HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	DIE KRÜMMUNGSTHEORIE IM KAWAGUCHI. SCHEN RAUME DER ORDNUNG 2
Author(s)	Hokari, Shisanji
Citation	Journal of the Faculty of Science Hokkaido Imperial University. Ser. 1 Mathematics, 7(3-4), 095-147
Issue Date	1939
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/55941
Type	departmental bulletin paper
File Information	JFSHIU_07_N3-4_095-147.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

DIE KRÜMMUNGSTHEORIE IM KAWAGUCHISCHEN RAUME DER ORDNUNG 2

Von

Shisanji HOKARI

EINLEITUNG

Seit einigen Jahren hat die Theorie des KAWAGUCHIschen Raumes durch die Untersuchungen von A. KAWAGUCHI, H. HOMBU, J. L. SYNGE, H. V. CRAIG usw. eine progressive Entwickelung gemacht[1]; insbesondere ist die intrinseke Theorie (bei der Parametertransformation) der Übertragung im KAWAGUCHIschen Raume $K_n^{(2)}$ der Ordnung 2 im letzten Jahr von Herrn Prof. A. KAWAGUCHI auf Grund des Gebrauches von Linienelementen der Ordnung 3 aufgebaut worden[2] und noch etwas später die allgemeine intrinseke Theorie der Übertragung im KAWAGUCHIschen Raume $K_n^{(m)}$ der höheren Ordnung m auf Grund des Gebrauches von Linienelementen der Ordnung $2m-1$[3]. Den KAWAGUCHIschen Satz[4] anwendend, ist noch dazu die symmetrische, metrische Übertragung, was natürlich intrinsek ist, im KAWAGUCHIschen Raume durch die regelmässige Gestalt angegeben worden[5].

Nun hat schon H. HOMBU die Krümmungstheorie im FINSLERschen Raume entwickelt, indem er die verallgemeinerten D-Symbolik zweier Arten in vollständiger und prägnanter Gestalt vorgelegt hat[6]. Mit

(1) Siehe das Literaturverzeichnis von A. KAWAGUCHI, Die Differentialgeometrie höherer Ordnung I; diese Arbeit wird in diesem Journal bald publiziert.

(2) A. KAWAGUCHI, Theory of Connections in a KAWAGUCHI Space of Order Two, Proc. Imp. Acad., Tokyo, 13 (1937), S. 183-186.

(3) A. KAWAGUCHI, Theory of Connections in a KAWAGUCHI Space of Higher Oder, ibid., S. 237-240.

(4) A. KAWAGUCHI, Beziehung zwischen einer metrischen linearen Übertragung und einer nichtmetrischen in einem allgemeinen metrischen Raume, Proceedings, Amsterdam, 40 (1937), S. 596-601.

(5) S. HOKARI, Eine symmetrische, metrische Übertragung im KAWAGUCHIschen Raume der Ordnung zwei, Japanese Jour. of Math., 15 (1938), S. 129-137.

(6) H. HOMBU, Die Krümmungstheorie im FINSLERschen Raume, Jour. Fac. Sci., Hokkaido Imp. Univ., Ser. I, 5 (1936), S. 67-94.

Rücksicht der Krümmungstheorie im RIEMANNschen Raume[1] und FINSLERschen möchten wir uns in der vorliegenden Arbeit mit der Krümmungstheorie im KAWAGUCHIschen Raume der Ordnung 2 beschäftigen; und zu diesem Zwecke müssen wir genaue Definition des Unterraumes einführen, d.h. wenn man mit $m(<n)$ eine positive ganze Zahl bezeichnet, wird ein m-dimensionaler Unterraum $K_m^{(2)}$ im n-dimensionalen vorgegebenen KAWAGUCHIschen Raume $K_n^{(2)}$, ganz analog wie der Fall des FINSLERschen Raumes, als Ort seiner tangierenden Linienelemente betrachtet.

Da der KAWAGUCHIsche Raume $K_m^{(2)}$ *metrisch* ist, so soll die metrische Übertragung in der Entwickelung der Krümmungstheorie eingeführt werden (§ 2). In der Krümmungstheorie von $K_m^{(2)}$ in $K_n^{(2)}$ tritt wie im FINSLERschen Raum die Unbequemlichkeit ein, dass die intrinseke Übertragung in $K_m^{(2)}$ nicht im allgemeinen aus der Übertragung in $K_m^{(2)}$ durch die Projektionsmethode in eine pseudonormale Richtung erhalten wird (§§ 3, 4), und dazu, dass die kovarianten partiellen Ableitungen, die der induzierten Übertragung in $K_m^{(2)}$ zugehörig sind, nicht als die $K_m^{(2)}$-Komponenten der kovarianten Ableitungen in der Übertragung von $K_n^{(2)}$ definiert werden sollen (§ 5). Da es die $\overset{j}{D}_b$-Ableitungen ($j = 0, 1, 2, 3$) vierer Arten gibt, so werden vier Krümmungsaffinoren $\overset{j}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}$ definiert (§ 6) und die verallgemeinerten FRENETschen Gleichungen erster Art aufgestellt (§ 7), welche ganz analoge Gestalt wie FRENETsche Gleichungen im FINSLERschen Raume haben. Die Integrabilitätsbedingungen dieser Gleichungen, die die Gleichungen von GAUSS, CODAZZI und RICCI umfassen, werden abgeleitet (§ 8); aber, da sie in viele Fälle zerlegt werden und zwar etwas kompliziert sind, lassen sich der Kürze halber hier nur die hauptsächlichen Bedingungen ausdrücklich darstellen. Die $\overset{0}{D}_b$-Ableitung $\overset{0}{D}_b x^\nu$ und ihre sukzessive Ableitungen hängen offenbar von $\dfrac{\partial x^\nu}{\partial y^b}$ und sukzessiven gewöhnlichen partiellen Differentialquotienten der Parameterdarstellung von X_m ab; mithin kann man die verallgemeinerten FRENETschen Gleichungen zweiter Art unter Verwendung der $\overset{0}{D}_b$-Ableitungen nur ausstellen (§ 9). Die FRENETschen Gleichungen zweiter Art sind einfacher als die der ersten.

(1) J. A. SCHOUTEN und E. R. VAN KAMPEN, Zur Einbettungs- und Krümmungstheorie nichtholonomer Gebilde, Math. Annalen, 103 (1930), S. 752-783; Über die Krümmung einer V_m in V_n; eine Revision der Krümmungstheorie, ibid., 105 (1930), S. 144-159.

§ 1. Allgemeines.

1. In einem n-dimensionalen KAWAGUCHIschen Raume $K_n^{(2)}$, deren Urvariablen mit $x^\nu, \lambda, \ldots, \rho = 1, 2, \ldots, n$ bezeichnet werden, sei eine m-dimensionale Mannigfaltigkeit X_m, $m < n$, mit den Urvariablen y^a *eingebettet* mittels der Parametergleichungen

$$(1.1) \qquad x^\nu = x^\nu(y^{a_1}, \ldots, y^{a_m}), \qquad a, \ldots, g = a_1, \ldots, a_m,$$

wo die Funktionen $x^\nu(y^a)$ hinreichend oft stetig differenzierbar sind und die y^a sich dann als holonome Koordinaten in der X_m auffassen lassen.

Bekanntlich wird die X_n zu der Mannigfaltigkeit $K_n^{(2)}$ der Linienelemente zweiter Ordnung erweitert und mit der nichtmetrischen Übertragung oder metrischen in bezug auf den zu dem Linienelemente dritter Ordnung abhängenden Fundamentaltensor

$$(1.2) \qquad g_{\lambda\mu} = 2F^3 F_{(2)\lambda(2)\mu} + \overset{1}{\mathfrak{F}}_\lambda \overset{1}{\mathfrak{F}}_\mu + \overset{2}{\mathfrak{F}}_\lambda \overset{2}{\mathfrak{F}}_\mu$$

ausgestattet[1]. Wenn die Linienelemente $(y^a, y^{(1)a}, y^{(2)a})$ zweiter Ordnung und $(x^\nu, x^{(1)\nu}, x^{(2)\nu})$ in dem Koordinatensystem (y^a) bzw. (x^ν) wegen (1.1) sich miteinander durch die Beziehungen

$$(1.3) \qquad x^{(1)\nu} = \frac{\partial x^\nu}{\partial y^a} y^{(1)a}, \quad x^{(2)\nu} = \frac{\partial x^\nu}{\partial y^a} y^{(2)a} + \frac{\partial^2 x^\nu}{\partial y^a \partial y^b} y^{(1)a} y^{(1)b}$$

verbinden, so werden sie wie üblich benannt, so dass die Linienelemente $(y^a, y^{(1)a}, y^{(2)a})$ zu der X_m tangieren: demgemäss ist die $K_m^{(2)}$, die Erweiterung von der X_m, ein Unterraum von $K_n^{(2)}$, dessen Linienelement zu der X_m tangiert.

Wie üblich vermitteln die $\binom{\nu}{a}$-Bestimmungszahlen im Range von m, des Einheitsaffinors B von X_m

$$(1.4) \qquad B_a^\nu = \frac{\partial x^\nu}{\partial y^a}$$

die Beziehungen zwischen den $K_m^{(2)}$- und den $K_n^{(2)}$-Bestimmungszahlen eines kontravarianten Vektors, d.h. jedem kontravarianten Vektor v^a der $K_m^{(2)}$ ist in eindeutiger Weise ein kontravarianter Vekter der $K_n^{(2)}$ zugeordnet:

---

(1) $\overset{0}{\mathfrak{F}}_\mu$, $\overset{1}{\mathfrak{F}}_\mu$ und $\overset{2}{\mathfrak{F}}_\mu$ sind alle intrinsek; siehe A. KAWAGUCHI, a.a.O., (2).

$$v^\nu = B_a^\nu v^a \,. \tag{1.5}$$

Ist $F(x^\nu, x^{(1)\nu}, x^{(2)\nu})$ Massfunktion in $K_n^{(2)}$, so lässt sich unmittelbar die KAWAGUCHIsche Metrik in $K_m^{(2)}$ induzieren, und dazu noch der Fundamentaltensor $'g_{ab}$ von $K_m^{(2)}$, welcher der Beziehung

$$'g_{ab} = B_{ab}^{\lambda\mu} g_{\lambda\mu} \tag{1.6}$$

genügt, bilden, da man sich leicht überzeugt, dass für die SYNGEschen Vektoren $'\overset{0}{\mathfrak{E}}_a$, $'\overset{1}{\mathfrak{E}}_a$ und $'\overset{2}{\mathfrak{E}}_a$ besteht

$$'\overset{p}{\mathfrak{E}}_a = B_a^\nu \overset{p}{\mathfrak{E}}_\nu \,, \qquad p = 0, 1, 2, \tag{1.7}$$

wo $B_{ab}^{\lambda\mu}$ abkürzend für $B_a^\lambda B_b^\mu$ eingeführt ist.

2. Wenn in jedem Linienelemente von $K_m^{(2)}$ eine bestimmte pseudonormale $(n-m)$-Richtung E_n^{n-m} und somit die $\binom{a}{\nu}$-Bestimmungszahlen B_λ^a des Einheitsaffinors B angegeben werden, so heisst es, dass die $K_m^{(2)}$ in $K_n^{(2)}$ mit der Übertragung *eingespannt* ist. Dabei hat E_n^{n-m} mit der tangierenden m-Richtung von X_m (der lokalen E_m) keine Richtung gemeinsam. Diese $\binom{a}{\lambda}$-Bestimmungszahlen B_λ^a von B leiten sich aus $'g_{ab}$ ab:

$$B_\lambda^a = 'g^{ab} B_b^\mu g_{\lambda\mu} \,, \tag{1.8}$$

die die Beziehungen zwischen den $K_m^{(2)}$- und den $K_n^{(2)}$-Bestimmungszahlen eines kovarianten Vektors in $K_m^{(2)}$ vermitteln:

$$w_\lambda = B_\lambda^a w_a \,. \tag{1.9}$$

Es treten aus B_λ^a die $\binom{\lambda}{\nu}$-Bestimmungszahlen des Einheitsaffinors auf, d.h.

$$B_\nu^\lambda = B_a^\lambda B_\nu^a \,. \tag{1.10}$$

Wenn man den Einheitsaffinor in E_n^{n-m} mit C bezeichnet, so ist der Zusammenhang zwischen A, B und C gegeben durch die Formel

$$A_\nu^\lambda = B_\nu^\lambda + C_\nu^\lambda \,. \tag{1.11}$$

Für den Fall, dass v^λ bzw. w_μ in $K_m^{(2)}$ liegt und also ein Vektor $'v^a$ bzw. $'w_b$ in $K_m^{(2)}$ existiert, der der Gleichung (1.5) bzw. (1.9) genügt, liefert nun

(1.12) a) $'v^a = B^a_\lambda v^\lambda$ bzw. b) $'w_b = B^\mu_b w_\mu$

das Mittel, diesen Vektor in v^λ bzw. w_μ auszudrücken. Liegt v^λ bzw. w_μ nicht in $K^{(2)}_m$, so lässt sich mit Hilfe von (1.12 a) bzw. (1.12 b) ein Vektor $'v^a$ bzw. $'w_b$ konstruieren, dessen Bestimmungszahlen $'v^\lambda$ bzw. $'w_\mu$ aus (1.5) bzw. (1.9) folgen. v^λ bzw. w_μ lässt sich zerlegen in eine Komponente $'v^\lambda$ bzw. $'w_\mu$, die in $K^{(2)}_m$ liegt, und in eine andere Komponente $''v^\lambda$ bzw. $''w_\mu$, die in der $(n-m)$-Richtung der Einspannung liegt bzw. die m-Richtung der pseudonormalen Richtung enthält:

$$(1.13)\quad \begin{cases} v^\lambda = 'v^\lambda + ''v^\lambda, & 'v^\lambda = B^\lambda_\nu v^\nu, & ''v^\lambda = C^\lambda_\nu v^\nu, \\ w_\mu = 'w_\mu + ''w_\mu, & 'w_\mu = B^\nu_\mu w_\nu, & ''w_\mu = C^\nu_\mu w_\nu. \end{cases}$$

Aus der Gleichung (1.8), die die Orthogonalität der Einspannung zum Ausdruck bringt, folgen dann vermöge (1.11) und (1.6)

$$(1.14)\qquad B^a_\lambda C^\nu_\mu g^{\lambda\mu} = 0 \quad \text{und} \quad B^\lambda_a C^\mu_\nu g_{\lambda\mu} = 0 .$$

§ 2. Die metrische Übertragung.

3. Die Übertragung[1], die von A. KAWAGUCHI anfangs ermittelt wurde, ist intrinsek (bei der Parametertransformation) aber nicht metrisch, d.h.

$$(2.1)\qquad \delta v^\nu = dv^\nu + \sum_{p=0}^{2} \overset{p}{\Gamma}{}^\nu_{\lambda\mu} v^\lambda dx^{(p)\mu}, \qquad \delta g_{\lambda\mu} \neq 0 ,$$

indessen ist es bemerkenswert, dass sich mit Hilfe vom KAWAGUCHIschen Satze, der im allgemeinen die metrische Übertragung beherrscht, ohne Mühe diese Unbequemlichkeit verbessern lässt, und man erhält demnach die Parameter der metrischen Übertragung[2]:

$$(2.2)\qquad L^\nu_\mu = \sum_{p=0}^{2} \overset{p}{\Gamma}{}^\nu_{\mu\lambda} dx^{(p)\lambda} + \frac{1}{2} g^{\nu\lambda} \delta g_{\lambda\mu} ,$$

wo L^ν_μ bestimmte PFAFFsche Ausdrücke in bezug auf $dx^{(3)\lambda}$, $dx^{(2)\lambda}$, $dx^{(1)\lambda}$ und dx^λ sind. Wenn man so ausdrückt, dass

$$L^\nu_\mu = \sum_{p=0}^{3} \overset{p}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} dx^{(p)\lambda} ,$$

(1) Siehe A. KAWAGUCHI, a.a.O., (2) und (3).

(2) Siehe A. KAWAGUCHI, a.a.O., (3) oder S. HOKARI, a.a.O., (5).

dann gilt infolge (2.2)

$$\overset{p}{L}{}^{\nu}_{\mu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\nu\rho}(g_{\rho\mu(p)\lambda} + g_{\sigma\rho}\overset{p}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\lambda} - g_{\mu\sigma}\overset{p}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\rho\lambda}),$$

$$\overset{3}{L}{}^{\nu}_{\mu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\nu\rho}g_{\rho\mu(3)\lambda}, \qquad (p = 0, 1, 2). \tag{2.3}$$

Die bei der Parametertransformation intrinseken Grundübertragungen im KAWAGUCHIschen Raume $K_n^{(m)}$ der Ordnung m sind kürzlich von A. KAWAGUCHI in prägnanter Gestalt angegeben worden. Wir schreiben sie hier für $m = 2$ ausführlich, da wir sie in dieser Arbeit oft anwenden werden:

$$\begin{aligned}
\overset{1}{F}\overset{1}{G}{}^{\lambda} &= N^{\lambda}_{\mu}dx^{(1)\mu} + \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}dx^{\mu}, \\
F^2\overset{2}{G}{}^{\lambda} &= N^{\lambda}_{\mu}dx^{(2)\mu} + \sum_{p=0}^{1}\overset{p}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}dx^{(p)\mu}, \\
F^3\overset{3}{G}{}^{\lambda} &= N^{\lambda}_{\mu}dx^{(3)\mu} + \sum_{p=0}^{2}\overset{p}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}dx^{(p)\mu},
\end{aligned} \tag{2.4}$$

wo $\overset{p}{G}{}^{\lambda}$ $(p = 1, 2, 3)$ alle intrinseke (bei der Parametertransformation) kontravariante Vektoren sind, die von Linienelementen dritter Ordnung abhängen, und

$$\begin{aligned}
\overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} &= \frac{1}{3}F^3g^{\lambda\nu}(\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(2)\mu} + 3\Phi\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(3)\mu}), \\
\overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} &= \frac{1}{3}F^3g^{\lambda\nu}(\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(1)\mu} + \Phi\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(2)\mu} + \Psi\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(3)\mu}), \\
\overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} &= \frac{1}{3}F^3g^{\lambda\nu}(2\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(2)\mu} + 3\Phi\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(3)\mu}), \\
\overset{p}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} &= F^3g^{\lambda\nu}(\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\nu(p)\mu} - \overset{p}{\Gamma}{}^{\rho}_{\nu\mu}\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\rho}) \qquad \text{für} \quad p = 0, 1, 2, \\
N^{\lambda}_{\mu} &= A^{\lambda}_{\mu} + F^{-1}x^{(1)\lambda}\overset{1}{\mathfrak{F}}_{\mu}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

gesetzt sind.

Bezeichnen wir mit $\overset{0}{\nabla}, \overset{1}{\nabla}, \overset{2}{\nabla}, \overset{3}{\nabla}$ die sogenannten kovarianten partiellen Ableitungen vierer Arten, so gelten für einen intrinseken kontravarianten Vektor v^{ν} (1):

(1) Man vergleiche mit der symmetrischen Übertragung und den zu ihr gehörenden kovarianten partiellen Ableitungen von S. HOKARI, a.a.O., (5).

$$
\begin{aligned}
&\overset{0}{\nabla}_\mu v^\nu = v^\nu_{(0)\mu} - v^\nu_{(1)\lambda} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} - v^\nu_{(2)\lambda} \overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} - v^\nu_{(3)\lambda} \overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + \overset{(0)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} v^\lambda ,\\
&\overset{1}{\nabla}_\mu v^\nu = F(v^\nu_{(1)\mu} - v^\nu_{(2)\lambda} \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} - v^\nu_{(3)\lambda} \overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} v^\lambda) ,\\
&\overset{2}{\nabla}_\mu v^\nu = F^2(v^\nu_{(2)\mu} - v^\nu_{(3)\lambda} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} v^\lambda) ,\\
&\overset{3}{\nabla}_\mu v^\nu = F^3(v^\nu_{(3)\mu} + \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} v^\lambda) .
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

Dabei sind

$$
\begin{aligned}
&\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} = \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} , \qquad \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} = \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} , \qquad \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} = \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} ,\\
&\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} = \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} - \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\nu} \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\nu}_{\mu} , \qquad \overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} = \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} - \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\nu} \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\nu}_{\mu} ,\\
&\overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} = \overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} - \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\nu} \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\nu}_{\mu} - \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\nu} \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\nu}_{\mu} + \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\nu} \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\nu}_{\omega} \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\omega}_{\mu}
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

und

$$
\begin{aligned}
&\overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} = \overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} , \qquad \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} = \overset{2}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} - \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega} \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\omega}_{\mu} ,\\
&\overset{(1)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} = \overset{1}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} - \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega} \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\omega}_{\mu} - \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega} \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\omega}_{\mu} ,\\
&\overset{(0)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} = \overset{0}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} - \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega} \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\omega}_{\mu} - \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega} \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\omega}_{\mu} - \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega} \overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\omega}_{\mu} .
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

4. Man stösst bei der Bildung von kovarianten Differentialquotienten zweiter Ordnung auf die Krümmungsgrössen, d.h. zunächst für einen gewöhnlichen kontravarianten Vektor v^ν lautet:

$$
\begin{aligned}
2\overset{0}{\nabla}_{[\omega}\overset{0}{\nabla}_{\mu]} v^\nu = &- \underset{(0.0)}{K}{}^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{\omega\mu\lambda} v^\lambda + 2\overset{(0)}{L}{}^\lambda_{[\omega\mu]} \overset{0}{\nabla}_\lambda v^\nu + \underset{(0.0)}{S}{}^{\cdot\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} \overset{1}{\nabla}_\lambda v^\nu\\
&+ \underset{(0.0)}{T}{}^{\cdot\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} \overset{2}{\nabla}_\lambda v^\nu + \underset{(0.0)}{U}{}^{\cdot\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} \overset{3}{\nabla}_\lambda v^\nu ,
\end{aligned}
\tag{2.9a}
$$

wo man setzt

$$
\begin{aligned}
\underset{(0.0)}{K}{}^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{\omega\mu\lambda} = &\, 2\overset{(0)}{L}{}^\nu_{\lambda[\omega(0)\mu]} - 2\overset{(0)}{L}{}^\nu_{\rho[\omega} \overset{(0)}{L}{}^\rho_{|\lambda|\mu]} + 2\sum_{t=1}^{3} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega} \overset{(0)}{L}{}^\nu_{|\lambda|\mu](t)\rho} + F\underset{(0.0)}{S}{}^{\cdot\cdot\cdot\rho}_{\omega\mu} \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho}\\
&+ F^2 \underset{(0.0)}{T}{}^{\cdot\cdot\cdot\rho}_{\omega\mu} \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} + F^3 \underset{(0.0)}{U}{}^{\cdot\cdot\cdot\rho}_{\omega\mu} \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} ,
\end{aligned}
\tag{2.10a}
$$

die die Bestimmungszahlen der Krümmungsgrösse der betreffenden Übertragung sind, und in welcher überdies

$$F S^{\cdot\cdot\lambda}_{(0.0)\omega\mu} = 2\sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu](t)\rho} ,$$

$$F^2 T^{\cdot\cdot\lambda}_{(0.0)\omega\mu} = 2\sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega} \overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu](t)\rho} + F S^{\cdot\cdot\rho}_{(0.0)\omega\mu} \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho} ,$$

$$F^3 U^{\cdot\cdot\lambda}_{(0.0)\omega\mu} = 2\sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega} \overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\nu](t)\rho} + F S^{\cdot\cdot\rho}_{(0.0)\omega\mu} \overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho} + F^2 T^{\cdot\cdot\rho}_{(0.0)\omega\mu} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho} ,$$

wenn der Abkürzung halber $\overset{(t)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} = -\delta^{\lambda}_{\nu}$ für $t = 0, 1, 2$ gesetzt werden. $K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{(0.0)\omega\mu\lambda}$, $S^{\cdot\cdot\lambda}_{(0.0)\omega\mu}$, $T^{\cdot\cdot\lambda}_{(0.0)\omega\mu}$ und $U^{\cdot\cdot\lambda}_{(0.0)\omega\mu}$ sind alle intrinsek (bei der Parametertransformation) und noch in den beiden ersten Indizes alternierend. In derselben Weise lauten für andere Ausdrücke $2\overset{j}{\Gamma}_{[\omega}\overset{j}{\Gamma}_{\mu]}v^{\nu}$ $(j = 1, 2, 3)$:

(2.9b) $$2\overset{1}{\Gamma}_{[\omega}\overset{1}{\nabla}_{\mu]}v^{\nu} = -K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{(1.1)\omega\mu\lambda}v^{\lambda} + R^{\cdot\cdot\lambda}_{(1.1)\omega\mu}\overset{1}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} + S^{\cdot\cdot\lambda}_{(1.1)\omega\mu}\overset{2}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} + T^{\cdot\cdot\lambda}_{(1.1)\omega\mu}\overset{3}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} ,$$

(2.10b)
$$\begin{cases} F^{-2}K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{(1.1)\omega\mu\lambda} = 2\overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\lambda[\omega(1)\mu]} - 2\overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\rho[\omega}\overset{(1)}{L}{}^{\rho}_{\lambda|\mu]} + 2\sum_{t=2}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega}\overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\lambda|\mu](t)\rho} \\ \qquad\qquad + S^{\cdot\cdot\rho}_{(1.1)\omega\mu}\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho} + F T^{\cdot\cdot\rho}_{(1.1)\omega\mu}\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho} , \\ F^{-1}R^{\cdot\cdot\lambda}_{(1.1)\omega\mu} = 2\overset{(1)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]} + 2\sum_{t=1}^{2}\delta^{\lambda}_{[\omega}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu]}(\log F)_{(t)\rho} , \\ S^{\cdot\cdot\lambda}_{(1.1)\omega\mu} = 2\sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\nu](t)\rho} , \\ F T^{\cdot\cdot\lambda}_{(1.1)\omega\mu} = 2\sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu](t)\rho} + S^{\cdot\cdot\rho}_{(1.1)\omega\mu}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho} ; \end{cases}$$

(2.9c) $$2\overset{2}{\Gamma}_{[\omega}\overset{2}{\nabla}_{\mu]}v^{\nu} = -K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{(2.2)\omega\mu\lambda}v^{\lambda} + R^{\cdot\cdot\lambda}_{(2.2)\omega\mu}\overset{2}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} + S^{\cdot\cdot\lambda}_{(2.2)\omega\mu}\overset{3}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} ,$$

(2.10c)
$$\begin{cases} F^{-4}K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{(2.2)\omega\mu\lambda} = 2\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda[\omega(2)\mu]} - 2\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\rho[\omega}\overset{(2)}{L}{}^{\rho}_{\lambda|\mu]} + 2\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega}\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda|\mu](3)\rho} + F^{-1}S^{\cdot\cdot\rho}_{(2.2)\omega\mu}\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho} , \\ F^{-2}R^{\cdot\cdot\lambda}_{(2.2)\omega\mu} = 2\overset{(2)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]} + 4\delta^{\lambda}_{[\mu}(\log F)_{(2)\omega]} , \\ F^{-1}S^{\cdot\cdot\lambda}_{(2.2)\omega\mu} = 2\sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{[\omega}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu](t)\rho} ; \end{cases}$$

(2.9d) $$2\overset{3}{\Gamma}_{[\omega}\overset{3}{\nabla}_{\mu]}v^{\nu} = -K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{(3.3)\omega\mu\lambda}v^{\lambda} + 2F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}\overset{3}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} ,$$

(2.10d) $$F^{-6}K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{(3.3)\omega\mu\lambda} = 2\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda[\omega(3)\mu]} - 2\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\rho[\omega}\overset{(3)}{L}{}^{\rho}_{\lambda|\mu]} .$$

Es ergibt sich auch für die Ausdrücke $(\overset{j}{\Gamma}_\omega \overset{j'}{\Gamma}_\mu - \overset{j'}{\Gamma}_\mu \overset{j}{\Gamma}_\omega)v^\nu$ $(j > j')$:

