



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ヘリオトロンプラズマにおける抵抗性交換型不安定性と磁気島との相互作用に関する研究
Author(s)	上田, 亮介
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第11569号
Issue Date	2014-09-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k11569
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/57212
Type	doctoral thesis
File Information	Ryosuke_Ueda.pdf



ヘリオトロンプラズマにおける抵抗性交換型不安定性と
磁気島との相互作用に関する研究

上田亮介

博士 (工学)

北海道大学大学院工学院
量子理工学専攻

平成 26 年度 (2014)

目次

第 1 章	序言	5
1.1	はじめに	5
1.2	プラズマの閉じ込め原理と方式	6
1.3	MHD(電磁流体力学) 不安定性	9
1.3.1	MHD 方程式	10
1.3.2	磁場によるプラズマの閉じ込め	11
1.3.3	MHD 不安定性	13
1.3.4	理想交換型不安定性	17
1.3.5	抵抗性交換型不安定性	21
1.3.6	磁気島	23
1.4	大型ヘリカル装置 (LHD) で観測される磁場揺動と交換型不安定性	24
1.5	本研究の目的と意義	26
	参考文献	29
第 2 章	抵抗性交換型不安定性が磁気島形成に及ぼす影響	31
2.1	序論	31
2.2	数値解析モデル	33
2.2.1	固有方程式	33

2.2.2	解析手法	37
2.2.3	平衡分布	38
2.3	抵抗性交換型不安定性の特性	39
2.3.1	揺動の径方向分布	39
2.3.2	成長率と半値幅のベータ値および磁気レイノルズ数依存性	44
2.3.3	磁気島形成を特徴づけるアイランド指標	47
2.4	考察	52
2.5	結論	56
参考文献		58
第 3 章	磁気島が不安定性に及ぼす影響	60
3.1	序論	60
3.2	MHD 方程式	62
3.3	長波長不安定性の解析	64
3.3.1	Boozer 座標系	64
3.3.2	交換型不安定性の $(1, 1)$ フーリエモードの揺動構造	66
3.3.3	長波長不安定性の線形成長の解析例とその特性	68
3.4	磁気島を持つ平衡配位の構築法とその特性	80
3.4.1	磁気島を持つ真空磁場配位の構築法	81
3.4.2	磁気島を持つ平衡の特性	86
3.5	磁気島が抵抗性交換型不安定性に与える影響	94
3.5.1	運動エネルギーの時間変化	95
3.5.2	磁気島が揺動分布に与える影響	95
3.6	考察	101
3.7	結論	105

参考文献	107
第 4 章 結言	109
付録 A HINT2 コードにおける平衡計算手法の概略	111

第 1 章

序言

1.1 はじめに

核融合炉を実現するには, 高密度のプラズマを容器壁から浮かせて定常に閉じ込める必要がある. プラズマの閉じ込め方式には様々な方法があり, 大きく分けて磁場閉じ込め型と慣性閉じ込め型に大別される. 本論文では磁場閉じ込め型方式をとり扱う. 磁場閉じ込め方式では, プラズマを閉じ込めるために「磁場の容器」を用いる. この容器のことを磁気面と呼び, 詳細を 1.3.2 節で述べる. また, プラズマが電磁流体力学 (MHD: Magnetohydrodynamics) 的に安定であることも重要である. MHD ではプラズマ粒子の集団を連続的な流体として取り扱う. MHD 的に不安定な状態では, 「磁場の容器」からプラズマが飛び出たり, あるいはプラズマが「磁場の容器」を破壊してしまう. MHD 不安定性の駆動源はプラズマ中の電流や圧力勾配で, これらの存在により電場揺動や磁場揺動が拡大し, 不安定性が成長する. 本論文では特に, 1.3 節で述べる圧力勾配を駆動源とする交換型不安定性に着目する. 本章の構成は以下のとおりである. まず, 1.2 節でプラズマを閉じ込める原理と方式を示す. 1.3 節で MHD 不安定性及び磁気島について説明し, 1.4 節では大型ヘリカル装置 (LHD) と LHD で観測される不安定性について述べる. 1.5 節で本研究の目的と意義を示す.

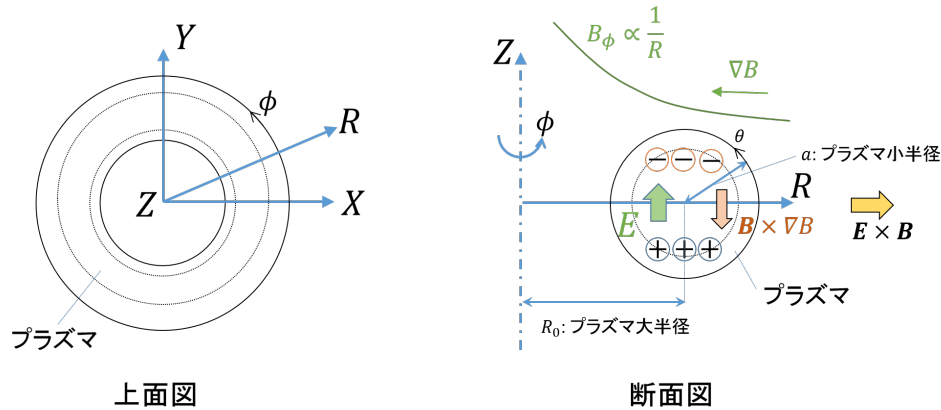


図 1.1: トーラスプラズマの荷電分離と $E \times B$ ドリフト.

1.2 プラズマの閉じ込め原理と方式

プラズマ粒子は電荷を帯びており、磁力線に巻き付くように運動する。磁場閉じ込め型の装置では、プラズマ粒子は粒子間の衝突がなければひとつの磁力線に巻きつき、異なる磁力線に移らない性質を利用する。この性質に基づくプラズマ閉じ込め装置は直線型やトーラス型が考えられてきた。一般に直線型では、磁力線に垂直な方向にはプラズマを閉じ込めることができるが、装置の長さは有限であるため磁力線に平行な方向には保持が難しい。直線型の1つである磁気ミラー型装置では、荷電粒子は弱磁場領域から強磁場領域に移動したときに反射されるという性質を利用して磁力線方向の閉じ込めを行う。この方式をとる代表的な実験装置としては筑波大学の GAMMA10[1] が挙げられる。磁気ミラー型装置は磁力線方向の閉じ込めをある程度可能としたものの、磁力線方向の速度が大きい粒子は反射されず損失してしまう。このためミラー型方式では荷電粒子の損失を根本的に解決できない。磁力線方向のプラズマ損失を解決する方法として、直線型装置の両端をつなげドーナツ形状にしたものがトーラス型閉じ込め装置であり、核融合炉に用いる閉じ込め方式として現在有望視されている。

図 1.1 のように, ϕ 方向の磁場 B_ϕ のみを持つ単純トーラス型装置でのプラズマの振る舞いを述べる. 図 1.1 上面図における R 方向を大半径, トーラスの中心軸 (Z 軸) から断面図の小円の中心までをプラズマ大半径 R_0 と呼ぶ. また, 断面図の小円の半径を小半径, トーラスの小半径の最大値をプラズマ小半径と呼ぶ. 図 1.1 中で R が大きいトーラス外側よりも, R の小さい内側の方が必然的に磁力線の密度が高い. トロイダル方向 (ϕ 方向) の磁場強度は $B_\phi \propto \frac{1}{R}$ となり, ∇B ベクトルはトーラス内側を向く. 荷電粒子は磁力線のまわりを回転しながら運動するが, 磁場強度がトーラス内側ほど強い内側と外側で回転半径の差が生じ, 鉛直方向へ移動する ($\mathbf{B} \times \nabla B$ ドリフト). このドリフトは荷電粒子の電荷に依存するため, プラズマ内で荷電分離を引き起こし, 鉛直方向の電場 $\mathbf{E}$ を生じさせる (図 1.1 断面図). さらに, この電場 $\mathbf{E}$ と磁場 $\mathbf{B}$ が荷電粒子に作用し, トーラス外側へ粒子を移動させる ($\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト). このドリフトは $\mathbf{B} \times \nabla B$ ドリフトとは異なり, 電荷の符号によらずプラズマをトーラス外側に動かすため, B_ϕ のみの単純なトーラス型ではプラズマを閉じ込めることができない. したがって, 現在のトーラス型閉じ込め装置では, 鉛直方向の荷電分離を打ち消すために, 図 1.1 の θ 方向の磁場を加えることで磁力線をらせん状にしている (図 1.2). このらせん状の磁力線は後に 1.2.2 節で述べる磁気面を形成する. 荷電粒子はらせん状の磁力線に沿って移動するため, 分離した荷電粒子を短絡させ鉛直方向の荷電分離を中和することができる. このらせん状の磁力線を発生させる代表的な方法にはトカマク型とヘリカル型と呼ばれる方式がある (図 1.3).

トカマク型ではトロイダルコイルに加えプラズマ中に電流 (プラズマ電流) を流すことでらせん状の磁力線を作る装置である. 図 1.3 に示すようにトカマクプラズマの形状はトーラスの中心軸のまわりに対称性を持ち, 単純な構造であるため解析は 2 次元で済む. しかし, プラズマ電流を発生させるには電磁誘導を利用するため, 中心ソレノイドコイルに流す電流を時間的に変化させ続ける必要があり定常運転には向いていない. トカマク型の代表的な装置として, 原子力開発機構の JT-60[3] や, 国際共同事業として開発が進められている ITER[4] などがある.

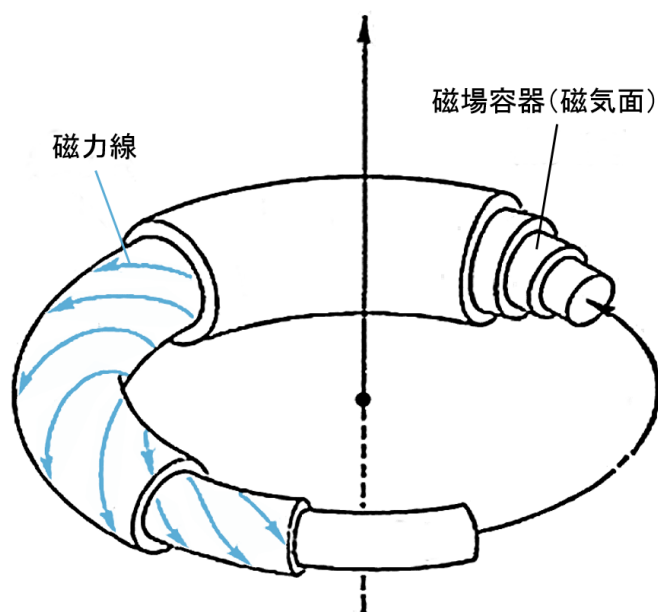


図 1.2: らせん状の磁力線と入れ子状の磁場容器 (磁気面).

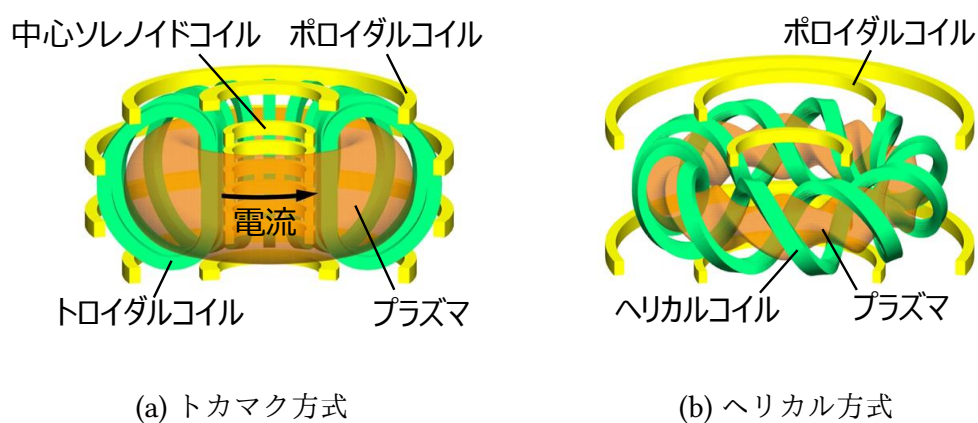


図 1.3: トカマク方式とヘリカル方式 [2].

