HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|---|---|
| Title | 特性変動を有する動的システムのモデル化と制御 |
| Author(s) | 西留, 千晶 |
| Degree Grantor | 北海道大学 |
| Degree Name | 博士(工学) |
| Dissertation Number | 甲第11567号 |
| Issue Date | 2014-09-25 |
| DOI | https://doi.org/10.14943/doctoral.k11567 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/57201 |
| Type | doctoral thesis |
| File Information | Chiaki_Nishidome.pdf |

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

# 特性変動を有する動的システムのモデル化と制御

# A Study on Modeling and Control of Dynamic Systems with Characteristic Variation

平成 26 年度

北海道大学　大学院工学院

博士後期課程　人間機械システムデザイン専攻

西留　千晶

目次

**第 1 章　緒論**.....1
**1・1　本研究の背景**.....1
**1・2　モデル化手法の動向**.....4
1・2・1　モード解析.....4
1・2・2　物理機能モデル.....6
1・2・3　ブラックボックスモデル.....7
**1・3　制御理論の動向**.....8
1・3・1　$H_2$ 制御.....8
1・3・2　$H_\infty$ 制御.....8
1・3・3　直接速度フィードバック制御(DVFB).....8
1・3・3　ILQ 制御.....9
1・3・4　モデル予測制御.....9
1・3・4　特性変動への対応.....10
**1・4　本論文の構成**.....10

**第 2 章　希薄予混合燃焼器における燃焼振動のアクティブ制御**.....11
**2・1　はじめに**.....11
**2・2　モデル化**.....12
2・2・1　2 次燃焼噴射装置を有する希薄予混合燃焼器.....12
2・2・2　実験モード解析.....13
**2・3　コントローラ設計**.....15
2・3・1　制御系設計の基礎理論.....15
2・3・2　混合 $H_2/H_\infty$ 制御設計.....19
2・3・3　適応制御系.....20
**2・4　シミュレーションおよび実験による検討**.....21
2・4・1　主燃料に水素を用いた燃焼器.....21
2・4・2　主燃料にメタンを用いた燃焼器.....31
**2・5　結論**.....36

**第 3 章　柔軟スマートリンク機構の運動と振動の制御** ..... 37
**3・1　はじめに** ..... 37
**3・2　モデル化** ..... 38
3・2・1　物理機能モデルの概要 ..... 38
3・2・2　DC モータのモデル化 ..... 44
3・2・3　柔軟梁のモデル化 ..... 56
3・2・4　柔軟リンク機構のモデル化 ..... 61
**3・3　柔軟リンク機構における運動と振動の制御** ..... 72
3・3・1　構造のスマート化 ..... 72
3・3・2　ハイブリッド制御 ..... 77
**3・4　シミュレーションおよび実験による検討** ..... 82
3・4・1　実験装置の概要 ..... 82
3・4・2　1 リンク機構への適用 ..... 82
3・4・3　2 リンク機構への適用 ..... 84
**3・5　結論** ..... 94

**第 4 章　ディーゼルエンジンの EGR/VNT 協調制御** ..... 95
**4・1　はじめに** ..... 95
**4・2　モデル化** ..... 96
4・2・1　制御対象の概要 ..... 97
4・2・2　システムの非線形性を考慮した入力の補正 ..... 97
4・2・3　状態空間モデルと同定 ..... 99
**4・3　ILQ 設計法に基づく制御** ..... 103
4・3・1　ILQ 設計法 ..... 103
4・3・2　マッピングと適応制御の構成 ..... 107
4・3・3　性能評価実験および考察 ..... 108
**4・4　単段モデル予測制御** ..... 117
4・4・1　モデル予測制御 ..... 118
4・4・2　操作量変化値の算出 ..... 119
4・4・3　制約条件 ..... 120
4・4・4　予測時間の決定 ..... 121
4・4・5　オフセット補正 ..... 122
4・4・6　マッピングと適応制御の構成 ..... 123

4・4・7　性能評価実験および考察 ..... 124
**4・5　結論** ..... 135

**第 5 章　結論** ..... 136

**参考文献** ..... 140

**謝辞** ..... 143

# 第 1 章

# 緒論

## 1・1　本研究の背景

近年，工業製品の制御システムが複雑化する一方，開発期間の短縮が求められる中，モデルベース開発が航空・宇宙産業や自動車産業を中心として急速に発展している．モデルベース開発とは製品の仕様決定から設計，試作，検証にいたる各開発プロセスにおいてシミュレーションモデルを用いて開発を行い，実機の試作を最小限にとどめる開発プロセスである[1]．モデルベース開発においては各プロセスに適した精度・規模のモデルが用いられる．開発上流においてはより抽象化されたモデルが用いられ，システム検証など開発下流においては実機に近い詳細なモデルが用いられる[9]．

また，年々厳しくなる規制への対応および振動・騒音性能の向上のためには，構造的な対策を行っただけでは難しいことが多く，従来行われてきた古典制御手法に代わる現代制御理論以降の制御手法の導入による性能向上が必要となる[18][19][20]．

こうした中，制御系設計はモデルを対象として行われる．このため，制御系設計のためのモデル化手法および制御理論の選択は重要な課題といえる．また，モデル化手法や制御理論には，線形を仮定したものが多くある．しかしながら，ほとんどの制御対象は，特性変動を含んでいる[3][4]．そのため，系の特性変動に適応させながら制御を行う必要がある．線形のモデル化手法や制御理論を特性変動に適応させることは，必要不可欠である．

そこで，本研究では，特性変動を有する動的システムである希薄予混合燃焼器(ガスタービン燃焼器)，柔軟リンク機構およびディーゼルエンジンを対象として有効なモデル化手法および制御手法について検討する．

第 2 章では，ガスタービン燃焼器に関する多くの研究者や開発者から注目を集めている希薄予混合燃焼器を対象とする．希薄予混合燃焼は当量比を適切な範囲に制御することにより，燃焼効率を下げることなく，ガスタービンエンジンからの NOx 排出量を低減する大きな利点を有している．一方，希薄予混合燃焼器の欠点としては流れの摂動に敏感であり，燃焼振動およびブローアウト，フラッシュバッ

クなどの燃焼不安定現象がある．このうち，燃焼振動は突然の破壊や寿命の低下などを引き起こす重要問題である．この振動燃焼問題を解決するために，これまではパッシブ制御が広く開発に採用されているが，近年アクティブ制御が注目されつつある．

燃焼振動は，主に圧力変動と熱発生変動による不安定燃焼現象の共振により発生する．本研究では燃焼振動の制御システムとして，噴射位置の柔軟性や燃料ラインからの作動弁の制御性などの利点がある 2 次燃料噴射を採用する．この 2 次燃料噴射による制御の最近の研究では，次のようなものがある．Lee らは噴射位置による燃焼振動抑制効果について調査した[2]. Choi らはオープンループ制御によって圧力レベル，ノイズレベル，NOx 排出量を目標範囲内に収める研究を行った[3]. また，Hong らは $H_\infty$制御を適用してロバスト性を有した制御が可能であることを示した[4]．Hathout らは物理モデルを作成し，混合 $H_2/H_\infty$制御を適用した[5]．このように，2 次燃料噴射を用いたアクティブ制御に関する研究が盛んに行われている．

上記の研究では，制御系設計に用いられるモデルとして物理モデルを構築している．このようなモデルを使用する場合，アクチュエータや 2 次噴射などの構造が異なるプラントの場合に物理モデルの再構築が必要となる．また，パラメータ同定についても複雑になることが予想される．本研究では，モデル化の簡便さと精度に着目し，2 次燃料噴射機構の弁指示開度を入力とし，燃焼器内の圧力センサからの計測値を出力とする入出力系について，周波数応答を計測し，実験モード解析の手法を適用してモードモデルを構築する．本手法により，入出力間の周波数応答が計測できれば，容易にモデルを構築することが可能である．このモデルに対して，混合 $\boldsymbol{H}_2/\boldsymbol{H}_\infty$ 制御則に基づいてコントローラを設計する．対象としている燃焼器は，当量比により特性が非線形に変化するシステムであるため，上記コントローラのパラメータを当量比をスケジューリングパラメータとしてマップ化し，ゲインスケジューリングによる適応制御を構築する．メイン燃料が，水素の燃焼器とメタンの燃焼器に本手法を適用し，シミュレーションおよび実験により有効性を示す．

第 3 章では，非線形かつ時変系で複雑な動的挙動を示す柔軟 2 リンク機構のモデル化および制御系設計法を提案する．柔軟リンク機構は産業構造物や宇宙構造物などに用いられるロボットアームメカニズムに関して，軽量，高速化および省エネルギ化の目的で研究が進められている．柔軟リンク機構のモデル化に際し，電気・機械の複合領域の物理モデルを構築するために，瞬時エネルギの伝達に着目した新しいモデル化手法として研究されてきた物理機能モデル[9][10]を用いる．また，モー

タでは制御できない高周波振動については, 圧電フィルムを用いたスマート構造を適用する．スマート構造は，アクチュエータ・センサ・コントローラを内包して複雑化を避けることができる技術として宇宙構造物の制振やセルフモニタリングなどを目的として研究が進められている[11]-[14].

柔軟リンク機構に対して運動と振動のハイブリッド制御手法を示す．この際，大きなエネルギが必要となる 1 次モードの振動制御およびアームの位置決めをモータにより行う．また，モータでは制御が困難である小さな振幅の振動に対しては，構造の両面に貼付された圧電フィルムに関して，片面をセンサ，他面をアクチュエータとすることにより成立するコロケーションを利用する直接速度フィードバック(DVFB)型の振動制御法を用いる．

第 4 章では，排出ガス低減技術の進歩と共に再び脚光を浴びてきているディーゼルエンジンを対象とする．ディーゼルエンジンの排出ガス規制について，その対応技術を見てみると，主に高圧噴射，EGR を含むエアマネージメント，DPF や SCR 触媒等の後処理に大別され，それぞれ精力的に研究開発が行われている．排出ガス規制そのものも，平成 17 年排ガス規制から重量車ディーゼルエンジンにおいては，試験モードが過渡運転に変更されたため，過渡状態における制御性能の向上が求められる．

絶対的な新規空気量をターボで確保しつつ，所定の EGR 量を得るためには，従来行われてきたオープン制御や PID 制御に対し，吸気遅れを考慮した，VNT ガイドベーンと EGR バルブの制御が不可欠になってくるが，これらは独立に変化しうるものではなく，お互いがそれぞれに影響しあう非線形な系であり，それに伴い制御系にも非線形性を考慮した協調制御が望まれている．

このような非線形性を考慮した協調制御の研究については, 非線形ロバスト制御理論の一つであるスライディングモード制御理論を用いたもの[18]があるが，モデルを同定してからコントローラが設計されるまでのプロセスにおいて, パラメータ設定の指針が明確でなく，そのチューニングに多大な労力が必要だと考えられる．また, プロセス産業での制御に用いられていたモデル予測制御を用いて協調制御を行った事例[19]も報告されている．モデル予測制御では，制約を考慮した最適化やパラメータの容易な決定などの特徴があるが, プラントモデルを用いた予測制御の際に最適化計算を必要とするためコントローラに対する負荷が大きく, 実システムにおける実時間制御に関して課題があると考えられる．

このような背景から, 本研究では, ディーゼルエンジンにおけるEGRおよびVNTの干渉性および非線形性を考慮した適応型の協調制御を，まず ILQ 設計に基づく簡便な制御ロジックで実現することを目的とする[20]. 本制御手法の特徴は，技術者および設計者の経験や膨大な試行錯誤をともなう PID 制御のパラメータ調整とは異なり，モデルベースの ILQ 設計法に基づいて，規定される追従指標にしたがって各設計点のコントローラが系統的に設計され, フィードバックゲイン行列の各成分を運転条件に対してマッピングすることにより, 適応制御系が簡便に構成できる点にある.

次に，ILQ 設計法に基づく制御手法の課題として残った，誤差積分の飽和などに起因する目標値追従性能の劣化を改善するため，EGR-VNT 協調制御手法としてモデル予測制御を導入した適応制御手法を構築し，目標値追従性能の向上を目指す. 前述のように多段モデル予測制御は最適化計算を必要とするためコントローラに対する負荷が大きく, 実システムにおける実時間制御に関して課題がある. そこで, アルゴリズムの簡素化および実用性を重視し, 制御系の構成が簡単な単段モデル予測制御をベースとし，制御ロジックを工夫することにより，所望の制御性能の達成と従来制御手法との優位性を見出す.

### 1・2　モデル化手法の動向

モデルベースの制御系設計理論で用いられるモデルは, そのほとんどが状態空間方程式または伝達関数により記述されたものである. モデル化対象によってモデル化手法が異なり, それぞれの手法により記述されたモデルを状態空間方程式や伝達関数形式に当てはめて用いる. 以下に, 代表的なモデル化手法を説明するとともに, 本研究におけるモデル化との関連を述べる.

#### 1・2・1　モード解析[8]

モード解析は主に機械振動の解析に用いられる手法である. 振動特性を共振周波数(固有モード)ごとに分離し, 振動形状, 固有振動数, 固有減衰比などをもとめる. モード解析の特徴としては，固有モードの直交性を利用して，振動特性を独立な 1 自由度微分方程式に分離できることである. これにより，対象としている周波数のモードのみを採用し，状態空間方程式を組み立てることが可能となる.

モード解析の手順は主に 2 通りある．実験によりモード特性を同定する実験モード解析と，有限要素モデルから特性行列を求め固有値解析によりモード特性を求める方法がある．図 1.1 にモード解析の流れを示す．

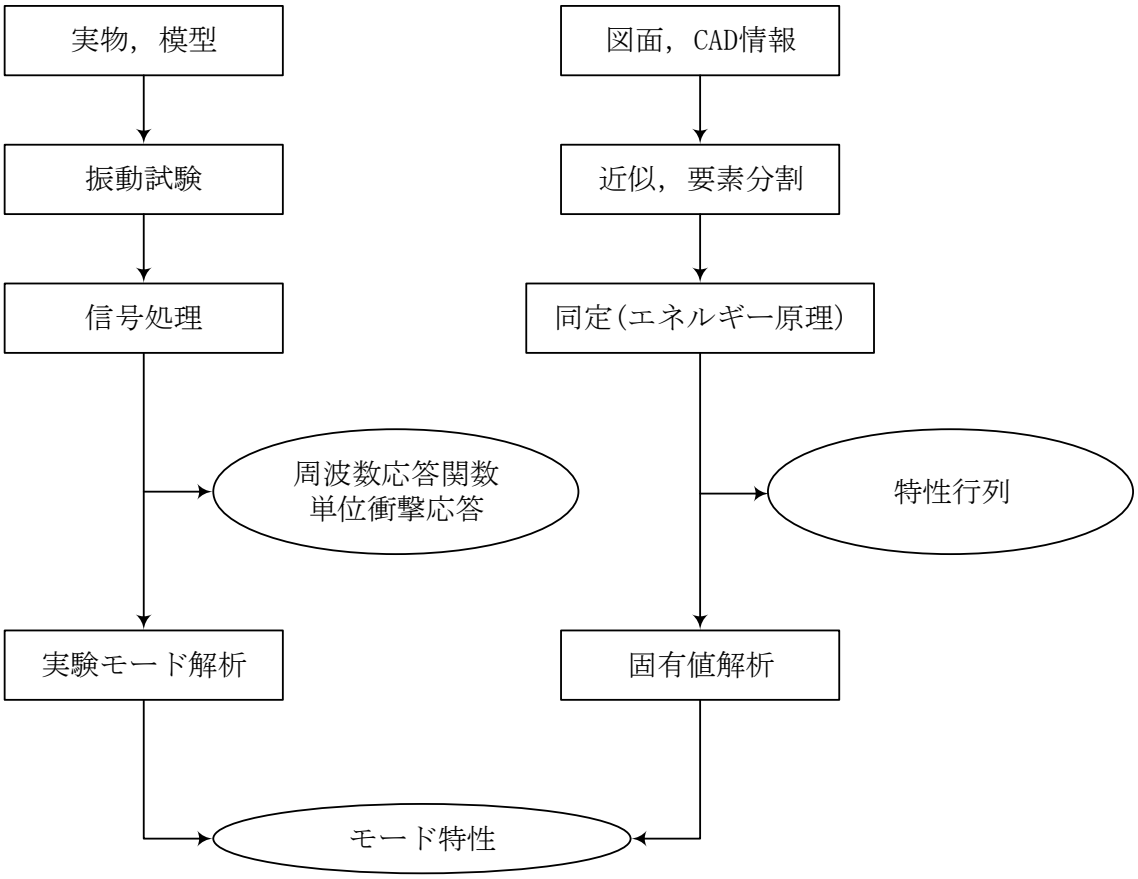



図 1. 1　モード解析の流れ

本研究では，第 2 章において，主に機械振動に用いられる実験モード解析の手法を，燃焼振動のモデル化に適用させる．本来，実験モード解析では入力が力，応答が加速度などの物理量の入出力に対して行われる．第 2 章のモデル化においては入力がバルブへの入力電圧，出力が燃焼器の圧力となっている．このような系に対して実験モード解析の手法を適用することが有効であることを示す．

また，第 3 章においては柔軟リンク機構の梁部分を有限要素法を用いてモデル化し，図 1.1 の右側の流れでモード特性を求める．求まったモード特性を下記の物理機能モデルに導入する方法を示す．これにより多自由度分布乗数系の有限要素モデルを，集中乗数系の物理機能モデルで扱うことが可能となる．

### 1・2・2　物理機能モデル[9]

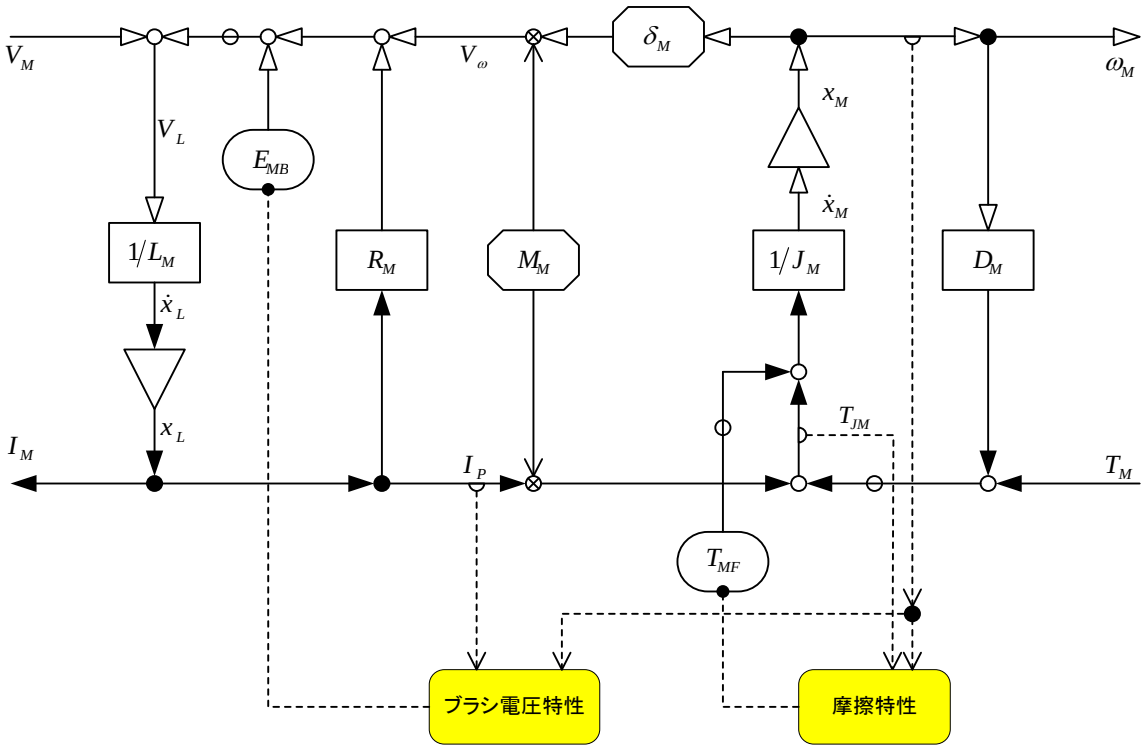



図 1.2　物理機能モデル(DC モータ)

物理機能モデルは電気や機械など各工学分野を共通の記述法で, モデル化することができるエネルギのやり取りに着目したモデル化手法である. このモデルは, 図 1.2 のはしご図の部分の工学分野に共通な部分を線形式で表現した線形モデルと, 黄色のブロックで表される物理特性の仕組みや非線形などを表す機構モデルで構成される. 線形モデルのパラメータを機構モデルで算出して代入することにより非線形に対応するために, 瞬時のモデルは線形状態空間方程式で表現される一方, 非線形にも対応するという利点がある. さらに, 工学分野に共通な部分の線形モデルであることから異なる工学分野を横断的に扱うことができる. これは, 複合領域での制御が必要となる対象物において非常に重要なことである.

また, 図 1.2 の上下にある横方向の矢印は電圧・電流の対および角速度・トルクの対となっている. 掛け合わせると瞬時エネルギになるような物理量対を内部状態量としており, モデル内で蓄積・消費されるエネルギと外部との入出力で受け渡すエネルギのつり合いが成り立つ.

第 3 章における柔軟リンク機構は，構成する要素としてモータと梁がある．モータは電気系・機械系の複合領域のモデル化が必要であり，各工学分野を横断的に扱うことができる物理機能モデルを用いてモデル化する. さらに梁のモデルに関しては，1・2・1 のモード特性を物理機能モデルに導入する方法を示す.

### 1・2・3　ブラックボックスモデル

現象が複雑で物理的なモデル化が困難な場合や, 簡便に実験からモデルを構築したい場合に用いられる．状態空間方程式において内部状態量および入力，出力の次数を，試験条件および同定実験結果から仮定する．この式の各パラメータを，同定実験の結果からカーブフィットにより求める. 求まったモデルを用いたシミュレーション結果と実験結果が制御対象の範囲内で，精度に問題がある場合は，モデルの次数を再検討して，カーブフィットを再度行う．本手法では，本来モデル化に必要である物理的な特性や理論式を用いることなく, 簡易的にモデルを得ることができる. これにより制御系設計におけるモデル化の工数を大幅に削減することができる.

本研究では，第 4 章においてディーゼルエンジンという極めて複雑な制御対象を，簡便にモデル化するために，ステップ応答の時間波形に対して予測誤差法を用いてカーブフィット行い，モデル化する.

## 1・3　制御理論の動向

本研究では，第 2 章および第 3 章において，最適制御理論である $H_2$ 制御とロバスト制御理論である $H_\infty$ 制御を組み合わせた，混合 $H_2/H_\infty$ 制御を検討する．また，第 4 章では，より簡便に制御パラメータを決定することができる ILQ 制御を検討する．その際，課題であった制約条件を扱うことができる制御理論としてモデル予測制御を検討し，単段でも適用可能となる方法を提案する．以下に，広く一般に用いられ，本研究でも採用した制御手法について概要をまとめる．

### 1・3・1　$H_2$ 制御[30]

$H_2$ 制御は，評価関数である $H_2$ ノルムを最小化する最適制御理論である．たとえば，周波数領域おいて特定の周波数範囲の応答を入力とのトレードオフの範囲内で最小化する制御を行う．制御系設計には，モデルとして入力から出力までの閉ループ伝達関数または，状態空間方程式が必要となる．本研究では第 2 章および第 3 章において制御対象のモードを抑制するために用いる．

### 1・3・2　$H_\infty$ 制御[30]

$H_\infty$ 制御は $H_\infty$ ノルムを最小化するロバスト制御理論である．$H_\infty$ ノルムは伝達関数の最大値から定義される値である．したがって，$H_\infty$ 制御は閉ループ伝達関数の最大値を最小化する制御を行う．制御系設計には，モデルとして入力から出力までの閉ループ伝達関数または，状態空間方程式が必要となる．本研究では第 2 章および第 3 章において制御のロバスト性を確保するために，上記 $H_2$ 制御と組み合わせて用いる．すなわち，$H_2$ 制御で応答のピークを効果的に抑制し，$H_\infty$ 制御でロバスト性を確保する．

### 1・3・3　直接速度フィードバック制御(DVFB)[12]

センサとアクチュエータの位置が一致する場合に，速度を直接フィードバックすることにより系の安定化を図る制御理論である．本研究では，第 3 章において，モータによる制御が難しい高周波数領域における振動制御手法として圧電フィルム

による直接速度フィードバックを適用し, モータと圧電フィルムによるハイブリッド制御を提案する.

### 1・3・3　ILQ 制御[21]~[23]

LQ 制御の逆問題を巧妙に利用して，LQ 制御の特徴を残したまま，設計を簡略化した設計法である．目標から出力までの閉ループ伝達関数を指定し，漸近的にそれを満たす制御則を導出して, 最適性を保証するための調整パラメータを算出する. ILQ 制御の特徴は，得られる最適レギュレータが，重みの選択によらず低感度特性やロバスト安定性など実用上好ましい特徴を持つ LQ 制御の利点を残しながら，設計パラメータの指定がより理解しやすいものになっていることである. 適用事例として, エレベータの振動抑制制御[26], 永久磁石同期モータの最適電流制御[27]などが報告されている．本研究では，第 4 章においてディーゼルエンジンの EGR/VNT 協調制御に本手法を適用する.

### 1・3・4　モデル予測制御[28][29]

モデル予測制御は，入力に対する応答をモデルシミュレーションにより算出し，その応答が参照軌道に追従するように入力を最適化する制御手法である. モデル予測制御の特徴として挙げられるのは, 多変数制御問題を自然に取り扱うことができるという点や，入出力への制約条件を扱うことができるという点，調整が容易で基本的な考え方が理解しやすいという点である．その中でも特に重要であるのが，入出力への制約条件を扱うことができるという点である．また，設計時に用いるモデルとして，状態空間方程式で表されたモデルに限らず，数式モデルやマップ参照などを含んだモデルなど，多様なモデルに対応することができる.

本研究では，第 4 章において，ディーゼルエンジンの EGR/VNT 協調制御に本手法を適用する．モデル予測制御は，一般的に多段予測制御で行われる．しかし，単段予測制御には最適化の必要がないために，計算負荷が小さいことや，入力算出の安定性などの利点がある．その一方，単段予測であるために，応答速度に対して制御周期が短い場合に, オーバーシュートや発振などの不安定現象が発生しやすいという問題がある．これは，多段予測においては複数ステップにわたり最適化された結果としての入力が算出されるが、単段予測においては 1 ステップ先での誤差を

最小にする入力が算出されるためである．この問題を解決するために，制御周期とモデルのサンプリング周期を異なる周期に設定することを提案する．

### 1・3・4　特性変動への対応

モデル予測制御を除いて，各制御理論は線形の制御理論である．特性変動を有する非線形な制御対象に適用するために，本研究では，コントローラの各パラメータをマップ化し，ゲインマッピングにより適応制御系を構築することを提案する．

## 1・4　本論文の構成

本論文は 5 章からなり，以下のような構成となっている．

第 1 章「緒論」では，本研究の背景と目的について説明し，本研究で用いたモデル化手法および制御理論について概要をまとめている．

第 2 章「希薄予混合ガスタービン燃焼器における燃焼振動のアクティブ制御」では，希薄予混合ガスタービン燃焼器における燃焼振動を 2 次噴射で抑制する検討を行う．2 次噴射から燃焼器内圧力までの入出力系に対して，実験モード解析の手法によりモデル化し，混合 $H_2/H_\infty$ 制御にて制振制御を行うことを提案する．

第 3 章「柔軟スマートリンク機構の運動と振動の制御」では，柔軟な梁とモータから構成されるリンク機構に対し，有限要素法およびモード解析の手法で梁をモデル化し，モータと梁を含むリンク機構を物理機能モデルの手法でモデル化する．この際，多自由度系の有限要素モデルを集中乗数系の物理機能モデルに導入する手法について提案する．また，柔軟梁の振動について，高周波領域は圧電フィルムでスマート化し直接速度フィードバックにより制振し，低周波領域についてはモータを混合 $H_2/H_\infty$ 制御することにより制振するハイブリッド制御を提案する．

第 4 章「ディーゼルエンジンの EGR/VNT 協調制御」では，EGR と VNT という相互に干渉する系に対して，予測誤差法によるカーブフィットによりモデル化し，ILQ 制御および単段モデル予測制御による協調制御を提案する．

第 5 章「結論」では本研究で得られた結果についてまとめる．

# 第 2 章

# 希薄予混合燃焼器における燃焼振動のアクティブ制御

## 2・1　はじめに

希薄予混合燃焼は当量比を適切な範囲に制御することにより, 燃焼効率を下げることなく，ガスタービンエンジンからの NOx 排出量を低減する大きな利点を有しており, ガスタービン燃焼器に関する多くの研究者や開発者から注目を集めている. 一方，希薄予混合燃焼器の欠点としては流れの摂動に敏感であり，燃焼振動およびブローアウト，フラッシュバックなどの燃焼不安定現象がある．このうち，燃焼振動は突然の破壊や寿命の低下などを引き起こす重要問題である. この振動燃焼問題を解決するために，これまではパッシブ制御が広く開発に採用されているが，近年アクティブ制御が注目されつつある.

燃焼振動は, 主に圧力変動と熱発生変動による不安定燃焼現象の共振により発生する．そのため，制御に用いられる方法としてはスピーカーを用いた方法，メイン燃料噴射を用いた方法，2 次燃料噴射を用いた方法，空気注入を用いた方法などがある．このうち，2 次燃料噴射は，噴射位置の柔軟性や燃料ラインからの作動弁の制御性などの利点があり，有望な選択肢とされている．この 2 次燃料噴射による制御の場合には，噴射位置と作動弁制御の 2 つの要素が重要になる．最近の研究では，次のようなものがある．Lee らは噴射位置による燃焼振動抑制効果について調査した[2]．Choi らはオープンループ制御によって圧力レベル，ノイズレベル，NOx 排出量を目標範囲内に収める研究を行った[3]．また，Hong らは $H_\infty$制御を適用してロバスト性を有した制御が可能であることを示した[4]．Hathout らは物理モデルを作成し，LQG/LTR 制御を適用した[5]．このように，2 次燃料噴射を用いたアクティブ制御に関する研究が盛んに行われている.

上記の研究では, 制御系設計に用いられるモデルとして物理モデルを構築している．このようなモデルを使用する場合，アクチュエータや 2 次噴射などの構造が異なるプラントの場合に物理モデルの再構築が必要となる．また，パラメータ同定についても複雑になることが予想される．本研究では，モデル化の簡便さと精度に着目し，2 次燃料噴射機構の弁指示開度を入力とし，燃焼器内の圧力センサからの計

測値を出力とする入出力系について，周波数応答を計測し，実験モード解析の手法を適用してモードモデルを構築する．本手法により，入出力間の周波数応答が計測できれば，容易にモデルを構築することが可能である．このモデルに対して，混合 $H_2/H_\infty$ 制御則に基づいてコントローラを設計する．対象としている燃焼器は，当量比により特性が非線形に変化するシステムであるため，上記コントローラのパラメータを当量比をスケジューリングパラメータとしてマップ化し，ゲインスケジューリングによる適応制御を構築する．メイン燃料が，水素の燃焼器とメタンの燃焼器に本手法を適用し，シミュレーションおよび実験により有効性を示す．

## 2・2　モデル化

本研究で対象としているプラントについて概要を説明し，実験モード解析によるモデル化の手順を示す．

### 2・2・1　2 次燃焼噴射装置を有する希薄予混合燃焼器

本研究で対象とする燃焼器について説明する．一般的な構造として，上流側に空気と主燃料の蒸発混合領域がある．この希薄予混合ガスはスワラを通して燃焼領域へ流れる．このスワラ出口部分に，点火・燃焼維持に用いるパイロット燃料の噴射ノズルおよび不安定燃焼を抑制するための 2 次燃料噴射ノズルがある．希薄予混合燃焼器において，問題となる不安定燃焼には，燃料と空気の混合割合である当量比を低くして希薄化していくときに起こる吹き消え，当量比を高くしていくときに火炎が上流側に入り込む逆火，および燃焼振動がある．振動燃焼の抑制には，スワラの構造により燃焼を安定化させる方法と，2 次燃料噴射により燃焼を安定化させる方法がある．本研究では，構造の破壊や寿命低下につながる燃焼振動について，2 次燃焼噴射バルブを制御することにより，低減する．燃焼振動は，一般的に当量比が低い状態のほうが強くなる傾向にある．2 次燃料噴射による制御は，実質的に当量比が上がるので，NOx や CO などの排気ガスは悪化する．2 次燃料の噴射量を制御するための作動弁をアクチュエータとする．また，2 次燃料噴射用のノズルよりも下流側に，燃焼振動を計測するセンサとして圧力センサを設置する．本研究では，2 種類の燃焼器に対して，シミュレーションおよび実験を行うが，構造についてはそれぞれの節で示す．

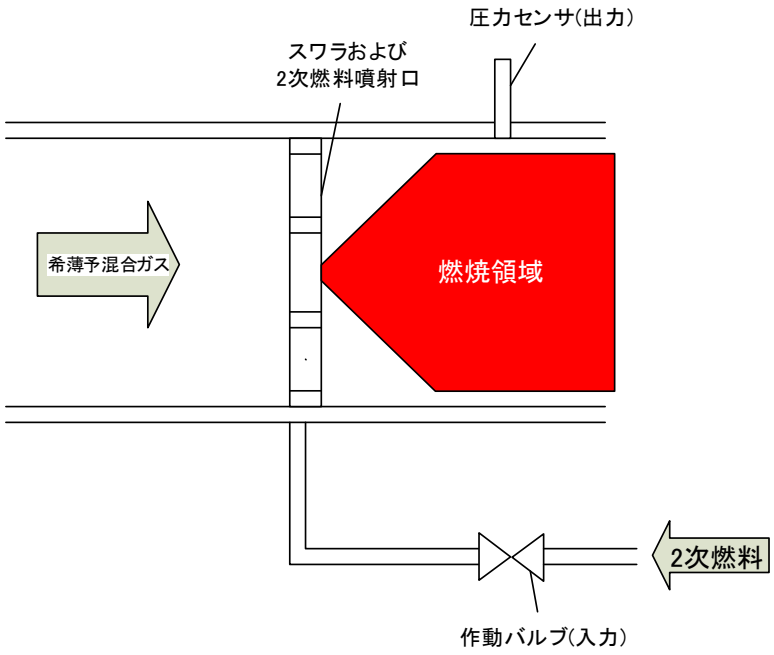



図 2.1　燃焼器概略図

### 2・2・2　実験モード解析

(i)　実験モード解析

振動特性をモデル化する技術としてモード解析がある．モード解析は，第 3 章で示す有限要素モデルなどにより記述される多自由度系の運動方程式に基づき，固有値解析することによりモード特性を求める理論モード解析と，振動試験より求まる加振力と応答から周波数応答関数を算出し，モード解析の理論を用いてモード特性を同定する実験モード解析に大きく分かれる．本研究では，バルブ指示値から燃焼室の圧力までの伝達特性を計測し，実験モード解析の手順でモード特性の同定を行う．

一般粘性減衰系の周波数応答関数は，入力を力，出力を変位としたコンプライアンスの場合について，次式で表される．

$$G(\omega)=\sum_{r=1}^{N}\left\{\frac{U_r+jV_r}{j(\omega-\omega_{dr})+\sigma_r}+\frac{U_r-jV_r}{j(\omega+\omega_{dr})+\sigma_r}\right\} \tag{2.1}$$

式(2.1)において，$\omega_{dr}$ と $\sigma_r$ それぞれ r 次の減衰固有角振動数とモード減衰率である．また，$U_r+jV_r$ は，一般粘性減衰の場合のモード定数または留数である．式(2.1)はすべての固有振動数を含んだ式であるが，コントローラ設計に使用するモデルの

場合，低次元化の目的から採用次数を制限する必要がある．式(2.1)で一部のモードのみを採用した場合，近似項として，剰余質量$S$および剰余剛性$Z$を用いて，周波数応答関数は式(2.2)のように表される．

$$G(\omega)=\sum_{r=1}^{n}\left\{\frac{U_r+jV_r}{j(\omega-\omega_{dr})+\sigma_r}+\frac{U_r-jV_r}{j(\omega+\omega_{dr})+\sigma_r}\right\}-\frac{1}{\omega^2 S}+\frac{1}{Z} \tag{2.2}$$

次に実験からコンプライアンスを求める場合，力の時間波形を$f(t)$とし応答変位の時間波形を$x(t)$として，それら複素フーリエスペクトルを$F(\omega)$，$X(\omega)$とすると，コンプライアンスは変位/力なので，式(2.3)により表される．

$$H_1(\omega)=\frac{\overline{F}(\omega)X(\omega)}{\overline{F}(\omega)F(\omega)} \tag{2.3}$$

これは$H_1$推定といい，入力 f には計測誤差を含まず，応答 x には計測誤差を含むと仮定できるときに用いる．実験結果から，式(2.3)を用いて算出されるコンプライアンスに対して，変分反復法を用いてカーブフィットを行うことにより，式(2.2)のパラメータ$U_r,V_r,\omega_{dr},\sigma_r,S,Z$を同定し，モードモデルを求める．

(ii) むだ時間要素による位相補正

制御信号を出力してから応答するまでに，バルブの応答遅れやガスの応答遅れなどがあると，上記周波数応答関数の位相に一定の傾きが生じる．したがって，この応答遅れに関して，パデ近似によるむだ時間要素を導入し，上記モードモデルの上流に直列に接続する．むだ時間要素は，式(2.4)で表され，位相にむだ時間に相当する傾きを持ち，ゲインは 1 の周波数応答関数となる．このむだ時間要素の位相分を計測された周波数応答の位相に対して補正することにより，応答遅れのない周波数応答を推定することができる．

$$G(\omega)=e^{-L\omega j} \tag{2.4}$$

本研究では，力をバルブに入力する電圧，変位を燃焼室内の圧力で置き換えて，式(2.2)によりモデル化を行う．本来，式(2.2)は構造物に対して力を入力した場合の応答を表現する式であるが，計測結果の周波数応答から，この置き換えによりモデル化できると判断した．実験およびカーブフィットの結果から，妥当性について検証する．このような方法によりモデル化することで，下記の手順で簡便にモデルを求めることができる．

① FFT 分析装置を用いてリニアスイープ試験を行い，バルブ入力電圧から燃焼室内圧力までの周波数応答(振幅，位相)を計測する．

② ピーク以外の位相の傾きからむだ時間を推定し，周波数応答の位相を補正する．
③ 制御対象となる周波数範囲内のあるピークについて，変分反復法によりカーブフィットを行い，モードパラメータを求める．

最後に，式(2.2)および式(2.4)は，周波数応答関数形式で表現されているため，時間領域の状態空間方程式に変換し，コントローラ設計用のモデルとする．

## 2・3　コントローラ設計

### 2・3・1　制御系設計の基礎理論

ここでは，状態方程式に基づく線形制御理論を用いて制御系を設計する手法を示す．振動制御性能およびロバスト安定性をそれぞれ$H_2$ノルムおよび$H_\infty$ノルムで評価する混合$H_2/H_\infty$制御問題により，コントローラを設計する．制御系の設計法として，線形行列不等式(LMI)に基づくアプローチを採用する．

**(i)　LMI に基づく制御系設計**

制御系設計のためのブロック線図を図 2.2 に示す．ここで，**w** は外乱ベクトル，$P(s)$は周波数重み付き拡大プラント，$\mathbf{z}_\infty$は$H_\infty$性能に関する制御量，$\mathbf{z}_2$は$H_2$性能に関する制御量である．また，**y** はフィードバック制御を行うための出力である．

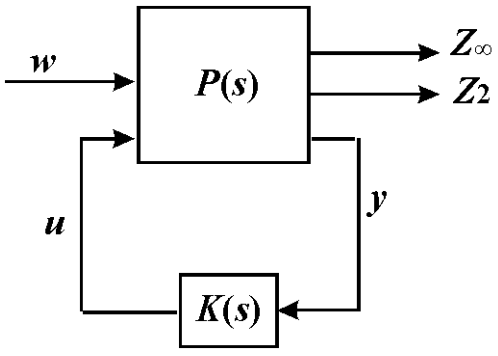



図 2.2　混合$H_2/H_\infty$最適化問題

プラント$P(s)$の状態方程式を以下の式のように表す．

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}_1\mathbf{w}+\mathbf{B}_2\mathbf{u}\\ \mathbf{z}_\infty &= \mathbf{C}_\infty\mathbf{x}+\mathbf{D}_{\infty 1}\mathbf{w}+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{u}\\ \mathbf{z}_2 &= \mathbf{C}_2\mathbf{x}+\mathbf{D}_{21}\mathbf{w}+\mathbf{D}_{22}\mathbf{u}\\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_y\mathbf{x}+\mathbf{D}_{y1}\mathbf{w}\end{aligned} \tag{2.5}$$

本研究では，与えられた$\gamma$に対して外乱$\mathbf{w}$から$\mathbf{z}_\infty$までの$H_\infty$ノルムの条件式(2.6)を満足しながら，外乱$\mathbf{w}$から制御量$\mathbf{z}_2$までの$H_2$ノルム(2.7)を最小にするコントローラ$K(s)$を設計する．また，このときの出力フィードバックによる動的補償器$K(s)$は，式(2.8)のように表すことができる．

$$\left\|T_{z\infty w}(s)\right\| < \gamma \tag{2.6}$$

$$\left\|T_{z2w}(s)\right\|_2^2 \tag{2.7}$$

$$\begin{cases}\dot{\varsigma} &= \mathbf{A}_K\varsigma+\mathbf{B}_K\mathbf{y}\\ \mathbf{u} &= \mathbf{C}_K\varsigma+\mathbf{D}_K\mathbf{y}\end{cases} \tag{2.8}$$

式(2.5)のプラントの状態方程式に式(2.8)のコントローラを適用すると，閉ループ系の状態方程式は式(2.9)になる．

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_{cl} &= \mathbf{A}_{cl}\mathbf{x}_{cl}+\mathbf{B}_{cl}\mathbf{w}\\ \mathbf{z}_\infty &= \mathbf{C}_{cl1}\mathbf{x}_{cl}+\mathbf{D}_{cl1}\mathbf{w}\\ \mathbf{z}_2 &= \mathbf{C}_{cl2}\mathbf{x}_{cl}+\mathbf{D}_{cl2}\mathbf{w}\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{cl} &= \begin{bmatrix}\mathbf{A}+\mathbf{B}_2\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y & \mathbf{B}_2\mathbf{C}_K\\ \mathbf{B}_K\mathbf{C}_y & \mathbf{A}_K\end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{cl} = \begin{bmatrix}\mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2\mathbf{D}_K\mathbf{D}_{y1}\\ \mathbf{B}_K\mathbf{D}_{y1}\end{bmatrix}\\ \mathbf{C}_{cl1} &= \begin{bmatrix}\mathbf{C}_\infty+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{D}_K\mathbf{C}_y & \mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{C}_K\end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{cl1} = \mathbf{D}_{\infty 1}+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{D}_K\mathbf{D}_{y1}\\ \mathbf{C}_{cl2} &= \begin{bmatrix}\mathbf{C}_2+\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_K\mathbf{C}_y & \mathbf{D}_{22}\mathbf{C}_K\end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{cl2} = \mathbf{D}_{21}+\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_K\mathbf{D}_{y1}\\ \mathbf{x}_{cl} &= \begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \varsigma\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{2.10}$$

**(ii)　混合$H_2/H_\infty$最適化問題**

本研究では，混合$H_2/H_\infty$最適化問題において，ロバスト安定性を満足しながら，できるだけ高い指令値追従性を達成するようなコントローラを設計することを指針としているので，目的関数を$H_2$性能とする．すなわち，$H_2$評価関数は以下の式より得られる．

$$J_2 = \left\|T_{z2w}\right\|_2^2 = \mathbf{tr}(\mathbf{C}_{cl2}\mathbf{L}_c\mathbf{C}_{cl2}^T) \tag{2.11}$$

ここで，$\mathbf{L}_c$ はリアプノフ方程式

$$\mathbf{A}_{cl}\mathbf{L}_c + \mathbf{L}_c\mathbf{A}_{cl}^T + \mathbf{B}_{cl}\mathbf{B}_{cl}^T = \mathbf{0} \tag{2.12}$$

の解である．$\mathbf{w}$ から $\mathbf{z}_2$ までの閉ループ系伝達関数の $H_2$ ノルムを最小にすること，すなわち $H_2$ 制御問題を LMI で表すと

$$\begin{aligned} &\min .\nu \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{cl}\mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_2\mathbf{A}_{cl}^T & \mathbf{B}_{cl} \\ \mathbf{B}_{cl}^T & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{C}_{cl2}\mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_2\mathbf{C}_{cl}^T & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} > \mathbf{0} \\ &\mathbf{tr}(\mathbf{Q}) < \nu^2 \end{aligned} \tag{2.13}$$

と記述できる．すなわち，上記の行列不等式を満たす対象行列 $\mathbf{X}_2$，$\mathbf{Q}$ が存在し，かつ $\mathbf{D}_{cl2} = \mathbf{0}$ となる条件の下で，最小の $\nu$ を決定する問題とすることができる．ここで，式(2.7)と $\nu$ の間には

$$J_2 = \left\| T_{z2w} \right\|_2^2 \le \nu^2 \tag{2.14}$$

なる関係がある．次に，$\mathbf{w}$ から $\mathbf{z}_\infty$ までの閉ループ系伝達関数の $H_\infty$ ノルムが，$H_\infty$ 制約式(2.6)の条件を満たすための必要十分条件を $H_\infty$ 制御問題として LMI で表すと

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{cl}\mathbf{X}_\infty + \mathbf{X}_\infty\mathbf{A}_{cl}^T & \mathbf{B}_{cl} & \mathbf{X}_\infty\mathbf{C}_{cl1}^T \\ \mathbf{B}_{cl}^T & -\mathbf{I} & \mathbf{D}_{cl1}^T \\ \mathbf{C}_{cl1}\mathbf{X}_\infty & \mathbf{D}_{cl1} & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$
$$\mathbf{X}_\infty > \mathbf{0} \tag{2.15}$$

と記述できる．すなわち，式(2.15)が成り立つとき，上式を満たすような対称行列 $\mathbf{X}_\infty$ は必ず存在する．

式(2.13), (2.15)の条件を満足しながら，混合 $H_2/H_\infty$ 最適化問題を解くが，LMI の枠組みの中で扱いやすくするために，上記の 2 つの条件を満たすリアプノフ行列を求めることにする．まず，式(2.16)のような仮定を設ける．

$$\mathbf{X} := \mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_\infty \tag{2.16}$$

上式の下で最適化問題を解くことにより，コントローラ $(\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k, \mathbf{C}_k, \mathbf{D}_k)$ を設計する．

上述の LMI 問題では，定式化の中にコントローラ $(\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k, \mathbf{C}_k, \mathbf{D}_k)$ と $\mathbf{X}$ とが混在するために，このままの形で解を見つけることは困難である．そこで，問題の解法に適した形に変数変換する．LMI の解 $\mathbf{X}$ を

$$\mathbf{X}=\mathbf{\Pi}_1\mathbf{\Pi}_2^{-1} \tag{2.17}$$

$$\mathbf{\Pi}_1=\begin{bmatrix}\mathbf{R} & \mathbf{I}\\ \mathbf{M}^T & \mathbf{0}\end{bmatrix},\ \mathbf{\Pi}_2=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{S}\\ \mathbf{0} & \mathbf{N}^T\end{bmatrix} \tag{2.18}$$

とおく．ただし，$\mathbf{R}=\mathbf{R}^T,\mathbf{S}=\mathbf{S}^T$ であり，$\mathbf{M}$ および $\mathbf{N}$ は，$(\mathbf{I}-\mathbf{RS})$ の特異値分解

$$\mathbf{UsV}^T=\mathbf{I}-\mathbf{RS} \tag{2.19}$$

より

$$\mathbf{M}=\mathbf{Us}^{1/2},\mathbf{N}=\mathbf{s}^{1/2}\mathbf{V} \tag{2.20}$$

として得られるものである．すなわち，$\mathbf{M},\mathbf{N},\mathbf{R},\mathbf{S}$ には

$$\mathbf{MN}^T=\mathbf{I}-\mathbf{RS} \tag{2.21}$$

なる関係がある．また，$\mathbf{X}>\mathbf{0}$ であるから

$$\mathbf{\Pi}_2^T\mathbf{X}\mathbf{\Pi}_2=\mathbf{\Pi}_2^T\mathbf{\Pi}_1=\begin{bmatrix}\mathbf{R} & \mathbf{I}\\ \mathbf{I} & \mathbf{S}\end{bmatrix}>\mathbf{0} \tag{2.22}$$

が成り立つ．ここで，$H_\infty$ ノルム制約である式(2.15)に右から $diag\left(\mathbf{\Pi}_2,\mathbf{I},\mathbf{I}\right)$，左から $diag\left(\mathbf{\Pi}_2^T,\mathbf{I},\mathbf{I}\right)$ を掛けて変換を行うと

$$\begin{bmatrix}\mathbf{\Pi}_2^T\mathbf{A}_{cl}\mathbf{\Pi}_1+\mathbf{\Pi}_1^T\mathbf{A}_{cl}^T\mathbf{\Pi}_2 & \mathbf{\Pi}_2^T\mathbf{B}_{cl} & \mathbf{\Pi}_1^T\mathbf{C}_{cl1}^T\\ \mathbf{B}_{cl}^T\mathbf{\Pi}_2 & -\mathbf{I} & \mathbf{D}_{cl1}^T\\ \mathbf{C}_{cl}\mathbf{\Pi}_1 & \mathbf{D}_{cl1} & -\gamma^2\mathbf{I}\end{bmatrix}<\mathbf{0} \tag{2.23}$$

が得られる．式(2.10)と以下の変換

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_d &= \mathbf{NA}_k\mathbf{M}^T+\mathbf{NB}_k\mathbf{C}_y\mathbf{R}+\mathbf{SB}_2\mathbf{C}_k\mathbf{M}^T+\mathbf{S}\left(\mathbf{A}+\mathbf{B}_2\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y\right)\mathbf{R}\\ \mathbf{B}_d &= \mathbf{NB}_k+\mathbf{SB}_{2k}\mathbf{D}_k\\ \mathbf{C}_d &= \mathbf{C}_k\mathbf{M}^T+\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y\mathbf{R}\end{aligned} \tag{2.24}$$

を用いることにより，式(2.23)は

$$\begin{bmatrix}\mathbf{\Phi}_{11} & \mathbf{\Phi}_{12}\\ \mathbf{\Phi}_{12}^T & \mathbf{\Phi}_{22}\end{bmatrix}<\mathbf{0} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{\Phi}_{11} &= \begin{bmatrix}\mathbf{AR}+\mathbf{RA}^T+\mathbf{B}_2\mathbf{C}_d+\mathbf{C}_d^T\mathbf{B}_2^T & \mathbf{A}_d+\mathbf{A}+\mathbf{B}_2\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y\\ \left(\mathbf{A}_d+\mathbf{A}+\mathbf{B}_2\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y\right)^T & \mathbf{A}^T\mathbf{S}+\mathbf{SA}+\mathbf{B}_d\mathbf{C}_y+\mathbf{C}_y^T\mathbf{B}_d^T\end{bmatrix}\\ \mathbf{\Phi}_{12} &= \begin{bmatrix}\mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2\mathbf{D}_k\mathbf{D}_{y1} & \left(\mathbf{C}_\infty\mathbf{R}+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{C}_d\right)^T\\ \mathbf{SB}_1+\mathbf{B}_d\mathbf{D}_{y1} & \left(\mathbf{C}_\infty\mathbf{R}+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y\right)^T\end{bmatrix}\\ \mathbf{\Phi}_{22} &= \begin{bmatrix}-\mathbf{I} & \left(\mathbf{D}_{\infty 1}+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{D}_k\mathbf{D}_{y1}\right)^T\\ \mathbf{D}_{\infty 1}+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{D}_k\mathbf{D}_{y1} & -\gamma^2\mathbf{I}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{2.26}$$

と変形することができる．同様に，式(2.13)で表される $H_2$ 性能に関する LMI 制約(第 2 式)に右から $diag(\mathbf{I}, \mathbf{\Pi}_2)$，左から $diag\ (\mathbf{I}, \mathbf{\Pi}_2^T)$ を掛けて変換を行うと

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{C}_{cl2}\mathbf{\Pi}_1 \\ \mathbf{\Pi}_1^T\mathbf{C}_{cl2}^T & \mathbf{\Pi}_2^T\mathbf{\Pi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{C}_2\mathbf{R}+\mathbf{D}_{22}\mathbf{C}_d & \mathbf{C}_2+\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y \\ (\mathbf{C}_2\mathbf{R}+\mathbf{D}_{22}\mathbf{C}_d)^T & \mathbf{R} & \mathbf{I} \\ (\mathbf{C}_2+\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y)^T & \mathbf{I} & \mathbf{S} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (2.27)$$

が得られる．このとき，$H_2$ ノルムが有限値を持つためには

$$\mathbf{D}_{cl2} = \mathbf{D}_{21} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_k\mathbf{D}_{y1} = \mathbf{0} \quad (2.28)$$

が成り立たなければならない.

