る利得を示し、P_2の支払う利得を示すものと考えることにすると、P_1はできるだけ大きな利得を得るように行動し、P_2はできるだけ小さな利得を支払うように行動する。すなわち、P_1は利得a_{ij}に関して利得を最大にしようとする最大化プレイヤーであり、P_2は利得を最小にしようとする最小化プレイヤーである。

同一の利得に関して、一方は最大を求め、他方は最小を求めて行動することから、2人はトレード・オフの関係にあり、利害は完全に対立している。このような、完全に利害が対立した場合において、各プレイヤーの最適反応原理を考えると、P_1の利得ν_1は最小利得を最大化する戦略であるマックスミニ戦略をとり、

$$\nu_1 = \max_i \min_j a_{ij} \tag{4-1}$$

と表す。また、P_2の利得ν_2は最大損失を最小化する戦略であるミニマックス戦略をとり、

$$\nu_2 = \min_i \max_j a_{ij} \tag{4-2}$$

と表す。そして、これらの戦略が同じ値をもたらすときに均衡している。この2人の行動原理を合わせて単にミニマックス原理と呼ぶ。

しかし、P_1におけるマックスミニ戦略とP_2におけるミニマックス戦略が同じ値をもたらさないときがある。それは、相手が選ぶ戦略を推論できていないことが原因である。このとき、各プレイヤーは戦略上の確率分布を考えることによって、相手の選択する戦略を確率論的に推論することができる。このような選択方法を混合戦略と呼ぶ。

プレイヤーが混合戦略をとったときの利得の期待値は、期待利得と呼ばれ、次のように定義される。

プレイヤーP_1およびP_2がそれぞれ混合戦略$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$をとったとき、$P_1$に関する期待利得は

$$E_1(x, y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_i a_{ij} y_j = \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A}\boldsymbol{y} \tag{4-3}$$

である。このとき、P_1の利得ν_1は

$$\nu_1 = \max_x \min_y \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A}\boldsymbol{y} \tag{4-4}$$

である。また、P_2の利得ν_2は

$$\nu_2 = \min_y \max_x \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A}\boldsymbol{y} \tag{4-5}$$

である。そして、ミニマックス原理にしたがうと、

$$\max_x \min_y \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A}\boldsymbol{y} = \min_y \max_x \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A}\boldsymbol{y} \tag{4-6}$$

が成立するような戦略のペアが均衡点となる。これを、ミニマックス定理と呼ぶ。

また、この均衡解は以下に示す線形計画問題を解くことによって得られることが知られている[67][68]。

$$\begin{cases} \text{maximize} \quad \varepsilon \\ \text{subject to} \\ a_{11}x_1 + \cdots + a_{m1}x_m \geq \varepsilon \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}x_1 + \cdots + a_{mn}x_m \geq \varepsilon \\ \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \qquad i = 1, \cdots, m \end{cases} \tag{4-7}$$

$$\begin{cases} \text{minimize} \quad \varepsilon \\ \text{subject to} \\ a_{11}y_1 + \cdots + a_{1n}y_n \leq \varepsilon \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}y_1 + \cdots + a_{mn}y_n \leq \varepsilon \\ \sum_{j=1}^{n} y_j = 1 \\ y_j \geq 0 \qquad j = 1, \cdots, n \end{cases} \tag{4-8}$$

ミニマックス定理によって、式(4-7)の目的関数の最大値は、式(4-8)の目的関数の最小値と同じになる。つまり、ゼロ和ゲームの場合には、各プレイヤーが相談してとるべき行動を決めたとしても、そうでない場合よりも、より良くなる状態というのは存在しないので、各プレイヤー間の関係は必然的に非協力であり、均衡解はパレート最適な解となる。

4.2.4 非ゼロ和ゲーム

非ゼロ和ゲームは次のようなルールからなるゲームである。ただし、説明の簡単のためにプレイヤーは P_1 および P_2 の 2 人とする。

（1）プレイヤーの数は P_1 および P_2 の 2 人とする。
（2）ゲームの結果について、各プレイヤーの利得の和は一定とは限らない。

また、非ゼロ和ゲームでは、各プレイヤー間で協力することによって、非協力の場合よりも、各プレイヤーにとってより良い状態を得ることができる。すなわち、協力の可能性が生じる。つまり、非ゼロ和ゲームでは、各プレイヤーが独立に、自分のとるべき戦略を決定する非協力ゲームと、各プレイヤーが互いに協力をすることでとるべき戦略を決定する協力ゲームが考えられる。以後、断りがない限り、各プレイヤー間が非協力である非ゼロ和ゲームを単に非ゼロ和ゲームと呼ぶ。また、各プレイヤー間が協力である非ゼロ和ゲームを交渉ゲームと呼ぶ[69]-[73]。

まずは、非ゼロ和ゲームの均衡解について述べる。ルール（2）によって、非ゼロ和ゲームではプレイヤーの利得の和は一定とは限らないので、プレイヤーはそれぞれ自分の利得を持っている。プレイヤー P_1 および P_2 の戦略をそれぞれ m 個、n 個とし、いま P_1 が戦略 i を P_2 が戦略 j を選んだときの P_1 の利得を u_{ij} であるとすると、P_2 の利得は v_{ij} であって、ゲームの利得表は表 4-3 のようになる。

表 4-3　プレイヤー P_1 および P_2 に対する利得表

		P_2				
		1	…	j	…	n
P_1	1	(u_{11},v_{11})	…	(u_{1j},v_{1j})	…	(u_{1n},v_{1n})
	⋮	…	…	…	…	…
	i	(u_{i1},v_{i1})	…	(u_{ij},v_{ij})	…	(u_{in},v_{in})
	⋮	…	…	…	…	…
	m	(u_{m1},v_{m1})	…	(u_{mj},v_{mj})	…	(u_{mn},v_{mn})

このとき、各プレイヤーの最適反応原理を考えると、P_1 の利得 v_1 は最小利得を最大化する戦略であるマックスミニ戦略をとり、

$$\nu_1 = \max_i \min_j u_{ij} \tag{4-9}$$

と表す。また、P_2 の利得ν_2 は最小利得を最大化する戦略であるマックスミニ戦略をとり、

$$\nu_2 = \max_i \min_j v_{ij} \tag{4-10}$$

と表す。

また、プレイヤーP_1 および P_2 がそれぞれ混合戦略 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ をとったとき、P_1 および P_2 に関する期待利得はそれぞれ、

$$E_1(x, y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_i u_{ij} y_j = \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{U}\boldsymbol{y} \tag{4-11}$$

$$E_2(x, y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_i v_{ij} y_j = \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{V}\boldsymbol{y} \tag{4-12}$$

である。このとき、P_1 の利得ν_1 は

$$\nu_1 = \max_x \min_y \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{U}\boldsymbol{y} \tag{4-13}$$

である。また、P_2 の利得ν_2 は、

$$\nu_2 = \max_x \min_y \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{V}\boldsymbol{y} \tag{4-14}$$

である。

また、この均衡解は以下に示す 2 次計画問題を解くことによって得られることが知られている[74]。

$$\begin{cases} \text{maximize} \quad \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{U}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{V}\boldsymbol{y} - g - h \\ \text{subject to} \quad \boldsymbol{U}\boldsymbol{y} \le g\boldsymbol{e}^m, \ \boldsymbol{V}\boldsymbol{x} \le h\boldsymbol{e}^n \\ \qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1, \ \sum_{j=1}^{n} y_j = 1 \\ \boldsymbol{e}^m = (\underbrace{1,1,\ldots,1}_{m})^T, \ \boldsymbol{e}^n = (\underbrace{1,1,\ldots,1}_{n})^T \end{cases} \tag{4-15}$$

この考え方は、プレイヤーが n 人になっても同様に拡張ができ、n 人非ゼロ和ゲームにおける均衡解も数理計画法を用いて得られる（付録 A 参照）[75]。

次に、交渉ゲームの均衡解について述べる。ルール（2）によって、非ゼロ和

ゲームではプレイヤーの利得の和は一定とは限らないので、プレイヤーはそれぞれ自分の利得をもっており、非協力ゲームの利得表と同様で表 4-3 のようになる。そして、交渉ゲームでは、プレイヤーは十分に話し合うことができて、かつ、決められた約束は実行する。そして、複数の自律的なプレイヤーは、それぞれの独自性を保ちながら、とるべき行動について合意し、それが実行されるためには、全てのプレイヤーが十分に納得できる利得が保証されなければならない。

では、以下に交渉ゲームの基礎的要素について示す。ここでは、2 人ゲームを考える。

・ プレイヤーの集合 N

まず、誰が交渉に参加しているかを明らかにしなければならない。

・ 交渉の基準点 c

交渉が成立するためには、交渉が不成立の場合に得られると予想される利得よりも、より大きな利得を保証しなければならない。この利得において、プレイヤー間に、共通の認識があるとき、この点 c を交渉の基準点とよぶ。プレイヤー間で偏った交渉関係がない場合は、非協力ゲームの非ゼロ和ゲームの均衡点、つまり、それぞれのプレイヤーにおける互いの妥協点を交渉の基準点とする。

・ 実現可能集合 R

2 人ゲームにおいて、実行可能集合 R は次の条件を満たすものとする。

条件 1. R は 2 次元ユークリッド空間の有界閉な凸集合である。

条件 2. 基準点 c を R に想定することができる。

条件 3. R は、全て $i \in N$ について、$x_i > c_i$ なる点 x を少なくとも 1 つ含む。

・ 交渉問題

プレイヤーの集合 N、実現可能集合 R、基準点 c が与えられ、各プレイヤーが共通の認識をもっているとき、これを 2 人交渉問題という。

・ 交渉の妥結点

交渉問題が与えられたとき、全てのプレイヤーが納得する R に属する唯一の点を交渉の妥結点という。

・ 交渉解

交渉問題が与えられたとき、唯一の妥結点を対応させるルール F を、この交渉の解という。交渉解、すなわち、ルール F が与えられれば、妥結点は基準点に応じて一意に定まる。特に交渉問題では、複数のプレイヤーが独立の主体であり、それぞれが自己の利益を主張している場合の利得配分の問題である。そこで、任意の 2 人交渉問題について、妥結点 $(\bar{u}, \bar{v})$ は、

$$(\bar{u}-c_1)(\bar{v}-c_2)=\max_{\substack{(u,v)\in R\\ u\geq c_1, v\geq c_2}}(u-c_1)(v-c_2) \tag{4-16}$$

によって与えられる。

・ 交渉の妥結点として満たすべき公準

[公準 1]　個人合理性　　$\bar{u}=c_1,\ \bar{v}=c_2$

プレイヤーの受け取る利得は交渉が不成立の場合に得られる利得未満であってはならない。このことは交渉が成立する最低の条件である。

[公準 2]　共同合理性（パレート最適性）

もし$(u,v)\in R$で、$\bar{u}\geq c_1,\ \bar{v}\geq c_2$ならば、$(u,v)=(\bar{u},\bar{v})$である。

交渉は双方がより良くなる点がある限り継続される。

この[公準 1]および[公準 2]を満たすRの領域を交渉領域Sとよぶ（図 4-1 参照）。交渉はこの領域のどの点を選ぶかをめぐって行われ、妥結点は必ずこの領域になければならない。

[公準 3]　正 1 次変換からの独立性

例えば、集合$T=\{(u',v')\}$および基準点c'が、(R,c)から、次の正 1 次変換によって得られたものとする。

$$u'=\alpha_1 u+\beta_1,\quad v'=\alpha_2 v+\beta_2$$
$$c_1'=\alpha_1 c_1+\beta_1,\quad c_2'=\alpha_2 c_2+\beta_2$$
ただし、$\alpha_1>0,\ \alpha_2>0$

このとき、$f(R,c)=(\bar{u},\bar{v})$ならば

$$f(T,c')=(\bar{u}',\bar{v}')$$

である。すなわち、利得を測定する単位や尺度を変えても本質的に変わりはないと言える。

[公準 4]　対称性

Rが座標の原点を通る 45 度線について対称で、$c_1=c_2$ならば、$\bar{u}=\bar{v}$である。このことは 2 人のプレイヤーの立場が交渉の場(R,c)において対称ならば、交渉の結果もまた対称であることを意味する。

[公準 5]　不適切な選択肢からの独立性

例えば、$(\bar{u},\bar{v})\in T\subset R$なる集合 T を考えても、$f(T,c)=(\bar{u},\bar{v})$である。交渉の場を(R,c)から、$(\bar{u},\bar{v})$を含む R の部分集合 T に制限して、(T,c)に変えても、交

涉の結果には影響しないと言うことである。これは交渉が $(\bar{u},\bar{v})$ の近傍で行われるという事情を反映しているもので、この点から遠く離れた選択肢には交渉は影響されないということである。

交渉の妥結点の意味を図形的に考えてみる。

図 4-1 において、線分 *AC* 上の点はパレート最適であり、交渉領域は線分 *AB* である。交渉の基準点 $c=(c_1,c_2)$ を原点とする新しい座標軸 u'、v' によって表される点を $(\bar{u},\bar{v})$ とすると、$u'=u-c_1$、$v'=v-c_2$ であるから $(u-c_1)(v-c_2)=u'v'$ である。$u'v'=\kappa$（κ は定数）とおくと、これは新しい座標軸 u'、v' を漸近線にもつ双曲線である。これは、κ を R の範囲内で最大にすることであるから、κ を最大にする双曲線は R の右上方の境界、つまり、交渉領域 *AB* 上で R と接する双曲線であり、その接点を $(\bar{u},\bar{v})$ とすると、その点が交渉の妥結点である。

以上の考え方は、プレイヤーが n 人になっても同様に拡張ができる。

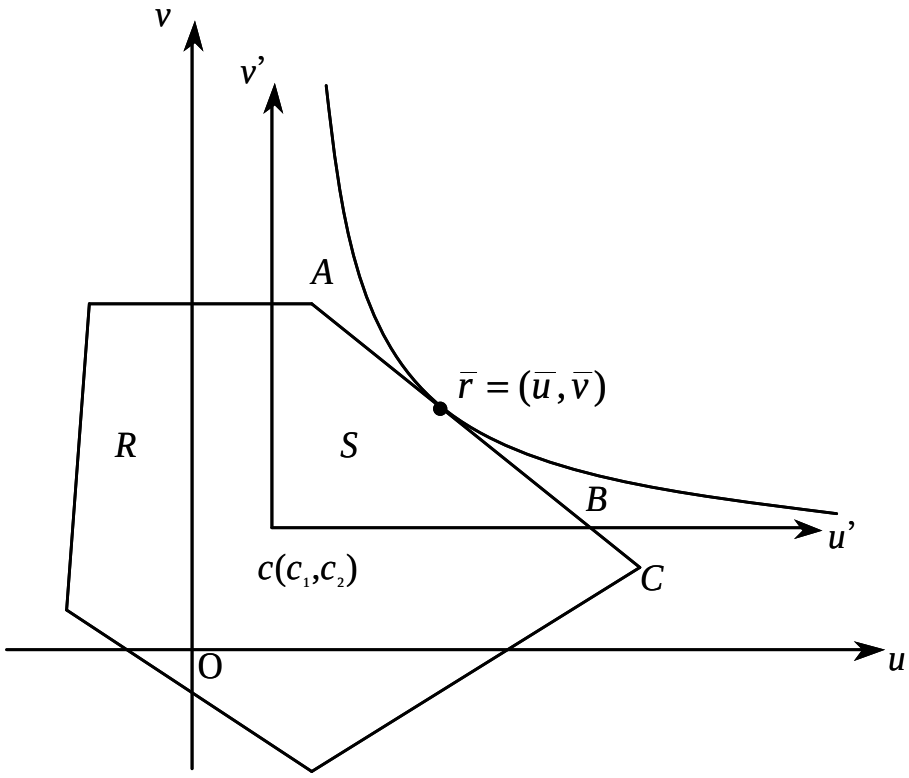


図 4-1　2 人交渉ゲームにおける交渉の場

4.3　光選別機のイジェクター設計の課題

光選別機の生産性・経済性向上のためのイジェクターの多目的最適化設計問題に対して、ゲーム理論を適用するにあたり、光選別機のイジェクター設計をゲームとして捉えて、問題設定と定式化を行う必要がある。そこでまず、光選別機のイジェクターに要求される性能について言及し、課題を明確化する。