一方, ヘリカル型はプラズマ外部に設置したヘリカルコイルのみによってらせん状の磁力線と磁気面を作る装置である. トカマク型とは異なり, プラズマ電流を流す必要がないため定常運転に向いているという利点がある. 反面, プラズマ形状が非軸対称であるため, 3 次元的な解析が必要となる. さらに真空容器やコイルの製作に高度

な技術が必要とする．ヘリカル型にはステラレータ型, ヘリオトロン型などの種類がある．ステラレータ型は偶数個のヘリカルコイルに逆方向の電流を交互に流す点が特徴である．一方, ヘリオトロン型はヘリカルコイルに流れる電流がすべて同方向に流れる．ヘリオトロン型の代表的な装置は, 京都大学のヘリオトロン J[5], 核融合科学研究所の大型ヘリカル装置 (LHD: Large Helical Device)[6] などがあり, 本論文では, LHD で生成されるプラズマを主な解析対象とする．

1.3 MHD(電磁流体力学) 不安定性

プラズマは 1.3.2 節で述べるように, 磁気面と呼ばれる「磁場の容器」によって閉じ込められる．核融合炉を実現させるためには, 高温かつ高密度のプラズマを一定時間の間, 磁場の容器に閉じ込めなければならない．閉じ込めを行う磁場を発生させるエネルギーは外部から投入するため, 磁場が強いほど運転コストが高い．一方, 核融合出力は, プラズマ圧力が高いほど大きくなる．すなわち, 印加する磁場の強度に対して圧力が高いほど核融合炉として経済的である．このプラズマ圧力 p と印加磁気圧 ($B^2/(2\mu_0)$) の比をベータ値

$$\beta = \frac{p}{B^2/(2\mu_0)} \quad (1.1)$$

という．ここで μ_0 は真空の透磁率である．特に, プラズマ中心で評価したものを中心ベータ値 β_c , プラズマ全体で体積平均したものを体積平均ベータ値 $\langle\beta\rangle$ と呼ぶ．

閉じ込めを行う上で問題となるのが, 輸送と MHD 不安定性である．輸送とは, 磁場の容器から少しずつプラズマが漏れ出す現象である．この現象によりプラズマが損失する時間は, 核融合炉で数秒程度とされる．一方, MHD 不安定性とは 1.3.1 節で述べる MHD 方程式系を用いて議論される不安定性である．MHD 方程式系は, プラズマ粒子の集団を流体として扱い, 質量や電荷などを平均化することで導かれ, 圧力や密度といった統計量でプラズマの振る舞いを表す．MHD 不安定性は数百 μ 秒ほどという, 輸送よりもはるかに短い時間スケールで, プラズマを閉じ込めている磁場

の容器を変形させる．この結果, プラズマの閉じ込め性能の劣化を引き起こす．したがって, プラズマの定常保持には MHD 不安定性に関する研究が不可欠である．

1.3.1 MHD 方程式

プラズマの MHD 的振る舞いを記述する電磁流体力学 (MHD) 方程式系は,

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}) = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = - \frac{1}{\rho_m} (\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p = - \Gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} + (\Gamma - 1) \eta j^2 \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = - \nabla \times \mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\mu_0 \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.7)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} \quad (1.8)$$

と表される [7]. $\rho_m, \mathbf{v}, p, \mathbf{B}$ はそれぞれ質量密度, 速度, プラズマ圧力, 磁場 (磁束密度) を表しており, 式 (1.2)-(1.5) はその時間変化を示す. $\mathbf{j}, \mathbf{E}$ は電流密度, 電場である. また Γ, η, μ_0 は比熱比, 抵抗率, 真空での透磁率を表す. 式 (1.2)-(1.4) はそれぞれ流体力学における連続の式, 運動量保存則 (ナビエ・ストークス方程式), エネルギーの式を表している. 特に式 (1.3) は, ナビエ・ストークス方程式において, 電磁力が外力として加わったものである. 式 (1.5), (1.6) はそれぞれ電磁気学におけるファラデーの式, アンペールの式である. 式 (1.7) はソレノイダル条件とも呼ばれ, 磁力線の端点がないこと示す. 式 (1.8) は一般化されたオームの法則である. このように MHD 方程式系 (1.2)-(1.8) は流体力学の方程式と電磁気学の方程式が連立している.

これらの式は非線形性を持つため解析が非常に困難であり, 方程式系を簡約化して解く試みが多く行われている. 流体力学の分野で行われるようにプラズマが非圧縮性を持つと仮定すると, 式 (1.2) は $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ となる. 第2章では速度を流れ

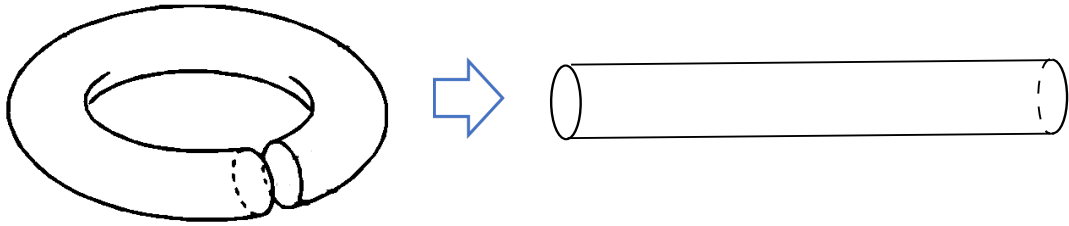


図 1.4: トーラス形状のある断面を切断し, 直円筒形状に近似.

関数を用いて表すことでこの式を満たし, さらに低ベータ値という条件を仮定することで得られる簡約化方程式系 [8] を用いて, 解析を行った. プラズマの諸量 (速度, 圧力, 磁場) が持つ 3 次元的構造が不安定性に与える影響を無視すると, 図 1.4 に示すようにトーラスプラズマを直円筒形状に近似することができる. このモデルでは, 円筒の半径方向をプラズマ小半径で規格化しているため断面形状は円形となる. 一方, 第 3 章では 3 次元的効果を考慮した解析が必要であり直円筒に近似できないため, 方程式系 (1.2)-(1.8) に特別な簡約化は行わずに線形化のみを施した式を用いた.

1.3.2 磁場によるプラズマの閉じ込め

1.1 節で述べたように, 磁場閉じ込め型装置ではプラズマを「磁場の容器」によって閉じ込めている. トーラス型装置では, 図 1.2 のように磁力線はらせん状になっており, トロイダル方向に回りながらポロイダル方向にも回転し, 何周もすることで 1 つの面を形成する. この面を磁気面と呼び, 原則的には 1 本のらせん状の磁力線によって形成される. 理想的な閉じ込め容器では, 磁気面は互いに交差せず入れ子状になっている. これらの磁気面の中心を磁気軸と呼ぶ. 磁気面を構成する磁力線は, 磁気軸を中心にねじったようならせん軌道を描く.

この磁力線のねじれ度を示す指標として回転変換 (比) を用いる. 図 1.5 のように, トーラスに沿って n 周するとき磁気軸のまわりを角度 α_n だけ回転したとすると,

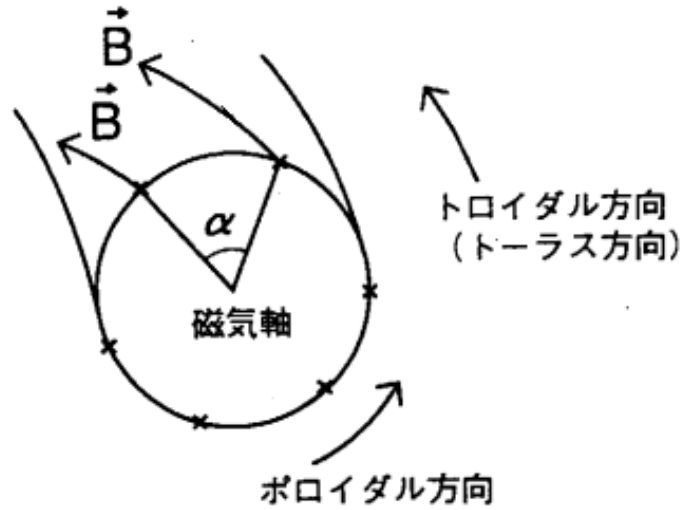


図 1.5: 回転変換 [9]

回転変換は

$$\iota \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\alpha_n}{2\pi n} \quad (1.9)$$

と定義できる．回転変換は同じ磁気面上で同一値となる．プラズマ小半径で規格化した半径 (規格化小半径) を ρ とすると, ρ と磁気面は一対一対応するため回転変換は ρ の関数 $\iota = \iota(\rho)$ として表せる．磁気面により回転変換が異なることを磁気シアがあるといい, 後述するようにプラズマの安定性に大きく関わる．

回転変換を用いると有理面を定義できる．有理面とは回転変換が

$$\iota = \frac{n}{m} \quad (m, n \text{ は整数}) \quad (1.10)$$

のように有理数で表される磁気面である．有理面は, トロイダル方向に m 周したとき, ポロイダル方向に n 周して閉じる磁力線群で構成される特異な磁気面である．トロイダル方向, ポロイダル方向の周回数をを用いて (m, n) 有理面と表記する．有理面の中でも磁場や電場, 圧力の揺動のトロイダル方向およびポロイダル方向の波数ベクトルと磁場の向きが一致する有理面を特に共鳴有理面と呼ぶ．共鳴有理面では 1.3.3 節で説明するように揺動が成長しやすい特徴がある．

1.3.3 MHD 不安定性

プラズマが磁気面によって閉じ込められ巨視的に静止した状態にあるとすれば, 式 (1.3) で $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0, \mathbf{v} = 0$ とすることで

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (1.11)$$

を得る. これを平衡の式といい, 圧力勾配による力と電磁気力の力学的釣り合い (平衡状態) を示す. プラズマには常に様々な揺動が発生しており, この揺動の強度が減衰するとき安定であるという. 逆に, 揺動が増大する場合は不安定であるという. 不安定性は圧力勾配やプラズマ電流があるとき, 何らかの擾乱が引き金となって起こる. そのとき, 電場や磁場に変化が起きるため, プラズマが磁場の容器から飛び出たり, あるいは閉じ込めを行う磁気面を破壊してしまう.

不安定性はその駆動力によって分類することができ, 電流駆動型と圧力駆動型に大別できる. 電流駆動型はプラズマ電流によって駆動される不安定性で, らせん状の磁力線をプラズマ電流によって生成するトカマク型装置で特に問題となる. この不安定性には, プラズマを折り曲げてしまうキンク不安定性や, 磁気面構造を乱して磁気島 (後述) という磁場構造を作り出すティアリング不安定性などがある. 一方ヘリカル型装置では, らせん状の磁力線を得るためにプラズマ電流を必要としないため, 電流駆動型不安定性は大きな問題にならない. ヘリカル型装置で問題となるのは, プラズマの圧力勾配を駆動力とする圧力駆動型不安定性である. 圧力駆動型不安定性の例としてはバルーニング不安定性, 交換型不安定性がある.

圧力駆動型不安定性が起こる条件は磁力線の曲率に依存する. 図 1.6 に示すように, 磁力線の曲率ベクトルがプラズマ圧力勾配と逆向きとなるとき良い曲率と呼び, 同方向であるときは悪い曲率と呼ぶ. 磁気面上で平均して良い曲率を持つ場合は, 磁場強度がプラズマの外側に向かうにつれ増加する. このような領域は磁気井戸という. また逆に平均して悪い曲率を持つ場合では, 磁場強度がプラズマ外側に向かうに

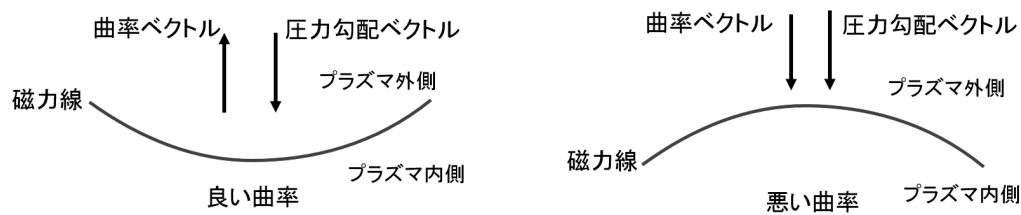


図 1.6: 圧力駆動型不安定性が起きない良い曲率と, 不安定性が起きる悪い曲率.

つれ減少する. このような領域は磁気丘という.