以上の定式化から，$H_2$ 性能を目的関数とした混合 $H_2/H_\infty$ 最適化問題は, 式(2.24)～(2.28)について

$$\mathbf{tr}(\mathbf{Q}) < \nu^2 \quad (2.29)$$

を満足するような最小の$\nu$を求める問題となり，設計変数を$\mathbf{R}$，$\mathbf{S}$，$\mathbf{Q}$，$\mathbf{A}_d$，$\mathbf{B}_d$，$\mathbf{C}_d$，$\mathbf{D}_k$として，各変数行列の最適値を決定する．また，このときコントローラは式(2.24)より

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= \mathbf{N}^{-1}\{\mathbf{A}_d - \mathbf{B}_d\mathbf{C}_y\mathbf{R} - \mathbf{S}\mathbf{B}_2\mathbf{C}_d - \mathbf{S}(\mathbf{A}-\mathbf{B}_2\mathbf{D}_k\mathbf{C}_y)\mathbf{R}\}\mathbf{M}^{-T} \\ \mathbf{B}_k &= \mathbf{N}^{-1}(\mathbf{B}_d - \mathbf{S}\mathbf{B}_2\mathbf{D}_k) \\ \mathbf{C}_k &= (\mathbf{C}_d - \mathbf{D}_k\mathbf{C}_y\mathbf{R})\mathbf{M}^{-T} \end{aligned} \quad (2.30)$$

となる．ここで，式(2.20)より

$$\mathbf{M}^{-T} = \mathbf{U}\mathbf{s}^{-\frac{1}{2}}, \mathbf{N}^{-1} = \mathbf{s}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{V}^T \quad (2.31)$$

となる.

### 2・3・2　混合 $H_2/H_\infty$制御設計

主燃料の予混合ガスの影響をプラントの入力に入る外乱とする. このように置くことにより，プラントは対象周波数のモードを含むモードモデルであるから，$H_2$ ノルムに対する周波数重み関数がプラントの伝達特性を有することになり, ピーク周波数に対してのみ制御がかかるように重みを指定することが可能である．また, $H_\infty$ ノルムに対する周波数重み関数は，制御対象モードを含む周波数範囲をカットオフ周波数とするバンドストップフィルタとする．これは，モードモデルで省略したモードや, 対象外の周波数範囲の信号に対して，スピルオーバーなどを起こさないようにするためである．コントローラ設計のブロック線図を図 2.3 に示す.

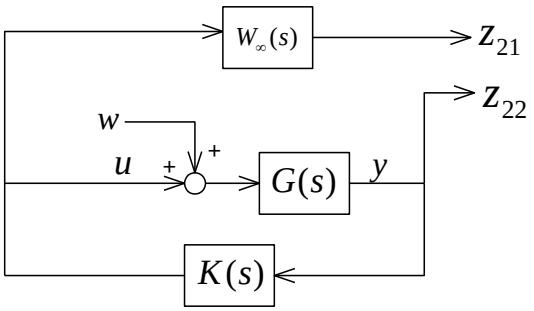



図 2.3　コントローラ設計のブロック線図

図 2.3 において，$G(s)$は系の伝達関数，$K(s)$はコントローラ，$z_{21}$は入力の評価量，$z_{22}$は出力の評価量である．拡大系の状態空間方程式は，次式のようになる．

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A_W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B_W} \end{bmatrix} u$$
$$\begin{bmatrix} z_{21} \\ z_{22} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{C_W} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D \\ D \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} D_W \\ D \\ D \end{bmatrix} u \qquad (2.32)$$

式(2.32)において，$\mathbf{A,B,C,D}$はそれぞれプラントのシステム行列，$\mathbf{A}_W,\mathbf{B}_W,\mathbf{C}_W,\mathbf{D}_W$は入力に対する重み関数のシステム行列である．これに対して，$w$から$z_{22}$までの$H_2$ノルムを最小にし，$w$から$z_{21}$までの$H_\infty$ノルムの制限を満たすような，コントローラ$K$を設計する．

### 2・3・3　適応制御系

本研究で対象としている燃焼器は，主燃料の予混合ガスの当量比により，系の特性が変化する．この非線形に対応するために，本研究では，当量比をスケジューリングパラメータとし，ゲインスケジューリングによりコントローラのパラメータを当量比に合わせて決定する適応制御系を構築する．

## 2・4　シミュレーションおよび実験による検討

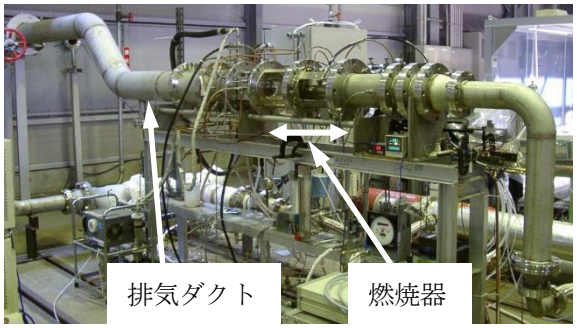
主燃料の異なる 2 台の燃焼器について本手法を適用し，シミュレーションおよび実験により本手法の有効性を検証する．なお，2 次燃料についてはどちらもメタンガスを使用している．

### 2・4・1　主燃料に水素を用いた燃焼器

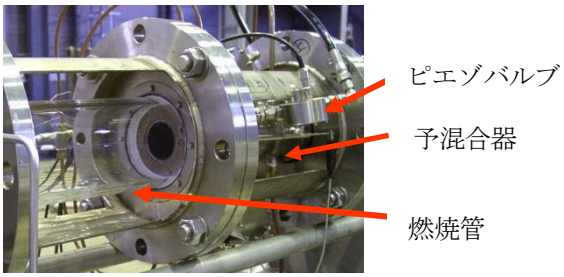
#### (i)　試験装置の概要

図 2.4 に本試験に用いる装置の概要を示す[6]．(a)は全体図である．(b)のピエゾバルブを制御することにより，(c)のような火炎を発生させて燃焼振動に対する抑制を行う．この装置では，中心部から主燃料の予混合ガスが噴射される．本装置の仕様は，下記のとおりである．

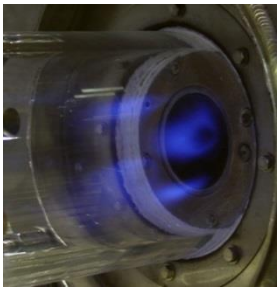
気圧　　：1atm
空気温度　　：293±5K
空気流量　　：1500NLM
主燃料　　：水素
当量比　　：0.25-0.45
出力　　：28-51kW




(a)　試験装置




(b)　燃焼器(拡大)



(c) 2 次燃料噴射時の火炎の様子

図 2.4 試験装置の概要

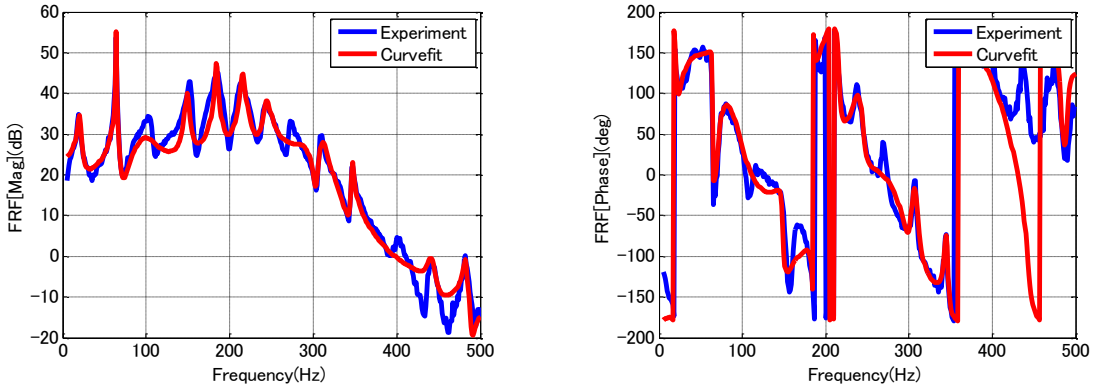
**(ii) システムの実験同定**

まず，対象となるプラントの実験同定を行う．実験条件は下記のとおりである．各当量比における周波数応答の実験およびカーブフィット結果を①から③に示す．各グラフにおいて，青が実験結果であり，赤が同定結果である．

| | |
|---|---|
| サンプリング周波数 | : 2560Hz |
| FFT サンプリング点数 | : 2048 |
| 周波数範囲(リニアスイープ) | : 10Hz から 500Hz |
| 入力電圧振幅 | : 1Vrms |
| 当量比 | : 0.25，0.35，0.39 |

① 当量比：0.25

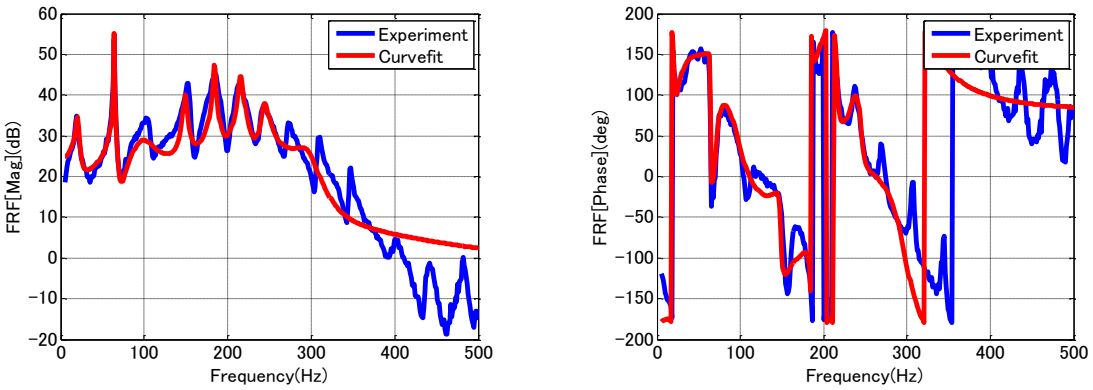
まず，シミュレーションプラント用にすべてのモードを採用してカーブフィットを行った結果を図 2.5 に示す．採用モード数は 12 である．




(a) 周波数応答(振幅)　　(b) 周波数応答(位相)

図 2.5 実験結果およびカーブフィット結果(当量比:0.25，シミュレーション用)

次に，コントローラ設計用に採用モード数を制限したカーブフィット結果を図 2.6 に示す．採用モード数は 7 次である．モードモデルの状態空間方程式の次数は，採用次数の 2 倍であるから，採用モードに制限を設けることにより，モデルの低次元化を図ることができる．また，シミュレーション用のプラントモデルとコントローラ用のプラントモデルの採用モードを別々に設定することにより，高周波数のモードを無視したことによる影響を，シミュレーション上で確認することができる．

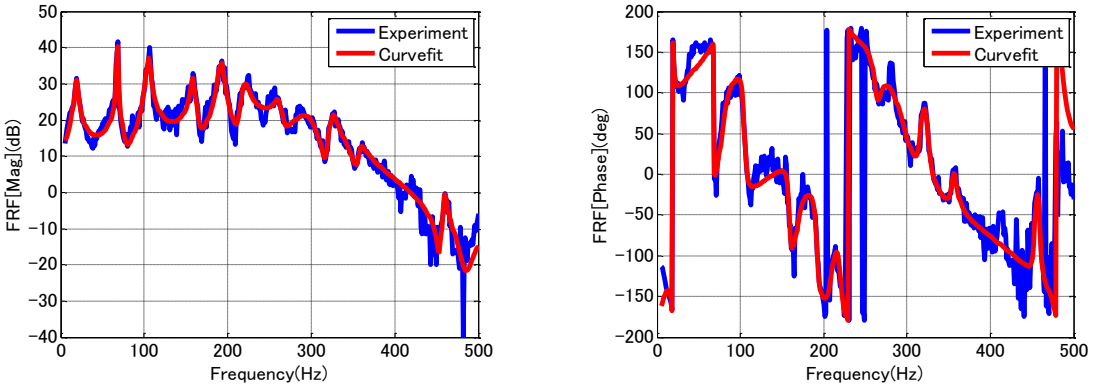



(a) 周波数応答(振幅)　　(b) 周波数応答(位相)

図 2.6　実験結果およびカーブフィット結果(当量比：0.25，設計用)

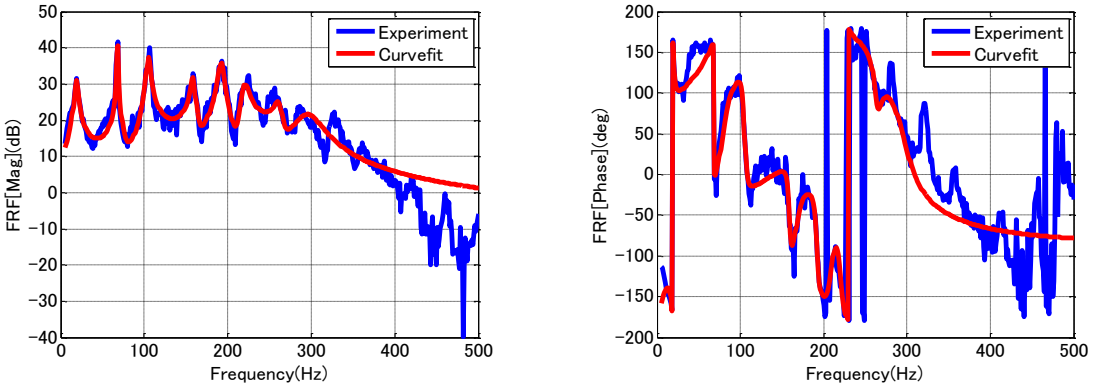
② 当量比：0.35

図 2.7 にシミュレーション用，図 2.8 に設計用の実験結果およびカーブフィット結果を示す．シミュレーション用モデルの採用モード数は 11，設計用モデルの採用モード数は 8 である．




(a) 周波数応答(振幅)　　(b) 周波数応答(位相)

図 2.7 実験結果およびカーブフィット結果(当量比:0.35，シミュレーション用)

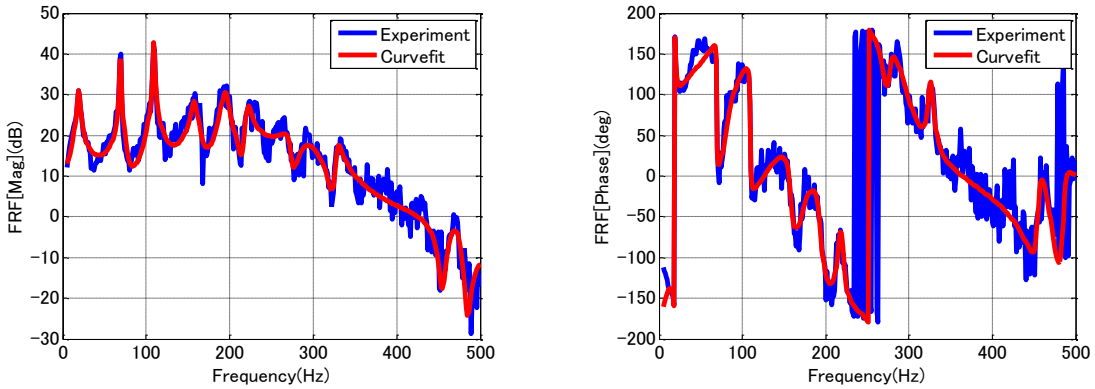



(a) 周波数応答(振幅)　　(b) 周波数応答(位相)

図 2.8　実験結果およびカーブフィット結果(当量比：0.35，設計用)

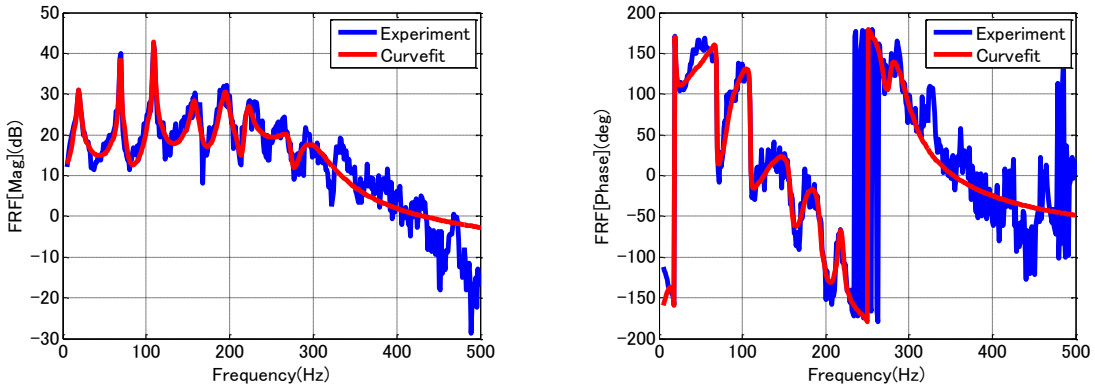
③ 当量比：0.39

図 2.9 にシミュレーション用，図 2.10 に設計用の実験結果およびカーブフィット結果を示す．シミュレーション用モデルの採用モード数は 11，設計用モデルの採用モード数は 8 である．




(a) 周波数応答(振幅)　　(b) 周波数応答(位相)

図 2.9 実験結果およびカーブフィット結果(当量比:0.39，シミュレーション用)




(a) 周波数応答(振幅)　　(b) 周波数応答(位相)

図 2.10　実験結果およびカーブフィット結果(当量比：0.39，設計用)

以上の結果から，各当量比において精度よくモデル化できていることがわかる．また，それぞれの当量比におけるむだ時間の値は 4ms と指定され，むだ時間要素の導入が妥当であることがわかる．

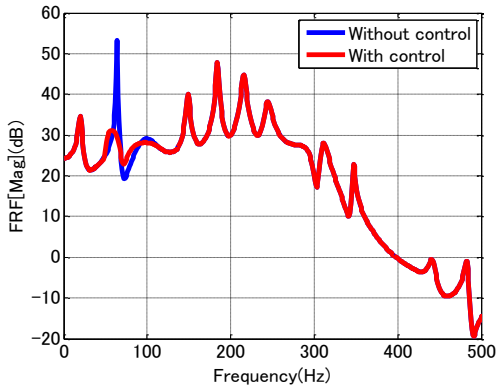
**(iii) コントローラ設計とシミュレーション**

(2)のシステム同定結果から，当量比を上げていくと主たるピークが 2 次モード(約 80Hz)から 3 次モード(約 105Hz)へ切り替わっていくことがわかる．したがって，

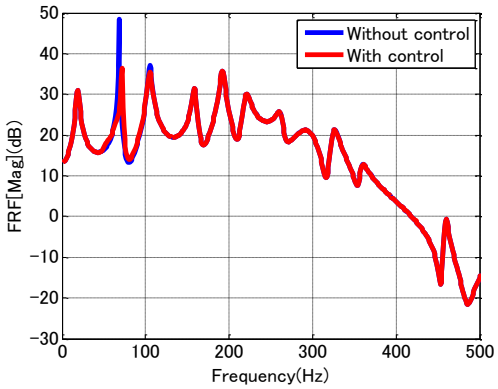
2 次および 3 次モードを主に抑制するように図 2.3 の$W_\infty(s)$を 40Hz から 130Hz までのバンドストップフィルタとする．

当量比に対するスケジューリングは，当量比 0.35 と 0.39 はそれほど周波数応答に差がないため，当量比 0.25 と 0.39 でコントローラを設計し，主たる不安定モードの共振レベルが切り替わる当量比 0.345 で切り替えを行う．

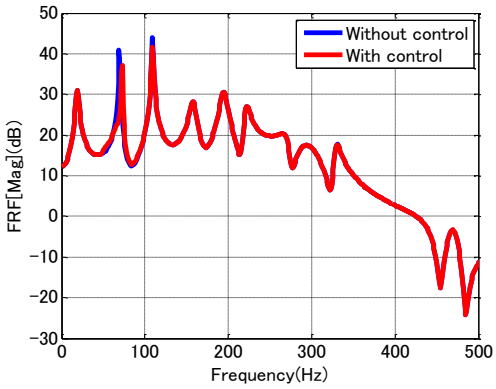
まず，当量比 0.25 で設計したコントローラで各当量比のプラントを制御した場合の外乱から出力までの周波数応答を図 2.11 に示す．ここで，低次元モデルで設計されたコントローラを大次元モデルに適用し，シミュレーションを実施した．この結果から，当量比 0.25 での制御性能がいいのはもちろんだが、当量比 0.35 のプラントに対しても 2 次モードに関して抑制できていることがわかる．また，当量比 0.39 のプラントに対しても悪影響を及ぼすことはないことがわかる．




(a) プラントの当量比が 0.25 の場合




(b) プラントの当量比が 0.35 の場合

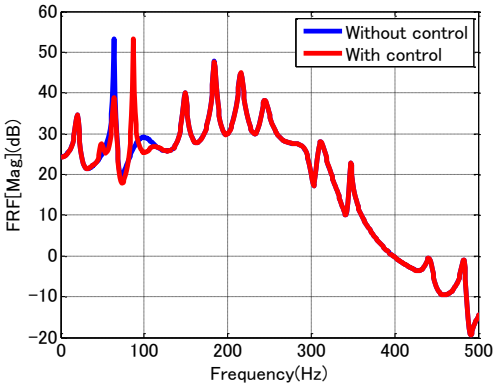



(c) プラントの当量比が 0.39 の場合

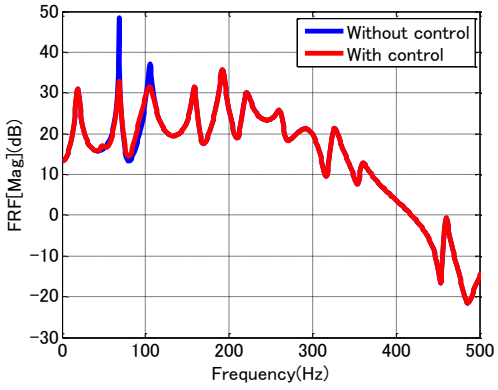
図 2.11 外乱から出力までの周波数応答（当量比 0.25 のモデルで設計）

次に，当量比 0.39 のコントローラで各当量比のプラントを制御した場合の外乱から出力までの周波数応答を図 2.12 に示す．この結果から，当量比 0.25 では 2 次モードは抑制できているものの 3 次モードで発散してしまっていることがわかる．当量比 0.35 および 0.39 のプラントに対しては当量比 0.25 のコントローラよりもよい制御結果が得られることがわかる．

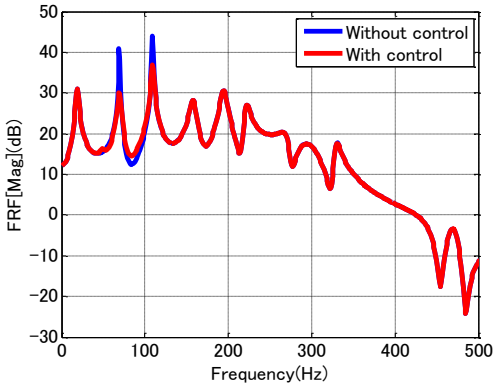
これらの結果から，当量比 0.25 および 0.39 のコントローラを当量比 0.345 で切り替えるスケジューリングコントローラが妥当であると考えられる．




(a) プラントの当量比が 0.25 の場合




(b) プラントの当量比が 0.35 の場合

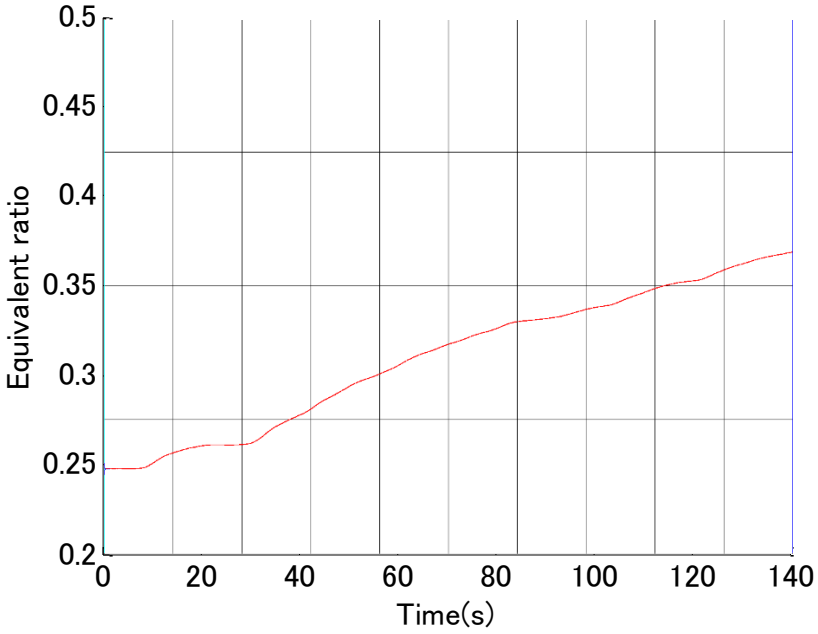



(c) プラントの当量比が 0.39 の場合

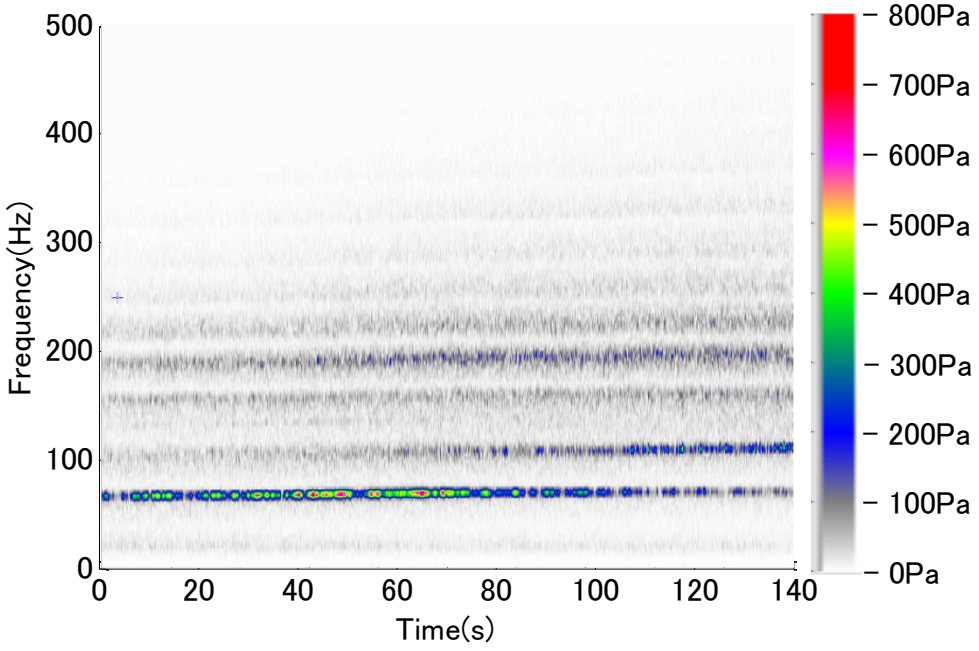
図 2.12　外乱から出力までの周波数応答（当量比 0.39 のモデルで設計）

**(iv) 実験検証と考察**

実機による制御試験を行った結果を示す. コントローラのサンプリング周波数は 5kHz である．まず，図 2.13 に制御なしの状態で当量比を 0.25 から増加させていった場合の，時間に対する当量比の変化と音圧のスペクトルマップを示す.



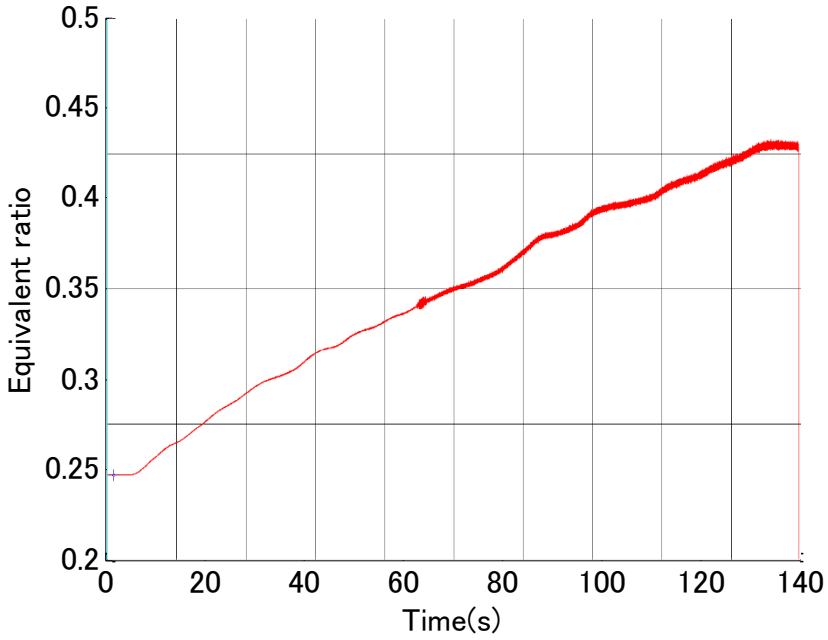

(a) 当量比



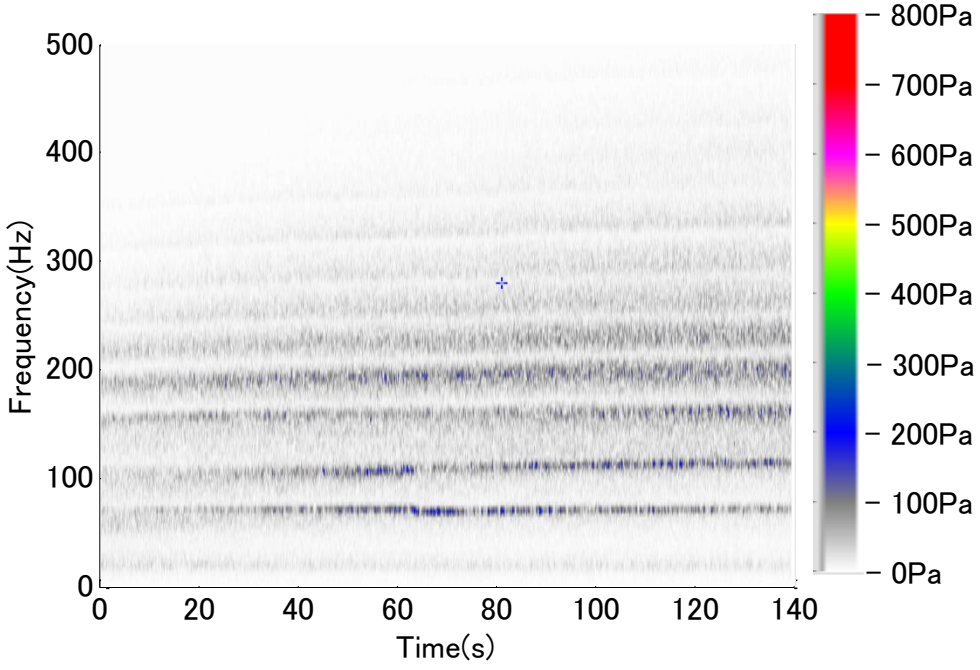

(b) 音圧のパワースペクトルマップ

図 2.13　当量比を時間で変化させた場合の時間に対する応答(制御なし)

次に，図 2.14 に制御ありの状態で当量比を 0.25 から増加させていった場合の時間に対する当量比の変化と音圧のスペクトルマップを示す.




(a) 当量比




(b) 音圧のパワースペクトルマップ

図 2.14　当量比を時間で変化させた場合の時間に対する応答(制御あり)

図 2.13 において，当量比が約 0.34 に達するまで，2 次モードが卓越しており，それ以降は 2 次モードは小さくなり，3 次モードが卓越してくることがわかる．図 2.14 のスペクトルマップにおいて，制御なしの場合と比べて明らかに主要モードの音圧レベルが大きく低減していることがわかる．また，制御により燃焼が安定化しているため，制御なしの場合と比較して，当量比の高い領域まで短時間で変化させることができていることがわかる．

各当量比における音圧レベルのパワースペクトルを重ね書きしたグラフを図 2.16 に示す．図 2.16 の各グラフから，それぞれの当量比において制御の効果によりピークが抑えられていることがわかる．特に、図 2.16(b)では 2 次モードの高調波と思われるピークも抑制もしくは消滅している．当量比 0.25 のモデルで設計したコントローラによる制御が行われている(a)から(c)に関しては, 2 次モードのピークが，当量比 0.39 のモデルで設計したコントローラによる制御が行われている，(d)から(f)に関しては 3 次モードのピークが，顕著に下がっているが，これは出力に対する重み関数がモデルで定義されていることによる．また，図 2.14 および図 2.16 から，コントローラの切り替えによる発振や発散は見受けられず，スケジューリング制御が正常に動作していることがわかる．

図 2.16 は，制御なしでは逆火の恐れがあるために，当量比を上げられない領域における制御結果である．この領域においても，当量比 0.39 の場合と比較して，音圧レベルのピークの上昇がみられないことから, 制御が有効に働いていることがわかる．

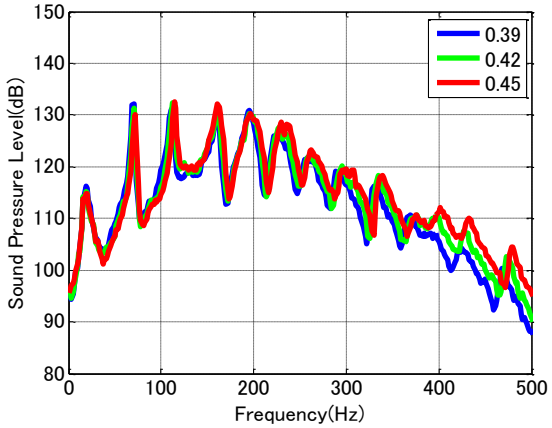
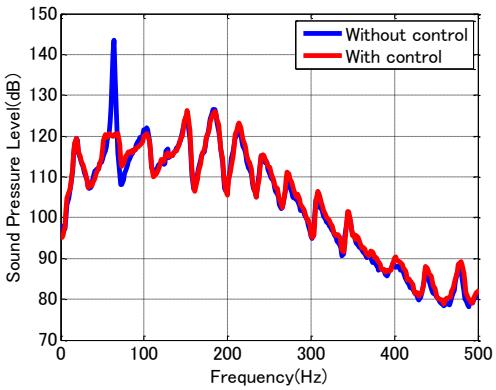
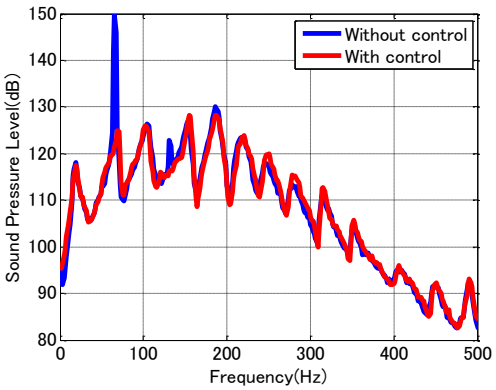


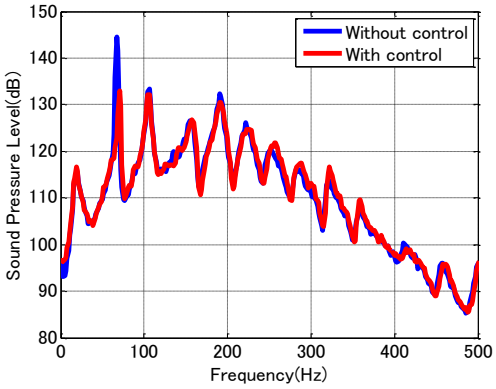

図 2.15 制御下での高い当量比における音圧レベル



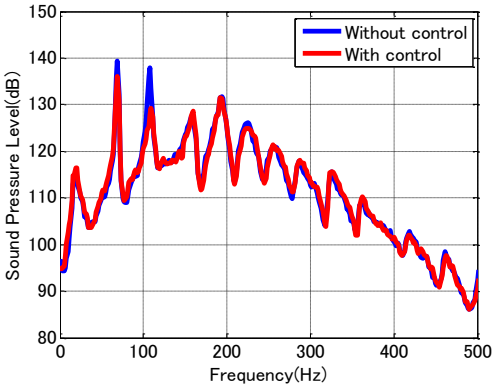

(a) 当量比 0.25



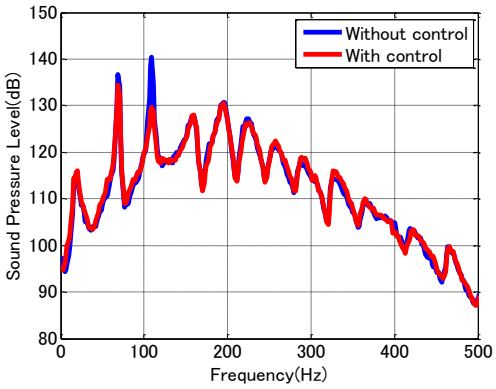

(b) 当量比 0.30



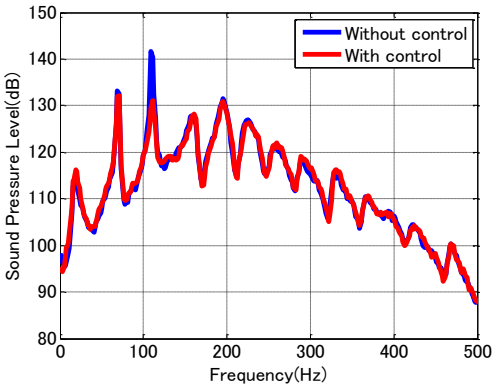

(c) 当量比 0.34




(d) 当量比 0.36




(e) 当量比 0.38




(f) 当量比 0.39

図 2.16 各当量比おける音圧レベル

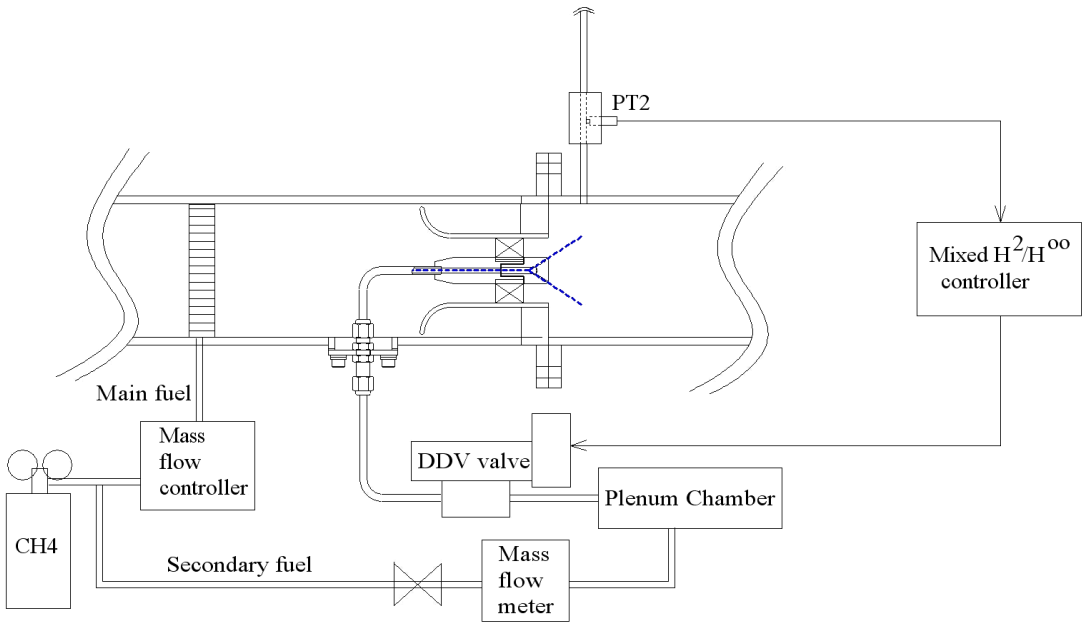
### 2・4・2　主燃料にメタンを用いた燃焼器

次に，主燃料にメタンを用いた燃焼器に適用した例を示す．2.4.1 と比べて大型の装置となり，音圧レベルに関してもかなり大きなシステムである．本試験において，当量比は一定としている．

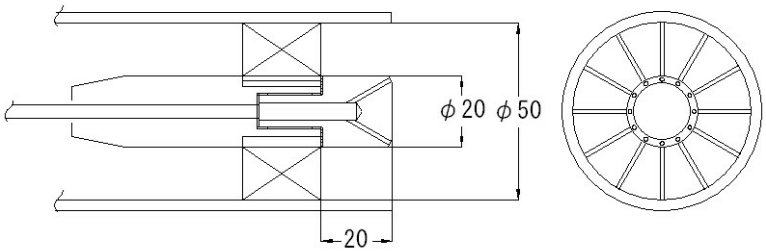
#### (i)　試験装置の概要

試験装置の概要を図 2.17 に示す[7]．(a)に示すように，圧力センサを PT2 に設置し，DDV バルブを制御する．(b)から(e)に示すように，本装置では，内側に 2 次燃料噴射用のノズルがあり，その周囲に予混合ガスが通るスワラが設置されている．(e)は 2 次燃料を定常的に噴射した場合の火炎の様子であるが，燃焼がスワラ側壁面まで拡散せず安定していることがわかる．本試験の仕様は下記のとおりである．

吸入空気温度　：700K
吸入空気流量　：78g/s(スワラ部での流速で 90m/s)
当量比　　：0.5

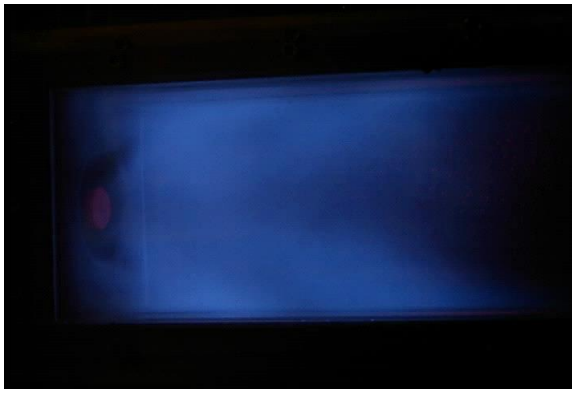



(a) システム概要

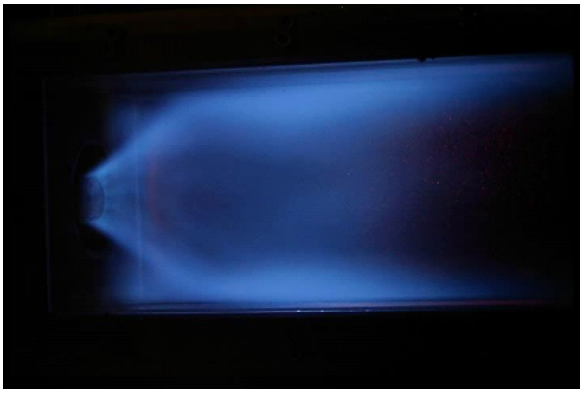



(b) スワラの形状

(c) スワラ



(d) 2 次火炎なしのときの火炎の様子



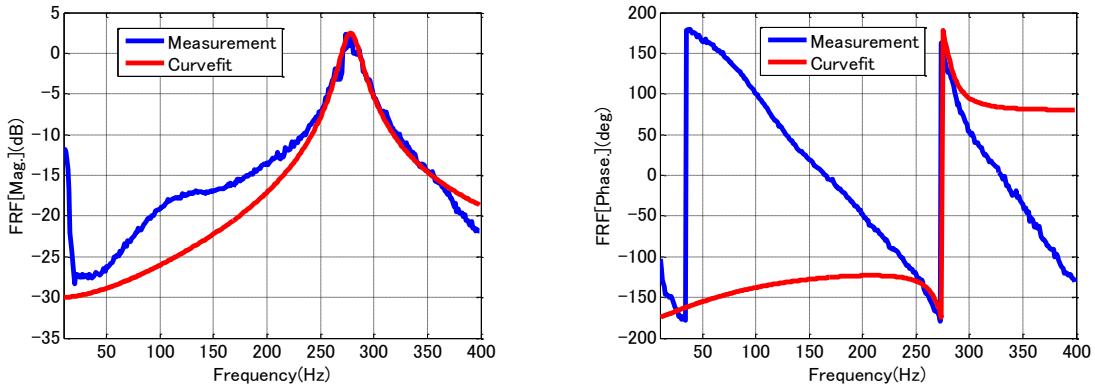
(e) 2 次火炎ありのときの火炎の様子

図 2.17 装置概要

### (ii) システムの実験同定

まず，対象となるプラントの実験同定を行う．実験条件は下記のとおりである．周波数応答の実験およびカーブフィット結果を図2.18に示す. 各グラフにおいて，青が実験結果であり，赤が同定結果である．図 2.18 から，周波数範囲にピークが 1 つだけ存在し，制御対象となるモードが 1 つだけのため，むだ時間の処理は行わない．また，10Hz あたりで周波数応答が大きくなっているが，これは 280Hz のピークの信号が，振幅変調している周波数である．対象としているピーク近傍で，振幅および位相ともに精度よく同定できていることがわかる．

| | |
|---|---|
| サンプリング周波数 | : 2560Hz |
| FFT サンプリング点数 | : 2048 |
| 周波数範囲(リニアスイープ) | : 10Hz から 400Hz |
| 入力電圧振幅 | : 1Vrms |
| 当量比 | : 0.5 |
| 主燃料に対する 2 次燃料の濃度 | : 3% |




(a) 周波数応答(振幅)　　(b) 周波数応答(位相)

図 2.18　システム同定実験結果およびカーブフィット結果

**(iii) コントローラ設計とシミュレーション**

(2)のシステム同定結果から，対象となるピークは 280Hz のみに存在することが明らかになった．図 2.18(b)から，位相が精度よく同定できている周波数範囲が 260Hz から 300Hz であることと，この範囲外では周波数応答のレベルが低く応答しにくいということから，1 次モードを主に抑制するように図 2.3 の$W_{\infty}(s)$を 50Hz から 1kHz までのバンドストップフィルタとする．

図 2.19 にシミュレーション結果を示す．青が定常出力(3%)の場合で赤が制御した場合である．定常出力の当量比 3%は，2 次噴射において火炎が安定する定常噴射量である．定常的に 2 次燃料を噴射しても火炎は安定化するが，制御を行った方がよりピークレベルを抑制できていることがわかる．

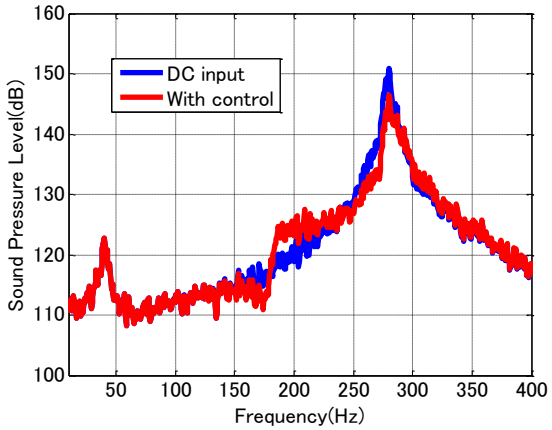



図 2.19　シミュレーション結果

**(iv) 実験検証と考察**

実機による制御試験を行った結果を図 2.20 に示す.