(2.9e)
$$(\overset{1}{\Gamma}_\omega \overset{0}{\Gamma}_\mu - \overset{0}{\Gamma}_\mu \overset{1}{\Gamma}_\omega)v^\nu = -\underset{(1.0)}{K^{\cdot\cdot\cdot\ \nu}_{\omega\mu\lambda}} v^\lambda - F \overset{(1)}{L}{}^\lambda_{\mu\omega} \overset{0}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(1.0)}{R^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{1}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(1.0)}{S^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{2}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(1.0)}{T^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{3}{\Gamma}_\lambda v^\nu ,$$

(2.10e)
$$\begin{cases} F^{-1} \underset{(1.0)}{K^{\cdot\cdot\cdot\ \nu}_{\omega\mu\lambda}} = \overset{(0)}{L}{}^\nu_{\rho\mu} \overset{(1)}{L}{}^\rho_{\lambda\omega} - \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\rho\omega} \overset{(0)}{L}{}^\rho_{\lambda\mu} + \sum_{t=1}^{3} \overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu(t)\rho} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\mu \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega(t)\rho} \\ \qquad + \underset{(1.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} + F \underset{(1.0)}{S^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} + F^2 \underset{(1.0)}{T^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} , \\ \underset{(1.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \sum_{t=1}^{3} \overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{\bigwedge_1}{}^\lambda_{\mu(t)\rho} , \\ \underset{(1.0)}{R^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \overset{(0)}{L}{}^\lambda_{\omega\mu} + \delta^\lambda_\omega \sum_{t=0}^{2} (\log F)_{(t)\nu} \overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^\nu_\mu + \underset{(1.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} , \\ F \underset{(1.0)}{S^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \sum_{t=1}^{3} \overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{\bigwedge_2}{}^\lambda_{\mu(t)\rho} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\mu \overset{(1)}{\bigwedge_2}{}^\lambda_{\omega(t)\rho} + \underset{(1.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(1)}{\bigwedge_2}{}^\lambda_\rho , \\ F^2 \underset{(1.0)}{T^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \sum_{t=1}^{3} \overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_{\mu(t)\rho} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\mu \overset{(1)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_{\omega(t)\rho} + \underset{(1.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(1)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_\rho + F \underset{(1.0)}{S^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(2)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_\rho ; \end{cases}$$

(2.9f)
$$(\overset{2}{\Gamma}_\omega \overset{0}{\Gamma}_\mu - \overset{0}{\Gamma}_\mu \overset{2}{\Gamma}_\omega)v^\nu = -\underset{(2.0)}{K^{\cdot\cdot\cdot\ \nu}_{\omega\mu\lambda}} v^\lambda - F^2 \overset{(2)}{L}{}^\lambda_{\mu\omega} \overset{0}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(2.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{1}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(2.0)}{R^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{2}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(2.0)}{S^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{3}{\Gamma}_\lambda v^\nu ,$$

(2.10f)
$$\begin{cases} F^{-2} \underset{(2.0)}{K^{\cdot\cdot\cdot\ \nu}_{\omega\mu\lambda}} = \overset{(0)}{L}{}^\nu_{\rho\mu} \overset{(2)}{L}{}^\rho_{\lambda\omega} - \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\rho\omega} \overset{(0)}{L}{}^\rho_{\lambda\mu} + \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu(t)\rho} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\mu \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega(t)\rho} \\ \qquad + F^{-1} \underset{(2.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} + \underset{(2.0)}{V^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} + F \underset{(2.0)}{S^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} , \\ F^{-1} \underset{(2.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{\bigwedge_1}{}^\lambda_{\mu(t)\rho} , \\ \underset{(2.0)}{R^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \overset{(0)}{L}{}^\lambda_{\omega\mu} + 2\delta^\lambda_\omega \sum_{t=0}^{2} (\log F)_{(t)\rho} \overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\mu + \underset{(2.0)}{V^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} , \\ \underset{(2.0)}{V^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{\bigwedge_2}{}^\lambda_{\mu(t)\rho} + F^{-1} \underset{(2.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(1)}{\bigwedge_2}{}^\lambda_\rho , \\ F \underset{(2.0)}{S^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} = \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\omega \overset{(0)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_{\mu(t)\rho} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^\rho_\mu \overset{(2)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_{\omega(t)\rho} + F^{-1} \underset{(2.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(1)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_\rho + \underset{(2.0)}{V^{\cdot\cdot\ \rho}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{(2)}{\bigwedge_3}{}^\lambda_\rho ; \end{cases}$$

(2.9g)
$$(\overset{3}{\Gamma}_\omega \overset{0}{\Gamma}_\mu - \overset{0}{\Gamma}_\mu \overset{3}{\Gamma}_\omega)v^\nu = -\underset{(3.0)}{K^{\cdot\cdot\cdot\ \nu}_{\omega\mu\lambda}} v^\lambda - F^3 \overset{(3)}{L}{}^\lambda_{\mu\omega} \overset{0}{\Gamma}_\lambda v^\nu - F^2 \overset{(0)}{\underset{1}{\bigwedge}}{}^\lambda_{\nu\ (3)\omega} \overset{1}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(3.0)}{Q^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{2}{\Gamma}_\lambda v^\nu + \underset{(3.0)}{R^{\cdot\cdot\ \lambda}_{\omega\mu\ \cdot}} \overset{3}{\Gamma}_\lambda v^\nu ,$$

(2.10g)
$$\begin{cases} F^{-3}\underset{(3.0)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}} = \overset{(0)}{L}{}^{\nu}_{\rho\mu}\overset{(3)}{L}{}^{\rho}_{\lambda\omega} - \overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\rho\omega}\overset{(0)}{L}{}^{\rho}_{\lambda\mu} - \overset{(0)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\mu\,(3)\omega} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu}\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\omega(t)\rho} \\ \qquad\qquad - \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu\,(3)\omega}\overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho} + F^{-1}\underset{(3.0)}{Q^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho} + \underset{(3.0)}{W^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho}, \\ F^{-1}\underset{(3.0)}{Q^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = -\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu\,(3)\omega} - \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu\,(3)\omega}, \\ \underset{(3.0)}{W^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = -\overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu\,(3)\omega} - \overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu\,(3)\omega} + F^{-1}\underset{(3.0)}{Q^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho}, \\ \underset{(3.0)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = \overset{(0)}{L}{}^{\lambda}_{\omega\mu} + 3\delta^{\lambda}_{\omega}\sum_{t=0}^{2}(\log F)_{(t)\rho}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu} + \underset{(3.0)}{W^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}; \end{cases}$$

(2.9h)
$$(\overset{2}{\nabla}_{\omega}\overset{1}{\nabla}_{\mu} - \overset{1}{\nabla}_{\mu}\overset{2}{\nabla}_{\omega})v^{\nu} = -\underset{(2.1)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}v^{\lambda} + \underset{(2.1)}{P^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}\overset{1}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} + \underset{(2.1)}{R^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{2}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} + \underset{(2.1)}{S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}\overset{3}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu},$$

(2.10h)
$$\begin{cases} F^{-3}\underset{(2.1)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}} = \overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\rho\mu}\overset{(2)}{L}{}^{\rho}_{\lambda\omega} - \overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\rho\omega}\overset{(1)}{L}{}^{\rho}_{\lambda\mu} + \sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\omega}\overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\mu(t)\rho} - \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu}\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\omega(t)\rho} \\ \qquad\qquad + \underset{(2.1)}{Q^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho} + \underset{(2.1)}{S^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho}, \\ F^{-2}\underset{(2.1)}{P^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = -\overset{(2)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega} + \delta^{\lambda}_{\mu}(\log F)_{(2)\omega}, \\ \underset{(2.1)}{Q^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = \sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\omega}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu(t)\rho}, \\ F^{-1}\underset{(2.1)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = \overset{(1)}{L}{}^{\lambda}_{\omega\mu} + 2\delta^{\lambda}_{\omega}\sum_{t=1}^{2}(\log F)_{(t)\rho}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu} + \underset{(2.1)}{Q^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}, \\ \underset{(2.1)}{S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = \sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\omega}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\rho} - \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\omega(t)\rho} + \underset{(2.1)}{Q^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho}; \end{cases}$$

(2.9i)
$$(\overset{3}{\nabla}_{\omega}\overset{1}{\nabla}_{\mu} - \overset{1}{\nabla}_{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\omega})v^{\nu} = -\underset{(3.1)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}v^{\lambda} - F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}\overset{1}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} - F^{2}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu\,(3)\omega}\overset{2}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu} + \underset{(3.1)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}\overset{3}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu},$$

(2.10i)
$$\begin{cases} F^{-4}\underset{(3.1)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}} = \overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\rho\mu}\overset{(3)}{L}{}^{\rho}_{\lambda\omega} - \overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\rho\omega}\overset{(1)}{L}{}^{\rho}_{\lambda\mu} - \overset{(1)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\mu\,(3)\omega} - \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu}\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\omega(t)\rho} \\ \qquad\qquad - \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu\,(3)\omega}\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho} + \underset{(3.1)}{W^{\cdots\rho}_{\omega\mu}}\overset{(3)}{L}{}^{\nu}_{\lambda\rho}, \\ \underset{(3.1)}{W^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} = -\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu\,(3)\omega} - \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\rho}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu\,(3)\omega}, \\ F^{-1}\underset{(3.1)}{R^{\cdots}_{\omega\mu}} = \overset{(1)}{L}{}^{\lambda}_{\omega\mu} + 3\delta^{\lambda}_{\omega}\sum_{t=1}^{2}(\log F)_{(t)\rho}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{\rho}_{\mu} + \underset{(3.1)}{W^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}; \end{cases}$$

und zuletzt

$$(2.9\,\mathrm{j}) \qquad (\overset{3}{\nabla}_\omega \overset{2}{\nabla}_\mu - \overset{2}{\nabla}_\mu \overset{3}{\nabla}_\omega)v^\nu = -\underset{(3.2)}{K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{\omega\mu\lambda}}v^\lambda - F^3 \overset{(3)}{L}{}^\lambda_{\mu\omega} \overset{2}{\nabla}_\lambda v^\nu + \underset{(3.2)}{R^{\cdot\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}} \overset{3}{\nabla}_\lambda v^\nu ,$$

$$(2.10\,\mathrm{j}) \quad \begin{cases} F^{-5}\underset{(3.2)}{K^{\cdot\cdot\cdot\nu}_{\omega\mu\lambda}} = \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\rho\mu}\overset{(3)}{L}{}^\rho_{\lambda\omega} - \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\rho\omega}\overset{(2)}{L}{}^\rho_{\lambda\mu} - \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\lambda\mu(3)\omega} \\ \qquad\qquad - \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^\rho_\mu \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\omega(t)\rho} - \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^\rho_{\mu(3)\omega}\overset{(3)}{L}{}^\nu_{\lambda\rho} , \\ F^{-2}\underset{(3.2)}{R^{\cdot\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}} = \overset{(2)}{L}{}^\lambda_{\omega\mu} - 3\delta^\lambda_\omega (\log F)_{(2)\mu} - \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^\lambda_{\mu(3)\omega} . \end{cases}$$

Diese Formeln (2.9 a-j) und Grössen (2.10 a-j) spielen eine wichtige Rolle bei der Erklärung der Krümmungstheorie, wie wir leicht im folgenden erkennen.

§ 3. Die in $K_m^{(2)}$ induzierte Übertragung.

5. Eine Übertragung in $K_m^{(2)}$, die mit einem Stern angedeutet wird, leitet man, den Grund zu den Gleichungen $D^*v^a = B^a_\lambda Dv^\lambda$ legend, anderes gesagt, durch die Projektionsmethode ab, daraus ergeben sich die Übertragungsparameter in $K_m^{(2)}$:

$$\begin{aligned} &\overset{3}{L}{}^{*a}_{bc} = B^{a\mu\nu}_{\lambda bc}\overset{3}{L}{}^\lambda_{\mu\nu} , \quad \overset{2}{L}{}^{*a}_{bc} = B^{a\mu}_{\lambda b}(B^\nu_c \overset{2}{L}{}^\lambda_{\mu\nu} + 3a^\nu_c \overset{3}{L}{}^\lambda_{\mu\nu}) , \\ (3.1) \qquad &\overset{1}{L}{}^{*a}_{bc} = B^{a\mu}_{\lambda b}(B^\nu_c \overset{1}{L}{}^\lambda_{\mu\nu} + 2a^\nu_c \overset{2}{L}{}^\lambda_{\mu\nu} + 3\beta^\nu_c \overset{3}{L}{}^\lambda_{\mu\nu}) , \\ &\overset{0}{L}{}^{*a}_{bc} = B^{a\mu}_{\lambda b}(B^\nu_c \overset{0}{L}{}^\lambda_{\mu\nu} + a^\nu_c \overset{1}{L}{}^\lambda_{\mu\nu} + \beta^\nu_c \overset{2}{L}{}^\lambda_{\mu\nu} + \gamma^\nu_c \overset{3}{L}{}^\lambda_{\mu\nu}) + B^a_\lambda B^\lambda_{bc} , \end{aligned}$$

wobei man setzt

$$\begin{aligned} &a^\lambda_a = \frac{\partial x^{(1)\lambda}}{\partial y^a} = B^\lambda_{ab}y^{(1)b} , \quad \beta^\lambda_a = \frac{\partial x^{(2)\lambda}}{\partial y^a} = B^\lambda_{ab}y^{(2)b} + B^\lambda_{abc}y^{(1)b}y^{(1)c} , \\ (3.2) \qquad &\gamma^\lambda_a = \frac{\partial x^{(3)\lambda}}{\partial y^a} = B^\lambda_{ab}y^{(3)b} + 3B^\lambda_{abc}y^{(2)b}y^{(1)c} + B^\lambda_{abcd}y^{(1)b}y^{(1)c}y^{(1)d} . \end{aligned}$$

Jetzt denken wir uns die zu X_m tangierenden Linienelemente $(x^\nu, x^{(1)\nu}, x^{(2)\nu}, x^{(3)\nu})$, um die Parameter der Grundübertragung in Betracht zu ziehen. Aus (2.4) und $\overset{1}{G}{}^{*a} = B^a_\lambda \overset{1}{G}{}^\lambda$ ergibt sich *erstens*, die induzierten Parameter der Grundübertragung für $y^{(1)c}$:

$$(3.3) \qquad \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{*a}_b = B^a_\lambda (B^\mu_b \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + a^u_b N^\lambda_\mu) ,$$

da die Beziehungen $B^a_b = B^{a\nu}_{\lambda b} A^\lambda_\mu$ und $N^{*a}_b = B^{a\mu}_{\lambda b} N^\lambda_\mu$ bestehen. In ganz entsprechender Weise folgen sogleich *zweitens* aus $\overset{2}{G}{}^{*a} = B^a_\lambda \overset{2}{G}{}^\lambda$ mit Rücksicht auf (2.4), die Parameter der Grundübertragung für $y^{(2)c}$:

$$(3.4)\quad \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*a}_b = B^a_\lambda (B^\mu_b \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + 2\alpha^\mu_b N^\lambda_\mu), \quad \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*a}_b = B^a_\lambda (B^\mu_b \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + \alpha^\mu_b \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + \beta^\mu_b N^\lambda_\mu).$$

Drittens werden die Parameter der Grundübertragung $\overset{p}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*a}_b$ $(p = 0, 1, 2)$ in analoger Weise angegeben, wie man leicht wegen (2.4) und $\overset{3}{G}{}^{*a} = B^a_\lambda \overset{3}{G}{}^\lambda$ ausrechnet:

$$(3.5)\quad \begin{aligned} &\overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*a}_b = B^a_\lambda (B^\mu_b \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + 3\alpha^\mu_b N^\lambda_\mu), \quad \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*a}_b = B^a_\lambda (B^\mu_b \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + 2\alpha^\mu_b \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + 3\beta^\mu_b N^\lambda_\mu), \\ &\overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*a}_b = B^a_\lambda (B^\mu_b \overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + \alpha^\mu_b \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + \beta^\mu_b \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^\lambda_\mu + \gamma^\mu_b N^\lambda_\mu). \end{aligned}$$

Wenn als die Parameter der Grundübertragung

$$(3.6)\quad \begin{aligned} &F\overset{1}{G}{}^{*a} = N^{*a}_b dy^{(1)b} + \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{*a}_b dy^b, \quad F^2\overset{2}{G}{}^{*a} = N^{*a}_b dy^{(2)b} + \sum_{p=0}^{1} \overset{p}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*a}_b dy^{(p)b}, \\ &F^3\overset{3}{G}{}^{*a} = N^{*a}_b dy^{(3)b} + \sum_{p=0}^{2} \overset{p}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*a}_b dy^{(p)b} \end{aligned}$$

die oben erhaltenen Funktionen (3.3), (3.4) und (3.5) verwendet werden, die im allgemeinen vom Linienelemente dritter Ordnung in $K^{(2)}_m$ abhängen, so ist die Übertragung

$$(3.7)\qquad D^*v^a = dv^a + \sum_{p=0}^{3} \overset{p}{L}{}^{*a}_{bc} v^b dy^{(p)c}$$

eine allgemeine lineare.

Wählt man nun die im Sinne der Metrik $g_{\lambda\mu}$ zu E_m orthogonale Richtung als die Pseudonormale, so folgt, dass diese induzierte Übertragung *metrisch* ist bezüglich $'g_{ab}$, da man leicht unter Berücksichtigung

$$(3.8)\qquad C^\lambda_\mu B^\mu_a = 0 \qquad \text{und} \qquad C^\lambda_\mu B^a_\lambda = 0$$

die Beziehungen

$$\begin{aligned} D^*{}'g_{ab} &= B^{\lambda\mu}_{ab} D(B^{\rho\sigma}_{\lambda\mu} g_{\rho\sigma}) = 2B^{\rho\mu}_{(ab)} g_{\rho\sigma} DB^\sigma_\mu \\ &= -2B^{c'}_\sigma g_{c(a} B^\mu_{b)} DC^\sigma_\mu = 2B^c_\sigma C^{\sigma'}_\mu g_{c(a} DB^\mu_{b)} = 0 \end{aligned}$$

erhält. Aber man kann nicht schliessen, dass sie mit der zu $'g_{ab}$ oder $'F(y^c, y^{(1)c}, y^{(2)c})$ gehörenden KAWAGUCHIschen Übertragung übereinstimmt; aus diesem Grunde verlangen wir die Differenz zwischen der induzierten Übertragung und der zu $'F$ gehörenden Übertragung zu erhalten.

6. Um spätere Unterbrechung des Gedankenganges zu vermeiden, formulieren wir in diesem Paragraphen drei Hilfssätze, die im folgenden öfters Verwendung finden. Man führt zuerst nach (2.5) ohne den leicht zu erbringenden Beweis an:

Hilfssatz 1. *Bei Überschiebung der Parameter der Grundübertragung mit* $x^{(1)\mu}$ *entstehen:*

$$
\begin{aligned}
&\overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(1)\mu} = -N^{\lambda}_{\mu}x^{(2)\mu}, \qquad \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(1)\mu} = -N^{\lambda}_{\mu}x^{(3)\mu} - \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(2)\mu},\\
&\overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(1)\mu} = -2N^{\lambda}_{\mu}x^{(2)\mu}, \qquad \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(1)\mu} = -3N^{\lambda}_{\mu}x^{(2)\mu},\\
&\overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(1)\mu} = -3N^{\lambda}_{\mu}x^{(3)\mu} - 2\overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(2)\mu},\\
&\overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(1)\mu} = F^{3}g^{\lambda\nu}\left(\frac{d\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\nu}}{dt} - \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\nu(3)\mu}x^{(4)\mu} - \Gamma^{\omega}_{\nu}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\omega}\right)\\
&\qquad\qquad - \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(2)\mu} - \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}x^{(3)\mu}.
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

Es gibt auch einen

Hilfssatz 2. *Ist* B *Einheitsaffinor in* $K^{(2)}_m$, *so gilt*

$$
\begin{aligned}
&\alpha)\quad B^{\lambda\mu}_{ab}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} = 0,\\
&\beta)\quad B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3\alpha^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}) = 0,\\
&\gamma)\quad B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(1)\mu} + 2\alpha^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}) = 0,\\
&\delta)\quad B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(0)\mu} + \alpha^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(1)\mu} + \beta^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + \gamma^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}) = C^{\nu}_{\lambda}B^{\lambda}_{ab}.
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

Beweis. Da B^{ν}_{λ} unter Berücksichtigung von (1.8) in der Form

$$B^{\nu}_{\lambda} = B^{\nu}_{c}B^{c}_{\lambda} = B^{\nu\prime}_{c}g^{cd}B^{\alpha}_{d}g_{\alpha\lambda} \tag{3.11}$$

umgeformt wird, so gilt, indem man diese beiden Seiten nach $y^{(3)b}$ differenziert,

$$
\begin{aligned}
B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} &= B^{\nu\alpha}_{cd}('g^{cd}{}_{(3)b}g_{\alpha\lambda} + g'^{cd}g_{\alpha\rangle(3)\mu}B^{\mu}_{b})\\
&= -B^{\nu\alpha\prime}_{cd}g^{ce\prime}g^{df\prime}g_{ef(3)b}g_{\alpha\lambda} + B^{\nu\alpha\mu}_{cdb}{}'g^{cd}g_{\alpha\rangle(3)\mu}.
\end{aligned}
$$

Multipliziert man diese Gleichungen mit der Grösse B_a^λ und summiert nach λ, so lautet wegen (1.6) und ${}'g_{da(3)b} = B^{\alpha\lambda\mu}_{dab}g_{\alpha\lambda(3)\mu}$

$$B^{\lambda\mu}_{ab}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} = -B^{\nu\prime}_{c}g^{ce\prime}g^{df\prime}g_{da}{}'g_{ef(3)b} + B^{\nu\prime}_{c}g^{cd\prime}g_{da(3)b} = 0\,.$$

Daraus folgt die Behauptung α) des Satzes.

Differenziert man zweitens die beiden Seiten von (3.11) nach $y^{(2)b}$, so erhält man

$$\begin{aligned} B^{\iota}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3a^{\iota}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} &= B^{\nu\alpha}_{cd}\Big\{-{}'g^{ce\prime}g^{df\prime}g_{ef(3)b}g_{\alpha\lambda} \\ &\qquad + {}'g^{cd}g_{\alpha\lambda(2)\mu}B^{\iota}_{b} + 3a^{\iota}_{b}{}'g^{cd}g_{\alpha\lambda(3)\mu}\Big\} \\ &= B^{\nu\alpha}_{cd}\Big\{-B^{\tau\delta\prime}_{ef}g^{ce\prime}g^{df}g_{\alpha\lambda}(B^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(2)\mu} + 3a^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(3)\mu}) \\ &\qquad + B^{\iota}_{b}{}'g^{cd}g_{\alpha\lambda(2)\mu} + 3a^{\mu\prime}_{b}g^{cd}g_{\alpha\lambda(3)\mu}\Big\} \end{aligned}$$

unter Berücksichtigung ${}'g_{ef(2)b} = B^{\tau\delta}_{ef}(B^{\iota}_{b}g_{\tau\delta(2)\mu} + 3a^{\iota}_{b}g_{\tau\delta(3)\mu})$. Multipliziert man diese Gleichungen mit der Grösse B_a^λ und summiert nach λ, so gilt

$$\begin{aligned} B^{\lambda\mu}_{ab}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3B^{\lambda}_{a}a^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} &= B^{\nu}_{c}\Big\{-B^{\tau\delta\prime}_{ea}g^{ce}(B^{\iota}_{b}g_{\tau\delta(2)\mu} + 3a^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(3)\mu}) \\ &\qquad + B^{\alpha\lambda\mu\prime}_{dab}g^{cd}g_{\alpha\lambda(2)\mu} + 3B^{\alpha\lambda\prime}_{da}g^{cd}g_{\alpha\lambda(3)\mu}a^{\mu}_{b}\Big\} = 0\,. \end{aligned}$$

Differenziert man drittens die beiden Seiten von (3.11) nach $y^{(1)b}$, so gilt

$$\begin{aligned} B^{\iota}_{b}B^{\nu}_{\lambda(1)\iota} + 2a^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} &= B^{\nu\alpha}_{cd}\Big\{-{}'g^{ec\prime}g^{df\prime}g_{ef(1)b}g_{\alpha\lambda} \\ &\qquad + {}'g^{cd}(B^{\mu}_{b}g_{\alpha\lambda(1)\mu} + 2a^{\mu}_{b}g_{\alpha\lambda(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{b}g_{\alpha\lambda(3)\mu})\Big\}\,; \end{aligned}$$

deshalb hat man mit Hilfe von ${}'g_{ef(1)b} = B^{\tau\delta}_{ef}(B^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(1)\mu} + 2a^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(3)\mu})$

$$\begin{aligned} B^{\lambda}_{a}(B^{\iota}_{b}B^{\nu}_{\lambda(1)\mu} + 2a^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}) &= B^{\nu}_{c}\Big\{-B^{\tau\delta\prime}_{ea}g^{ce}(B^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(1)\mu} \\ &\qquad + 2a^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{b}g_{\tau\delta(3)\mu}) + B^{\nu\alpha\prime}_{ad}g^{cd}(B^{\mu}_{b}g_{\alpha\lambda(1)\mu} \\ &\qquad + 2a^{\mu}_{b}g_{\alpha\lambda(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{b}g_{\alpha\lambda(3)\mu})\Big\} = 0\,. \end{aligned}$$

Differenziert man zuletzt wie oben die beiden Seiten von (3.11) nach y^b, so besteht

$$B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(0)\mu}+\alpha^{u}_{b}B^{\nu}_{\lambda(1)\mu}+\beta^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu}+\gamma^{u}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}=B^{\nu}_{cb}B^{\alpha\prime}_{d}g^{cd}g_{\alpha\lambda}$$
$$+B^{\nu}_{c}B^{\alpha}_{db}{}'g^{cd}g_{\alpha\lambda}+B^{\nu\alpha}_{cd}\{-{}'g^{ce\prime}g^{df}g_{\alpha\lambda}{}'g_{ef(0)b}+{}'g^{cd}(B^{\mu}_{b}g_{\alpha\lambda(0)\mu}$$
$$+\alpha^{u}_{b}g_{\alpha\lambda(1)\mu}+\beta^{u}_{b}g_{\alpha\lambda(2)\mu}+\gamma^{u}_{b}g_{\alpha\lambda(3)\mu})\};$$

mithin kommt wegen (1.14)

$$B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(0)\mu}+\alpha^{u}_{b}B^{\nu}_{\lambda(1)\mu}+\beta^{u}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu}+\gamma^{u}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu})=B^{\nu}_{cb}{}'g^{cd\prime}g_{da}$$
$$+B^{\nu\lambda}_{ca}B^{\varkappa}_{db}{}'g^{cd}g_{\alpha\lambda}-B^{\nu\prime}_{c}g^{cd}B^{\alpha}_{ab}B^{\lambda}_{d}g_{\alpha\lambda}-B^{\nu\prime}_{c}g^{cd}B^{\alpha}_{a}B^{\lambda}_{db}g_{\alpha\lambda}$$
$$=C^{\nu}_{\lambda}B^{\lambda}_{ab}+B^{\nu}_{\lambda}C^{w}_{\mu}g^{\lambda\mu}g_{\omega\tau}B^{\tau}_{ab}=C^{\nu}_{\lambda}B^{\lambda}_{ab}. \qquad \text{Q. E. D.}$$

Wenn man beachtet, dass $B^{\nu}_{\lambda}=B^{\nu}_{a}B^{\alpha}_{\lambda}$ und $B^{\nu}_{a(p)\mu}=0$ für $p=0$, 1, 2, 3 besteht, folgt direkt aus dem ausgesprochenen Hilfssatz 2

Hilfssatz 3. *Ist B Einheitsaffinor in $K^{(2)}_{m}$, so gilt*

$$\begin{aligned}
&\alpha)\quad B^{\lambda\mu}_{ab}B^{e}_{\lambda(3)\mu}=0,\\
&\beta)\quad B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}B^{e}_{\lambda(2)\mu}+3\alpha^{u}_{b}B^{e}_{\lambda(3)\mu})=0,\\
&\gamma)\quad B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}B^{e}_{\lambda(1)\mu}+2\alpha^{u}_{b}B^{e}_{\lambda(2)\mu}+3\beta^{u}_{b}B^{e}_{\lambda(3)\mu})=0,\\
&\delta)\quad B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}B^{e}_{\lambda(0)\mu}+\alpha^{u}_{b}B^{e}_{\lambda(1)\mu}+\beta^{u}_{b}B^{e}_{\lambda(2)\mu}+\gamma^{u}_{b}B^{e}_{\lambda(3)\mu})=0.
\end{aligned}\tag{3.12}$$

§ 4. Die intrinseke Übertragung in $K^{(2)}_{m}$.