バルーニング不安定性は, 磁気井戸となっている場合でも, 局所的に悪い曲率の領域で起こり, 図 1.7 のようにプラズマが膨らむように揺動が成長する不安定性である. また, 交換型不安定性は圧力や速度, 密度などの揺動と共鳴する有理面を持つ磁気丘で現れ, 図 1.8 のように共鳴有理面の内側と外側のプラズマが入れ替わるように不安定性が成長する. この不安定性は流体力学ではレイリー・テイラー型不安定性と呼ばれている. 共鳴有理面では, 不安定性の揺動の波数ベクトルと磁力線の向きが一致するため, 交換型不安定性は磁力線を曲げずに成長する. したがって, 交換型不安定性の磁力線に沿った波長は無限大となる.

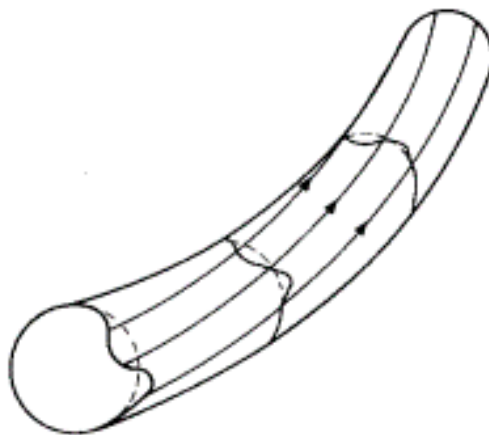
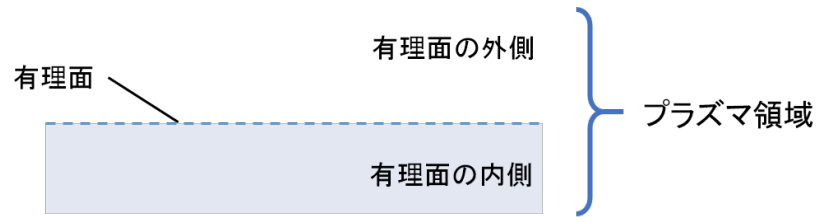
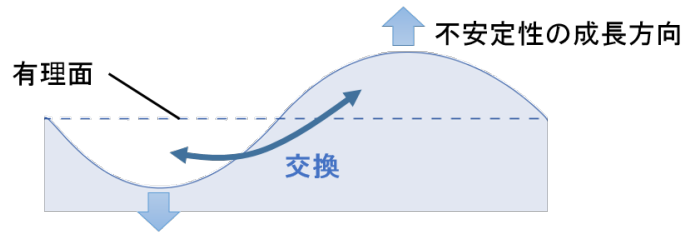


図 1.7: バルーニング不安定性 [7]. プラズマが膨らむように不安定性が成長する.



(a) 不安定性が起きる前.



(b) 不安定性が起きた後.

図 1.8: 交換型不安定性. 有理面を境にして内側と外側のプラズマが交換されるように不安定性が成長する.

不安定性は抵抗率の影響という観点からも分類できる. 式 (1.5)-(1.8) より

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1.12)$$

が得られる. この式は抵抗率 $\eta = 0$ の場合に

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.13)$$

となる. この式は流体力学における, 完全流体に対するケルビン・ヘルムホルツの渦定理

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}) \quad (1.14)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v} \quad (1.15)$$

に対応する. このことから磁力線はプラズマとともに動くことがわかる. これを凍りつきの定理という. $\eta = 0$ で, 凍りつきの定理が厳密に成立するものを理想 MHD

と呼ぶ。抵抗率がある場合には、式 (1.12) の第 2 項がゼロとならないため凍りつきの定理は完全に満たされないが、磁場の拡散により図 1.9 に示すように別の磁力線とのつなぎ変えが起こり得る。これは磁力線の再結合と呼ばれている。抵抗率の影響により起こる不安定性を抵抗性不安定性と呼ぶ。抵抗性不安定性では磁力線の再結合が起きるため、磁気面構造が複雑に変化し得る。交換型不安定性は 2 種類に分類でき、抵抗率に依存せずに生じる理想交換型不安定性と抵抗率の影響で現れる抵抗性交換型不安定性がある。高ベータプラズマでは、抵抗性交換型不安定性はしばしば理想交換型不安定性を伴って現れる。

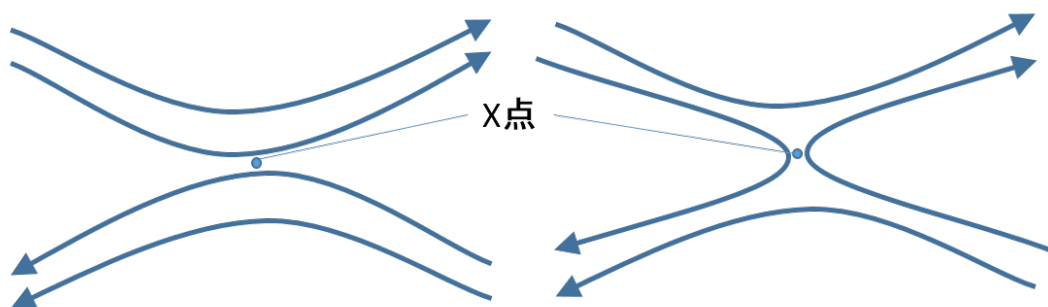


図 1.9: 磁力線の再結合過程。まず互いに逆向きである磁力線同士が接近する (左図)。磁力線はつながっていなければならないため、他の磁力線とただちにつなぎ変わる (右図)。

トーラスプラズマのポロイダル方向とトロイダル方向の角度変数 θ, ζ およびプラズマ小半径で規格化した小半径方向の座標 ρ (規格化小半径) を用いて、不安定性の径方向 (小半径方向) 変位 ξ などの揺動を

$$\tilde{\xi} = \tilde{\xi}(\rho, \theta, \zeta) \quad (1.16)$$

と表現する。 θ, ζ の周期性を利用すると、この揺動はフーリエ級数を用いて

$$\tilde{\xi} = \sum_{m,n} \xi_{m,n}(\rho) \sin(m\theta - n\zeta) \quad (1.17)$$

と表される。このとき低次の m, n 成分の揺動を長波長の不安定性と呼ぶ。

1.3.4 理想交換型不安定性

本論文で解析を行う交換型不安定性の機構を直線磁場装置を例に解説する．ここではプラズマが抵抗率を持たない場合でも起きる理想交換型不安定性を取り上げる．まず、不安定性が起こる条件は磁場強度が強まる方向にプラズマ圧力 (密度と温度の積) が大きくなることである．この条件は 1.3.2 節で述べた磁気丘に相当する．図 1.10 は直線磁場装置を示す．直線磁場装置では、円形コイルの中心を通るように磁力線が走っており、図中の中央では装置中心に向かって磁場と圧力が強くなる (磁気丘)．また、交換型不安定性が起きると図 1.10 の断面図 (右) において、斜線部で示した部分が交換されるように揺動が成長する．この揺動が成長する部分を図 1.11 のように見る．この図では、 x 方向が直線磁場装置の断面における半径方向、 y 方向が円周方向である．紙面に対して垂直な向きに磁場 $\mathbf{B}$ があり、 x 方向に磁場勾配 ∇B と密度勾配 $\nabla \rho_m$ があるとする．1.1 節で述べたように、磁場勾配があると荷電粒子は磁力線を横切って y 方向にドリフト運動 ($\mathbf{B} \times \nabla B$ ドリフト) をする．この $\mathbf{B} \times \nabla B$ ドリフトの速度はイオンと電子に対してそれぞれ、

$$\mathbf{v}_{d_i} \propto p \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{ZeB^3} \quad (1.18)$$

$$\mathbf{v}_{d_e} \propto p \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{eB^3} \quad (1.19)$$

と表される． Z は原子番号であり、 e は電荷素量である．式 (1.18)(1.19) より、移動の向きは電荷の符号に依存し、イオンは $-y$ 方向に電子は $+y$ 方向に向かってドリフトする．このような条件で $y = 0$ 面を挟んでわずかな揺動が加わると、 $\mathbf{B} \times \nabla B$ ドリフトと密度勾配により荷電分離が起き電場 $\mathbf{E}$ が生じる (図 1.11(b))．この電場 $\mathbf{E}$ と磁場 $\mathbf{B}$ によって、

$$\mathbf{v}_{d_E} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1.20)$$

という $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトが生じ, 密度揺動をさらに成長させる (図 1.11(c)). この結果, 密度揺動の膨らんでいる部分はさらに膨らみ, へこんでいる部分はさらにへこむように変形するので, プラズマが $y = 0$ 面を挟んで入れ替わっているように見える. これが交換型不安定性の機構である. 磁場が弱いほど $\mathbf{B} \times \nabla B$ ドリフト, および $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトが大きく, 密度勾配や圧力勾配が大きいほど電場が大きくなり, 揺動の成長が大きくなる. したがって, プラズマ圧力と印加磁気圧の比 (ベータ値) が大きければ, より不安定性となる. 交換型不安定性は磁力線を曲げずに成長し, 等密度面が磁力線に沿ってたて溝の形を取るためフルート不安定性とも呼ばれる. また 1.3.3 節で述べたように, 流体力学では同種の不安定性をレイリー・テイラー型不安定性と呼ぶ.

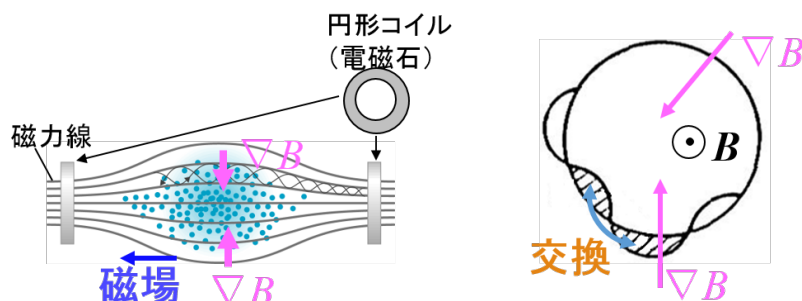
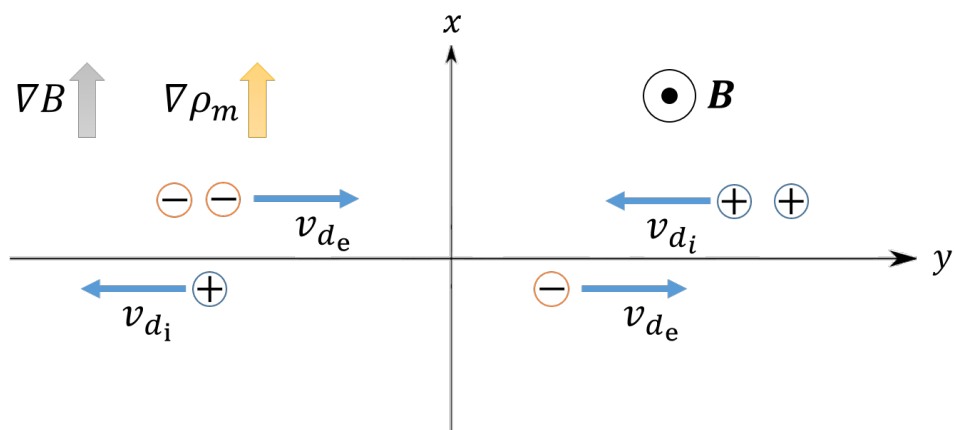
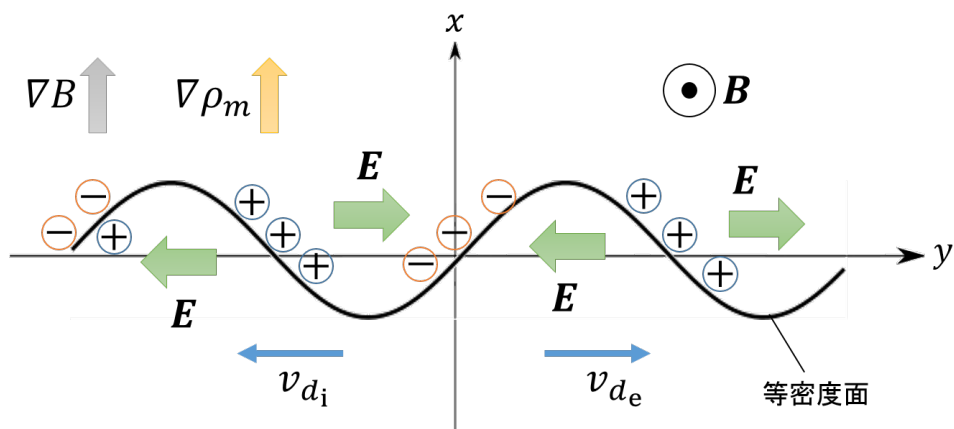


図 1.10: 直線磁場装置 (左) とその断面図 (右) での交換型不安定性. 交換型不安定性では右図の斜線部が交換されるように揺動が成長.