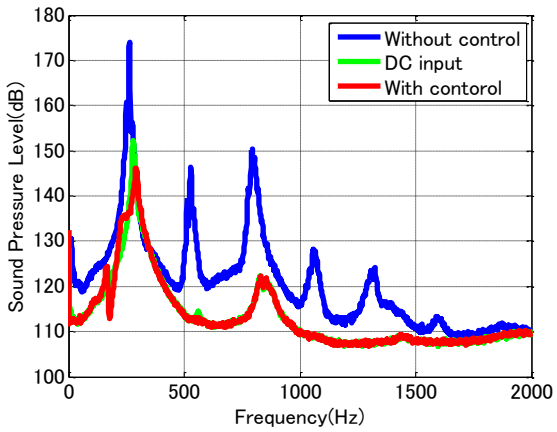



図 2.20　制御実験結果

図 2.20 において，青が 2 次燃料噴射なし，緑が 3%の定常出力，赤が制御時の音圧レベルである．この図から，2 次燃料噴射を行うことにより，確実に圧力変動を抑制できることがわかる．また，1 次のピークを抑制できたことにより，その高調波と考えられるピークも抑制もしくは消滅していることがわかる．さらに，定常出力と比較して，本手法により制御した結果は，ピークがより低減できていることがわかる. 定常で燃料を噴射し続ける場合と比較して, 本手法による制御を行う場合, 最大噴射量は 3%の定常出力と同じであるが，噴射がコントローラの指示により振動的になり，結果として全体の燃料濃度の上昇を抑えつつ，圧力変動もより抑えることができている.

## 2・5　結論

本章では, 希薄予混合燃焼器における燃焼振動現象についてモデル化および制御を検討し，以下の結論を得た.

(1)　バルブ入力電圧から燃焼器内圧力までのシステムを，実験モード解析の手法を用いてモデル化することにより，簡便かつ高精度にモデル化できることを示した.

(2)　計測した周波数応答の位相に応答遅れと考えられる傾きが存在する場合，パデ近似によるむだ時間要素を導入して位相補正を行うことにより，実験モード解析に基づく振動系の同定が可能であることを示した.

(3)　$H_2$ ノルムの評価関数としてプラントモデルを用いることにより，対象としているモードのピーク近傍の応答を効果的に制御し，ピーク以外の外乱がある場合でも安定して動作することを示した.

(4)　希薄予混合燃焼器における燃焼振動現象に対して混合 $H_2/H_\infty$ 制御を適用し，振動抑制に対して有効であることを示した.

(5)　当量比の変化などプラントの特性が変化する場合，コントローラを切り替えるスケジューリング制御により適応的に制御が可能であることを示した.

(6)　主燃料や構造の異なる燃焼器に適用し，それぞれの燃焼器に対し本手法が有効であることを示した.

# 第 3 章

# 柔軟スマートリンク機構の運動と振動の制御

## 3・1　はじめに

産業構造物や宇宙構造物などに用いられるロボットアームメカニズムに関して，軽量, 高速化および省エネルギ化の目的で柔軟な構造を持ったリンク機構の研究が進められている．このような要件を克服するためのアームとして，リンクが細く低剛性で，軽量，高効率のフレキシブルアームが挙げられる．しかし，低剛性化に伴い，弾性振動の問題が無視できなくなる．したがって，振動をすばやく収束させ，かつ高速に位置決めを行う必要がある．そこで，本研究では，柔軟多体系を物理機能モデルの考え方を用いてモデル化する方法を示し，それに対して，振動と運動の制御系を設計することで所望の性能を実現させることを目的とする．

本研究では，非線形かつ時変系で複雑な動的挙動を示す柔軟 2 リンク機構のモデル化および制御系設計法を提案する. 精度のよいモデル化手法の一つに有限要素法(FEM)があるが, 自由度が大きくなり, 制御系の設計が困難になる. したがって，本手法では，FEM により梁のモデル化を行い，制御系設計のためにモード解析に基づく低次元化モデルを作成する．さらに，物理機能モデルを用いてモデル化されたモータのモデルと低次元化モデルを結合することにより 2 リンク機構のモデルを作成する．そして，線形時不変系と近似した低次元化システムに対して，運動と振動の制御問題における制御性能およびロバスト安定性をそれぞれ伝達関数行列の $H_2$ ノルムおよび $H_\infty$ ノルムで評価する混合 $H_2/H_\infty$ 制御問題により制御系を設計する．ここで，振動制御の機構としてスマート構造を適用する．本研究では，スマート化の基礎となるセンサおよびアクチュエータを圧電フィルムにより構成する. 圧電フィルムは非常に軽薄な高分子材料であるため，取付けが容易であり，柔軟構造のスマート化に適している．

柔軟リンク機構に対してスマート化を適用し, 運動と振動のハイブリッド制御手法を示す．この際，1 次モードの振動制御およびアームの位置決めをモータにより行う．また，モータでは制御が困難である小さな振幅の振動に対しては，構造の両面に貼付された圧電フィルムに関して，片面をセンサ，他面をアクチュエータとす

ることにより成立するコロケーションを利用する直接速度フィードバック(DVFB)型の振動制御法を用いる．そして，シミュレーションおよび実験により本手法が運動の追従性能および制振性能の面で優れていることを明らかにする[16][17].

## 3・2　モデル化

本研究では，制御系を設計するためのモデルとして物理機能モデルを用いる．まず，物理機能モデルの概要について説明する．つぎに，各関節を駆動するＤＣモータのモデル化，各リンクに用いる柔軟梁のモデル化について説明する．

### 3・2・1　物理機能モデルの概要

物理機能モデルは各工学分野の共通部分を線形のブロック線図で表現し，線形モデルのパラメータ(特性や係数)を各工学分野の物理法則や理論，実験式およびデータをもとに時々刻々決定していくことにより非線形な挙動を表現する．ブロック線図から得られるモデルは線形状態空間方程式であり，式の形を変えることなくパラメータが変化することにより非線形な挙動を再現する．物理機能モデル手法のルールに従ってモデル化することにより定常と非定常の区分や線形と非線形の切り分けなどが行われ，モデル化対象の理解や把握に有益である．また，非定常を含むモデルから定常モデルへの変換は手順に従って行うことができるため，定常モデルを別に作成する必要がなく共通のパラメータを使用できる利点がある．

パラメータ同定についてもまず定常状態で定常特性に関する部分の同定を行い，次に非定常特性を同定することにより精度のよいシミュレーションが可能となる．

物理機能モデルは，以下の線形モデルと機構モデルの組み合わせで構成される．システムの特性を等価集中定数にまとめ，線形モデルを作成する．線形モデルを構成する等価特性を機構モデルで逐次算出し，代入，積算，加算などの方法で更新する．また，モデルを実行する上で，周辺モデルとして，環境モデル，操作モデル，制御モデル，解析モデルがある．

(i)　線形モデル

モデル化対象の系を状態量・特性・係数を用いて線形のブロック線図で表現する．ブロック線図は④に示す基本要素の組み合わせにより作成する．

① 状態量

系の状態を表現する量であり，内包量と外延量の物理量対になる．内包量とは力，電流，流体圧力などであり，外延量は速度，電圧，流速などである．内包量と外延量との積は瞬時エネルギになる．

② 特性

内包量と外延量を関係付ける量であり，瞬時エネルギの蓄積と消費を行い，異種物理量間の変換を行う．エネルギを蓄積する蓄積特性と粘性減衰や電気抵抗のようにエネルギ損失を伴う損失特性の２種類がある．蓄積特性はさらに内部に生じた物理量の変化を蓄積する積分特性と外部から受けた物理量の変化を抽出する微分特性に分かれる．

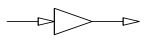
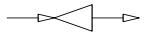
③ 係数

内包量同士または外延量同士を関係づける数や量であり，瞬時エネルギを保持しながら物理量対に変化を与える歯車比や断面比などの伝達係数，エネルギの増減を伴うスリップ率やトルク比などの効率がある．

④ 基本要素

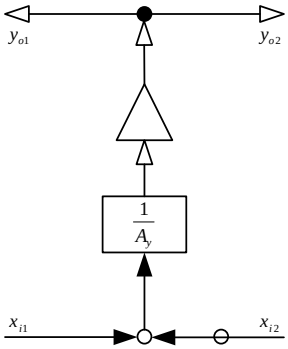
物理機能モデルの基本要素を示す．

I. 記号

-  : 内包量(例：力，電流)
-  : 外延量(例：速度，電圧)
- ● : 分岐
- ○ : 加算
- ⊗ : 積算
-  : 積分
-  : 微分
- : 特性(例：質量，減衰)
- : 係数(例：ギヤ比)
- : 側負荷

II. 蓄積特性

差分型-外延系

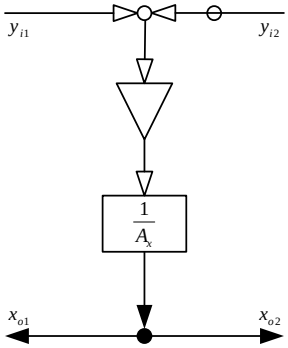



$y_{o1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{i1}, x_{i2}$ ： 内包量
$A_y$ ： 蓄積特性

$$y_{o1} = y_{o2} = \int \frac{1}{A_y}(x_{i1} - x_{i2})dt$$

図 3.1 差分型-外延系の蓄積特性

差分型-内包系

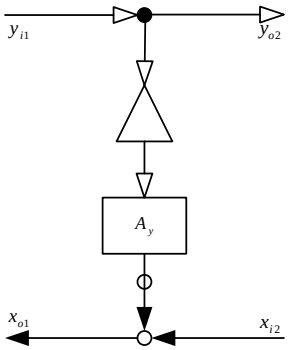



$y_{i1}, y_{i2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{o2}$ ： 内包量
$A_x$ ： 蓄積特性

$$x_{o1} = x_{o2} = \int \frac{1}{A_x}(y_{i1} - y_{i2})dt$$

図 3.2 差分型-内包系の蓄積特性

加算型-外延系

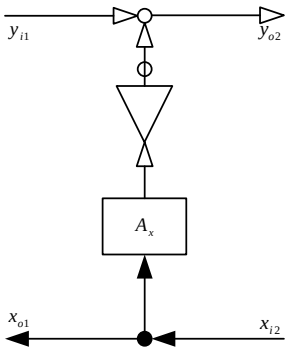



$y_{i1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{i2}$ ： 内包量
$A_y$ ： 蓄積特性

$$x_{o1} = x_{i2} - A_y \frac{dy_{i1}}{dt}$$
$$y_{o2} = y_{i1}$$

図 3.3 加算型-外延系の蓄積特性

加算型-内包系



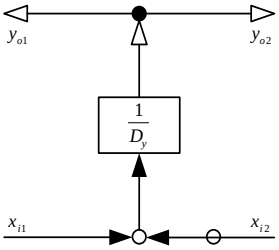

$y_{i1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{i2}$ ： 内包量
$A_x$ ： 蓄積特性

$$x_{o1} = x_{i2}$$
$$y_{o2} = y_{i1} - \frac{d}{dt}(A_x x_{i2})$$

図 3.4 加算型-内包系の蓄積特性

III. 損失特性

差分型-外延系

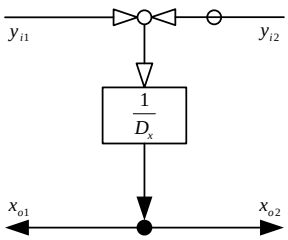



$y_{o1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{i1}, x_{i2}$ ： 内包量
$D_y$ ： 損失特性

$$y_{o1} = y_{o2} = \frac{1}{D_y}(x_{i1} - x_{i2})$$

図 3.5 差分型-外延系の損失特性

差分型-内包系

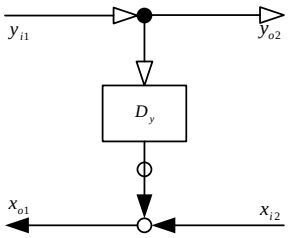



$y_{i1}, y_{i2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{o2}$ ： 内包量
$D_x$ ： 損失特性

$$x_{o1} = x_{o2} = \frac{1}{D_x}(y_{i1} - y_{i2})$$

図 3.6 差分型-内包系の損失特性

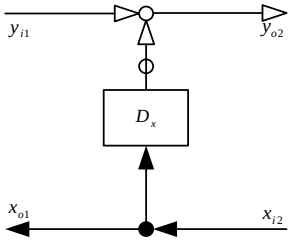
加算型-外延系




$y_{i1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{i2}$ ： 内包量
$D_y$ ： 損失特性
$x_{o1} = x_{i2} - D_y y_{i1}$
$y_{o2} = y_{i1}$

図 3.7 加算型-外延系の損失特性

加算型-内包系

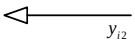



$y_{i1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{i2}$ ： 内包量
$D_x$ ： 損失特性
$x_{o1} = x_{i2}$
$y_{o2} = y_{i1} - D_x x_{i2}$

図 3.8 加算型-内包系の損失特性

IV. 生成特性

外延系




$y_{i2}$ ： 外延量
$x_{o2}$ ： 内包量
$x_d$ ： 生成要素(外延量)
$x_{o2} = x_d$

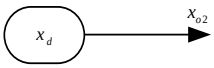
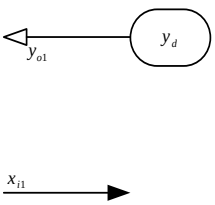



図 3.9 外延系の生成要素

差分型-内包系

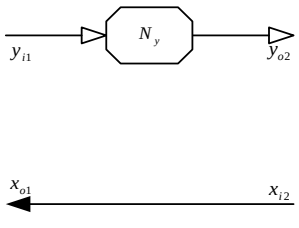



$y_{o1}$ ： 外延量
$x_{i1}$ ： 内包量
$y_d$ ： 生成要素(外延量)
$y_{o1} = y_d$

図 3.10 差分型-内包系の損失特性

V. 係数要素

外延系

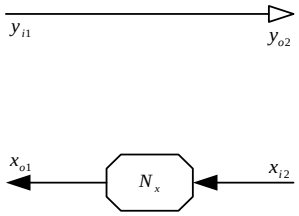



$y_{i1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{i2}$ ： 内包量
$N_y$ ： 係数要素

$$x_{o1} = x_{i2}$$
$$y_{02} = N_y y_{i1}$$

図 3.11 外延系の係数要素

内包系

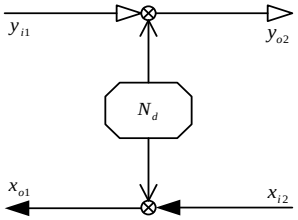



$y_{i1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{i2}$ ： 内包量
$N_x$ ： 係数要素

$$x_{o1} = N_x x_{i2}$$
$$y_{o2} = y_{i1}$$

図 3.12 内包系の係数要素

伝達係数要素




$y_{i1}, y_{o2}$ ： 外延量
$x_{o1}, x_{i2}$ ： 内包量
$N_d$ ： 伝達係数

$$x_{o1} = N_d x_{i2}$$
$$y_{o2} = N_d y_{i1}$$

図 3.13 伝達係数要素

(ii) 機構モデル

上記線形モデル内の特性，係数，側負荷を各工学分野の法則や定理またはこれまでに培われてきた技術を通して決定するモデルである．このモデルは線形モデルの状態量や操作，環境，制御の各モデルの出力を入力とし，計算式やマップ参照などによりパラメータを算出し出力する．

(iii) その他のモデル

物理機能モデルを実行するための周辺モデルとして下記のようなものがある.

① 操作モデル：モデルを操作するためのモデルである.

② 環境モデル：モデルを実行する環境を与えるモデルである.

③ 解析モデル：モデルの状態量などの実行結果から解析を行うモデルである.

### 3・2・2 DC モータのモデル化

#### (i) モータの基本機能

モータは，電気エネルギを入力し，これを回転エネルギに変換して出力することを基本的機能とする．このときのエネルギは，モータの電気系に電圧$V_M$または電流$I_M$が加えられて回転系から角速度$\omega_M$またはトルク$T_M$が出力される．また，モータ内部には損失特性・蓄積特性および側負荷が内部負荷として包含され，これらがモータ固有の挙動や損失などを決定している. 直流モータの電気系と回転系の間には，電流とトルクの比で表すトルク係数$\chi_T$(Nm/A)と，角速度と誘起電圧の比で表す速度係数$\chi_\omega$(V/(rad/s))が知られている．そこで，これらの係数が入出力状態量を直接変換する理想的なモータとして考えた式は，次のように表すことができる.

$$\left.\begin{aligned}\chi_T &= \frac{T_M}{I_M} = \frac{1}{2\pi}\frac{P}{a}Z\phi\times10^{-8}\\ \chi_\omega &\cong \frac{V_M}{\omega_M} = \frac{1}{2\pi}\frac{P}{a}Z\phi\times10^{-8}\end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

ここで，$P$は電機子の極数，$a$は電機子並列回路数，$Z$は全導体数で，これらはモータの構造で決まる．また，$\phi$は１極あたりの全磁束(Wb)で，界磁に永久磁石を使用する他励式モータでは前者と同様に構造で決まり, 界磁巻線を持つ自励式モータでは電気系の状態量に影響される. そしてこれらの式は，直流発動機にも適用できる直流回転機の共通の基本式である.

式(3.1)のトルク係数$\chi_T$と速度係数$\chi_\omega$は同じ式で表され，エネルギ損失が含まれない式である．しかも，電流からトルクへまたは角速度から電圧へ物理単位系を変換する. そこで, この係数を本論文ではモータ定数と呼び, $M_M$で表すことにする. この係数と内部負荷の関係は, 係数を境に電気系負荷と回転系負荷に分けて考えることができる．そして，モータの基本機能を表すモータ定数$M_M$の係数要素と内部負荷を組み合わせた基本的な形を，図 3.14 の機能モデルで表すことができる.

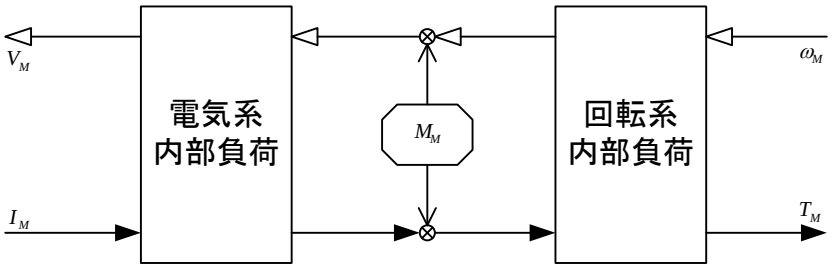



図 3.14 モータ機能モデル(基本型)

図 3.14 において，電気系の入出力状態量は電源に接続され，機械系の入出力状態量は外部の機械負荷に結合される．また状態量の流れは，下側の内包系が電源からの電流を$M_M$ で変換して外部負荷を駆動するトルク出力となり，上側の外延系が外部負荷から受けた角速度を$M_M$ で電圧に変換して電源に返す．このことから，モータは図 3.14 で示すモータ定数$M_M$ と外部の電源および機械負荷の間にある内部負荷のモデル化で実現できる．

また，式(3.1)から，直流モータは界磁磁束$\phi$に支配されることが分かる．この界磁磁束$\phi$を生成する方式としては，永久磁石や外部電源で界磁を励磁する他励式と，モータの供給電源を使って励磁する自励式があり，自励式には界磁巻線を電機子と直列に接続した直巻式，電機子と並列に接続した分巻式，両者を併用した複巻式がある．図 3.14 は永久磁石による他励式を示しているが，その他の方式については式(3.1)から，界磁磁束$\phi$を生成する機構モデルを図 3.14 に組み込めば，モータの各励磁方式に対応することができる．このことは，モータ定数$M_M$ が外部から供給される電圧または電流で制御できることを意味する．

### (ii) モータの機能モデル

図3.14の直流モータのモデルは，図3.15で示す電気回路図で表すことができる．

図 3.15 の電気系は，電機子の巻線抵抗$R_M$ ・インダクタンス$L_M$ ・絶縁抵抗$R_C$ の特性を持ち，回転系は慣性モーメント$J_M$ ・粘性抵抗$D_M$ ・軸受けとブラシの摩擦トルク$T_{MF}$ がある．これらの関係を図 3.15 の電気系と回転系の内部負荷に追加すると，図 3.16 で示す機能モデルになる．この図において黄色の部分が機構モデル，それ以外の部分が線形モデルである．

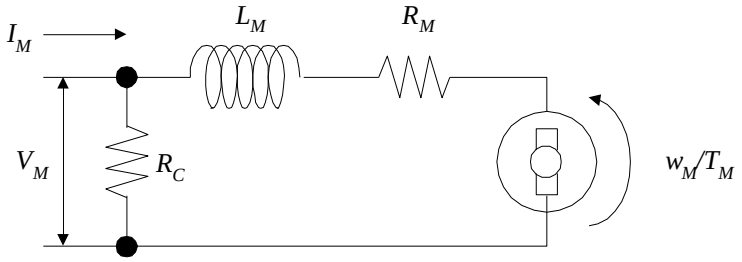



図 3.15 モータの回路

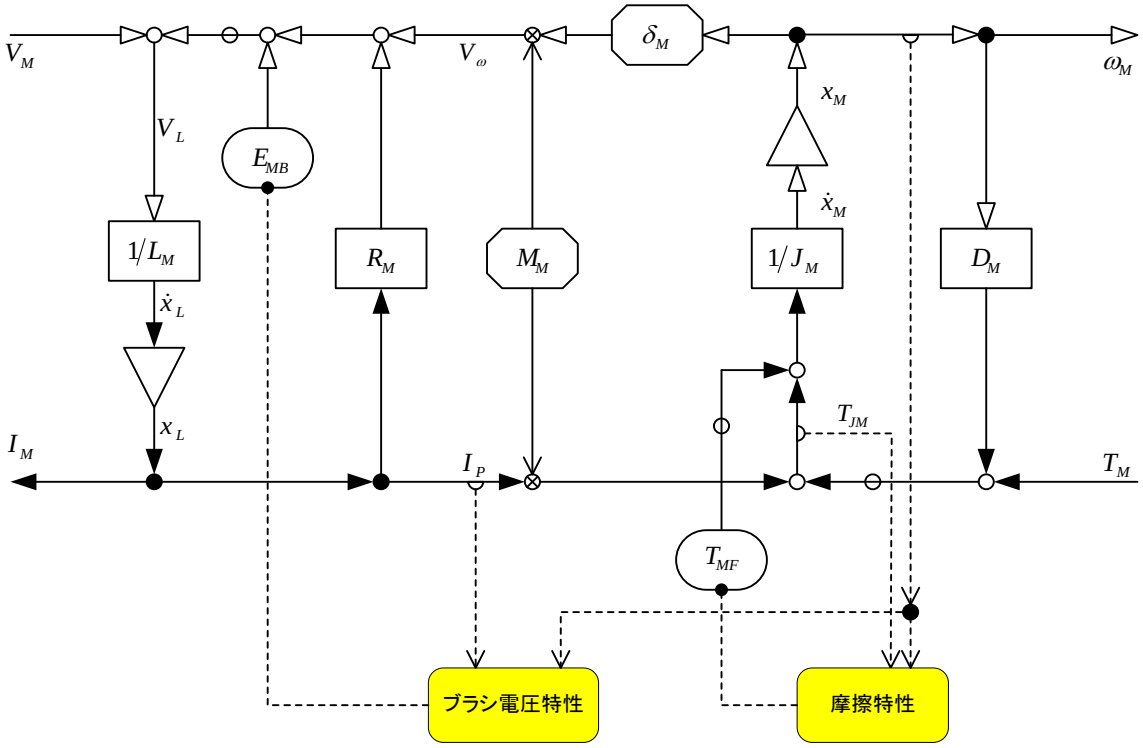



図 3.16 モータの機能モデル

図 3.14 に対して回転系の角速度$\omega_M$とトルク$T_M$の入出力方向が反転するのは，蓄積特性の慣性モーメント$J_M$によるものである．同図において，モータ定数$M_M$の右側のモデルが回転系の内部負荷となり，左側が電気系の内部負荷になる．

図 3.16 は$E_{MB}$，$T_{MF}$の非線形を決めるブラシ電圧特性，摩擦特性の機構モデルを含む機能モデルである．なお，モータ定数$M_M$は，トルク係数$\chi_T$と速度係数$\chi_\omega$の変動を考慮して，次の速度補正係数$\delta_M$を加えておく．

$$\left.\begin{aligned}\delta_M &= \frac{\chi_\omega}{\chi_T}\\ M_M &= \chi_T\end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

図 3.16 において，モータ巻線の巻線抵抗 $R_M$ とインダクタンス $L_M$ は巻線全体に分布するが，ここでは集中定数で扱い，両者は直列接続とみなす．また，絶縁抵抗 $R_C$ は，一般的に 1 MΩ以上の非常に大きな抵抗値を持ち，シミュレーション結果に直接影響を与えないため省略する．図 3.16 に対応した支配方程式は，次のようになる．

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_M \\ I_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_M & 0 & -D_M & M_M & -1 & 0 & -T_{MF} \\ 0 & -L_M & -\delta_M M_M & -R_M & 0 & 1 & -E_{MB} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{x}_L \\ x_M \\ x_L \\ T_M \\ V_M \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

式(3.3)において，1～2 行目は状態方程式，2～4 行目は入出力方程式である．

**(iii) モータの機構モデル**

モータには，温度や状態量に支配される非線形な特性がある．この非線形特性は図 3.16 の角が丸い四角の枠で表され，摩擦特性が回転に支配される摩擦トルク $T_{MF}$，ブラシ電圧特性が角速度とモータ電流によりブラシ電圧降下 $E_{MB}$ を決定する機構モデルである．

① 摩擦トルク

図 3.16 において，角速度 $\omega_M$ と慣性モーメント $J_M$ の駆動トルク $T_{JM}$ に支配されるモータの摩擦トルク $T_{MF}$ は 非線形な側負荷で表し，摩擦特性の機構モデルが値を代入する．この摩擦トルク $T_{MF}$ は，モータが回転中では一定の動摩擦トルクが負荷として働き，停止中では駆動トルク $T_{JM}$ が静摩擦トルク以下で回転させない働きをする．次に摩擦モデルを示す．静摩擦トルク $T_S$ と動摩擦トルク $T_M$ の切替えは，以下の式となる．

$$\left.\begin{array}{l} if\ \left(\omega_M = 0\right)\ then\ \left(S_{WV} = 0\right)\ else\ \left(S_{WV} = 1\right) \\ T_{MF} = T_{Mi} S_{WV_1} + T_{Si} S_{WV_0} \end{array}\right\} \tag{3.4}$$

次に，静摩擦トルク $T_S$ を生成する機構モデルは，次の数学モデルとなる．

$$\left.\begin{array}{l} if\ \left\{\left(\left|T_{JM}\right|-F_S\right)>0\right\}\ then\ \left(S_{WY}=1\right)\ else\ \left(S_{WY}=0\right) \\ T_S=T_{JM}S_{WY_0}+T_{\mu m}S_{WY_1}\left(\dfrac{T_{JM}}{\left|T_{JM}\right|}\right) \end{array}\right\} \tag{3.5}$$

ここで，加速トルク$T_{JM}$の推定観測量は，式(3.3)の最上段あるいは図 3.16 より$T_{JM}=M_M x_L-T_M-D_M x_M$である．最後に動摩擦$T_M$を生成する機構モデルは，次の数学モデルとなる．

$$T_M=T_{\mu m}\left(\frac{\omega_M}{\left|\omega_M\right|}\right) \tag{3.6}$$

② ブラシ電圧降下

ここで使用するモータの整流子には，黒鉛系のブラシが使用されている．このブラシは，モータ電流$I_P\left(I_M\right)$に関係なく一定の電圧降下$E_{MB}$を起こし，自動車用などの電圧が低い電源で使用するモータでは，この電圧降下は無視できない大きさである．ここでは，この非線形なブラシ電圧降下の側負荷$E_{MB}$についてモデル化する．

ブラシによる電圧降下は，回転が停止しているときには直流抵抗に近い特性となるが，回転中は流れる電流値に関係なく約 1 V 前後の一定の電圧降下を示す．また，モータ電流$I_M$の流れる方向によって 0.1V 前後の電位差が発生する．そして，当然のことであるが，モータ電流が流れないときには，電圧降下を発生しない．これらの点を踏まえて，モータの停止および電流が流れないときは，電圧降下を発生させない非線形な特性にする．また，電流の流れる方向による電位差は，2 個のブラシの平均値を使用する．これらの点を考慮したブラシ電圧降下は次式となる．

$$E_{MB}=2E_{BR}\frac{I_P}{\left|I_P\right|}S_{WB} \tag{3.7}$$

ここで，$E_{BR}$は回転中のブラシ 1 個あたりの電圧降下(V)，$S_{WB}$はモータの停止と回転の条件判定，$I_P/\left|I_P\right|$はモータ電流$I_P\left(I_M\right)$の流れる方向に合わせて電圧降下の符号を決める．ブラシ電圧降下の有無を決める回転と電流の判断をする条件判定$S_{WB}$は，次のようになる．

$$if\ \left(\left(\omega_M\neq 0\right)\bigcap\left(I_M\neq 0\right)\right)\ then\ \ S_{WB}=1\ else\ \ S_{WB}=0 \tag{3.8}$$

条件判定式(3.8)は，成立したとき $S_{WB}=1$ となって電圧降下をおこし，成立しないとき $S_{WB}=0$ となって電圧降下をおこさない．式の中の記号⋂は論理積を表わす．なお，停止時に電気子が微振動を発生して整流子とブラシ間が摺動するときは， $\omega_M \neq 0$ の項を省略する．

**(iv) 機能モデルの実験同定**

これまで, モータの機能モデルとその中にある非線形な特性を決定する機構モデルについてモデル化した．ここでは，この機能・機構モデルの内部にある各特性・係数・側負荷について，実際のモータで検討を行う．ここで同定を行うモータは, ハーモニックドライブシステムズ（株）製の DC サーボアクチュエーター（RH－５A）である．

① モータの技術仕様

モータの仕様を表 3.1 に示す.

表 3.1 モータ仕様(RH-5A 5502)

| 特性名 | 記号 | 単位 | 特性値 |
|---|---|---|---|
| 定格電圧 | $V_{M_S}$ | V | 12 |
| 定格電流 | $I_{M_S}$ | A | 0.5 |
| 定格トルク | $T_{M_S}$ | Nm | 0.29 |
| 定格角速度 | $\omega_{M_S}$ | rad/s | 5.76 |
| 無負荷ランニング電流(定格角速度) | $I_{M_0}$ | A | 0.24 |
| トルク定数 | $M_M$ | Nm/A | 1.11 |
| 誘起電圧定数 | $M_M\delta_M$ | V/(rad/s) | 1.15 |
| 電機子抵抗 | $R_M$ | Ω | 8.6 |

② モータのステップ応答

ステップ電圧 3.0V，5.0V，7.0V を印加した際の応答を計測した．それぞれの結果から定常角速度を求め定常特性の同定に用いる．

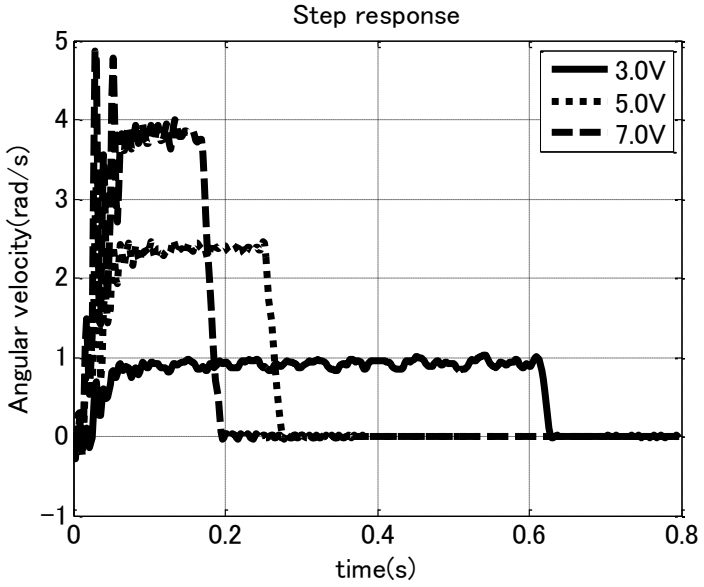



図 3.17 モータのステップ応答

③ 定常特性の同定

モータの定常特性は，過渡的な変動がない定常モデルを用いて同定を行う．図 3.16 のモデルを変形して図 3.18 のように過渡特性と定常特性に分離する．この図において灰色の部分が過渡特性である．このモデルから過渡特性を削除したものが定常モデルとなる．定常モデルを図 3.19 に示す．図 3.19 より式(3.9)が得られる．

$$I_M = \frac{1}{R_M}\{V_M - (E_{MB} + M_M \delta_M \omega_M)\}$$
$$\omega_M = \frac{1}{D_M}(M_M I_M - T_M - T_{MF}) \tag{3.9}$$

式(3.9)に定格特性値を代入すると式(3.10)になる．

$$V_M = 12, T_M = 0.29, I_M = 0.5, \omega_M = 5.76$$
$$0.5 = \frac{1}{8.6}\{12 - (E_{MB} + 1.15 \times 5.76)\} \tag{3.10}$$
$$5.76 = \frac{1}{D_M}(1.11 \times 0.5 - 0.29 - T_{MF})$$

さらに式(3.9)に 3.0V，5.0V，7.0V のステップ応答から求めた定常角速度を代入すると次のようになる.

① 3.0V

$$V_M = 3, T_M = 0, \omega_M = 0.916$$
$$I_M = \frac{1}{8.6}\{3 - (E_{MB} + 1.15 \times 0.916)\} \tag{3.11}$$
$$0.916 = \frac{1}{D_M}(1.11 \times I_M - T_{MF})$$

② 5.0V

$$V_M = 5, T_M = 0, \omega_M = 2.37$$
$$I_M = \frac{1}{8.6}\{5 - (E_{MB} + 1.15 \times 2.37)\} \tag{3.12}$$
$$2.37 = \frac{1}{D_M}(1.11 \times I_M - T_{MF})$$

③ 7.0V

$$V_M = 7, T_M = 0, \omega_M = 3.81$$
$$I_M = \frac{1}{8.6}\{7 - (E_{MB} + 1.15 \times 3.81)\} \tag{3.13}$$
$$3.81 = \frac{1}{D_M}(1.11 \times I_M - T_{MF})$$

式(3.10)よりブラシ電圧降下は式(3.14)のようになる.

$$\begin{aligned} E_{MB} &= 1.08V \\ E_{BR} &= 0.538V \end{aligned} \tag{3.14}$$

表 3.2 粘性抵抗計算結果

| | 3V | 5V | 7V | 12V |
|---|---|---|---|---|
| 3V | | 0.0292 | 0.0300 | 0.0315 |
| 5V | | | 0.0308 | 0.0325 |
| 7V | | | | 0.0338 |
| 12V | | | | |

式(3.10)から式(3.13)までの 2 式をそれぞれ解くと粘性抵抗 $D_M$ は表 3.2 のようになる．これらの結果を平均して粘性抵抗 $D_M$ は式(3.15)になる．

$$D_M = 0.0313\,\mathrm{Nm/(rad/s)} \tag{3.15}$$

以上の結果から各電圧において動摩擦トルク $T_{MF}$ を求め平均することで動摩擦トルク $T_{MF}$ を決定すると式(3.16)になる．

$$T_{MF} = 0.0845\,\mathrm{Nm} \tag{3.16}$$

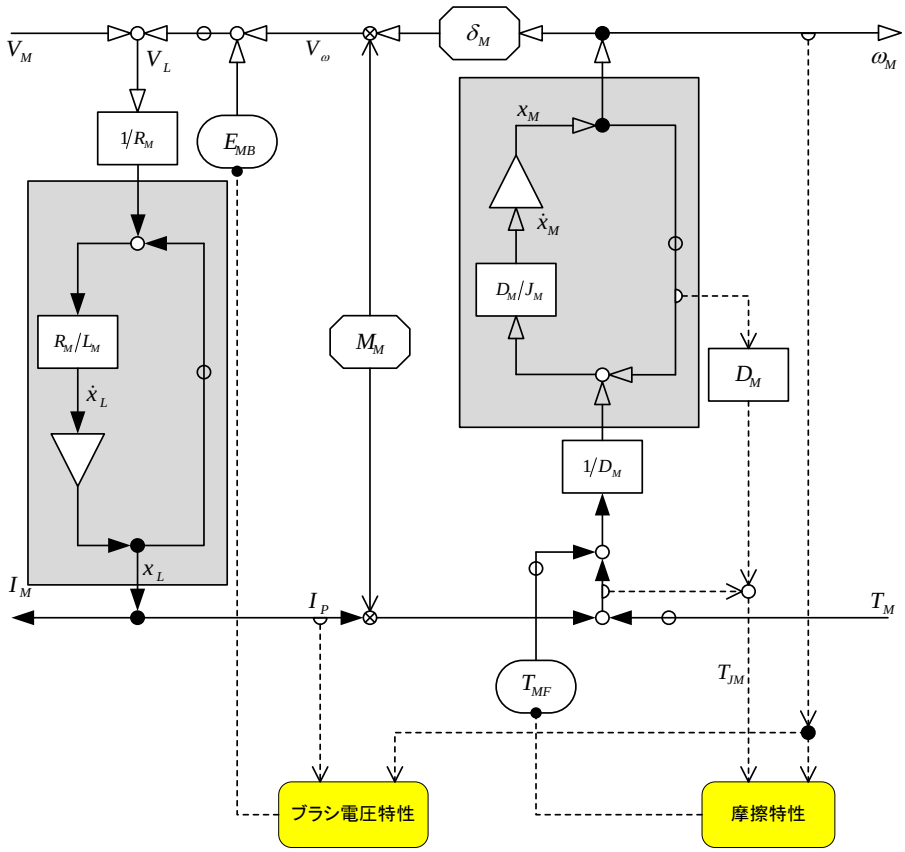



図 3.18 モータのモデル(変形)

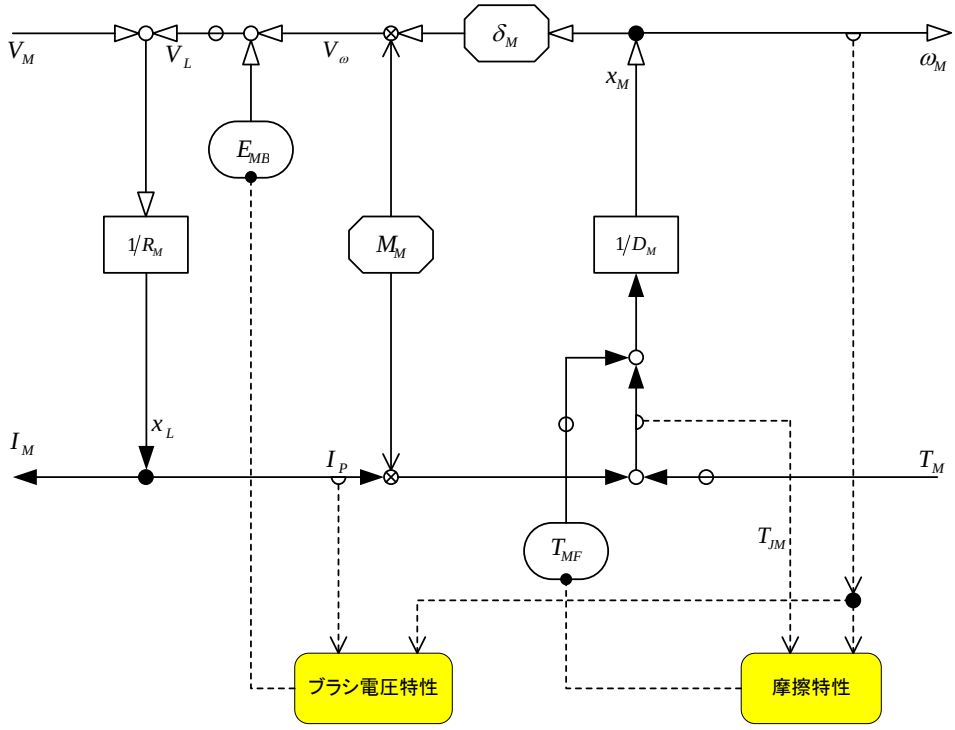



図 3.19 モータの定常モデル

④ 過渡特性の同定

等価慣性モーメントおよび等価インダクタンスは図 3.17 のステップ応答から同定する．同定結果は表 3.3 のようになる．

表 3.3 過渡特性の同定結果

| | | | |
|---|---|---|---|
| 等価慣性モーメント | $J_M$ | kg・m$^2$ | $32\times10^{-4}$ |
| 等価インダクタンス | $L_M$ | H | $2.7\times10^{-1}$ |

### (v) 同定結果検証

3.0V，5.0V，7.0V におけるステップ応答結果とシミュレーション結果を図 3.20 から図 3.22 に示す．この結果よりオーバーシュートが大きく出ていることを除いては定常時の角速度および立ち上がり時の傾きはよく同定できていることがわかる．

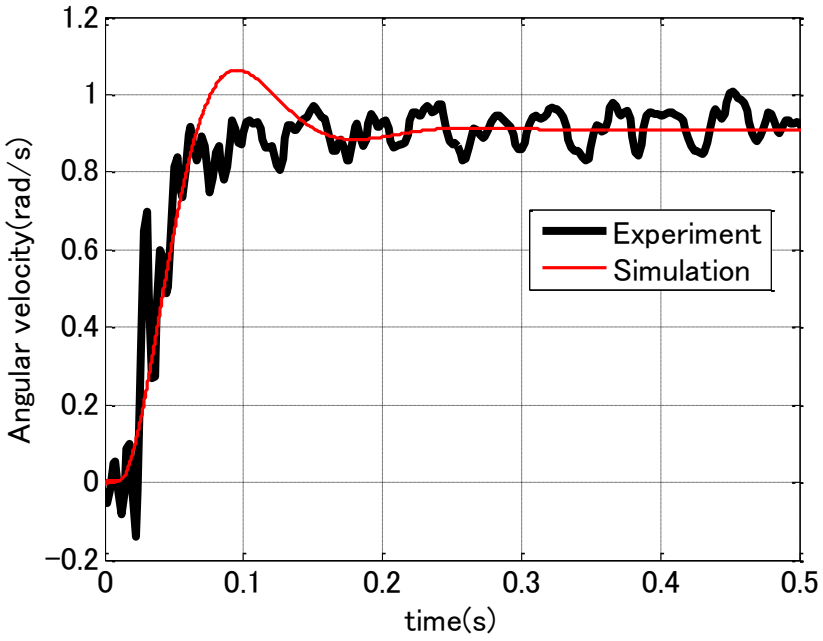



図 3.20 ステップ応答(3.0V)

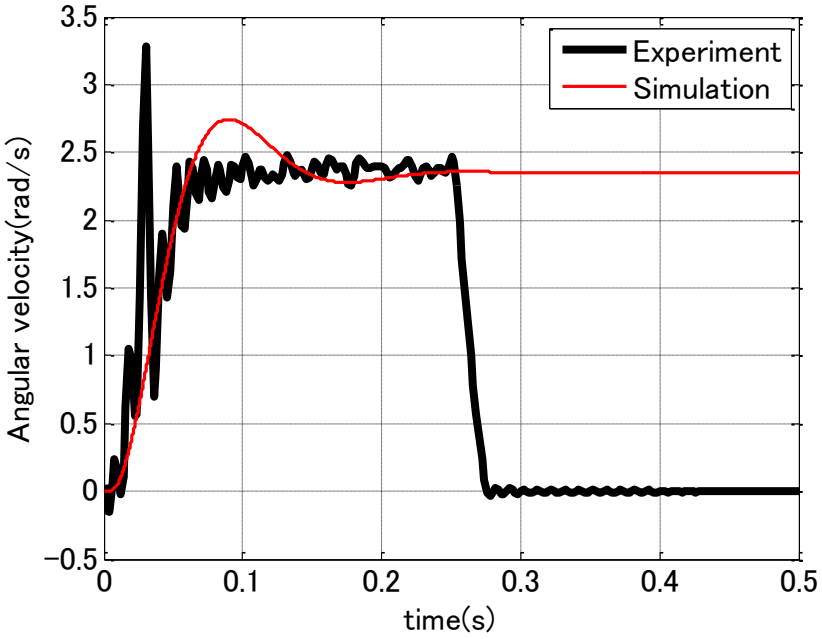



図 3.21 ステップ応答(5.0V)

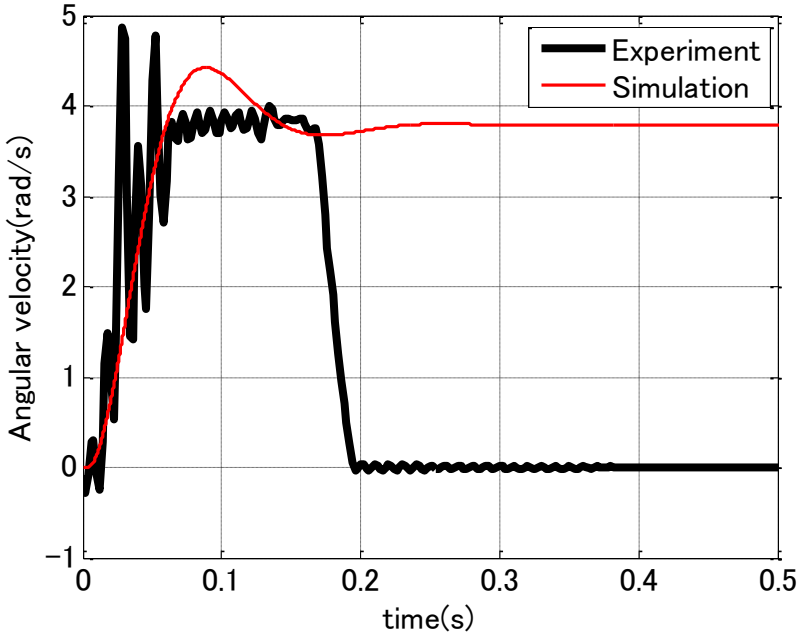



図 3.22 ステップ応答(7.0V)