光選別機では以下の 3 つの性能・能力を持つことが、ユーザー利益を増大させ、製品価値を向上させられる。

- 原料を高密度かつ高速に検査・不良品除去し、製品品質を維持したまま処理能力を向上させる。
- イジェクターで不良品を除去する際に、良品の巻き添えを減少させる。
- 不良品を確実に除去するのに必要なエアー圧力を供給エアーの増量なしに実現し、エアー消費量を抑えてランニングコストを低減させる。

これらを全て同時に達成させるためには、イジェクターノズルの構造を最適化設計し、エアーの噴射特性を向上させることが必要である。例えば、イジェクターノズルから噴射されるエアーは、高密度かつ高速で流れる原料の中から不良粒を逃すことなく高頻度にエアーを噴射できなくてはならない。そして、その不良粒の軌道を十分に変えるほどの衝撃力を得られる高いエアー圧力が必要であり、供給エアーを増量させることなく、そのエアー圧力を実現させたい。強い衝撃力は、エアーの圧力（密度）または流量、流速の増大によって得られるが、流量を増大させることはランニングコストの増加を招いてしまう。また、既製品のイジェクターノズル内の流速はすでに十分に速い状態であり、流速の大きな改善は期待できない。したがって、イジェクターノズルの流路構造を最適化設計し、エアー圧力（密度）を増大させることが望ましい。さらに、高密度かつ高速で流れる原料の中から周囲の良品に影響を与えることなく、不良粒だけを確実に除去できるほど ON-OFF 特性がシャープでエアーの抜けが良いことも重要となる。すなわち、光選別機における高生産性・高経済性で高性能なイジェクターの条件は、以下の 2 点である。

- 高頻度で動作することで製品品質を維持したまま処理能力を向上させ、エアーの抜けが良いことで良品の巻き添えを減らして製品歩留りを向上させること
- 高いエアー圧力（密度）を生み出すことでエアー消費量を抑えて、ランニングコストを低減させること

イジェクターが高頻度で動作することは、電磁弁の性能に依存するところが大きいので、本論文におけるイジェクターノズルの最適化設計項目からは除外

している。結果として、イジェクターノズルの最適化設計において、ユーザー利益を生み出し、光選別機の製品価値を上げる経済的思考とは、良品の巻き添えを減らし、歩留りを従来製品と比べてどれほど改善できるかということと、エアー消費量を低減させ、ランニングコストを従来製品に比べてどの程度低減させられるかということに帰着する。

一般的に光選別機のイジェクター機構は、エアーが噴射されるイジェクターノズルが原料の流れに対して、横一列に整列されており、電磁弁に通電されたときに圧縮エアーが供給される仕組みとなっている。電磁弁とイジェクターノズルの構成を図 3-2 に示す。イジェクターノズルのエアー流路構造は、電磁弁から供給されたエアーが超音速で流れ込み、イジェクターノズルの先端部で流路断面を狭くすることにより、噴射されるエアーの圧力が高くなるように設計されている。これは、不良品を確実に除去するのに十分な衝撃力を得るためである。もし、イジェクターノズルのエアー流路において、先端部でエアーを十分に圧縮できてないのであれば、不良品を確実に除去させるために、電磁弁に供給されるエアーの流量を増やす必要がある。その結果として、エアー消費量が増加し、ランニングコストも増大する。解決策の一つとして、イジェクターノズル先端の圧縮部の経路を短くすることで、エアー密度を素早く高めることができる。しかし、急激な密度の高まりは、速度低下を引き起こし、エアーの抜けが悪くなり、周辺の良品も巻き添えを受けることになる。その結果、歩留りが低下してしまう。したがって、本論文では、光選別機の生産性・経済性の向上を目指して、イジェクターノズルの先端部におけるノズル高さと圧縮部の経路長の最適化設計を行う。

ここで、図 4-2 に最適化設計問題として扱うイジェクターノズルの流路構造図を示す。また、第 3 章で検証したように、図 3-7 からノズル高さが低い場合には、高エアー圧力が得られているが、エアー抜けが悪いことも分かる。逆に、ノズル高さが高い場合には、エアー圧力は低く、エアーの抜けも良い。続いて、図 3-8 から、圧縮部の経路長が長い場合には、良好なエアー抜けとなっているが、経路長が短い場合には、噴射エアーが長くなり、良品の巻き添えの可能性を高めている。つまり、イジェクターノズルの先端部のノズル高さを変化させることと圧縮経路長を変化させることは、噴射エアーのエアー圧力とエアーの抜けに対して相互に影響しており、一方の噴射特性を良くしようとすると他方の噴射特性を悪くしてしまうようなトレード・オフの関係にあることが分かる。したがって、イジェクターノズルからのエアーの噴射特性において、エアー圧力が高く、エアーの抜けが良い流路構造を設計しようと考えたとき、設計値を任意に決定することは非常に困難な課題である。通常、このような場面において一般的な取り組みとしては、最適化設計に基づいた検討が行われるべきである。

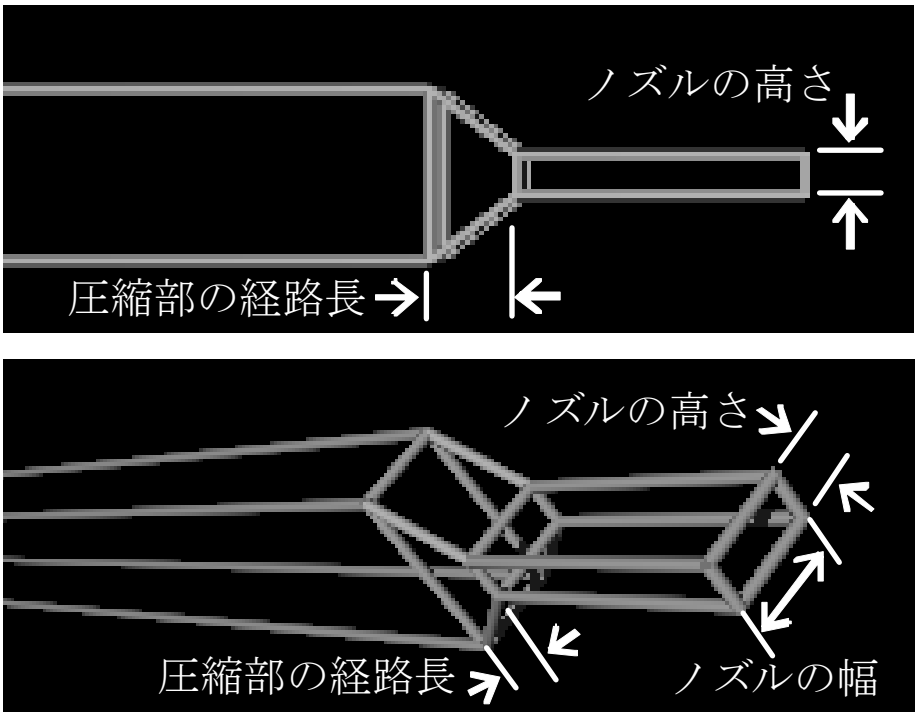


図 4-2　イジェクターノズルの流路構造図

4.4　非ゼロ和ゲームの問題設定・定式化

光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計を非ゼロ和ゲームとして問題設定・定式化する。前節で述べたように、本最適化問題の設計目的を以下の 2 つとして定義する。一つ目は、エアーの抜けを良くすることで良品の巻き添えを減らし、製品歩留りを従来機に比べて向上させることであり、これに強く関連する設計変数はイジェクターノズル先端部の圧縮部の経路長である。二つ目は、高いエアー圧力（密度）を生み出し、エアー消費量を抑えることで、従来機に比べてランニングコストを低減させることであり、これに強く関連する設計変数はイジェクターノズル先端部のノズル高さである。これをゲームとして扱うと、表 4-4 のような問題設定となる。以下に、各プレイヤーP_1、P_2の戦略および目的関数を説明する。

表 4-4　イジェクターノズルの多目的最適化設計のゲームとしての問題設定

プレイヤー	P_1：製品歩留を向上させ 利益上昇	P_2：ランニングコストを 低減させ省エネ化
戦略（設計変数）	s：圧縮部の経路長	t：ノズルの高さ
利得（目的関数）	U：利益上昇率	V：エコ率

プレイヤーP_1 は、製品歩留りを従来機に比べて向上させることを目的とし、イジェクターノズル先端部の圧縮部の経路長を決定する戦略 s を有することとする。そして、プレイヤーP_1 の目的関数（利得）U は、製品歩留りの従来機に対する改善度合いを利益上昇率として最大化することとし、以下のように算出される。

設計機のエアーの噴射時間（エアーの抜け時間）：$F_{\mathrm{obj}}(s,t)$

理想のエアーの噴射時間（電磁弁の ON 時間）：F_{ide}

従来機のエアーの噴射時間：$F_{\mathrm{old}}(s,t)$

イジェクターノズル幅：W_{eje}

原料の流速：V_{mat}

設計機のエアーの噴射エリア：$A_{\mathrm{obj}} = V_{\mathrm{mat}} \times F_{\mathrm{obj}}(s,t) \times W_{\mathrm{eje}}$

理想のエアーの噴射エリア：$A_{\mathrm{ide}} = V_{\mathrm{mat}} \times F_{\mathrm{ide}} \times W_{\mathrm{eje}}$

従来機のエアーの噴射エリア：$A_{\mathrm{old}} = V_{\mathrm{mat}} \times F_{\mathrm{old}}(s,t) \times W_{\mathrm{eje}}$

設計機の巻き添え率：$C_{\mathrm{obj}} = A_{\mathrm{obj}} / A_{\mathrm{ide}} = F_{\mathrm{obj}}(s,t) / F_{\mathrm{ide}}$

従来機の巻き添え率：$C_{\mathrm{old}} = A_{\mathrm{old}} / A_{\mathrm{ide}} = F_{\mathrm{old}}(s,t) / F_{\mathrm{ide}}$

利益上昇率（プレイヤーP_1の目的関数）：

$$\text{maximize} \quad U = \left(C_{\mathrm{old}} - C_{\mathrm{obj}}\right) / C_{\mathrm{old}} = 1 - F_{\mathrm{obj}}(s,t) / F_{\mathrm{old}}(s,t) \tag{4-17}$$

この計算は、イジェクターノズルからのエアーの噴射時間（エアーの抜け時間）を電磁弁の ON 時間である理想値F_{ide}と設計機の数値解析値$F_{\mathrm{obj}}(s,t)$、従来機の数値解析値$F_{\mathrm{old}}(s,t)$として、イジェクターノズル幅W_{eje}や原料の流速V_{mat}を組み合わせて、エアーの噴射エリアを概算し、設計機および従来機のエアーの噴射エリアを理想のエアーの噴射エリアと比較し、余分なエリアを巻き添えの割合としている。そして、従来機の巻き添え率に対して設計機の巻き添え率の改善量を利益上昇率と考え、プレイヤーP_1の目的関数（利得）Uとする。また、式(4-17)より、利益上昇率 U は設計機のエアーの噴射時間$F_{\mathrm{obj}}(s,t)$および従来機のエアーの噴射時間$F_{\mathrm{old}}(s,t)$から算出される。また、$F_{\mathrm{old}}(s,t)$は一定（既定値）であるため、利益上昇率Uは$-F_{\mathrm{obj}}(s,t)$の最大化問題と置き換えることができる。

次に、プレイヤーP_2は、ランニングコストを従来機に比べて向上させることを目的とし、イジェクターノズル先端部のノズル高さを決定する戦略tを有することとする。そして、プレイヤーP_2の目的関数（利得）Vは、ランニングコストの従来機に対する改善度合いをエコ率として最大化することとし、以下のように算出される。

設計機の噴射エアー圧力：$P_{\mathrm{obj}}(s,t)$

理想の噴射エアー圧力（必要条件）：P_{ide}

従来機の噴射エアー圧力：$P_{\mathrm{old}}(s,t)$

設計機の供給エアーの元圧力向上割合：$S_{\mathrm{obj}} = P_{\mathrm{obj}}(s,t) / P_{\mathrm{ide}}$

従来機の供給エアーの元圧力向上割合：$S_{\mathrm{old}} = P_{\mathrm{old}}(s,t) / P_{\mathrm{ide}}$

設計機のエアー量の増加割合：$Q_{\mathrm{obj}} = 1 / S_{\mathrm{obj}}$

従来機のエアー量の増加割合：$Q_{\mathrm{old}} = 1 / S_{\mathrm{old}}$

エコ率（プレイヤーP_2の目的関数）：

$$\text{maximize} \quad V = Q_{\mathrm{old}} / Q_{\mathrm{obj}} = P_{\mathrm{obj}}(s,t) / P_{\mathrm{old}}(s,t) \tag{4-18}$$

この計算は、イジェクターノズルからの噴射エアー圧力を理想値P_{ide}（不良品を確実に除去するために必要な圧力）と設計機の数値解析値$P_{\mathrm{obj}}(s,t)$、従来機の数値解析値$P_{\mathrm{old}}(s,t)$として、供給エアーの元圧力を向上する割合を概算する。設計機の噴射エアー圧力が理想の噴射エアー圧力よりも高い場合、供給エアーの

元圧力は削減できるので、供給エアーの元圧力向上割合は 1 より大きい値となる。そして、ボイルの法則より、気体の体積は圧力に反比例するため、供給エアーの元圧力向上割合の逆数を消費するエアー量の増加割合と換算する。従来機のエアー量の増加割合に対する設計機のエアー量の増加割合の比率をエコ率と考え、プレイヤーP_2の目的関数（利得）Vとする。また、式(4-18)より、エコ率 V は設計機の噴射エアー圧力 $P_{\mathrm{obj}}(s,t)$および従来機の噴射エアー圧力 $P_{\mathrm{old}}(s,t)$から算出される。また、$P_{\mathrm{old}}(s,t)$は一定（既定値）であるため、エコ率 V は $P_{\mathrm{obj}}(s,t)$の最大化問題と置き換えることができる。

これらの設計条件下で、以下の手順で非ゼロ和協力ゲームを用いた解選択を行う。

Step 1. プレイヤーP_1の戦略 s を m 個、プレイヤーP_2の戦略 t を n 個、それぞれ決定する。

Step 2. プレイヤーP_1およびプレイヤーP_2のそれぞれの戦略（設計変数）の組み合わせにおいて、数値シミュレーション結果から、噴射エアーの特性値を取得し、式(4-17)，(4-18)の目的関数値を計算し、それを各プレイヤーの利得 U，V とする。

Step 3. Step 2 で算出した各プレイヤーの利得から表 4-5 のような利得表を作成する。

Step 4. 利得表に基づいて、プレイヤーP_1およびプレイヤーP_2の戦略の選択確率 $\boldsymbol{p}$ および $\boldsymbol{q}$ を、式(4-15)の 2 次計画問題として解くことで決定する。ここで、選択された各プレイヤーの戦略が非ゼロ和非協力ゲームの解であり、非ゼロ和協力ゲームにおける交渉の基準点 c とする。つまり、交渉が決裂した場合の各プレイヤーの最低保障となり、最適反応原理に基づいた合理的な解となる。

Step 5. Step 4 で求めた交渉の基準点 c から、式(4-16)を解くことで、交渉の妥結点 $\bar{r}=(\bar{u},\bar{v})$ を求める。ここで、各プレイヤーの間での交渉は、実現可能領域 R と基準点 c を考慮して行われることになる（図 4-1 参照）。

本手法は、プレイヤーが 3 人以上（n 人）になっても同様に拡張ができ、n 人非協力ゲームにおける均衡解は数理計画法を用いて得られる[75]。

表 4-5　プレイヤーP_1と P_2の利得表

		P_2				
		t_1	…	t_j	…	t_n
P_1	s_1	(U_{11},V_{11})	…	(U_{1j},V_{1j})	…	(U_{1n},V_{1n})
	⋮	…	…	…	…	…
	s_i	(U_{i1},V_{i1})	…	(U_{ij},V_{ij})	…	(U_{in},V_{in})
	⋮	…	…	…	…	
	s_m	(U_{m1},V_{m1})	…	(U_{mj},V_{mj})	…	(U_{mn},V_{mn})