7. Wir ziehen hier die intrinseke Übertragung im Unterraume $K^{(2)}_{m}$ in Betracht. Da die metrische Funktion $'F$ in $K^{(2)}_{m}$ sich mit der grundlegenden F in $K^{(2)}_{n}$ unter den Beziehungen (1.1), (1.3) in der Verknüpfung

$$'F(y, y^{(1)}, y^{(2)})=F(x, x^{(1)}, x^{(2)}) \tag{4.1}$$

erstreckt, so ergibt sich, wenn man Entfernung von zwei benachbarten Punkten in $K^{(2)}_{m}$ mittels $'F$ definiert, eine andere Übertragung in $K^{(2)}_{m}$ vermöge der Anwendung des KAWAGUCHIschen Verfahrens, die die sogenannte *intrinseke Übertragung* des Unterraumes genannt wird.

Wird die intrinseke Übertragung mit dem Strich angedeutet, so lautet ihre Gestalt so, dass

$$'Dv^{a}=dv^{a}+\sum_{p=0}^{3}{}'L^{a}_{bc}v^{b}dy^{(p)c} \tag{4.2}$$

ist, wobei $'\overset{p}{L}{}^{a}_{bc}$ die aus $'F$ ganz analog wie (2.3) eingeführte Funktionen sind. Man geht jetzt zur Betrachtung der Beziehungen der Funktionen $'\overset{p}{L}{}^{a}_{bc}$ und $\overset{p}{L}{}^{\lambda}_{\mu\nu}$ über. Es versteht sich von selbst, dass für $\Phi = \dfrac{d \log F}{dt}$ aus (4.1)

$$'\Phi = \Phi \tag{4.3}$$

folgt. Der intrinseke Skalar $\sigma = g^{\lambda\mu}\overset{2}{\mathfrak{E}}_{\lambda}\overset{2}{\mathfrak{E}}_{\mu}$ erstreckt sich mit demselben $'\sigma$ in $K^{(2)}_{m}$ durch die Beziehung

$$'\sigma = \sigma - g^{\lambda\mu}C^{\nu}_{\mu}\overset{2}{\mathfrak{E}}_{\lambda}\overset{2}{\mathfrak{E}}_{\nu}\,; \tag{4.4}$$

mithin sind $'\sigma$ und σ im allgemeinen nicht gleich. Diese $'\sigma$ und σ sind nämlich dann und nur dann gleich, wenn das letzte Glied identisch verschwindet. Für den Skalar

$$'\Psi = 'F^{-1}{}'F^{(2)} - 2'F^{2}(1-'\sigma)^{-1}{}'g^{ab}{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{a}{}'\overset{0}{\mathfrak{E}}_{b}$$

in $K^{(2)}_{m}$ und den Ψ in $K^{(2)}_{n}$ erhält man noch dazu in gleicher Weise die Beziehung

$$'\Psi = \Psi - F^{2}\Omega\,, \tag{4.5}$$

wobei man setzt

$$\frac{1}{2}\Omega = \frac{'g^{ab}{}'\overset{2}{\mathfrak{E}}_{a}{}'\overset{0}{\mathfrak{E}}_{b}}{1-'\sigma} - \frac{g^{\lambda\mu}\overset{2}{\mathfrak{E}}_{\lambda}\overset{0}{\mathfrak{E}}_{\mu}}{1-\sigma}\,. \tag{4.6}$$

Man kann mit Rücksicht auf die Definitionsgleichungen der SYNGEschen Vektoren schliessen, dass Ω höchstens von dem Linienelemente dritter Ordnung abhängt. Um die Parameter der intrinseken Übertragung zu erhalten, wenn man zunächst die Grösse

$$'\Xi_{b} = 2'\overset{0}{E}_{b} + \frac{2}{1-'\sigma}\,'g^{cd}{}'\overset{2}{\mathfrak{E}}_{c}{}'\overset{2}{\mathfrak{E}}_{b}{}'\overset{0}{E}_{d} - \frac{d'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{b}}{dt} \tag{4.7}$$

betrachtet, so folgt wegen (4.6)

$$'\Xi_{b} = B^{\mu}_{b}\,\Xi_{\mu} - a^{\mu}_{b}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\mu} + F'\overset{2}{\mathfrak{E}}_{b}\,\Omega\,;$$

infolgedessen ergibt sich nach Obigem und unter Berücksichtigung von (1.14)

$$'\Gamma^a_b = B^a_\lambda(B^\mu_b \Gamma^\lambda_\mu + a^\lambda_b) + \Omega^a_b \,, \tag{4.8}$$

wo

$$\Omega^a_b = y^{(1)a}\,{}'\overset{2}{\mathfrak{C}}_b\,\Omega \,, \qquad \Omega^a_a = 0 \,. \tag{4.9}$$

Da nach Definition des Parameters der intrinseken Übertragung

$$'\overset{2}{\Gamma}{}^a_{bc} = 3\,'\Gamma^a_{b(3)c} \,, \qquad '\overset{1}{\Gamma}{}^a_{bc} = 2\,'\Gamma^a_{b(2)c} + 3\,'\Phi\,'\Gamma^a_{b(3)c} \,,$$
$$'\overset{0}{\Gamma}{}^a_{bc} = {}'\Gamma^a_{b(1)c} + {}'\Phi\,'\Gamma^a_{b(2)c} + {}'\Psi\,'\Gamma^a_{b(3)c}$$

sind, so folgt nach einiger Rechnung wegen (4.3), (4.5) und (4.8)

$$\begin{aligned}
'\overset{2}{\Gamma}{}^a_{bc} &= B^{a\mu\nu}_{\lambda bc}\overset{2}{\Gamma}{}^\lambda_{\mu\nu} + 3B^a_{\lambda(3)c}T^\lambda_b + 3\Omega^a_{b(3)c} \,, \\
'\overset{1}{\Gamma}{}^a_{bc} &= B^{a\mu}_{\lambda b}(B^\nu_c \overset{1}{\Gamma}{}^\lambda_{\mu\nu} + 2a^\nu_c \overset{2}{\Gamma}{}^\lambda_{\mu\nu}) + (2B^a_{\lambda(2)c} + 3\Phi B^a_{\lambda(3)c})T^\lambda_b \\
&\qquad + 2\Omega^a_{b(2)c} + 3\Phi\Omega^a_{b(3)c} \,, \\
'\overset{0}{\Gamma}{}^a_{bc} &= B^{a\mu}_{\lambda b}(B^\nu_c \overset{0}{\Gamma}{}^\lambda_{\mu\nu} + a^\nu_c \overset{1}{\Gamma}{}^\lambda_{\mu\nu} + \beta^\nu_c \overset{2}{\Gamma}{}^\lambda_{\mu\nu}) + \big\{B^a_{\lambda(1)c} + \Phi B^a_{\lambda(2)c} \\
&\qquad + (\Psi - F^2\Omega)B^a_{\lambda(3)c}\big\}T^\lambda_b + \Omega^a_{b(1)c} + \Phi\Omega^a_{b(2)c} \\
&\qquad + (\Psi - F^2\Omega)\Omega^a_{b(3)c} - \frac{1}{3}B^{a\mu\nu}_{\lambda bc}F^2\Omega\overset{2}{\Gamma}{}^\lambda_{\mu\nu} + B^a_\lambda B^\lambda_{bc} \,,
\end{aligned} \tag{4.10}$$

wo man einfachheitshalber T^λ_b statt $B^\mu_b\Gamma^\lambda_\mu + a^\lambda_b$ schreibt.

Schliesslich folgen die gewünschten Beziehungen der Funktionen ${}'\overset{p}{L}{}^c_{ab}$ und $\overset{p}{L}{}^\nu_\mu$ infolge (2.3) und (4.10), d.h.

$$\begin{aligned}
'\overset{3}{L}{}^c_{ab} &= B^{c\lambda\mu}_{\nu ab}\overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} \,, \\
'\overset{2}{L}{}^c_{ab} &= B^{c\lambda}_{\nu a}(B^\mu_b \overset{2}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} + 3a^\mu_b \overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda\mu}) + \overset{2}{M}{}^c_{ab} \,, \\
'\overset{1}{L}{}^c_{ab} &= B^{c\lambda}_{\nu a}(B^\mu_b \overset{1}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} + 2a^\mu_b \overset{2}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} + 3\beta^\mu_b \overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda\mu}) + \overset{1}{M}{}^c_{ab} \,, \\
'\overset{0}{L}{}^c_{ab} &= B^c_\lambda B^\lambda_{ab} + B^{c\lambda}_{\nu a}(B^\mu_b \overset{0}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} + a^\mu_b \overset{1}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} + \beta^\mu_b \overset{2}{L}{}^\nu_{\lambda\mu} + \gamma^\mu_b \overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda\mu}) + \overset{0}{M}{}^c_{ab} \,.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Dabei sind

$$\begin{aligned}
\overset{2}{M}{}^c_{ab} &= \frac{3}{2}\,{}'g^{ec}({}'g_{fe}T^\lambda_a - {}'g_{fa}T^\lambda_e)B^f_{\lambda(3)b} \\
&\qquad + \frac{3}{2}\,{}'g^{ec}({}'g_{fe}\Omega^f_{a(3)b} - {}'g_{fa}\Omega^f_{e(3)b}) \,,
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\overset{1}{M}{}^{c}_{ab} &= {}'g^{cf}({}'g_{ef}T^{\lambda}_{a}-{}'g_{ea}T^{\lambda}_{f})\Big(B^{e}_{\lambda(2)b}+\frac{3}{2}\Phi B^{e}_{\lambda(3)b}\Big)\\
&\quad+{}'g^{cf}({}'g_{ef}\Omega^{e}_{a(2)b}-{}'g_{ea}\Omega^{e}_{f(2)b})\\
&\quad+\frac{3}{2}\Phi\,{}'g^{cf}({}'g_{ef}\Omega^{e}_{a(3)b}-{}'g_{ea}\Omega^{e}_{f(3)b})\,,\\
\overset{0}{M}{}^{c}_{ab} &= \frac{1}{2}{}'g^{c}({}^{f}{}'g_{ef}T^{\lambda}_{a}-{}'g_{ea}T^{\lambda}_{f})\Big\{B^{e}_{\lambda(1)b}+\Phi B^{e}_{\lambda(2)b}\\
&\quad+(\Psi-F^{2}\Omega)B^{e}_{\lambda(3)b}\Big\}+\frac{1}{2}{}'g^{cf}({}'g_{ef}\Omega^{e}_{a(1)b}-{}'g_{ea}\Omega^{e}_{f(1)b})\\
&\quad+\frac{1}{2}{}'g^{cf}\Phi({}'g_{ef}\Omega^{e}_{a(2)b}-{}'g_{ea}\Omega^{e}_{f(2)b})\\
&\quad+\frac{1}{2}(\Psi-F^{2}\Omega)\,{}'g^{cf}({}'g_{ef}\Omega^{e}_{a(3)b}-{}'g_{ea}\Omega^{e}_{f(3)b})\\
&\quad-\frac{1}{6}{}'g^{cf}F^{2}\Omega\overset{2}{\Gamma}{}^{\lambda}_{\mu\nu}B^{e\nu}_{\lambda b}(B^{\mu}_{a}\,{}'g_{ef}-B^{\mu}_{f}\,{}'g_{ea})\,.
\end{aligned}
\tag{4.12}
$$

8. Wir wollen ferner die Parameter der sogenannten intrinseken Grundübertragungen betrachten. Da sich *erstens* ${}'\overset{p}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{b}$ für $p=0,1,2$ eigentlich mit den Ausdrücken

$$
{}'\overset{p}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{b}={}'F^{3\prime}g^{ac}({}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(p)b}-{}'\overset{p}{\Gamma}{}^{f}_{cb}\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{f})\,,\qquad p=0,1,2 \tag{4.13}
$$

schreiben lassen, somit findet man, dass sie nach einiger Rechnung gemäss der Anwendungen (4.10) mit den Beziehungen

$$
\begin{aligned}
{}'\overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{b} &= B^{a}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}+3a^{\mu}_{b}N^{\lambda}_{\mu})+\overset{2}{\underset{3}{K}}{}^{a}_{b}\,,\\
{}'\overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{b} &= B^{a}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}+2a^{\mu}_{b}\overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}+3\beta^{\mu}_{b}N^{\lambda}_{\mu})+\overset{1}{\underset{3}{K}}{}^{a}_{b}\,,\\
{}'\overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{b} &= B^{a}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}+a^{\mu}_{b}\overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}+\beta^{\mu}_{b}\overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}+\gamma^{\mu}_{b}N^{\lambda}_{\mu})+\overset{0}{\underset{3}{K}}{}^{a}_{b}
\end{aligned}
\tag{4.14}
$$

angegeben werden, wenn man zur Abkürzung

$${}'F^{-3}\overset{2}{\underset{3}{K}}{}^{a}_{b}=B^{a\mu}_{\lambda b}C^{\sigma}_{\rho}\overset{3}{\Gamma}{}^{\rho}_{\nu\mu}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\sigma}g^{\lambda\nu}-3{}'g^{ac}\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{d}(B^{d}_{\lambda(3)b}T^{\lambda}_{c}+\Omega^{d}_{c(3)b})\,,$$

$$
\begin{aligned}
{}'F^{-3}\overset{1}{\underset{3}{K}}{}^{a}_{b} &= B^a_\sigma C^\rho_\lambda g^{\sigma\mu}\overset{1}{\mathfrak{E}}_\rho(B^\nu_b \overset{1}{\Gamma}{}^{\lambda}_{\mu\nu} + 2a^\nu_b \overset{2}{\Gamma}{}^{\lambda}_{\mu\nu}) \\
&\quad - {}'g^{ac}\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_f(2B^f_{\lambda(2)b}T^\lambda_c + 3\Phi B^f_{\lambda(3)b}T^\lambda_c) \\
&\quad - {}'g^{ac}\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_f(2\Omega^f_{c(2)b} + 3\Phi\Omega^f_{c(3)b}) \,, \\
{}'F^{-3}\overset{0}{\underset{3}{K}}{}^{a}_{b} &= B^a_\sigma C^\rho_\lambda g^{\mu\sigma}\overset{1}{\mathfrak{E}}_\rho(B^\nu_b \overset{0}{\Gamma}{}^{\lambda}_{\mu\nu} + a^\nu_b \overset{1}{\Gamma}{}^{\lambda}_{\mu\nu} + \beta^\nu_b \overset{2}{\Gamma}{}^{\lambda}_{\mu\nu}) \\
&\quad + C^\rho_\lambda B^\lambda_{bc}\overset{1}{\mathfrak{E}}_\rho\,{}'g^{ac} + \frac{1}{3}F^2\Omega B^{\rho\mu\nu a}_{\lambda\beta b\alpha}\overset{2}{\Gamma}{}^{\lambda}_{\mu\nu}\overset{1}{\mathfrak{E}}_\lambda g^{\alpha\beta} \\
&\quad - {}'g^{ac}T^\lambda_c\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_f\{B^f_{\lambda(1)b} + \Phi B^f_{\lambda(2)b} + (\Psi - F^2\Omega)B^f_{\lambda(3)b}\} \\
&\quad - {}'g^{ac}\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_f\{\Omega^f_{c(1)b} + \Phi\Omega^f_{c(2)b} + (\Psi - F^2\Omega)\Omega^f_{c(3)b}\}
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

setzt.

Da *zweitens* ${}'\overset{p}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b}$, $p = 0, 1$, eigentlich mit den Ausdrücken

$$
\begin{aligned}
{}'\overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b} &= \frac{1}{3}\,{}'F^3\,{}'g^{ac}(2\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(2)b} + 3\,{}'\Phi\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(3)b}) \,, \\
{}'\overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b} &= \frac{1}{3}\,{}'F^3\,{}'g^{ac}({}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(1)b} + {}'\Phi\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(2)b} + {}'\Psi\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(3)b})
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

angegeben werden, so ergibt sich die Beziehungen

$$
\begin{aligned}
{}'\overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b} &= B^a_\lambda(B^\mu_b \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + 2a^\mu_b N^\lambda_\mu) \,, \\
{}'\overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b} &= B^a_\lambda(B^\mu_b \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^\mu_b \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + \beta^\mu_b N^\lambda_\mu) + \overset{0}{\underset{2}{K}}{}^{a}_{b} \,,
\end{aligned}
\tag{4.17}
$$

wenn man in (4.16) für $'\Phi$, $'\Psi$ die Ausdrücke (4.3), (4.5) einsetzt und zur Abkürzung setzt:

$$
\overset{0}{\underset{2}{K}}{}^{a}_{b} = -\frac{1}{3}F^2\Omega B^{a\mu}_{\lambda b}N^\lambda_\mu \,. \tag{4.18}
$$

Drittens kann man auch für ${}'\overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{a}_{b}$ mit Rücksicht auf Definitionsgleichungen

$$
{}'\overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{a}_{b} = \frac{1}{3}\,{}'F^3\,{}'g^{ac}({}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(2)b} + 3\,{}'\Phi\,{}'\overset{1}{\mathfrak{E}}_{c(3)b}) \tag{4.19}
$$

schliessen, dass

$$(4.20)\qquad {}'\overset{0}{\underset{1}{\nabla}}{}^{a}_{b} = B^{a}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{0}{\underset{1}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^{u}_{b}N^{\lambda}_{\mu})$$

ist.

9. Wenn das Linienelement $(x^{\nu}, x^{(1)\nu}, x^{(2)\nu}, x^{(3)\nu})$ in $K^{(2)}_{m}$ liegt, so ergeben sich sogleich die Differenzen der kovarianten Differentialen $\overset{1}{G}{}^{\nu}, \overset{2}{G}{}^{\nu}, \overset{3}{G}{}^{\nu}$ in $K^{(2)}_{n}$ und der kovarianten Differentialen ${}'\overset{1}{G}{}^{c}, {}'\overset{2}{G}{}^{c}, {}'\overset{3}{G}{}^{c}$ in $K^{(2)}_{n1}$ unter Berücksichtigung von (4.14), (4.17), (4.20) und der Hilfssätzen 1, 2:

$$(4.21)\qquad \begin{aligned} &\overset{1}{G}{}^{\nu} - B^{\nu}_{c}{}'\overset{1}{G}{}^{c} = \overset{0}{\underset{1}{\Psi}}{}^{\nu}_{b}\overset{0}{G}{}^{b}, \quad \overset{2}{G}{}^{\nu} - B^{\nu}_{c}{}'\overset{2}{G}{}^{c} = \overset{1}{\underset{2}{\Psi}}{}^{\nu}_{b}{}'\overset{1}{G}{}^{b} + \overset{0}{\underset{2}{\Psi}}{}^{\nu}_{b}{}'\overset{0}{G}{}^{b}, \\ &\overset{3}{G}{}^{\nu} - B^{\nu}_{c}{}'\overset{3}{G}{}^{c} = \overset{2}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{b}{}'\overset{2}{G}{}^{b} + \overset{1}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{b}{}'\overset{1}{G}{}^{b} + \overset{0}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{b}{}'\overset{0}{G}{}^{b}, \end{aligned}$$

wobei man setzt:

$$(4.22)\qquad \begin{aligned} &{}'F\overset{0}{\underset{1}{\Psi}}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{0}{\underset{1}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^{\lambda}_{b}), \quad {}'F\overset{1}{\underset{2}{\Psi}}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{1}{\underset{2}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + 2a^{\lambda}_{b}), \\ &{}'F^{2}\overset{0}{\underset{2}{\Psi}}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{0}{\underset{2}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^{\mu}_{b}\overset{1}{\underset{2}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + \beta^{\lambda}_{b}) - B^{\nu}_{c}\overset{0}{\underset{2}{K}}{}^{c}_{b} - {}'F\overset{1}{\underset{2}{\Psi}}{}^{\nu}_{c}{}'\overset{0}{\underset{2}{\nabla}}{}^{c}_{b}, \\ &{}'F\overset{2}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{2}{\underset{3}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + 3a^{\lambda}_{b}) - B^{\nu}_{c}\overset{2}{\underset{3}{K}}{}^{c}_{b}, \\ &{}'F^{2}\overset{1}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{1}{\underset{3}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + 2a^{\mu}_{b}\overset{2}{\underset{3}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + 3\beta^{\lambda}_{b}) - B^{\nu}_{c}\overset{1}{\underset{3}{K}}{}^{c}_{b} - {}'F\overset{2}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{c}{}'\overset{1}{\underset{2}{\nabla}}{}^{c}_{b}, \\ &{}'F^{3}\overset{0}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda}(B^{\mu}_{b}\overset{0}{\underset{3}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^{\mu}_{b}\overset{1}{\underset{3}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + \beta^{\mu}_{b}\overset{2}{\underset{3}{\nabla}}{}^{\lambda}_{\mu} + \gamma^{\lambda}_{b}) \\ &\qquad\qquad - B^{\nu}_{c}\overset{0}{\underset{3}{K}}{}^{c}_{b} - {}'F^{2}\overset{1}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{c}{}'\overset{0}{\underset{1}{\nabla}}{}^{c}_{b} - {}'F\overset{2}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\nu}_{c}{}'\overset{0}{\underset{2}{\nabla}}{}^{c}_{b}, \\ &{}'\overset{0}{G}{}^{b} = dy^{b}, \qquad \overset{0}{G}{}^{\nu} = dx^{\nu}. \end{aligned}$$

Zwischen den intrinseken und induzierten Übertragungen bestehen nach (3.1), (4.11) und (4.12)

$$(4.23)\qquad {}'Dv^{a} - D^{*}v^{a} = \sum_{p=0}^{2}\overset{p}{M}{}^{a}_{bc}v^{b}dy^{(p)c} = \sum_{p=0}^{2}\overset{(p)}{M}{}^{a}_{bc}v^{b}{}'\overset{p}{G}{}^{c},$$

wobei

$$(4.24)\qquad \begin{aligned} &\overset{(2)}{M}{}^{a}_{bc} = {}'F^{2}\overset{2}{M}{}^{a}_{bc}, \qquad \overset{(1)}{M}{}^{a}_{bc} = {}'F(\overset{1}{M}{}^{a}_{bc} - \overset{2}{M}{}^{a}_{bf}{}'\overset{1}{\underset{2}{\nabla}}{}^{f}_{c}), \\ &\overset{(0)}{M}{}^{a}_{bc} = \overset{0}{M}{}^{a}_{bc} - {}'F^{-2}\overset{(2)}{M}{}^{a}_{bf}{}'\overset{0}{\underset{2}{\nabla}}{}^{f}_{c} - {}'F^{-1}\overset{(1)}{M}{}^{a}_{bf}{}'\overset{0}{\underset{1}{\nabla}}{}^{f}_{c} \end{aligned}$$

gesetzt sind.

Bezeichnet man mit $\overset{p}{\Gamma}$ bzw. $'\overset{p}{\Gamma}$ $(p = 0, 1, 2, 3)$ die kovarianten partiellen Ableitungen vierer Arten, die der Übertragung in $K_n^{(2)}$ bzw. $K_m^{(2)}$ angehören, so lauten nach (3.1), (4.23), (4.21) die Beziehungen zwischen beiden Übertragungen

$$
\begin{aligned}
'\overset{0}{\nabla}_b v^a &= B^{a\mu}_{\lambda b}\overset{0}{\nabla}_\mu v^\lambda + B^a_\lambda \sum_{p=1}^{3} \overset{0}{\underset{p}{\Psi}}{}^{\mu}_{b}\overset{p}{\nabla}_\mu v^\lambda + \overset{(0)}{M}{}^{a}_{cb} v^c ,\\
'\overset{1}{\nabla}_b v^a &= B^{a\mu}_{\lambda b}\overset{1}{\nabla}_\mu v^\lambda + B^a_\lambda \sum_{p=2}^{3} \overset{1}{\underset{p}{\Psi}}{}^{\mu}_{b}\overset{p}{\nabla}_\mu v^\lambda + \overset{(1)}{M}{}^{a}_{cb} v^c ,\\
'\overset{2}{\nabla}_b v^a &= B^{a\mu}_{\lambda b}\overset{2}{\nabla}_\mu v^\lambda + B^a_\lambda \overset{2}{\underset{3}{\Psi}}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_\mu v^\lambda + \overset{(2)}{M}{}^{a}_{cb} v^c ,\\
'\overset{3}{\nabla}_b v^a &= B^{a\mu}_{\lambda b}\overset{3}{\nabla}_\mu v^\lambda .
\end{aligned}
\tag{4.25}
$$

Deshalb ist die intrinseke Übertragung durch die induzierte Übertragung vollständig ausgedrückt.

Aus (4.12) und (4.24) folgt unmittelbar

$$
\sum_{p=0}^{2} \overset{p}{M}{}^{a}_{bc} y^{(p+1)c} = 0 , \tag{4.26}
$$

da die Grössen B^a_λ und Ω^a_b beide intrinsek sind. Es gilt also das Ergebniss:

Wenn das Linienelement zweiter Ordnung längs einer Kurve verschoben wird, so sind die 'D- und D-Differentiation beliebiger Grössen dieselben.*

§ 5. Die verallgemeinerte D-Symbolik.

10. Die zu den y^a gehörigen kontravarianten Massvektoren $\underset{a}{e}{}^c$ haben als Vektoren von $K_n^{(2)}$ die Bestimmungszahlen $\underset{a}{e}{}^\nu = B^\nu_b \underset{a}{e}{}^b$. Sie bilden die lokale R_m, die alle kontravarianten Vektoren der $K_m^{(2)}$ im betreffenden Linienelement enthält, da die aufgespannte lokale E_m mit dem Fundamentaltensor $'g_{ab}$ ausgestattet ist. Neben den Massvektoren $\underset{a}{e}{}^\nu$ wird in jedes Linienelement von $K_m^{(2)}$ ein System von m' zueinander senkrechten Einheitsvektoren $\underset{a}{e}{}^\nu(p, \ldots, w = a_{m+1}, \ldots, a_n)$ senkrecht zu $K_m^{(2)}$ als Massvektoren in $E_m^{m'}$ eingeführt, wo einfachheitshalber m' geschrieben ist statt $n-m$. Sie bilden auch die lokale $R_{m'}$, da die $E_m^{m'}$ definitionsweise mit dem Fundamentaltensor

$$(5.1) \qquad {}''g_{pq} = C^{\lambda\mu}_{pq} g_{\lambda\mu} \qquad (C^{\lambda}_{p} \overset{*}{=} e^{\lambda}_{p})$$

ausgestattet ist. In derselben Weise wie (1.8) gilt für den Einheitsaffinor in $R_{m'}$

$$(5.2) \qquad C^{p}_{\lambda} = {}''g^{pq} C^{\mu}_{q} g_{\lambda\mu} \qquad ({}''g^{pq}\,{}''g_{qr} = C^{p}_{r}) .$$

Auf dieselbe Weise wie im FINSLERschen Fall sind in jedem Linienelemente der $K^{(2)}_n$ eine R_n, eine R_m und eine $R_{m'}$ zugeordnet, und es gilt: die Grösse liegt mit den Indizes erster Art $a, b, \ldots, g$ in R_m, mit den Indizes zweiter Art $p, q, \ldots, w$ in $R_{m'}$, während sie in bezug auf die Indizes dritter Art $\lambda, \mu, \ldots, \sigma, \rho$ einfach als Grösse der $K^{(2)}_n$ aufzufassen ist.