### 3・2・3　柔軟梁のモデル化

#### (i)　柔軟弾性体要素の機能モデル的表現

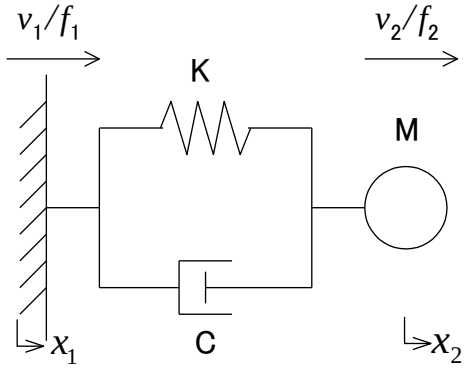



図 3.23　1 自由度系の構造モデル

図 3.23 の構造モデルのように質量・ばね・減衰からなる 1 自由度系に強制加振力 $f_2$ が質量に作用して速度 $v_2$ を生じ，支持部に強制速度 $v_1$ が作用して力 $f_1$ を生じているとする．質量の変位を $x_2$，支持部の変位を $x_1$ とすればこの構造モデルの数学モデルは次のようになる．

$$\left.\begin{aligned} &M\ddot{x}_2 + C(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K(x_2 - x_1) = f_2 \\ &v_2 = \dot{x}_2 \\ &v_1 = \dot{x}_1 \\ &f_1 = C(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K(x_2 - x_1) \end{aligned}\right\} \tag{3.17}$$

機械系では，速度の変化量に比例する力を生ずる質量と，力の変化量に比例する速度を生ずるばねこわさと，速度に比例する力損失を生じる粘性減衰という 3 種類の機能をする特性が，力の釣合いと変位の連続性を満足しながら機能しあい，エネルギ流れを発生させる．このことをブロック線図を用いて表現したのが図 3.24 の機能モデルである．

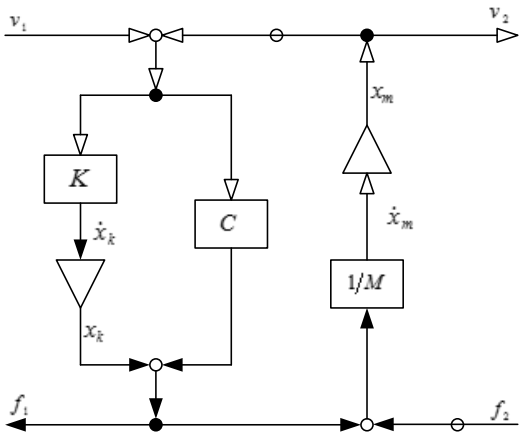



図 3.24　1 自由度系の機能モデル

この機能モデルより数学モデルを導くときには図の各白丸について式を立てる. すべての白丸について式を立て，まとめると

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M & 0 & -C & 1 & C & -1 \\ 0 & -1/K & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{x}_k \\ x_m \\ x_k \\ v_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

となり，先ほど構造モデルから導いた数学モデルと等価であることが分かる．よって図 3.23 の構造モデルで表わされる 1 自由度系は，機能モデルにより図 3.24 のように表わすことができる．

次に，N 自由度系を機能モデル的表現で表現する方法について考える．一般にN自由度系の運動方程式は以下のようになる．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{3.19}$$

ここで，$\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ はそれぞれ質量行列，減衰行列，および剛性行列，$\mathbf{x}$，$\mathbf{f}$ はそれぞれ変位ベクトル，外力ベクトルである．この式は，1 自由度系の運動方程式(3.17)式と同様の形で記述されている．質量，粘性減衰，ばねこわさからなる図 3.23 の 1 自由度系が，機能モデルでは図 3.24 のように表わされることから，状態量をそれぞれベクトルとして，各特性をそれぞれ行列として扱えば，N 自由度系の機能モデルは 1 自由度系の機能モデルと同じように, 図 3.25 のように表わすことができる．

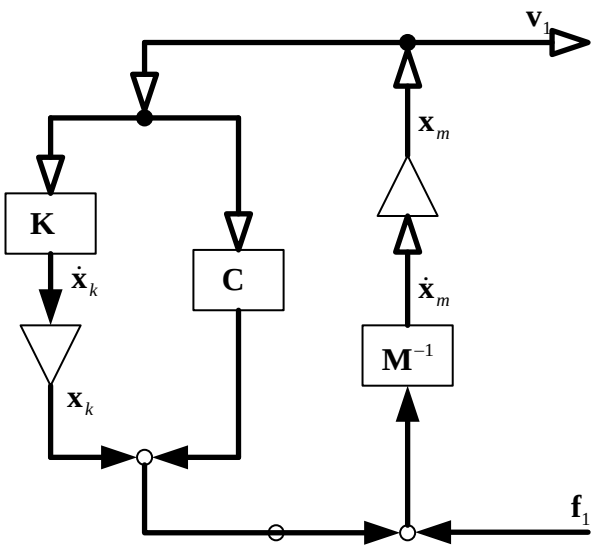



図 3.25

ここで，図 3.25 中の$\mathbf{M},\mathbf{C},\mathbf{K}$は質量行列，減衰行列，剛性行列，$\mathbf{x}_m$，$\mathbf{x}_k$はベクトルである．これ以後，太文字はベクトル量を表わすものとする．この機能モデルから，数学モデルを導くと，式(3.20)となり式(3.19)と等価である．よって図 3.25 のN自由度系の機能モデル的表現は妥当であると思われ，これ以後，N 自由度系の機能モデル的表現を図 3.25 のように表わすことにする．またそれをN自由度系の機能モデルと呼ぶことにする．

このN自由度系の機能モデルより，柔軟弾性体要素も有限要素法で得られる質量行列・剛性行列を用いれば，図 3.25 のように表すことができる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} & -\mathbf{C} & -\mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K}^{-1} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_m \\ \dot{\mathbf{x}}_k \\ \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_k \\ \mathbf{f}_1 \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

**(ii) モード解析の適用**

有限要素法から得られる質量行列，剛性行列は，要素を細かく分割すればするほど大自由度となり，それらをそのまま用いると計算負荷が大きくなる．先に提案した柔軟弾性体要素の機能モデルも有限要素法から得られる質量行列，剛性行列を用いるため，計算負荷が大きくなる可能性がある．そこで，大自由度になる柔軟弾性

体要素の機能モデルの低次元化をはかるために, 先の機能モデルにモード解析を適用することを考える．以下にその方法について述べる．

一般に N 自由度系の運動方程式は，次のように表わされる．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{K}\mathbf{x}=\mathbf{f} \tag{3.21}$$

物理空間座標からモード座標への変換式

$$\mathbf{x}=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\xi} \tag{3.22}$$

を用い，さらに前から固有モードの転置を乗じて，式(3.21)を座標変換する．

$$\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\ddot{\boldsymbol{\xi}}+\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}\dot{\boldsymbol{\xi}}+\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}\,\boldsymbol{\xi}=\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{f} \tag{3.23}$$

ここで固有モードの一般直交性より，

$$\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}=\lceil\mathbf{m}\rfloor,\ \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}=\lceil\mathbf{c}\rfloor,\ \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}=\lceil\mathbf{k}\rfloor \tag{3.24}$$

となる．（「」内はモード質量，モード減衰，モード剛性を対角成分に並べた行列）

式(3.23)は，式(3.21)の運動方程式を物理空間座標からモード座標に変換したもので，モード座標に変換することによって多自由度系を複数の互いに独立な 1 自由度系の重ね合わせとして表現できる. この非連成な運動方程式を用いて高次のモードを省略し，低次元化を図るのがモード解析である．

式(3.23)は固有値解析により得られた固有モードを用いて，物理座標系をモード座標系に変換しただけである. よって機能モデル上で物理座標系をモード座標系に変換することができれば, 機能モデルにもモード解析を適用できるはずである. 機能モデルにモード座標系を用いるには, 物理座標をモード座標に，またモード座標を物理座標にそれぞれ変換する行列を, 柔軟弾性体要素の機能モデルの入出力にかけてやればよい．次にそのモデルを示す．ここで，図 3.26 の「**m**」,「**c**」,「**k**」はそれぞれモード質量行列，モード減衰行列，モード剛性行列，$\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{m}}$，$\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{k}}$ はモード座標系での速度, 力ベクトルである．また機能モデルの右側に追加した部分は物理座標からモード座標に，またその逆に変換する以下の行列をかける記号である．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{v}_1\\ \mathbf{f}_{1_m}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{T}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{m}}\\ \mathbf{f}_1\end{bmatrix} \tag{3.25}$$

図 3.26 の機能モデルから数学モデルを導くと式(3.26)のようになり，式(3.23)と等価になる. よって柔軟弾性体要素の機能モデルの入出力に物理座標をモード座標に, またその逆に変換する記号を付けたモデル化表現を用いることにする. ただし, このモード座標に変換するモデルを用いるときには, 対象とする柔軟弾性体要素を

有限要素法によりモデル化し, 事前に固有値解析を行い, 固有モードとモード質量, モード減衰, モード剛性を求めておく必要がある.

$$
\begin{aligned}
\mathbf{0} &= \lceil \mathbf{m} \rfloor \ddot{\xi}_{\mathbf{m}} - \xi_{\mathbf{k}} + \lceil \mathbf{c} \rfloor \dot{\xi}_{\mathbf{m}} + \mathbf{f}_{\mathbf{1_m}} \\
\dot{\xi}_{\mathbf{k}} &= -\lceil \mathbf{k} \rfloor \xi_{\mathbf{m}} \\
\mathbf{v}_{\mathbf{1}} &= \boldsymbol{\Phi} \xi_{\mathbf{m}} \\
\mathbf{f}_{\mathbf{1_m}} &= \boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{f}_{\mathbf{1}}
\end{aligned}
\tag{3.26}
$$

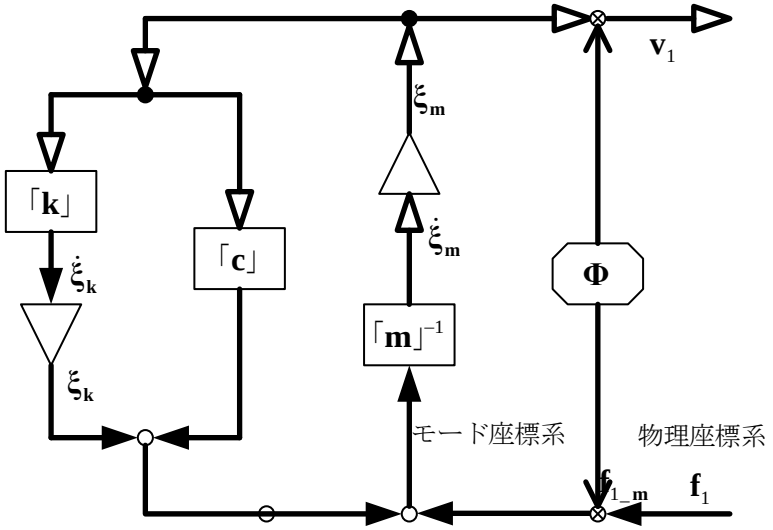



図 3.26　モード座標に変換する機能モデル

### 3・2・4　柔軟リンク機構のモデル化

#### (i)　1 リンク機構のモデル化

① モデルの統合

まず，図 3.27 に示すような壁に固定されたモータと先端に質量のある梁により構成される 1 リンクについてモデル化する．3・2・2 節に示した DC モータのモデルと 3・2・3 節に示した梁のモデルを結合することにより 1 リンクのモデルを作成する．また，梁の FEM モデルは長さ 290mm，高さ 20mm，幅 1mm，先端に付加質量$8.0\times10^{-2}$kg を加えたのもとし，13 節点 12 要素に分割する．拘束条件に関しては，根元の節点は z 軸回転方向のみ自由，その他の節点に関しては z 並進・x 軸回転・y 軸回転方向には運動しないものとする．また，この FEM モデルにおいてモード解析を行う．この際，モータによる振動制御は 1 次モードを対象としているが，採用モードは 1 次から 3 次までとする．

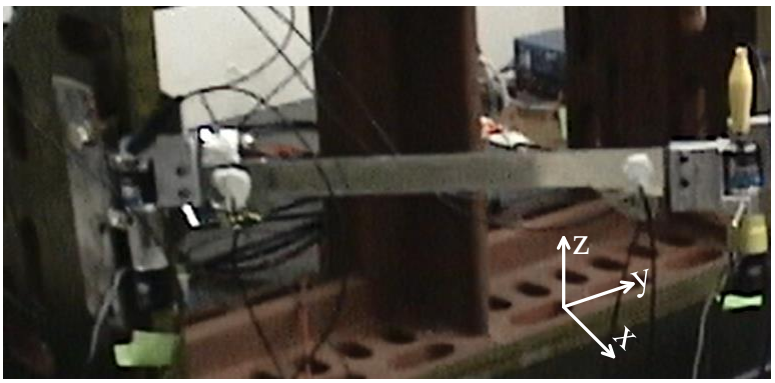



図 3.27　1 リンク機構の構成

モータのモデルおよび梁のモデルとも入力を力とし，出力を速度としているため，モータと梁の結合部における節点をばねおよび減衰により結合する．本研究では，梁に貼付した圧電フィルムを振動検出用のセンサとして用いるため，梁の長手方向に取った動座標上での動的挙動と考えることができ，モータの角変位による系の変化は無視できる．よって梁の座標変換は省略する．1 リンク機構のモデルは図 3.28 のようにあらわすことができる．この図において各記号は次のようになる．

$\omega_M$　：モータの角速度

$\mathbf{v}_1$　：梁の各節点の速度

$K_c$　：結合部の軸剛性

$C_c$　：結合部の軸減衰

$\mathbf{A}_c$　：$\mathbf{v}_1$からモータとの結合部における節点の角速度を抽出する行列

$x_c$　：内部状態量

$f_c$　：結合部からの反力

$\mathbf{f}_W$　：梁に働く外力

$\mathbf{f}_1$　：梁への入力

ここで，今回用いる梁モデルは 1 接点目が Z 軸回転のみの 1 自由度その他が X 並進・Y 並進・Z 回転の 3 自由度で、全 13 接点なので，結合条件の支配方程式は次のようになる．

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_c &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\ \dot{x}_c &= K_c\left(\omega_M - \mathbf{A}_c\mathbf{v}_1\right) \\ f_c &= x_c + C_c\left(\omega_M - \mathbf{A}_c\mathbf{v}_1\right) \\ \mathbf{f}_1 &= \mathbf{A}_c^T f_c + \mathbf{f}_W \end{aligned} \tag{3.27}$$

式(3.3)および式(3.26)，式(3.27)より図 3.28 の状態空間方程式は式(3.28)のようになる．

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{x}_L \\ \dot{x}_c \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_m \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{D_M + C_c}{J_M} & \dfrac{M_M}{J_M} & -\dfrac{1}{J_M} & \dfrac{C_c \mathbf{A}_c \boldsymbol{\Phi}}{J_M} & \mathbf{0} \\ -\dfrac{\delta_M M_M}{L_M} & -\dfrac{R_M}{L_M} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ K_c & 0 & 0 & -K_c \mathbf{A}_c \boldsymbol{\Phi} & \mathbf{0} \\ \lceil \mathbf{m} \rfloor^{-1} \boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{A}_c^T C_c & \mathbf{0} & \lceil \mathbf{m} \rfloor^{-1} \boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{A}_c^T & -\lceil \mathbf{m} \rfloor^{-1} \lceil \mathbf{c} \rfloor & -\lceil \mathbf{m} \rfloor^{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lceil \mathbf{k} \rfloor & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M \\ x_L \\ x_c \\ \boldsymbol{\xi}_m \\ \boldsymbol{\xi}_k \end{bmatrix}
$$

$$
+ \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L_M} \\ 0 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} V_M + \begin{bmatrix} -\dfrac{T_{MF}}{J_M} \\ -\dfrac{E_{MB}}{L_M} \\ 0 \\ \boldsymbol{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{f}_W \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{3.28}
$$

$$
\begin{bmatrix} I_M \\ \omega_M \\ \mathbf{v}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 1 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Phi} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M \\ x_L \\ x_c \\ \boldsymbol{\xi}_m \\ \boldsymbol{\xi}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} V_M
$$

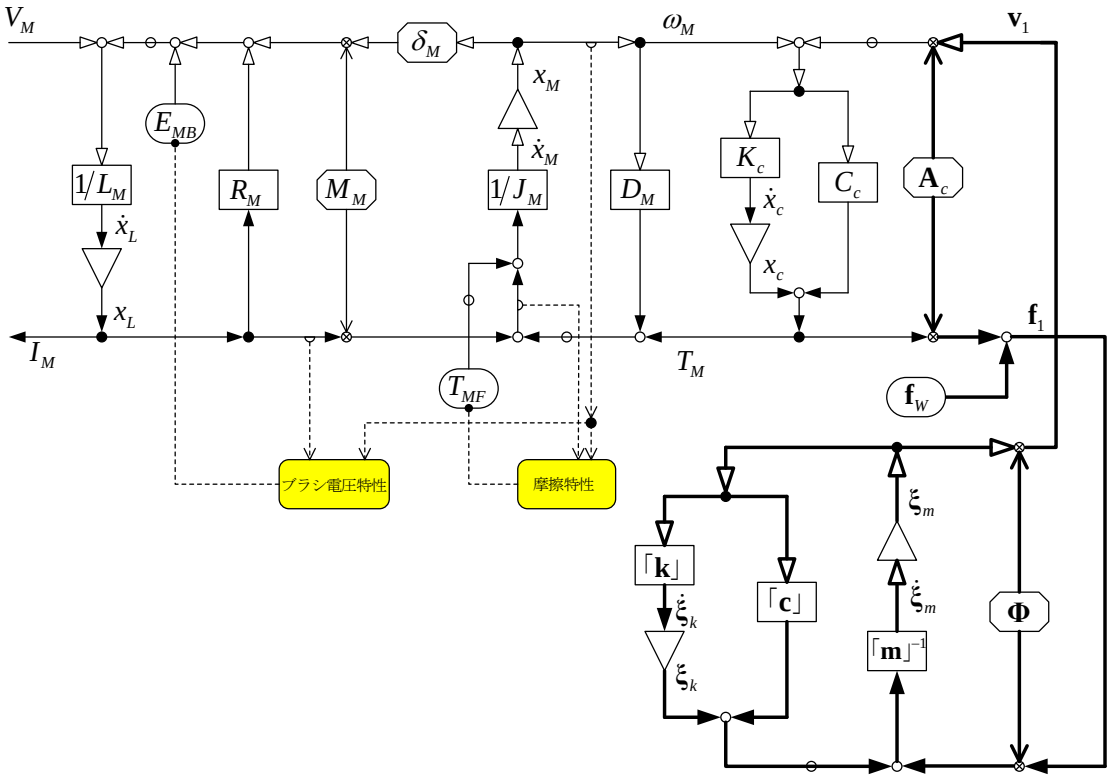



図 3.28　1 リンク機構の機能モデル

② シミュレーションと実験によるモデルの確認

シミュレーションと実験によりモデルの妥当性について確認する．まず，図 3.29 に示すように一定電圧 12V で 45°回転させた場合の実験結果およびシミュレーション結果を図 3.30 に示す．

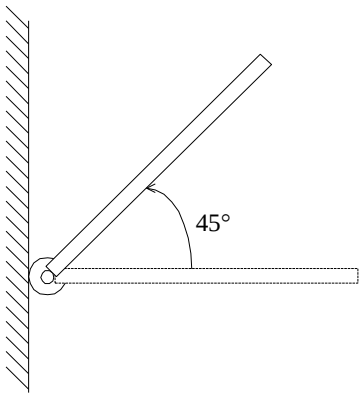
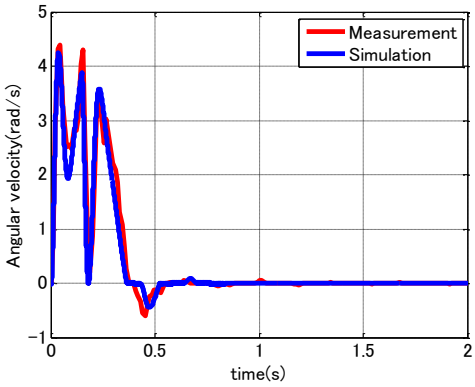
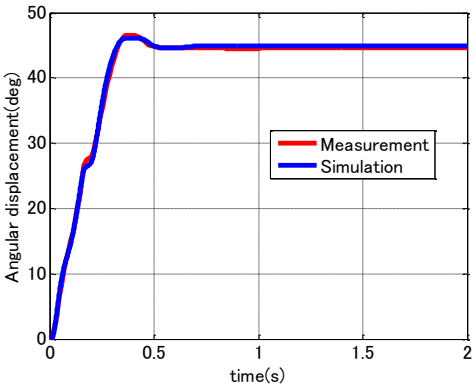


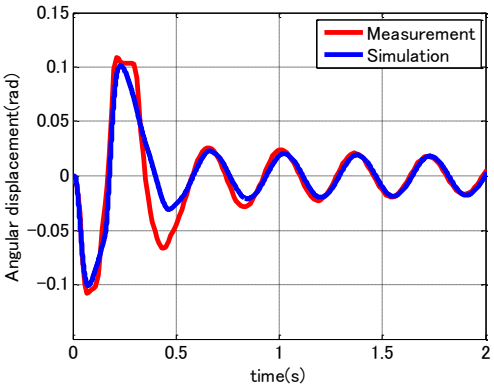

図 3.29　運転パターン




(a) モータの角速度




(b) モータの角度




(c) 梁の振動

図 3.30 モータおよび梁の応答

図 3.30(a)～(c)より実験結果とシミュレーション結果はよく一致していることがわかる．よって，1 リンクの制御系設計にこのモデルを用いることにする．

**(ii) 2 リンク機構のモデル化**

① モデルの統合

つぎに，図 3.31 に示す 2 リンク機構についてモデル化する．1 リンク機構の場合と同様に各関節に用いるモータのモデルおよび梁のモデルをばねおよび減衰により結合して全体のモデルを作成する．ただし，1 リンク機構とは異なり肘関節（モータ 2）の回転により系が変化するため 2 リンク目の梁に関しては座標変換が必要となる．

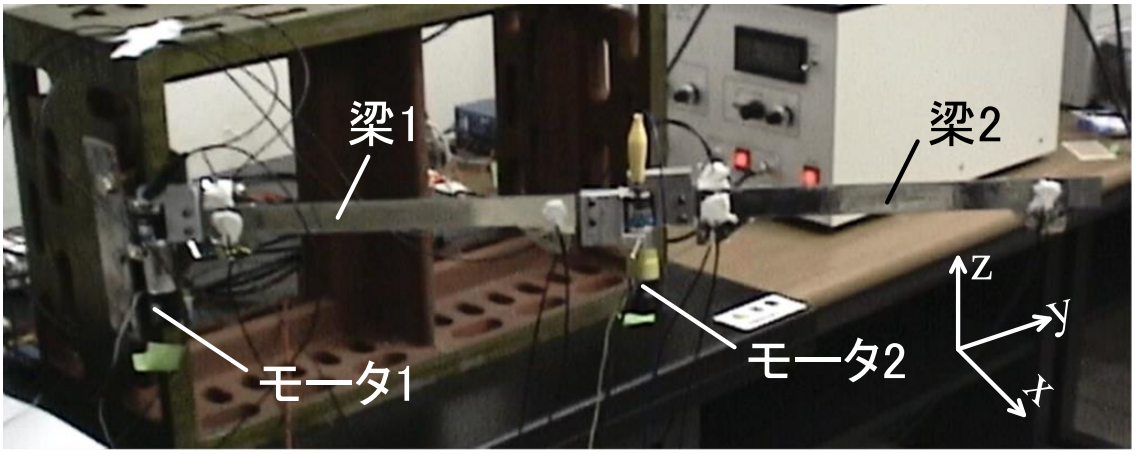



図 3.31　2 リンク機構の構成

梁 1 は長さ 290mm，高さ 20mm，幅 1mm の梁を 12 要素 13 節点に分割し先端に付加質量として 80g を付加する．梁 2 は長さ 290mm，高さ 20mm，幅 1mm の梁を 12 要素 13 節点に分割し先端に付加質量として 16g を付加する．こうして求めた FEM モデルに対しモード解析を適用し，各リンクのモデルを作成する．2 リンク機構のモデルは図 3.32 のようになる．この図における各記号は次とおりである．このモデルの状態空間方程式は式(3.29)のようになる．

$L_{M1}, L_{M2}$ ：モータ 1，2 の等価インダクタンス

$E_{MB1}, E_{MB2}$ ：モータ 1，2 のブラシ電圧降下

$R_{M1}, R_{M2}$ ：モータ 1，2 の電機子抵抗

$M_{M1}, M_{M2}$ ：モータ 1，2 のモータ定数

$\delta_{M1}, \delta_{M2}$ ：モータ 1，2 の速度補正係数

$J_{M1}, J_{M2}$ ：モータ 1，2 の等価慣性モーメント

$T_{MF1}, T_{MF2}$ ：モータ 1，2 の摩擦トルク

$D_{M1}, D_{M2}$ ：モータ 1，2 の等価粘性抵抗

$K_{c1}, K_{c2}$ ：モータ 1，2 の梁取付け部軸剛性

$C_{c1}, C_{c2}$ ：モータ 1，2 の梁取付け部軸減衰

$\mathbf{f}_{W1}, \mathbf{f}_{W2}$ ：梁 1，2 に入力される外力(外乱)

$\mathbf{A}_{c1}, \mathbf{A}_{c2}, \mathbf{A}_{c3}$ ：梁の速度ベクトルからモータ取付け部の回転速度を抽出する行列(c3 は角度による座標変換を含む)

$\lceil \mathbf{m}_1 \rfloor, \lceil \mathbf{m}_2 \rfloor$ ：梁 1，2 のモード座標と物理座標の変換行列

$\mathbf{\Phi}_1, \mathbf{\Phi}_2$ ：梁 1，2 のモード質量行列

$\lceil \mathbf{k}_1 \rfloor, \lceil \mathbf{k}_2 \rfloor$ ：梁 1，2 のモード剛性行列

$\lceil \mathbf{c}_1 \rfloor, \lceil \mathbf{c}_2 \rfloor$ ：梁 1，2 のモード減衰行列

$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ ：梁 1，2 への力ベクトル

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ ：梁 1，2 からの速度ベクトル

$x_{L1}, x_{L2}$ ：モータ 1，2 の状態量(インダクタンス)

$x_{M1}, x_{M2}$ ：モータ 1，2 の状態量(慣性モーメント)

$x_{c1}, x_{c2}$ ：梁取付け部軸剛性の状態量

$\xi_{m1}, \xi_{m2}$ ：梁 1，2 の内部状態量ベクトル (モード質量)

$\xi_{k1}, \xi_{k2}$ ：梁 1，2 の内部状態量ベクトル (モード剛性)

$V_{M1}, V_{M2}$ ：モータ 1，2 に入力される電圧

$I_{M1}, I_{M2}$ ：モータ 1，2 の電流

$\omega_{M1}, \omega_{M2}$ ：モータ 1，2 の角速度

$T_{M1}, T_{M2}$ ：モータ 1，2 の負荷トルク

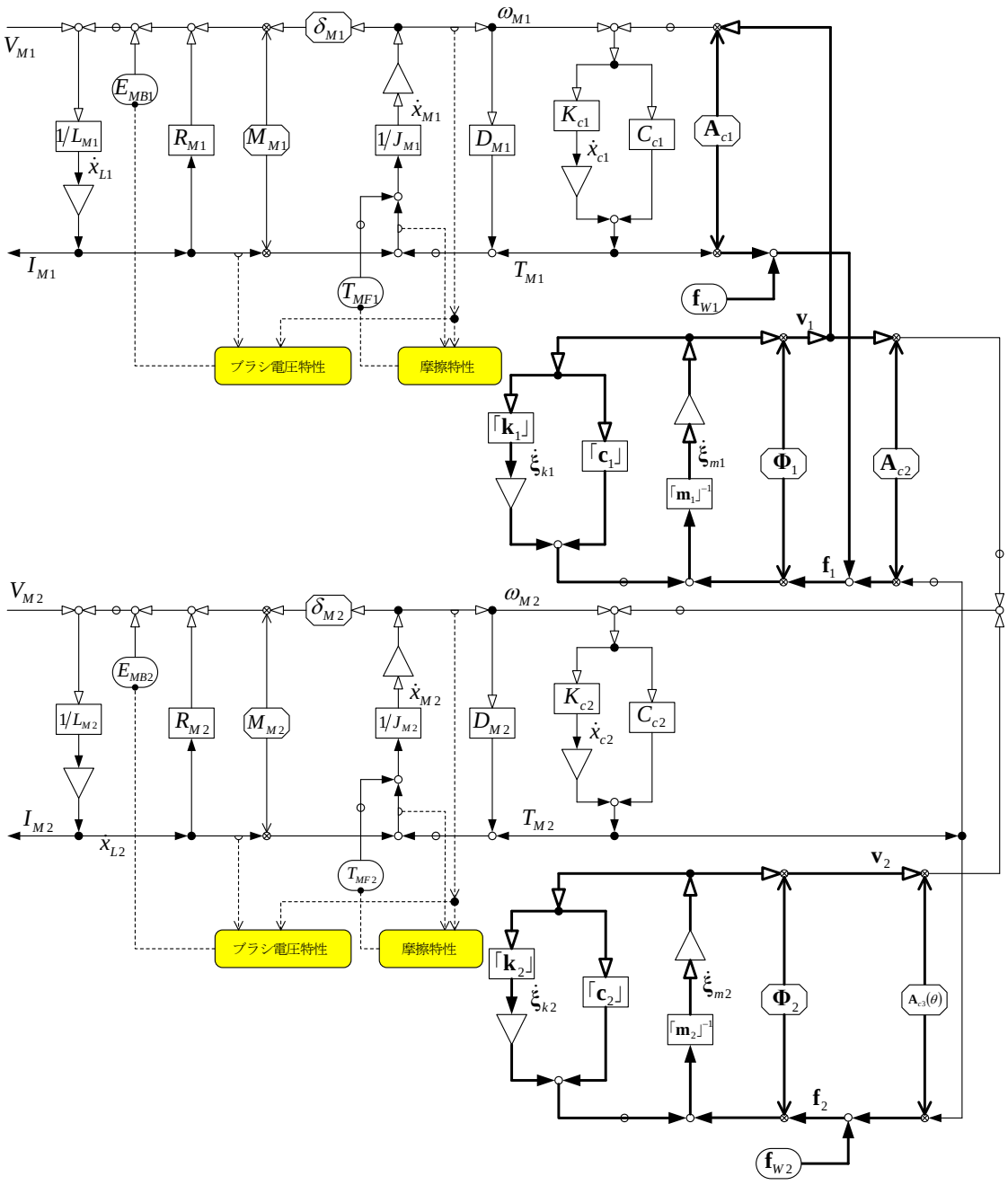



図 3.32　2 リンク機構の機能モデル

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_{M1} \\ \dot{x}_{L1} \\ \dot{x}_{c1} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_{m1} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_{k1} \\ \dot{x}_{M2} \\ \dot{x}_{L2} \\ \dot{x}_{c2} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_{m2} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_{M1}+C_{c1}}{J_{M1}} & \frac{M_{M1}}{J_{M1}} & -\frac{1}{J_{M1}} & \frac{C_{c1}}{J_{M1}}\mathbf{A}_{c1}\boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{0} & \cdots \\ -\frac{M_{M1}\delta_{M1}}{L_{M1}} & -\frac{R_{M1}}{L_{M1}} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ K_{c1} & 0 & 0 & -K_{c1}\mathbf{A}_{c1}\boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{0} & \cdots \\ \lceil \mathbf{m}_1 \rfloor^{-1}\boldsymbol{\Phi}_1^T\mathbf{A}_{c1}^T C_{c1} & \mathbf{0} & \lceil \mathbf{m}_1 \rfloor^{-1}\boldsymbol{\Phi}_1^T\mathbf{A}_{c1}^T & -\lceil \mathbf{m}_1 \rfloor^{-1}\lceil \mathbf{c}_1 \rfloor & -\lceil \mathbf{m}_1 \rfloor^{-1} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lceil \mathbf{k}_1 \rfloor & \mathbf{0} & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{C_{c2}}{J_{M2}}\mathbf{A}_{c2}\boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{0} & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & K_{c2}\mathbf{A}_{c2}\boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \cdots & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & \lceil \mathbf{m}_1 \rfloor^{-1}\boldsymbol{\Phi}_1^T\mathbf{A}_{c2}^T C_{c2} & \mathbf{0} & \lceil \mathbf{m}_1 \rfloor^{-1}\boldsymbol{\Phi}_1^T\mathbf{A}_{c2}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & -\frac{D_{M2}+C_{c2}}{J_{M2}} & \frac{M_{M2}}{J_{M2}} & -\frac{1}{J_{M2}} & \frac{C_{c2}}{J_{M2}}\mathbf{A}_{c3}\boldsymbol{\Phi}_2 & \mathbf{0} \\ \cdots & -\frac{M_{M2}\delta_{M2}}{L_{M2}} & -\frac{R_{M2}}{L_{M2}} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \cdots & K_{c2} & 0 & 0 & -K_{c2}\mathbf{A}_{c3}\boldsymbol{\Phi}_2 & \mathbf{0} \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lceil \mathbf{m}_2 \rfloor^{-1}\boldsymbol{\Phi}_2^T\mathbf{A}_{c3}^T & -\lceil \mathbf{m}_2 \rfloor^{-1}\lceil \mathbf{c}_2 \rfloor & -\lceil \mathbf{m}_2 \rfloor^{-1} \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lceil \mathbf{k}_1 \rfloor & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{M1} \\ x_{L1} \\ x_{c1} \\ \boldsymbol{\xi}_{m1} \\ \boldsymbol{\xi}_{k1} \\ x_{M2} \\ x_{L2} \\ x_{c2} \\ \boldsymbol{\xi}_{m2} \\ \boldsymbol{\xi}_{k2} \end{bmatrix}
$$

$$
+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{M1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{M2}} \\ 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{M1} \\ V_{M2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -T_{MF1} \\ -E_{MB1} \\ 0 \\ \lceil \mathbf{m}_1 \rfloor^{-1}\boldsymbol{\Phi}_1^T\mathbf{f}_{W1} \\ \mathbf{0} \\ -T_{MF2} \\ -E_{MB2} \\ 0 \\ \lceil \mathbf{m}_2 \rfloor^{-1}\boldsymbol{\Phi}_2^T\mathbf{f}_{W2} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{3.29}
$$

$$
\begin{bmatrix} \omega_{M1} \\ \omega_{M2} \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Phi}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{M1} \\ x_{L1} \\ x_{c1} \\ \boldsymbol{\xi}_{m1} \\ \boldsymbol{\xi}_{k1} \\ x_{M2} \\ x_{L2} \\ x_{c2} \\ \boldsymbol{\xi}_{m2} \\ \boldsymbol{\xi}_{k2} \end{bmatrix}
$$

② シミュレーションと実験によるモデルの確認

図 3.31 のような 2 リンク機構に対して各関節のモータに最大電圧を 12V として目標角度からの偏差に比例する電圧を入力電圧として与えるマイナーループによる位置決めを行う. この場合の実験結果およびシミュレーション結果を比較しモデルの妥当性を確認する.

まず, 図 3.33 に示すように肩関節の目標角度を 60°, 肘関節の目標角度を 0°とした場合について検討する. このときの結果を図 3.34 に示す.

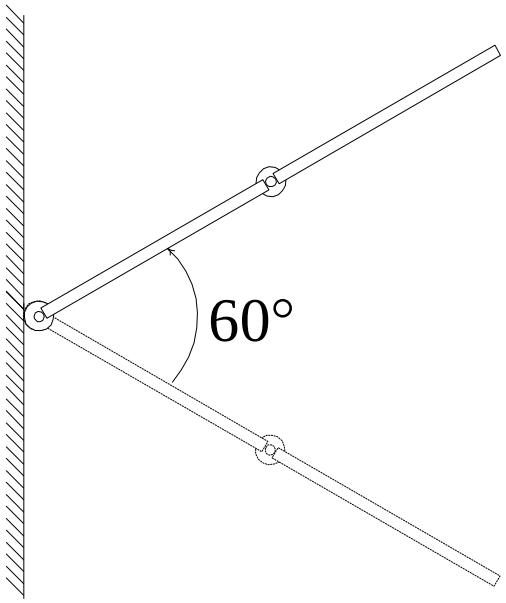
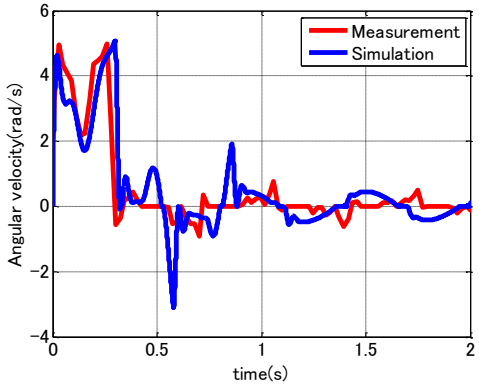
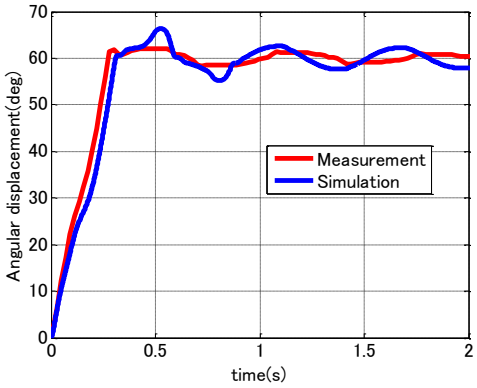


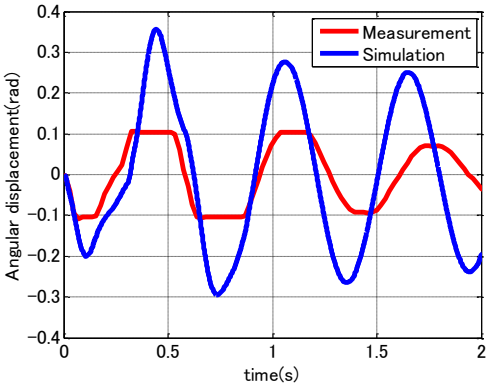

図 3.33 パターン 1



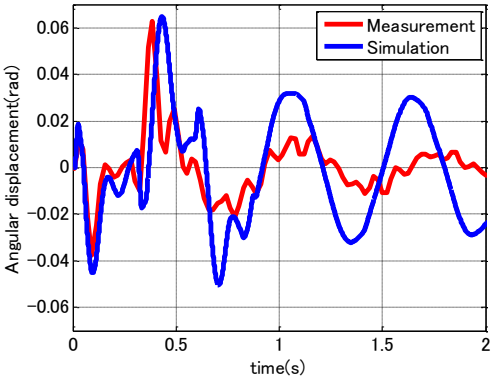

(a) モータ 1 の角速度




(b) モータ 1 の角度




(c) 梁 1 先端の角変位




(d) 梁 2 先端の角変位

図 3.34 モータおよび梁の応答(パターン 1)

つぎに，図 3.35 に示すように肩関節の目標角度を 0°，肘関節の目標角度を 30° とした場合について検討する．このときの結果を図 3.36 に示す．

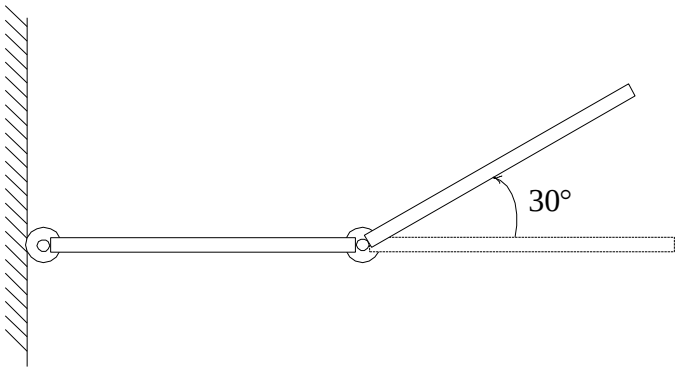
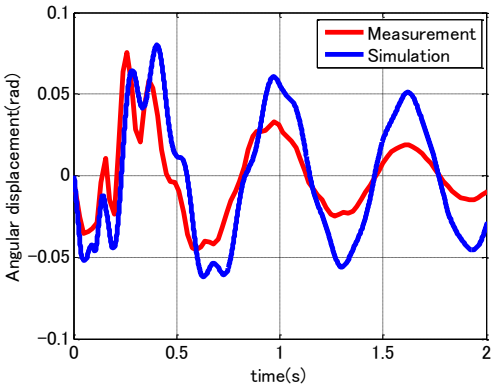
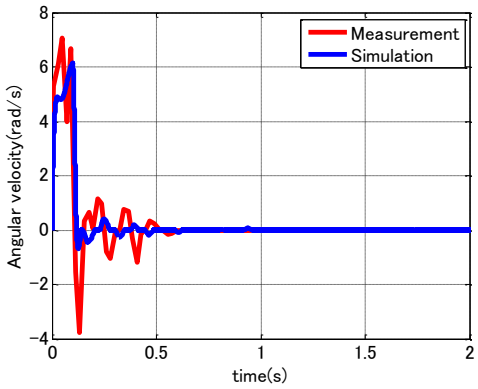


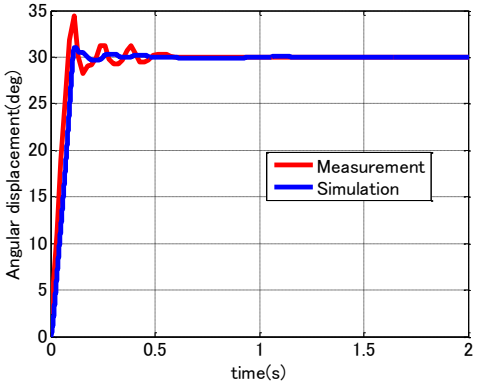

図 3.35 パターン 2



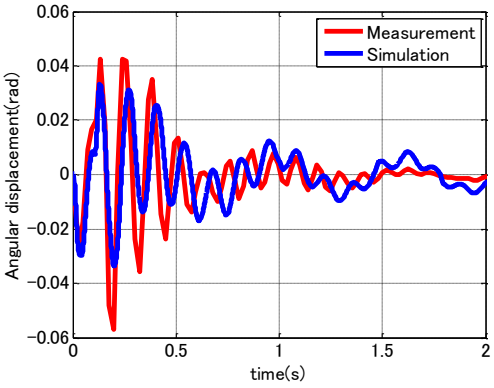

(a) 梁 1 先端の角変位




(b) モータ 2 の角速度




(c) モータ 2 の角度




(d) 梁 2 の先端の角変位

図 3.36 モータおよび梁の応答(パターン 1)

それぞれの場合において, モータの応答に関してはよく一致していることがわかる. 梁の振動応答に関しては実験装置の梁に取り付けた電極などの影響が減衰効果と

して表れていると考えられる．2 リンク機構のモデルに関しても妥当であることが確認できた. 以降, 式 3.29 に示したモデルを用いて制御系を設計することにする．

## 3・3　柔軟リンク機構における運動と振動の制御

本研究では 3・2 節で示したシステムの状態方程式に基づいて第 2 章でも用いた混合 $H_2/H_\infty$ 制御系を設計する．まず，3・2 節で示した柔軟リンク機構に対しスマート化について説明し, 次にモータと圧電アクチュエータのハイブリッド制御の考え方について説明する．

### 3・3・1　構造のスマート化

本研究では，スマート化の基礎となるセンサ/アクチュエータとして圧電フィルムを用いる．梁の両面に圧電フィルムを貼付し，片面をセンサ，もう一方をアクチュエータとして用いることにする．これにより，コロケーションが成立し直接速度フィードバックによる振動制御が可能となる[12]. また, 圧電フィルムセンサは梁のたわみ角を観測するので, 剛体運動を含まない振動成分のみを取り出すことができ, その出力はモード解析により得られたモデルに基づく出力フィードバック型のコントローラに入力される観測出力として都合がよい.