4.5　非ゼロ和協力ゲームの適用結果

前節で述べたように、光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計を非ゼロ和ゲームとして問題設定・定式化し、本最適化問題の設計目的を以下の 2 つとして定義している。また、非ゼロ和ゲームとして定式化した光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計において、交渉の基準点 c を得るために、表 4-6 に示すように利得表を作成した。なお、プレイヤーP_1の戦略 s は{3.0 mm, 5.0 mm, 7.0 mm, 9.0 mm}の 4 つとし、プレイヤーP_2の戦略 t は{0.6 mm, 0.8 mm, 1.0 mm, 1.2 mm, 1.4 mm}の 5 つとした。従来機の圧縮部の経路長は約 3 mm、ノズルの高さは約 1.2 mm、つまり戦略 s_1 と t_4 に相当し、このときのプレイヤーP_1の利得は 0.000 であり、プレイヤーP_2の利得は 1.000 である。そして、この利得表から各プレイヤーの利得の選択確率 $\boldsymbol{p}$ および $\boldsymbol{q}$ を式(4-15)のように 2 次計画問題として解くことで求めた結果は以下のようになった。

$p_1 = 0.98,\quad p_2 = 0.00,\quad p_3 = 0.02,\quad p_4 = 0.00.$
$q_1 = 0.00,\quad q_2 = 0.01,\quad q_3 = 0.00,\quad q_4 = 0.11,\quad q_5 = 0.88.$

この結果から、それぞれの選択確率が最も高い戦略である s_1 と t_5 が、非ゼロ和非協力ゲームにおいて各プレイヤーが最適反応原理に基づいて選ばれた合理的な解となる。つまり、交渉が決裂した場合に各プレイヤーが取る個人合理性を満たした均衡解であり、交渉の基準点 c となる。

続いて、非ゼロ和協力ゲームとして、交渉の妥結点を求める。これは、交渉の基準点 c から式(4-16)を解くことで算出され、最適戦略は s_3 と t_2 となる。この最適解は、個人合理性と共同合理性が満たされる。図 4-3 に、利得表の値を全て

プロットしたグラフを示す。図 4-3 の交渉の基準点 *c* が非協力ゲームの均衡解である。表 4-6 および図 4-3 を見て分かる通り、この均衡解（基準点 *c*）よりも利得が大きい解が存在しており、この均衡戦略はパレート最適な解とはなっていない。そして、協力ゲームの解は、図 4-3 からも分かるように、パレート最適に近い解が得られている。なお、実際には、離散的に設計変数を選んでいることから、必ずしもパレート最適な解が選ばれるとは限らないが、十分にパレート最適に近い解が選ばれている。

光選別機の生産性・経済性を考慮したイジェクターの多目的最適化設計の結果は、圧縮部の経路長は、若干長め（7 mm）で、ノズルの高さは若干低め（0.8 mm）となった。従来機に比べ利益上昇率は 2 割程度改善され、エコ率は 5 割程度改善される結果となった。また、利益上昇率とエコ率はそれぞれバランスの取れた解となっており、どちらかだけが改善する極端な解とはなっていない。単一の目的関数しか扱えない最適化手法では、重みの設定の仕方で解が異なってくるが、本論文で使用したゲーム理論では、重みを設定することなく、高いエアー圧力と良好なエアー抜けを達成できており、合理的な解が得られており、提案手法の妥当性が示せている。また、イジェクターノズルの最適化設計で得られたイジェクターノズルのエアーの流路構造におけるシミュレーション結果を図 4-4 に示す。図 3-6 の従来モデルの結果と比べても、エアー圧力はほぼ同等でエアー抜けが良い結果が得られていることが分かる。

表 4-6　協力ゲームの適用時の利得表

			P_2									
			ノズルの高さ									
			0.6 mm		0.8 mm		1.0 mm		1.2 mm		1.4 mm	
P_1	圧縮部の経路長	3 mm	-0.246	2.273	-0.066	1.818	-0.008	1.477	0.000	1.000	0.057	0.909
		5 mm	0.082	2.091	0.156	1.673	0.098	1.359	0.172	0.920	0.180	0.836
		7 mm	0.131	1.818	0.205	1.498	0.213	1.182	0.221	0.800	0.238	0.727
		9 mm	0.172	1.619	0.205	1.364	0.213	1.108	0.230	0.750	0.230	0.682

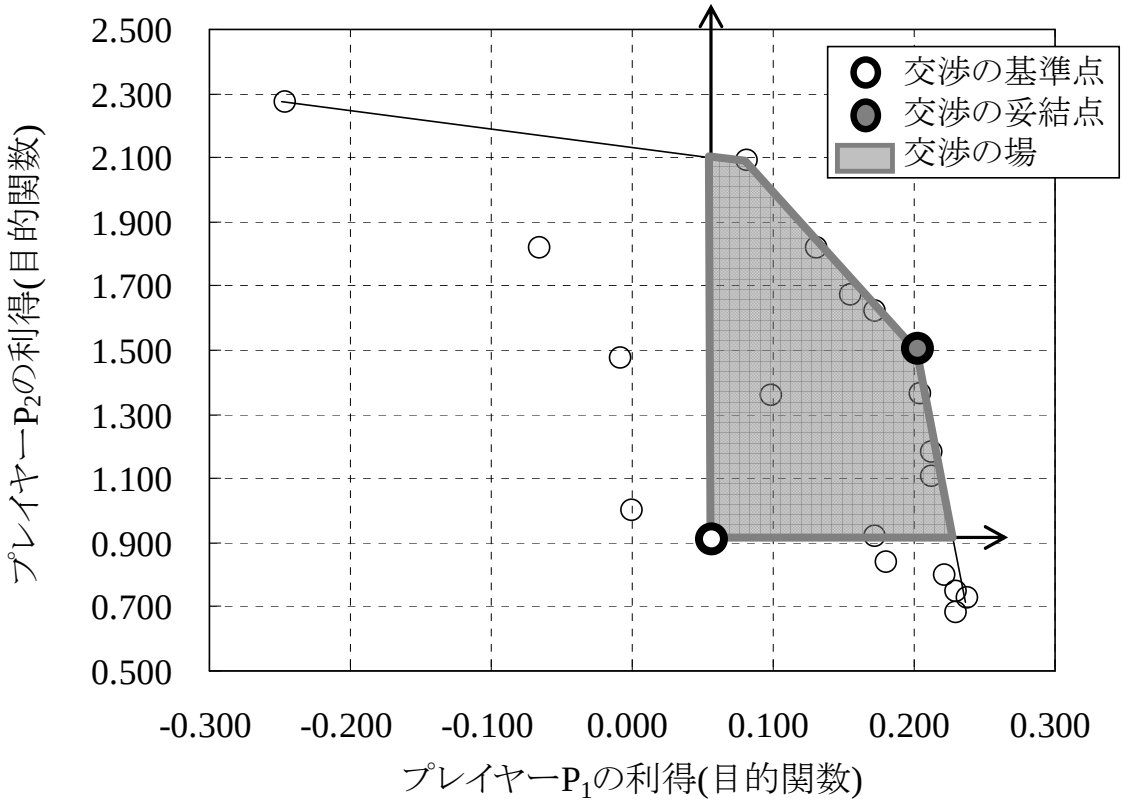
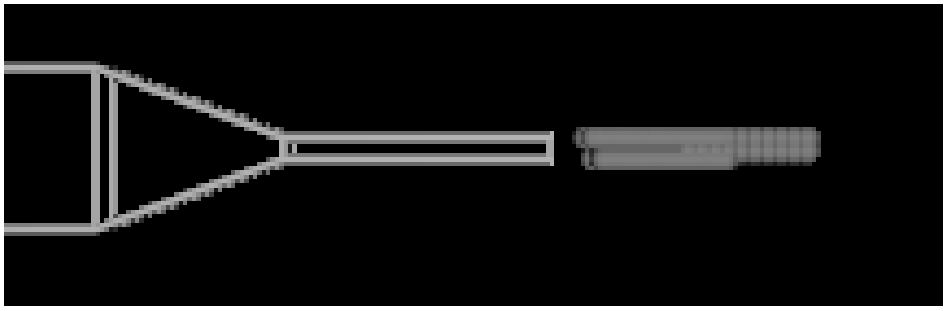


図 4-3　協力ゲームの適用時の交渉の場



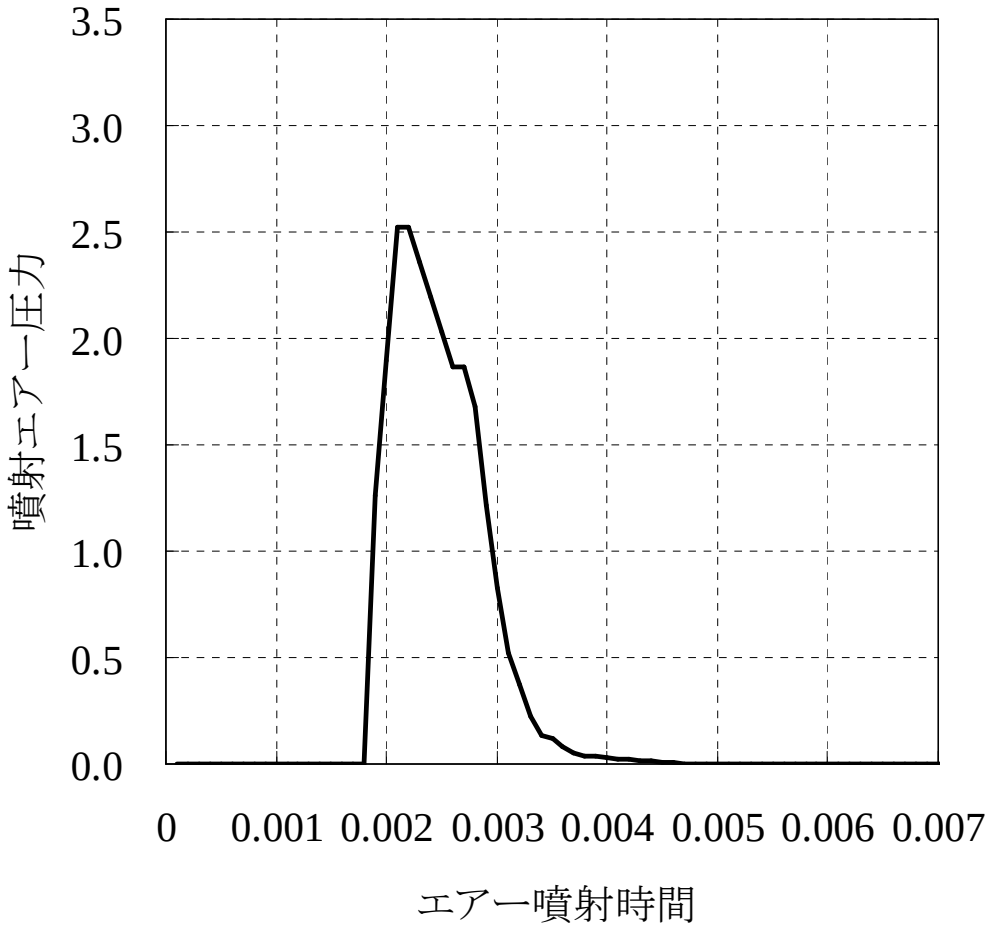


図 4-4　イジェクターノズルの最適化設計におけるシミュレーション結果

4.6　ゲーム理論による光選別機の最適化手法の流れ

前節までで述べたように、光選別機の多目的最適化設計における解選択にゲーム理論を用いることで、設計現場の意思を明確に反映した唯一つの解を決定できることを確認した。本節では、ゲーム理論による光選別機の最適化設計手法の流れについて述べる。

まず、図 4-5 に一般的な製品・機器の最適化設計における処理の流れを示す。従来の製品・機器の最適化設計では、複数の目的関数を各々の関係から重みを掛け、和をとるなどして一つの目的関数として考え、焼きなまし法（SA）や遺伝的アルゴリズム（GA）などに代表される最適化手法を用いて、目的関数を最大（あるいは最小）とする設計変数を逐次探索するものであった。つまり、複数の目的関数を一つの目的関数として扱うため、複数の目的の意思を明確に反映することが困難であった。

次に、図 4-6 にゲーム理論による製品・機器の最適化設計における処理の流れを示す。本提案手法は、前節までで示したゲーム理論による最適化設計問題における解選択手法の拡張によるものである。まず、光選別機の最適化設計問題をゲームとして定式化し、プレイヤーの意思および戦略、利得を明確にする。このとき、戦略は広範囲の中から複数個選択する。そして、利得表を作成し均衡解を探索する。次に、この均衡解の近辺の設計値をさらに細かく戦略として選択していき、このときの均衡解を探索する。このように、始めは設計値を広範囲で探索し、徐々に設計値を絞り込んでいく手法である。これにより、従来の手法と比較し、設計現場の意思をより明確に反映した機器設計を行うことが可能であると言える。

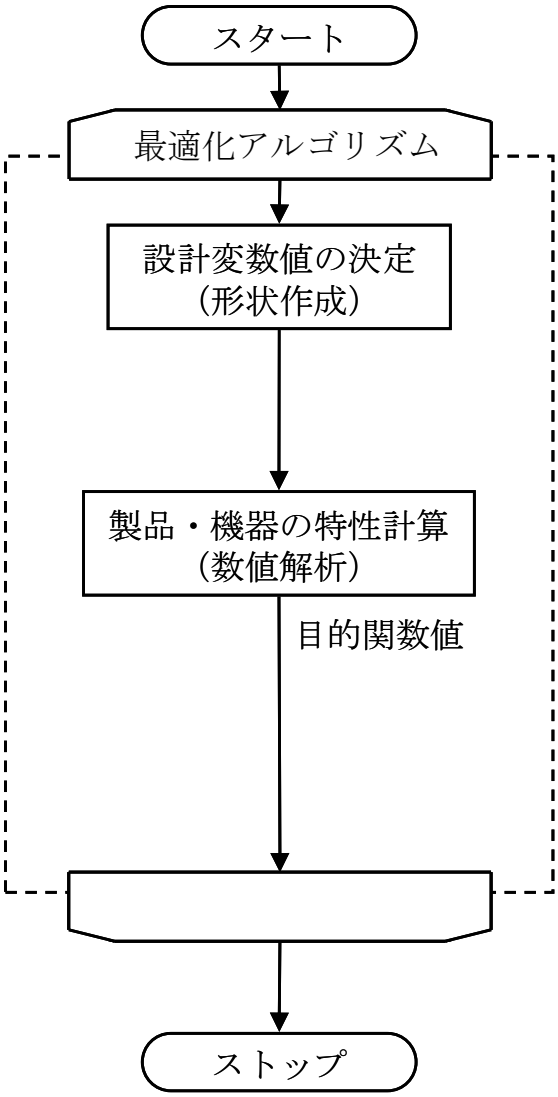


図 4-5　一般的な製品・機器の最適化設計手法における処理の流れ

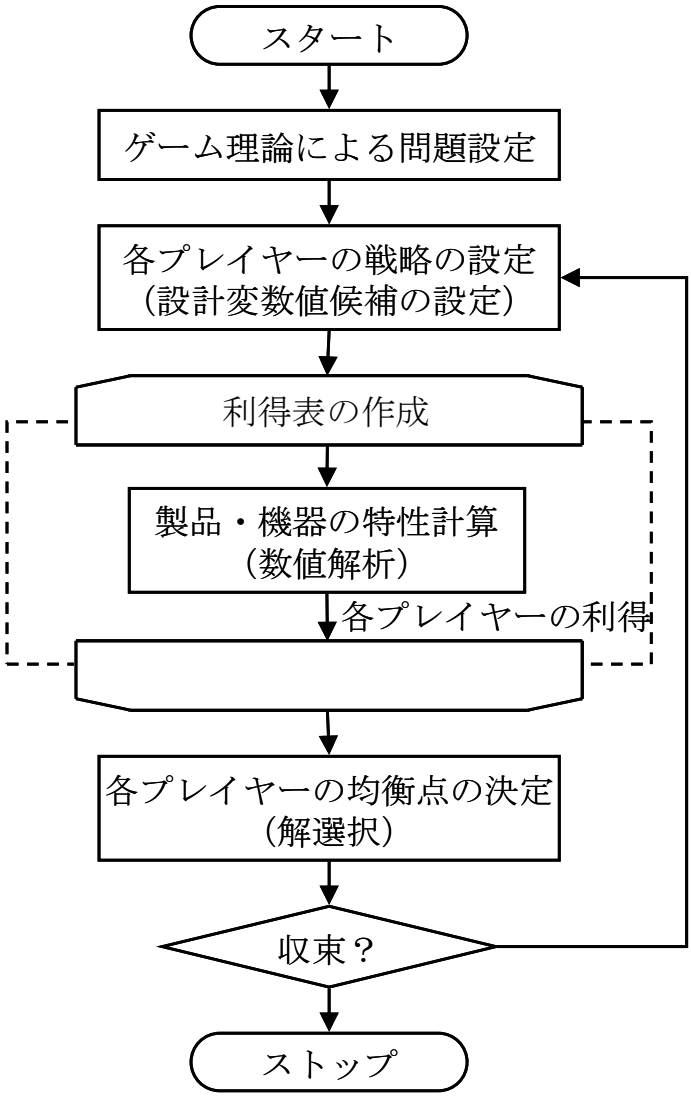


図 4-6　ゲーム理論により製品・機器の最適化設計手法における処理の流れ

4.7　まとめ

本章では、ゲーム理論を用いる上で中核となる最適反応原理およびゲーム理論において代表されるゼロ和ゲームと非ゼロ和ゲームについて説明した。そして、光選別機の製品設計開発において、経済的な要求要求を合理的に評価でき、複数のパレート最適解から適切な解候補を一つ選択できる手法として、光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計に対してゲーム理論を適用することを提案した。多目的最適化設計問題の合理的な最適解を求めるために、非ゼロ和非協力ゲームと非ゼロ和協力ゲームを適用し、イジェクターノズルの高さと圧縮部の経路長の最適化設計の結果を示した。以下に、得られた知見をまとめる。