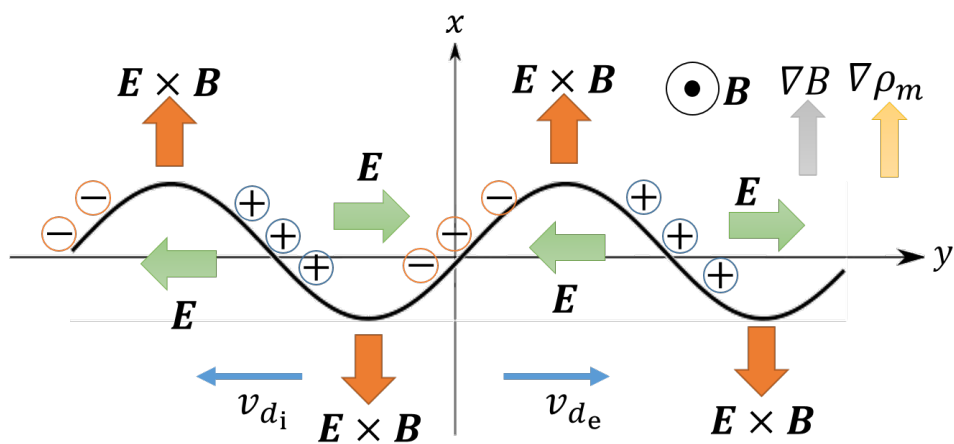
次に, トーラスプラズマの場合での交換型不安定性を説明する. トーラスの場合であっても, 交換型不安定性は直線磁場装置と同じように $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトによって揺動が成長する. 直線磁場装置の場合と同じようにトーラス形状を図 1.12 のように平板形状に展開すると, 交換型不安定性の駆動機構を全く同じように説明できる. トーラス型装置で直線磁場装置と異なるのは共鳴有理面の有無である. 共鳴とは, 揺動の波数ベクトルと有理面の磁場の向きが一致していることをいう. 共鳴が起きていない非共鳴有理面では, 図 1.13(a) に示すように密度揺動によって荷電分離が生じて,



(a) 揺動が起きていない場合の荷電粒子のドリフト．イオンと電子は逆向きにドリフトする． x 方向は直線磁場装置の断面における半径方向に、 y 方向は円周方向に相当．



(b) $y = 0$ 面に生じた揺動によって起きる荷電分離．この荷電分離により電場が生じる．



(c) 電場と磁場によって生じる $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト．このドリフトは揺動を成長させる向きに発生する．

図 1.11: 交換型不安定性の成長機構．

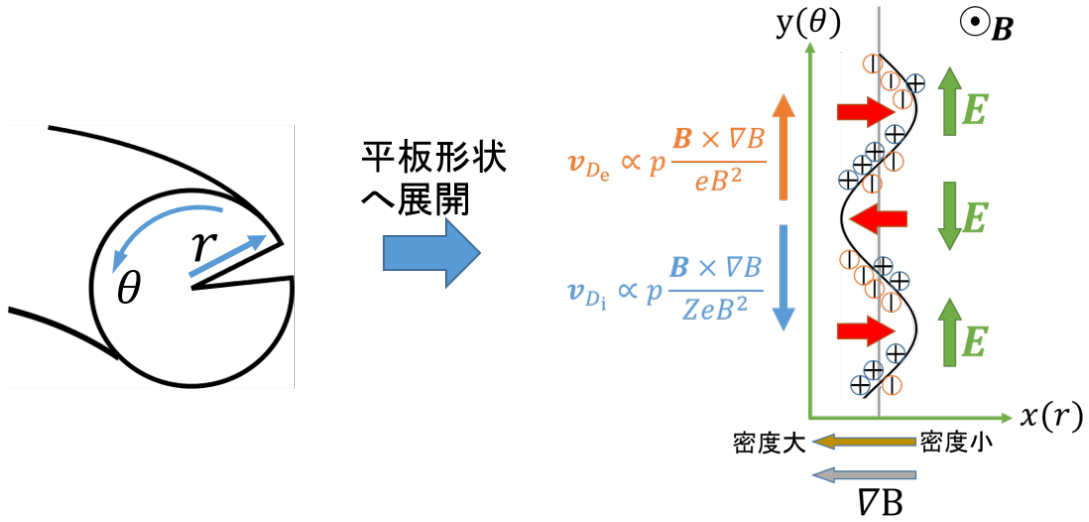


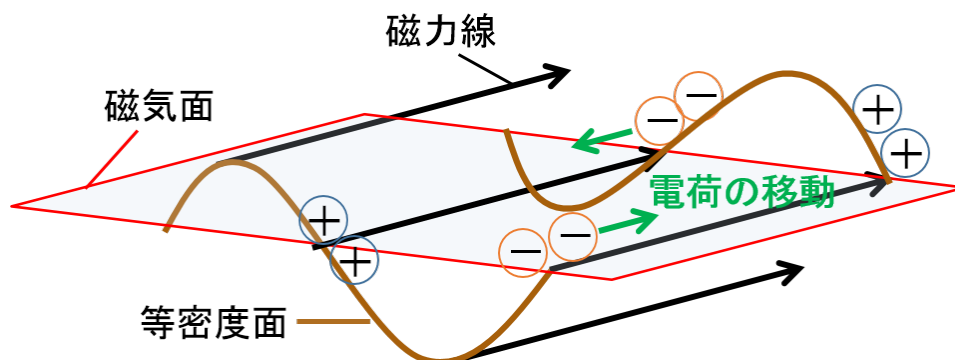
図 1.12: トーラスプラズマでの交換型不安定性の駆動機構

磁力線に沿って異なる電荷が溜まる．電荷は磁力線に沿って移動できるため異なる符号の電荷が出会い，結局揺動を成長させる電場を消失させる．一方，共鳴有理面では，図 1.13(b) に示すように荷電分離が生じて，磁力線に沿って同符号の電荷が溜まる．このため，電荷が磁力線に沿って移動しても異なる符号の電荷に出会うことがないため，電場が維持され，有理面上のいたるところで揺動が成長する．

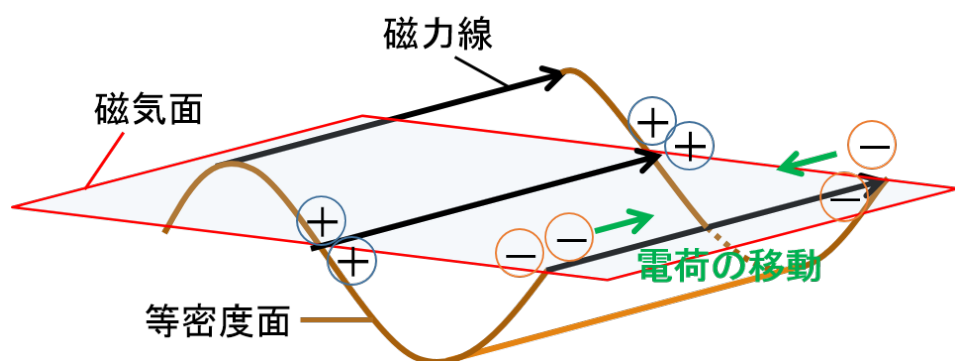
交換型不安定性は，らせん状の磁力線による荷電分離の解消と，磁気シアによる安定化効果によって抑制することができる．Suydam は理想交換型不安定性に対する安定性の必要条件を，トーラス直円筒モデルにおいて次の式で示した [10]．

$$\frac{1}{4} \left(\frac{d\iota}{d\rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \frac{dp_0}{d\rho} \frac{d\Omega}{d\rho} \geq 0. \quad (1.21)$$

ここで ρ は規格化小半径， p_0 は平衡の圧力分布を， Ω は磁力線の曲率を示している．式 (1.21) の第 1 項は磁気シアによる安定化効果を示している．一方第 2 項は通常負となり，プラズマ圧力勾配による不安定性の駆動力を示している．式 (1.21) のプラズマ圧力をベータ値を用いて書きなおせば，理想交換型不安定性が現れるベータ値の範囲を求められる．



(a) 非共鳴有理面における荷電分離。磁力線に沿って異なる符号の電荷が溜まる。



(b) 共鳴有理面における荷電分離。磁力線に沿って同符号の電荷が溜まる。

図 1.13: 非共鳴有理面と共鳴有理面における荷電分離。

1.3.5 抵抗性交換型不安定性

抵抗率をもつプラズマ (抵抗性プラズマ) では, 抵抗率により図 1.13(a) で示した磁力線方向の荷電粒子の動きが妨げられ, 揺動を成長させる電場が維持されてしまう。これによって起きる不安定性を抵抗性交換型不安定性と呼ぶ。この不安定性は理想交換型不安定性とは異なり, 有理面が磁気丘にあればベータ値が低くても常に起こり得る。

抵抗性交換型不安定性は線形成長率や揺動分布の小半径方向の幅などに着目して

調べられてきた．線形成長率は揺動の時間変化率を示している．揺動の変位ベクトル ξ を時間 t に対し

$$\xi(\rho, t) = \xi(\rho, 0)e^{\gamma t} \quad (1.22)$$

と表すとき、時定数の逆数である γ を線形成長率と呼ぶ．揺動分布の幅 W は揺動の径方向分布から求められる．特に揺動分布の最大振幅の半値における幅をとった半値全幅 (FWHM: Full width at the half maximum) が用いられることが多い．ベータ値 β と抵抗率 η に対する抵抗性交換型不安定性の線形成長率 γ と揺動分布の幅 W は、

$$\gamma \propto \beta^{2/3}\eta^{1/3}, \quad (1.23)$$

$$W \propto \beta^{1/6}\eta^{1/3} \quad (1.24)$$

という性質を持つことが知られている [11, 12]．式 (1.23) と (1.24) で表される性質は、理想交換型不安定性が現れない低ベータプラズマでよく成り立つことが数値計算により確認されている [13]．一方、高ベータプラズマでは抵抗性交換型不安定性よりも理想交換型不安定性が支配的に現れるため、式 (1.23) と (1.24) の性質から外れることがわかっている [13]．

抵抗性プラズマでは、抵抗率により 1.3.3 節で述べた磁力線の再結合が起き、次節で述べる磁気島といった構造的な磁場配位の変化を引き起こす．したがって、抵抗性交換型不安定性は磁気面を乱し閉じ込め性能を劣化させると予想され、プラズマ閉じ込めの観点から重視すべき不安定性である．しかしながら、抵抗性交換型不安定性による磁気島の形成についてはあまり研究されていない．本論文では第 2 章において、新たな特性指標を考案することで磁気島の形成を調べた．

1.3.6 磁気島

磁気島とは, 共鳴有理面に生じる磁場揺動 (共鳴磁場揺動) による磁気面構造の変化の 1 つである. 直円筒近似を用いて, 共鳴有理面の磁力線に乗って回転する座標系で, 磁力線のポロイダル断面への投影図を描くと, 共鳴磁場揺動がない場合には図 1.14(左) のように見える. 磁力線は層状になっており, 共鳴有理面を境にして磁力線の向きが反転している. 磁気島は有理面と共鳴する磁場揺動によって発生する. 図 1.14(右) のように, 赤矢印で示した共鳴磁場揺動があると, 磁気島と呼ばれる三日月状の磁場構造が現れる.