#### (i)　圧電フィルムの定式化

本研究では，前述したように振動制御の機構としてスマート構造を用い，スマート化の基礎となるセンサおよびアクチュエータを圧電フィルムにより構成する. ここでは，センサ／アクチュエータとしての圧電フィルムの基礎方程式を導出する．

① アクチュエータとしての圧電フィルム

本研究では，図 3.37 のような柔軟な梁構造に対して圧電フィルムを貼付する場合を考える．基礎方程式を導出する際，曲げ変形が生じたときの厚さ方向にわたっての歪分布について，梁内では線形分布，圧電フィルム内では一様分布と仮定する．

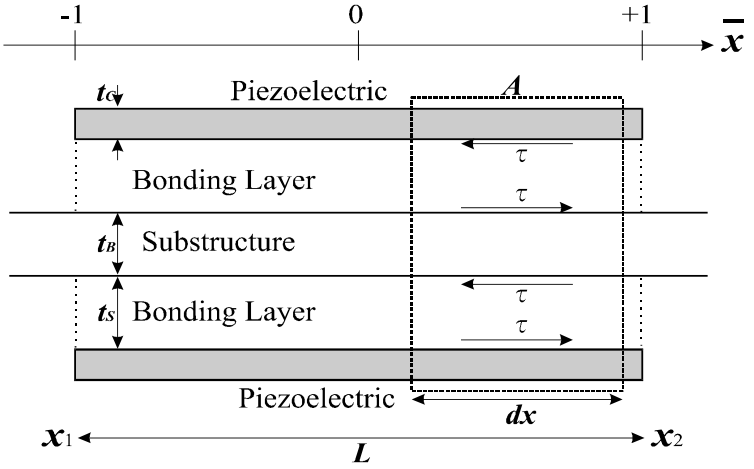



図 3.37　柔軟構造物と圧電フィルムの幾何学

図 3.37 の微小領域 における支配方程式は次式で表される．

$$\varepsilon_C = \frac{du_C}{dx} \equiv u_C' \tag{3.30}$$

$$\varepsilon_B^S = \frac{du_B}{dx} \equiv u_B^{S'} \tag{3.31}$$

$$\gamma = \frac{u_C - u_B^S}{t_S} \tag{3.32}$$

ここで，$\varepsilon_C, \varepsilon_B^S, u_C, u_B$ はそれぞれ圧電フィルムおよび構造物表面の歪，変位であり，$\gamma, t_S$ はそれぞれ接着層のせん断歪および厚さである．

微小領域 A における力のつりあいは，

$$\frac{d\sigma_C}{dx} - \frac{\tau}{t_C} = 0 \tag{3.33}$$

$$\frac{d\sigma_B^S}{dx} - \frac{\alpha\tau}{t_C} = 0 \tag{3.34}$$

となる．ここで$\sigma_C, \sigma_B^S, \tau, t_C$はそれぞれ圧電フィルム内の応力，構造物表面の応力，接着層のせん断応力および圧電フィルムの厚さである．$\alpha$ また，　の値は伸縮方向の変形をさせる場合は 2，構造物の両面に圧電フィルムを貼付して曲げ方向の変形をさせる場合は 6，片面だけに貼付し曲げ変形をさせる場合は 3 である．

歪と応力の関係は，$d_{31}V_0/t_C = \Lambda$ の関係を用いると

$$\sigma_C = E_C\left(\varepsilon_C - \frac{d_{31}V_a}{t_C}\right) = E_C\left(\varepsilon_C - \Lambda\right) \tag{3.35}$$

となる．ここで，$E_C, d_{31}, V_a, \Lambda$ はそれぞれ圧電フィルムのヤング率，延伸方向の圧電定数，入力電圧および圧電歪を表している．

構造物と接着層の歪と応力の関係は，

$$\sigma_B^S = E_B\varepsilon_B^S \tag{3.36}$$

$$\tau = G\gamma \tag{3.37}$$

となる．ここで，$E_B, G$ は構造物のヤング率および接着層の横弾性係数である．

$\bar{x}$ を圧電フィルムの中心を原点とする無次元化局所座標とし，式(3.30)～(3.37)より得られる 2 次の微分方程式をさらに微分すると次に示す 2 式の 4 次の微分方程式が得られる．

$$\frac{d^4\varepsilon_B^S}{d\bar{x}^4} - \Gamma^2\frac{d^2\varepsilon_B^S}{d\bar{x}^2} = 0 \tag{3.38}$$

$$\frac{d^4\varepsilon_C}{d\bar{x}^4} - \Gamma^2\frac{d^2\varepsilon_C}{d\bar{x}^2} = 0 \tag{3.39}$$

ここで，$\Gamma$ は無次元化せん断伝達パラメータであり，圧電フィルムの長さを $L$ とすると次式で表される．

$$\begin{aligned}\Gamma^2 &= \frac{G/E_C \cdot t_S/t_C}{\left(2t_S/L\right)^2}\left(\frac{\psi+\alpha}{\psi}\right) \\ &\equiv \frac{\bar{G}\theta_S}{\bar{t}_S^2}\left(\frac{\psi+\alpha}{\psi}\right)\end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\psi = \frac{E_B t_B}{E_C t_C} \equiv \bar{E}\theta_B \tag{3.41}$$

式(3.38)と(3.39)は 4 次の微分方程式であるが，非連成なので解析的に解くことができる．$B_1$ ～$B_4$ の 4 つの未定係数を用いると次式のようになる．

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_C \\ \varepsilon_B^S\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}B_1+\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}B_2\bar{x}+\begin{bmatrix}-\dfrac{\psi}{\alpha}\\1\end{bmatrix}B_3\sinh\Gamma\bar{x}+\begin{bmatrix}-\dfrac{\psi}{\alpha}\\1\end{bmatrix}B_4\cosh\Gamma\bar{x} \tag{3.42}$$

また，境界条件は次のようになる．

$\bar{x}=+1$ のとき $\varepsilon_C=\Lambda$ ，$\varepsilon_B^S=\varepsilon_B^{S+}$

$\bar{x}=-1$ のとき $\varepsilon_C=\Lambda$ ，$\varepsilon_B^S=\varepsilon_B^{S-}$

この境界条件を式(3.42)に代入すると，4 つの未定係数は式(3.43)のように決定される．次に，簡単のために完全接着を仮定すると式(3.42)は，式(3.44)のようになる．以上より圧電フィルムの両端に作用するせん断力 $F$ は式(3.45)となる．また，このせん断力による曲げモーメント $M$ は式(3.46)となる．

なお，式(3.40)の無次元化せん断伝達パラメータ $\Gamma$ の値が 30 以上であれば，接着層のせん断変形は微小となるため完全接着と仮定できる．

$$\begin{aligned}
B_1&=\frac{\psi}{\psi+\alpha}\left(\frac{\varepsilon_B^{S+}+\varepsilon_B^{S-}}{2}+\frac{\alpha\Lambda}{\psi}\right)\\
B_2&=\frac{\psi}{\psi+\alpha}\left(\frac{\varepsilon_B^{S+}-\varepsilon_B^{S-}}{2}\right)\\
B_3&=\frac{\psi}{(\psi+\alpha)\sinh\Gamma}\left(\frac{\varepsilon_B^{S+}-\varepsilon_B^{S-}}{2}\right)\\
B_4&=\frac{\psi}{(\psi+\alpha)\cosh\Gamma}\left(\frac{\varepsilon_B^{S+}+\varepsilon_B^{S-}}{2}-\Lambda\right)
\end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\varepsilon_B=\varepsilon_C=\frac{\psi}{\psi+\alpha}\left(\frac{\varepsilon_B^{S+}+\varepsilon_B^{S-}}{2}+\frac{\varepsilon_B^{S+}-\varepsilon_B^{S-}}{2}\bar{x}\right)+\frac{\alpha}{\psi+\alpha}\Lambda \tag{3.44}$$

$$F=-E_Bt_Bb\frac{1}{\psi+\alpha}\left[\left(\frac{\varepsilon_B^{S+}+\varepsilon_B^{S-}}{2}+\frac{\varepsilon_B^{S+}-\varepsilon_B^{S-}}{2}\bar{x}\right)+\frac{\alpha}{\psi}\Lambda\right] \tag{3.45}$$

$$M=Ft_B \tag{3.46}$$

② センサとしての圧電フィルム

次に，圧電フィルムをセンサとして用いるときの基礎方程式を導出する．電圧基礎式は次式で与えられる．

$$\mathbf{D}=\mathbf{d\Gamma}+\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{E} \tag{3.47}$$

ここで$\mathbf{D},\mathbf{T},\mathbf{E},\mathbf{d},\boldsymbol{\varepsilon}$はそれぞれ電気変位ベクトル，応力ベクトル，電界ベクトル，圧電定数マトリックスおよび誘電率マトリックスである．式(3.47)において$\mathbf{D}$を零とおけば，開ループの場合の式が得られる．

$$\mathbf{E} = -\boldsymbol{\varepsilon}^{-1}\mathbf{d}\mathbf{T} \tag{3.48}$$

このうち，本研究で考慮する$z$方向の成分$E_Z$は，

$$E_z = -\frac{d_{31}E_C}{\varepsilon}\varepsilon_C \tag{3.49}$$

となる．ここで，$\varepsilon$は圧電フィルムの誘電率である．圧電フィルム中の電気ポテンシャル$\Phi$は電界$E_Z$を厚さ方向に積分した値に等しく，次式となる．

$$\Phi = \int_z E_z dz = -\frac{d_{31}E_C}{\varepsilon}\varepsilon_C t_C \tag{3.50}$$

これを，圧電フィルムの全表面について平均すれば，センサ出力$V_S$が求められる．

$$V_s = \frac{1}{S}\int_s \Phi ds = \frac{1}{L}\int_0^L \Phi dx \tag{3.51}$$

ここで，$S$はセンサの表面積，$L$は圧電フィルムの長さである．式(3.51)に式(3.50)を代入し，完全接着の場合について$V_S$を計算すれば次式となる．

$$V_s = \frac{1}{2}\frac{t_C t_B}{L}\frac{d_{31}E_C}{\varepsilon}\left(\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x_1} - \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x_2}\right) \tag{3.52}$$

ただし，完全接着の場合には次式が成立することを用いた．

$$\varepsilon_B = \varepsilon_C = -\frac{t_B}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{3.53}$$

**(ii) 梁の有限要素モデルへの対応**

圧電フィルムからの入力を 3.2 節においてモデル化した梁に対する制御入力として扱うための変換式を導出する．式(3.53)において，次の近似式を用いる．

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right|_x = \frac{1}{\Delta x}\left(\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x+\Delta x} - \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_x\right) \tag{3.54}$$

また，梁モデルにおける$k$番目の節点における圧電フィルム出力$y_{kP} \in R^{p1}$は次式のようになる．

$$y_{kP} = C_{kPt}\mathbf{x} \tag{3.55}$$

ここで，$C_{kPt} \in R^{p1\times n1}$は$k$番目の節点における圧電フィルム項出力行列，$\mathbf{x}$はモデルにおける状態変数である．式(3.54)および(3.55)より，圧電フィルムの両端部$(\bar{x}=\pm 1)$における梁の歪$\varepsilon B^{S+}$，$\varepsilon B^{S-}$は，

$$\varepsilon_B^{S+} = -\frac{t_B}{2l}\left(y_{11P} - y_{10P}\right) = -\frac{t_B}{2l}\left(C_{11Pt} - C_{10Pt}\right)\mathbf{x} \tag{3.56}$$

$$\varepsilon_B^{S-} = -\frac{t_B}{2l}\left(y_{2P} - y_{1P}\right) = -\frac{t_B}{2l}\left(C_{2Pt} - C_{1Pt}\right)\mathbf{x} \tag{3.57}$$

となる．ここで，$l$は隣合う 2 節点間の距離である．圧電フィルムが$\bar{x}=+1,-1$に作用させる曲げモーメントをそれぞれ$M^+$，$M^-$とすると，梁に作用させる制御入力ベクトル$\mathbf{u}_1$は次式となる．

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_1 &= \begin{Bmatrix} M^- \\ M^+ \end{Bmatrix} = E_B t_B^2 b \frac{\alpha d_{31}}{\psi(\psi+\alpha)t_C}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}\mathbf{u}_P - \frac{E_B t_B^3 b}{2l(\psi+\alpha)}\begin{bmatrix} C_{2Pt} - C_{1Pt} \\ -\left(C_{11Pt} - C_{10Pt}\right) \end{bmatrix}\mathbf{x} \\ &= \mathbf{B}_P\mathbf{u}_P - \mathbf{F}_P\mathbf{x}\end{aligned} \tag{3.58}$$

### 3・3・2　ハイブリッド制御

スマート化柔軟リンク機構に対して，モータと圧電フィルムによって位置決めおよび振動の制御を行うことを考える．過去の研究において[15]，モータにより位置決めを行い圧電フィルムにより制振を行う手法を採用した．従来の方法では，ある程度の振動振幅に対して確かな効果は認められたものの圧電フィルムより発生できる力に制約があったため振動が収束するまでに比較的長い時間がかかった．そこで，本研究では振動制御をモータと圧電アクチュエータの両方で行う手法を提案する．モータのみの振動制御では，高次モードに対しては反応速度の問題から対応できず，低次モードに関してもその振幅がある値よりも小さくなってしまった場合，その振動をフィードバックして得られる制御入力電圧がモータの最低起動電圧よりも小さいためモータが有効に動作しない．そこで，これに圧電フィルムによる制振制御を組み合わせることによりモータでは制御できない振動に対しても高い効果が得られると考えられる．すなわち，モータにより各関節に位置決めおよび低次モードの制振を行い，さらに高次モードやモータの不感帯となる微小な振動に対する制振制御を圧電フィルムにより行う．

**(i) 混合 $H_2/H_\infty$制御問題**

まず，各関節のモータの角速度，角変位，梁先端のたわみ角速度をフィードバックし，モータを駆動することにより位置決めおよび梁の 1 次モードに対する制振を行う．ここで，コントローラを第 2 章で述べたように LMI の手法により混合 $H_2/H_\infty$制御問題を解くことによって設計する．図 3.38 に制御対象と制御系のブロック線図を示す.

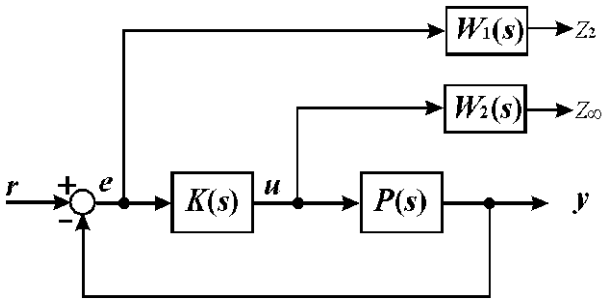



図 3.38　制御系のブロック線図

図 3.38 において $\mathbf{P}(s)$ は制御対象である柔軟リンク機構，$\mathbf{K}(s)$ はコントローラ，$\mathbf{z}_2$ は各関節の角度および梁のたわみ角速度に関する評価量，$\mathbf{z}_\infty$ はロバスト安定性能に関する評価量，$\mathbf{W}_1$ および $\mathbf{W}_2$ は各性能に関する周波数重み関数である．$\mathbf{r}$ は制御指令値であり，ここでは位置に関する指令値である．$\mathbf{y}$ は，制御対象からの出力，$\mathbf{e}$ は $\mathbf{r}$ と $\mathbf{y}$ の誤差，$\mathbf{u}$ はプラントへの制御入力を表している．

次に LMI に基づいて，制御系を設計するために周波数重み関数 $\mathbf{W}_i(i=1,2)$ を

$$\mathbf{W}_i := \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{wi} & \mathbf{B}_{wi} \\ \hline \mathbf{C}_{wi} & \mathbf{D}_{wi} \end{array}\right] \tag{3.59}$$

として与え，$\mathbf{z}_2$ および $\mathbf{z}_\infty$ を定義する．$\mathbf{W}_1$ は低周波数領域に対して有効な制御性能が得られるように，$\mathbf{W}_2$ は高周波数領域に対して有効なロバスト安定性が実現されるように設定する．また，2 リンクの場合，肘関節の角度の変化により系が変化するため時変系となるが，目標角度付近まではほぼ最大電圧でモータを駆動することになるので，目標角度に瞬時に切り替わるとして，時変形としてのリンク機構のモデルと表現する．制御対象のシステムは次のように記述される．

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{A}\mathbf{q} + \mathbf{B}_1\mathbf{r} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} \\
\mathbf{z}_\infty &= \mathbf{C}_\infty\mathbf{q} + \mathbf{D}_{\infty 1}\mathbf{r} + \mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{u} \\
\mathbf{z}_2 &= \mathbf{C}_2\mathbf{q} + \mathbf{D}_{21}\mathbf{r} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u} \\
\mathbf{y} &= \mathbf{C}_\mathrm{y}\mathbf{q} + \mathbf{D}_\mathrm{y}\mathbf{r}
\end{aligned}
\tag{3.60}
$$

ここで，各係数行列は，以下のようになる．

$$
\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\mathrm{g} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{\mathrm{w}1}\mathbf{C}_\mathrm{g} & \mathbf{A}_{\mathrm{w}1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\mathrm{w}2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{w}1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{2\mathrm{g}} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{\mathrm{w}2} \end{bmatrix}
$$

$$
\mathbf{C}_\infty = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathrm{w}2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\infty 1} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{D}_{\infty 2} = \mathbf{D}_{\mathrm{w}2}
$$

$$
\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{\mathrm{w}1}\mathbf{C}_\mathrm{g} & \mathbf{C}_{\mathrm{w}1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{21} = \mathbf{D}_{\mathrm{w}1}, \quad \mathbf{D}_{22} = \mathbf{0}
$$

$$
\mathbf{C}_\mathrm{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\mathrm{g} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_\mathrm{y} = \mathbf{0}
$$

ここで，$\mathbf{A}_g, \mathbf{B}_g, \mathbf{C}_g$ は 3.2 節で示したシステム行列から制御系設計に影響のない変数を削除し低次元化した行列である．上記のシステム行列に基づいて，線形時不変系として制御系を設計する．

本研究では，ロバスト安定性を満足しながらかつ所望の目標値追従性能を達成するために，与えられた$\gamma$に対してに対して制御指令値$\mathbf{r}$から制御量$\mathbf{z}_\infty$までの伝達関数行列$\mathbf{T}_{z_\infty r}(s)$の $H_\infty$ノルム制約$\left\|\mathbf{T}_{z_\infty r}(s)\right\| < \gamma$を満足しながら，$\mathbf{r}$から制御量$\mathbf{z}_2$までの $H_2$ ノルム，$\left\|\mathbf{T}_{z_2 r}(s)\right\|_2$を最小にするコントローラ$\mathbf{K}(s)$を LMI に基づいて設計する．ここで，設計された出力フィードバックによる動的補償器$\mathbf{K}(s)$は次式の状態方程式で表される．

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\varsigma}} &= \mathbf{A}_\mathrm{k}\boldsymbol{\varsigma} + \mathbf{B}_\mathrm{k}(\mathbf{r} - \mathbf{y}) \\
\mathbf{u} &= \mathbf{C}_\mathrm{k}\boldsymbol{\varsigma} + \mathbf{D}_\mathrm{k}(\mathbf{r} - \mathbf{y})
\end{aligned}
\tag{3.61}
$$

式(3.61)の動的補償器を用いたときの制御指令値$\mathbf{r}$から$\mathbf{z}_\infty$，$\mathbf{z}_2$までの閉ループ系の状態方程式は，次式のように表される．

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{q}}_\mathrm{cl} &= \mathbf{A}_\mathrm{cl}\mathbf{q}_\mathrm{cl} + \mathbf{B}_\mathrm{cl}\mathbf{r} \\
\mathbf{z}_\infty &= \mathbf{C}_{\mathrm{cl}1}\mathbf{q}_\mathrm{cl} + \mathbf{D}_{\mathrm{cl}1}\mathbf{r} \\
\mathbf{z}_2 &= \mathbf{C}_{\mathrm{cl}2}\mathbf{q}_\mathrm{cl} + \mathbf{D}_{\mathrm{cl}2}\mathbf{r}
\end{aligned}
\tag{3.62}
$$

ここで，$\mathbf{q}_\mathrm{cl} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^\mathrm{T} & \boldsymbol{\varsigma}^\mathrm{T} \end{bmatrix}^\mathrm{T}$であり，各係数行列は，次式のように表せる．

$$\mathbf{A}_{\mathbf{cl}}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}-\mathbf{B}_2\mathbf{D}_\mathbf{k}\mathbf{C}_\mathbf{y} & \mathbf{B}_2\mathbf{C}_\mathbf{k}\\ -\mathbf{B}_\mathbf{k}\mathbf{C}_\mathbf{y} & \mathbf{A}_\mathbf{k}\end{bmatrix}\quad,\quad \mathbf{B}_{\mathbf{cl}}=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2\mathbf{D}_\mathbf{k}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}_\mathbf{y}\right)\\ \mathbf{B}_\mathbf{k}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}_\mathbf{y}\right)\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{cl1}}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_\infty-\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{D}_\mathbf{k}\mathbf{C}_\mathbf{y} & \mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{C}_\mathbf{k}\end{bmatrix}\quad,\quad \mathbf{D}_{\mathbf{cl1}}=\left[\mathbf{D}_{\infty 1}+\mathbf{D}_{\infty 2}\mathbf{D}_\mathbf{k}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}_\mathbf{y}\right)\right]$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{cl2}}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_2-\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_\mathbf{k}\mathbf{C}_\mathbf{y} & \mathbf{D}_{22}\mathbf{C}_\mathbf{k}\end{bmatrix}\quad,\quad \mathbf{D}_{\mathbf{cl2}}=\left[\mathbf{D}_{21}+\mathbf{D}_{22}\mathbf{D}_\mathbf{k}\left(\mathbf{I}-\mathbf{D}_\mathbf{y}\right)\right]$$

**(ii) 直接速度フィードバック型の振動制御**

リンクの両面に圧電フィルムを貼付し，片面をセンサ，他面をアクチュエータとして用いることを考える．このとき，センサとアクチュエータは同位置に配置されており，さらに式(3.45)および(3.46)よりアクチュエータ用の圧電フィルムは，入力電圧に比例したモーメントをその両端部に作用させ，式(3.52)よりセンサ用の圧電フィルムは，その両端部のたわみ角の差に比例した電圧を出力することがわかる．このことから，圧電フィルムセンサとアクチュエータの間にはコロケーションが成立する．したがって，Local Collocated Feedback を振動制御則として用いることができる．本研究では，この代表例であり多くの振動モードに対して減衰効果を増大させることに有望な，直接速度フィードバック(DVFB)型の振動制御則を用いる．

DVFB 型の振動制御則で用いる出力 $y_{1P}$ を次式として記述する．

$$y_{\mathbf{1P}}=\mathbf{C}_{\mathbf{1Pt}}\mathbf{x} \tag{3.63}$$

ここで，$\mathbf{C}_{\mathbf{1Pt}}$ は制御出力を抽出する行列である．このときの振動に関する制御入力 $u_P$ は，

$$u_P=K_P y_{1P} \tag{3.64}$$

となる．ここで，コントローラ $K_P$ は定数（負のフィードバックゲイン）となる．

本研究では，出力 $y_{1P}$ はセンサ用圧電フィルムの出力電圧(梁のたわみ角に比例した値)の微分値とする．

**(iii) ハイブリッド制御**

第 2 章に示した制御を各関節のモータに，(2)に示した制御を圧電フィルムアクチュエータに用いて図 3.39 のような制御系を適用する．この図において $\mathbf{K}_M(s),\mathbf{K}_P(s)$ はそれぞれ混合 $H_2/H_\infty$ コントローラおよび直接速度フィードバック

コントローラを表す．また，フィードバックされる $\mathbf{y}_M$ はモータの角速度･角度および梁先端のたわみ角速度を含むベクトルであり，$\mathbf{y}_P$ は梁先端のたわみ角速度を含むベクトルである．

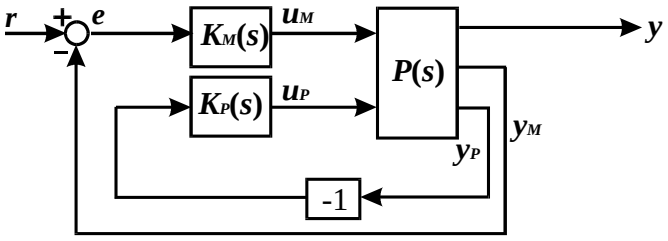



図 3.39 運動および振動に関する制御系のブロック線図

3.4 節において，この制御系を 1 リンク機構および 2 リンク機構に適用した場合のシミュレーション結果および実験結果を示し，その有効性を確認する．

## 3・4　シミュレーションおよび実験による検討

### 3・4・1　実験装置の概要

制御対象は，3・2 節において示した柔軟リンク機構である．圧電フィルムの諸元を表 3.4 に示す．圧電フィルムの最大入力電圧は±600V であるが，コンピュータ上では最大±5V の電圧しか出力できないために増幅器を用いて電圧を増幅させる．増幅器は，メステック（株）製の高出力増幅器を用いる．これにより，電圧を 120 倍まで増幅することが可能になる．観測可能な状態量は，モータに付属しているエンコーダからの回転角変位出力，センサ用圧電フィルム出力である．モータの制御については，エンコーダからの角変位出力と指令値との偏差およびセンサ用圧電フィルムの出力を用いて，コンピュータ上で動的補償器に関する計算をし，モータへの制御入力を求める．圧電フィルムの制御については，センサ用の圧電フィルム出力から直接速度フィードバックに関する計算を行い，圧電フィルムへの制御入力を求める．求めた制御入力電圧をそれぞれ増幅器を経て，サーボモータおよび圧電フィルムに入力し，運動および振動の制御を行う．また制御周期は 1ms である．

表 3.4　圧電フィルムの材料特性

| | | |
|---|---|---|
| 厚さ | (mm) | $4.0\times10^{-2}$ |
| ヤング率 | (GPa) | 3.1 |
| 圧電定数 | (mm/V) | $1.24\times10^{-7}$ |
| 比誘電率 | | 13 |

### 3・4・2　1 リンク機構への適用

表面にセンサおよびアクチュエータとして用いる圧電フィルムを貼付した 1 リンク機構に対して，3・3 節に示した制御系を適用した場合のシミュレーション結果および実験結果を示す．また，$\mathbf{W}_1$ はモータの角変位について 10Hz のローパスフィルタ，梁の振動について 20Hz のローパスフィルタを用いる．$\mathbf{W}_2$ はそれぞれ同様の周波数のハイパスフィルタを用いる．

図 3.40 のようにモータの目標角度を 90°とした場合について，シミュレーション結果および実験結果を示す．非制御時にはモータの角変位が目標角度になるように 12V のステップ入力をモータに対して入力している．

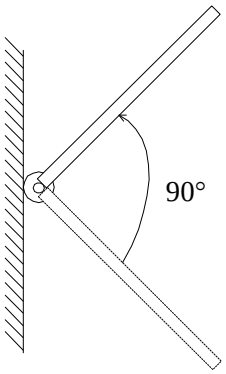
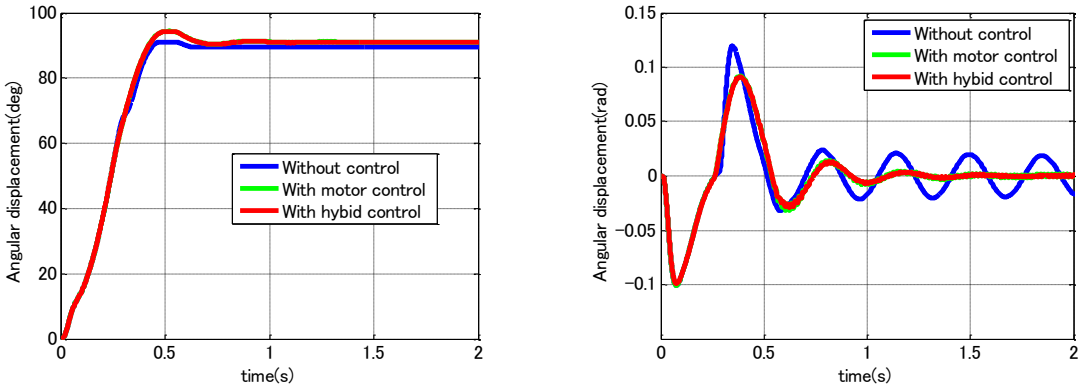
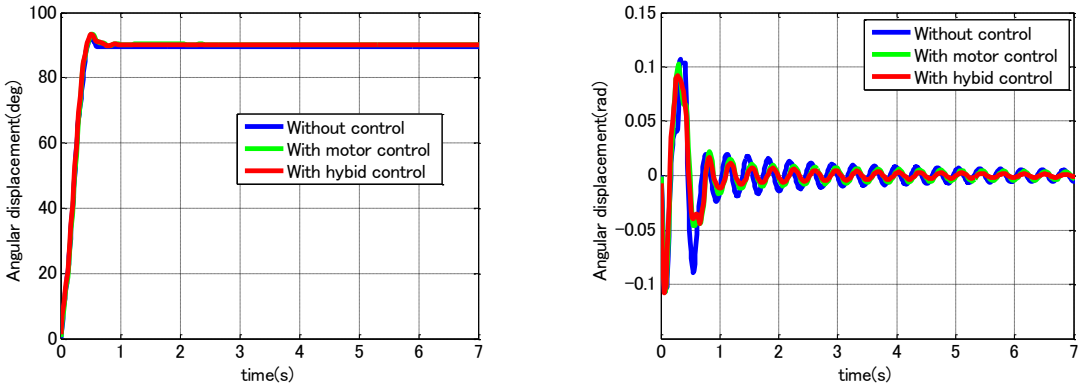



図 3.40　1 リンク機構の運転パターン




(a)　モータの角変位　　(b)　梁先端の角変位

図 3.41　シミュレーション結果(1 リンク機構)




(a)　モータの角変位　　(b)　梁先端の角変位

図 3.42　実験結果(1 リンク機構)

図 3.41 がシミュレーション結果であり，図 3.42 が実験結果である．図 3.41 において制御が有効に働いていることがわかる．また，図 3.42 の実験結果においても

シミュレーション結果と同様の傾向を示している．図 3.42(b)において，まず起動から 1 秒後までについてはモータによる制御の効果が大きく，1 秒後以降のモータの不感帯に入る梁の残留振動に関しては, 非制御時とモータのみの制御の場合で減衰はほぼ一致しているが, ハイブリッド制御においては減衰効果が高まり，振動の収束性が向上している. 角変位についてわずかに偏差が残っているがこれもモータの不感帯の影響による．これらの結果より，1 リンク機構に対してハイブリッド制御が有効であることが確認できた.

### 3・4・3　2 リンク機構への適用

各リンクにセンサおよびアクチュエータとして用いる圧電フィルムを貼付した 2 リンク機構に対して検討を行う．ここでは，目標角度からの偏差に比例する入力電圧をモータに印加するマイナーループによる位置決め制御(角度制御)，アクチュエータとしてモータのみを用いた場合の動的補償器による制御およびハイブリッド制御を適用した場合のシミュレーション結果および実験結果を示す．以下，$\theta_1^*$ および$\theta_2^*$はそれぞれモータ 1 およびモータ 2 の目標角度を表す．また，$\mathbf{W}_1$ はモータの角変位について 10Hz のローパスフィルタ，梁 1 の振動について 20Hz のローパスフィルタ，梁 2 の振動について 40Hz のローパスフィルタを用いる．$\mathbf{W}_2$ はそれぞれ同様の周波数のハイパスフィルタを用いる.

振動応答に関するグラフは圧電フィルムアクチュエータの制振効果を見るためにそれぞれ梁のたわみ角変位をあらわしているが，絶対座標上で梁 2 における先端の変位を測定した場合，梁 1 の振動が増幅された形で観測される.

① パターン **1**$\left(\theta_1^* = 60°, \theta_2^* = 0°\right)$

まず，図 3.43 に示すように，モータ 1 の目標角度を 60°，モータ 2 の目標角度を 0°とした場合のシミュレーション結果および実験結果をそれぞれ図 3.44 および図 3.45 に示す.

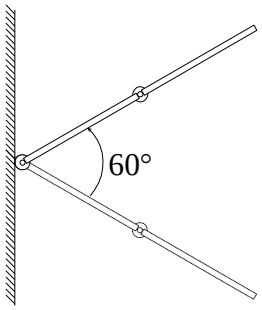
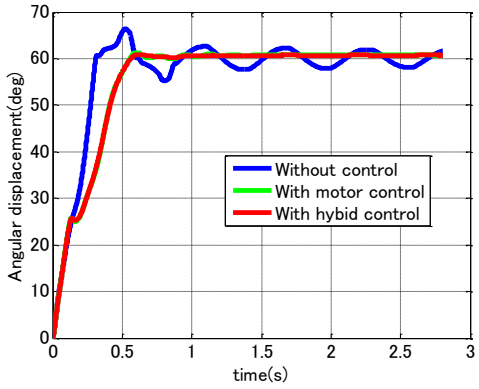
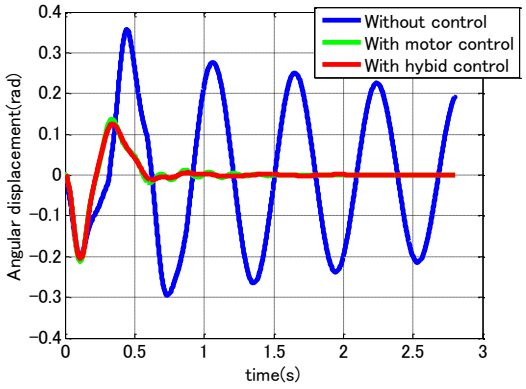


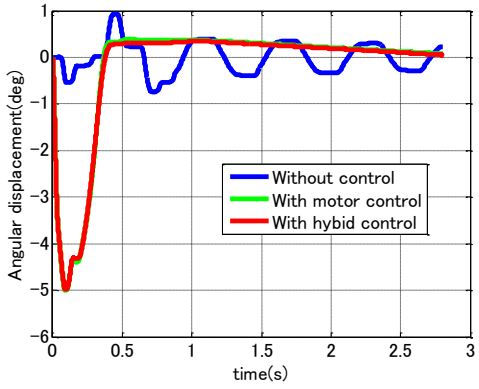

図 3.43　パターン 1$\left(\theta_1^* = 60°, \theta_2^* = 0°\right)$



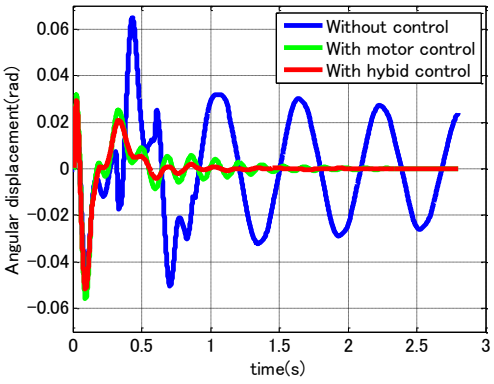

(a)　モータ 1 の角変位




(b)　梁 1 先端の角変位




(c)　モータ 2 の角変位

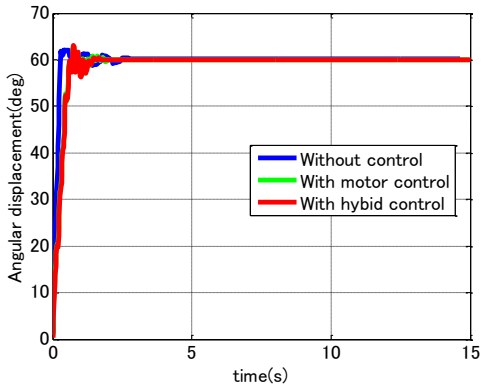



(d)　梁 2 先端の角変位

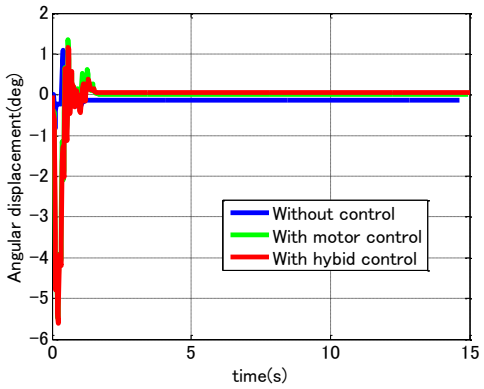
図 3.44 シミュレーション結果(パターン 1)

まず，シミュレーション結果を図 3.44 に示す．図 3.44 (a)〜(d)よりモータのみによる制御とハイブリッド制御においては動的補償器が有効に作用し梁の 1 次モードの振動を抑制していることがわかる．さらに，ハイブリッド制御においては圧電フィルムの効果によりモータのみの制御と比べて残留振動が急速に収束していることがわかる．

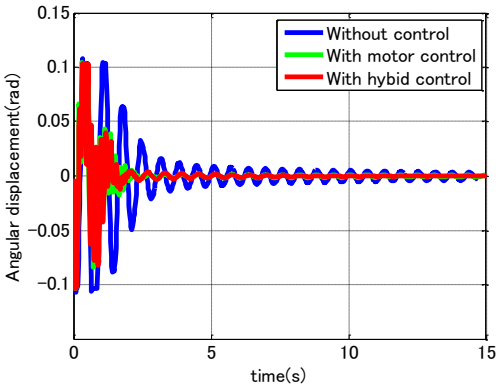
次に、実験結果を図 3.45 に示す．図 3.45 (a)および図 3.45 (b)よりいずれの制御法でも位置決めに関しては良好な性能を発揮していることがわかる．また，図 3.45 (c)より動的補償器によるモータの制御が有効に機能して梁 1 の振動が抑制されていることがわかる．さらに図 3.45 (e)は図 3.45 (c)の縦軸を拡大したものであるが，ハイブリッド制御に関しては残留振動も比較的早く収束していることがわかる．図 3.45 (d)より梁 2 の振動に関してはあまり効果的に初期の振動を抑制できていないことがわかる．これは，図 3.45(c)，(d)から分かるとおり，梁 1 の振動が支配的でありモータ 2 が梁 1 の振動を抑制する方向に働いたためと思われる．図 3.45 (f) は図 3.45 (d)の縦軸を拡大したものであるが，残留振動に関してはやはり比較的早く収束していることがわかる．



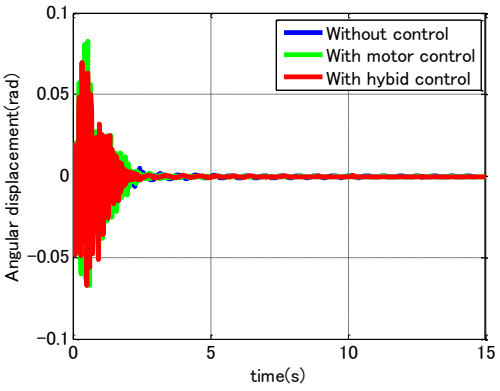

(a)　モータ 1 の角変位



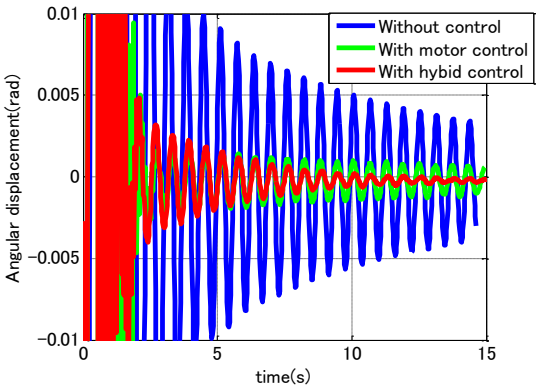

(b)　モータ 2 の角変位



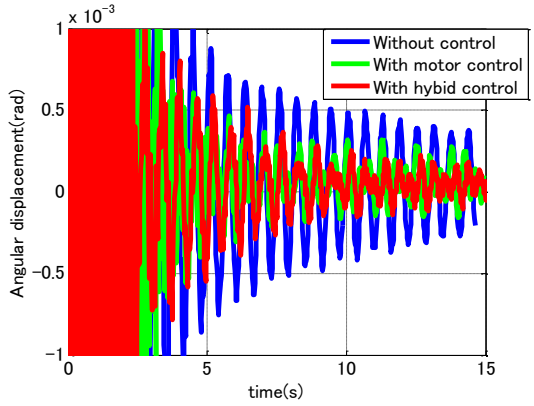

(c)　梁 1 先端の角変位




(d)　梁 2 先端の角変位




(e)　梁 1 先端の角変位(拡大)




(f)　梁 2 先端の角変位(拡大)

図 3.45　実験結果(パターン 1)

② **パターン 2**$\left(\theta_1^* = 0°, \theta_2^* = 30°\right)$

つぎに，図 3.46 に示すようにモータ 1 の目標角度を 0°，モータ 2 の目標角度を 30°とした場合について，シミュレーション結果および実験結果をそれぞれ図 3.47 および図 3.48 に示す．

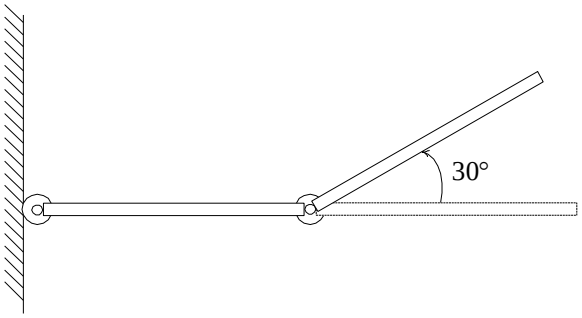
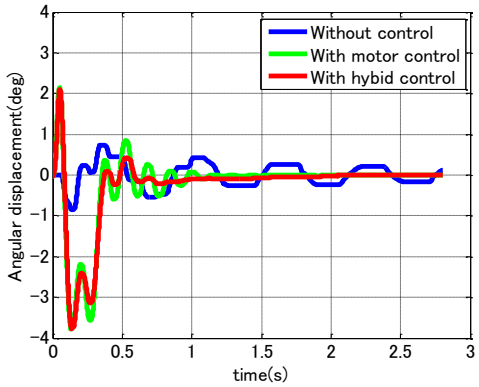
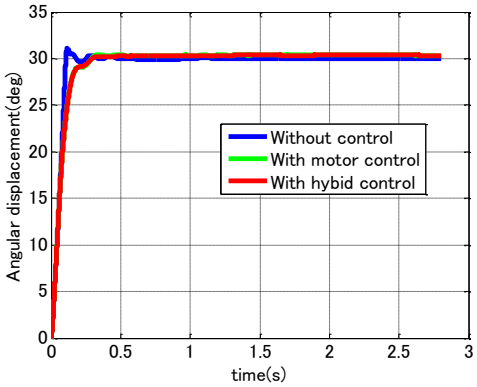



図 3.46　パターン 2$\left(\theta_1^* = 0°, \theta_2^* = 30°\right)$

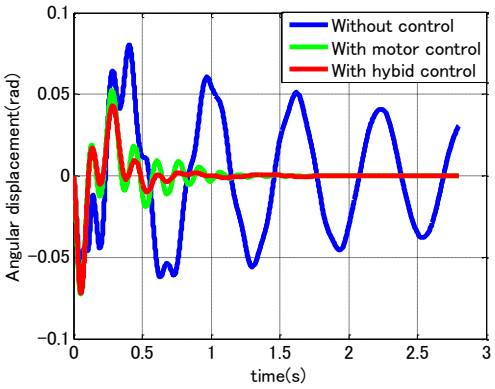
シミュレーション結果を図 3.47 に，実験結果を図 3.48 にぞれぞれ示す．パターン 1 の場合と同様に，シミュレーションと実験結果は同様の傾向を示し，ハイブリッド制御が有効に機能していることがわかる．



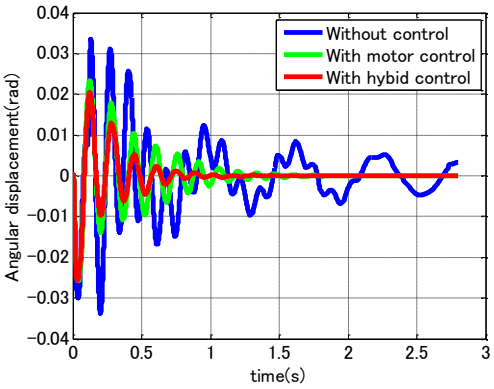

(a)　モータ 1 の角変位




(b)　モータ 2 の角変位

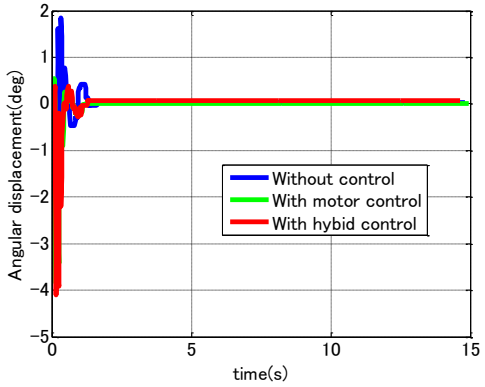



(c)　梁 1 先端の角変位

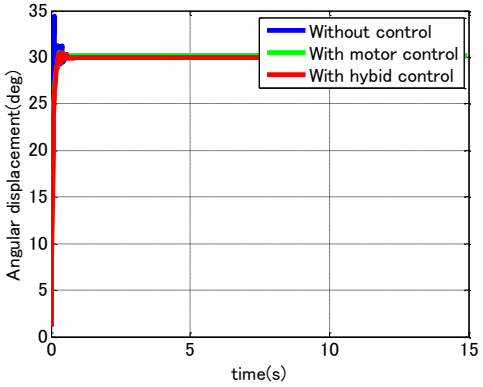



(d)　梁 2 先端の角変位

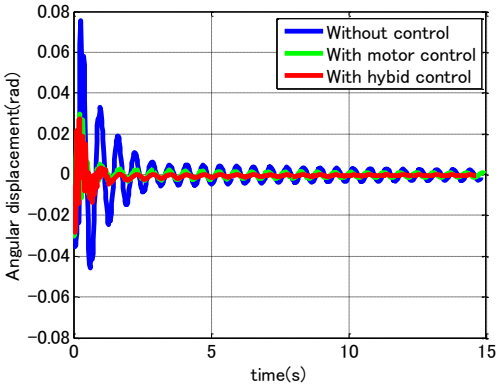
図 3.47　シミュレーション結果(パターン 2)



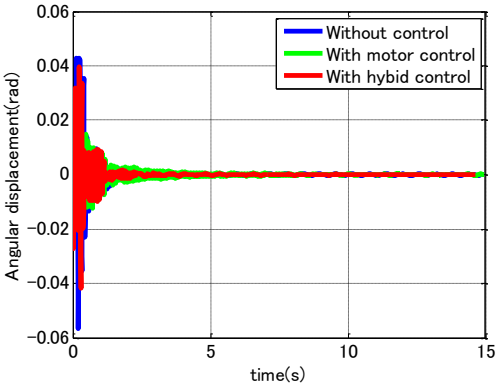

(a)　モータ 1 の角変位



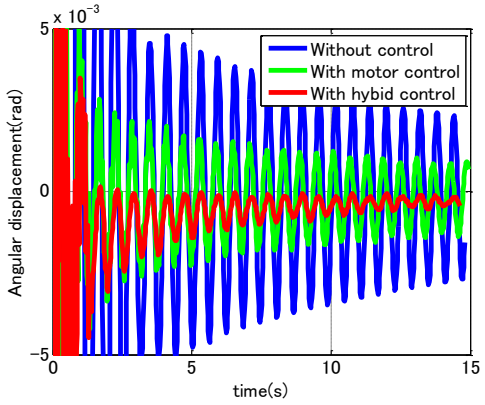

(b)　モータ 2 の角変位



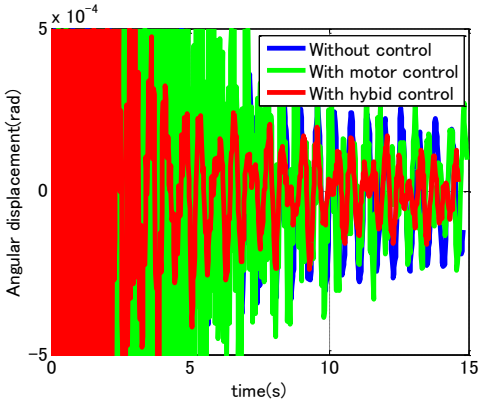

(c)　梁 1 先端の角変位




(d)　梁 2 先端の角変位




(e)　梁 1 先端の角変位(拡大)




(f)　梁 2 先端の角変位(拡大)

図 3.48　実験結果(パターン 2)

③ パターン $3\left(\theta_1^* = -45°,\ \theta_2^* = 90°\right)$

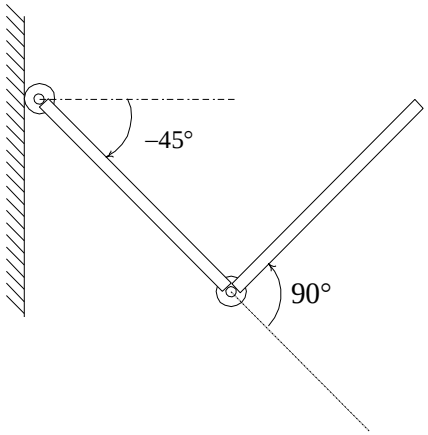
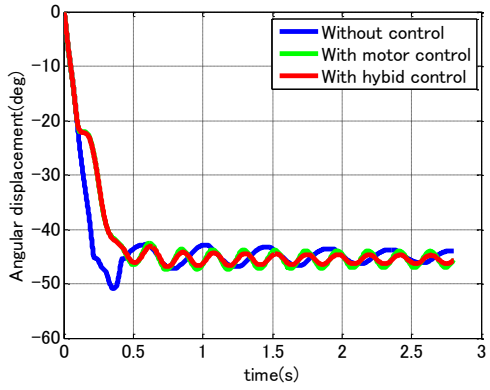
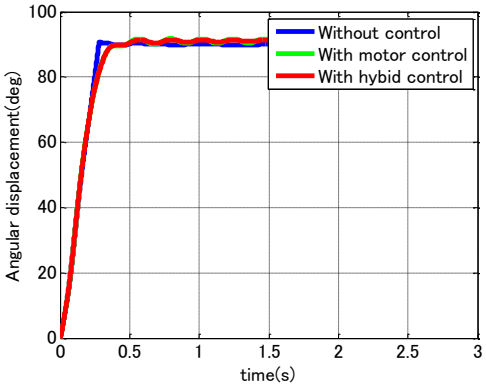



図 3.49　パターン $3\left(\theta_1^* = -45°,\ \theta_2^* = 90°\right)$

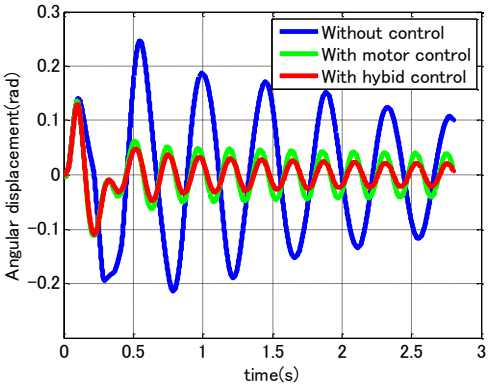
次に，図 3.49 に示すように，モータ 1 の目標角度を−45°，モータ 2 の目標角度を 90°とした場合についてシミュレーション結果および実験結果をそれぞれ図 3.50 および図 3.51 に示す．この場合においても，ハイブリッド制御手法は，良好な位置決め･制振性能を発揮していることがわかる．



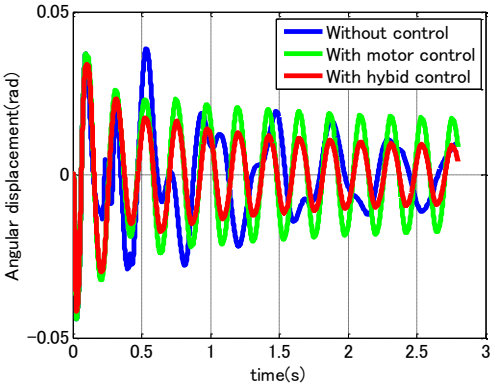

(a)　モータ 1 の角変位




(b)　モータ 2 の角変位

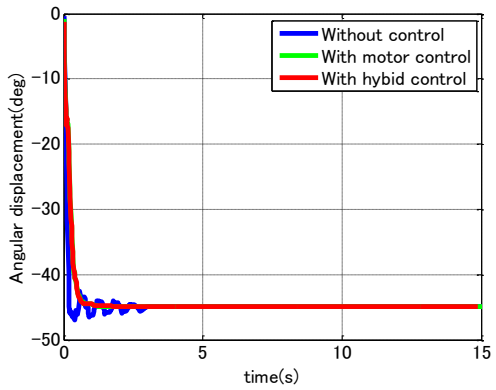



(c)　梁 1 先端の角変位

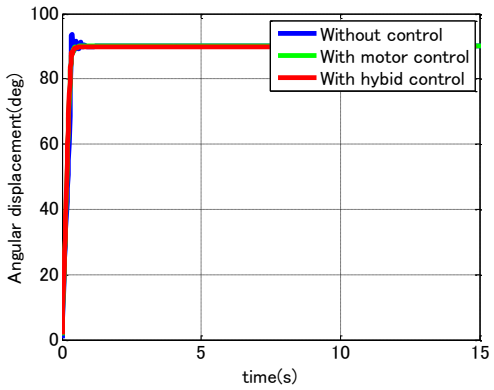



(d)　梁 2 先端の角変位

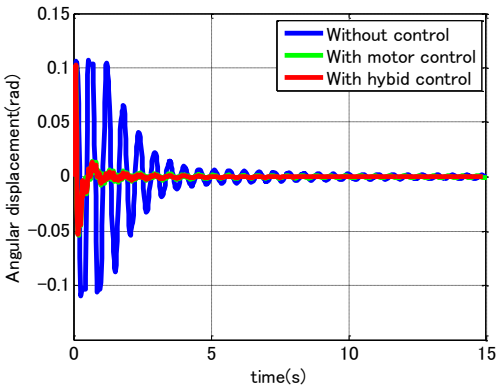
図 3.50　シミュレーション結果(パターン 3)



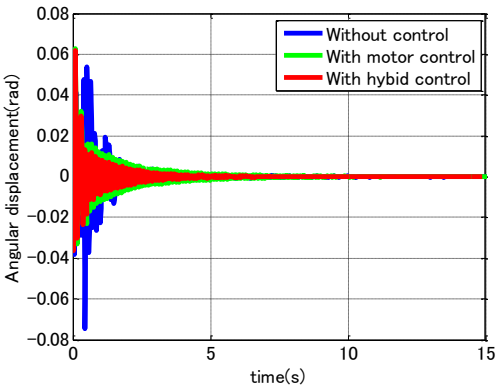

(a)　モータ 1 の角変位



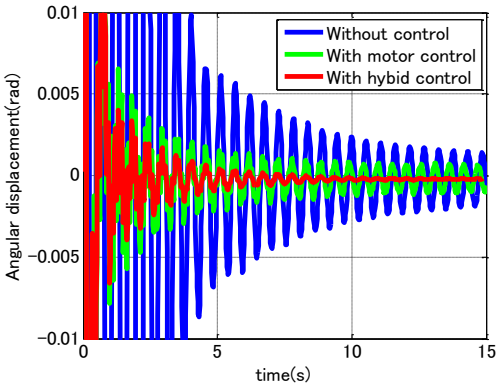

(b)　モータ 2 の角変位



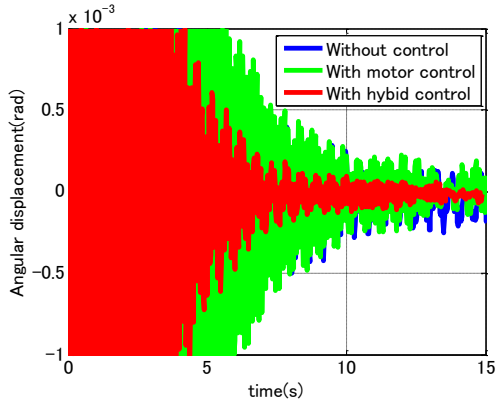

(c)　梁 1 先端の角変位




(d)　梁 2 先端の角変位




(e)　梁 1 先端の角変位(拡大)




(f)　梁 2 先端の角変位(拡大)

図 3.51　実験結果(パターン 3)

④ **パターン 4**$\left(\theta_1^* = 45°, \theta_2^* = 30°\right)$

最後に，図 3.52 に示すようにモータ 1 の目標角度を 45°，モータ 2 の目標角度を 30°とした場合のシミュレーションおよび実験結果をそれぞれ図 3.53 および図 3.54 に示す.