11. Wenn eine Grösse A gegeben wird, die in $K^{(2)}_m$ definiert ist und über alle ihre Indizes als Grösse in $K^{(2)}_n$ aufgefasst wird, so existiert das kovariante Differential DA längs $K^{(2)}_m$ (sinnvoll). Für ein Linienelement $(x^{\nu}, x^{(1)\nu}, x^{(2)\nu}, x^{(3)\nu})$ von $K^{(2)}_m$ stehen die Differentialen $\overset{p}{G}{}^{\nu} - B^{\nu}_{c} \overset{p}{G}{}^{*c}$, $p = 1, 2, 3$, zu $K^{(2)}_m$ senkrecht:

$$(5.3) \qquad \begin{aligned} &\overset{1}{G}{}^{\nu} - B^{\nu}_{c} \overset{1}{G}{}^{*c} = \overset{1.0}{H}{}^{\nu}_{b} \overset{0}{G}{}^{b}, \quad \overset{2}{G}{}^{\nu} - B^{\nu}_{c} \overset{2}{G}{}^{*c} = \overset{2.1}{H}{}^{\nu}_{b} \overset{1}{G}{}^{*b} + \overset{2.0}{H}{}^{\nu}_{b} \overset{0}{G}{}^{b}, \\ &\overset{3}{G}{}^{\nu} - B^{\nu}_{c} \overset{3}{G}{}^{*c} = \overset{3.2}{H}{}^{\nu}_{b} \overset{2}{G}{}^{*b} + \overset{3.1}{H}{}^{\nu}_{b} \overset{1}{G}{}^{*b} + \overset{3.0}{H}{}^{\nu}_{b} \overset{0}{G}{}^{b}, \end{aligned}$$

wobei man setzt:

$$(5.4) \qquad \begin{aligned} &F \overset{1.0}{H}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda} (B^{\mu}_{b} \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^{\lambda}_{b}), \quad F \overset{2.1}{H}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda} (B^{\mu}_{b} \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + 2a^{\lambda}_{b}), \\ &F^{2} \overset{2.0}{H}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda} (B^{\mu}_{b} \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^{\mu}_{b} \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + \beta^{\lambda}_{b}) - F \overset{2.1}{H}{}^{\nu}_{c} \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{*c}_{b}, \\ &F \overset{3.2}{H}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda} (B^{\mu}_{b} \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + 3a^{\lambda}_{b}), \\ &F^{2} \overset{3.1}{H}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda} (B^{\mu}_{b} \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + 2a^{\mu}_{b} \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + 3\beta^{\lambda}_{b}) - F \overset{3.2}{H}{}^{\nu}_{c} \overset{1}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{b}, \\ &F^{3} \overset{3.0}{H}{}^{\nu}_{b} = C^{\nu}_{\lambda} (B^{\mu}_{b} \overset{0}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + a^{\mu}_{b} \overset{1}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + \beta^{\mu}_{b} \overset{2}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu} + \gamma^{\lambda}_{b}) \\ &\qquad\qquad - F^{2} \overset{3.1}{H}{}^{\nu}_{c} \overset{0}{\underset{1}{\wedge}}{}^{*c}_{b} - F \overset{3.2}{H}{}^{\nu}_{c} \overset{0}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{b}. \end{aligned}$$

Unter Benutzung des in § 3 angegebenen Hilfssatzes kann man beweisen

Hilfssatz 4. *Die ν-Gebiete der Grösse $\overset{p.q}{H}{}^{\nu}_{b}$ ($p = 1, 2, 3$; $q = 0, 1, 2$; $p > q$) sind zu $K^{(2)}_{m}$ senkrecht stehend, und die Überschiebung dieser Grösse bis auf $\overset{3.0}{H}{}^{\nu}_{b}$ mit $y^{(1)b}$ verschwindet identisch, d.h.*

$$\overset{1.0}{H}{}^{\nu}_{b}y^{(1)b} = \overset{2.1}{H}{}^{\nu}_{b}y^{(1)b} = \overset{2.0}{H}{}^{\nu}_{b}y^{(1)b} = \overset{3.2}{H}{}^{\nu}_{b}y^{(1)b} = \overset{3.1}{H}{}^{\nu}_{b}y^{(1)b} = 0\,. \tag{5.5}$$

Unter Berücksichtigung von (5.3) und (5.4) schreiben wir DA in der Gestalt

$$\begin{aligned} DA = {} & (\overset{0}{B}{}^{\nu}_{b}\nabla_{\nu}A + \overset{1.0}{H}{}^{\nu}_{b}\overset{1}{\nabla}_{\nu}A + \overset{2.0}{H}{}^{\nu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\nu}A + \overset{3.0}{H}{}^{\nu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\nu}A)\overset{0}{G}{}^{b} \\ & + (\overset{1}{B}{}^{\nu}_{b}\nabla_{\nu}A + \overset{2.1}{H}{}^{\nu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\nu}A + \overset{3.1}{H}{}^{\nu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\nu}A)\overset{1}{G}{}^{*b} \\ & + (\overset{2}{B}{}^{\nu}_{b}\nabla_{\nu}A + \overset{3.2}{H}{}^{\nu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\nu}A)\overset{2}{G}{}^{*b} + (\overset{3}{B}{}^{\nu}_{b}\nabla_{\nu}A)\overset{3}{G}{}^{*b}\,. \end{aligned} \tag{5.6}$$

Dies zeigt uns, dass die vier Ausdrücke, die die Koeffizienten der $\overset{0}{G}{}^{b}$ und $\overset{p}{G}{}^{*b}$ für $p = 1, 2, 3$ sind, sinnvoll sind, aber nicht im allgemeinen die Ausdrücke $\overset{0}{B}{}^{\nu}_{b}\nabla_{\nu}A$, $\overset{1}{B}{}^{\nu}_{b}\nabla_{\nu}A$, $\overset{2}{B}{}^{\nu}_{b}\nabla_{\nu}A$. Daraus soll man die sogenannte erweitertete D-Symbolik folgendermassen definieren: p ist eine Invariante, u^{ν} eine Grösse in $K^{(2)}_{n}$, v^{c} liegt in R_{m}, w^{r} in $R_{m'}$.

(5.7a)

$$\begin{aligned} &\alpha) \quad \overset{0}{D}_{b}p = \overset{0}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}p + \overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{1}{\nabla}_{\mu}p + \overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}p + \overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}p\,, \\ &\beta) \quad \overset{0}{D}_{b}u^{\nu} = \overset{0}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}u^{\nu} + \overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{1}{\nabla}_{\mu}u^{\nu} + \overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}u^{\nu} + \overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}u^{\nu}\,, \\ &\gamma) \quad \overset{0}{D}_{b}v^{c} = B^{c}_{\nu}\Big\{\overset{0}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}v^{\nu} + \overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{1}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}v^{\nu}\Big\}\,, \\ &\delta) \quad \overset{0}{D}_{b}w^{r} = C^{r}_{\nu}\Big\{\overset{0}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}w^{\nu} + \overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{1}{\nabla}_{\mu}w^{\nu} + \overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}w^{\nu} + \overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}w^{\nu}\Big\}\,; \end{aligned}$$

(5.7b)

$$\begin{aligned} &\alpha) \quad \overset{1}{D}_{b}p = \overset{1}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}p + \overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}p + \overset{3.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}p\,, \\ &\beta) \quad \overset{1}{D}_{b}u^{\nu} = \overset{1}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}u^{\nu} + \overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}u^{\nu} + \overset{3.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}u^{\nu}\,, \\ &\gamma) \quad \overset{1}{D}_{b}v^{c} = B^{c}_{\nu}\Big\{\overset{1}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}v^{\nu} + \overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{3.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}v^{\nu}\Big\}\,, \\ &\delta) \quad \overset{1}{D}_{b}w^{r} = C^{r}_{\nu}\Big\{\overset{1}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}w^{\nu} + \overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{2}{\nabla}_{\mu}w^{\nu} + \overset{3.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}w^{\nu}\Big\}\,; \end{aligned}$$

(5.7c)

$$\begin{aligned} &\alpha) \quad \overset{2}{D}_{b}p = \overset{2}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}p + \overset{3.2}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}p\,, \\ &\beta) \quad \overset{2}{D}_{b}u^{\nu} = \overset{2}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}u^{\nu} + \overset{3.2}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}u^{\nu}\,, \\ &\gamma) \quad \overset{2}{D}_{b}v^{c} = B^{c}_{\nu}\Big\{\overset{2}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}v^{\nu} + \overset{3.2}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}v^{\nu}\Big\}\,, \\ &\delta) \quad \overset{2}{D}_{b}w^{r} = C^{r}_{\nu}\Big\{\overset{2}{B}{}^{\mu}_{b}\nabla_{\mu}w^{\nu} + \overset{3.2}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3}{\nabla}_{\mu}w^{\nu}\Big\}\,; \end{aligned}$$

$$\text{(5.7d)}\qquad \begin{aligned} &\alpha)\ \overset{3}{D}_b p = B_b^\mu \overset{3}{\nabla}_\mu p\,, \qquad &&\beta)\ \overset{3}{D}_b u^\nu = B_b^\mu \overset{3}{\nabla}_\mu u^\nu\,,\\ &\gamma)\ \overset{3}{D}_b v^c = B_{\nu b}^{c\mu} \overset{3}{\nabla}_\mu v^\nu\,, \qquad &&\delta)\ \overset{3}{D}_b w^r = C_\nu^r B_b^\mu \overset{3}{\nabla}_\mu w^\nu\,. \end{aligned}$$

Wie man leicht ausrechnet, werden die $\overset{j}{D}_b$-Operatoren anderer Arten $\overset{j}{D}_r$, $\overset{j}{D}_\mu$ $(j = 0, 1, 2, 3)$ gegeben, aber man zeigt dies hier nicht, da unsere Theorie sie entbehren kann. Die verallgemeinerten Operatoren (5.7) genügen den üblichen Regeln für die Ableitungen von Summen und Produkten, und auch für die der Überschiebungen, die in bezug auf die Indizes gleicher Arten gebildet werden. Es ergeben sich sehr leicht die Regeln für die Differentiation einer Grösse höheren Grades mit verschiedenen Arten von Indizes.

§ 6. Krümmungsaffinoren.

12. Man setzt

$$\text{(6.1)}\qquad \begin{aligned} &\overset{0}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = \overset{0}{D}_b B_a^\nu\,, \qquad &&\overset{1}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = \overset{1}{D}_b B_a^\nu\,,\\ &\overset{2}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = \overset{2}{D}_b B_a^\nu \qquad \text{bzw.} \qquad &&\overset{3}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = \overset{3}{D}_b B_a^\nu \end{aligned}$$

und nennt den ersten Krümmungsaffinor von $K_m^{(2)}$ erster, zweiter, dritter bzw. vierter Art. Von ihnen kann man den folgenden Hilfssatz beweisen.

Hilfssatz 5. *Die Krümmungsaffinoren* $\overset{j}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}$ $(j = 0, 1, 2, 3)$ *lassen sich mit den Übertragungsparametern von* $K_n^{(2)}$ *berechnen:*

$$\text{(6.2)}\qquad \begin{aligned} &\alpha)\ \overset{3}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = F^3 C_\alpha^\nu B_{ab}^{\lambda\mu} \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha\,,\\ &\beta)\ \overset{2}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = F^2 C_\alpha^\nu B_a^\lambda (B_b^\mu \overset{(2)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha + \overset{3\cdot2}{H}{}_b^\mu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha)\,,\\ &\gamma)\ \overset{1}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = F C_\alpha^\nu B_a^\lambda (B_b^\mu \overset{(1)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha + \overset{2.1}{H}{}_b^\mu \overset{(2)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha + \overset{3.1}{H}{}_b^\mu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha)\,,\\ &\delta)\ \overset{0}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = C_\alpha^\nu B_a^\lambda (B_b^\mu \overset{(0)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha + \overset{1.0}{H}{}_b^\mu \overset{(1)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha + \overset{2.0}{H}{}_b^\mu \overset{(2)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha + \overset{3.0}{H}{}_b^\mu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha) + C_\lambda^\nu B_{ab}^\lambda\,. \end{aligned}$$

Beweis. Da wegen (6.1), (3.10 α) und (5.7d β, γ)

$$\begin{aligned} \overset{3}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} &= \overset{3}{D}_b B_a^\nu = B_{ab}^{\lambda\mu} \overset{3}{\nabla}_\mu B_\lambda^\nu \\ &= F^3 B_{ab}^{\lambda\mu} (\overset{(3)}{L}{}_{\alpha\mu}^\nu B_\lambda^\alpha - \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^\alpha B_\alpha^\nu) \end{aligned}$$

ist, so erhält man erstens mit Hilfe von (1.11), (3.8)

$$\overset{3}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = F^3 B_{ab}^{\lambda\mu}(\overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\nu} - \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\nu} + C_\alpha^\nu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha} - C_\lambda^\alpha \overset{(3)}{L}{}_{\alpha\mu}^{\nu})$$
$$= F^3 C_\alpha^\nu B_{ab}^{\lambda\mu} \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha} .$$

Man hat ebenfalls mit Hilfe von (2.6) und (5.7c β, γ)

$$\overset{2}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = B_a^\lambda(B_b^\mu \overset{2}{\nabla}_\mu B_\lambda^\nu + \overset{3.2}{H}{}_b^\mu \overset{3}{\nabla}_\mu B_\lambda^\nu)$$
$$= B_a^\lambda\Big\{F^2 B_b^\mu(B_{\lambda(2)\mu}^\nu - B_{\lambda(3)\omega}^\nu \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}_\mu^\omega + B_\lambda^\alpha \overset{(2)}{L}{}_{\alpha\mu}^{\nu} - B_\alpha^\nu \overset{(2)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha})$$
$$+ F^3 \overset{3.2}{H}{}_b^\mu(B_{\lambda(3)\mu}^\nu + B_\lambda^\alpha \overset{(3)}{L}{}_{\alpha\mu}^{\nu} - B_\alpha^\nu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha})\Big\}$$
$$= F^2 B_a^\lambda\Big\{B_b^\mu B_{\lambda(2)\mu}^\nu + (F\overset{3.2}{H}{}_b^\mu - B_b^\omega \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}_\omega^\mu) B_{\lambda(3)\mu}^\nu$$
$$+ B_b^\mu C_\alpha^\nu \overset{(2)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha} + \overset{3.2}{H}{}_b^\mu C_\alpha^\nu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha}\Big\} .$$

Da nach (5.4)

$$F\overset{3.2}{H}{}_b^\mu - B_b^\omega \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}_\omega^\mu = 3a_b^\mu - B_\alpha^\mu(B_b^\beta \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}_\beta^\alpha + 3a_b^\alpha)$$

ist, so folgt wegen (3.10 α)

$$B_a^\lambda(F\overset{3.2}{H}{}_b^\mu - B_b^\omega \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}_\omega^\mu) B_{\lambda(3)\mu}^\nu = 3B_a^\lambda a_b^\mu B_{\lambda(3)\mu}^\nu ;$$

infolgedessen hat man infolge (3.10 β)

$$\overset{2}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = F^2 C_\alpha^\nu B_a^\lambda(B_b^\mu \overset{(2)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha} + \overset{3.2}{H}{}_b^\mu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha}) .$$

Drittens ergibt sich für $\overset{1}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}$

$$\overset{1}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = FC_\alpha^\nu B_a^\lambda(B_b^\mu \overset{(1)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha} + \overset{2.1}{H}{}_b^\mu \overset{(2)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha} + \overset{3.1}{H}{}_b^\mu \overset{(3)}{L}{}_{\lambda\mu}^{\alpha}) + F\overset{1}{T}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} .$$

wo

$$\overset{1}{T}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = B_a^\lambda\Big\{B_b^\mu B_{\lambda(1)\mu}^\nu + (F\overset{2.1}{H}{}_b^\mu - B_b^\omega \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}_\omega^\mu) B_{\lambda(2)\mu}^\nu$$
$$+ (F^2\overset{3.1}{H}{}_b^\mu - F\overset{2.1}{H}{}_b^\omega \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}_\omega^\mu - B_b^\omega \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}_\omega^\mu) B_{\lambda(3)\mu}^\nu\Big\} .$$

Man kann schliessen, dass $\overset{1}{T}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}$ identisch verschwindet, d.h. vermöge des Hilfssatzes 1 und (5.4) sind :

$$F\overset{2.1}{H}{}_b^\mu - B_b^\omega \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}_\omega^\mu = 2a_b^\mu - B_a^\mu \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^*{}_b^a + 2F^{-1} a_b^\nu \overset{1}{\mathfrak{F}}_\nu x^{(1)\mu} ,$$

$$F^2\overset{3.1}{H}{}^{\mu}_{b}-F\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\mu}_{\omega}-B^{\omega}_{b}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\mu}_{\omega}=3\beta^{\mu}_{b}-3a^{\mu}_{a}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b}-B^{\mu}_{a}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{b}$$

$$+3F^{-1}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\nu}(\beta^{\nu}_{b}-a^{\nu}_{c}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{c}_{b})x^{(1)\mu}+6F^{-1}a^{\nu}_{b}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\nu}N^{\mu}_{\lambda}x^{(2)\lambda}\,,$$

so hat man mit Hilfe von (3.10 α, β, γ)

$$\overset{1}{T}{}^{\cdot\cdot\nu}_{ba}=B^{\lambda}_{a}\Big\{(B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(1)\mu}+2a^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu}+3\beta^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu})$$

$$-(B^{\mu}_{c}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu}+3a^{\mu}_{c}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu})\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b}-B^{\mu}_{c}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{c}_{b}$$

$$+2F^{-1}(B^{\nu}_{\lambda(2)\mu}x^{(1)\mu}+3B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}x^{(2)\mu})a^{\sigma}_{b}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\sigma}$$

$$+3F^{-1}(\beta^{\sigma}_{b}-a^{\sigma}_{f}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{f}_{b}+2F^{-1}a^{\sigma}_{b}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\rho}x^{(2)\rho})\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\sigma}B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}x^{(1)\mu}\Big\}=0\,.$$

Daraus folgt die Behauptung (6.2 γ) des Satzes. Hier benutzen wir die Symbole $\overset{(q)}{\underset{p}{\wedge}}{}^{a}_{b}$, die aus $\overset{q}{\underset{p}{\wedge}}{}^{a}_{b}$ eingeführt werden und die ganz analoge Gestalt wie (2.7) haben.

Nach weniger Rechnung erhält man viertens

$$\overset{0}{H}{}^{\cdot\cdot\nu}_{ba}=C^{\nu}_{\alpha}B^{\lambda}_{a}(B^{\mu}_{b}\overset{(0)}{L}{}^{\alpha}_{\lambda\mu}+\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{(1)}{L}{}^{\alpha}_{\lambda\mu}+\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{(2)}{L}{}^{\alpha}_{\lambda\mu}+\overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{(3)}{L}{}^{\alpha}_{\lambda\mu})+\overset{0}{T}{}^{\cdot\cdot\nu}_{ba}\,,$$

wo

$$\overset{0}{T}{}^{\cdot\cdot\nu}_{ba}=B^{\lambda}_{a}\Big[B^{\mu}_{b}B^{\nu}_{\lambda(0)\mu}+(F\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\mu}_{\omega})B^{\nu}_{\lambda(1)\mu}$$

$$+\Big\{F^2\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\mu}_{\omega}-(F\overset{1.0}{H}{}^{\rho}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\rho}_{\omega})\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\mu}_{\rho}\Big\}B^{\nu}_{\lambda(2)\mu}\Big]$$

$$+B^{\lambda}_{a}\Big[F^3\overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\mu}_{\omega}-(F\overset{1.0}{H}{}^{\rho}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\rho}_{\omega})\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\mu}_{\rho}$$

$$-\Big\{F^2\overset{2.0}{H}{}^{\varkappa}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\varkappa}_{\omega}-(F\overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b}-B^{\sigma}_{b}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\omega}_{\sigma})\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\varkappa}_{\omega}\Big\}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{\mu}_{\varkappa}\Big]B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}\,.$$

Es sind überdies

$$F\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\mu}_{\omega}=a^{\mu}_{b}-B^{\mu}_{a}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{a}_{b}+F^{-1}\overset{1}{\mathfrak{E}}_{\lambda}a^{\lambda}_{b}x^{(1)\mu}\,.$$

$$F^2\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{b}-B^{\omega}_{b}\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\mu}_{\omega}-(F\overset{1.0}{H}{}^{\sigma}_{b}-B^{\rho}_{b}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\sigma}_{\rho})\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\mu}_{\sigma}=\beta^{\mu}_{b}-2a^{\mu}_{a}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{a}_{b}$$

$$-B^{\mu}_{a}\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{b}+S_{b}x^{(1)\mu}\,,$$

$$F^3 \overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{b} - B^{\omega}_{b} \overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{\mu}_{\omega} - (F \overset{1.0}{H}{}^{\rho}_{b} - B^{\omega}_{b} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} {}^{\rho}_{\omega}) \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{\mu}_{\rho} - \Big\{ F^2 \overset{2.0}{H}{}^{\varkappa}_{b} - B^{\omega}_{b} \overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{\varkappa}_{\omega}$$

$$- (F \overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b} - B^{\sigma}_{b} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} {}^{\omega}_{\sigma}) \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{\varkappa}_{\omega} \Big\} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{\mu}_{\varkappa} = \gamma^{\mu}_{b} - 3\beta^{\mu}_{a} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} *^{a}_{b} - 3\alpha^{\mu}_{a} \overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}} *^{a}_{b}$$

$$- B^{\mu}_{a} \overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}} *^{a}_{b} + 3S_b x^{(2)\mu} + 3F^{-1} a^{\lambda}_{b} \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\lambda} x^{(3)\mu} + T_b x^{(1)\mu} ,$$

wo

$$S_b = F^{-1}(\beta^{\lambda}_{b} - 2\alpha^{\lambda}_{f} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} *^{f}_{b} + 2F^{-1} a^{\mu}_{b} \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\mu} x^{(2)\lambda}) \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\lambda} ,$$

$$T_b = F^{-1} \Big\{ \gamma^{\lambda}_{b} - 3\beta^{\lambda}_{c} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} *^{c}_{b} - 3\alpha^{\lambda}_{c} \overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}} *^{c}_{b} + 3F^{-1}(\beta^{\lambda}_{b} - 2\alpha^{\lambda}_{f} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} *^{f}_{b}$$

$$+ 2F^{-1} a^{\lambda}_{b} \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\rho} x^{(2)\rho}) \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\mu} x^{(2)\mu} \Big\} \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\lambda}$$

gesetzt sind, daraus geht mittels des Hilfssatzes 2 hervor, dass

$$\overset{0}{T}{}^{\cdots\nu}_{ba} = B^{\lambda}_{a} \Big\{ B^{\mu}_{b} B^{\nu}_{\lambda(0)\mu} + a^{\mu}_{b} B^{\nu}_{\lambda(1)\mu} + \beta^{\mu}_{b} B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + \gamma^{\mu}_{b} B^{\nu}_{\lambda(3)\mu})$$

$$- (B^{\mu}_{c} B^{\nu}_{\lambda(1)\mu} + 2a^{\mu}_{c} B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3\beta^{\mu}_{c} B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}) \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} *^{c}_{b}$$

$$- (B^{\mu}_{c} B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} + 3a^{\mu}_{c} B^{\nu}_{\lambda(3)\mu}) \overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}} *^{c}_{b} - B^{\mu}_{c} B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} \overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}} *^{c}_{b}$$

$$- F^{-1}(B^{\nu}_{\lambda(1)\mu} x^{(1)\mu} + 2B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} x^{(2)\mu} + 3B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} x^{(3)\mu}) a^{\sigma}_{b} \overset{1}{\mathfrak{E}}_{\sigma}$$

$$+ (B^{\nu}_{\lambda(2)\mu} x^{(1)\mu} + 3B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} x^{(2)\mu}) S_b + B^{\nu}_{\lambda(3)\mu} x^{(1)\mu} T_b \Big\}$$

$$= C^{\nu}_{\lambda} B^{\lambda}_{ab} ,$$

womit der Satz vollständig bewiesen ist.

Hieraus schliessend, ist es leicht, das Ergebnis zu beweisen:

Die ν-Gebiete der Krümmungsaffinoren $\overset{j}{H}{}^{\cdots\nu}_{ba}$ $(j = 0, 1, 2, 3)$ stehen zu $K^{(2)}_{m}$ senkrecht:

$$B^{c}_{\nu} \overset{j}{H}{}^{\cdots\nu}_{ba} = 0 \qquad \text{für} \qquad j = 0, 1, 2, 3. \tag{6.3}$$

13. Man bezeichnet von jetzt an ein geordnetes System der k Zahlen $i_1, i_2, \ldots, i_k$, die entweder 0, 1, 2 oder 3 sind, mit $(i_1 i_2 \ldots i_k)$ oder kurz (i). Die Systeme $(i_1 \ldots i_k)$ mit derselben Anzahl k bilden eine Klasse, wobei k ihre Klassenzahl ist, und ausserdem werden die geordneten Systeme aller Klassen durch die folgenden Gesetze vollständig geordnet[1]:

(1) Siehe H. HOMBU, a.a.O., (6).

(I) Gehören zwei Systeme verschiedenen Klassen an, so geht das System mit der kleineren Klassenzahl dem anderen voran;

(II) Gehören die zwei Systeme (i), (j) derselben Klasse k an und bestehen $i_1 = j_1$, $i_2 = j_2$, ..., $i_{k'} = j_{k'}$ und $i_{k'+1} < j_{k'+1}$ $(0 \leqq k' < k)$, so geht das System (i) dem Systeme (j) voran. Der Zustand, bei welchem ein System (i) einem anderen System (j) vorangeht, wird wie üblich mit dem Zeichen $(i) < (j)$ bezeichnet.

Der Bequemlichkeit wegen fügt man dem oben vollständig geordneten System ein ideales Element (θ) mit der Klassenzahl 0 hinzu, wofür man voraussetzt, dass dieses Element (θ) allen Systemen vorangeht und zwei Systeme $(i_1 \ldots i_k)$, $(\theta i_1 \ldots i_k)$ identisch gleich sind.

Für jedes System (j) mit der unverschwindenden Klassenzahl, das nicht einem bestimmten Systeme $(l) = (l_1 l_2 \ldots l_p)$ nachfolgt, sei jetzt eine ganze Zahl $m_{(j)}$ bestimmt, die verschwinden mag. In jedem Linienelemente von $K_m^{(2)}$ sei noch ein System von zueinander senkrechten Richtungen $\overset{(0)}{E}, \overset{(1)}{E}, \ldots, \overset{(l)}{E}$ mit den Dimensionszahlen $m_{(0)}$, $m_{(1)}, \ldots, m_{(l)}$ nach der Reihe in der lokalen $R_{m'}$ gegeben; und es sei

$$m^* = m' - (m_{(0)} + m_{(1)} + \ldots + m_{(l)}) \geqq 0 . \tag{6.4}$$

Man führt in jeder $\overset{(j)}{E}$, $(j) = (0), (1), \ldots, (l)$, ein System von $m_{(j)}$ gegenseitig senkrechten Einheitsvektoren e^ν als Massvektoren ein, wo die laufenden Indizes $p_{(j)}, \ldots, w_{(j)}$ die Werte $\overset{(j)}{a}_1, \ldots, \overset{(j)}{a}_{m_{(j)}}$ durchlaufen. Es ist dann leicht zu sehen, dass jede $\overset{(j)}{E}$ eine $\overset{(j)}{R}$ ist, da die $\binom{\nu}{p_{(j)}}$-Bestimmungszahlen mit den Beziehungen $\overset{(j)}{B}{}^\nu_{p_{(j)}} \overset{*}{=} e^\nu_{p_{(j)}}$ gegeben werden und in jeder $\overset{(j)}{E}$

$$\overset{(j)}{g}_{p_{(j)}q_{(j)}} = \overset{(j)}{B}{}^{\lambda\ \mu}_{p_{(j)}q_{(j)}} g_{\lambda\mu} \tag{6.5}$$

als Fundamentaltensor angesehen wird. In ganz entsprechender Weise wie (5.2) für $R_{m'}$ lassen sich die $\binom{p_{(j)}}{\nu}$-Bestimmungszahlen des Einheitsaffinors $\overset{(j)}{B}$ in $\overset{(j)}{R}$ so bilden:

$$\overset{(j)}{B}{}^{p_{(j)}}_{\nu} = \overset{(j)}{g}{}^{p_{(j)}q_{(j)}} \overset{(j)}{B}{}^{\mu}_{q_{(j)}} g_{\mu\nu}\ , \quad \overset{(j)}{g}{}^{p_{(j)}q_{(j)}} \overset{(j)}{g}_{q_{(j)}r_{(j)}} = \overset{(j)}{B}{}^{p_{(j)}}_{r_{(j)}} . \tag{6.6}$$

Von jetzt an schreibt man $\overset{(\theta)}{R}$ für die lokale R_m von $K_m^{(2)}$ und $\overset{(\theta)}{B}{}^\nu_{a_{(\theta)}}$ statt B^ν_a.