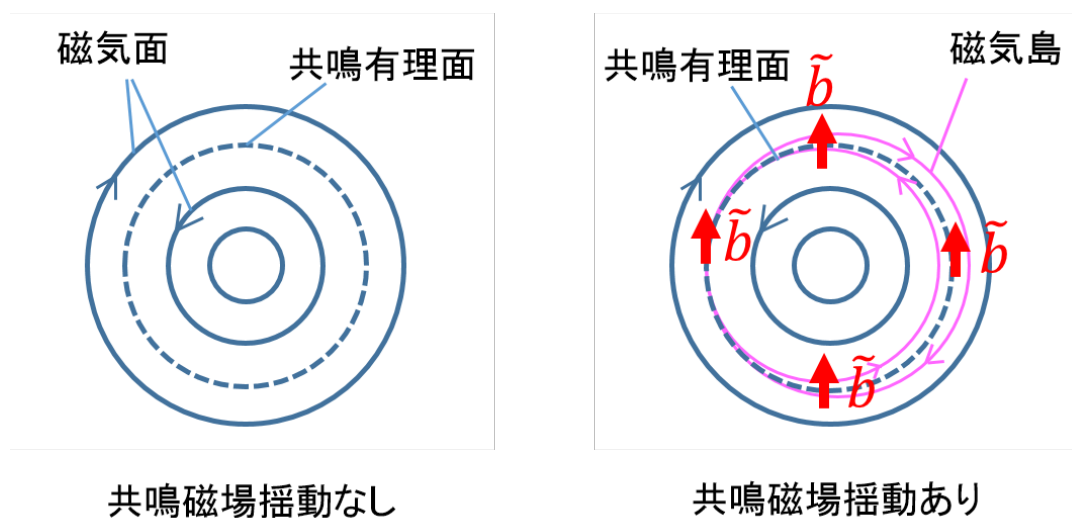


図 1.14: 共鳴有理面の磁力線に乗って回転する座標系でみた, 磁力線のポロイダル断面への投影図

共鳴磁場揺動が現れる要因は不安定性による揺動電流と外部コイルにより加わった摂動磁場の 2 つがあり, それぞれ本論文の第 2 章, 第 3 章で取り上げている. 不安定性は有理面付近で現れやすく, しばしば有理面上を流れる揺動電流を生じさせる. この揺動電流により磁場揺動が誘起される. 一方, 外部コイルにより加わる摂動磁場は, 外部コイルの設置誤差による誤差磁場や, 意図的に磁気島を形成させるための外

部摂動コイルによるものがある．このコイルは、あるトロイダルモード数 n 、ポロイダルモード数 m の大きな摂動磁場を生成し、このモード数に共鳴する (m, n) 有理面上で大きく磁場揺動が現れる．次式で表されるように、有理面上における磁場揺動の小半径方向成分 $\tilde{b}_\rho$ が強いほど、磁気島幅 w は大きくなることが知られている [14]．

$$w = 4 \sqrt{\left. \frac{\rho \tilde{b}_\rho}{m B_{0\theta}} \right/ \frac{d\iota}{d\rho}} \Bigg|_s \quad (1.25)$$

ここで、 $B_{0\theta}$ は平衡磁場のポロイダル方向成分、添字 s は有理面上の値を示す．

1.4 節で述べるように、核融合科学研究所の大型ヘリカル装置 (LHD: Large Helical Device) では抵抗性交換型不安定性由来と考えられる磁場揺動が観測されているが、交換型不安定性がどの程度の磁気島を形成するのかは未だ明らかになっていない．また、磁気島は磁気面の変種ともみなすことができ、磁気島を構成する磁気面上では圧力は同一の値を持つ．このため磁気島領域では圧力勾配が平坦化することが知られている．交換型不安定性では圧力勾配が不安定性の駆動力となるが、この平坦化効果が不安定性にどのような影響を与えるかは明らかになっていない．したがって、不安定性による磁気島形成や、磁気島による圧力勾配の平坦化が不安定性に与える影響を調べることは重要な課題である．

1.4 大型ヘリカル装置 (LHD) で観測される磁場揺動と交換型不安定性

本論文では大型ヘリカル装置 (LHD: Large Helical Device) という、核融合科学研究所に設置されている世界最大級のヘリオトロン型プラズマ実験装置で生成されるプラズマを研究対象としている．ヘリオトロン装置とは、2 本 1 対のヘリカルコイルでらせん状の磁力線と磁気面を形成する装置である．図 1.15 に示すように、LHD ではらせん状の磁力線を作る 2 極 (2 本 1 対) のヘリカルコイルに加えて上下 3 対のポロイダルコイルによってプラズマを閉じ込める．プラズマのポロイダル断面は楕円に

似た形状をしており, トロイダル方向に 1 周する間にポロイダル方向に 10 回転する。典型的な LHD プラズマは, 大半径 3.7 m, 平均小半径 0.64 m でプラズマ体積 30 m^3 , 磁気軸における磁場強度は 3 T である。

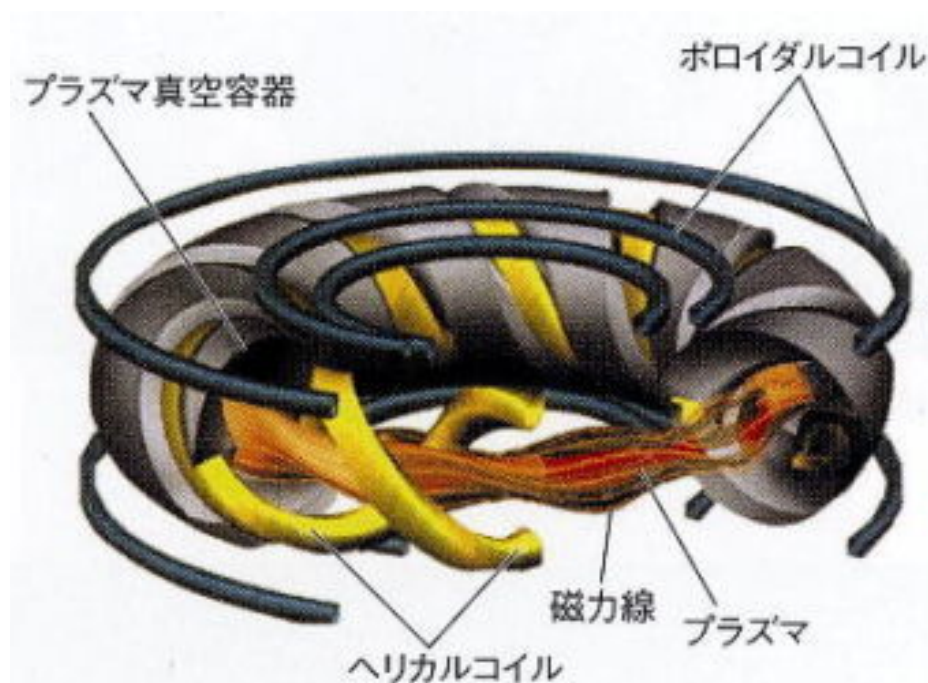


図 1.15: LHD 装置の外観 [2].

LHD では, プラズマ外部に複数の磁気センサーを設置することで, 磁場揺動を計測している。これらの複数のセンサーによる計測から磁場揺動のポロイダル方向とトロイダル方向のモード数 m と n がわかる。実験では様々な計測により MHD 不安定性が観測されており, プラズマの径方向変位や揺動温度分布などが調べられている [15, 16, 17]。抵抗率やベータ値の増加に伴い, 低次 (m, n) 有理面に共鳴する磁場揺動の強度上昇も観測されている [15]。この磁場揺動は抵抗性交換型不安定性によると考えられ, 有理面に共鳴する揺動電流の存在を示唆している。このような MHD 不安定性に起因する揺動電流は磁気島を生成していると予測される。一方で, LHD では磁気島を利用した交換型不安定性の抑制手法も提案されている [18]。この手法では, 外部コイルによって摂動磁場を印加し, プラズマ内部の共鳴有理面で磁場揺動

(共鳴磁場揺動) を発生させる．共鳴磁場揺動が起こると磁気島が形成され, 磁気島内部では圧力勾配が平坦化する．LHD では実際に, 圧力勾配の平坦化を意図した磁気島印加実験が行われ, 交換型不安定性への影響が確認されている [18]．このような方策の有効性を検証するには, 印加した磁気島が交換型不安定性に与える影響を理論的に解明する必要がある．

ヘリオトロン配位では, 磁気島と交換型不安定性の相互作用は非線形解析により調べられてきた．磁気島を持つ平衡に対する不安定性解析では, 圧力分布の崩壊現象 [19] や不安定性の成長率の減少 [20] が確認されている．また, 不安定性による磁気島幅の拡大も報告されている [21]．しかし, このような解析は非線形計算によるため, 限られたベータ値や抵抗率でしか調べておらず, 実験での様々な条件に対する解析は十分に行われていない．また, 磁気島に起因する圧力分布や磁場分布の 3 次元構造が, 新たな波長の揺動を生み出す効果を考慮した理論的研究は未だ行われておらず, 磁気島が交換型不安定性に与える影響の物理機構は明確になっていない．

1.5 本研究の目的と意義

これまで述べたように, ヘリカル型閉じ込め装置では, 圧力勾配を駆動源とする交換型不安定性が磁気面を乱し, 閉じ込め性能を劣化させる可能性があるため, その特性を十分理解する必要がある．特に, 抵抗性プラズマでは磁力線の再結合により磁気島が生じ, 磁気面構造を大きく変え得るため, 抵抗性交換型不安定性はプラズマの閉じ込めの観点から重要な問題となる．しかし, 交換型不安定性によりどの程度の磁気島が形成されるかは明らかではない．一方で, このような不安定性により磁気島が生じると, 局所的ではあるがプラズマ圧力勾配が平坦化することが知られる．磁気島の存在により, 交換型不安定性がどのような影響を受けるかは明らかになっておらず, これを調べることは重要な課題である．LHD 実験では, 抵抗性交換型不安定性と考えられる低次 (m, n) 有理面に共鳴する揺動が観測されており, 磁気島と不安定

性との相互作用についての理解は、閉じ込め性能の解明にあたり重要な意義を持つ。本研究ではこの相互作用を明らかにすることを目的とし、不安定性による磁気島形成特性と、磁気島が不安定性に与える影響をまとめた。

本論文の構成は以下のとおりである。第1章ではヘリオトロンプラズマにおいて問題となる抵抗性交換型不安定性について研究背景と先行研究成果について述べるとともに、本研究の目的と概要を述べた。

第2章では、抵抗性交換型不安定性が磁気島形成に及ぼす影響についての研究成果を述べる。LHD 実験では、計測精度の向上により広い範囲のベータ値や抵抗率の値に対する計測データが集まっており、実験結果を解釈するために多数の実験条件に対する系統的な理論予測が必要である。磁気島形成の解析には、従来、非線形解析手法が必要であった。この手法は数値計算に多大な計算資源を必要とするため、プラズマ条件を様々に変更した解析には適さない。そこで本研究では、磁気島の形成を線形解析する手法を考案した。さらに、実験で観測される長波長の交換型不安定性では、平衡状態の圧力分布や磁場配位の3次元構造が新たな波長の揺動を生み出す効果が小さいことが予測されているため、より空間的に単純なトーラス直円筒モデルを用いた。また、低ベータ値と非圧縮性の仮定を置くことで方程式系を簡約化し、抵抗性不安定性の長波長成分のみを対象とした固有値解析を可能とした。不安定性の成長率を示す固有値と、圧力、径方向変位、磁場などの揺動分布を示す固有関数を得た。本研究で用いた手法では複数の固有値、固有関数が得られ、成長率の最も高い第1固有関数だけではなく、これまで注目されずにいた成長率が2番目に高い第2固有関数についても解析した。

第3章では、磁気島が不安定性に与える影響について調べるため既存の解析手法の改良と不安定性解析を行った。ここでは磁気島に起因する平衡状態の圧力分布や磁場配位の3次元構造が新たな波長の揺動を生み出す効果を考慮するため、3次元不安定性解析手法を用いた。現在広く用いられている固有値問題型の安定性解析手法は入れ子状の磁気面を仮定しているが、この仮定は磁気島の存在と矛盾する。本研究

ではこの仮定を用いない 3 次元実座標系平衡計算コードにより磁気島を持つ平衡配位を構築し、この平衡を利用可能な時間発展型の不安定性解析手法によって圧力や磁場などの揺動構造と成長率を調べた。実験で観測されているのは長波長成分が支配的な磁場揺動であるため、この揺動の原因である初期揺動は長波長成分であると仮定せざるを得ない。初期揺動は短波長成分も含む可能性があるが、それらが成長した揺動は観測されていない。本論文では実験で観測されている長波長不安定性の性質を明らかにすることに注力し、簡便な手法により長波長成分のみの線形応答を調べることを目指した。上記で述べた初期揺動の仮定に基づき、解析対象の不安定性と同じ波長を持つ揺動分布を初期摂動として与える改良を解析手法に対し行った。この手法を磁気島なしの平衡に対する不安定性解析に適用し、実験で観測される不安定性と同じ長波長成分の解析を行った。さらに、開発した手法を磁気島幅の異なる様々な平衡状態にも適用し、磁気島の大きさにより不安定性の揺動構造と成長率がどのように影響を受けるのかを調べた。