・ゲーム理論による光選別機の設計開発における最適化設計問題に関する初期検討として、光選別機のイジェクターにおける課題を明確化し、その性能向上を目的とした最適化設計問題に対して、非ゼロ和ゲームにおいて定式化を行い、検証を行った。非ゼロ和非協力ゲームでは、各プレイヤーは互いに協力（交渉）を行うことができない非協力の関係であるが、ゼロ和ゲームとは異なり利害関係に制約はないため、互いに相手が最善の戦略をとることを想定し、自分にとって最善の戦略を選択するため、最悪でも互いにとって損をしないような点を均衡点として取る。このため、得られる解は必ずしもパレート最適な解にはならないが、各プレイヤーが協力（交渉）を行うことができない状況下では、最善の選択ができており、各プレイヤーの個人合理性を満たしたものである。この解は、非ゼロ和協力ゲームの交渉の基準点となる。つまり、各プレイヤーの交渉が不成立の場合に得られると予想される利得である。交渉が成立するためには、交渉の基準点よりも、より大きな利得を保証しなければならない。

・次に、非ゼロ和協力ゲームを適用した。非ゼロ和協力ゲームは、各プレイヤーが互いに協力（交渉）を行うことで均衡点を決定するため、互いにとってパレート最適な解選択を行うことが可能である。適用結果からも、パレート最適に近い解が選ばれることを確認した。この解は各プレイヤーの個人合理性と共同合理性を満たされることから、この妥結点を最適化設計の解として選択できると十分に考えられる。もしくは、この結果を基準として、設計者間で新たに検討を行うための指針としても提示できる。このように、多目的最適化ではパレート最適な解が複数現れるために、従来では解を一つに絞るために任意の重みなどを決定する必要があったが、ゲーム理論を利用することで容易に解を一つに絞ることが可能となった。さらに、複数の目的関数は、ユーザーを意識した経済的な要求を表し、評価軸

や単位が異なる場合でも、各目的関数の評価に重みなどの人為的パラメーターなどを加えることなく、設計値を合理的に決定することができた。したがって、非ゼロ和協力ゲームは、製品・機器の設計開発における最適化設計問題の解選択のための情報提供の手段として、非常に得策であると言える。

・また、本研究では、光選別機の生産性・経済性を向上させるために、イジェクターノズルの圧縮部の経路長とノズルの高さを最適化設計した。圧縮部の経路長は、エアー抜けの良さに強く関連し、エアー抜けの良さは良品の巻き添え率を低下させ、最終的に製品歩留り（利益上昇率）に影響を与える。また、ノズルの高さは、噴出エアー圧力に強く関連し、噴出エアー圧力が高ければ、エアー供給量を減らせて、最終的にランニングコスト（エコ率）に影響を与える。これらの関係を目的関数として定式化を示した。そして、ゲーム理論による合理性最適化の結果として、圧縮部の経路長 7 mm、ノズルの高さ 0.8 mm が得られた。得られた寸法は、パレート最適解の一つであり、利益上昇率とエコ率のバランスの取れている解となっている。この最適化設計結果は、光選別機の製品設計開発の観点から、CAD や CAE の科学的に検討された結果のみに基づいて製品を設計する工学的設計のアプローチではなく、経済社会における社会動向、ユーザーニーズ、ユーザー利益などに基づいて製品を設計する生産性・経済性製品設計のアプローチの結果となっている。言い換えれば、ゲーム理論による製品・機器の最適化設計においては、プレイヤーの意思を明確にし、ゲームとしての定式化を如何に行うかが重要な事項であると言える。

・次に、ゲーム理論による光選別機の設計開発における最適化設計問題の処理の流れは、全て数理的アプローチによって行うことが可能であり、始めに問題に対する定式化を適切に行うことができれば、全ての処理を自動化することも可能である。したがって、光選別機の製品・機器の設計現場において、最適化設計を議論する際に、多数の目的・意思を明確に反映した設計開発を自動的に処理できることから、非常に有効な手段であると言える。

また、今後の課題として以下の点が挙げられる。

・本研究では、光選別機の設計開発において最適化設計のさらなる実用化を目指して、光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計に対して、ゲーム理論に基づく解選択手法について初期検討を行った。本章で取り扱った問題は初期検討段階ということもあり、複雑なモデルであったとは言いがたい。今後の課題としては、さらに複雑な光選別機の多目的最適化設計問題をゲームとして定式化する際、起こりうる問題について検討・考察する必要がある。

・そして、本研究では、ゲーム理論の定式化として 2 人のプレイヤーを考えたが、プレイヤーが 3 人以上（n 人）になっても同様に拡張ができるので、今後は、より多くのプレイヤーを考えた検証も行う予定である。

第5章　総括

本章では、本研究で得られた成果をまとめ、今後の課題を述べて、本論文の総括とする。

近年、光選別機の需要は、粒状食品の安全や粒状製品の品質を向上させるために、多方面で高まっている。そこで、光選別機のさらなる高性能化、多品種原料対応化が求められている。具体的に、光選別機が克服すべき課題としては、多品種原料に対応できるように供給機構を改善することと、粒状物の精選加工において歩留りを上げ、生産高を増やすために効率的な分別機構を設計することである。

本論文では、光選別機の設計開発における最適化設計を考える上で主体となる、数値シミュレーション技術および最適化手法の観点から考え、以下の課題に焦点を当てている。

1. 光選別機の設計開発における数値シミュレーション技術の適用に関する課題

光選別機のさらなる高性能化、多品種原料対応化のため、光選別機の設計開発において最適計画、効果的設計、ランニングコスト低減の観点から、数値シミュレーション技術の適用を考えた。具体的には、光選別機の原料の供給機構における原料の流れを仮想的に再現するため、個別要素法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。また、光選別機の分別機構であるイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するための SPH 法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。これらの数値シミュレーションの妥当性の検証として、それぞれの機構における特徴的な事象を仮想的に再現した。

2. 光選別機の設計開発における多目的最適化設計における解選択に関する課題

光選別機のような製品・機器の多目的最適化設計では多くの場合、複数の目的がトレード・オフの関係にあることから、解が単一ではなく、複数のパレート解の集合となってしまう。そして、そのパレート解集合の中から一つの解を絞り込むことは困難な問題である。そこで本研究では、経済学の分野で確立されたゲーム理論を適用し、設計現場における意思を明確に反映した解選択を行うという課題に取り組んだ。

3. 光選別機の製品開発において経済性を考慮した多目的最適化設計に関する課題

光選別機の製品開発の観点から、CAD や CAE の科学的に検討された結果のみに基づいて製品を設計する工学的設計のアプローチではなく、経済社会における社会動向、ユーザーニーズ、ユーザー利益などに基づいて製品を設計する生産性・経済性製品設計を行うという課題に取り組んだ。

本論文では、“光選別機の設計開発のための数値シミュレーション技術と最適化手法に関する研究”として、以上の課題に取り組んだ成果をまとめたものである。以下に各章で取り組んだ課題を要約し、研究の成果と今後の課題をまとめる。

◆個別要素法を用いた光選別機のシュート上での原料の流れシミュレーションについて（第 2 章）

光選別機の多品種対応化において効率的な性能向上を行うため、原料の流れ挙動を正確に把握することを目的とした。そこで、光選別機のシュート上における原料の流れを仮想的に再現するために個別要素法に基づいたシミュレーション・コードを作成し、妥当性の確認として特徴的な事象の再現性を検証した。以下に成果をまとめる。

・光選別機のシュート上における原料の流れ性能の向上を目的として個別要素法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。さらに、光選別機で扱う原料は様々な形状をした粒子であるので、原料のモデル化には複数の球体を結合して粒子を構成する球集合体モデルを採用した。そして、この数値シミュレーション手法の妥当性の検証として、原料に短粒種白米と長粒種白米、長粒種パーボイル米を用いて、光選別機のシュート上での原料の流れシミュレーションを行った。特に、長粒種白米と長粒種パーボイル米では、原料の形状が同じにも関わらず、原料の品種が異なり、表面性質が異なることで流れ分布に大きな差が生じる特徴的な事象である。そして、シミュレーション結果は、現象をとても良く再現できており、その事象の発生メカニズムを解明できた。これにより、光選別機の性能向上において新規性、進歩性のある設計指針を得られた。研究成果として、原料の流れのムラを解消する機構を発明できた[48]-[49]。

・特に、個別要素法はラグランジュ法の一種であり、個々の粒子の挙動を全ての粒子に対して追跡していく数値シミュレーション手法であることから、光選別機の原料の各粒子の挙動のように、時間とともに移動する物体に対して、解析領域のモデル化や解析結果の可視化といったプレ・ポスト処理が非常に容易で直感的に理解しやすいという特長であった。

また、今後の課題として以下の点が挙げられる。

・本研究では、作成したシミュレーション・コードの初期検討として、米の品種の違いによって発生する特徴的な事象について検証を行った。今後は、さらに様々な種類の原料に対して、作成したシミュレーション・コードを適用し、光選別機におけるシュート上の原料の流れ挙動を把握し、全ての原料に対して適応できる万能型シュートの設計や、特定の原料に特化した特殊型シュートの設計、その課程で直面する問題の発生メカニズムの解明に役立てる。また、最適化手法との併用を行い、光選別機のシュートの最適化設計を行いたい。

◆SPH 法を用いた光選別機のイジェクターノズルからの噴射エアーのシミュレーションについて（第 3 章）

光選別機の「分ける」工程であるイジェクター機能の性能向上することで、光選別機の性能の評価ポイントである選別率および処理量、歩留りを同時に向上させることができることから、イジェクターノズルからの噴射エアーの挙動を正確に把握することを目的とした。そこで、光選別機におけるイジェクターノズルからの噴射エアーを仮想的に再現するために、SPH 法に基づいたシミュレーション・コードを作成し、妥当性の確認として特徴的な事象の再現性を検証した。以下に成果をまとめる。

・光選別機のイジェクター機能の性能向上を目的として SPH 法に基づいたシミュレーション・コードを作成した。そして、この数値シミュレーション手法の妥当性の検証として、電磁弁の一回の動作によりイジェクターノズルからのエアーが複数回に分かれて噴射するという特徴的な事象の再現性について検証を行った。シミュレーション結果は、現象をとても良く再現できた。

・特に、SPH 法はラグランジュ法の一種であり、個々の粒子の挙動を全ての粒子に対して追跡していくシミュレーション手法であることから、光選別機のイジェクターノズルからの噴射エアーの挙動のように、時間とともに変動する連続体に対して、解析領域のモデル化や解析結果の可視化といったプレ・ポスト処理が非常に容易で直感的に理解しやすいという特長であった。

・さらに、作成したシミュレーション・コードを用いて試験モデルを検証することで、その事象の発生メカニズムを解明できた。このことから、光選別機のイジェクターノズルの設計開発において、様々なアイディアを数値シミュレーション設計の段階で確認することができ、従来のように試作のパターンを多数用意し、何度もトライアンドエラーを繰り返すことで費や

していた、膨大な費用や時間を削減することが期待できる。

また、今後の課題として以下の点が挙げられる。

・本研究では、初期検討として、イジェクターノズルからの噴射エアーを非圧縮性流体として捉え、SPH 法に基づいて Navier-Stokes 方程式の定式化を行った。今後は、イジェクターノズルからの噴射エアーを圧縮性流体として扱う必要があるかを検討する必要がある。

◆ゲーム理論による光選別機の最適化設計について（第 4 章）

光選別機の製品開発において、経済的な要求を合理的に評価でき、複数のパレート最適解から適切な解候補を一つ選択できる手法として、光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計に対してゲーム理論を適用することを提案した。多目的最適化設計問題の合理的な最適解を求めるために、非ゼロ和非協力ゲームと非ゼロ和協力ゲームを適用し、イジェクターノズルの高さと圧縮部の経路長の最適化設計の結果を示した。以下に成果をまとめる。

・ゲーム理論による光選別機の設計開発における最適化設計問題に関する初期検討として、光選別機のイジェクターにおける課題を明確化し、その性能向上を目的とした最適化設計問題に対して、非ゼロ和ゲームにおいて定式化を行い、検証を行った。非ゼロ和非協力ゲームでは、各プレイヤーは互いに協力（交渉）を行うことができない非協力の関係であるが、ゼロ和ゲームとは異なり利害関係に制約はないため、互いに相手が最善の戦略をとることを想定し、自分にとって最善の戦略を選択するため、最悪でも互いにとって損をしないような点を均衡点として取る。このため、得られる解は必ずしもパレート最適な解にはならないが、各プレイヤーが協力（交渉）を行うことができない状況下では、最善の選択ができており、各プレイヤーの個人合理性を満たしたものである。この解は、非ゼロ和協力ゲームの交渉の基準点となる。つまり、各プレイヤーの交渉が不成立の場合に得られると予想される利得である。交渉が成立するためには、交渉の基準点よりも、より大きな利得を保証しなければならない。

・次に、非ゼロ和協力ゲームを適用した。非ゼロ和協力ゲームは、各プレイヤーが互いに協力（交渉）を行うことで均衡点を決定するため、互いにとってパレート最適な解選択を行うことが可能である。適用結果からも、パレート最適に近い解が選ばれることを確認した。この解は各プレイヤーの個人合理性と共同合理性を満たされることから、この妥結点を最適化設計の解として選択できると十分に考えられる。もしくは、この結果を基準として、設計者間で新たに検討を行うための指針としても提示できる。このように、多目的最適化ではパレート最適な解が複数現れるために、従来で

は解を一つに絞るために任意の重みなどを決定する必要があったが、ゲーム理論を利用することで容易に解を一つに絞ることが可能となった。さらに、複数の目的関数は、ユーザーを意識した経済的な要求を表し、評価軸や単位が異なる場合でも、各目的関数の評価に重みなどの人為的パラメーターなどを加えることなく、設計値を合理的に決定することができた。したがって、非ゼロ和協力ゲームは、製品・機器の設計開発における最適化設計問題の解選択のための情報提供の手段として、非常に得策であると言える。

・また、本研究では、光選別機の生産性・経済性を向上させるために、イジェクターノズルの圧縮部の経路長とノズルの高さを最適化設計した。圧縮部の経路長は、エアー抜けの良さに強く関連し、エアー抜けの良さは良品の巻き添え率を低下させ、最終的に製品歩留り（利益上昇率）に影響を与える。また、ノズルの高さは、噴出エアー圧力に強く関連し、噴出エアー圧力が高ければ、エアー供給量を減らせて、最終的にランニングコスト（エコ率）に影響を与える。これらの関係を目的関数として定式化を示した。そして、ゲーム理論による合理性最適化の結果として、得られた寸法は、パレート最適解の一つであり、利益上昇率とエコ率のバランスの取れている解となっている。この最適化設計結果は、光選別機の製品開発の観点から、CAD や CAE の科学的に検討された結果のみに基づいて製品を設計する工学的設計のアプローチではなく、経済社会における社会動向、ユーザーニーズ、ユーザー利益などに基づいて製品を設計する生産性・経済性製品設計のアプローチの結果となっている。言い換えれば、ゲーム理論による製品・機器の最適化設計においては、プレイヤーの意思を明確にし、ゲームとしての定式化を如何に行うかが重要な事項であると言える。