Die Bedeutung der bereits im vorigen Paragraphen definierten $\overset{j}{D}_b$-Operatoren (5.7) lässt sich für den ganz in $\overset{(j)}{R}$ liegenden kontra- bzw. kovarianten Vektor $v^{r(j)}$ bzw. $w_{p_{(j)}}$ folgendermassen erweitern:

$$\overset{0}{D}_b v^{r(j)} = \overset{(j)}{B}{}^{r_{(j)}}_{\nu}\left\{B_b^{\mu}\overset{0}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{1.0}{H}{}_b^{\mu}\overset{1}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{2.0}{H}{}_b^{\mu}\overset{2}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{3.0}{H}{}_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}v^{\nu}\right\},$$

$$\overset{1}{D}_b v^{r(j)} = \overset{(j)}{B}{}^{r_{(j)}}_{\nu}\left\{B_b^{\mu}\overset{1}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{2.1}{H}{}_b^{\mu}\overset{2}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{3.1}{H}{}_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}v^{\nu}\right\}, \tag{6.7a}$$

$$\overset{2}{D}_b v^{r(j)} = \overset{(j)}{B}{}^{r_{(j)}}_{\nu}\left\{B_b^{\mu}\overset{2}{\nabla}_{\mu}v^{\nu} + \overset{3.2}{H}{}_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}v^{\nu}\right\}, \quad \overset{3}{D}_b v^{r(j)} = \overset{(j)}{B}{}^{r_{(j)}}_{\nu}B_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}v^{\nu};$$

$$\overset{0}{D}_b w_{p_{(j)}} = \overset{(j)}{B}{}^{\lambda}_{p_{(j)}}\left\{B_b^{\mu}\overset{0}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda} + \overset{1.0}{H}{}_b^{\mu}\overset{1}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda} + \overset{2.0}{H}{}_b^{\mu}\overset{2}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda} + \overset{3.0}{H}{}_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda}\right\},$$

$$\overset{1}{D}_b w_{p_{(j)}} = \overset{(j)}{B}{}^{\lambda}_{p_{(j)}}\left\{B_b^{\mu}\overset{1}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda} + \overset{2.1}{H}{}_b^{\mu}\overset{2}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda} + \overset{3.1}{H}{}_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda}\right\}, \tag{6.7b}$$

$$\overset{2}{D}_b w_{p_{(j)}} = \overset{(j)}{B}{}^{\lambda}_{p_{(j)}}\left\{B_b^{\mu}\overset{2}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda} + \overset{3.2}{H}{}_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda}\right\}, \quad \overset{3}{D}_b w_{p_{(j)}} = \overset{(j)}{B}{}^{\lambda}_{p_{(j)}}B_b^{\mu}\overset{3}{\nabla}_{\mu}w_{\lambda}.$$

Es kann so leicht gezeigt werden, dass für die in dieser Weise erweiterten $\overset{j}{D}_b$-Operatoren sowohl die gewöhnlichen Regeln für Differentiationen von Summen und Produkten gelten, als auch die für die Differentiationen der verschiedenen möglichen Überschiebungen, die den Arten von Indizes $\lambda, \mu, \ldots, \omega$; $a, b, \ldots, g$; $p_{(j)}, \ldots, w_{(j)}$ $((j) = (0), \ldots, (l))$ entsprechen.

§ 7. FRENETsche Gleichungen erster Art für $K_m^{(2)}$ in $K_n^{(2)}$.

14. Nun wollen wir die sogenannten verallgemeinerten FRENETschen Gleichungen erster Art für $K_m^{(2)}$ in $K_n^{(2)}$ aufstellen, indem man die erst von SCHOUTEN und VAN KAMPEN oder HOMBU ermittelten Methoden bei ber Betrachtung der höheren Krümmung vom Unterraume anwendet.

Man hat bis jetzt die sechs Grössen $\overset{p.q}{H}{}^{\nu}_{a}$ und die vier Grössen $\overset{j}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}$, deren ν-Gebiete offenbar die mit $K_m^{(2)}$ invariant verbundenen und zu $K_m^{(2)}$ senkrechten Richtungen nach Hilfssatz 4 und (6.3) sind. Wir benutzen aber zur Abkürzung nur die ν-Gebiete der $\overset{j}{H}{}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}$ und deren $\overset{j}{D}_b$-Ableitungen, um die $\overset{(j)}{R}$, die bis hier noch beliebig gewählt wurden, jetzt automatisch aus der Betrachtung der höheren Krümmung von $K_m^{(2)}$ in $K_n^{(2)}$ festzusetzen.

Für $\overset{(0)}{R}$ wählt man das ν-Gebiet der $\overset{0}{H}{}^{\nu}_{ba}$, und für $\overset{(1)}{R}$ diejenige Richtung, welche in der Richtung, die von $\overset{(0)}{R}$ und dem ν-Gebiete der $\overset{1}{H}{}^{\nu}_{ba}$ aufgespannt ist, liegt und ausserdem zu $\overset{(0)}{R}$ senkrecht steht[1]. Insbesondere nehmen wir an, dass $\overset{(\theta)}{R}$ mit R_m übereinstimmt. Für $\overset{(2)}{R}$ wählt man diejenige Richtung, welche in der Richtung, die von $\overset{(0)}{R}$, $\overset{(1)}{R}$ und dem ν-Gebiete der $\overset{2}{H}{}^{\nu}_{ba}$ aufgespannt ist, liegt und ausserdem senkrecht zu $\overset{(0)}{R}$, $\overset{(1)}{R}$ steht[1]. Auf analoge Weise wählt man für $\overset{(3)}{R}$ diejenige Richtung, welche in der Richtung, die von $\overset{(0)}{R}$, $\overset{(1)}{R}$, $\overset{(2)}{R}$, und dem ν-Gebiete der $\overset{3}{H}{}^{\nu}_{ba}$ aufgespannt ist, liegt und ausserdem senkrecht zu $\overset{(0)}{R}$, $\overset{(1)}{R}$ und $\overset{(2)}{R}$ steht. Fundamentaltensoren und Einheitsaffinoren in $\overset{(j)}{R}$, $(j = 0, 1, 2, 3)$, seien mit $\overset{(j)}{g}_{p_{(j)}q_{(j)}}$ bzw. $\overset{(j)}{B}$ bezeichnet.

Betrachtet man dann die ν-Gebiete der $\overset{j}{D}_b$-Ableitungen dieser $\overset{(j)}{B}$:

$$\overset{j}{D}_b\overset{(0)}{B}{}^{\nu}_{r_{(0)}}, \quad \overset{j}{D}_b\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{r_{(1)}}, \quad \overset{j}{D}_b\overset{(2)}{B}{}^{\nu}_{r_{(2)}}, \quad \overset{j}{D}_b\overset{(3)}{B}{}^{\nu}_{r_{(3)}} \qquad \text{für} \quad j = 0, 1, 2, 3.$$

Für $\overset{(00)}{R}$ wählt man diejenige Richtung, welche in der von $\overset{(j)}{R}$ $(j = 0, 1, 2, 3)$, $\overset{0}{D}_b\overset{(0)}{B}{}^{\nu}_{r_{(0)}}$ $(b, r_{(0)}$: abgedrosselt) aufgespannten Richtung zu $\overset{(j)}{R}$ $(j = \theta, 0, 1, 2, 3)$ senkrecht steht, und für $\overset{(01)}{R}$ diejenige, welche in der von $\overset{(j)}{R}$ $(j = 0, 1, 2, 3, 00)$, $\overset{1}{D}_b\overset{(0)}{B}{}^{\nu}_{r_{(0)}}$ $(b, r_{(0)}$: abgedrosselt) aufgespannten Richtung zu $\overset{(j)}{R}$ $(j = \theta, 0, 1, 2, 3, 00)$ senkrecht steht, usw. Im allgemeinen, wenn jede $\overset{(j)}{R}$ $((j) < (i) = (i_1 \ldots i_k))$ definiert ist, so wird die Richtung der $\overset{(i)}{R}$ bestimmt als die, welche in der von allen $\overset{(j)}{R}$ $((j)<(i))$ und $\overset{i_k}{D}_b\overset{(i')}{B}{}^{\nu}_{r_{(i')}}$ $((i') = (i_1 \ldots i_{k-1})$; $b, r_{(i')}$: abgedrosselt) aufgespannten Richtung zu R_m und zu allen $\overset{(j)}{R}$ $((j) < (i))$ senkrecht steht. Da bei diesem Verfahren nacheinander eine neue R senkrecht zu den vorigen hinzukommt, so wird man nach einer endlichen Anzahl von Schritten zum Schluss kommen. Dann gilt der

Satz I. *Bezeichnet man mit p die Klassenzahl von $\overset{(l)}{R}$, die die durch $\overset{j}{D}_b$-Ableitungen erhaltenen ν-Gebiete aus jedem $\overset{(l)}{R}$ keine neue Richtungen senkrecht zu R_m geben, so bestehen:*

$$\overset{j}{D}_b{}'g_{ac} = 0\,, \tag{7.1}$$

(1) Man muss die SCHMIDTsche Methode in bezug auf die Orthogonalisierung anwenden, wenn es nötig ist.

$$(7.2)\qquad \overset{j}{D}_b \overset{(i)}{g}_{p_{(i)}q_{(i)}} = 0\,, \qquad (\textit{Klasse von } (i) \leqq p)\,,$$

und die verallgemeinerten FRENETschen Gleichungen

$$(7.3)\qquad \boxed{\overset{0}{D}_b x^\nu = B_b^\nu\,, \qquad \overset{1}{D}_b x^\nu = \overset{2}{D}_b x^\nu = \overset{3}{D}_b x^\nu = 0\,,}$$

$$(7.4)\qquad \boxed{\begin{aligned}
&\text{a)}\quad \overset{j}{D}_b B_a^\nu = \overset{j}{H}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = \sum_{(0)\leq(k)\leq(j)}^{k} \overset{j}{\underset{(k)}{H}}_{ba}^{\cdot\cdot\nu} = \sum_{(\theta)<(k)\leq(\theta j)}^{k} \overset{j(\theta)}{\underset{(k)}{H}}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}\,,\\
&\text{b)}\quad \overset{j}{D}_b \overset{(i)}{B}_{r_{(i)}}^{\nu} = -\sum_{(i)\leq(kj)<(ij)}^{k} \overset{j(k)}{\underset{(i)}{H}}_{b\cdot r_{(i)}}^{\cdot\cdot\nu} + \sum_{(i)<(k)\leq(ij)}^{k} \overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}_{br_{(i)}}^{\cdot\cdot\nu}\,,\\
&\text{c)}\quad \overset{j}{D}_b \overset{(l)}{B}_{r_{(l)}}^{\nu} = -\sum_{(l)\leq(kj)\leq(lj)}^{k} \overset{j(k)}{\underset{(l)}{H}}_{b\cdot r_{(l)}}^{\cdot\cdot\nu} + \sum_{(l)<(k)}^{k} \overset{j(l)}{\underset{(k)}{H}}_{br_{(l)}}^{\cdot\cdot\nu}\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{Klasse von } (k) = p
\end{aligned}}$$

oder

$$(7.5)\qquad \begin{aligned}
&\text{a)}\quad \overset{j}{D}_b B_\lambda^c = \overset{j}{H}_b^{\cdot c}{}_\lambda = \sum_{(0)\leq(k)\leq(j)}^{k} \overset{j}{\underset{(k)}{H}}_b^{\cdot c}{}_\lambda = \sum_{(\theta)<(k)\leq(\theta j)}^{k} \overset{j(\theta)}{\underset{(k)}{H}}_b^{\cdot c}{}_\lambda\,,\\
&\text{b)}\quad \overset{j}{D}_b \overset{(i)}{B}_\lambda^{p_{(i)}} = -\sum_{(i)\leq(kj)<(ij)}^{k} \overset{j(k)}{\underset{(i)}{H}}_b^{\cdot\cdot}{}_\lambda^{p_{(i)}} + \sum_{(i)<(k)\leq(ij)}^{k} \overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}_b^{\cdot p_{(i)}}{}_\lambda\,,\\
&\text{c)}\quad \overset{j}{D}_b \overset{(l)}{B}_\lambda^{p_{(l)}} = -\sum_{(l)\leq(kj)<(lj)}^{k} \overset{j(k)}{\underset{(l)}{H}}_b^{\cdot\cdot}{}_\lambda^{p_{(l)}} + \sum_{(l)<(k)}^{k} \overset{j(l)}{\underset{(k)}{H}}_b^{\cdot p_{(l)}}{}_\lambda\,,\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{Klasse von } (k) = p
\end{aligned}$$

$(j = 0, 1, 2, 3\,;$ *Klasse von* $(i) < p\,;$ *Klasse von* $(l) = p)$,

wobei sich $\overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}_{br_{(i)}}^{\cdot\cdot\nu}$ *für* $(i) < (k) \leqq (ij)$ *definieren lässt und in bezug auf die Indizes* b, $r_{(i)}$, ν *in* R_m, $\overset{(i)}{R}$, $\overset{(k)}{R}$ *der Reihe nach liegt.*

Beweis. Es ist klar, dass (7.1) richtig ist, da die induzierte Übertragung bezüglich $'g_{ac}$ metrisch ist. Wenn man beachtet, dass in $R_{m'}$ das ν-Gebiet der Grösse $\overset{j}{H}_{ba}^{\cdot\cdot\nu}$ selbst in dem in $\overset{(k)}{R}$ $((0) \leqq (k) < (j))$ enthaltenen Teil und in dem in $\overset{(k)}{R}$ nicht enthaltenen zerlegt wird, so ergeben sich (7.3) und (7.4 a) infolge (6.1). Mit Hilfe von (7.4 a) und der Zerlegung wie oben folgt ohne weiteres (7.5 a):

$$\begin{aligned}
\overset{j}{D}_b B_\lambda^c &= \overset{j}{D}_b('g^{ac} g_{\lambda\mu} B_a^\mu) = {}'g^{ca} g_{\mu\lambda} \overset{j}{D}_b B_a^\mu\\
&= {}'g^{ca} g_{\mu\lambda} \overset{j}{H}_{ba}^{\cdot\cdot\mu} = \overset{j}{H}_b^{\cdot c}{}_\lambda = \sum_{(\theta)<(k)\leq(\theta j)}^{k} \overset{j(\theta)}{\underset{(k)}{H}}_b^{\cdot c}{}_\lambda\,.
\end{aligned}$$

Die übrigbleibenden Beziehungen lassen sich nach Induktion beweisen. Wenn nämlich (7.2), (7.4 b), (7.5 b) oder (7.2), (7.4 c), (7.5 c) für (i) oder (l) richtig sind, so sind sie auch richtig in bezug auf das dem (i) oder (l) unmittelbar Nachfolgende, welches kurz mit $(i+1)$ oder $(l+1)$ bezeichnet wird.

Setzt man

$$(7.6)\qquad \overset{j(i+1)}{\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}} = \overset{j\ (i+1)}{D_b}\, B^{\nu}_{r_{(i+1)}} + \sum_{(i+1)\leq(kj)<(i+1,\,j)}^{k} \overset{j(k)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{(i+1)\ b\ \cdot\ r_{(i+1)}},$$

so folgt, dass für $(i+1)\leqq(mj)<(i+1, j)$

$$\begin{aligned}
\overset{(m)\ j(i+1)}{B^{p_{(m)}}_{\nu}\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}} &= -\overset{(i+1)}{B^{\nu}_{r_{(i+1)}}}\overset{j\ (m)}{D_b B^{p_{(m)}}_{\nu}} + \overset{j(m)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(i+1)\ b\ \cdot\ r_{(i+1)}} \\
&= -\overset{(i+1)}{B^{\nu}_{r_{(i+1)}}}\Big\{-\sum_{(m)\leq(kj)<(mj)}^{k} \overset{j(k)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(m)\ b\nu} + \sum_{(m)<(k)\leq(mj)}^{k} \overset{j(m)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(k)\ b\ \cdot\ \nu}\Big\} \\
&\qquad + \overset{j(m)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(i+1)\ b\ \cdot\ r_{(i+1)}} \\
&= -\overset{(i+1)}{B^{\nu}_{r_{(i+1)}}} \sum_{(m)<(k)\leq(mj)}^{k} \overset{j(m)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(k)\ b\ \cdot\ \nu} + \overset{j(m)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(j+1)\ b\ \cdot\ r_{(i+1)}} = 0,
\end{aligned}$$

für $(mj)<(i+1)$

$$\begin{aligned}
\overset{(m)\ j(i+1)}{B^{p_{(m)}}_{\nu}\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}} &= -\overset{(i+1)}{B^{\nu}_{r_{(i+1)}}}\overset{j\ (m)}{D_b B^{p_{(m)}}_{\nu}} \\
&= -\overset{(i+1)}{B^{\nu}_{r_{(i+1)}}}\Big\{-\sum_{(m)\leq(kj)<(mj)}^{k} \overset{j(k)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(m)\ b\nu} + \sum_{(m)<(k)\leq(mj)}^{k} \overset{j(m)}{H}{}^{\cdot\cdot\ p_{(m)}}_{(k)\ b\ \cdot\ \nu}\Big\} = 0
\end{aligned}$$

und für $m = i+1$

$$\begin{aligned}
\overset{(i+1)\ j(i+1)}{B^{p_{(i+1)}}_{\nu}\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}} &= \overset{(i+1)\ (i+1)}{B^{p_{(i+1)}}_{\nu}B^{\lambda}_{r_{(i+1)}}}\overset{j\ (i+1)}{D_b\, B^{\nu}_{\lambda}} + \overset{(i+1)}{B^{p_{(i+1)}}_{\nu}} \sum_{(i+1)\leq(kj)<(i+1,\,j)}^{k} \overset{j(k)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{(i+1)\ b\ \cdot\ r_{(i+1)}} \\
&= \overset{(i+1)\ (i+1)}{B^{p_{(i+1)}}_{\nu}B^{\lambda}_{r_{(i+1)}}}\overset{j}{D_b}(A^{\nu}_{\lambda} - \overset{(i+1)}{C^{\nu}_{\lambda}}) = -\overset{(i+1)\ (i+1)}{B^{p_{(i+1)}}_{\nu}B^{\lambda}_{r_{(i+1)}}}\overset{j\ (i+1)}{D_b\, C^{\nu}_{\lambda}} \\
&= \overset{(i+1)\ (i+1)\ j\ (i+1)}{B^{p_{(i+1)}}_{\nu}\, C^{\nu}_{\lambda} D_b\, B^{\lambda}_{r_{(i+1)}}} = 0;
\end{aligned}$$

dies lehrt uns geometrisch, dass das ν-Gebiet der Grösse $\overset{j(i+1)}{\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}}$ zu $\overset{(\theta)}{R}, \overset{(0)}{R}, \overset{(1)}{R}, \ldots, \overset{(i+1)}{R}$ senkrecht steht. Da trotzdem das ν-Gebiet der $\overset{j(i+1)}{\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}}$ höchstens in der von $\overset{(\theta)}{R}, \overset{(0)}{R}, \overset{(1)}{R}, \ldots, \overset{(i+1,\,j)}{R}$ aufgespannten Richtung enthalten ist, so wird die Grösse $\overset{j(i+1)}{\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}}$ in folgender Form geschrieben:

$$\overset{j(i+1)}{\mathfrak{H}}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}} = \sum_{(i+1)<(k)\leq(i+1,\,j)}^{k} \overset{j(i+1)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{br_{(i+1)}},$$

d.h.

$$(7.7)\quad \overset{j}{D}_b \overset{(i+1)}{B}{}^{\nu}_{r_{(i+1)}} = -\sum_{(i+1)\leq(kj)<(i+1,\,j)}{}^{k} \overset{j(k)}{H}{}^{\nu}_{b\,\cdot\,r_{(i+1)}} + \sum_{(i+1)<(k)\leq(i+1,\,j)}{}^{k} \overset{j(i+1)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{(k)\ br_{(i+1)}},$$

woraus man schliessen kann, dass (7.4 b) für $(i+1)$ auch richtig ist, wenn sie für (i) so ist. Dieses Verfahren bleibt auch gültig für den Fall, bei dem die Klassenzahl von (l) gleich p ist, d.h. (7.4 c) ist bewiesen.

Da nach (6.5), (1.14) und (7.7)

$$(7.8)\quad \begin{aligned} \overset{j(i+1)}{D}_b g_{p_{(i+1)}q_{(i+1)}} &= \overset{j}{D}_b\left(\overset{(i+1)}{B}{}^{\lambda}_{p_{(i+1)}}\overset{(i+1)}{B}{}^{\mu}_{q_{(i+1)}}g_{\lambda\mu}\right) = 2g_{\lambda\mu}\overset{(i+1)}{B}{}^{\lambda}_{(p_{(i+1)}}\overset{j}{D}_{|b|}\overset{(i+1)}{B}{}^{\mu}_{q_{(i+1)})} \\ &= 2\,g_{r_{(i+1)}(p_{(i+1)}}\overset{(i+1)}{B}{}^{r_{(i+1)}}_{|\mu}\overset{j}{D}_{b|}\overset{(i+1)}{B}{}^{\mu}_{q_{(i+1)})} = 0 \end{aligned}$$

besteht, so ist im allgemeinen (7.2) richtig. Und da (7.5 b) und (7.5 c) nach (6.6), (7.8), (7.4 c) und

$$\overset{j(i+1)}{D}_b \overset{(i+1)}{B}{}^{\rho}_{\lambda(i+1)} = \overset{(i+1)}{g}{}^{p_{(i+1)}r_{(i+1)}}g_{\lambda\mu}\overset{j(i+1)}{D}_b \overset{(i+1)}{B}{}^{\mu}_{r_{(i+1)}}$$

folgen, so ergibt sich hieraus der Satz I.

15. Aus (7.4) und (7.5) folgt wie gewöhnlich

$$(7.9)\quad \overset{j}{D}_b\left(\sum_k \overset{(k)}{B}{}^{\nu}_{\lambda}\right) = 0\,,\quad (0 \leqq \text{Klasse von } (k) \leqq p)\,.$$

Man kann diese Beziehungen so geometrisch erklären, dass $\sum_i \overset{(i)}{R}$ $(0 \leqq$ Klasse von $(i) \leqq p)$ und folglich R_{m*} längs der $K^{(2)}_m$ pseudoparallel verschoben wird.

Bezeichnet man mit $\overset{p}{L}{}^{s(i)}_{q_{(i)}b}$ $(p = 0, 1, 2, 3)$ die Übertragungsparameter für $\overset{(i)}{R}$, so ergibt sich wegen der metrischen Eigenschaft (7.2)

$$(7.10)\quad \overset{p}{L}{}^{s(i)}_{r_{(i)}b}\overset{(i)}{g}{}_{s_{(i)}q_{(i)}} + \overset{p}{L}{}^{s(i)}_{q_{(i)}b}\overset{(i)}{g}{}_{r_{(i)}s_{(i)}} = \overset{(i)}{g}{}_{p_{(i)}q_{(i)}(p)b} \quad \text{für} \quad p = 0, 1, 2, 3.$$

Schreiben wir jetzt die $\overset{j}{D}_b$-Operatoren einfachheitshalber in der Form

$$(7.11)\quad \begin{aligned} \overset{0}{D}_b u^{\nu} &= u^{\nu}_{(0)b} - u^{\nu}_{(1)a}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{a}_{*b} - u^{\nu}_{(2)a}\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{*b} - u^{\nu}_{(3)a}\overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{*b} + \overset{0}{L}{}^{\nu}_{\mu b}u^{\mu}\,, \\ \overset{1}{D}_b u^{\nu} &= {}'F(u^{\nu}_{(1)b} - u^{\nu}_{(2)a}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{a}_{*b} - u^{\nu}_{(3)a}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{*b} + \overset{1}{L}{}^{\nu}_{\mu b}u^{\mu})\,, \\ \overset{2}{D}_b u^{\nu} &= {}'F^2(u^{\nu}_{(2)b} - u^{\nu}_{(3)a}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{a}_{*b} + \overset{2}{L}{}^{\nu}_{\mu b}u^{\mu})\,, \end{aligned}$$

$$\overset{3}{D}_b u^\nu = {}'F^3(u^\nu_{(3)b} + \overset{3}{L}{}^\nu_{\mu b} u^\mu) ,$$

so lauten:

$$\begin{aligned}
\overset{0}{L}{}^\nu_{\mu b} &= B^\lambda_b \overset{(0)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} + {}'F \overset{1.0}{H}{}^\lambda_b \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} + {}'F^2 \overset{2.0}{H}{}^\lambda_b \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} + {}'F^3 \overset{3.0}{H}{}^\lambda_b \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} ,\\
\overset{1}{L}{}^\nu_{\mu b} &= B^\lambda_b \overset{(1)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} + {}'F \overset{2.1}{H}{}^\lambda_b \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} + {}'F^2 \overset{3.1}{H}{}^\lambda_b \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} ,\\
\overset{2}{L}{}^\nu_{\mu b} &= B^\lambda_b \overset{(2)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} + {}'F \overset{3.2}{H}{}^\lambda_b \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} , \qquad \overset{3}{L}{}^\nu_{\mu b} = B^\lambda_b \overset{(3)}{L}{}^\nu_{\mu\lambda} ;
\end{aligned} \tag{7.12}$$

und auch mittels dieser Beziehungen ergibt sich für die durch (6.7) definierten $\overset{j}{D}_b$-Operatoren eine ganz analoge Gestalt wie (2.6) oder (7.11)

$$\begin{aligned}
\overset{0}{D}_b v^{r(j)} &= v^{r(j)}_{(0)b} - v^{r(j)}_{(1)a} \overset{(0)}{\wedge}_1 {}^*{}^a_b - v^{r(j)}_{(2)a} \overset{(0)}{\wedge}_2 {}^*{}^a_b - v^{r(j)}_{(3)a} \overset{(0)}{\wedge}_3 {}^*{}^a_b + \overset{0}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} v^{p(j)} ,\\
\overset{1}{D}_b v^{r(j)} &= {}'F(v^{r(j)}_{(1)b} - v^{r(j)}_{(2)a} \overset{(1)}{\wedge}_2 {}^*{}^a_b - v^{r(j)}_{(3)a} \overset{(1)}{\wedge}_3 {}^*{}^a_b + \overset{1}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} v^{p(j)}) ,\\
\overset{2}{D}_b v^{r(j)} &= {}'F^2(v^{r(j)}_{(2)b} - v^{r(j)}_{(3)a} \overset{(2)}{\wedge}_3 {}^*{}^a_b + \overset{2}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} v^{p(j)}) ,\\
\overset{3}{D}_b v^{r(j)} &= {}'F^3(v^{r(j)}_{(3)b} + \overset{3}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} v^{p(j)}) ,
\end{aligned} \tag{7.13}$$

wobei man setzt:

$$\begin{aligned}
\overset{0}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} &= \overset{(j)}{B}{}^{r(j)}_\nu \Big(\overset{(j)}{B}{}^\mu_{p(j)} \overset{0}{L}{}^\nu_{\mu b} + \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(0)b} - \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(1)a} \overset{(0)}{\wedge}_1 {}^*{}^a_b\\
&\qquad - \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(2)a} \overset{(0)}{\wedge}_2 {}^*{}^a_b - \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(3)a} \overset{(0)}{\wedge}_3 {}^*{}^a_b \Big) ,\\
\overset{1}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} &= \overset{(j)}{B}{}^{r(j)}_\nu \Big(\overset{(j)}{B}{}^\mu_{p(j)} \overset{1}{L}{}^\nu_{\mu b} + \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(1)b} - \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(2)a} \overset{(1)}{\wedge}_2 {}^*{}^a_b - \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(3)a} \overset{(1)}{\wedge}_3 {}^*{}^a_b \Big) ,\\
\overset{2}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} &= \overset{(j)}{B}{}^{r(j)}_\nu \Big(\overset{(j)}{B}{}^\mu_{p(j)} \overset{2}{L}{}^\nu_{\mu b} + \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(2)b} - \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(3)a} \overset{(2)}{\wedge}_3 {}^*{}^a_b \Big) ,\\
\overset{3}{L}{}^{r(j)}_{p(j)b} &= \overset{(j)}{B}{}^{r(j)}_\nu \Big(\overset{(j)}{B}{}^\mu_{p(j)} \overset{3}{L}{}^\nu_{\mu b} + \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)(3)b} \Big) .
\end{aligned} \tag{7.14}$$

§ 8. Integrabilitätsbedingungen.