第 4 章では、不安定性による磁気島形成と、磁気島が不安定性に与える影響を総括し、磁気島と交換型不安定性の相互作用について結言を述べた。

参考文献

- [1] 三好昭一, ミラー型核融合装置, アイピーシー社 (1995).
- [2] 核融合科学研究所 <http://www.nifs.ac.jp>
- [3] S.Ide and the JT-60 Team, Nucl. Fusion **45**, S48 (2005).
- [4] ITER Organization website <http://www.iter.org>
- [5] T. Obiki *et al.*, Nucl. Fusion **41**, 833 (2001).
- [6] A. Iiyoshi *et al.*, Nucl. Fusion **39**, 1245 (1999).
- [7] 宮本健郎, 「核融合のためのプラズマ物理」 NIFS-PROC-80 (2010).
- [8] H.R. Strauss, Plasma Phys. **22**, 733 (1980).
- [9] 岡本正雄, 「核融合プラズマ物理の基礎-II」 NIFS-PROC-31 (1997).
- [10] B. R. Suydam: Proc. 2nd U. N. International Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, vol. **31**, 157 (1958).
- [11] H.P. Furth *et al.*, Phys. Fluids **6**, 459 (1963).
- [12] B.A. Carreras and P.H. Diamond, Phys. Fluids B **1**, 1011 (1989).
- [13] K. Ichiguchi *et al.*, Nucl. Fusion **29**, 2093 (1989).
- [14] John Wesson, "Tokamaks 3rd Edition", Oxford University Press 2004.
- [15] S. Sakakibara *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **50**, 124014 (2008).
- [16] F. Watanabe *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **48**, A201 (2006).
- [17] A. Isayama *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **48**, L45 (2006).

- [18] H. Yamada *et al.*, Plasma Phys. **50**, 480 (2010).
- [19] T. Unemura *et al.*, Phys. Plasmas **11**, 1545 (2004).
- [20] K. Saito *et al.*, Plasma Fusion Res. **7**, 1403156 (2012).
- [21] K. Saito *et al.*, Phys. Plasmas. **17**, 062504 (2010).

第 2 章

抵抗性交換型不安定性が 磁気島形成に及ぼす影響

2.1 序論

大型ヘリカル装置 (LHD: Large Helical Device) では核融合炉に相当する高ベータ値を達成している。ベータ値はプラズマ圧力と磁気圧の比であり、核融合炉の経済的な指標である。ヘリカル型装置は本質的にプラズマ電流を必要としないため電流駆動型不安定性が現れず、定常運転に適するという利点を持つ。しかし、ヘリカル型装置では交換型不安定性を代表とする圧力駆動型不安定性が問題となる。LHD の高ベータプラズマではプラズマ周辺領域に磁気丘が存在するため、抵抗性交換型不安定性が常に起こり得る。この不安定性はプラズマの閉じ込め性能を低下させることが知られている [1]。したがって、抵抗性交換型不安定性の振る舞いを調べることは核融合炉の実現のために重要な意義がある。LHD 実験では電磁流体力学 (MHD: Magnetohydrodynamics) 不安定性が観測されている [2, 3, 4]。これらの観測ではプラズマの径方向変位や揺動温度などの、トロイダルおよびポロイダル方向の揺動構造が調べられている [2]。また、磁気レイノルズ数の減少やベータ値の増加に伴い、低

次 (m, n) 有理面に共鳴する磁場揺動の増加が観測されている [2]. 磁気レイノルズ数は抵抗率に反比例する無次元数で, 詳細は 2.2.1 節で述べる. m はポロイダルモード数, n はトロイダルモード数である. この磁場揺動強度の増加は抵抗性交換型不安定性に起因すると考えられる. さらにこの磁場揺動は有理面に共鳴する揺動電流の存在を示唆し, 磁気島が発生していると予測される. また, プラズマが不安定となる際には, 圧力揺動による電子温度勾配の低下や閉じ込め性能の劣化が観測されている [1].

抵抗性交換型不安定性に対する従来の理論研究は, 線形成長率や径方向の揺動構造に注目して, ベータ値依存性や磁気レイノルズ数依存性という観点で研究されてきた. この不安定性に対する初期の研究結果は Furth らにより報告され, 線形成長率や径方向分布の幅は抵抗率の $1/3$ 乗に比例することが知られている [5]. これらの線形的性質は数値解析でも調べられている. 例えばヘリオトロンプラズマに対する解析では, 理想交換型不安定性が無視できる低ベータ領域において, 抵抗性交換型不安定性の線形成長率が抵抗率の $1/3$ 乗に比例することが報告されている [6]. また, 理想交換型不安定性が大きく現れる高ベータ領域では, 成長率の抵抗率依存性は $1/3$ 乗からずれることが示されている [6]. 近年では非線形解析による抵抗性交換型不安定性が閉じ込め性能に及ぼす影響を調べた研究も多くある [7, 8, 9, 10, 11]. 非線形解析は多くの計算資源が必要なため狭い範囲のベータ値や磁気レイノルズ数でしか調べられていない. 近年の LHD 実験ではベータ値あるいは磁気レイノルズ数の範囲が拡大し, 計測精度も向上している. したがって, これらの多数の実験条件に対する, 抵抗性交換型不安定性の磁気島形成に対する系統的予測の需要が増している [12, 13].

本章の目的は, 広い範囲のベータ値および磁気レイノルズ数のプラズマに対し, LHD 実験で観測されている $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードの長波長不安定性が磁気島形成に及ぼす影響を線形解析により明らかにすることである. また, 方程式系を固有値問題として解き, 従来詳しく調べられていた最も大きな固有値を持つ第 1 固

有関数だけではなく, 2 番目, 3 番目に大きな固有値を持つ第 2, 第 3 固有関数も解析する.

2.2 数値解析モデル

2.2.1 固有方程式

本章では第 1 章で述べた MHD 方程式系 (1.2)-(1.8) に対し, 低ベータ値と非圧縮性を仮定することで得られる次の規格化された簡約化 MHD 方程式 [14, 15] を用いる.

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \phi = [\phi, \nabla_{\perp}^2 \phi] + [\nabla_{\perp}^2 A, \psi] + \frac{\partial}{\partial z} \nabla_{\perp}^2 A + [\Omega, p], \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = [\phi, \psi] + \frac{\partial \phi}{\partial z} + \eta \nabla_{\perp}^2 A, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = [\phi, p]. \quad (2.3)$$

この方程式系は円柱座標系 (ρ, θ, ζ) で定義され, 演算子 $\nabla_{\perp}^2$ とポアソン括弧 $[f, g]$ は

$$\nabla_{\perp}^2 = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \quad (2.4)$$

$$[f, g] = (\nabla f \times \nabla g) \cdot \mathbf{e}_z \quad (2.5)$$

$$= \mathbf{e}_z \times \nabla g \cdot \nabla f \quad (2.6)$$

で表される. 後に述べるように, ρ は規格化された小半径 r である. ζ はトロイダル方向の座標に対応し, プラズマ大半径 R_0 で規格化されている. $\mathbf{e}_z$ はトロイダル方向の単位ベクトルである.

式 (2.1) は渦度 $\nabla_{\perp}^2 \phi$ の時間発展を記述する方程式系であり, MHD 方程式系の式 (1.3) から導かれる. ϕ は流れ関数で, これを用いれば速度 $\mathbf{v}$ は

$$\mathbf{v} = \mathbf{e}_z \times \nabla \phi \quad (2.7)$$

と書ける. この式 (2.7) から明らかに非圧縮における連続の式 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ が満たされることがわかる. 式 (2.2) はトロイダル磁束 ψ の時間発展を示しており, MHD 方程

式系の式 (1.5) に対応する．次元付きのポロイダル磁束 $\bar{\psi}$ を用いると、磁場 $\mathbf{B}$ は

$$\mathbf{B} = \mathbf{e}_z \times \nabla \bar{\psi} + B_0 \mathbf{e}_z \quad (2.8)$$

と書ける． B_0 は平衡磁場の z 成分であり空間的に一様としている．したがって式 (2.8) から明らかに MHD 方程式系の式 (1.7), すなわち $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を満たす．式 (2.3) はプラズマ圧力の時間発展を示しており, MHD 方程式系の式 (1.4) から導かれる．このように密度 ρ_m , 速度 $\mathbf{v}$, 圧力 p , 磁場 $\mathbf{B}$ の時間発展を記述している MHD 方程式系 (1.2)-(1.8) を簡約化することで, ポロイダル磁束 ψ , 渦度 $\nabla_{\perp}^2 \phi$, プラズマ圧力 p の時間発展のみを記述する方程式系 (2.1)-(2.3) が得られ, 解くべき物理変数を 8 つから 3 つに減らせる．

式 (2.1) と式 (2.2) 中に現れる η は抵抗率である．本論文では抵抗率は時間的にも空間的にも一定と仮定している． A はプラズマ電流に起因するポロイダル磁束で, ヘリカルコイルに起因するポロイダル磁束 ψ_h を用いれば $A = \psi - \psi_h$ と書ける．ただし, ψ_h は後の線形化に伴い平衡ポロイダル磁束として扱われるので, 本章で解く固有方程式中には陽に現れない． Ω は磁力線の曲率で,

$$\frac{d\Omega}{d\rho} = \frac{N\epsilon}{\ell} \frac{1}{\rho^2} \frac{d}{d\rho} (\rho^4 \iota) \quad (2.9)$$

で表される． N, ℓ はそれぞれヘリカルコイルのトロイダル周期数と極数 (ヘリカルコイルの本数) で, LHD では 1.4 節で述べたように $N = 10, \ell = 2$ である．また, ϵ は逆アスペクト比 ($\equiv a/R_0$), a はプラズマ小半径, R_0 は大半径を表している．本章では LHD プラズマの典型的な逆アスペクト比 $\epsilon = 0.6/3.6$ を用いる． ι は回転変換であり, その分布は平衡圧力 p_0 とともに後の 2.2.3 節で示す．

上記に示した物理変数 ψ, ϕ, p, η, t そして ρ は次のように規格化されている．

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{\bar{\psi}}{\epsilon a B_0}, & \phi &= \frac{\bar{\phi}}{\epsilon a V_A}, & p &= \frac{\bar{p}}{\epsilon \mu_0 B_0^2}, \\ \eta &= \frac{\bar{\eta}}{\epsilon \mu_0 a V_A}, & t &= \frac{\bar{t}}{a/(\epsilon V_A)}, & \rho &= \frac{r}{a} \end{aligned} \quad (2.10)$$

ここでは、次元付きの量を上付きの $\bar{}$ を用いて $\bar{\phi}$ のように表し、規格化された量を $\bar{}$ を用いずに ϕ と表している。式 (2.10) 中の μ_0 は真空での透磁率であり、 V_A は

$$V_A \equiv \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_m}} \quad (2.11)$$

で定義されるアルヴェン速度である。式 (2.10) 中で示した規格化された抵抗率 η を用いると、磁気レイノルズ数 S は次のように書ける。

$$S = \eta^{-1} \quad (2.12)$$

この抵抗率 η と磁気レイノルズ数 S との関係は、流体力学における粘性率 ν とレイノルズ数 Re との関係 $Re \propto \nu^{-1}$ に対応する。流体力学では粘性が存在しない $Re \rightarrow \infty$ である流体を理想流体と呼ぶこともあるが、MHD では抵抗率の存在しない $S \rightarrow \infty$ であるプラズマを理想 MHD プラズマと呼ぶ。

線形解析を行うため、簡約化方程式系 (2.1)-(2.3) 中の ϕ, ψ, p を次のように平衡量と平衡量よりも十分小さい揺動量にわけると、

$$\phi(\rho, \theta, \zeta) = \phi_0(\rho) + \tilde{\phi}(\rho, \theta, \zeta)e^{\gamma t}, \quad (2.13)$$

$$\psi(\rho, \theta, \zeta) = \psi_0(\rho) + \tilde{\psi}(\rho, \theta, \zeta)e^{\gamma t}, \quad (2.14)$$

$$p(\rho, \theta, \zeta) = p_0(\rho) + \tilde{p}(\rho, \theta, \zeta)e^{\gamma t}. \quad (2.15)$$