・次に、ゲーム理論による光選別機の設計開発における最適化設計問題の処理の流れは、全て数理的アプローチによって行うことが可能であり、始めに問題に対する定式化を適切に行うことができれば、全ての処理を自動化することも可能である。したがって、光選別機の製品・機器の設計現場において、最適化設計を議論する際に、多数の目的・意思を明確に反映した設計開発を自動的に処理できることから、非常に有効な手段であると言える。

また、今後の課題として以下の点が挙げられる。

・本研究で取り扱った光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計は初期検討段階ということもあり、複雑なモデルであったとは言いがたい。今後の課題としては、さらに複雑な光選別機の多目的最適化設計問題をゲームとして定式化する際、起こりうる問題について検討・考察する必要がある。

・また、本研究では、ゲーム理論の定式化として 2 人のプレイヤーを考えたが、プレイヤーが 3 人以上（n 人）になっても同様に拡張ができるので、今後は、より多くのプレイヤーを考えた検証も行う予定である。

以上、本研究で得られた成果と今後の課題を要約した。本研究で得られた成果が光選別機の製品設計開発における最適化設計の現場に効果的に導入されることに役立ち、光選別機の設計開発を支援し、最適計画、効率的設計、開発費用、時間の削減などに役立ち、省エネルギー化、低コスト化、環境問題を含めた諸問題の解決に寄与することを期待し確信する。

付録 A　ゲーム理論における均衡解と数理計画問題

本論文（第 4 章）において、ゲーム理論における均衡解を数理計画問題として適用することによる算出する方法について紹介した。ここでは、さらに詳細な説明を以下に示す。

A.1 2 人ゼロ和ゲームの均衡解と数理計画問題

第 4 章でも述べたように、2 人ゼロ和ゲームの均衡解は線形計画法によって得られる。次に、この考え方の詳細について述べる。

まず、2 人ゼロ和ゲームではプレイヤーの利得の和は常にゼロであるから、プレイヤーP_1 の利得を a_{ij} であるときプレイヤーP_2 の利得は$-a_{ij}$ である。つまり、2 人ゼロ和ゲームはプレイヤーP_1 の利得行列

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{A-1}$$

で表現される。各プレイヤーは戦略上の確率分布を考えることによって、相手の選択する戦略を確率論的に推論することができる。このような選択方法を混合戦略と呼ぶ。

プレイヤーが混合戦略をとったときの利得の期待値は、期待利得と呼ばれ、次のように定義される。

プレイヤーP_1 および P_2 がそれぞれ混合戦略 $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ をとったとき、P_1 に関する期待利得は

$$E_1(x,y)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}x_i a_{ij} y_j=\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{y} \tag{A-2}$$

である。このとき、P_1 の利得ν_1は

$$\nu_1=\max_x \min_y \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{y} \tag{A-3}$$

である。また、P_2 の利得 ν_2 は

$$\nu_2 = \min_y \max_x \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{y} \tag{A-4}$$

である。そして、ミニマックス原理にしたがうと、

$$\max_x \min_y \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{y} = \min_y \max_x \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{y} \tag{A-5}$$

が成立するような戦略のペアが均衡点となる。これを、ミニマックス定理と呼ぶ。

また、P_1 の均衡解は以下に示す線形計画問題を最適解となることが知られている[31][32]。

$$\begin{cases} \text{maximize} \quad \varepsilon \\ \text{subject to} \\ a_{11}x_1 + \cdots + a_{m1}x_m \geq \varepsilon \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}x_1 + \cdots + a_{mn}x_m \geq \varepsilon \\ \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \qquad i = 1, \cdots, m \end{cases} \tag{A-6}$$

$x_i' = x_i / \varepsilon,\ i = 1,2,\ldots,m$ とおけば、この問題は次のように書き換えられる。

$$\begin{cases} \text{minimize} \quad x_1' + \cdots + x_m' \\ \text{subject to} \\ a_{11}x_1' + \cdots + a_{m1}x_m' \geq 1 \\ \qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}x_1' + \cdots + a_{mn}x_m' \geq 1 \\ x_i' \geq 0 \qquad i = 1 \cdots m \end{cases} \tag{A-7}$$

また、P_2 に関しても同様に次の問題を定式化できる。

$$\begin{cases} \text{minimize} \quad \varepsilon \\ \text{subject to} \\ \quad a_{11}y_1 + \cdots + a_{1n}y_n \le \varepsilon \\ \qquad\qquad \vdots \\ \quad a_{m1}y_1 + \cdots + a_{mn}y_n \le \varepsilon \\ \quad \sum_{j=1}^{n} y_j = 1 \\ \quad y_j \ge 0 \qquad j = 1, \cdots, n \end{cases} \tag{A-8}$$

$y'_j = y_j / \varepsilon,\ j = 1,2,\ldots,n$ とおけば、この問題は次のように書き換えられる。

$$\begin{cases} \text{maximize} \quad y'_1 + \cdots + y'_n \\ \text{subject to} \\ \quad a_{11}y'_1 + \cdots + a_{1n}y'_n \le 1 \\ \qquad\qquad \vdots \\ \quad a_{m1}y'_1 + \cdots + a_{mn}y'_n \le 1 \\ \quad y'_i \ge 0 \qquad j = 1 \cdots n \end{cases} \tag{A-9}$$

ミニマックス定理によって、式(A-6)の目的関数の最大値は式(A-8)の目的関数の最小値と同じとなる。

また、プログラム内ではシンプレックス法を用いて計算を行っている（付録 B 参照）。

A.2 2 人非ゼロ和ゲームの均衡解と数理計画問題

第 4 章でも述べたように、2 人非ゼロ和ゲームの均衡解は 2 次形計画法によって得られる。次に、この考え方の詳細について述べる。

まず、2 人非ゼロ和ゲームではプレイヤーの利得の和は常に一定であるとは限らないため、各プレイヤーはそれぞれ個別に自身の利得を持っている。つまり、2 人非ゼロ和ゲームではプレイヤーP_1 およびプレイヤーP_2 の利得行列はそれぞれ

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} \tag{A-10}$$

で表現されるか、または各要素が(a_{ij},b_{ij})である $m\times n$ 行列

$$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=\begin{bmatrix}(a_{11},b_{11}) & \cdots & (a_{1n},b_{1n})\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ (a_{m1},b_{m1}) & \cdots & (a_{mn},b_{mn})\end{bmatrix} \tag{A-11}$$

で表現される。このような形式のゲームは双行列ゲームともよばれる。2 人非ゼロ和ゲーム$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$に対しても混合戦略と期待利得を導入し解の概念が次のように定義される。

2 人非ゼロ和ゲーム$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$に対する均衡解は、プレイヤー$P_1$および P_2 がそれぞれ任意の混合戦略 $\boldsymbol{x}\in X, \boldsymbol{y}\in Y$ に対して

$$\boldsymbol{x}^{*T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}\geq\boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{y},\quad \boldsymbol{x}^{*T}\boldsymbol{B}\boldsymbol{y}\geq\boldsymbol{x}^{*T}\boldsymbol{B}\boldsymbol{y} \tag{A-12}$$

を満たす戦略のペア m 次元列ベクトル $\boldsymbol{x}^{*}\in X$, n 次元列ベクトル $\boldsymbol{y}^{*}\in Y$ である。全ての 2 人非ゼロ和ゲーム$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$に対する均衡解は少なくとも 1 つの存在することが知られている。

また、2 人非ゼロ和ゲーム$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$の均衡解が$(\boldsymbol{x}^{*},\boldsymbol{y}^{*})$であることの必要十分条件は$(\boldsymbol{x}^{*},\boldsymbol{y}^{*},g^{*},h^{*})$が次の 2 次計画問題の最適解であることである[32]。

$$\begin{cases}\text{maximize}\ \ \boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{B}\boldsymbol{y}-g-h\\ \text{subject to}\ \ \boldsymbol{A}\boldsymbol{y}\leq g\boldsymbol{e}^{m},\ \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}\leq h\boldsymbol{e}^{n}\\ \qquad\sum_{i=1}^{m}x_i=1,\ \sum_{j=1}^{n}y_j=1\\ \boldsymbol{e}^{m}=(\underbrace{1,1,\ldots,1}_{m})^{T},\ \boldsymbol{e}^{n}=(\underbrace{1,1,\ldots,1}_{n})^{T}\end{cases} \tag{A-13}$$

また、プログラム内では遺伝的アルゴリズムと拡張ラグランジュ乗数法の組み合わせにより計算を行っている（付録 B 参照）。

A.3 有限 n 人非ゼロ和ゲームの均衡解と数理計画問題[74]

第 4 章でも述べたように、プレイヤーが n 人になっても同様の考え方で、n 人非ゼロ和ゲームにおける均衡解も数理計画法を用いて得られる[74]。次に、この考え方の詳細について述べる。

本節では、2 人非ゼロ和ゲームを n 人ゲームに拡張した有限 n 人非ゼロ和ゲームを定義し、前節と同様に等価な数理計画問題を定式化する。

$J^i=\{1,\ldots,m_i\}$, $i=1,\ldots,n$ をプレイヤーi の純戦略の集合とし、f_i をプレイヤーi の利得関数とする。プレイヤーi, $i=1,\ldots,n$ が純戦略 $j^i \in J^i$ を選択するとき、 $f_i(j^1,...,j^n)$ がプレイヤーi の利得となる。 $f_i(j^1,...,j^n)=h^i{}_{j^1\ldots j^n}$ とおくと、有限 n 人非ゼロ和ゲームは $n\times m_1\times\ldots\times m_n$ の実数値 $h^i{}_{j^1\ldots j^n}$, $i=1,\ldots,n$, $j^1=1,\ldots,m_1,\ldots,j^n=1,\ldots,m_n$ で表現され、また $\boldsymbol{H}^i=\{h^i_{j^1\ldots j^n} \mid j^1=1,...,m_1;...;j^n=1,...,m_n\}$, $i=1,\ldots,n$ とすれば、有限 n 人非ゼロ和ゲームは$(H^1,\ldots,H^n)$で表現される。

プレイヤーi の混合戦略を $\boldsymbol{p}^i \in P^i=\{\boldsymbol{p}^i \in \boldsymbol{R}^{m_i} \mid \sum_{j^i=1}^{m_i} p^i_{j^i}=1, p^i_{j^i}\geq 0, \forall j^i \in J^i\}$ とすると有限 n 人非ゼロ和ゲーム$(H^1,\ldots,H^n)$において、任意の混合戦略の n 項対 $\boldsymbol{p}^i \in P^i$, $i=1,\ldots,n$ に対して

$$\begin{aligned}&\sum_{j^1\in J^1}\cdots\sum_{j^n\in J^n} h^i_{j^1\ldots j^n} p^{1*}_{j^1}\cdots p^{n*}_{j^n} \geq \\ &\sum_{j^1\in J^1}\cdots\sum_{j^n\in J^n} h^i_{j^1\ldots j^n} p^{1*}_{j^1}\cdots p^{i-1*}_{j^{i-1}} p^{i*}_{j^i} p^{i+1*}_{j^{i+1}}\cdots p^{n*}_{j^n}, i=1,...,n\end{aligned} \tag{A-14}$$

が成立するならば、$\boldsymbol{p}^{i*},...,\boldsymbol{p}^{n*}$ は均衡解と呼ばれる。2 人非ゼロ和ゲームの場合と同様に、全ての有限 n 人非ゼロ和ゲーム$(H^1,\ldots,H^n)$は少なくとも一つの均衡解をもつことが知られている[42]。

プレイヤーi 以外のプレイヤーの戦略 $\boldsymbol{p}^l, l=1,...,i-1,i+1,...,n$ が与えられたとき、プレイヤーi が次の最大化問題の最適解を自己の戦略として選択することは合理的である。

$$\begin{cases}\max\limits_{\boldsymbol{p}^i} & \sum\limits_{j^1\in J^1}\cdots\sum\limits_{j^n\in J^n} h^i_{j^1\ldots j^n} p^1_{j^1}\cdots p^n_{j^n} \\ \text{s.t.} & \boldsymbol{e}^{m_i T}\boldsymbol{p}^i=1 \\ & p^i_{j^i}\geq 0,\ j^i=1,...,m_i\end{cases} \tag{A-15}$$

$\boldsymbol{p}^l, l=1,...,i-1,i+1,...,n$ はパラメーターなので、決定変数は $p^i_{j^i}, j^i=1,...,m_i$ のみであり、問題(A-15)は線形計画問題となる。したがって、次の Kuhn-Tucker 条件は $\boldsymbol{p}^i$ が問題(A-15)の最適解であるための必要十分条件となる。

$$-\sum_{j^1=1}^{m_1}\cdots\sum_{j^n=1}^{m_n} h^i_{j^1\ldots j^n} p^1_{j^1}\cdots p^n_{j^n}+\alpha_i=0 \tag{A-16}$$

$$-\sum_{j^n\neq j^i}^{m_n} h^i_{j^1\ldots j^n}\prod_{l\neq i} p^l_{j^l}+\alpha_i\geq 0,\ j^i=1,...,m_i \tag{A-17}$$

$$p^i_{j^i} \geq 0,\ j^i = 1,...,m_i \tag{A-18}$$

$$p^i_1 + \cdots + p^i_{m_i} = 1 \tag{A-19}$$

ただし、$\sum_{j^l \neq j^i}$ は $\sum_{j^1=1}^{m_1} \cdots \sum_{j^{i-1}=1}^{m_{i-1}} \sum_{j^{i+1}=1}^{m_{i+1}} \cdots \sum_{j^n=1}^{m_n}$ を表し、$\prod_{l \neq i} p^l_{j^l}$ は $p^1_{j^1} \cdots p^{i-1}_{j^{i-1}} p^{i+1}_{j^{i+1}} \cdots + p^n_{j^n}$ を表す。2 人非ゼロ和ゲームの場合と同様に、次の命題を得られる。

[命題 1] $(p^{1*},..., p^{n*})$ が有限 n 人非ゼロ和ゲームの均衡解であることの必要十分条件は、$(p^{1*},..., p^{n*}, \alpha_1^*,..., \alpha_n^*)$ が次の数理計画問題の最適解であることである。

$$\begin{cases} \max\limits_{\boldsymbol{p}^i} & \sum\limits_{i=1}^{n} \left(\sum\limits_{j^1=1}^{m_1} \cdots \sum\limits_{j^n=1}^{m_n} h^i_{j^1 \cdots j^n} p^1_{j^1} \cdots p^n_{j^n} - \alpha_i \right) \\ \text{s.t.} & -\sum\limits_{j^n \neq j^i}^{m_n} h^i_{j^1 \cdots j^n} \prod\limits_{l \neq i} p^l_{j^l} + \alpha_i \geq 0, \\ & j^i = 1,..., m_i,\ i = 1,..., n \\ & p^i_{j^i} \geq 0,\ j^i = 1,..., m_i,\ i = 1,..., n \\ & p^i_1 + \cdots + p^i_{m_i} = 1,\ i = 1,..., n \end{cases} \tag{A-20}$$

命題 1 により、問題(A-20)を解くことによって均衡解が得られる。また、問題(A-20)は目的関数に n 次の項をもち、制約式に(n-1)次の項をもつ非線形計画問題となるため、プレイヤーの数 n が増大すれば、通常の最適化手法を用いて大域的な最適解を計算することは困難になってくる。このとき、近年非線形計画問題の大域的な最適解を求めることにおいても有効性が示されてきている遺伝的アルゴリズムを用いた均衡解の計算方法が文献[34]で紹介されている。

また、プログラム内では問題(A-20)を遺伝的アルゴリズムと拡張ラグランジュ乗数法の組み合わせにより計算を行っている（付録 B 参照）。

付録 B　数理計画問題を解くための各種最適化手法

付録 A でも示したように、ゲーム理論における均衡解を得るためには数理計画問題を解く必要がある。そこで、本研究では数理計画問題の解法として各種最適化手法を用いた。本章では、数理計画問題を解く際に用いたシンプレックス法および遺伝的アルゴリズム、拡張ラグランジュ乗数法について述べる。

B.1　シンプレックス法[75]

2 人ゼロ和ゲームにおいて均衡解を得るためには線形計画問題を解く必要がある。そこで、本研究では線形計画問題の解法としてシンプレックス法を用いている。本節では、シンプレックス法について基本的な処理の流れを説明する。