16. Um die Integrabilitätsbedingungen der verallgemeinerten FRENETschen Gleichungen aufzustellen, leitet man hier die folgenden Hilfsformeln von der Vertauschung zweier $\overset{j}{D}_b$-Operatoren her: für einen kontravarianten Vektor v^ν in $K_n^{(2)}$

$$(8.1a)\qquad 2\overset{0}{D}_{[b}\overset{0}{D}_{a]}v^{\nu} = -\underset{(0.0)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}}v^{\lambda} + 2\overset{(0)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{0}{D}_c v^{\nu} + \underset{(0.0)}{S^{\cdots c}_{ba}}\overset{1}{D}_c v^{\nu} + \underset{(0.0)}{T^{\cdots c}_{ba}}\overset{2}{D}_c v^{\nu} + \underset{(0.0)}{U^{\cdots c}_{ba}}\overset{3}{D}_c v^{\nu},$$

wo

$$(8.2a)\quad \begin{cases} \underset{(0.0)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = 2\overset{0}{L}{}^{\nu}_{\lambda[b(0)a]} - 2\overset{0}{L}{}^{\nu}_{\mu[b}\overset{0}{L}{}^{\mu}_{|\lambda|a]} + 2\sum_{t=1}^{3}\overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^{*c}_{[b}\overset{0}{L}{}^{\nu}_{|\lambda|a](t)c} + {}'F\underset{(0.0)}{S^{\cdots c}_{ba}}\overset{1}{L}{}^{\nu}_{\lambda c} + {}'F^2\underset{(0.0)}{T^{\cdots c}_{ba}}\overset{2}{L}{}^{\nu}_{\lambda c} + {}'F^3\underset{(0.0)}{U^{\cdots c}_{ba}}\overset{3}{L}{}^{\nu}_{\lambda c}, \\ {}'F\underset{(0.0)}{S^{\cdots c}_{ba}} = 2\sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^{*d}_{[b}\overset{(0)}{\bigwedge_1}{}^{*c}_{a](t)d}, \\ {}'F^2\underset{(0.0)}{T^{\cdots c}_{ba}} = 2\sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^{*d}_{[b}\overset{(0)}{\bigwedge_2}{}^{*c}_{a](t)d} + {}'F\underset{(0.0)}{S^{\cdots d}_{ba}}\overset{(1)}{\bigwedge_2}{}^{*c}_{d}, \\ {}'F^3\underset{(0.0)}{U^{\cdots c}_{ba}} = 2\sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\bigwedge_t}{}^{*d}_{[b}\overset{(0)}{\bigwedge_3}{}^{*c}_{a](t)d} + {}'F\underset{(0.0)}{S^{\cdots d}_{ba}}\overset{(1)}{\bigwedge_3}{}^{*c}_{d} + {}'F^2\underset{(0.0)}{T^{\cdots d}_{ba}}\overset{(2)}{\bigwedge_3}{}^{*c}_{d}. \end{cases}$$ (1)

$\underset{(0.0)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}}$, $\underset{(0.0)}{S^{\cdots c}_{ba}}$, $\underset{(0.0)}{T^{\cdots c}_{ba}}$ und $\underset{(0.0)}{U^{\cdots c}_{ba}}$ sind alle gewöhnlich und intrinsek und noch in den beiden ersten Indizes alternierend; und auch gemischte Grössen. In derselben Weise lauten für andere Ausdrücke $2\overset{j}{D}_{[b}\overset{j}{D}_{a]}v^{\nu}$ $(j = 1, 2, 3)$:

$$(8.1b)\qquad 2\overset{1}{D}_{[b}\overset{1}{D}_{a]}v^{\nu} = -\underset{(1.1)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}}v^{\lambda} + \underset{(1.1)}{R^{\cdots c}_{ba}}\overset{1}{D}_c v^{\nu} + \underset{(1.1)}{S^{\cdots c}_{ba}}\overset{2}{D}_c v^{\nu} + \underset{(1.1)}{T^{\cdots c}_{ba}}\overset{3}{D}_c v^{\nu},$$

$$(8.2b)\quad \begin{cases} {}'F^{-2}\underset{(1.1)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = 2\overset{1}{L}{}^{\nu}_{\lambda[b(1)a]} - 2\overset{1}{L}{}^{\nu}_{\mu[b}\overset{1}{L}{}^{\mu}_{|\lambda|a]} + 2\sum_{t=2}^{3}\overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^{*c}_{[b}\overset{1}{L}{}^{\nu}_{|\lambda|a](t)c} + \underset{(1.1)}{S^{\cdots c}_{ba}}\overset{(2)}{L}{}^{\nu}_{\lambda c} + {}'F\underset{(1.1)}{T^{\cdots c}_{ba}}\overset{3}{L}{}^{\nu}_{\lambda c}, \\ {}'F^{-1}\underset{(1.1)}{R^{\cdots c}_{ba}} = 2\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{[ba]} + 2\sum_{t=1}^{2}\delta^{c}_{[b}\overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^{*d}_{a]}(\log {}'F)_{(t)d}, \\ \underset{(1.1)}{S^{\cdots c}_{ba}} = 2\sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^{*d}_{[b}\overset{(1)}{\bigwedge_2}{}^{*c}_{a](t)d}, \\ {}'F\underset{(1.1)}{T^{\cdots c}_{ba}} = 2\sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\bigwedge_t}{}^{*d}_{[b}\overset{(1)}{\bigwedge_3}{}^{*c}_{a](t)d} + \underset{(1.1)}{S^{\cdots d}_{ba}}\overset{(2)}{\bigwedge_3}{}^{*c}_{d}; \end{cases}$$

$$(8.1c)\qquad 2\overset{2}{D}_{[b}\overset{2}{D}_{a]}v^{\nu} = -\underset{(2.2)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}}v^{\lambda} + \underset{(2.2)}{R^{\cdots c}_{ba}}\overset{2}{D}_c v^{\nu} + \underset{(2.2)}{S^{\cdots c}_{ba}}\overset{3}{D}_c v^{\nu},$$

---

(1) Wir setzen voraus, dass $\overset{(t)}{\bigwedge_t}{}^{*a}_{b} = -\delta^{a}_{b}$ für $t = 0, 1, 2$.

$$
(8.2c)\quad \begin{cases} {}'F^{-4}K^{\cdots\nu}_{(2.2)\,ba\lambda} = 2L^{2\,\nu}_{\lambda[b(2)a]} - 2L^{2\,\nu}_{\mu[b}L^{2\,\mu}_{|\lambda|a]} + 2\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{[b}L^{2\,\nu}_{|\lambda|a](3)c} + {}'F^{-1}_{(2.2)}S^{\cdots c}_{ba}L^{3\,\nu}_{\lambda c}\,, \\ {}'F^{-2}_{(2.2)}R^{\cdots c}_{ba} = 2\overset{(2)}{L}{}^{*c}_{[ba]} + 4\delta^c_{[a}(\log {}'F)_{(2)b]}\,, \\ {}'F^{-1}_{(2.2)}S^{\cdots c}_{ba} = 2\sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{[b}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{a](t)d}\,; \end{cases}
$$

$$
(8.1d)\qquad 2\overset{3}{D}_{[b}\overset{3}{D}_{a]}v^\nu = -K^{\cdots\nu}_{(3.3)\,ba\lambda}v^\lambda + 2{}'F^3\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{3}{D}_c v^\nu\,,
$$

$$
(8.2d)\qquad {}'F^{-6}K^{\cdots\nu}_{(3.3)\,ba\lambda} = 2L^{3\,\nu}_{\lambda[b(3)a]} - 2L^{3\,\nu}_{\mu[b}L^{3\,\mu}_{|\lambda|a]}\,;
$$

es ergibt sich auch für die Ausdrücke $(\overset{j}{D}_b\overset{j'}{D}_a - \overset{j'}{D}_a\overset{j}{D}_b)v^\nu$ $(j > j')$:

$$
(8.1e)\quad (\overset{1}{D}_b\overset{0}{D}_a - \overset{0}{D}_a\overset{1}{D}_b)v^\nu = -K^{\cdots\nu}_{(1.0)\,ba\lambda}v^\lambda - {}'F\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c v^\nu + R^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{1}{D}_c v^\nu + S^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{2}{D}_c v^\nu + T^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{3}{D}_c v^\nu\,,
$$

$$
(8.2e)\quad \begin{cases} {}'F^{-1}K^{\cdots\nu}_{(1.0)\,ba\lambda} = L^{0\,\nu}_{\mu a}L^{1\,\mu}_{\lambda b} - L^{1\,\nu}_{\mu b}L^{0\,\mu}_{\lambda a} + \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{b}L^{0\,\nu}_{\lambda a(t)c} - \sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}L^{1\,\nu}_{\lambda b(t)c} \\ \qquad + Q^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}L^{1\,\nu}_{\lambda c} + {}'F S^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}L^{2\,\nu}_{\lambda c} + {}'F^2 T^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}L^{3\,\nu}_{\lambda c}\,, \\ Q^{\cdots c}_{(1.0)\,ba} = \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{b}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{*c}_{a(t)d}\,, \\ R^{\cdots c}_{(1.0)\,ba} = \overset{(0)}{L}{}^{*c}_{ba} + \delta^c_b\sum_{t=0}^{2}(\log {}'F)_{(t)d}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{a} + Q^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\,, \\ {}'F S^{\cdots c}_{(1.0)\,ba} = \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{b}\overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{a(t)d} - \sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{a}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{b(t)d} + Q^{\cdots d}_{(1.0)\,ba}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{d}\,, \\ {}'F^2 T^{\cdots c}_{(1.0)\,ba} = \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{b}\overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{a(t)d} - \sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{a}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{b(1)d} + Q^{\cdots d}_{(1.0)\,ba}\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{d} \\ \qquad + {}'F S^{\cdots d}_{(1.0)\,ba}\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{d}\,; \end{cases}
$$

$$
(8.1f)\quad (\overset{2}{D}_b\overset{0}{D}_a - \overset{0}{D}_a\overset{2}{D}_b)v^\nu = -K^{\cdots\nu}_{(2.0)\,ab\lambda}v^\lambda - {}'F^2\overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c v^\nu + Q^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{1}{D}_c v^\nu + R^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{2}{D}_c v^\nu + S^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{3}{D}_c v^\nu\,,
$$

$$
\begin{cases} {}'F^{-2}K^{\cdots\nu}_{(2.0)\,ba\lambda} = L^{0\,\nu}_{\mu a}L^{2\,\mu}_{\lambda b} - L^{2\,\nu}_{\mu b}L^{0\,\mu}_{\lambda a} + \sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{b}L^{0\,\nu}_{\lambda a(t)c} - \sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}L^{2\,\nu}_{\lambda b(t)c} \\ \qquad + {}'F^{-1}Q^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}L^{1\,\nu}_{\lambda c} + V^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}L^{2\,\nu}_{\lambda c} + {}'F S^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}L^{3\,\nu}_{\lambda c}\,, \end{cases}
$$

(8.2f)
$$\left\{\begin{aligned}
{}'F^{-1}\underset{(2.0)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba} &= \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{b} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} {}^{*c}_{a(t)d}\,,\\
\underset{(2.0)}{V}{}^{\cdots c}_{ba} &= \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{b} \overset{(0)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{*c}_{a(t)d} + {}'F^{-1}\underset{(2.0)}{Q}{}^{\cdots d}_{ba} \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{*c}_{d}\,,\\
\underset{(2.0)}{R}{}^{\cdots c}_{ba} &= \overset{(0)}{L}{}^{*c}_{ba} + 2\delta^{c}_{b} \sum_{t=0}^{2} (\log {}'F)_{(t)d} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{a} + \underset{(2.0)}{V}{}^{\cdots c}_{ba}\,,\\
{}'F\underset{(2.0)}{S}{}^{\cdots c}_{ba} &= \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{b} \overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{a(t)d} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{a} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{b(t)d} + {}'F^{-1}\underset{(2.0)}{Q}{}^{\cdots d}_{ba} \overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{d}\\
&\qquad + \underset{(2.0)}{V}{}^{\cdots d}_{ba} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{d}\,;
\end{aligned}\right.$$

(8.1g)
$$(\overset{3}{D}_{b}\overset{0}{D}_{a} - \overset{0}{D}_{a}\overset{3}{D}_{b})v^{\nu} = -\underset{(3.0)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda} v^{\lambda} - {}'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_{c}v^{\nu} - {}'F^{2}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} {}^{*c}_{a(3)b}\overset{1}{D}_{c}v^{\nu} + \underset{(3.0)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_{c}v^{\nu} + \underset{(3.0)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_{c}v^{\nu}\,,$$

(8.2g)
$$\left\{\begin{aligned}
{}'F^{-3}\underset{(3.0)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda} &= \overset{0}{L}{}^{\nu}_{\mu a}\overset{3}{L}{}^{\mu}_{\lambda b} - \overset{3}{L}{}^{\nu}_{\mu b}\overset{0}{L}{}^{\mu}_{\lambda a} - \overset{0}{L}{}^{\nu}_{\lambda a(3)b} - \sum_{t=0}^{3} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*c}_{a}\overset{3}{L}{}^{\nu}_{\lambda b(t)c}\\
&\qquad - \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} {}^{*c}_{a(3)b}\overset{1}{L}{}^{\nu}_{\lambda c} + {}'F^{-1}\underset{(3.0)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{L}{}^{\nu}_{\lambda c} + \underset{(3.0)}{W}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{L}{}^{\nu}_{\lambda c}\,,\\
{}'F^{-1}\underset{(3.0)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba} &= -\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{*c}_{a(3)b} - \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{*c}_{d} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} {}^{*d}_{a(3)b}\,,\\
\underset{(3.0)}{W}{}^{\cdots c}_{ba} &= -\overset{(0)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{a(3)b} - \overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{d} \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}} {}^{*d}_{a(3)b} + {}'F^{-1}\underset{(3.0)}{Q}{}^{\cdots d}_{ba} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{d}\,,\\
\underset{(3.0)}{R}{}^{\cdots c}_{ba} &= \overset{(0)}{L}{}^{*c}_{ba} + 3\delta^{c}_{b} \sum_{t=0}^{2} (\log {}'F)_{(t)d} \overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{a} + \underset{(3.0)}{W}{}^{\cdots c}_{ba}\,;
\end{aligned}\right.$$

(8.1h)
$$(\overset{2}{D}_{b}\overset{1}{D}_{a} - \overset{1}{D}_{a}\overset{2}{D}_{b})v^{\nu} = -\underset{(2.1)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda} v^{\lambda} + \underset{(2.1)}{P}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{1}{D}_{c}v^{\nu} + \underset{(2.1)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_{c}v^{\nu} + \underset{(2.1)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_{c}v^{\nu}\,,$$

(8.2h)
$$\left\{\begin{aligned}
{}'F^{-3}\underset{(2.1)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda} &= \overset{1}{L}{}^{\nu}_{\mu a}\overset{2}{L}{}^{\mu}_{\lambda b} - \overset{2}{L}{}^{\nu}_{\mu b}\overset{1}{L}{}^{\mu}_{\lambda a} + \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*c}_{b}\overset{1}{L}{}^{\nu}_{\lambda a(t)c} - \sum_{t=1}^{3} \overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*c}_{a}\overset{2}{L}{}^{\nu}_{\lambda b(t)c}\\
&\qquad + \underset{(2.1)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{L}{}^{\nu}_{\lambda c} + \underset{(2.1)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{L}{}^{\nu}_{\lambda c}\,,\\
{}'F^{-2}\underset{(2.1)}{P}{}^{\cdots c}_{ba} &= -\overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ab} + \delta^{c}_{a}(\log {}'F)_{(2)b}\,,\\
\underset{(2.1)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba} &= \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{b} \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{*c}_{a(t)d}\,,\\
{}'F^{-1}\underset{(2.1)}{R}{}^{\cdots c}_{ba} &= \overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ba} + 2\delta^{c}_{b} \sum_{t=1}^{2} (\log {}'F)_{(t)d} \overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{a} + \underset{(2.1)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\,,\\
\underset{(2.1)}{S}{}^{\cdots c}_{ba} &= \sum_{t=2}^{3} \overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{b} \overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{a(t)d} - \sum_{t=1}^{3} \overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}} {}^{*d}_{a} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{b(t)d} + \underset{(2.1)}{Q}{}^{\cdots d}_{ba} \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}} {}^{*c}_{d}\,;
\end{aligned}\right.$$

$$(8.1i)\qquad (\overset{3}{D}_b\overset{1}{D}_a-\overset{1}{D}_a\overset{3}{D}_b)v^\nu=-\underset{(3.1)}{K^{\cdots\ \nu}_{ba\lambda}}v^\lambda-{}'F^3\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{1}{D}_cv^\nu$$
$$-{}'F^2\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{2}{D}_cv^\nu+\underset{(3.1)}{R^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{3}{D}_cv^\nu,$$

$$(8.2i)\qquad \begin{cases} {}'F^{-4}\underset{(3.1)}{K^{\cdots\ \nu}_{ba\lambda}}=\overset{1}{L}{}^\nu_{\mu a}\overset{3}{L}{}^\mu_{\lambda b}-\overset{3}{L}{}^\nu_{\mu b}\overset{1}{L}{}^\mu_{\lambda a}-\overset{1}{L}{}^\nu_{\lambda a(3)b}-\sum\limits_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{a}\overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda b(t)d} \\ \qquad\qquad -\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{2}{L}{}^\nu_{\lambda c}+\underset{(3.1)}{W^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda c}, \\ \underset{(3.1)}{W^{\cdots\ c}_{ba}}=-\overset{(1)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}-\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{d}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*d}_{a(3)b}, \\ {}'F^{-1}\underset{(3.1)}{R^{\cdots\ c}_{ba}}=\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ba}+3\delta^c_b\sum\limits_{t=1}^{2}(\log{}'F)_{(t)d}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*d}_{a}+\underset{(3.1)}{W^{\cdots\ c}_{ba}}; \end{cases}$$

$$(8.1j)\qquad (\overset{3}{D}_b\overset{2}{D}_a-\overset{2}{D}_a\overset{3}{D}_b)v^\nu=-\underset{(3.2)}{K^{\cdots\ \nu}_{ba\lambda}}v^\lambda-{}'F^3\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{2}{D}_cv^\nu+\underset{(3.2)}{R^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{3}{D}_cv^\nu,$$

$$(8.2j)\qquad \begin{cases} {}'F^{-5}\underset{(3.2)}{K^{\cdots\ \nu}_{ba\lambda}}=\overset{2}{L}{}^\nu_{\mu a}\overset{3}{L}{}^\mu_{\lambda b}-\overset{3}{L}{}^\nu_{\mu b}\overset{2}{L}{}^\mu_{\lambda a}-\overset{2}{L}{}^\nu_{\lambda a(3)b} \\ \qquad\qquad -\sum\limits_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}\overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda b(t)c}-\overset{(3)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{3}{L}{}^\nu_{\lambda c}, \\ {}'F^{-2}\underset{(3.2)}{R^{\cdots\ c}_{ba}}=\overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ba}-3\delta^c_b(\log{}'F)_{(2)a}-\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}. \end{cases}$$

17. Die zweiten Hilfsformeln sind für einen kovarianten Vektor $w_{q_{(i)}}$ in $\overset{(i)}{R}$, d.h. es ergibt sich für die Ausdrücke $2\overset{j}{D}_{[b}\overset{j}{D}_{a]}w_{q_{(i)}}$ $(j=0,1,2,3)$:

$$(8.3a)\qquad 2\overset{0}{D}_{[b}\overset{0}{D}_{a]}w_{q_{(i)}}=\underset{(0.0)}{\overset{(i)}{K}{}^{\cdots\ r_{(i)}}_{baq_{(i)}}}w_{r_{(i)}}+2\overset{(0)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{0}{D}_cw_{q_{(i)}}+\underset{(0.0)}{S^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{1}{D}_cw_{q_{(i)}}$$
$$+\underset{(0.0)}{T^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{2}{D}_cw_{q_{(i)}}+\underset{(0.0)}{U^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{3}{D}_cw_{q_{(i)}},$$

$$(8.4a)\qquad \underset{(0.0)}{\overset{(i)}{K}{}^{\cdots\ r_{(i)}}_{baq_{(i)}}}=2\overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}[b(0)a]}-2\overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}[b}\overset{0}{L}{}^{p_{(i)}}_{|q_{(i)}|a]}+2\sum_{t=1}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{[b}\overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{|q_{(i)}|a](t)c}$$
$$+{}'F\underset{(0.0)}{S^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c}+{}'F^2\underset{(0.0)}{T^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c}+{}'F^3\underset{(0.0)}{U^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3b)\qquad 2\overset{1}{D}_{[b}\overset{1}{D}_{a]}w_{q_{(i)}}=\underset{(1.1)}{\overset{(i)}{K}{}^{\cdots\ r_{(i)}}_{baq_{(i)}}}w_{r_{(i)}}+\underset{(1.1)}{R^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{1}{D}_cw_{q_{(i)}}+\underset{(1.1)}{S^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{2}{D}_cw_{q_{(i)}}$$
$$+\underset{(1.1)}{T^{\cdots\ c}_{ba}}\overset{3}{D}_cw_{q_{(i)}},$$

$$(8.4b)\quad {}'F^{-2}\overset{(i)}{\underset{(1.1)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}} = 2\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}[b(1)a]} - 2\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}[b}\overset{1}{L}{}^{p_{(i)}}_{|q_{(i)}|a]} + 2\sum_{t=2}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{[b}\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{|q_{(i)}|a](t)c} + S^{\cdots c}_{(1.1)\,ba}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + {}'F\,T^{\cdots c}_{(1.1)\,ba}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3c)\quad 2\overset{2}{D}_{[b}\overset{2}{D}_{a]}w_{q_{(i)}} = \overset{(i)}{\underset{(2.2)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}}w_{r_{(i)}} + R^{\cdots c}_{(2.2)\,ba}\overset{2}{D}_c w_{q_{(i)}} + S^{\cdots c}_{(2.2)\,ba}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}},$$

$$(8.4c)\quad {}'F^{-4}\overset{(i)}{\underset{(2.2)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}} = 2\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}[b(2)a]} - 2\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}[b}\overset{2}{L}{}^{p_{(i)}}_{|q_{(i)}|a]} + 2\overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{[b}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{|q_{(i)}|a](3)c} + {}'F^{-}S^{\cdots c}_{(2.2)\,ba}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3d)\quad 2\overset{3}{D}_{[b}\overset{3}{D}_{a]}w_{q_{(i)}} = \overset{(i)}{\underset{(3.3)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}}w_{r_{(i)}} + 2{}'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}},$$

$$(8.4d)\quad {}'F^{-6}\overset{(i)}{\underset{(3.3)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}} = 2\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}[b(3)a]} - 2\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}[b}\overset{3}{L}{}^{p_{(i)}}_{|q_{(i)}|a]};$$

und für die Ausdrücke $(\overset{j}{D}_b\overset{j'}{D}_a - \overset{j'}{D}_a\overset{j}{D}_b)w_{q_{(i)}}$:

$$(8.3e)\quad (\overset{1}{D}_b\overset{0}{D}_a - \overset{0}{D}_a\overset{1}{D}_b)w_{q_{(i)}} = \overset{(i)}{\underset{(1.0)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}}w_{r_{(i)}} - {}'F\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c w_{q_{(i)}} + R^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{1}{D}_c w_{q_{(i)}} + S^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{2}{D}_c w_{q_{(i)}} + T^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}},$$

$$(8.4e)\quad {}'F^{-1}\overset{(i)}{\underset{(1.0)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}} = \overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}a}\overset{1}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}b} - \overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}b}\overset{0}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}a} + \sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{b}\overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}a(t)c} - \sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}b(t)c} + Q^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + {}'F\,S^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + {}'F^{2}T^{\cdots c}_{(1.0)\,ba}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3f)\quad (\overset{2}{D}_b\overset{0}{D}_a - \overset{0}{D}_a\overset{2}{D}_b)w_{q_{(i)}} = \overset{(i)}{\underset{(2.0)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}}w_{r_{(i)}} - {}'F^{2}\overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c w_{q_{(i)}} + Q^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{1}{D}_c w_{q_{(i)}} + R^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{2}{D}_c w_{q_{(i)}} + S^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}},$$

$$(8.4f)\quad {}'F^{-2}\overset{(i)}{\underset{(2.0)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}} = \overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}a}\overset{2}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}b} - \overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}b}\overset{0}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}a} + \sum_{t=2}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{b}\overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}a(t)c} - \sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}b(t)c} + {}'F^{-1}Q^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + V^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + {}'F\,S^{\cdots c}_{(2.0)\,ba}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3g)\quad (\overset{3}{D}_b\overset{0}{D}_a - \overset{0}{D}_a\overset{3}{D}_b)w_{q_{(i)}} = \overset{(i)}{\underset{(3.0)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{baq_{(i)}}w_{r_{(i)}} - {}'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c w_{q_{(i)}} - {}'F^{2}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{1}{D}_c w_{q_{(i)}} + Q^{\cdots c}_{(3.0)\,ba}\overset{2}{D}_c w_{q_{(i)}} + R^{\cdots c}_{(3.0)\,ba}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}},$$

$$(8.4g)\quad {}'F^{-3}\underset{(3.0)}{K}{}^{(i)}_{baq_{(i)}}{}^{\cdots r_{(i)}} = \overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}a}\overset{0}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}b} - \overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}b}\overset{0}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}a} - \overset{0}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}a(3)b}$$
$$-\sum_{t=0}^{3}\overset{(0)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}b(t)c} - \overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + {}'F^{-1}\underset{(3.0)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + \underset{(3.0)}{W}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3h)\quad (\overset{2}{D}_b\overset{1}{D}_a - \overset{1}{D}_a\overset{2}{D}_b)w_{q_{(i)}} = \underset{(2.1)}{K}{}^{(i)}_{baq_{(i)}}{}^{\cdots r_{(i)}}w_{r_{(i)}} + \underset{(2.1)}{P}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{1}{D}_c w_{q_{(i)}}$$
$$+\underset{(2.1)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c w_{q_{(i)}} + \underset{(2.1)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}},$$

$$(8.4h)\quad {}'F^{-3}\underset{(2.1)}{K}{}^{(i)}_{baq_{(i)}}{}^{\cdots r_{(i)}} = \overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}a}\overset{2}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}b} - \overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}b}\overset{1}{L}{}^{p_{(i)}}_{q'_{(i)}a} + \sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{b}\overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}a(t)c}$$
$$-\sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}b(t)c} + \underset{(2.1)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + \underset{(2.1)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3i)\quad (\overset{3}{D}_b\overset{1}{D}_a - \overset{1}{D}_a\overset{3}{D}_b)w_{q_{(i)}} = \underset{(3.1)}{K}{}^{(i)}_{baq_{(i)}}{}^{\cdots r_{(i)}}w_{r_{(i)}} - {}'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{1}{D}_c w_{q_{(i)}}$$
$$-{}'F^{2}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{2}{D}_c w_{q_{(i)}} + \underset{(3.1)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}},$$

$$(8.4i)\quad {}'F^{-4}\underset{(3.1)}{K}{}^{(i)}_{baq_{(i)}}{}^{\cdots r_{(i)}} = \overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}b}\overset{3}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}b} - \overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}b}\overset{1}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}a} - \overset{1}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}a(3)b}$$
$$-\sum_{t=1}^{3}\overset{(1)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}b(t)c} - \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c} + \underset{(3.1)}{W}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c};$$

$$(8.3j)\quad (\overset{3}{D}_b\overset{2}{D}_a - \overset{2}{D}_a\overset{3}{D}_b)w_{q_{(i)}} = \underset{(3.2)}{K}{}^{(i)}_{baq_{(i)}}{}^{\cdots r_{(i)}}w_{r_{(i)}} - {}'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{2}{D}_c w_{q_{(i)}} + \underset{(3.2)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c w_{q_{(i)}};$$

$$(8.4j)\quad {}'F^{-5}\underset{(3.2)}{K}{}^{(i)}_{baq_{(i)}}{}^{\cdots r_{(i)}} = \overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}a}\overset{3}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}b} - \overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{p_{(i)}b}\overset{2}{L}{}^{p_{(i)}}_{q_{(i)}a} - \overset{2}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}a(3)b}$$
$$-\sum_{t=2}^{3}\overset{(2)}{\underset{t}{\wedge}}{}^{*c}_{a}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}b(t)c} - \overset{(2)}{\underset{3}{\wedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{3}{L}{}^{r_{(i)}}_{q_{(i)}c}.$$

Die Formeln für einen kovarianten Vektor w_f in R_m ergeben sich sogleich aus (8.3) und (8.4), indem man die Indizes (i) weglässt und e, f, g statt $p_{(i)}$, $q_{(i)}$, $r_{(i)}$ schreibt.