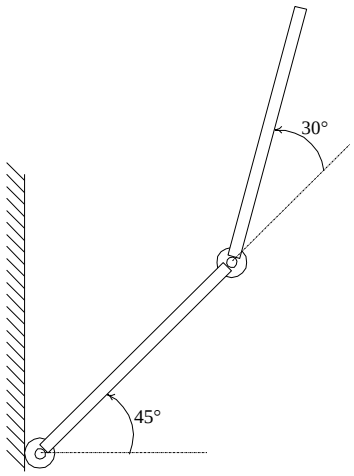
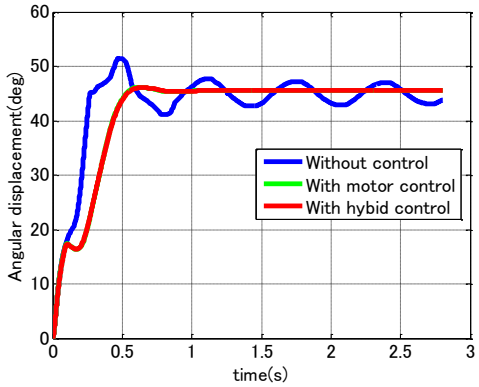
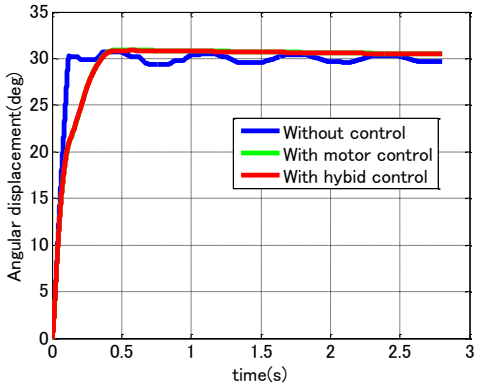


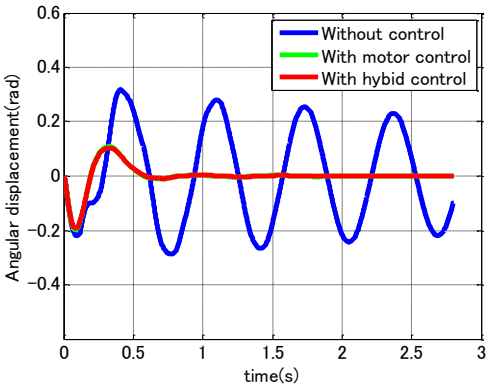

図 3.52　パターン 4$\left(\theta_1^* = 45°, \theta_2^* = 30°\right)$



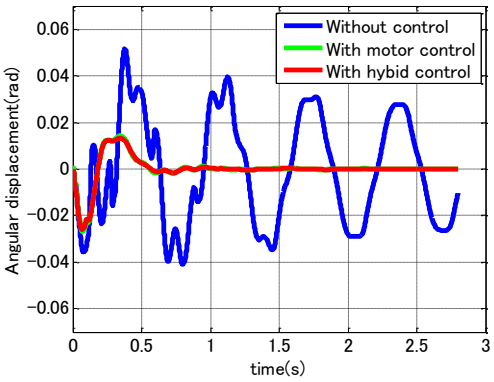

(a) モータ 1 の角変位




(b)　モータ 2 の角変位

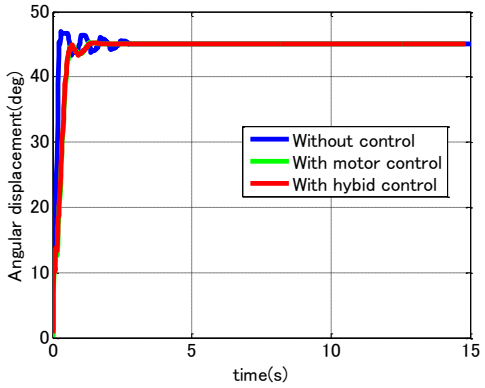



(c)　梁 1 先端の角変位

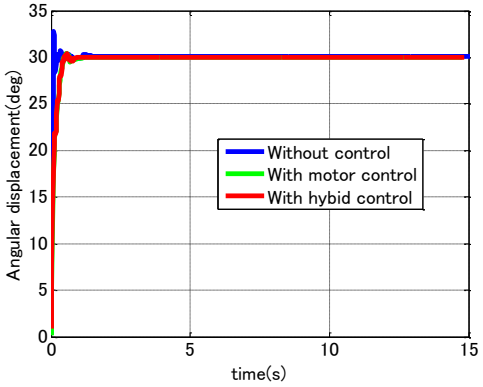



(d)　梁 2 先端の角変位

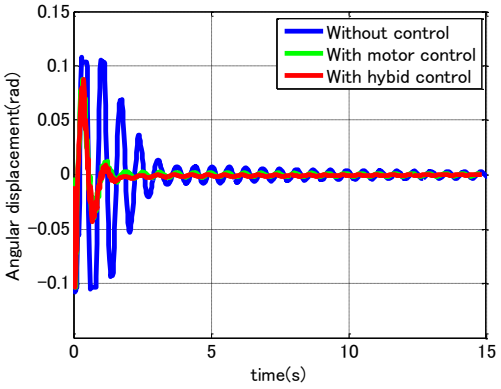
図 3.53 シミュレーション結果(パターン 4)



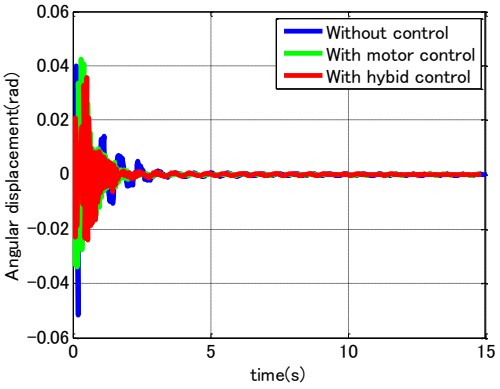

(a)　モータ 1 の角変位



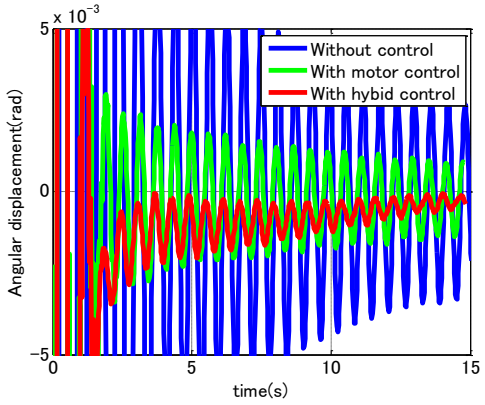

(b)　モータ 2 の角変位



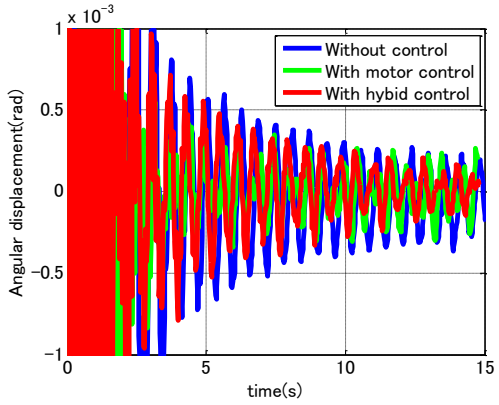

(c)　梁 1 先端の角変位




(d)　梁 2 先端の角変位




(e)　梁 1 先端の角変位(拡大)




(f)　梁 2 先端の角変位(拡大)

図 3.54　実験結果(パターン 4)

この場合も, ハイブリッド制御がもっとも良好な位置決めおよび制振制御性能を示していることがわかる．どのパターンにおいても梁 1 の振動が支配的であり，梁 2 に振動に関して多少制振効果が劣化する分，梁 1 の振動を重点的に収束させるように各関節のモータが運動していることがわかる. 振動応答に関する上述のグラフは圧電フィルムアクチュエータの制振効果を見るためにそれぞれ梁のたわみ角変位をあらわしているが，絶対座標上で梁 2 における先端の変位を測定した場合，梁 1 の振動が増幅された形で観測されるので明らかにハイブリッド制御を用いた実験結果のほうが高い位置決めと制振効果を持つことがわかる.

## 3・5　結論

本章では柔軟リンク機構のモデル化および制御について検討し, 以下の結論を得た.

(1) DC モータを機能モデルを用いてモデル化し，実機の実験結果を用いて特性値の同定を行い，シミュレーション結果と実験結果を比較することにより，DC モータの機能モデルが正確にモデル化できていることを示した.
(2) 有限要素法により表現された梁モデルに対し, モード解析に基づき低次元モデルを作成し，DC モータのモデルと結合することにより柔軟リンク機構の統合モデルを得る手法を提案し, 実験およびシミュレーションによりその妥当性を確認した.
(3) 柔軟リンク機構のモデルに対して, 所望の運動と振動制御性能を達成するための動的補償器を混合 $H_2/H_\infty$ 制御問題に基づいて設計する手法を示した.
(4) アクチュエータの特性を考慮し, 周波数および振幅により適したアクチュエータを組み合わせて用いるハイブリッド制御法を示した．また，スマート化された柔軟リンク機構に適用し, シミュレーションおよび実験により運動と振動の制御性能の向上を検証し，その有効性を示した.
(5) 目標角度に基づくリンク機構の最終姿勢からモデルの時変性を表現することにより, 任意の姿勢に対し有効な位置決め制御性能およっび制振性能を実現できることを示した.

# 第 4 章

# ディーゼルエンジンの EGR/VNT 協調制御

## 4・1　はじめに

ディーゼルエンジンはその熱効率の良さから, 排出ガス低減技術の進歩と共に再び脚光を浴びてきており, ヨーロッパでは販売される乗用車の半数近くが厳しい排出ガス規制に適応したディーゼル乗用車である．一方，日本においても，経済効率の良さから，物流の主役は今後もディーゼル商用車であり，新長期規制に代表される，一層の排出ガス低減が望まれている．

排出ガス規制について，その対応技術を見てみると，主に高圧噴射，EGR を含むエアマネージメント，DPF や SCR 触媒等の後処理に大別され，それぞれ精力的に研究開発が行われている．排出ガス規制そのものも，平成 17 年排ガス規制から重量車ディーゼルエンジンにおいては，試験モードが過渡運転に変更されたため，過渡状態における制御性能の向上が求められる．

絶対的な新規空気量をターボで確保しつつ，所定の EGR 量を得るためには，従来行われてきたオープン制御や PID 制御に対し，吸気遅れを考慮した，VNT ガイドベーンと EGR バルブの制御が不可欠になってくるが，これらは独立に変化しうるものではなく，お互いがそれぞれに影響しあう非線形な系であり，それに伴い制御系にも非線形性を考慮した協調制御が望まれている．

このような非線形性を考慮した協調制御の研究については, 非線形ロバスト制御理論の一つであるスライディングモード制御理論を用いたもの[18]があるが，モデルを同定してからコントローラが設計されるまでのプロセスにおいて, パラメータ設定の指針が明確でなく，そのチューニングに多大な労力が必要だと考えられる．また, プロセス産業での制御に用いられていたモデル予測制御を用いて協調制御を行った事例[19]も報告されている．モデル予測制御では, 制約を考慮した最適化やパラメータの容易な決定などの特徴があるが, プラントモデルを用いた予測制御の際に最適化計算を必要とするためコントローラに対する負荷が大きく, 実システムにおける実時間制御に関して課題があると考えられる．

このような背景から, 本研究では, ディーゼルエンジンにおけるEGRおよびVNTの干渉性および非線形性を考慮した適応型の協調制御を，まず ILQ 設計に基づく簡便な制御ロジックで実現することを目的とする[20]．実機による応答試験から入出力の非線形性を考慮した入力補正を施し複数の運転条件(設計点)においてモデル同定を行い，各設計点で ILQ 設計に基づくモデルベースのコントローラを設計する．そして，過渡状態にも対応できるよう，得られたコントローラから運転条件に対するマッピングにより適応制御系を構築する．本制御手法の特徴は，技術者および設計者の経験や膨大な試行錯誤をともなう PID 制御のパラメータ調整とは異なり，モデルベースの ILQ 設計法に基づいて，規定される追従指標にしたがって各設計点のコントローラが系統的に設計され, フィードバックゲイン行列の各成分を運転条件に対してマッピングすることにより, 適応制御系が簡便に構成できる点にある．最後に，シミュレーションおよびテストベンチでの実機試験を行い，従来型のPID制御による結果と比較し, 本手法により達成される制御性能を評価する．

次に，ILQ設計法に基づく制御手法の課題として残った，誤差積分の飽和などに起因する目標値追従性能の劣化を改善するため，EGR-VNT 協調制御手法としてモデル予測制御を導入した適応制御手法を構築し，目標値追従性能の向上を目指す．前述のように多段モデル予測制御は最適化計算を必要とするためコントローラに対する負荷が大きく, 実システムにおける実時間制御に関して課題がある. そこで, アルゴリズムの簡素化および実用性を重視し, 制御系の構成が簡単な単段モデル予測制御をベースとし, 制御ロジックを工夫することにより, 所望の制御性能の達成と従来制御手法との優位性を見出すことを目標とする. シミュレーションおよびテストベンチでの実機試験を行い，従来型の PID 制御による結果と比較し，本手法により達成される制御性能を評価する．また，ILQ設計法に基づく制御手法の課題として残った, 入力に対する制約条件に抵触するような領域おいても安定に制御できていることを示す.

## 4・2　モデル化

制御対象となるディーゼルエンジンの吸排気系の概要を示し，EGR/VNT システムのモデル化を行う．モデル化はシステムの非線形性を考慮した入出力線形化と，予測誤差法によるモデル同定（カーブフィット）からなる．これにより，EGR-VNT 協調制御における数学的モデルを作成する．

### 4・2・1　制御対象の概要

まず，制御対象となる EGR/VNT を含む吸排気系の概略図を図 4.1 に示す．EGR は排気ガスを再度シリンダ内に戻す機構，VNT はタービンのベーン角度を可変とし，タービンの仕事量を調節することができるターボである．図のように EGR バルブ開度と VNT ベーン開度は，吸入空気やブースト圧に互いに影響を及ぼす．したがって，従来の制御では，運転領域でどちらか一方のみがフィードバック制御を行うというように分けるか，フィードバックゲインを調節し，フィードバック制御の強弱によって干渉を避けている．

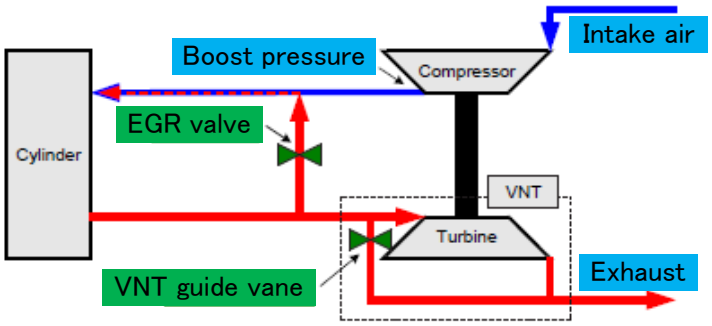


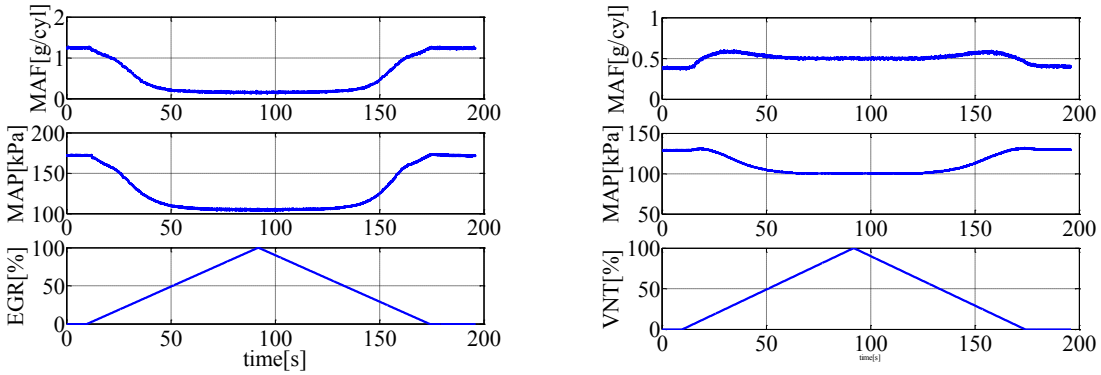

図 4.1 EGR/VNT 吸排気システム

### 4・2・2　システムの非線形性を考慮した入力の補正

本研究で構築するプラントモデルにおいて，入力は EGR バルブ開度および VNT ガイドベーン開度，出力は MAF(新規吸入空気量)および MAP(ブースト圧)として，状態空間方程式で表現する．これら 2 つの出力が，運転条件に対応した目標値に一致するよう，2 つの入力が制御される．図 4.2 は EGR および VNT をそれぞれ時間に対して線形に，入力と出力の関係が定常状態におけるものであるとみなせる程度にゆっくりと変化させて，MAF および MAP の応答を測定した結果である．この図から，入力と出力の間に非線形が存在することが分かる．

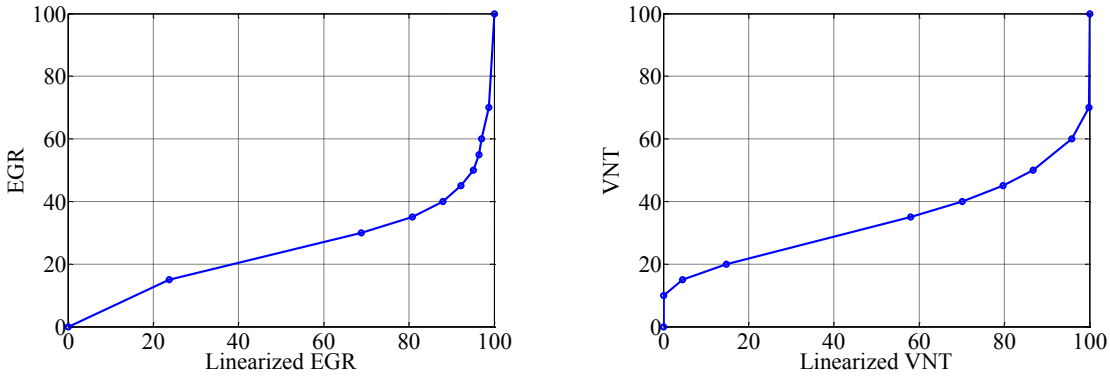
この非線形について，入力に対する出力が，ほぼ線形となるようにコントローラ出力と実システムの入力の間で線形化処理を行う．具体的には，図 4.3 に示すように，コントローラからの指示値(X 軸)に対して，実システムへの入力(Y 軸)を定義

するマップを，図 4.2 の入力と出力の関係から作成する．本システムは 2 入力 2 出力システムであるが，線形化処理においては，簡易的に EGR-MAF，VNT-MAP の特性がほぼ線形となるように入力補正マップを作成する. このような入出力の組み合わせで線形化の補正を行う理由は，以下のとおりである．図 4.2(a)，(b)の結果から，MAF に関して特に EGR の影響が大きいことが分かる．また，図 4.2(a)から，EGR 入力に対する MAF と MAP の応答は同様の傾向を表しており，どちらを基準にして入力補正マップを作成しても補正が可能であることが分かる．これに対し，VNT においては MAP に対する影響が大きいので，入力補正マップを作成する際の入出力の組み合わせは，EGR 入力と MAF 出力，VNT 入力と MAP 出力とする．そして, 線形化補正マップを含む系を図 4.4 のように構成すれば, 系の出力特性は, 入力に対してほぼ線形とみなすことが可能となる.




(a) EGR を変化させた場合(VNT:10.4%)　　(b) VNT を変化させた場合 (EGR:28.5%)

図 4.2 EGR および VNT の変化による MAF/MAP の応答特性




(a) EGR　　(b) VNT

図 4.3 線形化マップ

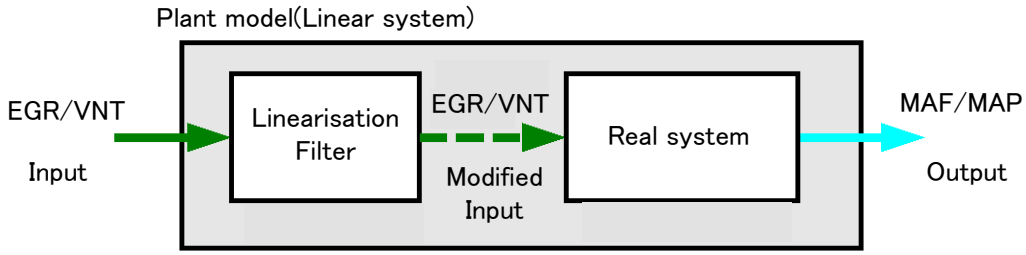



図 4.4 線形化フィルタを含むプラントモデル

### 4・2・3　状態空間モデルと同定

(i) 状態空間モデル

本研究で使用するプラントモデルについて説明する．まず，式(4.1)のように状態空間方程式を定義する．ここで各係数行列 $\mathbf{A}_0/\mathbf{B}_0/\mathbf{C}_0$ は状態方程式および出力方程式の係数行列である．

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0 &= \mathbf{A}_0\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}_0\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_0\mathbf{x}_0 \end{cases} \tag{4.1}$$

出力の数と状態量の数が一致している場合，$\mathbf{C}_0$ は正方行列となり，式(4.2)のように座標変換を施すことにより，式(4.1)の状態空間方程式は式(4.3)のように変換される．すなわち，このときの出力行列 $\mathbf{C}$ は単位行列となり，出力と状態量は一致する．このような状態方程式の操作は，後述の ILQ 制御の適用を容易にするために実施する．

$$\begin{cases} \mathbf{x}_0 &= \mathbf{C}_0^{-1}\mathbf{x} \\ \mathbf{A} &= \mathbf{C}_0\mathbf{A}_0\mathbf{C}_0^{-1} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{C}_0\mathbf{B}_0 \\ \mathbf{C} &= \mathbf{C}_0\mathbf{C}_0^{-1} \end{cases} \tag{4.2}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \\ \mathbf{C} &= \mathbf{I} \end{cases} \tag{4.3}$$

(ii) パラメータ同定

パラメータ同定における設計点について説明する． 運転条件は低負荷・低回転から高負荷・高回転まで想定され，条件により大きく挙動が異なる．図 4.5 は JE05 モード試験における対象エンジンの動作軌跡，本研究における設計点(システム同定を行う運転条件), エンジンの最大負荷を示したものである. 設計点については, モード試験時に使用頻度の多い部分についてカバーするように選択し, その他の部分については作動領域の上限を選択した．そして，図 4.5 に示す各設計点においてモデル同定を行う．

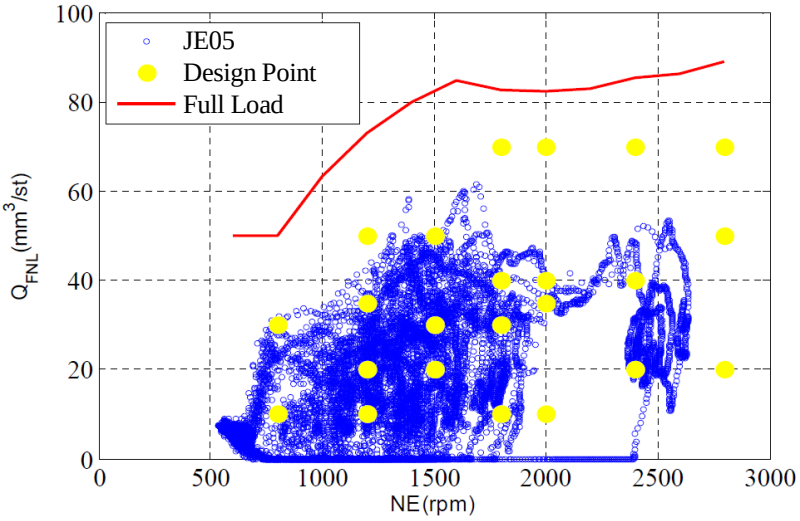



図 4.5 動作条件(設計点)

また，同定対象のエンジンの仕様は下記のとおりである．

| | |
|---|---|
| 型式 | : 4JJ1-TCS |
| タイプ | : 4 気筒 16 バルブ　DOHC |
| 排気量 | : 2,999 |
| 圧縮比 | : 17.5:1 |
| 最大出力 | : 110kW |
| 最大トルク | : 375Nm |

次に，パラメータ同定について説明する．同定するパラメータは式(4.1)の $\mathbf{A}_0/\mathbf{B}_0/\mathbf{C}_0$ および入力に無関係なオフセット成分であり，予測誤差法を用いて，時間波形より同定する．図 4.6 に 1500rpm，30mm$^3$/st におけるステップ応答試験結果，図 4.7

にステップ応答試験結果から作成された同定用ステップ応答波形および同定結果を示す. 図 4.7 において青線が同定用データ, 緑線が同定結果である. 図 4.7 から, ステップ応答は 1 次または 2 次応答でモデル化することが可能であると考えられる. 2 次でシステムを記述すると, 出力の数とシステム次数が一致することから, 式(4.1)の形で状態空間方程式を表現でき, 式(4.2)の変換を行うことにより内部状態量と出力は等しくなる. したがって, 後述の ILQ コントローラを含む系において, 状態量を推定することなく, 対象としている系の出力から状態量を直接取り出すことができ, 制御系の構成が容易になる. パラメータ同定の具体的な手順を以下に示す.

① ステップ応答データの平均化

応答波形を平滑化するために, 図 4.6 に示すようなステップ応答試験を複数回行う. これらの時間波形を平均化することにより, 同定に用いる平均データを作成する.

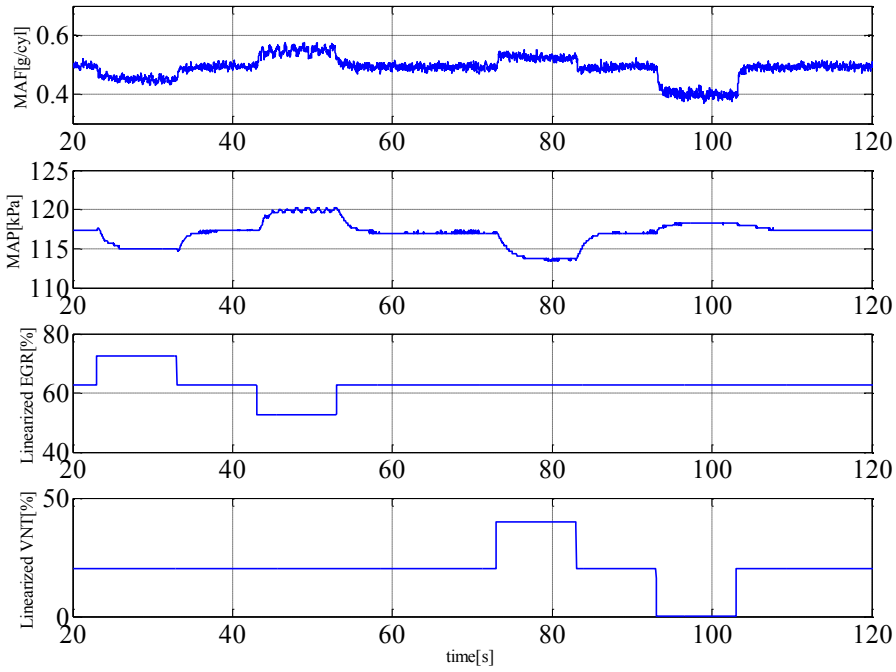



図 4.6 ステップ応答試験結果(1500rpm, 30mm$^3$/st)

② オフセットおよびむだ時間の除去

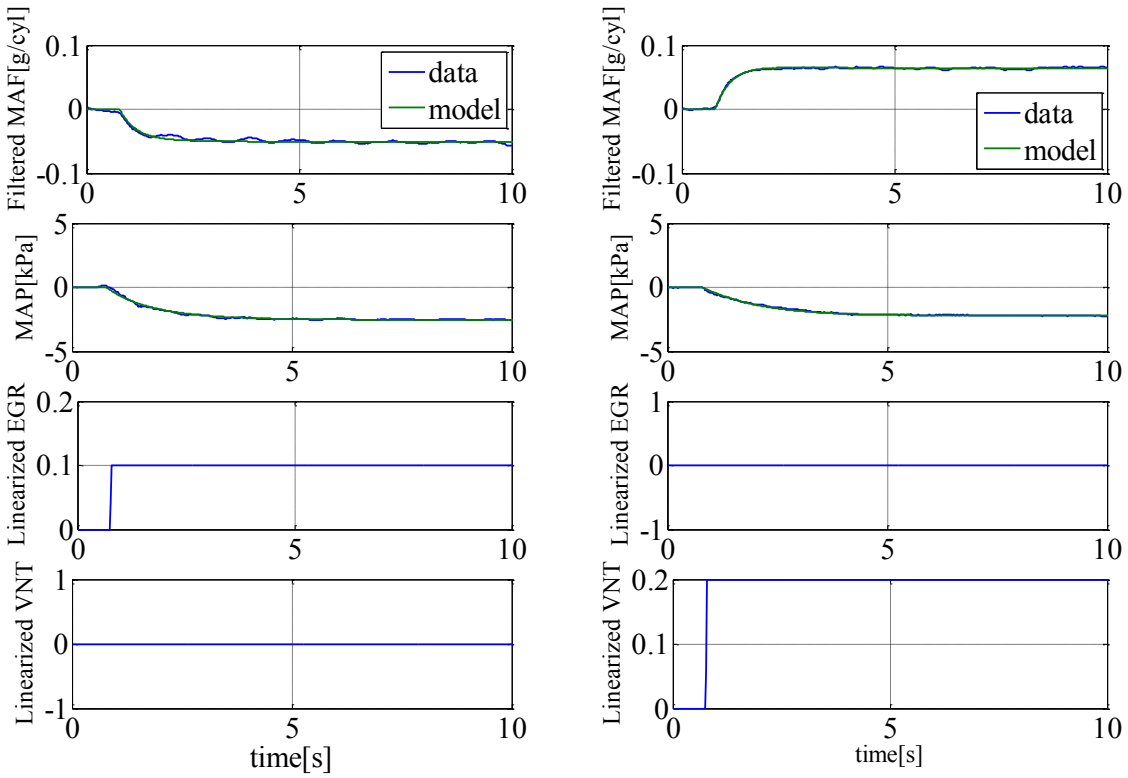
次に, ①の平均化した時間波形の入力および応答からむだ時間を推定する. ここでのむだ時間は EGR または VNT にステップ入力を加えてから, 応答に変化が起こるまでの時間である. さらに初期の定常状態から入出力の定常オフセッ

トを求める．これらむだ時間及び定常オフセットを除去することにより，図 4.7 の青線で示す同定用ステップ応答波形を作成する．

③ 予測誤差法によるカーブフィット

図 4.7 の青線のデータを用いて，予測誤差法より $\mathbf{A}_0/\mathbf{B}_0/\mathbf{C}_0$ を同定する．その後，式(4.2)の変換を行い，式(4.3)の状態空間モデルを得る．

図 4.7 の同定結果から，2 次の状態空間方程式で，十分にシステムの挙動を表現できることが分かる．また，この他にも全領域にてほぼ良好なモデル化を行うことができたが，低負荷・低回転，高負荷・高回転の部分では， 安定した実データを得ることができず，入出力関係を得ることが困難であった．この領域では，モデル化を実施しているが，元々の応答にばらつきもあり再現性がないため，信頼性の高いモデル化は困難である．ILQ 制御では，この領域に関して高い制御性能は追求せず，安定性を重視した保守的な従来型の PID 制御で対応することを方針とする．モデル同定各条件での結果をまとめたものを表 4.1 に示す．




(a) EGR 入力　　(b) VNT 入力

図 4.7 同定結果

## 4・3　ILQ 設計法に基づく制御

排ガスなどに対する適切なエンジン性能を達成するためには, MAF および MAP を運転条件に適応させた目標値に追従させる必要がある. 従来のディーゼルエンジンの制御手法は，オープン制御あるいは PID 制御が大部分を占めている．PID 制御では，ゲインマッピングにより運転条件の変化による非線形性に対応してきた．しかしながら，1 入力 1 出力制御の組み合わせによる PID 制御では，本研究での対象システムのように互いに干渉する入出力を持つ系において十分な性能を得ることは難しい. さらに, PID 制御では, ゲイン調整に多大な試行錯誤を必要とする．そこで，本研究ではシステムを 2 入力 2 出力システムとして記述し，与えられた性能指標から系統的に設計される適応型の ILQ コントローラにより，各入出力間での干渉および運転条件に対する非線形性を前提とした制御を行う．

### 4・3・1　ILQ 設計法

LQ 設計理論は，レギュレータ問題のみならず各種のサーボ系設計問題にも応用されている．なかでも，ステップ目標値入力に追従するサーボ系の設計問題に応用した「最適サーボ系の設計法」は，実用上重要な設計法として実システムの制御に広く用いられている．ところが，その基礎となる LQ 設計理論は，評価関数の重みが閉ループ応答などの工学的な仕様と明確に結びついていないので選定が本質的に難しく，実用上の難点となっている．しかし，その結果得られる最適レギュレータは, 重みの選択によらず低感度特性やロバスト安定性など実用上好ましい特徴を持っている．これらの点を考慮すると，LQ 設計理論において従来のように重みを指定して最適制御を求めるよりも, むしろ何らかの重みに関して最適であるような状態フィードバック制御を求め，LQ 設計理論の特徴を残したまま設計を簡略化する方が実用上有益である．このような観点から，LQ 設計理論の逆問題の結果を巧妙に利用した ILQ 最適サーボ系設計法が提案されている[21]~[23].

具体的には，目標から出力までの閉ループ伝達関数を指定し，漸近的にそれを満たす制御則を導出して, 最適性を保証するための調整パラメータを算出する. また，本設計法は様々な場面に拡張され，非最小位相系，離散時間系，およびパラメータ変動を伴う場合[24]，目標入力を一般化した場合への拡張[25]などが考察されている．さらに，ILQ 設計理論の応用事例として，エレベータの振動抑制制御[26]，永久磁石

同期モータの最適電流制御[27]などが報告されている．以下に ILQ 設計法について説明する．

制御対象として可制御，可観測な m 入力，m 出力，n 次元の線形状態方程式を式(4.4)のように考え，その出力 y(t) をステップ目標入力 r(t) に追従させる最適サーボ系の設計問題を考える．ただし，この系は原点に零点を持たない，すなわち，各係数行列で構成される式(4.5)の行列 $\mathbf{\Gamma}$ は正則とする．ここで，式(4.6)のように正則な非干渉化行列 $\mathbf{D}$ を定義する．

式(4.6)において $\mathbf{C}=\mathrm{col}(\mathbf{c}_1,\mathbf{c}_2,\cdots,\mathbf{c}_m)$ であり，また $d_i$ は式(4.7)で定義される各出力に応じた相対次数である．

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}\mathbf{u}\\ \mathbf{y}=\mathbf{C}\mathbf{x}\end{cases} \tag{4.4}$$

$$\mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{B}\\ \mathbf{C} & \mathbf{0}\end{bmatrix} \tag{4.5}$$

$$\mathbf{D}\equiv\begin{bmatrix}\mathbf{c}_1\mathbf{A}^{d_1-1}\mathbf{B}\\ \vdots\\ \mathbf{c}_m\mathbf{A}^{d_m-1}\mathbf{B}\end{bmatrix} \tag{4.6}$$

$$d_i\equiv\min\left\{k\mid\mathbf{c}_i\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B}\neq 0\right\} \tag{4.7}$$

積分型最適サーボ系は図 7 のように構成される．同図にて，$\mathbf{C}=\mathbf{I}$ であるから，$\mathbf{K}_F^0$ による状態量のフィードバックは，出力 y のフィードバックで実施される．ILQ 設計法では漸近的に指定の目標応答を達成することが可能であるから，目標から出力までの閉ループ伝達関数を $\mathbf{G}_{yr}^{\infty}(s)$ とすると，相対次数の範囲でおのおのの目標から出力までを式(4.8)のように独立して指定することができる．

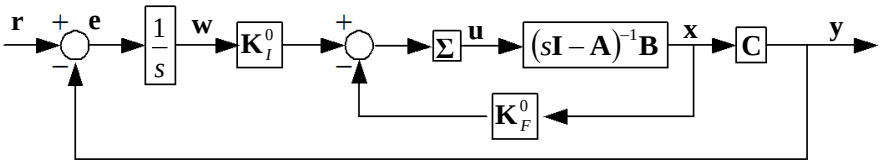


図 4.8 積分型最適サーボ系

式(4.8)の $\mathbf{G}_{yr}^{\infty}(s)$ は，調節パラメータ $\mathbf{\Sigma}=\mathrm{diag}\{\sigma_1,\cdots,\sigma_m\}$ を無限大にした場合の漸近応答として設計者が指定するものである．すなわち，この $\mathbf{G}_{yr}^{\infty}(s)$ を指定するため，式(4.8)の $\phi_i(s)$ を設計者が与える．このとき，$\psi_i$ を式(4.9)のように定義すれば，基本フィードバックゲイン $\mathbf{K}_F^0$ および $\mathbf{K}_I^0$ はそれぞれ式(4.10)，(4.11)のように求められる．

$$\mathbf{G}_{yr}^{\infty}(s)=\mathrm{diag}\left\{\frac{\phi_i(0)}{\phi_i(s)}\right\}\ (1\le i\le m) \tag{4.8}$$

$$\psi_i(s)=\frac{\phi_i(s)-\phi_i(0)}{s} \tag{4.9}$$

$$\mathbf{K}_F^0=\mathbf{D}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{c}_1\psi_1(\mathbf{A})\\ \vdots\\ \mathbf{c}_m\psi_m(\mathbf{A})\end{bmatrix} \tag{4.10}$$

$$\mathbf{K}_I^0=\mathbf{D}^{-1}diag\{\phi_1(0),\cdots,\phi_m(0)\} \tag{4.11}$$

ここで，図 4.8 に示される最適サーボ系の拡大状態方程式を式(4.12)に示す．この式において，各係数行列は式(4.13)のようになる．また，式(4.13)において$\bar{\mathbf{x}}$，$\bar{\mathbf{w}}$はそれぞれ$\mathbf{x}$，$\mathbf{w}$の定常状態を表す．

式(4.10), (4.11)のゲインを持つ図 4.8 の制御系が，重み$\mathbf{Q}=\mathbf{C}_e^T\mathbf{C}_e(>\mathbf{0}),\mathbf{R}=\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(>\mathbf{0})$を持つ式(4.14)の線形二次形式評価関数を最小化するという意味で最適となるためには，式(4.15)～(4.17)の 3 条件が成立することが必要十分条件である．

以上のように，ILQ 最適サーボ系設計法は，基本的には 2 段階設計法である．まず，第 1 段階で非干渉化制御理論を応用して，基本フィードバックゲイン$\mathbf{K}_F^0$および$\mathbf{K}_I^0$を決定する．そのための設計パラメータは目標から出力までの伝達関数で，設計仕様に合わせて設定する．第 2 段階では，最適性を保証するために，調整パラメータに関し式(4.15)～(4.17)を満たす範囲で調整する．その際，操作量と制御入力間のトレードオフを計る必要がある．

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{x}}_e &= \mathbf{A}_e\mathbf{x}_e+\mathbf{B}_e\mathbf{u}_e\\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_e\mathbf{x}_e\\ \mathbf{u}_e &= -\mathbf{K}_e\mathbf{x}_e\end{cases} \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_e &= \begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}\\ \mathbf{C} & \mathbf{0}\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}_e = \begin{bmatrix}\mathbf{B}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}_e = \begin{bmatrix}\mathbf{C} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\\ \mathbf{x}_e &= \begin{bmatrix}\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}}\\ -\mathbf{w}+\bar{\mathbf{w}}\end{bmatrix},\quad \mathbf{K}_e = \boldsymbol{\Sigma}\begin{bmatrix}\mathbf{K}_F^0 & \mathbf{K}_I^0\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\mathbf{J}=\int_0^{\infty}\left(\mathbf{x}_e^T\mathbf{Q}\mathbf{x}_e+\mathbf{u}_e^T\mathbf{R}\mathbf{u}_e\right)dt \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &\equiv \boldsymbol{\Sigma}-\mathbf{KB}-(\mathbf{KB})^T>\mathbf{0}\\ \mathbf{K} &= \mathbf{K}_F^0\mathbf{A}+\mathbf{K}_I^0\mathbf{C}\end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned} &\operatorname{Re}\lambda(\mathbf{F})<0 \\ &\qquad \mathbf{F}\equiv(\mathbf{A}-\mathbf{BK})+\mathbf{GH} \\ &\qquad \mathbf{G}\equiv\mathbf{B}\mathbf{E}^{-1/2} \\ &\qquad \mathbf{H}\equiv\mathbf{E}^{-1/2}\mathbf{K}(\mathbf{A}-\mathbf{BK}) \end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\left\|\mathbf{H}(s\mathbf{I}-\mathbf{F})^{-1}\mathbf{G}\right\|_{\infty}<1 \tag{4.17}$$

### 4・3・2　マッピングと適応制御の構成

図 4.9 に適応制御系のブロック線図を示す．ここで，**r**，**e**，**u**，**y**は，それぞれ目標値，目標値と出力の誤差，制御入力および出力である．また，$[\mathbf{K}_F \quad \mathbf{K}_I] = \boldsymbol{\Sigma}[\mathbf{K}_F^0 \quad \mathbf{K}_I^0]$が状態フィードバックゲインおよび積分ゲインであり，運転条件に対応させながら適応的に変化させる．ここで，図 4.5 で示した設計点において各ゲインを ILQ 設計法で設計した後，図 4.10 のようにエンジン回転数(NE)および燃料噴射量($Q_{FNL}$)を運転条件としてマッピングし，運転条件により補間して各ゲインを読み出す．図 4.10 は，2 行 2 列の行列となる$\mathbf{K}_F$の(1，1)成分を示したものであり，$\mathbf{K}_F$の他の成分および$\mathbf{K}_I$の成分についても同様にマッピングを行う．これにより，運転条件の変化による非線形性を考慮した適応制御系が構成される．本制御手法によれば，運転条件に対応する複数の設計点においてモデルを作成した後，規定される追従特性に基づいて各設計点の 2 入力 2 出力型コントローラが系統的に設計され，ゲインマッピングによる適応制御系が簡便に構成されることになる．

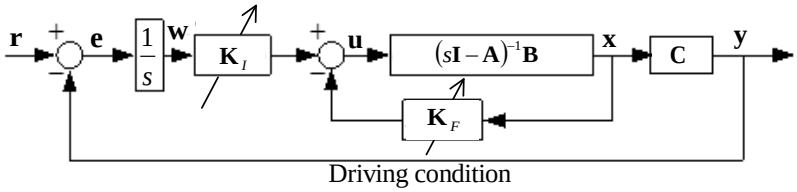



図 4.9 適応制御系

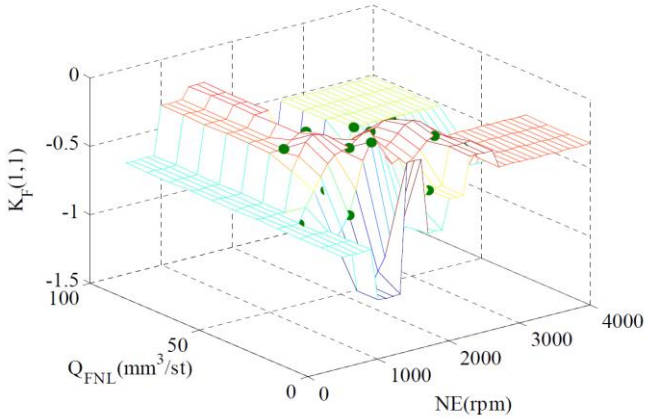



図 4.10 フィーバックゲインマップ

### 4・3・3　性能評価実験および考察

上記モデル化および制御系設計の検証のため, シミュレーションおよび実機に対する制御実験を実施した. 実際の制御に際しては入力の飽和に考慮して誤差積分器のアンチワインドアップ処理(入力飽和時に積分を停止)を EGR-MAF, VNT-MAP 間で行っている.

(i)　ILQ 最適制御

図 4.8 の積分型最適制御系による制御を検証する．ILQ 法による各フィードバックゲインは式(4.18)，(4.19)のようになる．$\boldsymbol{\Sigma}$ が無限大の場合，目標値から出力までの伝達関数を一次遅れ系で表すことができ，設計パラメータは時定数$T_i$ となる．$\boldsymbol{\Sigma}$ は，式(4.15)～(4.17)の 3 条件が成立するように求めればよい．まず，ILQ 設計法による積分型最適制御系の性能を評価するため, 運転条件を固定し目標値をステップ状に変化させた場合の結果を示す．設計パラメータは式(4.20)，(4.21)のように時定数およびゲインとなる.

$$\mathbf{K}_F^0 = \mathbf{B}^{-1} \tag{4.18}$$

$$\mathbf{K}_I^0 = \mathbf{B}^{-1}\begin{bmatrix} 1/T_1 & 0 \\ 0 & 1/T_2 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

$$[T_1 \quad T_2] = [T_{maf} \quad T_{map}] \tag{4.20}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = [\sigma_{maf} \quad \sigma_{map}] \tag{4.21}$$

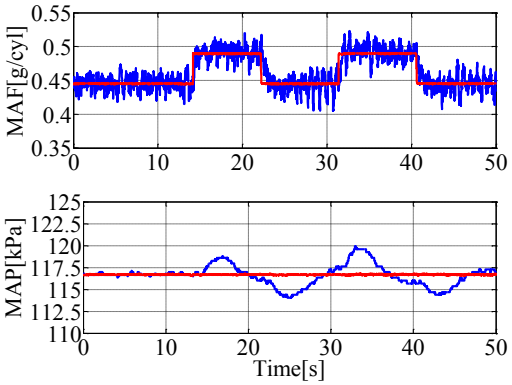
設計点における制御性能を調べるために, 比較的よく使われる運転条件について従来手法である PID 制御での実験結果および提案する ILQ 制御によるシミュレーション結果と実験結果を示す．ここで，時定数およびゲインは式(22)のように設定した.

$$[T_{maf} \quad T_{map}] = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}\ ,\ [\sigma_{maf} \quad \sigma_{map}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

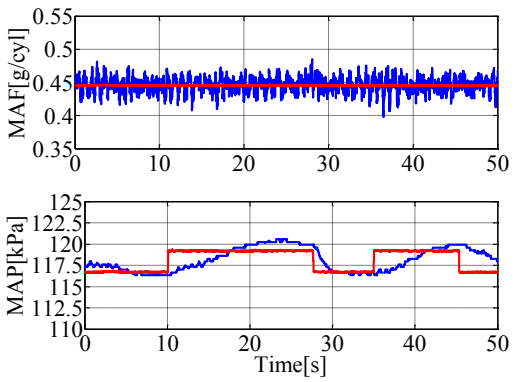
以下の条件で実験およびシミュレーションを行った結果を示す.