シンプレックス法は 2 段階手法であり、線形計画問題に対する最適解を求めるために用いられている。第 1 段階によって、もし実行可能基底解が存在するならば初期の実行可能基底解を見つけるか、あるいは実行可能基底解が存在しないという情報（その場合には制約式は矛盾があり問題には解がない）を得る。第 2 段階では、この解を出発点として実行可能正準形を次々に作成し最適性基準を満たす最小値を見出すか、または、最小値が有界でないという情報（すなわち－∞）を得る。また、ピボット操作を行えば、それまでに得られている実行可能基底解より目的関数の値が大きくなることはない。次に示すシンプレックス計算方法がこの両方の段階で使用される。

シンプレックス法の手順

はじめに、実行可能正準形(B-1)が与えられているとする。

$$\begin{cases} \text{maximize} \quad z = c_1 x_1 + \cdots + c_n x_n \\ \text{subject to} \\ \qquad a_{11} x_1 + \cdots + a_{1n} x_n = b_1 \\ \qquad\qquad \vdots \\ \qquad a_{m1} x_1 + \cdots + a_{mn} x_n = b_m \\ \qquad x_j \geq 0 \quad j = 1, \cdots, n \end{cases} \tag{B-1}$$

Step 1.　相対費用係数 $\bar{c}_j$ を用いて

$$\min_{\bar{c}_j<0} \bar{c}_j = \bar{c}_s$$

となる s を求める。$\bar{c}_s \geq 0$ であれば最適解を得て終了。

Step 2. 全ての $\bar{a}_{is} \leq 0$ ならば最小値が有界でないという情報を得て終了。

Step 3. $\bar{a}_{is}$ に正のものがあれば

$$\min_{\bar{a}_{is}>0} \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{is}} = \frac{\bar{b}_r}{\bar{a}_{rs}} = \theta$$

となる r を求める。

Step 4. $\bar{a}_{rs}$ に関してピボット操作を行って、x_r の代わりに x_s を基底変数とする正準形を求める。このとき新しい正準形における係数の値は*を付けて表せば次のようになる。

(1) r 番目の式（r 行）の両辺を $\bar{a}_{rs}$ で割る。すなわち、

$$\bar{a}^*_{rj} = \frac{\bar{a}_{rj}}{\bar{a}_{rs}}, \quad \bar{b}^*_r = \frac{\bar{b}_r}{\bar{a}_{rs}}$$

(2) $i=r$ を除く各 $i=1,2,\ldots,m$ 番目の式から、(1) で得られた r 番目の式を $\bar{a}_{is}$ 倍したものを引く。すなわち

$$\bar{a}^*_{ij} = \bar{a}_{ij} - \bar{a}_{is}\bar{a}^*_{rj},$$

$$\bar{b}^*_i = \bar{b}_i - \bar{a}_{is}\bar{b}^*_r$$

(3) 目的関数の式(m+1 行)から、(1) で得られた r 番目の式を $\bar{c}_s$ 倍したものを引く。すなわち

$$\bar{c}^*_j = \bar{c}_j - \bar{c}_s\bar{a}^*_{rj},$$

$$-\bar{z}^* = -\bar{z} - \bar{c}_s\bar{b}^*_r$$

Step 1.に戻る。

また、シンプレックス法の流れ図を図 B-1 に示す。

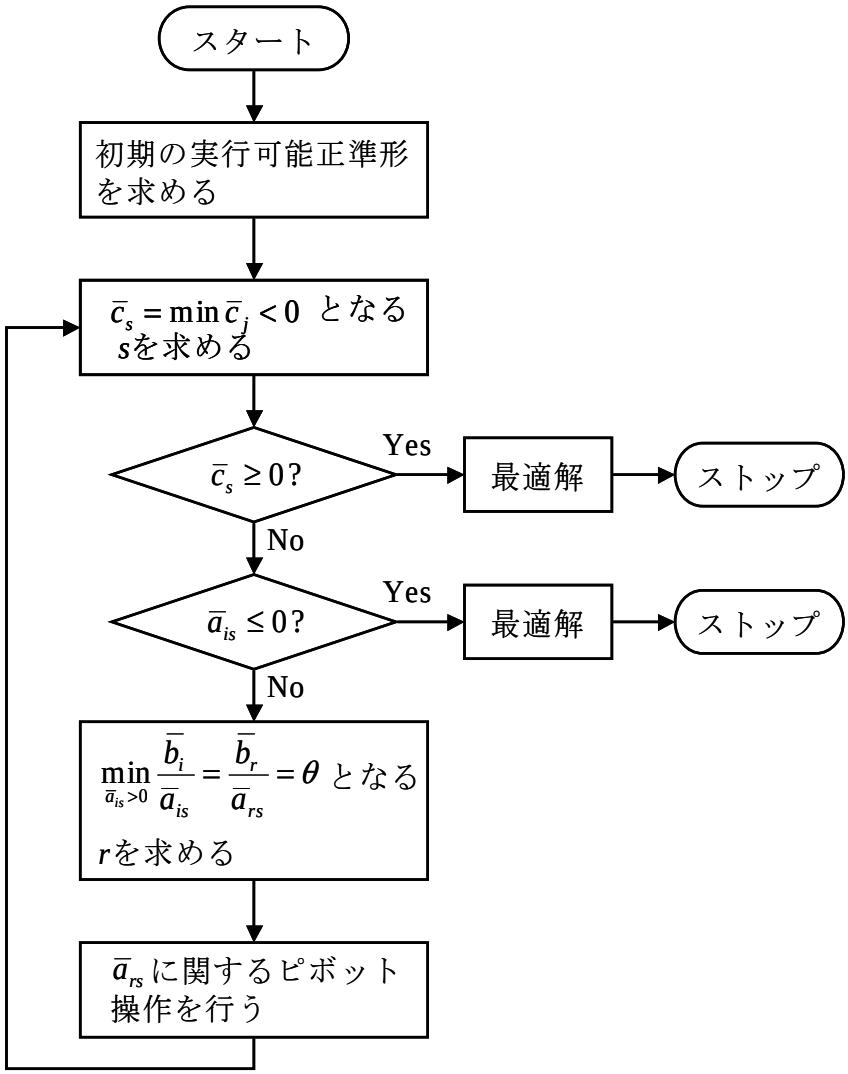


図 B-1　シンプレックス法のフローチャート

B.2　遺伝的アルゴリズム[76]

2 人非ゼロ和ゲームにおいて均衡解、および、2 人交渉ゲームの基準点を得るためには 2 次線形計画問題を解く必要がある。また、*n* 人交渉ゲームの基準点を得るためには数理計画問題を解く必要がある。そこで、本研究ではこれら数理計画問題の解法として遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithms, GA）と拡張ラグランジュ乗数法を組み合わせた併用法により、有制約最適化問題を解いている。本節では、特に遺伝的アルゴリズムについて説明を行う。

B.2.1 遺伝的アルゴリズムの処理の流れ

遺伝的アルゴリズムは、遺伝子情報に基づき生物が環境に適応し進化する過程を模倣し、単純化した最適化手法である。GA の基本的概念は、1975 年に Holland によって適応システムの一種として提案された。GA の特徴は、他の探索法と違い、常に複数個の局所最適解を保持し、多峰性の解空間から大域的に多点探索して、準最適解を導くことができる点である。GA では、まず探索点を全くランダムに複数個用意する。そして、各々の探索点から並列に探索を開始し、それぞれが適応度のより高い点を目指す。この処理を繰り返し実行することにより、時間の経過と共に探索点が全ての適応度の高いものとなり、満足する解を得ることができる。

GA の処理手順

Step 1. 初期集団の生成。決められた個体数の染色体をランダムに生成する。
Step 2. 適応度の評価。適応度に応じて、次の世代に残す個体を選択する。適応度の低いものは選択されにくいので、消滅しやすい。
Step 3. 選択。Step 2 の評価の高い親を選択する。
Step 4. 交叉。親に似ている次世代の固体を作成する。
Step 5. 突然変異。進化のために少し変化した次世代の固体を作成する。
Step 6. 終了条件判定。条件を満足するまで世代交代を繰り返す。
この場合、世代数や一定期間同じ答えしか出なくなるまで繰り返す。

GA の最も基本的な処理の流れ、図 B-2 のようになる。

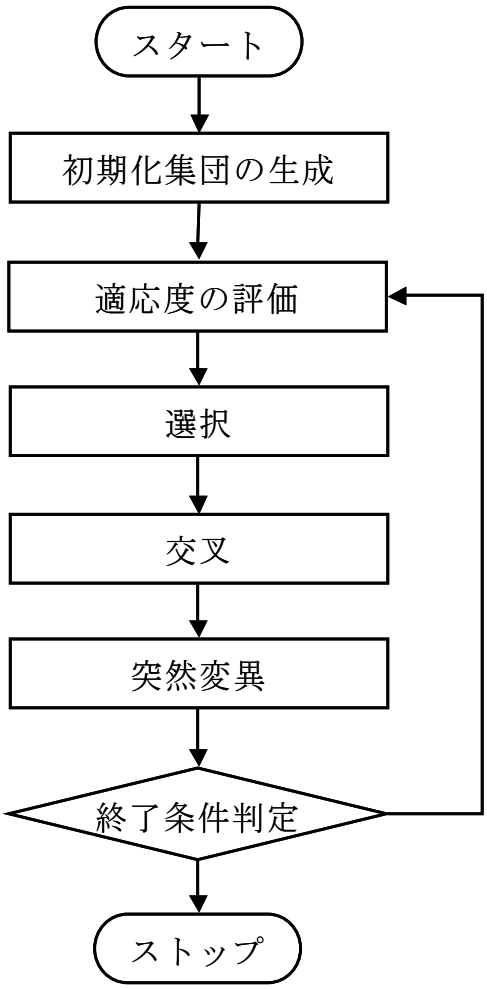


図 B-2　遺伝的アルゴリズムの基本的な処理の流れ

B.2.2 遺伝子

遺伝的アルゴリズムにおいて、遺伝子とは解の候補を 0 と 1 からなる並びで表現したものである。遺伝的アルゴリズムでは、選択・交叉・突然変異などにより遺伝子が進化を繰り返しながら最適解を探索する。本論文において、ゲーム理論の均衡解を得る際、利得表から数理計画問題化したとき、この数理計画問題における各プレイヤーの混合戦略が遺伝子として設定される。

B.2.3 適応

遺伝的アルゴリズムでは、各個体が環境にどれだけ適応できたかを表す適応

度を評価する。適応度は、最適化問題でいう目的関数に制約条件をコスト関数として付加した関数値に相当するが、設定した問題に応じて適切に定義する。

適応度関数の引数にあたる変数はまず、問題の決定変数あるいは固体の注目すべき属性値としての遺伝子である。その他に固体の状態や後天的に獲得した属性、さらに固体の外部環境の状態なども固体の適応度に影響を与えると定義しても良い。

B.2.4 選択

選択は自然淘汰をモデル化したもので、適応度にもとづいて個体を増やしたり削除したりする操作である。適応度が低い個体は選択されにくく、適応度が高い個体は選択されやすい。選択の代表的なアルゴリズムには次のようなものがある。

a. エリート戦略

適応度が高い個体を一定個数残す選択方法である。これを利用することで、選択によって解が悪い方向に向かわないことを保証できる。

b. ランク戦略

適応度によって各個体をランク付けし、あらかじめ各ランクに対して決められた確率で子孫を残せるようにする。

c. トーナメント戦略

集団から決められた数の固体を無作為に選択し、その中で最も適応度の高い個体を次の世代に残すという手続きを次世代に残したい数の固体が選択されるまで繰り返す。

d. ルーレット戦略

ルーレットを回し、一定の確率で一つが選ばれるように、ランダムに個体を選択する方法であるが、その選択される確率は、各個体の持つ適応度に比例するように決められる。

本論文においては、エリート戦略とトーナメント戦略を併用した。

B.2.5 交叉

交叉は生物が子孫を残すことをモデル化したもので、個体の遺伝子の一部を入れ換える操作である。交叉を行う個体は交叉率により決定される。交叉のアルゴリズムには次のようなものがある。

a. 1 点交叉

最も単純な方法で、交叉する位置を一つ決めてその前と後ろで、どちらの親の遺伝子型を受け継ぐかを変える方法である（図 B-3 参照）。

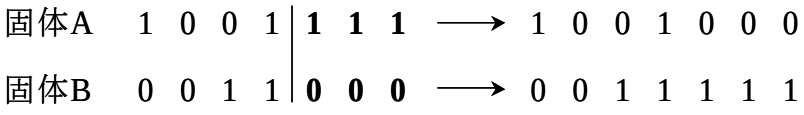


図 B-3　1 点交叉の例

b. 複数点交叉

交叉位置が複数ある方法である。例えば、交叉位置が 2 点ある場合の考え方を示す（図 B-4 参照）。

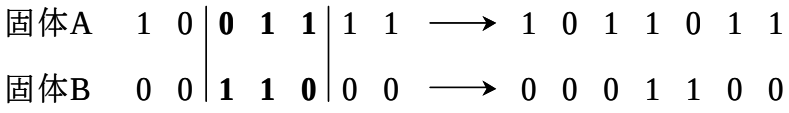


図 B-4　複数点交叉（2 点交叉）の例

c. 一様交叉

交叉時にマスクをかけてそれによってどちらの親の遺伝子を受け継ぐかを決定する方法である。

例えば、図 B-5 に見られるように、二つの親となる固体およびマスクを設定する。マスクのビットが 0 のときは子-1 には親-1 の遺伝子をコピーし、1 の時には、親-2 の遺伝子をコピーする。子-2 に関しては、これの逆を行う。

本論文においては、1 点交叉を用いた。

親-1	0	0	1	1	1	1
親-2	1	1	1	1	0	0
マスク	0	1	0	1	0	1
子-1	0	1	1	1	1	0
子-2	1	0	1	1	0	1

図 B-5　一様交叉の例

B.2.6 突然変異

突然変異は生物に見られる遺伝子の突然変異をモデル化したもので、個体の遺伝子の一部を変化させる操作である。例えば、遺伝子型がビット列の場合はある遺伝子座の 0 と 1 を入れ換える。突然変異する個体と遺伝子座は突然変異率により決定される。

B.2.7 終了条件

終了条件は、任意の世代数まで進化したとき、あるいは最良の解が更新されない世代数が連続してある世代数まで続いたとき終了する。また、適応度が一致または任意の許容誤差以内になり、最適解が発見されたとき終了する。

B.3 拡張ラグランジュ乗数法

B.2 節で述べたように、ゲーム理論における均衡解を得るために数理計画問題を解く必要がある。そして、本研究ではこれら数理計画問題の解法として遺伝的アルゴリズムと拡張ラグランジュ乗数法を組み合わせた併用法により、有制約最適化問題を解いている。本節では、特に拡張ラグランジュ乗数法について説明を行う。

ゲーム理論における均衡解を得るために解く数理計画問題は、制約条件付き非線形最適化問題であり、

$$\begin{cases} \text{maximize} & f(x) \\ \text{subject to} & g_i(x) \le 0,\ i = 1, \cdots, m \\ & h_j(x) = 0,\ j = 1, \cdots, l \end{cases} \tag{B-2}$$

となる。この問題の最適性の条件を考えた時に、Kuhn-Tucker 条件というものがある。まず、$\boldsymbol{\lambda}$ と $\boldsymbol{\mu}$ というベクトルを用いて、

$$L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(\boldsymbol{x}) + \sum_{j=1}^{l} \mu_j h_j(\boldsymbol{x}) \tag{B-3}$$

という関数を考える。これをラグランジュ関数という。また、$\boldsymbol{\lambda}$ と $\boldsymbol{\mu}$ をラグランジュ乗数ベクトルという。これらを用いて Kuhn-Tucker 条件は、次のように表される。

$$\begin{cases} \nabla_x L(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = 0 \\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^*) \le 0 \\ \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^*) = 0 \\ \boldsymbol{\lambda}^{*t} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^*) = 0 \\ \boldsymbol{\lambda}^* \ge 0 \end{cases} \tag{B-4}$$

次に、Kuhn-Tucker 条件の各式の意味を考える。

○ $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^*) \le 0$ と $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^*) = 0$

これらは共に、最適解が符号制約式および不等号制約式を満たしていることを示すものである。

○ $\nabla_x L(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = 0$

これは、

$$\nabla f(\boldsymbol{x}^*) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla g_i(\boldsymbol{x}^*) + \sum_{j=1}^{l} \mu_j \nabla h_j(\boldsymbol{x}^*) = 0 \qquad \text{(B-5)}$$