18. Berechnet man hiermit die Ausdrücke $(\overset{j}{D}_b\overset{j'}{D}_a - \overset{j'}{D}_a\overset{j}{D}_b)v^\nu$ für $j, j' = 0, 1, 2, 3$ in anderen Weise unter Berücksichtigung der Formeln (2.9) von der Vertauschung der kovarianten Ableitungen, so treten zu den Gleichungen (8.1) noch

$$
\begin{aligned}
2\overset{0}{D}_{[b}\overset{0}{D}_{a]}v^{\nu} = &-\Big\{B^{\omega\mu}_{ba}\underset{(0.0)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}+\sum_{t=1}^{3}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{t.0}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{(t.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}+2\sum_{t=1}^{3}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(t.0)}{B^{\mu}_{a]}}K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}\\
&+2\sum_{t=2}^{3}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a]}\underset{(t.1)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}+2\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(3.2)}{\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a]}}K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}\Big\}v^{\lambda}\\
&+2\Big\{\overset{0}{H}{}^{\cdots\lambda}_{[ba]}+\underset{(0.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}\overset{(0)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}-\sum_{t=1}^{3}F^{t}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(t)}{B^{\mu}_{a]}}\overset{(t)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}\Big\}\overset{0}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu}\\
&+\Big\{2\overset{0}{D}_{[b}\overset{1.0}{H}{}^{\lambda}_{a]}+\underset{(0.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(1.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+2B^{\mu}_{[a}(\underset{(1.0)}{\overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.0)}{\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}Q^{\cdots\lambda}_{\omega\mu})\\
&-2F^{2}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(3)\omega}{\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}}B^{\mu}_{a]}+\underset{(2.1)}{2\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a]}}P^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}-2F^{3}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a]}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}\Big\}\overset{1}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu}\\
&+\Big\{2\overset{0}{D}_{[b}\overset{2.0}{H}{}^{\lambda}_{a]}+\underset{(0.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}T^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(1.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.2)}{\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}\\
&+2B^{\mu}_{[a}(\underset{(1.0)}{\overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.0)}{\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.0)}{\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}Q^{\cdots\lambda}_{\omega\mu})+\underset{(2.1)}{2\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a]}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}\\
&-2F^{2}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a]}\underset{(3)\omega}{\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu}}-2F^{3}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a]}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}\Big\}\overset{2}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu}\\
&+\Big\{2\overset{0}{D}_{[b}\overset{3.0}{H}{}^{\lambda}_{a]}+\underset{(0.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}U^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(1.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}T^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.2)}{\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}}S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+2B^{\mu}_{[a}(\underset{(1.0)}{\overset{1.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}T^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}\\
&+\underset{(2.0)}{\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.0)}{\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu})+2\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{[a}(\underset{(2.1)}{\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.1)}{\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{b]}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu})\\
&+\underset{(3.2)}{2\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a]}}R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}+2F^{3}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}\Big\}\overset{3}{\nabla}_{\lambda}v^{\nu}\,, \qquad \text{usw.}
\end{aligned}
$$

hinzu. Da $\overset{j}{\Gamma}_{\lambda}v^{\nu}$ in einem Linienelemente von $K^{(2)}_{m}$ beliebig wählbar sind, so ergeben sich erstens die Beziehungen zwischen den Krümmungen (8.2) und denjenigen von $K^{(2)}_{n}$ nach Obigem und (8.1) in ausführlicher Schreibung, wenn der Abkürzung halber $\overset{t.t}{H}{}^{\lambda}_{a}=B^{\lambda}_{a}$ für $t=0,1,2,3$ gesetzt werden:

$$
\begin{aligned}
\underset{(0.0)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} &= \sum_{t=0}^{3}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{t.0}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{(t.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}+2\sum_{t=s+1}^{3}\sum_{s=0}^{2}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(t.s)}{\overset{s.0}{H}{}^{\mu}_{a]}}K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}\,,\\
\underset{(1.1)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} &= \sum_{t=1}^{3}\overset{t.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{t.1}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{(t.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}+2\sum_{t=s+1}^{3}\sum_{s=1}^{2}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(t.s)}{\overset{s.1}{H}{}^{\mu}_{a]}}K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}\,,\\
\underset{(2.2)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} &= \sum_{t=2}^{3}\overset{t.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{t.2}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{(t.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}+2\underset{(3.2)}{\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{[b}B^{\mu}_{a]}}K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}\,,\\
\underset{(1.0)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} &= \sum_{t=1}^{3}\overset{t.1}{H}{}^{\omega}_{b}\underset{(t.0)}{B^{\mu}_{a}}K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}+\sum_{t=1}^{3}\overset{t.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{t.0}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{(t.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}\\
&\qquad+\sum_{t=s+1}^{3}\sum_{s=1}^{2}(\overset{t.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{s.0}{H}{}^{\mu}_{a}-\overset{s.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{a})\underset{(t.s)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}\,,
\end{aligned}
$$

(8.5)

$$\underset{(2.0)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = \sum_{t=2}^{3}\sum_{s=0}^{1} \overset{t.2}{H^{\omega}_{b}}\overset{s.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(t.s)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}} + \sum_{t=2}^{3}\overset{t.2}{H^{\omega}_{b}}\overset{t.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(t.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}} + (\overset{3.2}{H^{\omega}_{b}}\overset{2.0}{H^{\mu}_{a}} - B^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H^{\omega}_{a}})\underset{(3.2)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}},$$

$$\underset{(2.1)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = \sum_{t=2}^{3}\overset{t.2}{H^{\omega}_{b}}B^{\mu}_{a}\underset{(t.1)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}} + \sum_{t=2}^{3}\overset{t.2}{H^{\omega}_{b}}\overset{t.1}{H^{\mu}_{a}}\underset{(t.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}} + (\overset{3.2}{H^{\omega}_{b}}\overset{2.1}{H^{\mu}_{a}} - B^{\mu}_{b}\overset{3.1}{H^{\omega}_{a}})\underset{(3.2)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}},$$

$$\underset{(3.0)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = \sum_{t=0}^{3} B^{\omega}_{b}\overset{t.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(3.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}, \qquad \underset{(3.1)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = \sum_{t=1}^{3} B^{\omega}_{b}\overset{t.1}{H^{\mu}_{a}}\underset{(3.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}},$$

$$\underset{(3.2)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = \sum_{t=2}^{3} B^{\omega}_{b}\overset{t.2}{H^{\mu}_{a}}\underset{(3.t)}{K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda}}, \qquad \underset{(3.3)}{K^{\cdots\nu}_{ba\lambda}} = \underset{(3.3)}{B^{\omega\mu}_{ba}}K^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda};$$

und zweitens andere Identitäten:

(8.6a)

$$\begin{aligned}
2\overset{0}{D}_{[b}\overset{1.0}{H^{\lambda}_{a]}} &= -\underset{(0.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu} - \overset{1.0}{H^{\omega}_{b}}\overset{1.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(1.1)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} - 2B^{\mu}_{[a}(\overset{1.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(1.0)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} + \overset{2.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(2.0)}{Q^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}) \\
&\quad + 2F^{2}\overset{3.0}{H^{\omega}_{[b}}B^{\mu}_{a]}\overset{(0)}{\bigwedge^{\lambda}_{1}}{}_{\mu(3)\omega} - 2\overset{2.0}{H^{\omega}_{[b}}\overset{1.0}{H^{\mu}_{a]}}\underset{(2.1)}{P^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} + 2F^{3}\overset{3.0}{H^{\omega}_{[b}}\overset{1.0}{H^{\mu}_{a]}}L^{\lambda}_{\mu\omega} \\
&\quad + \underset{(0.0)}{B^{\lambda}_{c}}S^{\cdots c}_{ba} + 2\overset{1.0}{H^{\lambda}_{c}}\overset{(0)}{L^{*}_{[ba]}}, \\
2\overset{0}{D}_{[b}\overset{2.0}{H^{\lambda}_{a]}} &= -\underset{(0.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}T^{\cdots\lambda}_{\omega\mu} - \overset{1.0}{H^{\omega}_{b}}\overset{1.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(1.1)}{S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} - \overset{2.0}{H^{\omega}_{b}}\overset{2.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(2.2)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} - 2B^{\mu}_{[a}(\overset{1.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(1.0)}{S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} \\
&\quad + \overset{2.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(2.0)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} + \overset{3.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(3.0)}{Q^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}) - 2\overset{2.0}{H^{\omega}_{[b}}\overset{1.0}{H^{\mu}_{a]}}\underset{(2.1)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} + 2F^{2}\overset{3.0}{H^{\omega}_{[b}}\overset{1.0}{H^{\mu}_{a]}}\overset{(1)}{\bigwedge^{\lambda}_{2}}{}_{\mu(3)\omega} \\
&\quad + 2F^{3}\overset{3.0}{H^{\omega}_{[b}}\overset{2.0}{H^{\mu}_{a]}}\overset{(3)}{L^{\lambda}_{\mu\omega}} + \underset{(0.0)}{B^{\lambda}_{c}}T^{\cdots c}_{ba} + \overset{2.1}{H^{\lambda}_{c}}\underset{(0.0)}{S^{\cdots c}_{ba}} + 2\overset{2.0}{H^{\lambda}_{c}}\overset{(0)}{L^{*}_{[ba]}}, \\
2\overset{0}{D}_{[b}\overset{3.0}{H^{\lambda}_{a]}} &= -\underset{(0.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}U^{\cdots\lambda}_{\omega\mu} - \overset{1.0}{H^{\omega}_{b}}\overset{1.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(1.1)}{T^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} - \overset{2.0}{H^{\omega}_{b}}\overset{2.0}{H^{\mu}_{a}}\underset{(2.2)}{S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} - 2B^{\mu}_{[a}(\overset{1.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(1.0)}{T^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} \\
&\quad + \overset{2.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(2.0)}{S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} + \overset{3.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(3.0)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}) - 2\overset{1.0}{H^{\mu}_{[a}}(\overset{2.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(2.1)}{S^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} + \overset{3.0}{H^{\omega}_{b]}}\underset{(3.1)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}}) \\
&\quad - 2\overset{3.0}{H^{\omega}_{[b}}\overset{2.0}{H^{\mu}_{a]}}\underset{(3.2)}{R^{\cdots\lambda}_{\omega\mu}} - 2F^{3}\overset{3.0}{H^{\omega}_{b}}\overset{3.0}{H^{\mu}_{a}}\overset{(3)}{L^{\lambda}_{[\omega\mu]}} + \underset{(0.0)}{B^{\lambda}_{c}}U^{\cdots c}_{ba} + \overset{3.2}{H^{\lambda}_{c}}\underset{(0.0)}{T^{\cdots c}_{ba}} \\
&\quad + \overset{3.1}{H^{\lambda}_{c}}\underset{(0.0)}{S^{\cdots c}_{ba}} + 2\overset{3.0}{H^{\lambda}_{c}}\overset{(0)}{L^{*}_{[ba]}};
\end{aligned}$$

(8.6b)
$$\left\{\begin{aligned}
2\overset{1}{D}_{[b}\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{a]} &= -B^{\omega\mu}_{ba}\underset{(1.1)}{S}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{(2.2)}{R}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-2\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(2.1)}{B}{}^{\mu}_{a]}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}\\
&\quad+2\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{[b}B^{\mu}_{a]}\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu(1)\omega}+2F^{3}\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{[b}\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a]}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}+\underset{(1.1)}{B}{}^{\lambda}_{c}S^{\cdot\cdot c}_{ba}\\
&\quad+\underset{(1.1)}{\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}\,,\\
2\overset{1}{D}_{[b}\overset{3.1\bullet}{H}{}^{\lambda}_{a]} &= -\underset{(1.1)}{B^{\omega\mu}_{ba}}T^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{(2.2)}{R}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-2F^{3}\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{3.1}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}\\
&\quad-2B^{\mu}_{[a}(\underset{(2.1)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b]}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.1)}{\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b]}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})-2\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(3.2)}{\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a]}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(1.1)}{B}{}^{\lambda}_{c}T^{\cdot\cdot c}_{ba}\\
&\quad+\underset{(1.1)}{\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{c}}S^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(1.1)}{\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}\,;
\end{aligned}\right.$$

(8.6c)
$$\begin{aligned}
2\overset{2}{D}_{[b}\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{a]} &= -\underset{(2.2)}{B^{\omega\mu}_{ba}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-2\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{[b}\underset{(3.2)}{B}{}^{\mu}_{a]}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-2F^{3}\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{3.2}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}\\
&\quad+\underset{(2.2)}{B}{}^{\lambda}_{c}S^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(2.2)}{\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}\,;
\end{aligned}$$

(8.6d)
$$\left\{\begin{aligned}
&\overset{1}{D}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{0}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ab} = -B^{\mu}_{a}(\underset{(1.0)}{B^{\omega}_{b}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.0)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}}Q^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})+F^{2}\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}B^{\mu}_{a}\overset{(0)}{\underset{1}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\omega}\\
&\quad-B^{\omega}_{b}\underset{(1.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-(\underset{(2.1)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{a})P^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+F^{3}(\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}\\
&\quad-B^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{a})\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}+\underset{(1.0)}{B}{}^{\lambda}_{c}R^{\cdot\cdot c}_{ba}-{}'F\overset{1.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab}\,,\\
&\overset{1}{D}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{0}{D}_{a}\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{b} = -B^{\mu}_{a}(\underset{(1.0)}{B^{\omega}_{b}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.0)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.0)}{\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}}Q^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})\\
&\quad-B^{\omega}_{b}\underset{(1.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-\underset{(2.2)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-(\underset{(2.1)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{a})R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}\\
&\quad+F^{2}(\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{a})\overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\omega}+F^{3}(\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}-\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{a})\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}\\
&\quad+\underset{(1.0)}{B}{}^{\lambda}_{c}S^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(1.0)}{\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}-{}'F\overset{2.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab}\,,\\
&\overset{1}{D}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{0}{D}_{a}\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{b} = -B^{\mu}_{a}(\underset{(1.0)}{B^{\omega}_{b}}T^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.0)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.0)}{\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})\\
&\quad-B^{\omega}_{b}\underset{(1.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}T^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}\underset{(2.2)}{\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-2F^{3}\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}\\
&\quad-(\underset{(2.1)}{\overset{2.1}{H}{}^{\omega}_{b}}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\omega}_{a})S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-(\underset{(3.1)}{\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{a})R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}\\
&\quad-(\underset{(3.2)}{\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{b}}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}-\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{a})R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(1.0)}{B}{}^{\lambda}_{c}T^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(1.0)}{\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{c}}S^{\cdot\cdot c}_{ba}\\
&\quad+\underset{(1.0)}{\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}-{}'F\overset{3.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab}\,;
\end{aligned}\right.$$

$$
(8.6e)\quad
\begin{cases}
\overset{2}{D}_b\overset{1.0}{H}{}^{\lambda}_{a} = -B^{\omega}_{b}(B^{\mu}_{a}\underset{(2.0)}{Q}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(2.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}P^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})+F^{2}\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}B^{\mu}_{a}\underset{1}{\overset{(0)}{\bigwedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\omega} \\
\qquad +F^{3}\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}+\underset{(2.0)}{B^{\lambda}_{c}}Q^{\cdot\cdot c}_{ba}-{}'F^{3}\overset{1.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\ , \\
\overset{2}{D}_b\overset{2.0}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{0}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ab} = -B^{\mu}_{a}(\underset{(2.0)}{B^{\omega}_{b}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.0)}{\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}}Q^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})-\underset{(2.1)}{B^{\omega}_{b}}(\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} \\
\qquad +\underset{(2.2)}{\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})+F^{2}\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{2}{\overset{(1)}{\bigwedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\omega}+F^{3}(\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{a})\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega} \\
\qquad +\underset{(2.0)}{B^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(2.0)}{\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}Q^{\cdot\cdot c}_{ba}-{}'F^{3}\overset{2.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\ , \\
\overset{2}{D}_b\overset{3.0}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{0}{D}_a\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{b} = -B^{\mu}_{a}(\underset{(2.0)}{B^{\omega}_{b}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.0)}{\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})-\underset{(2.1)}{\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}(B^{\omega}_{b}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} \\
\qquad +\underset{(3.1)}{\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})-(\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\omega}_{a})\underset{(3.2)}{R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}}-\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\underset{(2.2)}{\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} \\
\qquad -2F^{3}\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}+\underset{(2.0)}{B^{\lambda}_{c}}S^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(2.0)}{\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(2.0)}{\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}Q^{\cdot\cdot c}_{ba} \\
\qquad -{}'F^{3}\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\ ;
\end{cases}
$$

$$
(8.6f)\quad
\begin{cases}
\overset{3}{D}_b\overset{1.0}{H}{}^{\lambda}_{a} = F^{2}B^{\omega\mu}_{ba}\underset{1}{\overset{(0)}{\bigwedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\omega}+F^{3}B^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}+{}'F^{2}B^{\lambda}_{c}\underset{1}{\overset{(0)}{\bigwedge}}{}^{*c}_{a(3)b}-{}'F^{3}\overset{1.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}, \\
\overset{3}{D}_b\overset{2.0}{H}{}^{\lambda}_{a} = -\underset{(3.0)}{B^{\omega\mu}_{ba}}Q^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+F^{2}B^{\omega}_{b}\overset{1.0}{H}{}^{\mu}_{a}\underset{2}{\overset{(1)}{\bigwedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\omega}+F^{3}B^{\omega}_{b}\overset{2.0}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}+\underset{(3.0)}{B^{\lambda}_{c}}Q^{\cdot\cdot c}_{ba} \\
\qquad -{}'F^{2}\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{c}\underset{1}{\overset{(0)}{\bigwedge}}{}^{*c}_{a(3)b}-{}'F^{3}\overset{2.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\ , \\
\overset{3}{D}_b\overset{3.0}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{0}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ab} = -\sum_{t=0}^{2}\underset{(3.t)}{B^{\omega}_{b}\overset{t.1}{H}{}^{\mu}_{a}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}-2F^{3}B^{\omega}_{b}\overset{3.0}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}+\underset{(3.0)}{B^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba} \\
\qquad +\underset{(3.0)}{\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{c}}Q^{\cdot\cdot c}_{ba}-{}'F^{2}\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{c}\underset{1}{\overset{(0)}{\bigwedge}}{}^{*c}_{a(3)b}-{}'F^{3}\overset{3.0}{H}{}^{\lambda}_{c}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\ ;
\end{cases}
$$

$$
(8.6g)\quad
\begin{cases}
\overset{2}{D}_b\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{1}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ab} = -\sum_{t=1}^{2}\underset{(2.t)}{B^{\omega}_{b}\overset{t.1}{H}{}^{\mu}_{a}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+F^{2}\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}B^{\mu}_{a}\underset{2}{\overset{(1)}{\bigwedge}}{}^{\lambda}_{\mu(3)\omega}+F^{3}(\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a} \\
\qquad -B^{\mu}_{b}\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{a})\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}+\underset{(2.1)}{B^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(2.1)}{\overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}P^{\cdot\cdot c}_{ba}\ , \\
\overset{2}{D}_b\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{a}-\overset{1}{D}_a\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{b} = -B^{\mu}_{a}(\underset{(2.1)}{B^{\omega}_{b}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}+\underset{(3.1)}{\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}}R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu})-\underset{(2.2)}{B^{\omega}_{b}\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a}}S^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} \\
\qquad -(\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a}-B^{\mu}_{b}\overset{3.1}{H}{}^{\omega}_{a})\underset{(3.2)}{R^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu}}-2F^{3}\overset{3.2}{H}{}^{\omega}_{b}\overset{3.1}{H}{}^{\mu}_{a}\overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]}+\underset{(2.1)}{B^{\lambda}_{c}}S^{\cdot\cdot c}_{ba} \\
\qquad +\underset{(2.1)}{\overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{c}}R^{\cdot\cdot c}_{ba}+\underset{(2.1)}{\overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{c}}P^{\cdot\cdot c}_{ba}\ ;
\end{cases}
$$

$$(8.6h)\quad \begin{cases} \overset{3}{D}_b \overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{a} = F^2 B^{\omega\mu}_{ba} \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} \overset{\lambda}{}_{\mu(3)\omega} + F^3 B^{\omega}_{b} \overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a} \overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega} - {}'F^2 B^{\lambda}_{c} \overset{(1)}{\underset{2}{\wedge}} {}^{*c}_{a(3)b} - {}'F^3 \overset{2.1}{H}{}^{\lambda}_{c} \overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}, \\ \overset{3}{D}_b \overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{a} - \overset{1}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ab} = -\sum_{t=1}^{2} B^{\omega}_{b} \overset{t.1}{H}{}^{\mu}_{a} \underset{(3.t)}{R}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} - 2F^3 B^{\omega}_{b} \overset{2.1}{H}{}^{\mu}_{a} \overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]} + B^{\lambda}_{c} \underset{(3.1)}{R}{}^{\cdot\cdot c}_{ba} \\ \qquad\qquad - {}'F^2 \overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{c} \overset{(1)\cdot}{\underset{2}{\wedge}} {}^{*c}_{a(3)b} - {}'F^3 \overset{3.1}{H}{}^{\lambda}_{c} \overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}; \end{cases}$$

$$(8.6i)\quad \overset{3}{D}_b \overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{a} - \overset{2}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ab} = -B^{\omega\mu}_{ba} \underset{(3.2)}{R}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{\omega\mu} - 2F^3 B^{\omega}_{b} \overset{3.2}{H}{}^{\mu}_{a} \overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{[\omega\mu]} + B^{\lambda}_{c} \underset{(3.2)}{R}{}^{\cdot\cdot c}_{ba} - {}'F^3 \overset{3.2}{H}{}^{\lambda}_{z} \overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab};$$

und drittens die wichtigen Identitäten:

$$(8.7)\quad \boxed{\begin{aligned} B^{\lambda}_{c} \overset{(0)}{L}{}^{*c}_{[ab]} &= \sum_{t=0}^{3} F^t \overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b} B^{\mu}_{a]} \overset{(t)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega} - \overset{0}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{[ba]}, \\ {}'F B^{\lambda}_{c} \overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab} &= \sum_{t=1}^{3} F^t \overset{t.1}{H}{}^{\omega}_{b} B^{\mu}_{a} \overset{(t)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega} - \overset{1}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ba}, \\ {}'F^2 B^{\lambda}_{c} \overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ab} &= \sum_{t=2}^{3} F^t \overset{t.2}{H}{}^{\omega}_{b} B^{\mu}_{a} \overset{(t)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega} - \overset{2}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ba}, \\ {}'F^3 B^{\lambda}_{c} \overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab} &= F^3 B^{\omega\mu}_{ba} \overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega} - \overset{3}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ba}. \end{aligned}}$$

Diese werden mit Rücksicht auf (6.3) in R_m- und $R_{m'}$-Komponenten zerlegt, die man in besonders einfacher Weise gewinnen kann, d.h.

$$(A)\quad \boxed{\begin{aligned} \overset{(0)}{L}{}^{*c}_{[ab]} &= \sum_{t=0}^{3} F^t \overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b} B^{\mu}_{a]} B^{c}_{\lambda} \overset{(t)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}, & \overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab} &= \sum_{t=1}^{3} F^{t-1} \overset{t.1}{H}{}^{\omega}_{b} B^{\mu c}_{a\lambda} \overset{(t)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}, \\ \overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ab} &= \sum_{t=2}^{3} F^{t-2} \overset{t.2}{H}{}^{\omega}_{b} B^{\mu c}_{a\lambda} \overset{(t)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}, & \overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab} &= B^{\omega\mu c}_{ba\lambda} \overset{(3)}{L}{}^{\lambda}_{\mu\omega}; \end{aligned}}$$

$$(B)\quad \boxed{\begin{aligned} \overset{0}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{[ba]} &= \sum_{t=0}^{3} F^t \overset{t.0}{H}{}^{\omega}_{[b} B^{\mu}_{a]} C^{\lambda}_{\nu} \overset{(t)}{L}{}^{\nu}_{\mu\omega}, & \overset{1}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ba} &= \sum_{t=1}^{3} F^t \overset{t.1}{H}{}^{\omega}_{b} B^{\mu}_{a} C^{\lambda}_{\nu} \overset{(t)}{L}{}^{\nu}_{\mu\omega}, \\ \overset{2}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ba} &= \sum_{t=2}^{3} F^t \overset{t.2}{H}{}^{\omega}_{b} B^{\mu}_{a} C^{\lambda}_{\nu} \overset{(t)}{L}{}^{\nu}_{\mu\omega}, & \overset{3}{H}{}^{\cdot\cdot\lambda}_{ba} &= F^3 B^{\omega\mu}_{ba} C^{\lambda}_{\nu} \overset{(t)}{L}{}^{\nu}_{\mu\omega}. \end{aligned}}$$

Hier sind (*B*) nichts anderes als (6.2). Es bestehen

$$\overset{j}{D}_b \overset{0}{D}_a x^{\nu} = \overset{j}{H}{}^{\cdot\cdot\nu}_{ba} - F^j B^{\mu}_{a} \overset{(j)}{L}{}^{\nu}_{\mu b} \qquad (j = 0, 1, 2, 3)$$

für den Skalar x^ν in $K_m^{(2)}$, infolgedessen kann man sehr leicht mittels (7.11) und (8.1) schliessen, dass die Integrabilitätsbedingungen (7.3) eben (A) und (B) sind.