式 (2.13)-(2.15) において、下付きの 0 で示した右辺第1項が平衡量、上付きの $\tilde{}$ で示した第2項が揺動量であり、揺動量の大きさは指数関数的に時間変化するとしている。この揺動量の大きさの時間変化率 (時定数の逆数) を線形成長率 γ と呼ぶ。ただし、平衡状態ではプラズマは巨視的に静止していると考え、本論文では $\phi_0 = 0$ としている。また、ヘリカルコイルに起因するポロイダル磁束 ψ_h は ψ_0 に含まれるため、 $\tilde{A} = \tilde{\psi}$ であることに注意する。揺動量同士の積は無視できるほど十分小さいとし、

式 (2.13)-(2.15) を用いて簡約化方程式系 (2.1)-(2.3) を書き換えると,

$$\gamma\tilde{\psi} = \nabla_{\parallel}\tilde{\phi} + \eta\nabla_{\perp}^2\tilde{\psi}, \quad (2.16)$$

$$\gamma\nabla_{\perp}^2\tilde{\phi} = \nabla_{\parallel}\nabla_{\perp}^2\tilde{\psi} + \nabla\nabla_{\perp}^2\psi_0 \times \nabla\tilde{\psi} \cdot \mathbf{e}_z + \nabla\Omega \times \nabla\tilde{p} \cdot \mathbf{e}_z, \quad (2.17)$$

$$\gamma\tilde{p} = \nabla\tilde{\phi} \times \nabla p_0 \cdot \mathbf{e}_z. \quad (2.18)$$

が得られる. 微分演算子 $\nabla_{\parallel}$ は平衡磁場方向の ∇ を表し,

$$\nabla_{\parallel} \equiv \frac{\mathbf{B}_0}{|\mathbf{B}_0|} \cdot \nabla \quad (2.19)$$

$$= \mathbf{e}_z \times \nabla\psi_0 \cdot \nabla + \frac{\partial}{\partial\zeta} \quad (2.20)$$

と定義した.

本章で扱う円柱座標系はトーラスプラズマを直円筒形状に近似した座標系であるため, θ 方向だけでなく ζ 方向にも周期性を持つ. これを利用し揺動量 $\tilde{\phi}, \tilde{\psi}, \tilde{p}$ をポロイダルモード数 m とトロイダルモード数 n を用いて

$$\tilde{\phi}(\rho, \theta, \zeta) = \hat{\phi}(\rho) \sin(m\theta - n\zeta), \quad (2.21)$$

$$\tilde{\psi}(\rho, \theta, \zeta) = \hat{\psi}(\rho) \cos(m\theta - n\zeta), \quad (2.22)$$

$$\tilde{p}(\rho, \theta, \zeta) = \hat{p}(\rho) \cos(m\theta - n\zeta), \quad (2.23)$$

とフーリエ変換する. これより, 式 (2.16)-(2.18) から

$$\gamma\hat{\nabla}_{\perp}^2\hat{\phi} = k_{\parallel}\hat{\nabla}_{\perp}^2\hat{\psi} + \frac{m}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\hat{p} + \frac{d\hat{\nabla}_{\perp}^2\psi_0}{d\rho}\hat{\psi}\right), \quad (2.24)$$

$$\gamma\hat{\psi} = -k_{\parallel}\hat{\phi} + \eta\hat{\nabla}_{\perp}^2\hat{\psi}, \quad (2.25)$$

$$\gamma\hat{p} = \frac{m}{\rho}\frac{dp_0}{d\rho}\hat{\phi}, \quad (2.26)$$

が得られる. ただし,

$$\iota = -\frac{1}{\rho}\frac{d\psi_0}{d\rho} \quad (2.27)$$

$$k_{\parallel} = m\iota - n, \quad (2.28)$$

$$\hat{\nabla}_{\perp}^2 \equiv \frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\rho\frac{d}{d\rho} - \frac{m^2}{\rho^2}. \quad (2.29)$$

を用いた．本章では式 (2.24)-(2.26) を, 成長率 γ を固有値, 揺動量 $\{\hat{\psi}, \hat{\phi}, \hat{p}\}$ を固有関数とする固有値問題として解く．

2.2.2 解析手法

交換型不安定性の解析では, LHD プラズマに流れる平衡電流成分 $J_0 = \nabla_{\perp}^2 \psi_0$ を無視し, 式 (2.24) の代わりに

$$\gamma \hat{\nabla}_{\perp}^2 \hat{\phi} = k_{\parallel} \hat{\nabla}_{\perp}^2 \hat{\psi} + \frac{m}{\rho} \frac{d\Omega}{d\rho} \hat{p} \quad (2.30)$$

を用いる．境界条件は $\rho = 0$ と $\rho = 1$ において,

$$\hat{\psi} = 0 \quad \text{and} \quad \hat{\phi} = 0 \quad (2.31)$$

とした．さらに有意な解を求めるために

$$\left. \frac{d\hat{\psi}}{d\rho} \right|_{\rho=1} = c_b \quad (2.32)$$

という条件を加えた． c_b は 0 を除く任意の定数であり本論文では $c_b = 1$ としている． $\hat{\psi}(\rho = 1) = 0$ 以外の境界条件を満たすように, ある初期推定値 γ を用いて式 (2.24)-(2.26) を解き, $\hat{\psi}(\rho = 1) = 0$ の条件を満たすまで γ の値を更新しながら反復計算を行うことで固有値と固有関数を求めた．径方向の微分については 2 次精度の中心差分法を用いた．格子数は 5,000 とし, $0 \leq \rho \leq 1$ の範囲を等分割している．本論文では, 求められたポロイダル磁束, 電流密度分布, 流れ関数, 径方向変位の揺動分布から不安定性を調べた．線形電流密度分布と線形径方向変位は,

$$\hat{j} = \hat{\nabla}_{\perp}^2 \hat{\psi} \quad (2.33)$$

$$\hat{\xi}_r = -\frac{m\hat{\phi}}{\gamma\rho}, \quad (2.34)$$

として求めた．

2.2.3 平衡分布

交換型不安定性の解析には LHD における典型的な平衡配位

$$p_0 = \frac{1}{2\epsilon^2} [(1 - p_a)(1 - \rho^2)^2 + p_a] \beta_c, \quad (2.35)$$

$$\iota = \iota_c + (\iota_w - \iota_c)\rho^2, \quad (2.36)$$

を仮定した．パラメータとして $p_a = 10^{-3}$, $\iota_c = 0.461$ および $\iota_w = 1.561$ を与えている． β_c は中心ベータ値である．この β_c と式 (2.25) 中の抵抗率 η を様々な値に変えて計算し，不安定性の揺動分布や成長率を調べる．図 2.1 は $\beta_c = 4\%$ としたときの，平衡圧力分布と回転変換を示している． $(m, n) = (1, 1)$ の有理面は回転変換が $\iota = n/m = 1/1$ となる $\rho = 0.7$ に位置する．

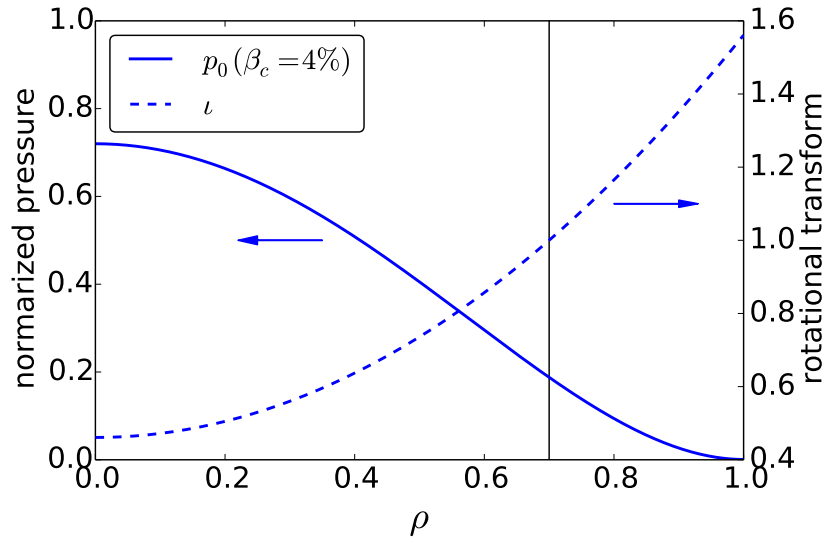


図 2.1: $\beta_c = 4\%$ での平衡圧力分布 (実線) と回転変換分布 (破線). 垂直線は $(m,n)=(1,1)$ の有理面の位置を示す．

2.3 抵抗性交換型不安定性の特性

2.3.1 揺動の径方向分布

抵抗率を持つプラズマでは、磁力線の再結合が起こり得る．これにより磁気面が変形し、磁気島が形成される．ここでは磁気島形成に注目して抵抗性交換型不安定性について調べる．図 2.2 は $S = 10^6$, $\beta_c = 2\%$ である場合の第 1 固有関数の (a) 揺動ポロイダル磁束, (b) 揺動電流密度, (c) 流れ関数, (d) 径方向変位の径方向分布を示している．それぞれの振幅は ϕ の最大値で規格化している．図 2.2 の垂直な線は $\iota = 1$ の共鳴有理面の位置を示す．この場合の線形成長率は $\gamma = 5.95 \times 10^{-3}$ である．理想交換型不安定性の安定性限界を示す Suydam 条件 [16] は

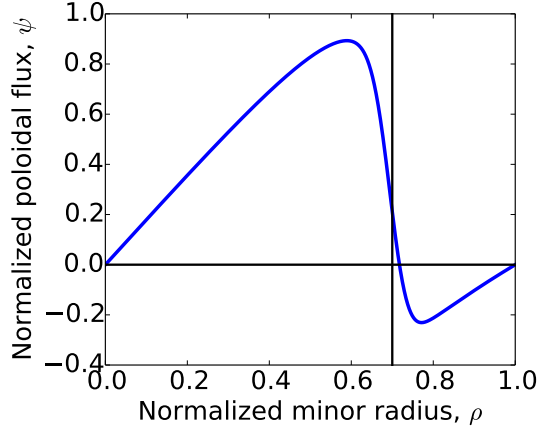
$$\frac{1}{4} \left(\frac{d\iota}{d\rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \frac{dp_0}{d\rho} \frac{d\Omega}{d\rho} < 0. \quad (2.37)$$

で与えられる．この式より $\beta_c \leq 2.3\%$ であれば理想交換型不安定性が現れないことがわかる．図 2.2 では $\beta_c = 2\%$ を用いているため、理想交換型不安定性ではなく抵抗性交換型不安定性の径方向分布を示している．図 2.2(a) から、ポロイダル磁束の揺動分布は有理面を挟んでほぼ奇構造となっていることがわかる．しかし、有理面上の $\hat{\psi}$ はよく見ると 0 とはならず、有限な値を持っている．小半径で規格化された磁気島幅 w は、有理面上の ψ と回転変換 ι の径方向微分 $\iota' = \frac{d\iota}{d\rho}$ を用いて

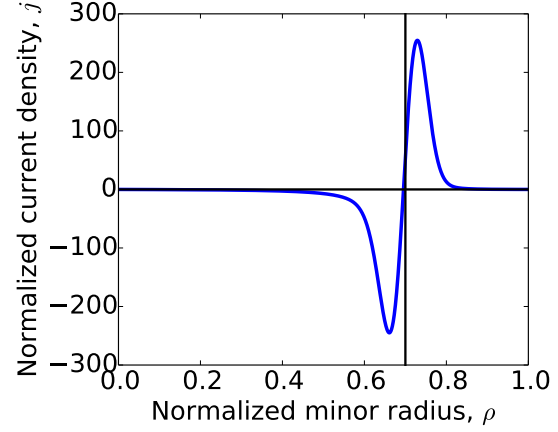
$$w = 4 \sqrt{\left| \frac{\psi}{\iota'} \right|_s}. \quad (2.38)$$

と表されることが知られており [17], この有理面上の $\hat{\psi} \neq 0$ は磁気島の存在を示している．ただし、線形解析から得られた $\hat{\psi}$ はその大きさを定量的に評価することはできないため、磁気島の大きさまでは得られないことに注意する必要がある．図 2.2(b) から径方向分布上の揺動電流が有理面を挟んで逆方向を向いていることがわ