ということであるが、次のように書き換えてみる。

$$\nabla f(\boldsymbol{x}^*) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left(-\nabla g_i(\boldsymbol{x}^*)\right) + \sum_{j=1}^{l} \mu_j \left(-\nabla h_j(\boldsymbol{x}^*)\right) \qquad \text{(B-6)}$$

これはすなわち、目的関数の勾配ベクトルが、制約関数の降下方向ベクトルの一次結合で表れるということである。もしここで、$\lambda_i \ge 0$ ならば、∇f は $-\nabla g_1$ と $-\nabla g_2$ の間にあることになり、解である点から、制約関数を満たす方向には、目的関数は上昇しかしないということになり、最適解であることがわかる。

○ $\boldsymbol{\lambda}^{*t} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^*) = 0$

最適解の点 $\boldsymbol{x}^*$ で、変換前の基の目的関数 $f(\boldsymbol{x}^*)$ と拡張ラグランジュ関数が $L(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*)$ が一致するための条件である。前に述べた条件より $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^*) = 0$ であるから、あとは乗数 λ_i か $g_i(\boldsymbol{x}^*)$ のどちらかが 0 になればよいということである。

乗数法の原理は、ラグランジュ関数を構成して、その極値を探索することである。もし、ラグランジュ関数のヘッセ行列 $\nabla^2 L$ が正定値行列であれば、拡張ラグランジュ乗数法の無制約最適化アルゴリズム部分である準ニュートン法は安定に極値に収束するが、$\nabla^2 L$ は正定値行列ではない。

そこで、ラグランジュ関数にある意味でのペナルティ項を付加して、局所的に関数が凸になるように工夫する。この関数を拡張ラグランジュ関数と呼び、次のようになる。

$$Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}) = f(\boldsymbol{x}) + \sum_{j=1}^{l} \mu_j h_j(\boldsymbol{x}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{l} \gamma_j h_j(\boldsymbol{x}) \qquad \text{(B-7)}$$

$Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma})$ において、$\nabla Q = 0$ となる点が制約条件を満たすならば、ラグランジュ関数の極値を与える点と同じである。したがって、拡張ラグランジュ関数の極値を求めるような数値解法を構成すればよいことになる。拡張ラグランジュ乗数法の基本型は以下のようになる。

Step 1. $\boldsymbol{\mu}_0$，$\boldsymbol{\gamma}_0$ を与える。k=0 とする。 $\boldsymbol{x}_0$ とする。
Step 2. $Q(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\mu}_k,\boldsymbol{\gamma}_k)$ を $\boldsymbol{x}$ について最小化し、その点を $\boldsymbol{x}_k$ とする。
Step 3. 停止条件を検査する。
Step 4. ペナルティーパラメーター $\boldsymbol{\gamma}_k$ を更新し、$\boldsymbol{\gamma}_{k+1}$ とする。
Step 5. ラグランジュ乗数の推定値 $\boldsymbol{\mu}_k$ を変更し、$\boldsymbol{\mu}_{k+1}$ とする。
Step 6. k=k+1 とし、Step 2 へ行く。

Step 5 のラグランジュ乗数の推定値の更新については、様々な更新公式が提案されているが、本論文中では次式を用いている。

$$\mu_{k+1}^{(j)} = \mu_k^{(j)} + \gamma_k^{(j)} h_j(\boldsymbol{x}),\ \ j = 1,...,l \tag{B-8}$$

不等号制約のある問題に対しては、スラック変数を導入することにより、等号制約条件付き最適化問題に変換して、Kuhn-Tucker 条件を考慮しながらスラック変数に対する最小化を行って、見掛け上スラック変数を除去することができる。スラック変数 ξ_i を導入すると、不等号制約は次のように表現できる。

$$g_j(\boldsymbol{x}) + \xi_i^2 = 0,\ \ i = 1,...,m \tag{B-9}$$

変換された問題に対する拡張ラグランジュ関数は、

$$\begin{aligned} Q(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{t}) = f(\boldsymbol{x}) &+ \sum_{j=1}^{l} \mu_j h_j(\boldsymbol{x}) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left(g_i(\boldsymbol{x}) + \xi_i^2\right) \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l} \gamma_j h_j(\boldsymbol{x})^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} t_i \left(g_i(\boldsymbol{x}) + \xi_i^2\right)^2 \end{aligned} \tag{B-10}$$

$\hat{Q}$ を ξ で微分して $\hat{Q}$ に対する最小化を行うと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial \xi_i} &= 2\lambda_i \xi_i + 2t_i \left(g_i(\boldsymbol{x}) + \xi_i^2\right)\xi_i \\ &= 2\xi_i \left\{\lambda_i + t_i \left(g_i(\boldsymbol{x}) + \xi_i^2\right)\right\} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{B-11}$$

より、

$$\xi_i^2 = \begin{cases} -\dfrac{\lambda_i}{t_i} - g_i(\boldsymbol{x}), & \lambda_i + t_i g_i(\boldsymbol{x}) < 0 \\ 0, & \lambda_i + t_i g_i(\boldsymbol{x}) \geq 0 \end{cases} \tag{B-12}$$

すなわち、

$$g_j(\boldsymbol{x})+\xi_i^2=\max\left\{g_i(\boldsymbol{x}),-\frac{\lambda_i}{t_i}\right\} \tag{B-13}$$

となる。したがって、$Q(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{t})$ を $\boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{\xi}$ に関して最小化することは、

$$\begin{aligned}L_{\{t,\gamma\}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu})&=f(\boldsymbol{x})+\sum_{i=1}^{m}\begin{cases}\lambda_i g_i(\boldsymbol{x})+t_i\{g_i(\boldsymbol{x})\}^2, & g_i(\boldsymbol{x})\ge-\dfrac{\lambda_i}{t_i}\\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{\lambda_i^{\,2}}{t_i}, & g_i(\boldsymbol{x})<-\dfrac{\lambda_i}{t_i}\end{cases}\\&\quad+\sum_{j=1}^{l}\left\{\mu_j h_j(\boldsymbol{x})+\frac{1}{2}\gamma_j h_j(\boldsymbol{x})^2\right\}\\&=f(\boldsymbol{x})+\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{2t_i}\left[\{\max(0,\lambda_i+t_i g_i(\boldsymbol{x}))\}^2-\lambda_i^{\,2}\right]\\&\quad+\sum_{j=1}^{l}\left\{\mu_j h_j(\boldsymbol{x})+\frac{1}{2}\gamma_j h_j(\boldsymbol{x})^2\right\}\end{aligned} \tag{B-14}$$

を $\boldsymbol{x}$ に関して、最小化することと等価である。これに対応して λ_i^k の更新も、

$$\begin{aligned}\lambda_i^{(k+1)}&=\lambda_i^{(k)}+t_i^{(k)}\left\{g_i(\boldsymbol{x}^{(k)})+\left(\xi_i^{(k)}\right)^2\right\}\\&=\max\left\{0,\lambda_i^{(k)}+t_i^{(k)}g_i(\boldsymbol{x}^{(k)})\right\}\end{aligned} \tag{B-15}$$

となる。

以上より、拡張ラグランジュ乗数法のアルゴリズムは以下のような流れになる。

Step 1. $0\le\boldsymbol{\lambda}^0\in\boldsymbol{R}^m,\ \boldsymbol{\mu}^0\in\boldsymbol{R}^l,\ 0\le\boldsymbol{t}^0\in\boldsymbol{R}^m,\ 0\le\boldsymbol{\gamma}^0\in\boldsymbol{R}^l,$
$\alpha>1,\ \beta\in(0,1),\ \varepsilon>0,\ c^0=\infty,\ k=0$ とする。 $\boldsymbol{x}_0$ とする。

Step 2. $L_{\{t^k,\gamma^k\}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\lambda}^k,\boldsymbol{\mu}^k)$ の無制約最適化を行って、その解を $\boldsymbol{x}^k$ とする。

Step 3.

$$I_1=\left\{i\left\|\max\left\{g_i(\boldsymbol{x}^k),-\frac{\lambda_i^k}{t_i^k}\right\}\right|>\beta c^k,\ \ i=1,...,m\right\}$$

$$I_2=\left\{j\left\|h_j(\boldsymbol{x}^k)\right|>\beta c^k,\ \ j=1,...,l\right\}$$

とする。

$$\max_i \left| \max\left\{ g_i(\boldsymbol{x}^k), -\frac{\lambda_i^k}{t_i^k} \right\} \right| > c^k \quad \text{or} \quad \max_j \left| h_j(\boldsymbol{x}^k) \right| > c^k$$

ならば
$\lambda^{k+1} = \lambda^k$, $\mu^{k+1} = \mu^k$, $c^{k+1} = c^k$
とおいて Step 6 に行く。さもなくば Step 4 に行く。

Step 4.

$$c^{k+1} = \max\left[\max_i \left\| \max\left\{ g_i(\boldsymbol{x}^k), -\frac{\lambda_i^k}{t_i^k} \right\} \right|, \ \max_j \left| h_j(\boldsymbol{x}^k) \right| \right]$$

と置く。
$c^{k+1} \le \varepsilon$ ならばストップ。

Step 5. $\lambda_i^{k+1} = \max\left\{0, \lambda_i^k + t_i^k g_i(\boldsymbol{x}^k)\right\}, \quad i = 1,\ldots,m$

$$\mu_j^{k+1} = \mu_j + \gamma_j^k h_j(\boldsymbol{x}^k), \quad j = 1,\ldots,l$$

とする。

Step 6.

$$t_i^{k+1} = \alpha t_i^k, \ i \in I_1; \ t_i^{k+1} = t_i^k, \ i \notin I_1$$
$$\gamma_j^{k+1} = \alpha \gamma_j^k, \ j \in I_2; \ \gamma_j^{k+1} = \gamma_j^k, \ j \notin I_2$$

とおく。k=k+1 とおいて、Step 2 へ行く。

本論文中では、各パレメータの初期値として以下の値を用いている。

$$0 \le \boldsymbol{\lambda}^0 = \boldsymbol{\mu}^0 = 0, \ t_1^0 = \cdots = t_m^0 = \gamma_1^0 = \cdots = \gamma_m^0 = 10, \ \alpha = 10, \ \beta = \frac{1}{4} \qquad \text{(B-16)}$$

無制約最適化アルゴリズムの部分には遺伝的アルゴリズムを用いている。拡張ラグランジュ乗数法の簡単なプローチャートを図 B-6 に示す。

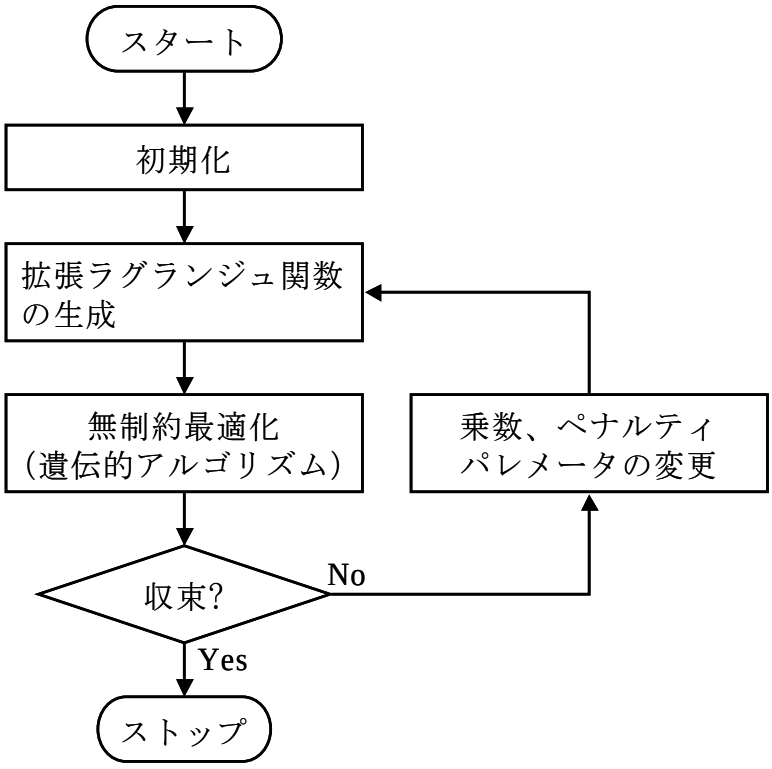


図 B-6　拡張ラグランジュ乗数法のプローチャート

参考文献

[1] Y. Yokose, V. Cingoski, K. Kaneda, H. Yamashita: “Shape Optimization of Magnetic Devices using Genetic Algorithms with Dynamically Adjustable Parameters,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.35, No.3, pp.1686-1689 (1999)

[2] Y. H. Oh, T. K. Chung, M. K. Kim, H. K. Jung: “Optimal Design of Electric Machine using Genetic Algorithms Coupled with Direct Method,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.35, No.3, pp.1742-1745 (1999)

[3] D. Y. Jeon, D. Kim, S. Y. Hahn, G. Cha: “Optimum Design of Linear Synchronous Motor using Evolution Strategy Combined with Stochastic FEM,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.35, No.3, pp.1734-1737 (1999)

[4] K. R. Davey: “Use of Tensor Product Splines in Magnet Optimization,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.35, No.3, pp.1714-1717 (1999)

[5] S. B. Yoon, I. S. Jung, D. S. Hyun, J. P. Hung, Y. J. Kim: “Robust Shape Optimization of Electromechanical Devices,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.35, No.3, pp.1710-1713 (1999)

[6] I. G. Kwak, Y. W. Ahn, S. Y. Hahn, I. H. Park: “Shape Optimization of Electromagnetic Devices usingHigh Order Derivatives,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.35, No.3, pp.1726-1729 (1999)

[7] W. R. Horsfield: “SORTING DEVICE,” 米国特許第 1959238 号 (1930)

[8] Seed Techology Laboratory Mississippi State University: “Seed Processing and Handling,” Handbook No.1, pp.186-195 (1968)

[9] 佐竹利彦: “近代精米技術に関する研究,” 東大出版, pp.49-53 (1990)

[10] 佐竹覚, 伊藤隆文, 池田憲政: “粒状物色彩選別機および粒状物色彩選別機の制御方法,” 特開平 10-216650 号 (1997)

[11] 佐竹利彦: “色彩選別機の自動制御装置,” 特許第 1268743 号 (1978)

[12] 佐竹利彦: “色彩選別機の自動流量制御装置,” 特許第 1339799 号 (1979)

[13] 佐竹利彦: “色彩選別機の自動流量制御装置,” 特許第 1249815 号 (1979)

[14] 佐竹利彦: “色彩選別機の故障診断装置,” 特許第 1591658 号 (1982)

[15] 佐竹覚, 伊藤隆文, 池田憲政: “穀粒色彩選別装置,” 特開平 07-155702 号 (1993)

[16] 佐竹覚: “米の高性能分光選別機に関する開発研究,” 博士論文(東京大学) (2000)

[17] 佐竹覚: “米の分光選別機の開発と設計,” 農業機械学会 (2001)

[18] 佐竹覚, 福森武: “高性能色彩選別機の開発,” 日本醸造協会誌, Vol.96, No.10, pp.688-695 (2001)

[19] 福森武, 金本繁晴, 伊藤隆文, 池田憲政: “穀粒の高性能色彩選別機の開発,” 農林水産技術研究ジャーナル, Vol.27, No.2, pp.8-12 (2004)

[20] 佐竹覚, 金本繁晴: “米用色彩選別機分離部の最適設計(第 1 報) : 高速応答性電磁バルブの開発(Optimum Design for Sorting Section of Rice Color Sorter (Part 1) : Development of Electromagnetic Valve with High-speed Responsiveness),” 農業機械学会誌, Vol.63, No.3, pp.90-93 (2001)

[21] 佐竹覚, 金本繁晴: “米用色彩選別機分離部の最適設計(第 2 報) : 噴射ノズルの解析(Optimum Design for Sorting Section of Rice Color Sorter (Part 2) : Analysis on Ejector Nozzle),” 農業機械学会誌, Vol.63, No.3, pp.94-98 (2001)

[22] 山崎克巳: “スロット高調波と回転磁界を考慮した回転機損失の算定法に関する検討,” 電気学会研究会資料 SA-01-38, RM-01-100, pp.67-72 (2001)

[23] 山崎克巳: “固定子及び回転子の高調波電磁界を考慮した誘導電動機の損失算定,” 電気学会論文誌 D 分冊, 123 巻 4 号, pp.392-400 (2003)