19. Wir ziehen jetzt die Integrabilität von (7.4) in Betracht. Mit Hilfe von (8.1), (8.3) ergeben sich erstens unter Verwendung der Operatoren $\overset{j}{D}_b\overset{j'}{D}_a-\overset{j'}{D}_a\overset{j}{D}_b$ $(j, j' = 0, 1, 2, 3)$ auf $\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}$:

$$2\overset{0}{D}_{[b}\overset{0}{D}_{a]}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(0.0)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ab\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(0.0)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}+2\overset{(0)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{0}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}$$
$$+\underset{(0.0)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{1}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(0.0)}{T}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(0.0)}{U}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$2\overset{1}{D}_{[b}\overset{1}{D}_{a]}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(1.1)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(1.1)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}+\underset{(1.1)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{1}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}$$
$$+\underset{(1.1)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(1.1)}{T}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$2\overset{2}{D}_{[b}\overset{2}{D}_{a]}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(2.2)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(2.2)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}+\underset{(2.2)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(2.2)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$2\overset{3}{D}_{[b}\overset{3}{D}_{a]}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(3.3)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(3.3)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(\ )}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}+2'F^{\overset{(3)}{}}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$(\overset{1}{D}_b\overset{0}{D}_a-\overset{0}{D}_a\overset{1}{D}_b)\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(1.0)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(1.0)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}-'F\overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}$$
$$+\underset{(1.0)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{1}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(1.0)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(1.0)}{T}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$(\overset{2}{D}_b\overset{0}{D}_a-\overset{0}{D}_a\overset{2}{D}_b)\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(2.0)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(2.0)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}-'F^2\overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}$$
$$+\underset{(2.0)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{1}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(2.0)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(2.0)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$(\overset{3}{D}_b\overset{0}{D}_a-\overset{0}{D}_a\overset{3}{D}_b)\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(3.0)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(3.0)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}-'F^{\overset{(3)}{}}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{0}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}$$
$$-'F^2\overset{(0)}{\underset{1}{\bigwedge}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{1}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(3.0)}{Q}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(3.0)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$(\overset{2}{D}_b\overset{1}{D}_a-\overset{1}{D}_a\overset{2}{D}_b)\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}} = -\underset{(2.1)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^\lambda_{p_{(i)}}+\underset{(2.1)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r_{(i)}}_{bap_{(i)}}\overset{(i)}{B}{}^\nu_{r_{(i)}}+\underset{(2.1)}{T}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{1}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}$$
$$+\underset{(2.1)}{R}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}}+\underset{(2.1)}{S}{}^{\cdots c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^\nu_{p_{(i)}},$$

$$(\overset{3}{D}_b\overset{1}{D}_a-\overset{1}{D}_a\overset{3}{D}_b)\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)} = -\underset{(3.1)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}+\underset{(3.1)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r(i)}_{bap(i)}\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{r(i)}-{}'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{1}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)}$$
$$-{}'F^{2}\overset{(1)}{\bigwedge_{2}}{}^{*c}_{a(3)b}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)}+\underset{(3.1)}{R}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)},$$

$$(\overset{3}{D}_b\overset{2}{D}_a-\overset{2}{D}_a\overset{3}{D}_b)\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)} = -\underset{(3.2)}{K}{}^{\cdots\nu}_{ba\lambda}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}+\underset{(3.2)}{\overset{(i)}{K}}{}^{\cdots r(i)}_{bap(i)}\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{r(i)}-{}'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab}\overset{2}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)}$$
$$+\underset{(3.2)}{R}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3}{D}_c\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)};$$

und zweitens nach (7.4)

$$(\overset{j}{D}_b\overset{j'}{D}_a-\overset{j'}{D}_a\overset{j}{D}_b)\overset{(i)}{B}{}^{\nu}_{p(i)} = -\sum_{(i)\leq(kj')<(ij')}\overset{(k)}{B}{}^{\nu}_{q(k)}\overset{j}{D}_b\overset{j'(k)}{\underset{(i)}{H}}{}^{q(k)}_{a\cdot p(i)}+\sum_{(i)<(k)\leq(ij')}\overset{(k)}{B}{}^{\nu}_{q(k)}\overset{j}{D}_b\overset{j'(i)}{\underset{(k)}{H}}{}^{\cdot\cdot q(k)}_{ap(i)}$$
$$+\sum_{(i)\leq(kj)<(ij)}\overset{(k)}{B}{}^{\nu}_{q(k)}\overset{j'}{D}_a\overset{j(k)}{\underset{(i)}{H}}{}^{q(k)}_{b\cdot p(i)}-\sum_{(i)<(k)\leq(ij)}\overset{(k)}{B}{}^{\nu}_{q(k)}\overset{j'}{D}_a\overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}{}^{\cdot\cdot q(k)}_{bp(i)}$$
$$+\Big(\sum_{(i)\leq(kj')<(ij')}\overset{j'(k)}{\underset{(i)}{H}}{}^{q(k)}_{a\cdot p(i)}+\sum_{(i)<(k)\leq(ij')}\overset{j'(i)}{\underset{(k)}{H}}{}^{\cdot\cdot q(k)}_{ap(i)}\Big)$$
$$\times\Big(\sum_{(k)\leq(lj)<(kj)}\overset{(l)}{B}{}^{\nu}_{r(l)}\overset{j(l)}{\underset{(k)}{H}}{}^{r(l)}_{b\cdot q(k)}-\sum_{(k)<(l)\leq(kj)}\overset{(l)}{B}{}^{\nu}_{r(l)}\overset{j(i)}{\underset{(l)}{H}}{}^{\cdot\cdot r(l)}_{bq(k)}\Big)$$
$$-\Big(\sum_{(i)\leq(kj)<(ij)}\overset{j(k)}{\underset{(i)}{H}}{}^{q(k)}_{b\cdot p(i)}+\sum_{(i)<(k)\leq(ij)}\overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}{}^{\cdot\cdot q(k)}_{bp(i)}\Big)$$
$$\times\Big(\sum_{(k)\leq(lj')<(kj')}\overset{(l)}{B}{}^{\nu}_{r(l)}\overset{j'(l)}{\underset{(k)}{H}}{}^{r(l)}_{a\cdot q(k)}-\sum_{(k)<(l)\leq(kj')}\overset{(l)}{B}{}^{\nu}_{r(l)}\overset{j'(i)}{\underset{(l)}{H}}{}^{\cdot\cdot r(l)}_{aq(k)}\Big),$$

aus diesen (7.4) gehen die vierfältig zerlegten Bedingungen hervor:

(I) Im Falle $j=j'$ hat man

α) für $(ij)<(m)\leqq(ijj)$ ($1\leqq$ Klasse von $(i)\leqq(p)$, $j=0,1,2,3$)

$$2\sum_{(m)\leq(kj)}\overset{j(k)}{\underset{(m)}{H}}{}^{[b|q(k)s(m)|}\overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}{}^{\cdot\cdot q(k)}_{a]p(i)} = -\underset{(3.3)}{K}{}^{\cdot\cdot\cdot\cdot}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} \quad \text{für } j=3,$$
$$= -\underset{(2.2)}{K}{}^{\cdot\cdot\cdot\cdot}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} \quad \text{für } j=2,\ (m)>(i3),$$
$$= -\underset{(2.2)}{K}{}^{\cdot\cdot\cdot\cdot}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(i3)}{B}{}^{\mu}_{s(i3)}+\underset{(2.2)}{S}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{\underset{(i3)}{H}}{}^{\cdot\cdot}_{cp(i)s(i3)} \quad \text{für } j=2,\ (m)=(i3),$$
$$= -\underset{(1.1)}{K}{}^{\cdot\cdot\cdot\cdot}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} \quad \text{für } j=1,\ (m)>(i3),$$

(C)

$$
\begin{aligned}
&= -K_{(1.1)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(i3)}{B}{}^{\mu}_{s(i3)} + T_{(1.1)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(i3)}{}_{cp(i)s(i3)} && \text{für } j=1,\ (m)=(i3),\\
&= -K_{(1.1)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(i2)}{B}{}^{\mu}_{s(i2)} + S_{(1.1)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{2(i)}{H}_{(i2)}{}_{cp(i)s(i2)} + T_{(1.1)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(i2)}{}_{cp(i)s(i2)} && \text{für } j=1,\ (m)=(i2),\\
&= -K_{(0.0)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} && \text{für } j=0,\ (m)>(i3),\\
&= -K_{(0.0)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(i3)}{B}{}^{\mu}_{s(i3)} + U_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(i3)}{}_{cp(i)s(i3)} && \text{für } j=0,\ (m)=(i3),\\
&= -K_{(0.0)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(i2)}{B}{}^{\mu}_{s(i2)} + T_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{2(i)}{H}_{(i2)}{}_{cp(i)s(i2)} + U_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(i2)}{}_{cp(i)s(i2)} && \text{für } j=0,\ (m)=(i2),\\
&= -K_{(0.0)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(i1)}{B}{}^{\mu}_{s(i1)} + S_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{1(i)}{H}_{(i1)}{}_{cp(i)s(i1)} + T_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{2(i)}{H}_{(i1)}{}_{cp(i)s(i1)} + U_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(i1)}{}_{cp(i)s(i1)} && \text{für } j=0,\ (m)=(i1);
\end{aligned}
$$

β) für $(i) < (m) \leqq (ij)$

(D)

$$
\begin{aligned}
&2\overset{j}{D}_{[b}\overset{j(i)}{H}_{(m)}{}_{a]p(i)s(m)} + 2\sum_{(i)<(k)<(m)}{}^{k}\overset{j(k)}{H}_{(m)}{}_{[b|q(k)s(m)|}\overset{j(i)}{H}_{(k)}{}_{a]p(i)}{}^{\cdot\cdot}{}^{q(k)}\\
&\quad -2\sum_{(m)<(k)}{}^{k}\overset{j(m)}{H}_{(k)}{}_{[b|s(m)q(k)|}\overset{j(i)}{H}_{(k)}{}_{a]p(i)}{}^{\cdot\cdot}{}^{q(k)} - 2\sum_{(k)<(i)}{}^{k}\overset{j(k)}{H}_{(m)}{}_{[b|q(k)s(m)|}\overset{j(k)}{H}_{(i)}{}_{a]}{}^{\cdot\cdot}{}^{q(k)}{}_{p(i)}\\
&= -K_{(3.3)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} + 2'F^{3}\overset{(3)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{3(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} && \text{für } j=3,\\
&= -K_{(2.2)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} + R_{(2.2)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{2(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} + S_{(2.2)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} && \text{für } j=2,\\
&= -K_{(1.1)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} + R_{(1.1)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{1(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} + S_{(1.1)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{2(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)}\\
&\qquad + T_{(1.1)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} && \text{für } j=1,\\
&= -K_{(0.0)}{}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} + 2\overset{(0)}{L}{}^{*c}_{[ba]}\overset{0(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} + S_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{1(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)}\\
&\qquad + T_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{2(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} + U_{(0.0)}{}^{\cdot\cdot c}_{ba}\overset{3(i)}{H}_{(m)}{}_{cp(i)s(m)} && \text{für } j=0;
\end{aligned}
$$

γ) für $(m) = (i)$

(E)
$$2\sum_{(k)<(i)\leq(kj)}^{k} \overset{j(k)}{\underset{(i)}{H}}_{[b|q(k)s(i)|} \overset{j(k)\ q(k)}{\underset{(i)}{H}}_{a]\ p(i)} + 2\sum_{(i)<(k)\leq(ij)}^{k} \overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}_{[b|s(i)q(k)|} \overset{j(i)\ q(k)}{\underset{(k)}{H}}_{a]p(i)} = \underset{(jj)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i)}{B}{}^{\mu}_{s(i)} - \underset{(jj)}{K}_{bap(i)s(i)} \quad \text{für } j=0,\ 1,\ 2,\ 3\ ;$$

δ) für $(m) > (ijj)$

(F)
$$\underset{(jj)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{s(m)} = 0 \qquad \text{für } j=0,\ 1,\ 2,\ 3.$$

Und der Fall $(i) \leqq (mj) < (ij)$ bzw. $(i) \leqq (mjj) < (ijj)$ liefert uns die Bedingungen (G) bzw. (H); aber wir lassen sie hier weg, da sie von analoger Gestalt wie (D) bzw. (C) sind.

(II) Für den Fall $j \neq j'$ kann man ohne die Allgemeinheit zu schaden voraussetzen, dass immer $j > j'$ ist; und dies wird wegen $j' = 0, 1, 2$ in drei Fälle zerlegt. Es genügt jedoch, die Bedingungen etwa $j' = 0$ zu skizzieren:

α) für $(m) = (ij\,0)$ bzw. $(ij) < (m) < (ij\,0)$

(I)
$$\overset{0(ij)}{\underset{(ij0)}{H}}_{aq(ij)t(ij0)} \overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}_{bp(i)}^{\cdot\cdot\ q(ij)} = \underset{(j.0)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(ij0)}{B}{}^{\mu}_{t(ij0)} \qquad \text{für } j=1,\ 2,\ 3 \text{ bzw.}$$

$$\sum_{(m)\leq(kj)}^{k} \overset{j(k)}{\underset{(m)}{H}}_{bq(k)t(m)} \overset{0(i)}{\underset{(k)}{H}}_{ap(i)}^{\cdot\cdot\ q(k)} - \sum_{(m)\leq(k0)}^{k} \overset{0(k)}{\underset{(m)}{H}}_{aq(k)t(m)} \overset{j(i)}{\underset{(k)}{H}}_{bp(i)}^{\cdot\cdot\ q(k)}$$

$$= -\underset{(3.0)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{t(m)} \qquad \text{für } j=3,$$

$$= -\underset{(2.0)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{t(m)} \qquad \text{für } j=2,\ (m)>(i3),$$

$$= -\underset{(2.0)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i3)}{B}{}^{\mu}_{t(i3)} + \underset{(2.0)}{S}_{ba}^{\cdot\cdot c} \overset{3(i)}{\underset{(i3)}{H}}_{cp(i)t(i3)} \qquad \text{für } j=2,\ (m)=(i3),$$

$$= -\underset{(1.0)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{t(m)} \qquad \text{für } j=1,\ (m)>(i3),$$

$$= -\underset{(1.0)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i3)}{B}{}^{\mu}_{t(i3)} + \underset{(1.0)}{T}_{ba}^{\cdot\cdot c} \overset{3(i)}{\underset{(i3)}{H}}_{cp(i)t(i3)} \qquad \text{für } j=1,\ (m)=(i3),$$

$$= -\underset{(1.0)}{K}_{ba\lambda\mu} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i2)}{B}{}^{\mu}_{t(i2)} + \underset{(1.0)}{S}_{ba}^{\cdot\cdot c} \overset{2(i)}{\underset{(i2)}{H}}_{cp(i)t(i2)} + \underset{(1.0)}{T}_{ba}^{\cdot\cdot c} \overset{3(i)}{\underset{(i2)}{H}}_{cp(i)t(i2)}$$
$$\text{für } j=1,\ (m)=(i2)\ ;$$

β) für $(m) = (ij)$ bzw. $(i) < (m) < (ij)$

(J)

$$
\begin{aligned}
&\overset{0}{D}_a \overset{j(i)}{H}_{(ij)} - \sum_{(i)<(k)<(ij)}^{k} \Big(\overset{j(k)}{H}_{(ij)} \overset{0(i)}{H}_{bq(k)\,t(ij)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(k)} - \overset{0(k)}{H}_{(ij)} \overset{j(i)}{H}_{aq(k)\,t(ij)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(k)} \Big) \\
&\quad = \overset{(i)}{K}_{(3.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i3)}{B}{}^{\mu}_{t(i3)} - \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(3.0)} \overset{3(i)}{H}_{(i3)} \qquad \text{für } j=3, \\
&\quad = \overset{(i)}{K}_{(2.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i2)}{B}{}^{\mu}_{t(i2)} - \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(2.0)} \overset{2(i)}{H}_{(i2)} - \overset{\cdot\cdot\,c}{S}_{(2.0)} \overset{3(i)}{H}_{(i2)} \qquad \text{für } j=2, \\
&\quad = \overset{(i)}{K}_{(1.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i1)}{B}{}^{\mu}_{t(i1)} - \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(1.0)} \overset{1(i)}{H}_{(i1)} - \overset{\cdot\cdot\,c}{S}_{(1.0)} \overset{2(i)}{H}_{(i1)} - \overset{\cdot\cdot\,c}{T}_{(1.0)} \overset{3(i)}{H}_{(i1)} \\
&\qquad\qquad \text{für } j=1 \quad \text{bzw.}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overset{j}{D}_b \overset{0(i)}{H}_{(m)} - \overset{0}{D}_a \overset{j(i)}{H}_{(m)} - \sum_{(k)<(i)}^{k} \Big(\overset{j(k)}{H}_{(m)} \overset{0(k)}{H}_{bq(k)\,t(m)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(i)} - \overset{0(k)}{H}_{(m)} \overset{j(k)}{H}_{aq(k)\,t(m)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(i)} \Big) \\
&\qquad - \sum_{(m)<(k)}^{k} \Big(\overset{j(m)}{H}_{(k)} \overset{0(i)}{H}_{bt(m)\,q(k)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(k)} - \overset{0(m)}{H}_{(k)} \overset{j(i)}{H}_{at(m)\,q(k)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(k)} \Big) \\
&\qquad + \sum_{(i)<(k)<(m)}^{k} \Big(\overset{j(k)}{H}_{(m)} \overset{0(i)}{H}_{bq(k)\,t(m)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(k)} - \overset{0(k)}{H}_{(m)} \overset{j(i)}{H}_{aq(k)\,t(m)} \overset{\cdot\cdot\,q(k)}{H}_{(k)} \Big) \\
&\quad = -\overset{(i)}{K}_{(1.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{t(m)} - {}'F \overset{(1)}{L}{}^{*c}_{ab} \overset{0(i)}{H}_{(m)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(1.0)} \overset{1(i)}{H}_{(m)} \\
&\qquad + \overset{\cdot\cdot\,c}{S}_{(1.0)} \overset{2(i)}{H}_{(m)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{T}_{(1.0)} \overset{3(i)}{H}_{(m)} \qquad \text{für } j=1, \\
&\quad = -\overset{(i)}{K}_{(2.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i1)}{B}{}^{\mu}_{t(i1)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{Q}_{(2.0)} \overset{1(i)}{H}_{(i1)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(2.0)} \overset{2(i)}{H}_{(i1)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{S}_{(2.0)} \overset{3(i)}{H}_{(i1)} \\
&\qquad\qquad \text{für } j=2,\ (m)=(i1), \\
&\quad = -\overset{(i)}{K}_{(2.0)} \overset{(m)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{t(m)} - {}'F \overset{(2)}{L}{}^{*c}_{ab} \overset{0(i)}{H}_{(m)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{Q}_{(2.0)} \overset{1(i)}{H}_{(m)} \\
&\qquad + \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(2.0)} \overset{2(i)}{H}_{(m)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{S}_{(2.0)} \overset{3(i)}{H}_{(m)} \qquad \text{für } j=2,\ (m) \leqq (i0), \\
&\quad = -\overset{(i)}{K}_{(3.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i2)}{B}{}^{\mu}_{t(i2)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{Q}_{(3.0)} \overset{2(i)}{H}_{(i2)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(3.0)} \overset{3(i)}{H}_{(i2)} \\
&\qquad\qquad \text{für } j=3,\ (m)=(i2), \\
&\quad = -\overset{(i)}{K}_{(3.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(i1)}{B}{}^{\mu}_{t(i1)} - {}'F^2 \overset{(0)}{\bigwedge_{1}} {}^{*c}_{a(3)b} \overset{1(i)}{H}_{(i1)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{Q}_{(3.0)} \overset{2(i)}{H}_{(i1)} \\
&\qquad + \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(3.0)} \overset{3(i)}{H}_{(i1)} \qquad \text{für } j=3,\ (m)=(i1), \\
&\quad = -\overset{(i)}{K}_{(3.0)} \overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)} \overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{t(m)} - {}'F \overset{(3)}{L}{}^{*c}_{ab} \overset{0(i)}{H}_{(m)} - {}'F^2 \overset{(0)}{\bigwedge_{1}} {}^{*c}_{a(3)b} \overset{1(i)}{H}_{(m)} \\
&\qquad + \overset{\cdot\cdot\,c}{Q}_{(3.0)} \overset{2(i)}{H}_{(m)} + \overset{\cdot\cdot\,c}{R}_{(3.0)} \overset{3(i)}{H}_{(m)} \qquad \text{für } j=3,\ (m) \leqq (i0)\,;
\end{aligned}
$$

γ) für $(m) = (i)$

$$
\text{(K)}\qquad
\begin{aligned}
&\sum_{(k)<(i)}{}^{k}\Big(\overset{j(k)}{H}_{(i)\,bq(k)t(i)}\overset{0(k)}{H}_{(i)\,a\,.\,p(i)}^{\,q(k)} - \overset{0(k)}{H}_{(i)\,aq(k)t(i)}\overset{j(k)}{H}_{(i)\,b\,.\,p(i)}^{\,q(k)}\Big)\\
&\quad+\sum_{(k)>(i)}{}^{k}\Big(\overset{j(i)}{H}_{(k)\,bt(i)q(k)}\overset{0(i)}{H}_{(k)\,ap(i)}^{\,\cdot\,\cdot\,q(k)} - \overset{0(i)}{H}_{k\,at(i)q(k)}\overset{j(i)}{H}_{(k)\,bp(i)}^{\,\cdot\,\cdot\,q(k)}\Big)\\
&\quad=\underset{(j.0)}{K}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(i)}{B}{}^{\mu}_{t(i)} - \underset{(j.0)}{K}_{bap(i)t(i)} \qquad \text{für}\quad j=1,2,3;
\end{aligned}
$$

δ) für $(m) > (ij\,0)$

$$
\text{(L)}\qquad \underset{(j.0)}{K}_{ba\lambda\mu}\overset{(i)}{B}{}^{\lambda}_{p(i)}\overset{(m)}{B}{}^{\mu}_{t(m)} = 0 \qquad \text{für}\quad j=1,2,3.
$$

Und für $(i'j) \leqq (m) < (i)$ bzw. (i' od. $i'+1) \leqq (m) < (i'j)$ ergeben sich die Bedingungen (M) bzw. (N), wobei $(i) = (i'jj')$ ist; aber man lässt sie hier weg, da sie von analoger Gestalt wie (J) bzw. (I) sind.

Diese (A)–(N) sind nichts anderes als die Verallgemeinerungen der GAUSS-CODAZZIschen Gleichungen. Mit Hilfe von (4.21), (4.23) können auch diese Gleichungen mittels der intrinseken Übertragung und der Affinoren $\overset{(p)}{M}{}^{a}_{bc}$ $(p = 0, 1, 2)$, $\overset{q}{\underset{p}{\Psi}}{}^{\nu}_{b}$ $(p = 1, 2, 3;\ q = 0, 1, 2;\ q < p)$ leicht zum Ausdruck gebracht werden.

§ 9. FRENETsche Gleichungen zweiter Art für $K_m^{(2)}$ in $K_n^{(2)}$.

20. Wir wollen hier eine andere Form der verallgemeinerten FRENETschen Gleichungen geben, die einfacher als die im vorigen Paragraph erhaltene ist, indem man nur die $\overset{0}{D}_b$-Ableitungen anwendet.

Die $\overset{(i)}{R}$ in § 6 werden jetzt automatisch aus der Betrachtung der höheren Krümmung der $K_m^{(2)}$ in $K_n^{(2)}$ bestimmt. Es ist klar, dass für den Skalar x^ν in $K_m^{(2)}$ $\overset{0}{D}_a\dot{x}^\nu = \overset{(0)}{B}{}^{\nu}_{a}$ entsteht. Statt (6.1) kommt hier nur

$$
\text{(9.1)}\qquad \overset{0}{D}_b\overset{(0)}{B}{}^{\nu}_{a} = \overset{(0)}{H}{}^{\cdot\,\cdot\,\nu}_{ba}\,.
$$

Für $\overset{(1)}{R}$ wählt man jetzt das ν-Gebiet von $\overset{(0)}{H}{}^{\cdot\,\cdot\,\nu}_{ba}$. Dann gelten erstens

$$
\overset{(0)}{B}{}^{c}_{\nu}\overset{0}{D}_b\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{p(1)} = -\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{p(1)}\overset{0}{D}_b\overset{(0)}{B}{}^{c}_{\nu} = -\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{p(1)}\overset{(0)}{H}{}^{c\,\cdot\,\cdot}_{b\,\cdot\,\nu} = -\overset{(0)}{H}{}^{c\,\cdot\,\cdot}_{b\,\cdot\,p(1)},
$$

d.h.

$$\overset{(0)}{B}{}^{c}_{\nu}(\overset{0}{D}_b\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{p_{(1)}}+\overset{(0)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{b\cdot p_{(1)}})=0\,, \tag{9.2}$$

zweitens

$$\overset{(1)}{B}{}^{r_{(1)}}_{\nu}\overset{0}{D}_b\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{p_{(1)}}=\overset{(1)}{B}{}^{r_{(1)}\lambda}_{\nu\ \ p_{(1)}}\overset{0}{D}_b\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{\lambda}=-\overset{(1)}{B}{}^{r_{(1)}\lambda}_{\nu\ \ p_{(1)}}\overset{0}{D}_b\overset{(1)}{C}{}^{\nu}_{\lambda}=0\,,$$

d.h.

$$\overset{(1)}{B}{}^{r_{(1)}}_{\nu}(\overset{0}{D}_b\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{p_{(1)}}+\overset{(0)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{b\cdot p_{(1)}})=0\,, \tag{9.3}$$

da $\overset{(1)}{B}{}^{r_{(1)}}_{\nu}\overset{(0)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{b\cdot p_{(1)}}=0$ ist, wenn man von jetzt an $\overset{(1)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{bp_{(1)}}$ statt $\overset{0}{D}_b\overset{(1)}{B}{}^{\nu}_{p_{(1)}}+\overset{(0)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{b\cdot p_{(1)}}$ schreibt, dann gilt nach (9.3) und (9.2), dass das ν-Gebiet von $\overset{(1)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{bp_{(1)}}$ senkrecht sowohl zu $\overset{(1)}{R}$ als auch zu $\overset{(0)}{R}$ steht. Dieses Gebiet wählt man eben für $\overset{(2)}{R}$. In diesem Verfahren fortfahrend, sei $\overset{(j)}{B}{}^{\nu}_{p_{(j)}}$ als Einheitsaffinor des ν-Gebietes von $\overset{(j-1)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{bp_{(j-1)}}$ festgelegt. Dann bestimmt sich $\overset{(j)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{bp_{(j)}}$ aus der Gleichung

$$\overset{0}{D}_b\overset{(j)}{B}{}^{\nu}_{p_{(j)}}+\overset{(j-1)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{b\cdot p_{(j)}}=\overset{(j)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{bp_{(j)}}\,, \tag{9.4}$$

sofern die linke Seite nicht identisch verschwindet, und auch $\overset{(j+1)}{R}$ als das ν-Gebiet von $\overset{(j)}{H}$. Die linke Seite von (9.4) muss nach einer endlichen Anzahl von Schritten, sagt man für $j=l$, identisch verschwinden, da bei jedem Schritt eine neue R senkrecht zu den vorigen hinzukommt. Infolgedessen lautet für $j=l$

$$\overset{0}{D}_b\overset{(l)}{B}{}^{\nu}_{p_{(l)}}+\overset{(l-1)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{b\cdot p_{(l)}}=0\,. \tag{9.5}$$

Man kann sehr leicht erkennen, dass $\overset{(j)}{H}{}^{\cdot\cdot\ \nu}_{ba}$ von dem ν-Rang $m_{(j+1)}$ und also in $\overset{(j+1)}{R}$ enthaltend ist. Die Gleichungen (9.1), (9.4) und (9.5) lassen sich in eins zusammenziehen. Dann gilt der

Satz II. *Bezeichnet man mit l solche kleinste ganze Zahl, dass die durch $\overset{0}{D}_b$-Ableitungen erhaltenen ν-Gebiete aus jedem $\overset{(j)}{R}$ $(j\leqq l)$ keine neue Richtung senkrecht zu R_m geben, so bestehen:*

$$\overset{0}{D}_b{}'g_{ac}=0\,,\quad \overset{0}{D}_b\overset{(j)}{g}_{p_{(j)}q_{(j)}}=0 \qquad \textit{für}\quad j=1,2,\ldots,l\,, \tag{9.6}$$

und die verallgemeinerten zweiten FRENETschen Gleichungen

$$\overset{0}{D}_b x^\nu = \overset{(0)}{B}{}^\nu_b , \tag{9.7}$$

$$\overset{0}{D}_b \overset{(j)}{B}{}^\nu_{p(j)} = -\overset{(j-1)}{H}{}^{\ \nu}_{b\ .\ p(j)} + \overset{(j)}{H}{}^{\ \ \nu}_{bp(j)} \qquad (j = 0, 1, \ldots, l) \tag{9.8}$$

oder

$$\overset{0}{D}_b \overset{(j)}{B}{}^{r(j)}_\lambda = -\overset{(j-1)}{H}{}^{\ \ r(j)}_{b\lambda} + \overset{(j)}{H}{}^{\ r(j)}_{b\ .\ \lambda} \quad (j = 0, 1, \ldots, l), \tag{9.9}$$

wo $\overset{(-1)}{H}$ *und* $\overset{(l)}{H}$ *identisch gleich Null sind.*

Die zweiten Beziehungen von (9.6) folgen unmittelbar aus (6.5) und (9.8). Aus (9.8) und (9.9) erhält man

$$\overset{0}{D}_b \overset{(j)}{B}{}^\nu_\lambda = \overset{(j)}{H}{}^{\ \nu}_{b\ .\ \lambda} + \overset{(j)}{H}{}^{\ \ \nu}_{b\lambda} - \overset{(j-1)}{H}{}^{\ \nu}_{b\ .\ \lambda} - \overset{(j-1)}{H}{}^{\ \ \nu}_{b\lambda} \qquad \text{für} \quad j = 0, 1, \ldots, l ,$$

und daraus ergibt sich

$$\overset{0}{D}_b(\overset{(0)}{B}{}^\nu_\lambda + \ldots + \overset{(l)}{B}{}^\nu_\lambda) = 0 . \tag{9.10}$$

Die Integrabilitätsbedingungen lassen sich mit Hilfe der im vorigen Paragraph erwähnten Hilfsformeln aufstellen, aber diese werden hier nicht gegeben, da man sie in ganz analoger Weise wie oben ausrechnen kann.

November 1938.