① エンジン回転数：1500rpm，燃料噴射量：30mm$^3$/st

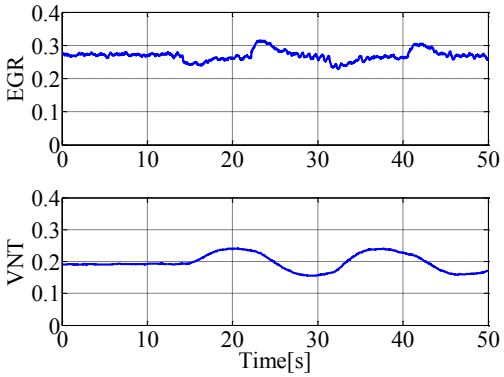
図 4.11 に従来制御法での実験結果，図 4.12 に提案する ILQ 制御によるシミュレーション結果と実験結果を示す．これらの図において，赤線が目標値，青線が実験値，緑線がシミュレーション結果である.



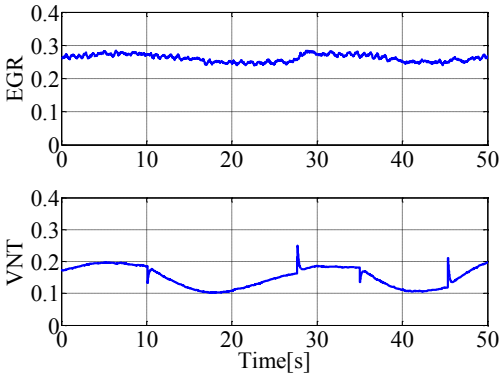

(a) MAF 目標値を変化させた場合の応答




(b) MAP 目標値を変化させた場合の応答

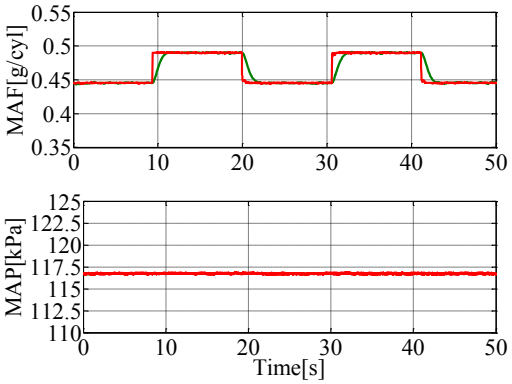



(c) MAF 目標値を変化させた場合の入力

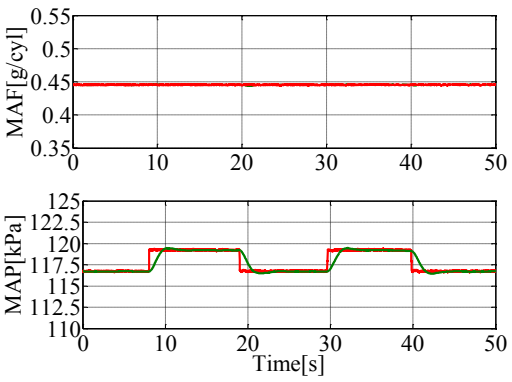



(d) MAP 目標値を変化させた場合の入力

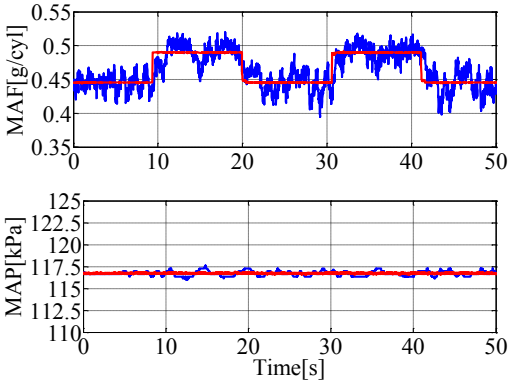
図 4.11 従来制御法による実験結果(1500rpm，30mm$^3$/st)



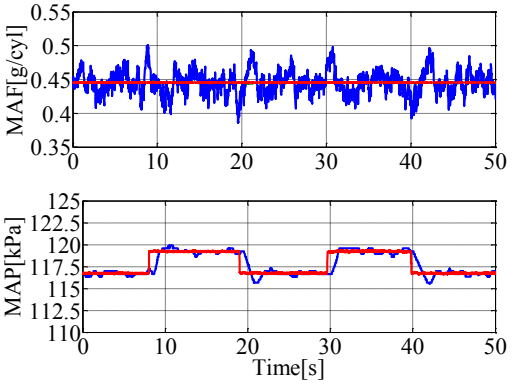

(a) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(シミュレーション結果)



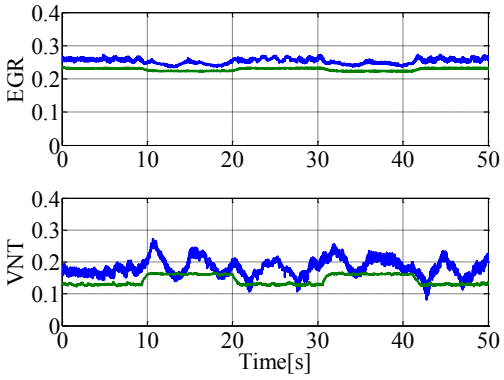

(b) MAP 目標値を変化させた場合の応答
(シミュレーション結果)



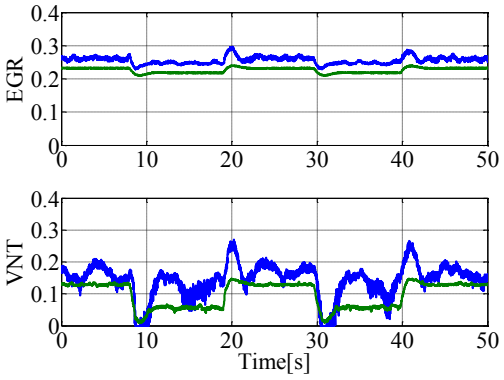

(c) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(実験結果)




(d) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(実験結果)




(e) MAF 目標値を変化させた場合の入力

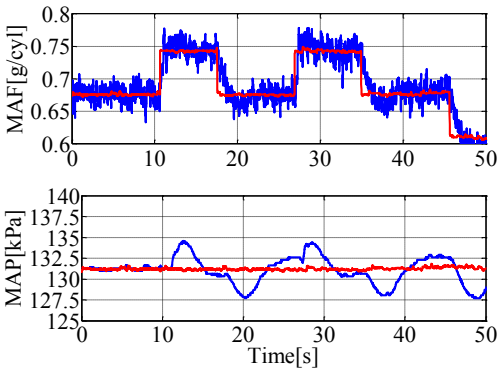



(f) MAF 目標値を変化させた場合の入力

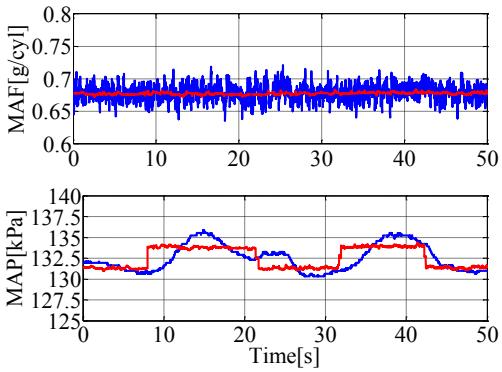
図 4.12 ILQ 制御による実験結果(1500rpm，30mm$^3$/st)

② エンジン回転数：1500rpm，燃料噴射量：50mm$^3$/st

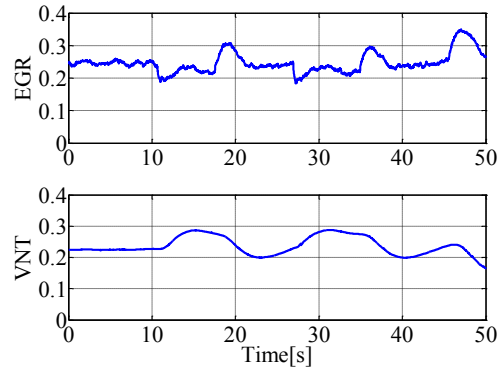
図 4.13 に従来制御法での実験結果，図 4.14 に提案する ILQ 制御によるシミュレーション結果と実験結果を示す．これらの図において，赤線が目標値，青線が実験値，緑線がシミュレーション結果である．



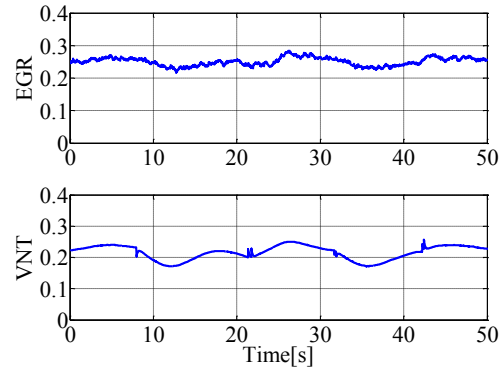

(a) MAF 目標値を変化させた場合の応答




(b) MAP 目標値を変化させた場合の応答

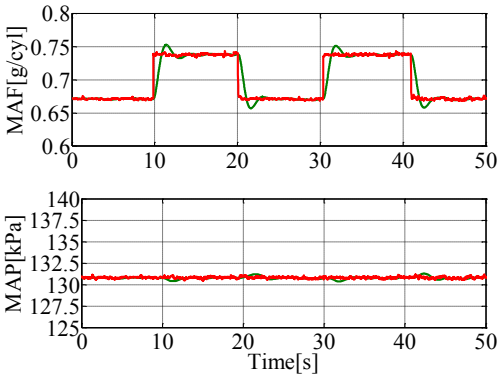



(c) MAF 目標値を変化させた場合の入力

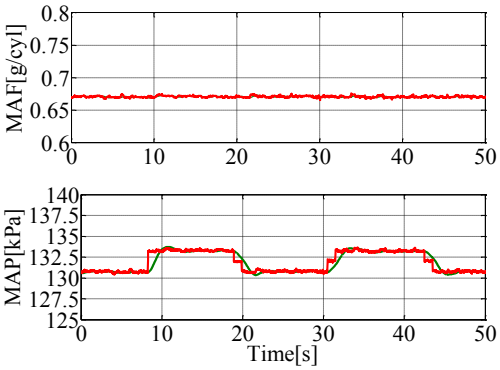



(d) MAP 目標値を変化させた場合の入力

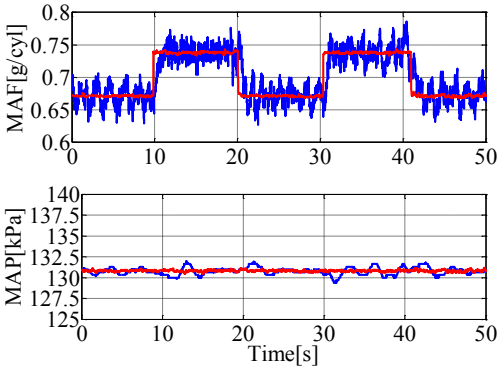
図 4.13 従来制御法による実験結果(1500rpm，50mm$^3$/st)



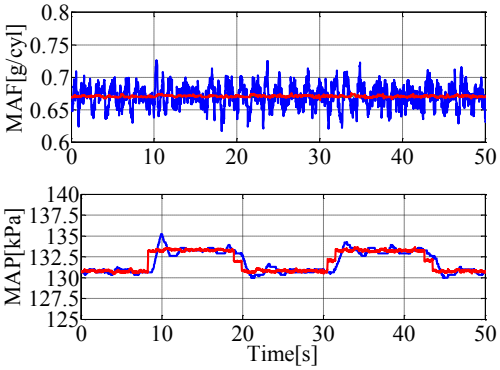

(a) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(シミュレーション結果)



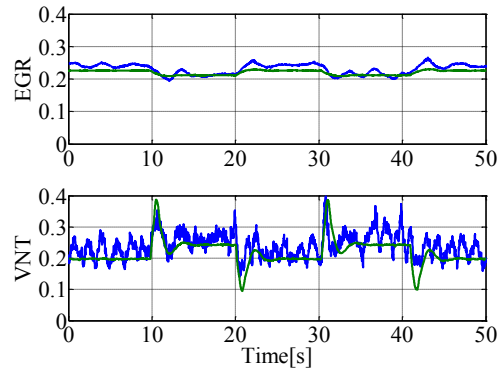

(b) MAP 目標値を変化させた場合の応答
(シミュレーション結果)



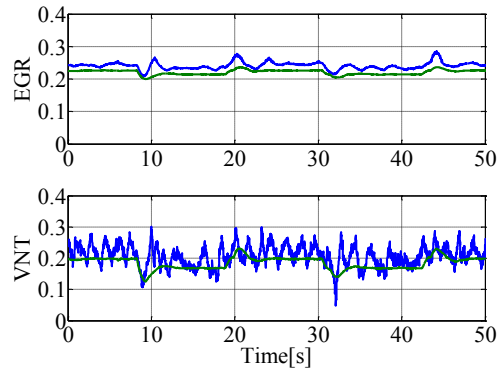

(c) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(実験結果)




(d) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(実験結果)




(e) MAF 目標値を変化させた場合の入力

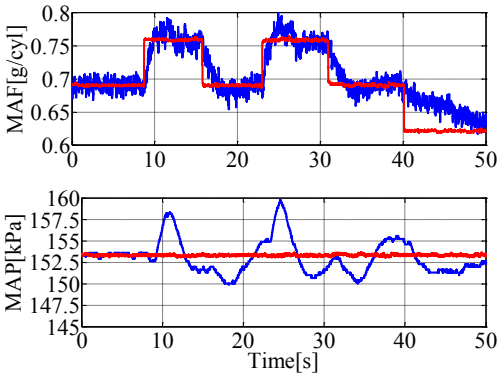



(f) MAF 目標値を変化させた場合の入力

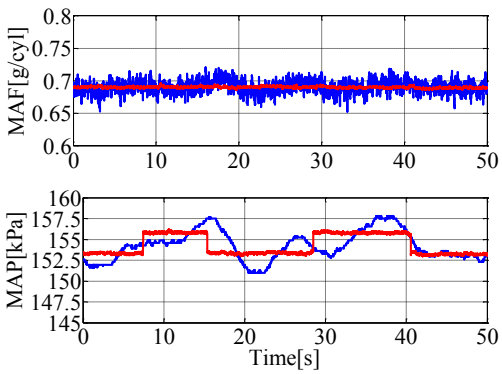
図 4.14 ILQ 制御による実験結果(1500rpm, 50mm$^3$/st)

③ エンジン回転数：2400rpm，燃料噴射量：40mm$^3$/st

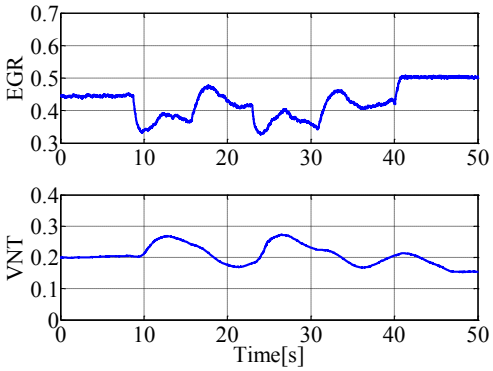
図 4.15 に従来制御法での実験結果，図 4.16 に提案する ILQ 制御によるシミュレーション結果と実験結果を示す．これらの図において，赤線が目標値，青線が実験値，緑線がシミュレーション結果である．



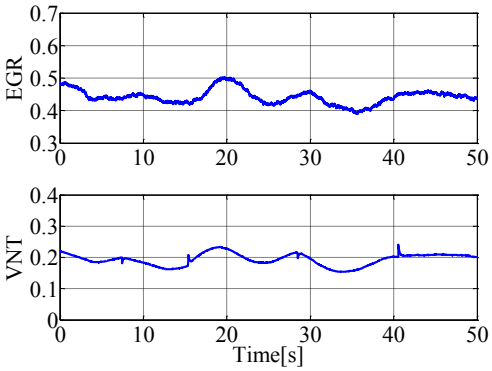

(a) MAF 目標値を変化させた場合の応答




(b) MAP 目標値を変化させた場合の応答

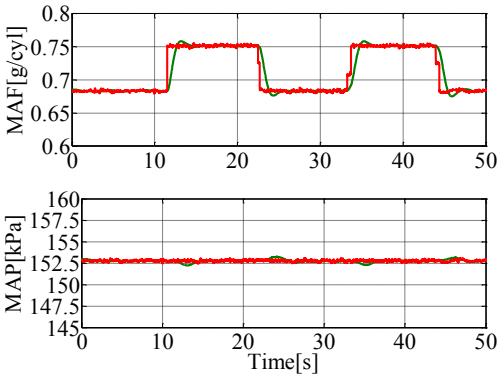



(c) MAF 目標値を変化させた場合の入力

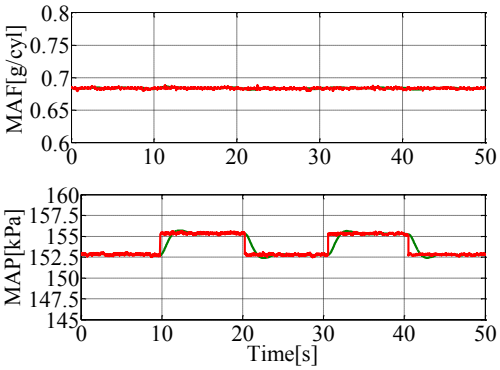



(d) MAP 目標値を変化させた場合の入力

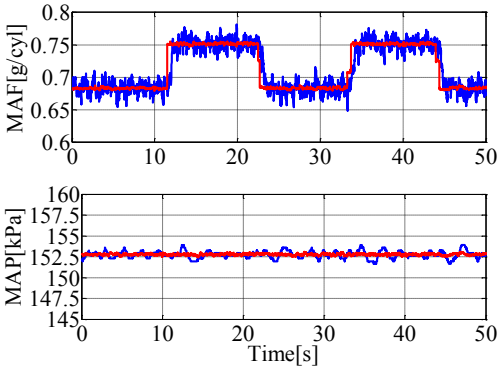
図 4.15 従来制御法による実験結果(2400rpm，40mm$^3$/st)



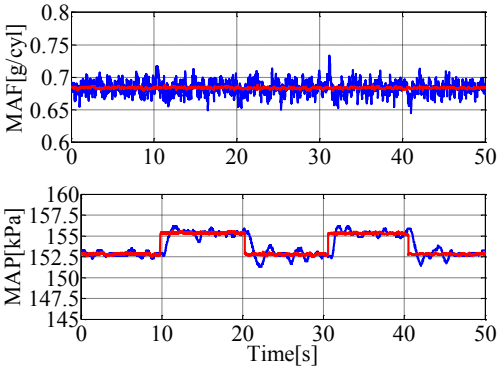

(a) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(シミュレーション結果)



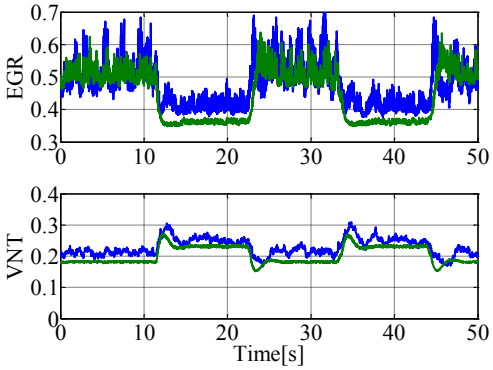

(b) MAP 目標値を変化させた場合の応答
(シミュレーション結果)



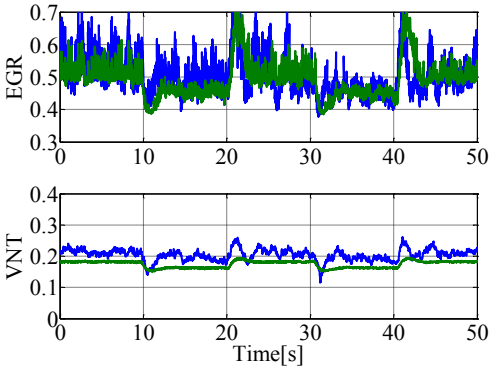

(c) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(実験結果)




(d) MAF 目標値を変化させた場合の応答
(実験結果)




(e) MAF 目標値を変化させた場合の入力




(f) MAF 目標値を変化させた場合の入力

図 4.16 ILQ 制御による実験結果(2400rpm, 40mm$^3$/st)

全設計点におけるステップ状目標値追従試験の結果, 提案する制御手法の目標値追従性について，下記のことが確認された.

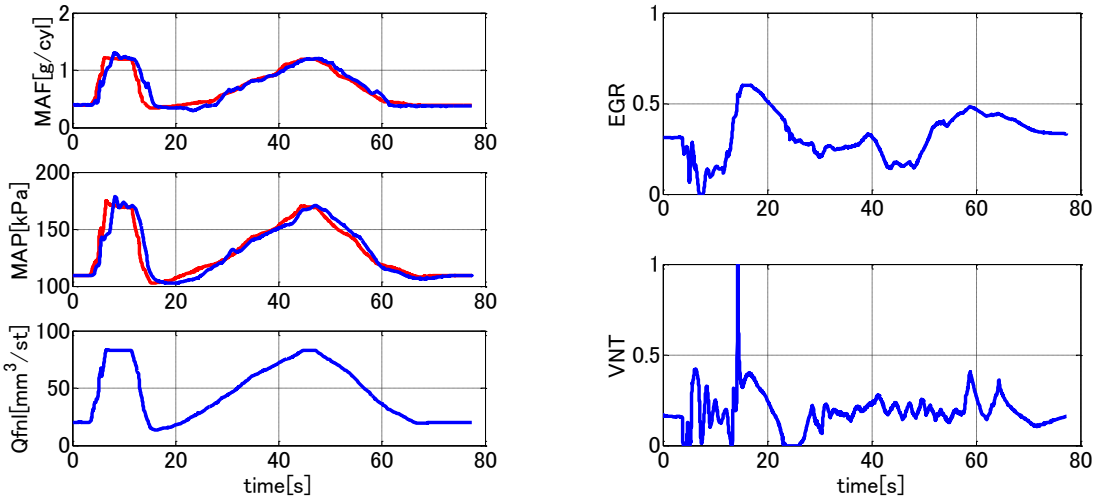
① 追従特性を詳細に評価したところ，ほぼ設計した時定数どおりの追従性を示すことが分かった.
② 従来制御に比べて MAF は同程度，MAP は良好な追従性を示す.
③ 従来制御に比べてステップ目標値を与えていない方の応答の変化が少なく，提案手法は協調的に制御が行われている.
④ 応答が振動的になることがある.
⑤ MAF の振動が特に VNT に影響を及ぼし，結果として追従性が損なわれることがある.
⑥ これら振動は運転条件によって，周期・振幅が異なる.
⑦ オフラインシミュレーションではこれらの振動を再現することができない.

以上の結果から，本制御手法により，EGR-VNT の協調がとれた良好な追従制御が実現され，従来制御よりも優れた追従性を示すことが確認された.

(ii) 適応制御実験

運転条件を過渡的に変化させることにより, マッピングによる適応制御性能についての検証を行った実験結果を示す. エンジン回転数 1500rpm で燃料噴射量を 20(mm$^3$/st)から 80(mm$^3$/st)の間で変化させた場合の結果を図 4.17 に示す. ここで, 時定数およびゲインは式(4.23)のように設定した.

$$[T_{maf} \quad T_{map}] = [0.4 \quad 0.8] \ , \ [\sigma_{maf} \quad \sigma_{map}] = [0.5 \quad 0.5] \tag{4.23}$$




(a) 応答　　(b) 入力

図 4.17 マッピングによる適応制御性能実験結果(1500rpm, 20-80mm$^3$/st)

過渡実験結果より下記のことが明らかになった.

① 燃料噴射量を変化させた実験では, 全体的に目標値に対して良好に追従している.

② 図 4.17 の制御ゲインの変化が大きいところで, 応答の一部に追従性能が低下している領域が存在する.

③ 入力の制約条件として, 0 から 1 の間である必要があるが, この制約条件に抵触する場合に, アンチワインドアップ処理が必要になる.

④ 過渡運転状態の場合, 制御ゲインを算出する際, 時定数を大きくする, ゲイン $\boldsymbol{\Sigma}$ を小さくするなど, 安定性を高める配慮が必要である.

## 4・4　単段モデル予測制御

モデル予測制御（Model Predictive Control：MPC）とは，各時刻において，有限時間の最適制御問題を解きながら制御入力を決定する制御手法である．これまでは，主に石油化学プラントのようなサンプリング周期の比較的長いシステムで利用されてきた．しかしながら，近年の計算機の発達と低価格化により高性能の計算機が身近になってきたことや，最適化アルゴリズムの発展とそれに伴う商用ソフトウェアの充実と普及により，ロボットや自動車などサンプリング周期の短いシステムへもモデル予測制御の適用が可能となってきている．ディーゼルエンジンの吸排気系制御についても，多段モデル予測制御による協調制御の検討が行われている[28][29]．

モデル予測制御の利点として挙げられるのは，多変数制御問題を自然に取り扱うことができるという点や，入出力への制約条件を扱うことができるという点，調整が容易で基本的な考え方が理解しやすいという点である．その中でも特に重要であるのが，入出力への制約条件を扱うことができるという点である．4.3 節の ILQ 制御手法においては，入力への制約については設計時には考慮されず，飽和状態になった場合にアンチワインドアップ処理として積分停止などの対策を行っていた．

本研究で適用しているモデル予測制御アルゴリズムは，状態測定可能・外乱なし，1 段予測制御アルゴリズムである．基本的な 1 段予測制御とは，数ステップ先の未来を予測して入力を決定する多段予測制御アルゴリズムに対して，1 ステップ先の未来を予測して入力を決定する手法である．また，予測コントローラは内部モデル（プロセスモデル）を有しており，本研究では，状態空間モデルを使用している．単段モデル予測制御を適用する場合，多段の予測を行い制御入力を最適化する多段モデル予測制御と比較して，計算負荷が圧倒的に少ない反面，1 ステップのみの予測値から制御入力を算出するため，不安定になる傾向がある．そこで，本研究では予測時間を実際の制御周期よりも長くすることにより安定化を図っている．

### 4・4・1　モデル予測制御

まず，単段モデル予測制御の基本的な解法について説明する．モデル予測制御において制御入力は変化量として与えられる．最終的に求める入力変化は式(4.24)で与えられる．式(4.24)において，$\varepsilon$ は目標起動とシステムの自由応答の差であり式(4.25)のように表される．

$$\Delta u(k) = H^{-1}\Theta^T Q\varepsilon(k) \tag{4.24}$$

$$\varepsilon(k) = r(k) - \Psi x(k) - \Omega u(k-1) \tag{4.25}$$

式(4.25)において $r$ は目標値，$x$ はプラントモデルの内部状態量，$u$ は制御入力であり，内部モデルとして状態空間モデルを用いる場合，各係数行列は式(4.26)で与えられる．ここで，$Q$ および $R$ は評価関数の重み行列である．

$$\begin{cases} H = \Theta^T Q\Theta + R \\ \Omega = B, \Theta = B, \Psi = A \end{cases} \tag{4.26}$$

目標値 $r$ は一般的に，目標値を直接用いるのではなく，参照軌道と呼ばれる，プラントが目標値軌道に戻る際の軌道を用いる．本研究では，参照軌道を現在から目標値に指数関数的に近づくと仮定して式(4.27)のように与える．

$$\begin{cases} RT(k) = r(k) - e^{-T_s/T_{ref}}\lambda(k-1) \\ \lambda(k) = r(k) - y(k) \end{cases} \tag{4.27}$$

$\lambda(k)$ は現在の誤差であり，$r$ が目標値，$y$ が出力である．また，$T_{ref}$ は時定数，$T_s$ はサンプリング周期である．図 4.18 に制御系のブロック線図を示す．

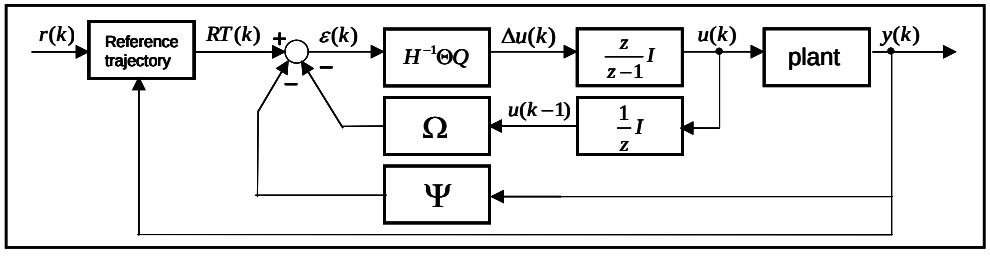



図 4.18 モデル予測制御ブロック線図

本研究では，通常の MPC 手法において，制約条件，予測時間としてのもでるのサンプリング周期，オフセット補正に関し改良を行う．これらの改良の詳細を次節以降に示す．

### 4・4・2　操作量変化値の算出

式(4.24)から式(4.26)で算出される入力変化量は，4・2 節のモデルを用いる場合，式(4.28)の二次形式評価関数$V$ を最小にするすることと同義である．式(4.28)において**E** は予測追従誤差，**Q** は追従誤差重み，**R** は制御量重み，$\mathbf{r}_{\mathrm{Target}}$ は参照軌道である．この二次形式評価関数を EGR 指示値および VNT 指示値について偏微分したものは，単段予測の場合，1 次式になる．それぞれが 0 になるとした連立方程式(1 次方程式)より EGR 開度および VNT 開度の変化量の最適値が求められる．

$$
\begin{aligned}
V &= \mathbf{E}^T\mathbf{Q}\mathbf{E} + \Delta\mathbf{u}^T\mathbf{R}\Delta\mathbf{u} \\
\mathbf{E} &= \mathbf{r}_{T\arg et} - \{\mathbf{A}\mathbf{x}_\mathbf{n} + \mathbf{B}(\mathbf{u}_\mathbf{n} + \Delta\mathbf{u})\} \\
\mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} q_{maf} & 0 \\ 0 & q_{map} \end{bmatrix} \\
\mathbf{R} &= \begin{bmatrix} r_{egr} & 0 \\ 0 & r_{vnt} \end{bmatrix} \\
\mathbf{r}_{T\arg et} &= \begin{bmatrix} r_{maf} \\ r_{map} \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

二次形式評価関数$V$ の各入力に関する偏微分式は式(4.29)のようになる．

$$
\begin{aligned}
\frac{\delta V}{\delta \Delta u_{egr}} &= 2\left(F_1\Delta u_{egr} + F_2\Delta u_{vnt} - F_3\right) \\
\frac{\delta V}{\delta \Delta u_{vnt}} &= 2\left(F_4\Delta u_{egr} + F_5\Delta u_{vnt} - F_6\right)
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

ただし，

$$
\begin{aligned}
F_1 &= q_{maf}b_{11}^2 + q_{map}b_{21}^2 + r_{egr} \\
F_2 &= q_{maf}b_{11}b_{12} + q_{map}b_{21}b_{22} \\
F_3 &= q_{maf}b_{11}E_{maf_0} + q_{map}b_{21}E_{map_0} \\
F_4 &= F_2 \\
F_5 &= q_{maf}b_{12}^2 + q_{map}b_{22}^2 + r_{vnt} \\
F_6 &= q_{maf}b_{12}E_{maf_0} + q_{map}b_{22}E_{map_0} \\
\begin{bmatrix} E_{maf_0} \\ E_{map_0} \end{bmatrix} &= \mathbf{r}_{T\arg et} - \left(\mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{u}_n\right)
\end{aligned}
\tag{4.30}
$$

ここで，式(4.29)が 0 となる入力変化量を求めると，式(4.31)となり，EGR/VNT 指示値が求められる．

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{egr} \\ \Delta u_{egr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \\ F_4 & F_5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_3 \\ F_6 \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

### 4・4・3　制約条件

(i)　操作量に対する制約条件

本研究における制約条件は，式(4.32)に示すように，操作量である EGR 指示開度および VNT 指示開度が 0 から 1 の間でなければならないことである．EGR 指示開度が式(4.32)の範囲を超える場合，EGR 指示開度を式(4.32)で制限し，式(4.33)のように 2 次形式評価関数を VNT 指示開度の変化値で微分した式から VNT 指示開度を決定する．VNT 指示開度が式(4.32)の範囲を超える場合，VNT 指示開度を式(4.32)で制限し，式(4.34)のように 2 次形式評価関数を EGR 指示開度の変化値で微分した式から EGR 指示開度を決定する．EGR 開度および VNT 開度の両方が式(4.32)の範囲を超える場合，超過量の絶対値が大きい方を 1 または 0 と置いて式(4.33)または式(4.34)の計算により操作量を算出する．

$$0 \le u_{egr} \le 1,\ 0 \le u_{vnt} \le 1 \tag{4.32}$$

$$\begin{cases} u_{egr} & = & 0 \text{ or } 1 \\ \dfrac{\delta V}{\delta \Delta u_{vnt}} & = & 0 \end{cases} \tag{4.33}$$

$$\begin{cases} u_{vnt} & = & 0 \text{ or } 1 \\ \dfrac{\delta V}{\delta \Delta u_{egr}} & = & 0 \end{cases} \tag{4.34}$$

(ii)　参照軌道に対する制約条件

(i)のように操作量が制約条件に抵触する理由は，プラントの応答可能な範囲を超えた目標値が与えられているためであると考えられる．そこで，式(4.35)より操作量の最大値/最小値を入力した際にプラントの定常出力 $\mathbf{x}_s$ を算出し，その値を参照軌道の制約条件として設定する．

$$\mathbf{x}_s = \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u} \tag{4.35}$$

### 4・4・4　予測時間の決定

参照軌道は設定された時定数に従って誤差を減らすように設定される. それに対して，プラントは一次遅れ系ではないので，単段モデル予測制御においては 1 ステップ先の挙動について一致していても, 全体の挙動として参照軌道に沿うような結果とならないことがある. そこで誤差を予測する時間を制御周期よりも長くとることにより操作量および制御量の安定化を図る. 具体的にはプラントモデルの時定数の最小値を推定し、その時定数の時刻における予測値を用いて制御を行う．プラントモデルの固有値は $\det(\mathbf{zI}-\mathbf{A})=0$ の解として求まる．また，離散形の一次遅れ系の固有値は時定数を $T$ として $e^{-\Delta t/T}$ である。それぞれの連続系での固有値を比較することにより，時定数の推定値を式(4.36)に示す．この式において，$z_p$ は離散系の固有値，$\Delta t$ は離散系のサンプリング時間，$T_p$ は推定近似時定数である．

$$T_p = re\left(-\frac{\Delta t}{\log(z_p)}\right) \cong -\frac{\Delta t}{\log(|re(z_p)|)} \tag{4.36}$$

### 4・4・5　オフセット補正

モデル化誤差により，モデル予測制御ではオフセットが定常誤差として残る．これは予測値を目標値に一致させるように制御を行うため，予測値が目標値と一致してしまう時点で，それ以上の誤差修正が行われなくなるために発生する．2 入力 2 出力の本システムにおいて，オフセットを補正する場合に、積分制御を並列に挿入することは難しい．そこで，モデル予測コントローラに入力する測定値にオフセットを足すことによりオフセットを補正する．オフセット補正値を求める際，1 ステップ前の 1 ステップ分の予測値と測定値の差を積分し、オフセット値として補正することを検討した．その結果，1 ステップ(16ms)という短い時間では変化量がノイズに埋もれてしまい有効な結果とはならないことを実験で確認した．そこで、定常状態において目標値との誤差を積分することでオフセット値を求める．図 4.19 にオフセット補正のブロック線図を示す．

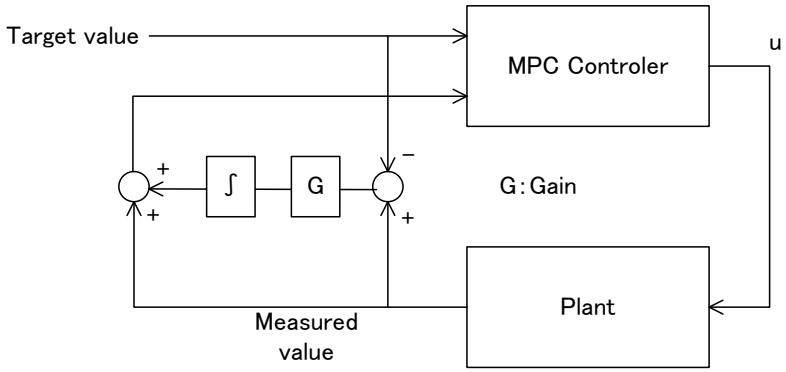



図 4.19 オフセット補正

### 4・4・6　マッピングと適応制御の構成

図 4.20 で示した設計点において，モデルパラメータであるプラントのシステム行列$\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}$を，エンジン回転数(NE)および燃料噴射量($Q_{FNL}$)を運転条件としてマッピングし，運転条件により補間して各パラメータを読み出す．図 4.20 の設計点は ETC モード試験の使用領域をカバーするように設定されている．図 4.5 のモードと異なるのは，対象としているエンジンの試験モードが新しくなったためである．これにより，運転条件の変化による非線形性を考慮した適応制御系が構成される．本制御手法によれば，運転条件に対応する複数の設計点においてモデルを作成した後，規定される追従特性に基づいて各設計点の 2 入力 2 出力型コントローラが系統的に設計され，ゲインマッピングによる適応制御系が簡便に構成されることになる．

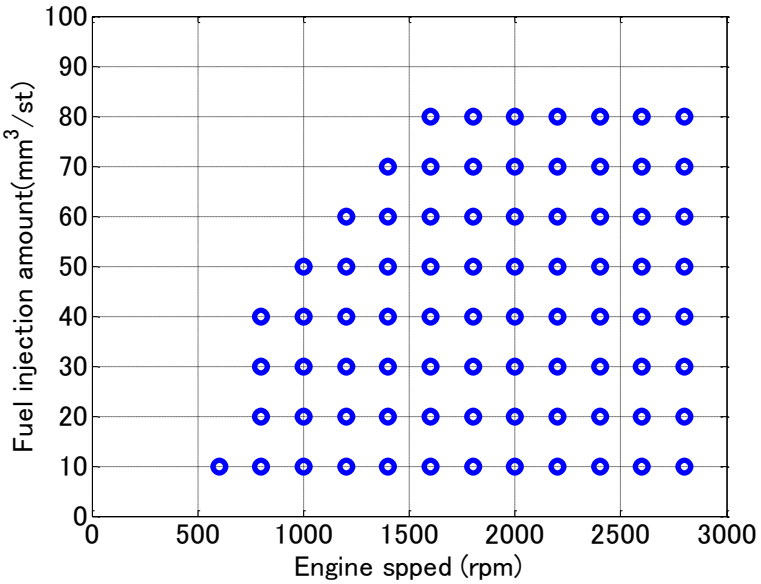



図 4.20 設計点

### 4・4・7　性能評価実験および考察

モデル化および制御効果の検証のため，実機に対する制御実験を実施した．実際の制御に際しては VNT 開度に対する MAF の逆ブレ現象に対応するため，VNT 開度の制約条件については 0-1 よりも狭い範囲に制約されている．また，4・3 節の ILQ 制御においては低負荷低回転・高負荷高回転領域において従来制御手法に切り替える処理を行っていたが, 本節での試験においては全領域においてモデル予測制御を適用する．

(i)　燃料噴射量の値を変化させた場合の制御性能試験

エンジン回転数一定の条件下において，燃料噴射量をステップ状に変化させた場合の制御結果を図 4.21 から図 4.27 に示す．それぞれの試験におけるエンジン回転数及び燃料噴射量は表 4.1 のとおりである．

表 4.1　エンジン回転数および燃料噴射量

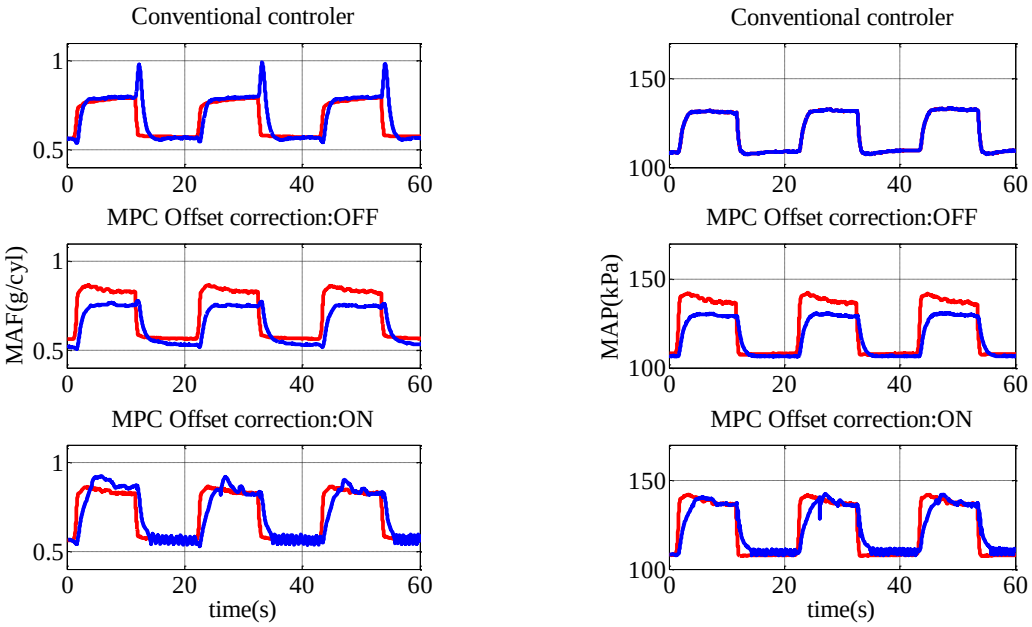
| | エンジン回転数(rpm) | 燃料噴射量($mm^3$/st) |
|---|---|---|
| ① | 1200 | 10 → 40 |
| ② | 1600 | 10 → 40 |
| ③ | 1600 | 40 → 80 |
| ④ | 2000 | 20 → 40 |
| ⑤ | 2000 | 40 → 80 |
| ⑥ | 2400 | 20 → 40 |
| ⑦ | 2400 | 40 → 80 |

以下の図において，1 段目のグラフが従来制御法による結果，2 段目のグラフがオフセット補正を無効にした本手法による結果, 3 段目のグラフがオフセット補正を無効にした本手法による結果である. また, 赤線が目標値, 青線が応答値を示す. エンジン回転数 1200rpm の条件下における従来制御法では MAP については制御

を行わず，測定値をそのまま目標値としているため，目標値と応答値が一致している．

図 4.21 の 1200rpm のようにモデル同定の難しい誤差の大きな領域においても協調的に制御できており，オフセットに関しても補正により修正されていることがわかる．図 4.21，図 4.22 および図 4.24 のようにオフセット誤差が大きい領域に関しては従来制御法と比べて，応答性に劣化がみられるが，逆ブレやオーバーシュートなどに関しては改善していることがわかる．その他の誤差の少ない領域においては，精度よく制御できていることがわかる．

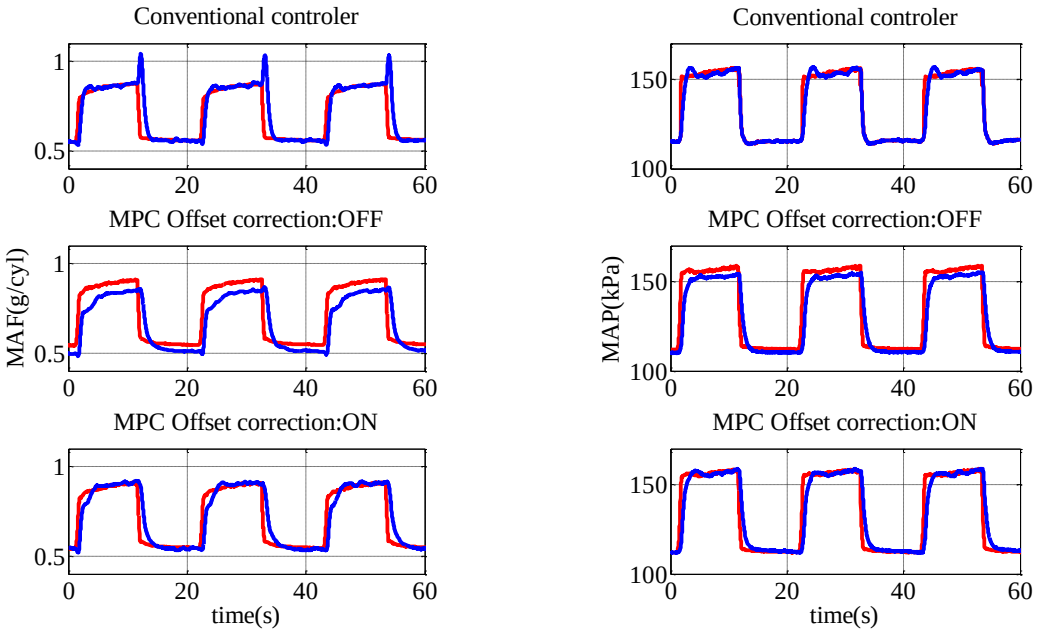
① 1200rpm，10 $mm^3$/st → 40 $mm^3$/st




(a) MAF　　(b) MAP

図 4.21 ステップ応答(1200rpm，10 $mm^3$/st → 40 $mm^3$/st)

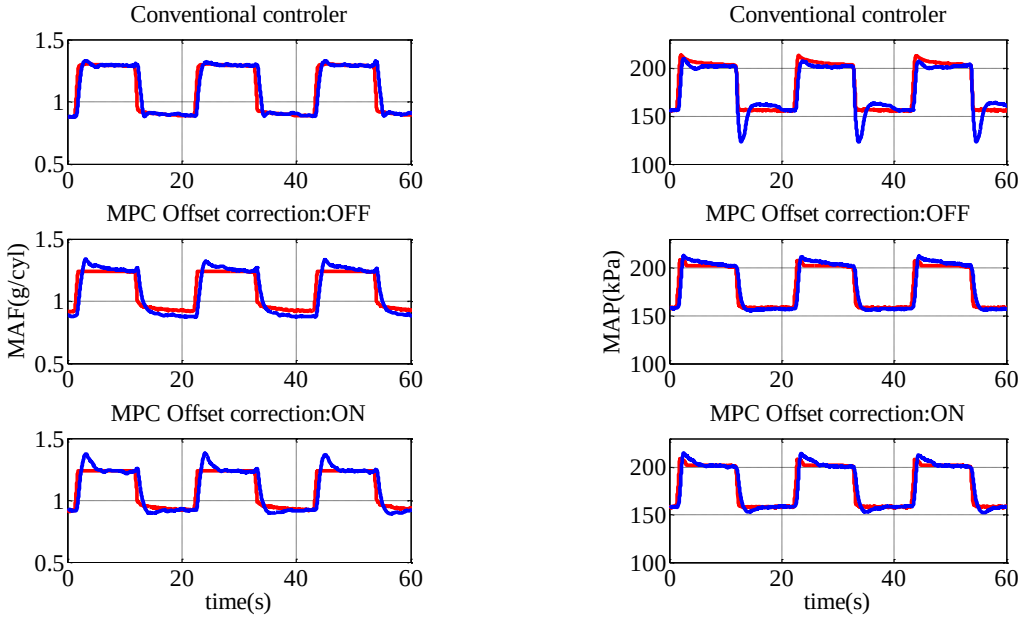
② 1600rpm, 10 $mm^3$/st → 40 $mm^3$/st




(a) MAF (b) MAP

図 4.22 ステップ応答(1600rpm, 10 $mm^3$/st → 40 $mm^3$/st)

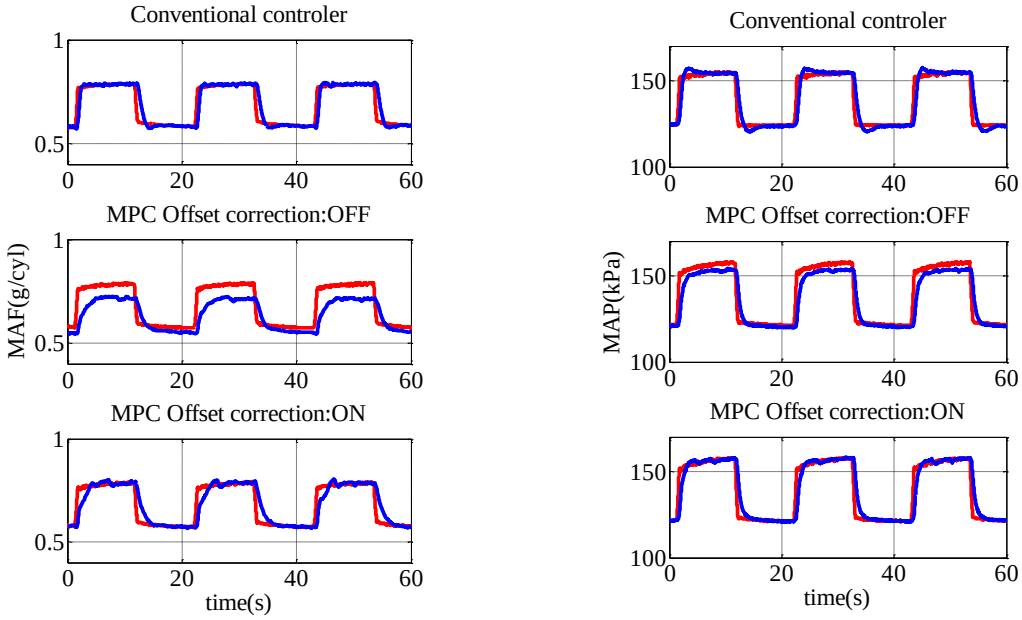
③ 1600rpm, 40 $mm^3$/st → 80 $mm^3$/st




(a) MAF (b) MAP

図 4.23 ステップ応答(1600rpm, 40 $mm^3$/st → 80 $mm^3$/st)