[24] 大西拓馬, 高橋則雄: “有限要素法と最適化手法を併用した IPM モータの設計法の検討,” 電気学会論文誌 D 分冊, 121 巻 3 号, pp.397-402 (2001)

[25] 細川佳寛, 野口総, 山下英生, 谷本茂也: “永久磁石モータの効率最適化設計に関する一手法―GA･SA を用いた最適化設計手法―,” 電気学会論文誌 D 分冊, 121 巻 2 号, pp.171-177 (2001)

[26] Z. J. Cendes, D. N. Shenton: “Adaptive mesh refinement in the finite element computation of magnetic fields,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.21, pp.1811-1816 (1985)

[27] 廣安知之, 三木光範, 渡邉真也, 畠中一幸: “多目的分散遺伝的アルゴリズムにおけるシェアリング, 収束判定, 及び解の評価手法の検討,” 同志社大学理工学研究報告, 第 40 巻, 第 4 号 (2000)

[28] 三宮信夫, 喜多一, 玉置久, 岩本貴司: “遺伝アルゴリズムと最適化,” 朝倉書店 (1998)

[29] 玉置久, 森正勝, 荒木光彦: “遺伝的アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法,” 計算自動制御学会論文集, Vol.31, No.8, pp.1185-1192 (1995)

[30] 比屋根一雄: “並列遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化問題のパレート最適解集合の生成法と定量的評価法,” 第 9 回自律分散システムシンポジウム, 計算自動制御学会, pp.295-300 (1997)

[31] 鈴木光男: “新ゲーム理論,” 勁草書房 (1994)

[32] 鈴木光男: “ゲーム理論入門,” 共立出版株式会社 (2003)

[33] 坂和正敏, 石井博昭, 西﨑一郎: “ソフト最適化,” 朝倉書店 (1995)

[34] N. Belheine, J. -P. Plassiard, F. -V. Donze, F. Darve, A. Seridi: “Numerical simulation of drained triaxial test using 3D discrete element modeling,” Computers and Geotechics, Volume 36, Issues 1-2, pp.320-331 (2009)

[35] 酒井幹夫: “粉体の数値シミュレーション,” 丸善出版 (2012)

[36] 大槻敏, 楠見晴重, 松岡俊文: “3 次元個別要素法による岩盤斜面の滑り崩壊シミュレーション解析,” 第 36 回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, (社) 土木学会, No.35 (2007)

[37] 表真也, 岡田慎哉, 石川博之, 日下部祐基, 伊東桂彦: “個別要素法を用いた落石シミュレーションに関する数値解析的検討,” 寒地土木研究所月報, No.659 (2008)

[38] P. A. Cundall, O. D. L. Strack: “A Discrete Numerical Model for Granular Assembles,” Geotechnique, 29, No.1, pp.47-65 (1979)

[39] H. Hertz: “On the Contact of Elastic Solids,” J. Reine Angew. Math. 92, pp.156-171 (1881)

[40] R. D. Mindlin, H. Deresiewicz: “Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces,” Journal of Applied Mechanics, ASME Transactions, Vol.20, pp.327-344 (1953)

[41] R. D. Mindlin: “Compliance of Elastic Bodies in Contact,” Journal of Applied Mechanics, ASME Transactions, Vol.16, pp.259-268 (1949)

[42] T. Matsushima, H. Saomoto: “Discrete Element Modeling for Irregularly-Shaped Sand Grains,” in Proceedings of NUMGE2002: Numerical Methods in

Geotechnical Engineering, pp.239-246 (2002)

[43] M. Price, V. Murariu, G. Morrison: “Sphere Clump Genera-tion and Trajectory Comparison for Real Particles,” in Pro-ceedings of 5th International Conference on Discrete Element Methods, pp.239-246 (2007)

[44] X. Garcia, J. P. Latham, J. Xiang, J. Harrison: “A clustered overlapping sphere algorithm to represent real particles in discrete element modelling,” Geotechnique, 59, No.9, pp.779-784 (2009)

[45] 土倉泰, 岸野佑次, 佐武正雄: “粒状要素法による粒状体の 3 次元変形機構の解析,” 土木学会論文集, No. 435/III-16, pp. 111-120, (1991)

[46] O. D. Neikov, S. S. Naboychenko, G. Dowson: “Handbook of Non-Ferrous Metal Powders: Technologies and Applications,” Elsevier Science, USA, pp.39 (2009)

[47] 松倉公憲, 恩田裕一: “安息角: 定義と測定法にまつわる諸問題,” 筑波大学水理実験センター報告, 13 号, pp.27-35 (1989)

[48] 伊藤隆文, 宮本知幸: “光学式選別機用シュート,” 特許公開 2013-043164, (2013)

[49] 福森武, 伊藤隆文, 宮本知幸: “光学式選別機用シュート,” 特許公開 2013-000684, (2013)

[50] M. Muller, D. Charypar, M. Gross: “Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications,” Eurographics/SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, (2003)

[51] K. Raveendran, C. Woitan, G. Turk: “Hybrid Smoothed Particle Hydrodynamics,” ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, Vol.46, pp.33-42 (2011)

[52] R. A. Gingold, J. J. Monaghan: “Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics,” Journal of Computational Physics, Vol.46, pp.429-453 (1982)

[53] K. Raveendran, C. Wojtan, G. Turk, “Hybrid smoothed particle hydrodynamics,” SCA '11 Proceedings of the 2011 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, pp.33-42 (2011)

[54] M. Desbrun, M. -P. Gascuel: “Smoothed particles: a new paradigm for animating highly deformable bodies,” Proceedings of the Eurographics workshop on Computer animation and simulation '96, pp.61-76 (1996)

[55] J. J. Monaghan: “Smoothed Particle Hydrodynamics,” Annual Review of

Astronomy and Astrophysics, 30, pp543-574 (1992)

[56] M. Becker, M. teschner: “Weakly compressible SPH for free surface flows,” SCA '07 Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation, pp.209-217 (2007)

[57] S. Shao, E. Y. M. Lo: “Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface,” Advances in Water Resources, Volume 26, Issue 7, pp.787-800 (2003)

[58] 越塚 誠一: “粒子法シミュレーション 物理ベース CG 入門,” 培風館 (2008)

[59] 越塚 誠一: “計算力学レクチャーシリーズ 粒子法,” 丸善出版 (2008)

[60] 酒井譲, 楊宗億, 丁泳鑵: “SPH 法による非圧縮粘性流体解析手法の研究,” 日本機械学会論文集(B 編), 70 巻, 666 号, pp.47-54 (2004)

[61] J. J. Monaghan: “Simulating Free Surface Flows with SPH,” Journal of Computational Physics 110, pp.399-406 (1994)

[62] 流れの可視化学会編: “流れの可視化ハンドブック,” 朝倉書店 (1986)

[63] 種子田定俊: “画像から学ぶ流体力学,” 朝倉書店 (1988)

[64] W. Merzkirch: “Flow Visualization,” Academic Press (1987)

[65] J. V. Neumann, O. Morgenstern: “Theory Of Games And Economic Behavior,” Princeton University Press (1944)

[66] G. Owen: “Game Theory; Second Edition,” Academic Press (1998)

[67] P. R. Thie: “An Introduction to Linear Programming and Game Theory,” Wiley (1979)

[68] C. E. Lemke: “Bimatrix equilibrium points and mathematical programming,” Management Science, Vol.11, pp.681-689 (1965)

[69] M. Osborne and A. Rubinstein: “Bargaining and Markets,” Academic Press (1990)

[70] W. Thomson, “Cooperative Models of Bargaining,” Handbook of Game Theory with Economic Applications ed. by R. Aumann et al, vol.2, pp.1238-1284 (1992)

[71] J. Nash, “The Bargaining Problem,” Econometrica, 18, pp.155-162 (1950)

[72] 中山幹夫, 船木由喜彦, 武藤滋夫: “協力ゲーム理論,” 勁草書房 (2008)

[73] J. M. Bilbao: “Cooperative Games on Combinatorial Structures,” Kluwer Academic Publishers (2000)

[74] 西崎一郎、坂和正敏、片桐英樹、赤木崇泰、田中誠吾: “有限 *n* 人非協力ゲームの遺伝的アルゴリズムを用いた均衡解の計算方法,” 電子情報通信学会論文誌 A, Vol.J87-A, No.4, pp.509-516 (2004)

[75] 坂和正敏: “線形システムの最適化 <一目的から多目的へ>,” 森北出版 (1995)

[76] 北野宏明編: “遺伝的アルゴリズム,” 産業図書 (1993)

謝辞

本論文は、筆者が株式会社サタケ 技術本部 選別・計測グループに在籍中、北海道大学大学院 情報科学研究科 博士後期課程に入学し、光選別機の最適化設計における設計支援および実用化に関する研究をまとめたものである。本研究を遂行するにあたり、多くの方々にお世話になりました。ここに深く感謝の意を表します。

本論文をまとめるにあたり、終始暖かい激励とご指導、ご助言、ご検討を頂きました北海道大学大学院 情報科学研究科 野口聡准教授に心より深く感謝を申し上げます。野口先生には、広島大学大学院 情報工学研究科 博士課程前期の頃から今まで長きに渡り、数値解析、経済性最適化設計の研究に関しまして多くのご指導を頂きました。研究の進め方、考え方、まとめ方など研究の基礎から懇切丁寧にご教授して頂いたことに心より感謝申し上げます。

学位論文審査において、貴重なご指導とご助言を頂いた北海道大学大学院 情報科学研究科 五十嵐一教授、近野敦教授に心より感謝申し上げます。先生方のご助言により、本論文の完成度が高まりましたことに対し、重ねて御礼申し上げます。

また、社会人博士課程進学への機会とそのご理解とご支援、さらに、本研究の技術的サポートを頂きました株式会社サタケ 代表 佐竹利子博士ならびに同社副社長 福森武博士、取締役 松島秀昭博士、所属長 原正純グループ長に厚く御礼申し上げます。今後も会社ならびに社会に貢献できるよう努力して参ります。

さらに、本研究の遂行において、極めて有益なご指導とご助言を頂きました広島大学 山下英生名誉教授に深く感謝致します。また、研究に行き詰ったときや私生活におきましても有益なご指導、ご助言、ご検討を頂きました新居浜工業高等専門学校 松友真哉助手に深く感謝致します。

最後に、社会人博士課程進学を理解し、いつも暖かく見守って下さいました家族に心から感謝致します。さらに、常に私の心の支えとなり、苦楽を共に歩んでくれている妻 由美子と、いつも元気を与えてくれる長女 想徠、次女 望加、長男 暖土に心から感謝致します。

2014 年 3 月
宮本　知幸

研究業績

査読付学会誌等

[1] 宮本知幸, 野口聡: “数値シミュレーションを用いた光選別機の設計開発のための検討(A Case Study for Design and Development of an Optical Sorter Using Numerical Simulation Approach),” 日本シミュレーション学会論文誌, Vol.5, No.1, pp.1-9 (2013)

[2] 宮本知幸, 野口聡: “経済性を考慮した光選別機のイジェクターノズルの多目的最適化設計に関する検討(A Study on Multi-purposed Optimal Design of Ejector Nozzle of Optical Sorter for Productivity and Economic Efficiency Improvement),” 日本シミュレーション学会論文誌, Vol.5, No.4, pp.59-66 (2013)

査読付国際会議プロシーディング

[1] T. Miyamoto, S. Noguchi, S. Matsutomo: “A Numerical Study for Rice Using Distinct Element Method,” Proceedings of JSST 2012 International Conference on Simulation Technology, OS2-19, pp.116-120 (2012)

[2] T. Miyamoto, S. Noguchi, S. Matsutomo: “A Numerical Study for Air Flow from Ejector Nozzle of Sorting Machines Using Smoothed Particle Hydrodynamics,” Proceedings of JSST 2012 International Conference on Simulation Technology, OS2-2, pp.42-45 (2012)

[3] T. Miyamoto, S. Noguchi, S. Matsutomo: “Numerical Simulation and Experimental Verification for Rice Using Distinct Element Method,” Proceedings of Asia Simulation Conference & The International Conference on System Simulation and Scientific Computing 2012, pp.472-479 (2012)

[4] T. Miyamoto, S. Noguchi: “A Technique for Selecting A Rational Solution to Multi-purposed Design of Ejector Nozzle of Optical Sorter by Using Game Theory,” Proceedings of JSST 2013 International Conference on Simulation Technology, USB-Memory (2013)

その他、論文および講演

[1] S. Matsutomo, T. Miyamoto, K. Kaneda, S. Noguchi, H. Yamashita, “An Error Evaluation Scheme Based on Rotation of Magnetic Field in Adaptive Finite Element Analysis,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.42, No.4, pp.567-570 (2006)

[2] 宮本知幸, 野口聡, 山下英生: “電磁機器の多目的最適化設計におけるゲーム理論を用いた解選択に関する検討(A Technique for Selecting An Optimal Solution among Pareto-optima of Multi-purposed Electromagnetic Apparatus Design using Game Theory),” 日本シミュレーション学会論文誌, Vol.26, No.2, pp.121-126 (2007)

[3] T. Miyamoto, S. Noguchi, H. Yamashita: “Selection of an Optimal Solution for Multi-objective Electromagnetic Apparatus Design based on Game Theory,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.44, No.6, pp.1026-1029 (2008)

[4] T. Miyamoto, S. Matsutomo, N. Terauchi, S. Noguchi, H. Igarashi: “Clarification of the Rational Solution Obtained from Game Theory in Multipurposed Optimization Problem,” The International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol.43, Nos.1-2, pp.3-11 (2013)

[5] S. Matsutomo, T. Miyamoto, K. Kaneda, H. Yamashita, S. Noguchi: “An Error Evaluation Scheme based on Rotation of Magnetic Field in Adaptive Finite Element Analysis,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol.42, No.4, pp.567-570 (2006)

[6] T. Miyamoto, K. Kaneda, S. Noguchi, H. Yamashita: “A Technique for Selecting An Optimal Solution from among Pareto-optima of Multi-purposed Electromagnetic Apparatus Design based on Game Theory,” CEFC2006 Digest Book(The Twelftht Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Miami, Florida, USA, April 30th-May 3rd, 2006), PB5-2, pp.120 (2006)

[7] T. Miyamoto, S. Matsutomo, K. Kaneda, H. Yamashita, S. Noguchi: “An Optimal Design Method for High-Frequency Dielectric Heating Device,” The 12th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics (ISEM2005 Bad Gastein, 12-14 Sept. 2005), P5-14, pp.204-205 (2005)

[8] S. Matsutomo, T. Miyamoto, T. Yanagawa, S. Noguchi, H. Yamashita, K. Kaneda: “A New Error Estimation Scheme in Adaptive Finite Element Analysis,” 49 Annual Conference on Magnetism & Magnetic Materials ABSTRACTA(Jacksonville, Florida, Nov.7-11, 2004), GS-09, pp.385(2004)

[9] 宮本知幸, 金田和文, 野口聡, 山下英生: “3 次元有限要素法による複写機用

誘導加熱定着ローラの特性評価に関する検討,” 平成 16 年電気・情報関連学会中国支部第 55 回連合大会 講演論文集, pp.466 (2004)

[10] 松友真哉, 宮本知幸, 野口聡, 山下英生, 金田和文: “3 次元磁場解析におけるアダプティブ有限要素法の検討,” 平成 16 年度電気学会回転機・静止器合同研究会, SA-05-3, RM-05-3, pp.13-18 (2005)

[11] 松友真哉, 宮本知幸, 野口聡, 山下英生, 金田和文: “3 次元磁場解析のためのアダプティブ有限要素法の検討,” 平成 17 年電気学会全国大会, pp.318 (2005)

[12] 宮本知幸, 野口聡, 山下英生, 金田和文: “3 次元有限要素法を用いた複写機用誘導加熱定着ローラの回転を模擬した特性評価,” 平成 17 年電気学会全国大会, pp.323 (2005)

[13] 宮本知幸, 金田和文, 野口聡, 山下英生: “電磁機器の多目的最適化設計におけるゲーム理論に基づく解選択手法の検討,” 平成 17 年電気・情報関連学会中国支部第 56 回連合大会 講演論文集, pp.482 (2005)

[14] 宮本知幸, 金田和文, 野口聡, 山下英生: “電磁機器の多目的最適化設計におけるゲーム理論を用いた解選択手法に関する検討,” 平成 17 年度電気学会回転機・静止器合同研究会, SA-06-7, RM-06-7, pp.33-37 (2006)