HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Construction of canonical systems of basic invariants for finite reflection groups [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	辻栄, 周平
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第11536号
Issue Date	2014-09-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/57123
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Shuhei_Tsujie_review.pdf, 審査の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称　博士（理学）　氏 名　辻栄 周平

審査担当者	主 査	教 授	岩﨑 克則
	副 査	教 授	齋藤 睦
	副 査	教 授	寺尾 宏明
	副 査	教 授	山下 博

学 位 論 文 題 名

Construction of canonical systems of basic invariants for finite reflection groups

（有限鏡映群の標準不変式系の構成）

博士学位論文審査等の結果について（報告）

本論文では，実または複素有限鏡映群の不変式論，特に標準不変式系の理論の研究が行われている。

有限鏡映群，及びその不変式論は，数学の様々な分野に現れる興味深い対象である。Chevalley (1955) の古典的定理より n 次元ベクトル空間に作用する有限鏡映群の不変式環は，代数的に独立な n 個の斉次不変式により生成される。これら n 個の不変式の集まりを基本不変式系という。基本不変式系の次数全体は，群により一意的に定まるが，基本不変式系自身の取り方には様々な選択肢がある。従来から，不変式論が現れる数学の状況に応じて，それに相応しい基本不変式系の取り方が研究されて来た。標準不変式系もそのような選択肢の一つである。

標準不変式系の概念は，多面体調和関数論の研究に関連して Flatto (1968) により導入された。古典的な調和関数は，球面に関する平均値の性質を用いて特徴付けられる (Gauss の定理)。それでは，球面を多面体に置き換えたとき何が起きるのかを研究するのが，多面体調和関数論である。Flatto たちの研究は正多面体，特にその頂点（0 次元骨格）に対するものが主であったが，その後，正多面体とは限らない任意の多面体の各次元の骨格に対する一般論が Iwasaki (1997) により与えられた。その結果，多面体調和関数論は，古典的な調和関数論とは非常に異なった組合せ解析的構造を持つことが明らかとなった。これに密接に関連する話題として，群調和関数論がある。後者は，与えられた群に対する不変偏微分方程式系の理論であるが，直交群 $O(n)$ には古典的な調和関数論が対応する。有限鏡映群に対する群調和関数論は Steinberg (1964) により確立され，その不変式論・表現論的な意味付けが明らかにされた。

さて，多面体調和関数全体の空間は，多面体の対称群に付随する群調和関数全体の空間を常に含むことが知られている。多面体の対称群が，重複次数を持たない実有限鏡映群の場合，両空間が一致する為の必要十分条件が標準不変式系の言葉で与えられた (Iwasaki 1999)。この意味で標準不変式系の研究が重要となる。実有限鏡映群に対する標準不変式系の存在は Flatto-Wiener (1968, 1969) により示されたが，構成的ではなかった。その後，A_n, B_n, D_n, $I_2(m)$ 型実鏡映群の標準不変式系に対する一つの具体的公式が Iwasaki (1997) により与えられた。更に F_4, H_3, H_4 型に対しては Iwasaki-Kenma-Matsumoto (2002) により与えられた。しかし，E_6, E_7, E_8 型の実鏡映群に対する具体的構成や，また標準不変式系の理論自体の複素鏡映群への拡張は，これまで行われて来なかった。

そこで，著者は N. Nakashima および H. Terao との共同研究により，標準不変式系の概念に新しい理論的基盤を与え，それを用いて，標準不変式系の存在，及び線形変換による推移性を除いての一意性を

証明した。この理論化により，標準不変式系の概念と Steinberg 理論との関係が明瞭になると共に，標準不変式系の理論自体を自然に複素鏡映群へ拡張することが可能となった。上記の証明は，任意の基本不変式系から出発して，求める標準不変式系へ至るまでの具体的な手続きを与えているという点で構成的である。また，有限鏡映群の分類理論とは独立な構成法となっており，実の場合に残されていた E_6, E_7, E_8 型を含んで，すべての実または複素有限鏡映群へ統一的に適用することができる。

上記の構成において鍵となるアイデアは，考えている有限鏡映群を W とするとき，群調和多項式を係数とする不変微分形式の空間 Ω_W，及び求める標準不変式系の入れ物となるべき線形空間 $\mathcal{F}_W$ の導入，両者の外微分作用素による同型 $d : \mathcal{F}_W \tilde{\to} \Omega_W$ の確立，及びその逆写像 $\varepsilon : \Omega_W \tilde{\to} \mathcal{F}_W$ の記述である。また，一般の多項式を群調和多項式へ切り落とすエルミート作用素 $\phi : f \mapsto ((f, \Delta), \Delta)$ の導入，及び作用素 ϕ の微分形式の空間への拡張 $\tilde{\phi}$ も重要となる。このとき，任意の基本不変式系 $h_1, \ldots, h_n$ に対して $\omega_i = \tilde{\phi} \circ dh_i$ とおくと，$\omega_1, \ldots, \omega_n$ は Ω_W の線形基底をなす。更に $f_i = \varepsilon(\omega_i)$ とおくと，$f_1, \ldots, f_n$ は $\mathcal{F}_W$ の線形基底をなす。最後に $f_1, \ldots, f_n$ を正規直交化すれば，その結果が求める標準不変式系を与える。以上が，本論文における構成法の概要である。

また，上記の構成法とは別に，著者単独で，無限系列の複素有限鏡映群 $G(m, p, n)$ に対する標準不変式系の具体的公式を与えた。この系列の群は，特殊な場合，すなわち $(m, p, n) = (1, 1, n)$ の場合は A_{n-1} 型，$(2, 1, n)$ の場合は B_n 型，$(2, 2, n)$ の場合は D_n 型の実鏡映群となり，これらに対する公式は Iwasaki (1997) により与えられた。著者の公式は，任意の (m, p, n) に対する一般化となっている。

以上をまとめると，著者は，実または複素有限鏡映群の標準不変式系に関する理論面および構成法において新しい知見を得たものであり，有限鏡映群の不変式論に対して貢献するところ大なるものがある。

よって著者は，北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。