HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Differential systems associated with partial differential equations of one and more unknown functions [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	矢野, 充志
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第11537号
Issue Date	2014-09-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/57142
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Atsushi_Yano_abstract.pdf, 論文内容の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称　博士 (理学)　　氏名　矢野　充志

学 位 論 文 題 名

Differential systems associated with partial differential equations of one and more unknown functions

(一未知及び多未知関数の偏微分方程式に付随した微分式系について)

本研究は偏微分方程式に付随した微分式系 (differential system) に関するものである．微分式系とは多様体上の接束の部分束のことで，田中昇氏による Realization Lemma から，微分式系は一階偏微分方程式 (系) に対応することが知られている．ここでは，大まかに一未知と多未知関数の二階偏微分方程式に分けてそれぞれ研究した．

一未知関数偏微分方程式として，Monge-Ampère 方程式と双曲型外微分式系 (hyperbolic exterior differential system) を扱った．Monge-Ampère 方程式 $Az_{xx} + 2Bz_{xy} + Cz_{yy} + D + E(z_{xx}z_{yy} - z_{xy}^2) = 0$ は 5 次元接触多様体 J 上の幾何学的二階 jet 空間— Lagrange-Grassmann bundle $L(J)$ —の標準微分式系を方程式から定義される 7 次元部分多様体に制限して得られる微分式系として表わされる一方，5 次元接触多様体上のある外微分式系— Monge-Ampère system —として表わせられる．Monge-Ampère system を延長 (prolongation) したとき，Monge-Ampère 方程式に対応する微分式系が得られ，それぞれに定義される Monge 特性系と呼ばれる階数 2 の微分式系の性質及び関係について調べた．ここで得られる性質を利用して，一般の二階偏微分方程式 $F(x, y, z, z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}) = 0$ が Monge-Ampère 方程式となるための必要十分条件を Monge 特性系を用いて記述した．また，双曲型 (外) 微分式系とは双曲型 Monge-Ampère 方程式に対応する (外) 微分式系の拡張と言える．双曲型 (外) 微分式系の延長は，双曲型微分式系になることが知られている．双曲型 (外) 微分式系に対しても，Monge 特性系と呼ばれる階数 2 の微分式系が定義され，与えられた双曲型 (外) 微分式系とその延長，それぞれに定義される Monge 特性系の性質と関係について調べた．先に述べた，Monge-Ampère 方程式の研究の類推として，双曲型 (外) 微分式系に対する縮小定理を得た．すなわち，与えられた双曲型微分式系を，より少ない次元の多様体上に定義された双曲型 (外) 微分式系に縮小する条件を Monge 特性系を用いて記述した．これは先に述べた，双曲型 (外) 微分式系の延長が双曲型微分式系になるという事実の逆にあたる．

多未知関数偏微分方程式に対して，微分式系によるその幾何学的特徴付けを行った．微分式系は一階偏微分方程式に対応することと，二階偏微分方程式は特に一階偏微分方程式に思えることから，二階偏微分方程式は微分式系にいくつかの条件を与えたものが対応すると予想される．実際，山口佳三氏により，(真に一階のみからなる方程式を含まないよ

うな) 一未知関数の二階偏微分方程式の特徴付けが行われた．対して，本研究では (真に一階のみからなる方程式を含まないような) 多未知関数の二階偏微分方程式を微分式系により特徴付けた．また，そのような微分式系の構造を保つような無限小変換からなる階別 Lie 環が有限型になるような方程式の例を挙げた．また，そのような階別 Lie 環が単純になるような多未知関数の二階偏微分方程式を求めた．