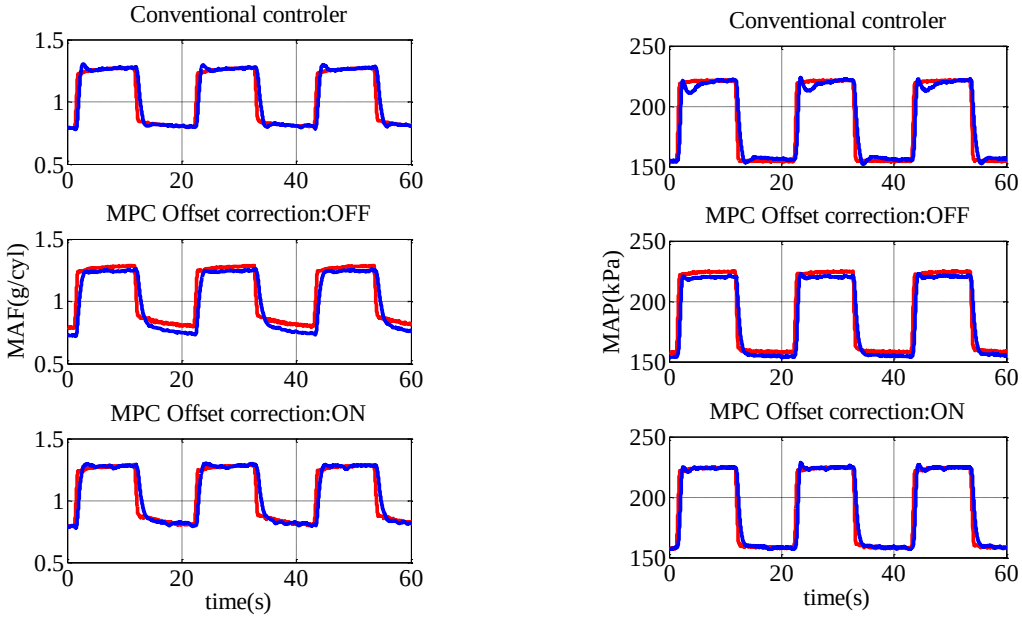
④ 2000rpm，20 mm$^3$/st → 40 mm$^3$/st




(a) MAF　　(b) MAP

図 4.24 ステップ応答(2000rpm，20 mm$^3$/st → 40 mm$^3$/st)

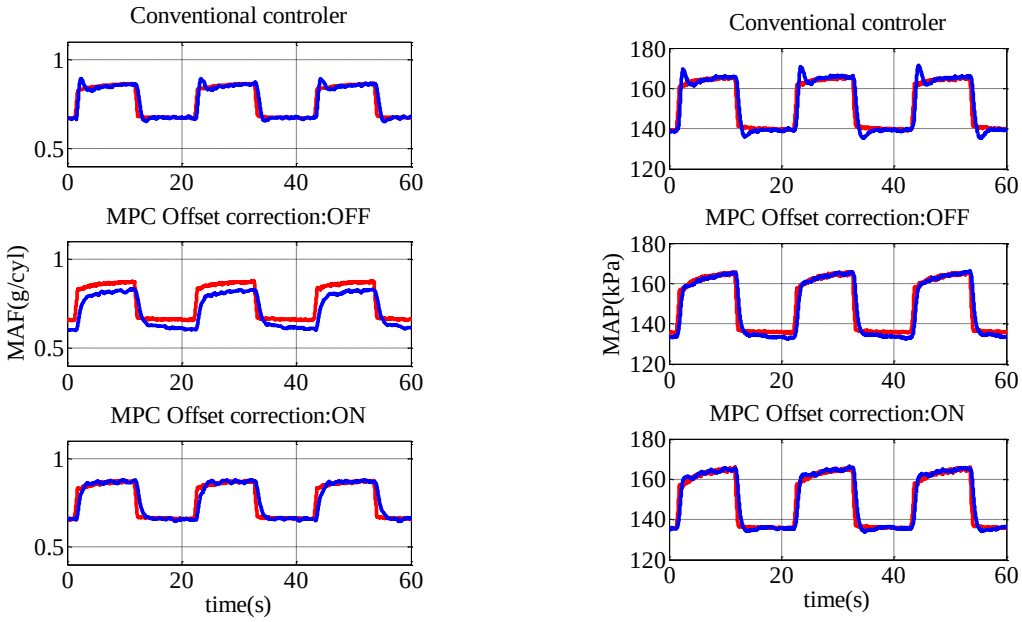
⑤ 2000rpm，40 mm$^3$/st → 80 mm$^3$/st




(a) MAF　　(b) MAP

図 4.25 ステップ応答(2000rpm，40 mm$^3$/st → 80 mm$^3$/st)

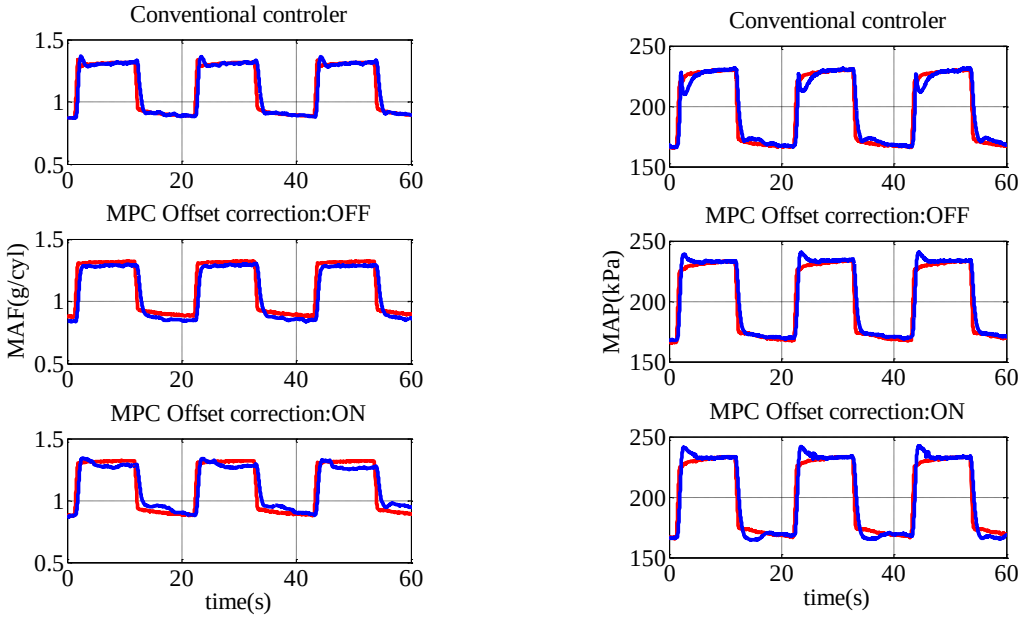
⑥ 2400rpm，20 mm$^3$/st → 40 mm$^3$/st




(a) MAF　　(b) MAP

図 4.26 ステップ応答(2400rpm，20 mm$^3$/st → 40 mm$^3$/st)

⑦ 2400rpm，40 mm$^3$/st → 80 mm$^3$/st




(a) MAF　　(b) MAP

図 4.27 ステップ応答(2400rpm，40 mm$^3$/st → 80 mm$^3$/st)

(ii) モード走行制御実験

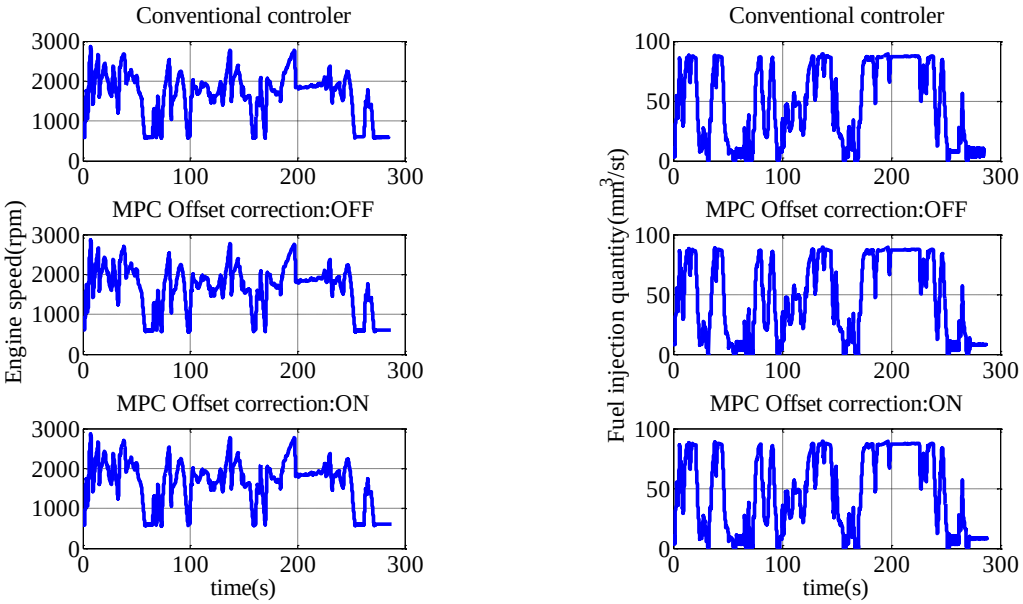
図 4.28 に使用した ETC モードのエンジン回転数および燃料噴射量, 図 4.29 から図 4.34 に ETC モード走行試験結果を示す．図 4.29 は全時間スケールの応答，図 4.30 から図 4.33 は時間スケールを拡大したグラフである. それぞれの図において，(c)MAF および(d)MAP のグラフに関し，赤線が目標値，青線が応答値である．

図 4.28 から分かるようにエンジン回転数，燃料噴射量ともに多岐にわたる運転条件を網羅している．したがって，本試験によりゲインマッピングによる適応制御性能について検証することができる．ETC モード試験結果より下記のことが明らかになった．

① 全体的に目標値に対して良好に追従している．特に従来制御手法で目標値から離れる部分で追従性の向上がみられる部分がある．

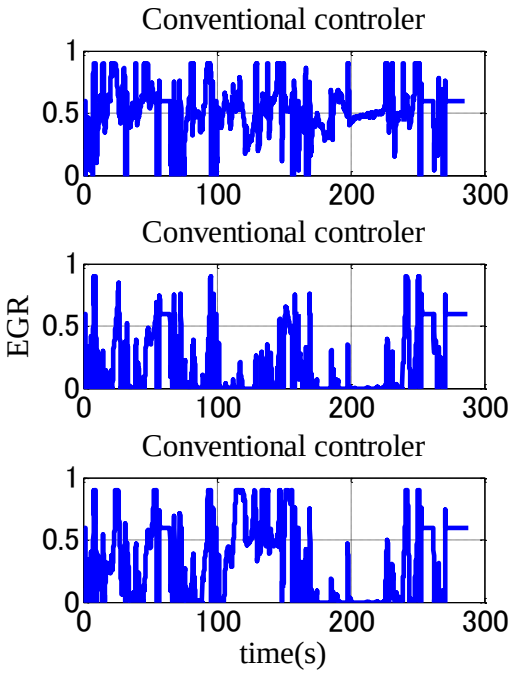
② オフセット補正を行った場合に，補正なしと比較して悪影響はなく，オフセットが適切に補正されていることがわかる．

③ 図 4.30 および図 4.31 から目標値が急激に変化する場合に，従来制御手法と比較して応答性が悪くなっていることがわかる。これは，全領域で安定的に動作できるような時定数で参照軌道を設定していることや，MAF と MAP の評価重みについても安全側で設定されているためだと考えられる．運転条件に合わせて時定数や評価重みを変化させていくことで改善される可能性がある．

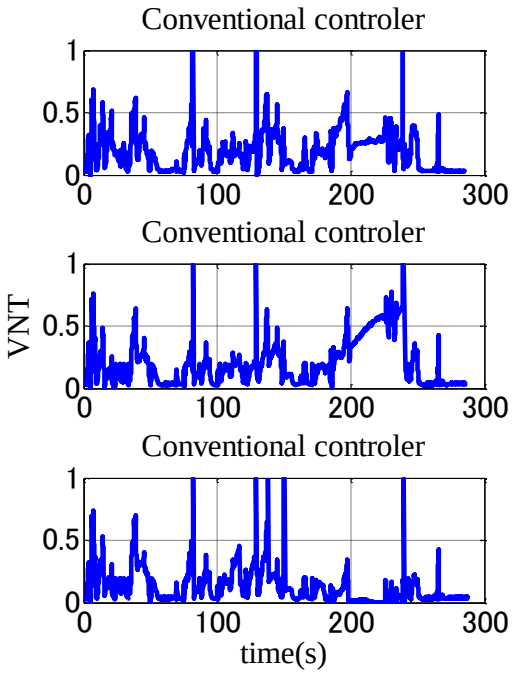



(a) エンジン回転数　　(b) 燃料噴射量

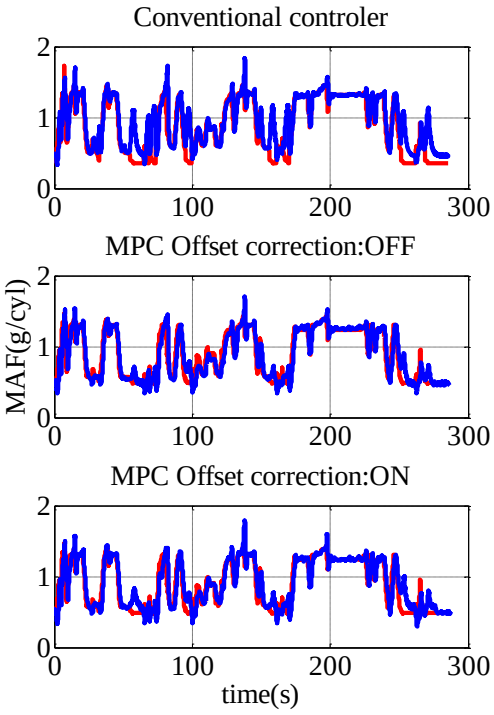
図 4.28 ETC モード



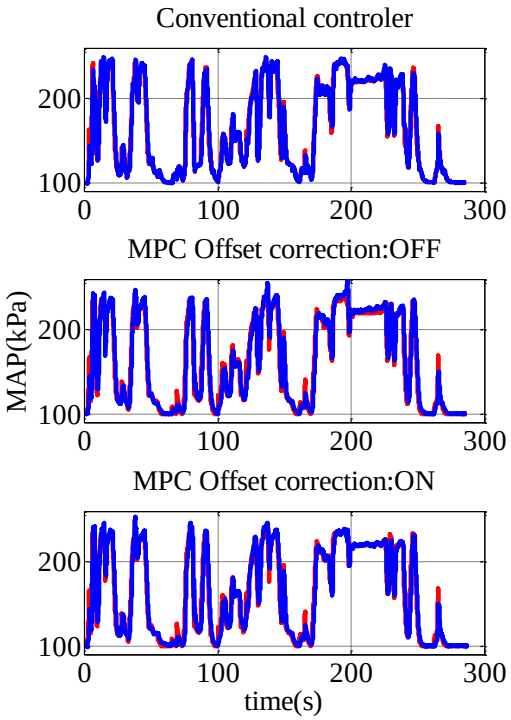

(a) EGR 指示開度




(b) VNT 指示開度

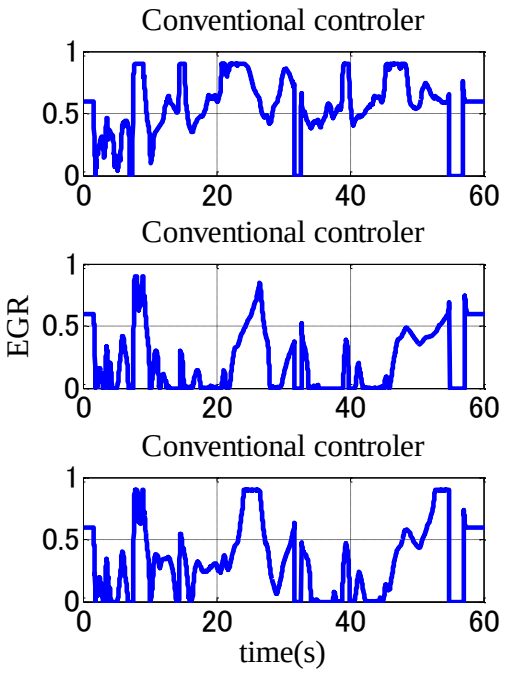



(c) MAF

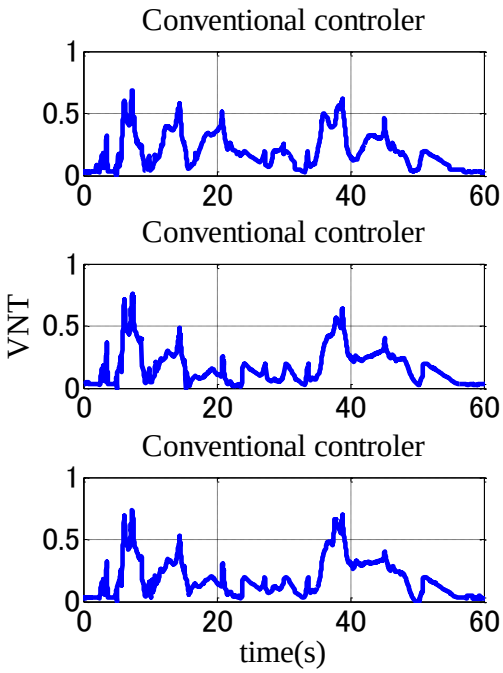



(d) MAP

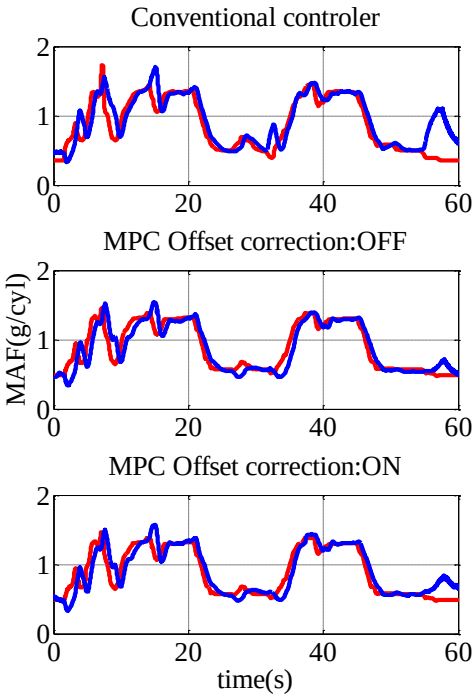
図 4.29 ETC モード試験結果(全時間)



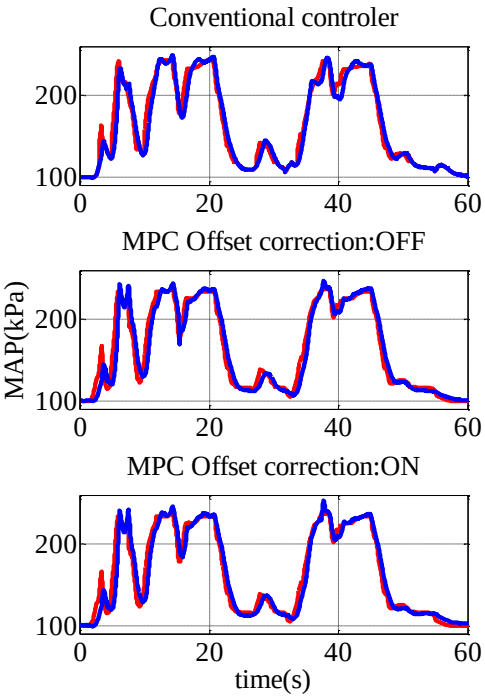

(a) EGR 指示開度




(b) VNT 指示開度

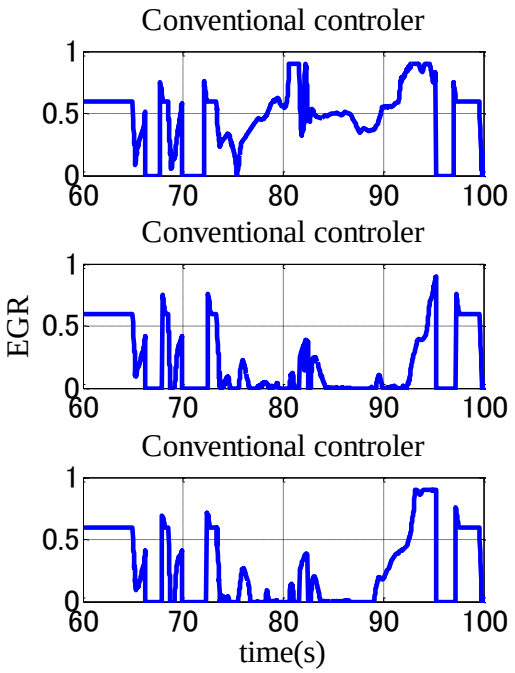



(c) MAF

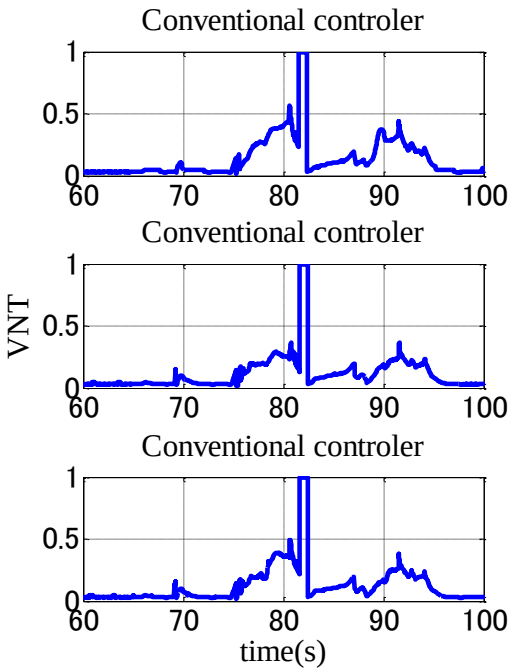



(d) MAP

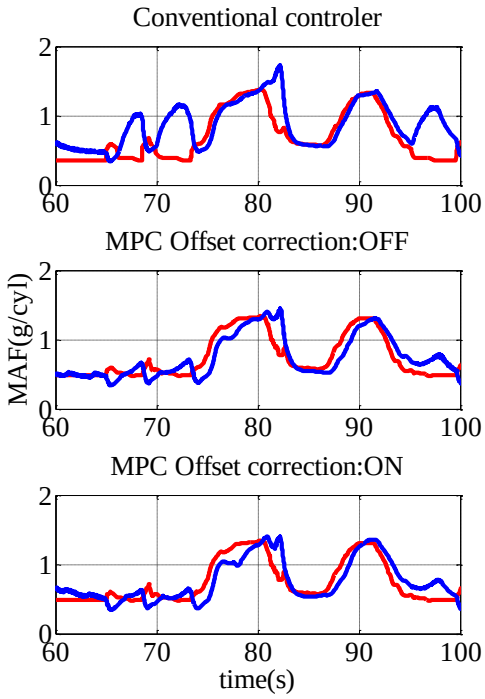
図 4.30 ETC モード試験結果(0s～60s)



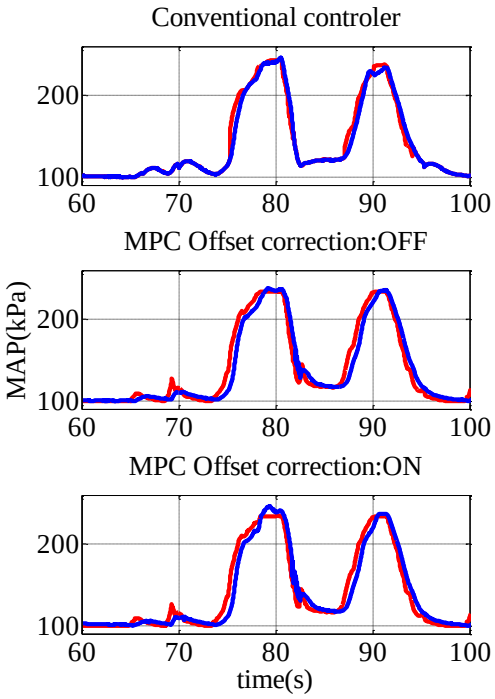

(a) EGR 指示開度




(b) VNT 指示開度

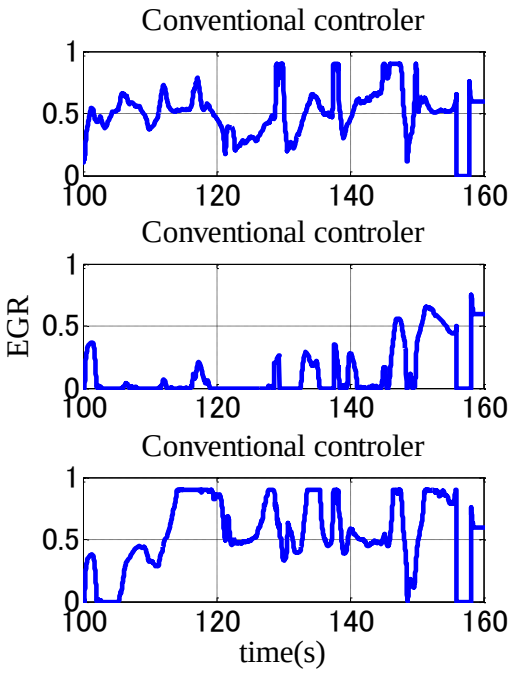



(c) MAF

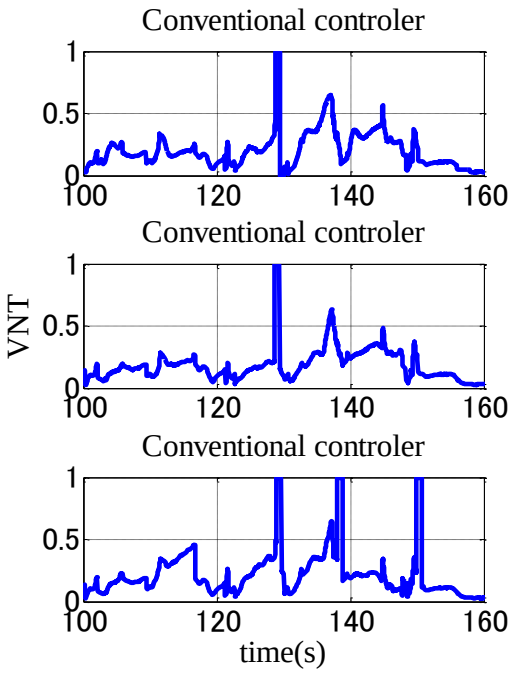



(d) MAP

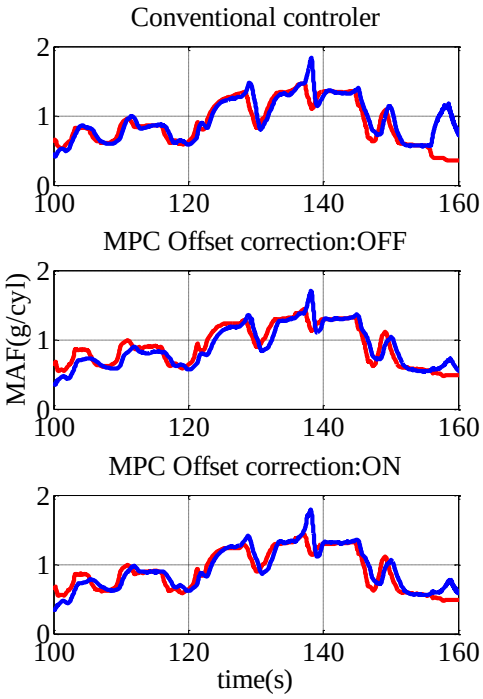
図 4.31 ETC モード試験結果(60s～100s)



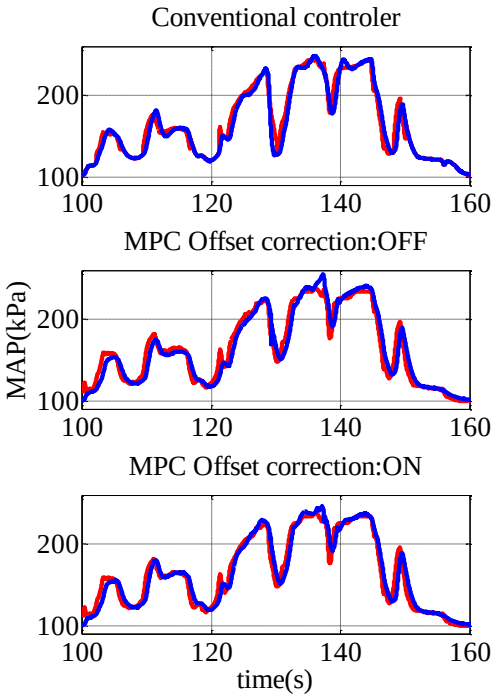

(a) EGR 指示開度




(b) VNT 指示開度

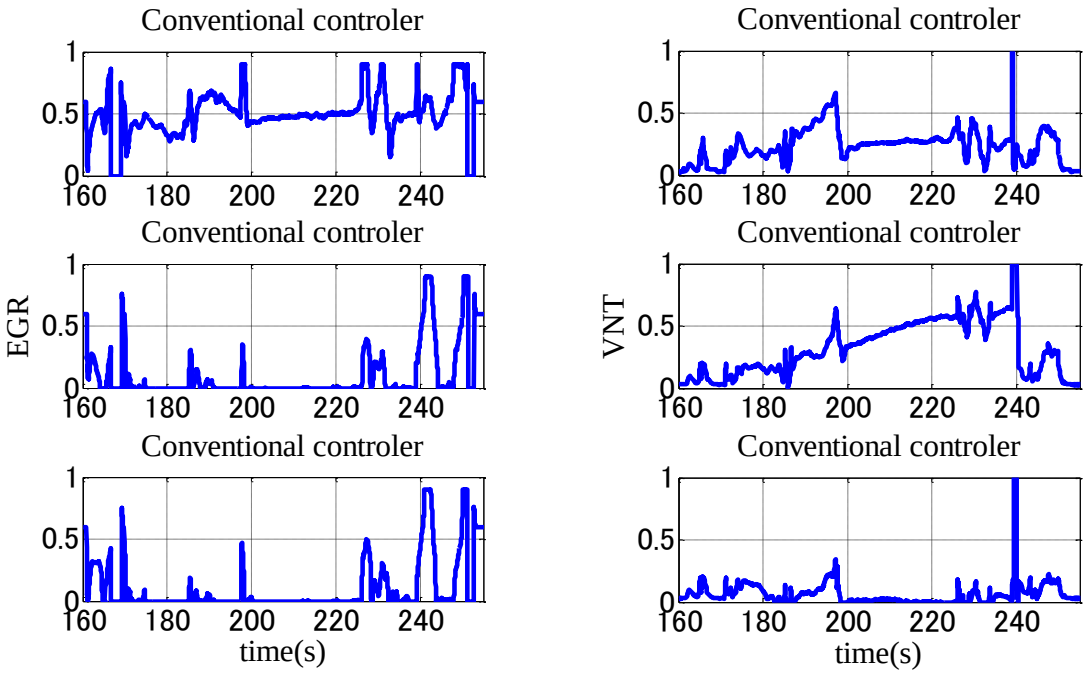



(c) MAF

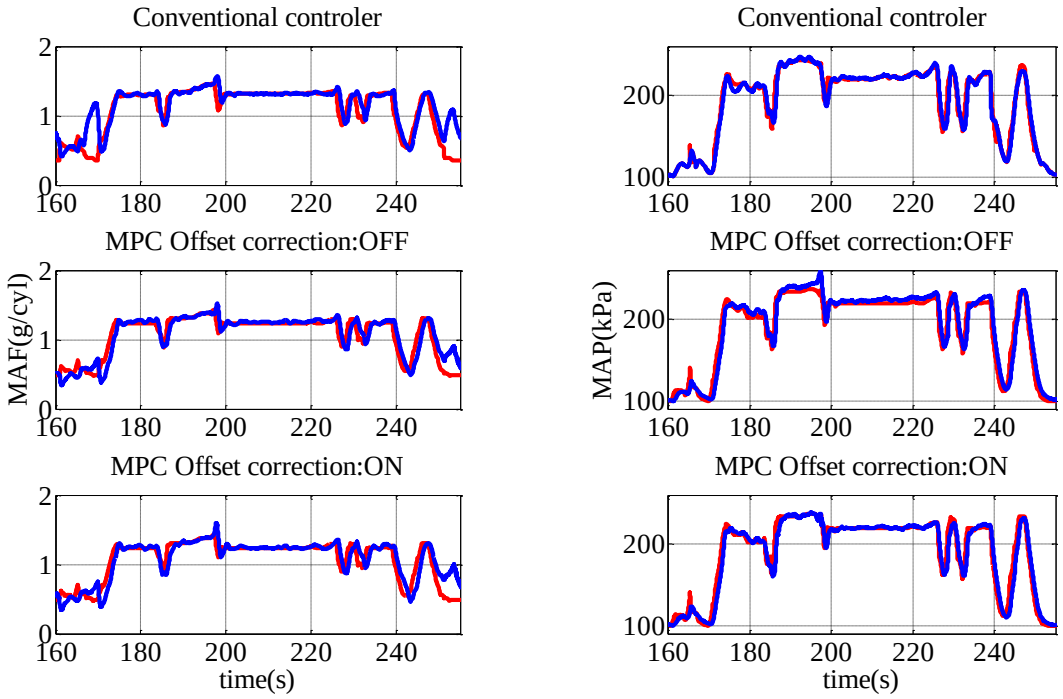



(d) MAP

図 4.32 ETC モード試験結果(100s～160s)




(a) EGR 指示開度　　(b) VNT 指示開度




(c) MAF　　(d) MAP

図 4.33 ETC モード試験結果(160s～255s)

## 4・5　結論

本章では, ディーゼルエンジンの EGR/VNT 吸排気システムのモデル化および制御について検討し，以下の結論を得た.

(1) 制御対象の入出力関係（入力 : EGR/VNT 開度, 出力 : 新規空気量/ブースト圧）を評価し，現象の数学的記述に関する検討を行った．その結果，制御入力に対する出力の非線形性を考慮した入力の補正を行い，2 入力 2 出力の 2 次の状態空間モデルで EGR/VNT システムを記述することが有効であることを確認した. さらに, 多岐にわたる運転条件に対して設計点を設定し, モデル同定を行った.

(2) EGR/VNT 協調制御手法として, モデルベースの ILQ 設計法に基づく積分型最適サーボ系を示した．さらに，多岐に渡る運転条件の変化に対する非線形性に対処するため, ゲインマッピングによりコントローラを適応させる方法を提案した.

(3) (1)の同定モデルおよび(2)の制御手法に基づいて，各設計点におけるコントローラを設計した．そして，閉ループ系の応答を実機による実検で評価し，同定モデルによるシミュレーションとの対応, および従来型の PID 制御による結果との比較から，提案する制御手法の追従性および安定性を評価した.

(4) ILQ 制御での課題であった入力飽和による追従性の劣化に対する改善および, さらなるパラメータチューニングの簡易化を目的として, 単段モデル予測に基づく適応コントローラを簡便かつ安定的に設計するための手法を提案した.

(5) 単段予測でも，応答の安定性を図るため，予測時間を制御周期ではなく制御対象の動特性により決定する方法を提案した．また，モデル化誤差により発生するオフセット誤差について，オフセット補正の方法を提案した.

(6) 上記(4)から(5)について実験による検証を行い，提案する制御ロジックの有効性を示した.

# 第 5 章

# 結論

近年，モデルベース開発が航空・宇宙産業や自動車産業を中心として急速に発展している．また，年々厳しくなる規制への対応および振動・騒音性能の向上のためには，構造的な対策を行っただけでは難しいことが多く，従来行われてきた古典制御手法に代わる現代制御理論以降の制御手法の導入による性能向上が必要となる．

こうした中，各分野においてモデルベースの制御系設計に関する研究が盛んに行われている．モデルベース制御において制御系設計のためのモデル化手法および制御理論の選択または開発は重要な課題といえる．また，ほとんどの制御対象は，特性変動を含んでいる．そのため，系の特性変動に適応させながら制御を行う必要があり，モデル化手法や制御理論を特性変動に適応させることは，必要不可欠である．

そこで，本研究では，燃焼振動，柔軟構造物の位置決めと振動および流量と圧力の追従制御を対象として，電気・機械・流体など多岐にわたる分野のモデル化手法および制御手法について提案し，シミュレーションおよび実験により有効性を示した．以下に本研究で得られた結論を各章ごとにまとめて示す．

第 1 章「緒論」では，本研究の背景と目的について説明し，本研究で用いたモデル化手法および制御理論について概要を示した．

第 2 章「希薄予混合ガスタービン燃焼器における燃焼振動のアクティブ制御」では，希薄予混合燃焼器における燃焼振動現象についてモデル化および制御を検討し，以下の結論を得た．

(1) バルブ入力電圧から燃焼器内圧力までのシステムを，実験モード解析の手法を用いてモデル化することにより，簡便かつ高精度にモデル化できることを示した．
(2) 計測した伝達関数の位相に応答遅れと考えられる傾きが存在する場合，パデ近似によるむだ時間要素を導入して位相補正を行うことにより，実験モード解析に基づく振動系の同定が可能であることを示した．

(3) $H_2$ ノルムの評価関数としてプラントモデルを用いることにより，対象としているモードのピーク近傍の応答を効果的に制御し，ピーク以外の外乱がある場合でも安定して動作することを示した.

(4) 希薄予混合燃焼器における燃焼振動現象に対して混合 $H_2/H_\infty$制御を適用し，振動抑制に対して有効であることを示した.

(5) 当量比の変化などプラントの特性が変化する場合，コントローラを切り替えるスケジューリング制御により適応的に制御が可能であることを示した.

(6) 主燃料や構造の異なる燃焼器に適用し，それぞれの燃焼器に対し本手法が有効であることを示した.

第 3 章「柔軟スマートリンク機構の運動と振動の制御」では，柔軟リンク機構のモデル化および制御について検討し，以下の結論を得た.

(1) DC モータを機能モデルを用いてモデル化し，実機の実験結果を用いて特性値の同定を行い，シミュレーション結果と実験結果を比較することにより，DC モータの機能モデルが正確にモデル化できていることを示した.

(2) 有限要素法により表現された梁モデルに対し，モード解析に基づき低次元モデルを作成し，DC モータのモデルと結合することにより柔軟リンク機構の統合モデルを得る手法を提案し，実験およびシミュレーションによりその妥当性を確認した.

(3) 柔軟リンク機構のモデルに対して，所望の運動と振動制御性能を達成するための動的補償器を混合 $H_2/H_\infty$ 制御問題に基づいて設計する手法を示した.

(4) アクチュエータの特性を考慮し，周波数および振幅により適したアクチュエータを組み合わせて用いるハイブリッド制御法を示した．また，スマート化された柔軟リンク機構に適用し，シミュレーションおよび実験により運動と振動の制御性能の向上を検証し，その有効性を示した.

(5) 目標角度に基づくリンク機構の最終姿勢からモデルの時変性を表現することにより，任意の姿勢に対し有効な位置決め制御性能およっび制振性能を実現できることを示した.

第 4 章「ディーゼルエンジンの EGR/VNT 協調制御」では，ディーゼルエンジンの EGR/VNT 吸排気システムのモデル化および制御について検討し，以下の結論を得た．

(1) 制御対象の入出力関係（入力 : EGR/VNT 開度，出力 : 新規空気量/ブースト圧）を評価し，現象の数学的記述に関する検討を行った．その結果，制御入力に対する出力の非線形性を考慮した入力の補正を行い，2 入力 2 出力の 2 次の状態空間モデルで EGR/VNT システムを記述することが有効であることを確認した．さらに，多岐にわたる運転条件に対して設計点を設定し，モデル同定を行った．
(2) EGR/VNT 協調制御手法として，モデルベースの ILQ 設計法に基づく積分型最適サーボ系を示した．さらに，多岐に渡る運転条件の変化に対する非線形性に対処するため，ゲインマッピングによりコントローラを適応させる方法を提案した．
(3) (1)の同定モデルおよび(2)の制御手法に基づいて，各設計点におけるコントローラを設計した．そして，閉ループ系の応答を実機による実検で評価し，同定モデルによるシミュレーションとの対応，および従来型の PID 制御による結果との比較から，提案する制御手法の追従性および安定性を評価した．
(4) ILQ 制御での課題であった入力飽和による追従性の劣化に対する改善および，さらなるパラメータチューニングの簡易化を目的として，単段モデル予測に基づく適応コントローラを簡便かつ安定的に設計するための手法を提案した．
(5) 単段予測でも，応答の安定性を図るため，予測時間を制御周期ではなく制御対象の動特性により決定する方法を提案した．また，モデル化誤差により発生するオフセット誤差について，オフセット補正の方法を提案した．
(6) 上記(4)から(5)について実験による検証を行い，提案する制御ロジックの有効性を示した．

本研究では, 特性変動を有する動的システムとして複数の分野の対象物について, 適用できるモデル化手法及び制御理論を適用方法及び改善点を含めて提案した. さらなる制御性能の向上および実装に向けては，以下の課題があると考えられる.

(1) 特性変動による非線形への対応として，ゲインマッピングを行ったが，パラメータの正負が反転するような補間点においては制御性能が低下する可能性がある．設計点の設定方法および設計点間の補間方法について，より誤差の少ない方法を検討する必要がある.
(2) 制御対象の特性変動について, 状態変化に伴う特性変動について検討を行った. 継時変化による特性変動がモデル化誤差となり, 制御性能の低下を引き起こすことが考えられる．実稼働状態におけるモデルパラメータ学習のように，継時変化による特性変動への対応について検討する必要がある.
(3) 第 4 章で検討したモデル予測制御の目標値に対する参照軌道の設計については，一般的に使用されている一次遅れによる設計を行った．この参照軌道の設計について, 制御対象の特性および入力の制約条件を考慮した設計方法を検討する必要がある.

# 参考文献


1. 藤川　智志, “マツダの目指すモデルーベース開発”, マツダ技報, No.31(2013), pp.44-47
2. Lee, J.G., Kim, K., and Santavicca, D.A.,”Effect of Injection Location on the Effectiveness of an Active Control System Using Secondary Fuel Injection”, Proc. Combst. Inst. 28 (2000) pp.739-746.
3. Choi, G. M., Tanahashi, M. and Miyauchi, T. “Control of Oscillating Combustion and Noise Based on Local Flame Structure”, Proc. Combst. Inst. 30(2005), 1807-1814.
4. Boe-Shong, H., Yang, V., and Ray, A. , "Robust Feedback Control of Combustion Instability with Modeling Uncertainty", Combust. Flame 120(2000), pp.91-106.
5. Hathout, J. P., Fleifil, M., Annaswamy, A. M., and Ghoniem, A. F., "Combustion Instability Active Control Using Periodic Fuel Injection" , J. Propul.Power 18(2002), pp.390-399.
6. Ikame, M., Kishi, T., Harumi, K., Hiraoka, K., Oka, H., Sato, H., Hayashi K., Nishidome, C., Kajiwara, I. and Ogawa, S., “Suppression of Combustion Noise and Combustion Oscillation by Thermo-Acoustic Active Control Using Secondary Flame”, ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea and Air, GT2005-68233, 2005.
7. Shigeru Tachibana, Laurent Zimmer, Yoji Kurosawa, Kazuo Suzuki, Hiroyuki Sato, A. Koichi Hayashi, Chiaki Nishidome and Itsuro Kajiwara, “Active Control of Combustion Oscillations in a Lean Premixed Gas-Turbine Combustor”, International Journal of Vehicle Design, Vol.43(2007), No.1,pp.306 – 321
8. 長松 昭男, “モード解析入門”, コロナ社
9. 角田　鎮男, “機械システムにおける機能設計のためのモデル化手法”, 博士論文
10. 芹沢 聡人, “機能モデルのマルチボディーダイナミクスへの適用”, 修士論文
11. 中野 道雄, 美多 勉, “制御基礎理論”, 昭晃堂
12. 西垣 勉, 小田原 靖, 遠藤 満, “圧電フィルムによるはり振動の検出と制御”, 日本機会学会論文集(C 編), 63 巻 615 号, 1997
13. Edward F. Crawly, Javier de Luis, “Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures”, AIAA Journal,Vol.25,No.10,1987

14. Edward F. Crawly, “Intelligent Structures for Aerospace: A Technology Overview and Assessment”, AIAA Journal,Vol.32,No.8,1994
15. 榊原 範人，梶原 逸朗，長松 昭男，“フレキシブルリンク機構における振動と運動の制御”，日本機会学会[No.99-27]第 9 回設計工学・システム部門講演会論文集,1999
16. 梶原逸朗，西留千晶，榊原範人，上原学，長松昭男，“スマート化フレキシブルリンク機構における運動と振動の制御”，日本機械学会論文集（C編），67 巻，659 号，2001，pp.2173-2180
17. Kajiwara, I., Nishidome, C. and Sakakibara, N，“Motion and Vibration Control in Smart Flexible Link Mechanism”, Proceedings of International Symposium on Robotics and Automation 2000, 2000, pp. 250-255
18. 鷲森健児，梶谷満信，丹羽伸二，中嶋健治, “スライディングモード制御を用いた EGR-過給圧協調制御の開発”,振動と運動の制御シンポジウム講演論文集, (2007), pp. 173-176
19. 岩垂光宏，上野将樹，服部泰治，足立修一, “ディーゼルエンジン吸気システムのモデリングとモデル予測制御による制御系設計”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 46, No. 8 (2010), pp. 456-462.
20. 梶原逸朗，花村良文，佐藤淳一，高田博, “内燃機関の制御方法及び制御装置”, 特願 2009-100324 (2009).
21. 木村英紀，藤井隆雄，森武宏著, “ロバスト制御”，コロナ社(1994).
22. T. Fujii, “A New Approach to the LQ Design From the Viewpoint of the Inverse Regulator Problem”, *IEEE Transactions*, Vol. AC-32, No. 11(1987), pp. 995-1004.
23. 藤井隆雄, “LQ 設計への新しい試み-最適サーボ系設計への応用-”，計測自動制御学会論文集, Vol. 23, No. 2(1987), pp. 129-135.
24. 藤井隆雄, “二次安定論に基づくロバストサーボ系の設計法”，システム制御情報学会論文誌, Vol. 4, No. 11(1991), pp. 462-472.
25. 黒江祐希，藤井隆雄, “参照入力と制御対象を一般化した ILQ 最適サーボ系設計法”,計測自動制御学会論文集, Vol. 34, No. 3(1998), pp. 195-202.
26. 関義朗, “ILQ 設計理論を応用したエレベータの振動抑制制御”，システム制御情報学会論文誌, Vol. 42, No. 11(1998), pp. 599-606.
27. 高見弘，“ILQ 法による永久磁石同期モータの最適電流制御”，計測自動制御学会論文集，Vol.38，No.8(2002)，pp.718-725

28. Mitsuhiro Iwadare, Masaki Ueno, Shuichi Adachi, “Multi-Variable Air-Path Management for a Clean Diesel Engine Using Model Predictive Control”, SAE 2009-01-0733.
29. Peter Ortner, Luigi del Re, “Predictive Control of a Diesel Engine Air Path”, IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 15, NO. 3(2007), pp.449-456,
30. 野波健蔵編，西村秀和，平田光男著，“MATLAB による制御系設計”，東京電機大学出版局(1998)

# 謝辞

本研究を遂行するに当たり終始懇切にご指導いただいた, 北海道大学の梶原逸朗教授に心から感謝いたします.

本研究の機会を与えてくださったキャテック株式会社天津成美氏と社内において懇切にご指導いただいた角田鎭男氏および長松昭男東京工業大学名誉教授に心から感謝いたします.

本研究において, 共同研究の場を与えてくださった海上技術安全研究所の晴海一圭氏，宇宙航空研究開発機構の立花繁氏，いすゞ自動車株式会社の花村良文氏，佐藤淳一氏に深く感謝いたします.

研究室においてサポートいただいた, スマートメカニズム研究室の皆様に深く感謝いたします.

修士論文のテーマとして，共に研究を行っていただいた，太田俊輔氏，井川芳克氏および岩崎晃氏に深く感謝いたします.