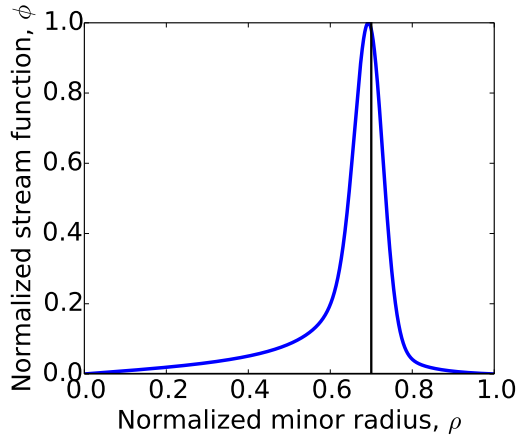
かる．さらに図 2.2(c) からは, 流れ関数は有理面を挟んで偶構造であることがわかる．径方向変位は符号は逆であるものの流れ関数とほぼ同じ構造を持つ．



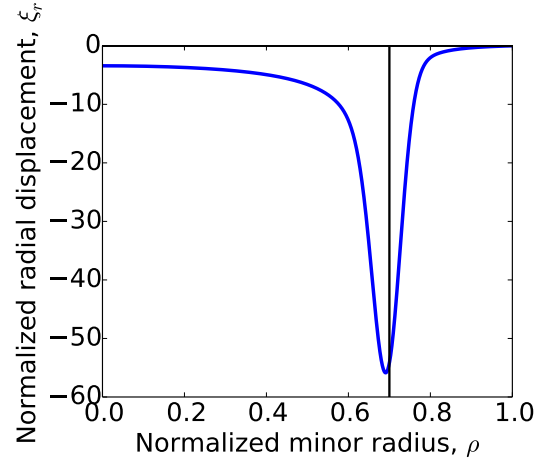
(a) 揺動ポロイダル磁束



(b) 揺動電流密度



(c) 流れ関数

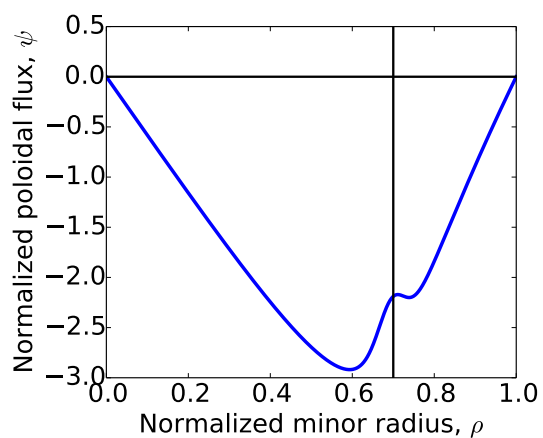


(d) 径方向変位

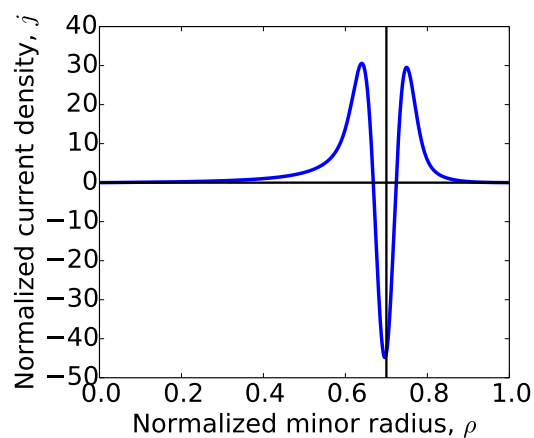
図 2.2: $S = 10^6$, $\beta_c = 2\%$ での第 1 固有関数の径方向分布．

次に, 第 1 固有関数よりも小さな成長率をもつ第 2, 第 3 固有関数について述べる．ただし, 不安定性のポロイダルモード数, トロイダルモード数については第 1 固有関数と同様である．図 2.3 と図 2.4 はそれぞれ第 2, 第 3 固有関数の (a) 揺動ポロイダル

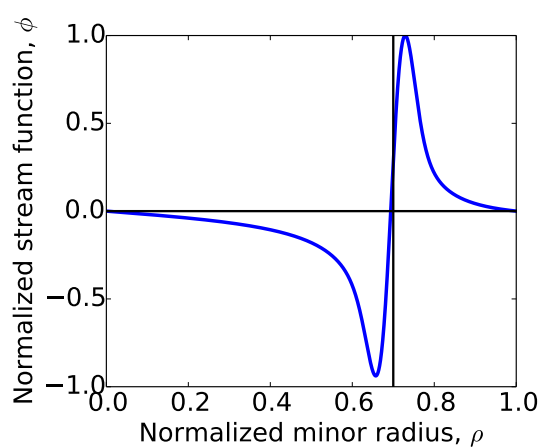
磁束, (b) 揺動電流密度, (c) 流れ関数, (d) 径方向変位のそれぞれの径方向分布を示す. 計算条件についても図 2.2 の場合と同様である. 第 2, 第 3 固有関数の成長率はそれぞれ $\gamma = 4.9 \times 10^{-3}$, $\gamma = 1.77 \times 10^{-3}$ である. 図 2.3(a) から, 揺動ポロイダル磁束 $\hat{\phi}$ の径方向分布は有理面を挟んでほぼ偶構造である. 有理面上の $\hat{\psi}$ は第 1 固有関数とは異なり, 明らかに有限な値を持つ. 図 2.3(b) に示すように, 第 2 固有関数における揺動電流の径方向分布は有理面を挟んでほぼ偶構造である. 偶構造であるため共鳴有理面上で大きな $\hat{\psi}$ を持ちやすく, 比較的磁気島を作りやすい構造であると考えられる. 有理面の内外で電流の向きは逆向きとなっている. 図 2.3(c)(d) に示すように, 第 2 固有関数における流れ関数と径方向変位の分布は有理面を挟んでほぼ奇構造である. 第 3 固有関数では, 図 2.4(a) に示すようにポロイダル磁束の分布は有理面を挟んでほぼ奇構造を持つ. この構造は第 1 固有関数と似ているが, 図 2.4(b) の揺動電流の分布を見ると第 1 固有関数よりも多くの振動があり, 異なった構造をもっている. 図 2.4(c)(d) に示す流れ関数と径方向変位の分布は, 有理面を挟んでほぼ偶構造である. 図 2.2(c)-2.4(c) と図 2.2(d)-2.4(d) の分布から, 流れ関数と径方向変位の第 1, 第 2, 第 3 固有関数はそれぞれ 1 個, 2 個, 3 個の極値を持つことがわかる.



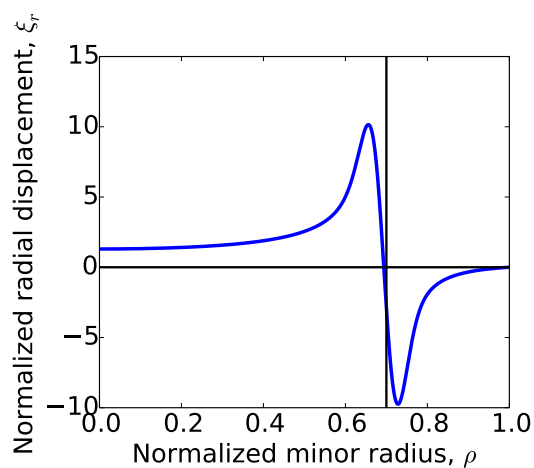
(a) 揺動ポロイダル磁束



(b) 揺動電流密度

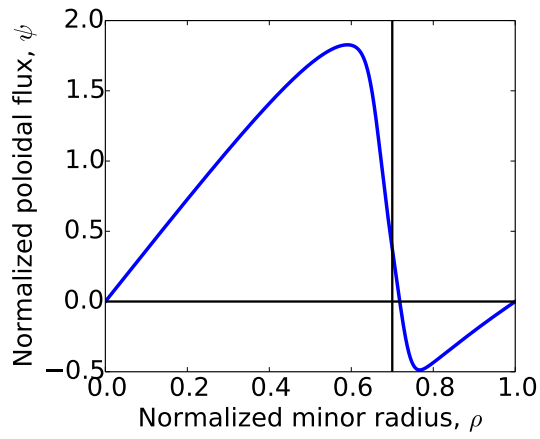


(c) 流れ関数

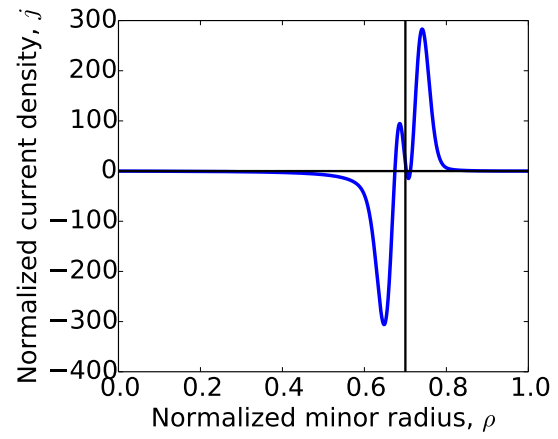


(d) 径方向変位

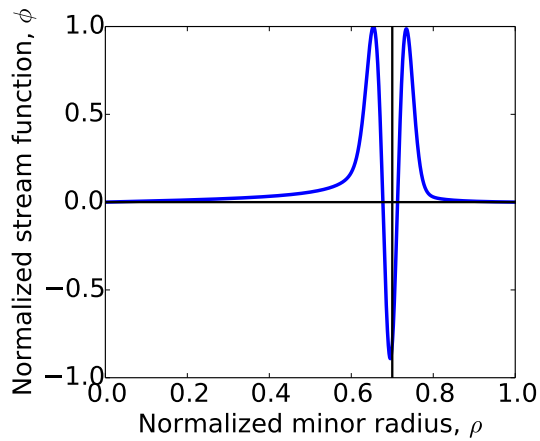
図 2.3: $S = 10^6$, $\beta_c = 2\%$ での第2固有関数の径方向分布.



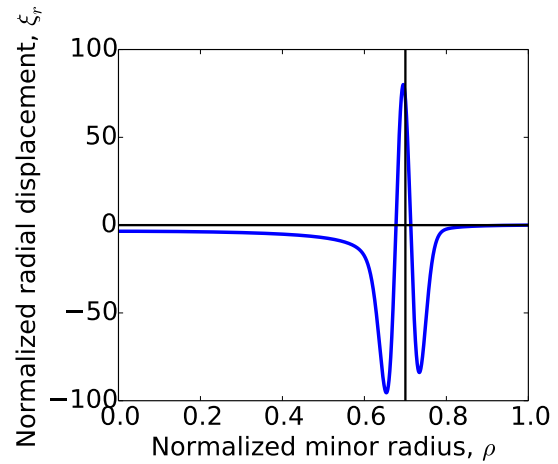
(a) 揺動ポロイダル磁束



(b) 揺動電流密度



(c) 流れ関数

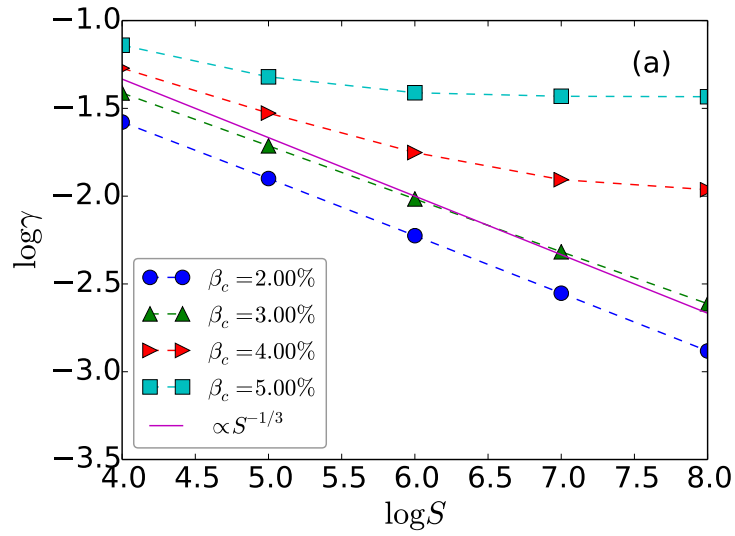


(d) 径方向変位

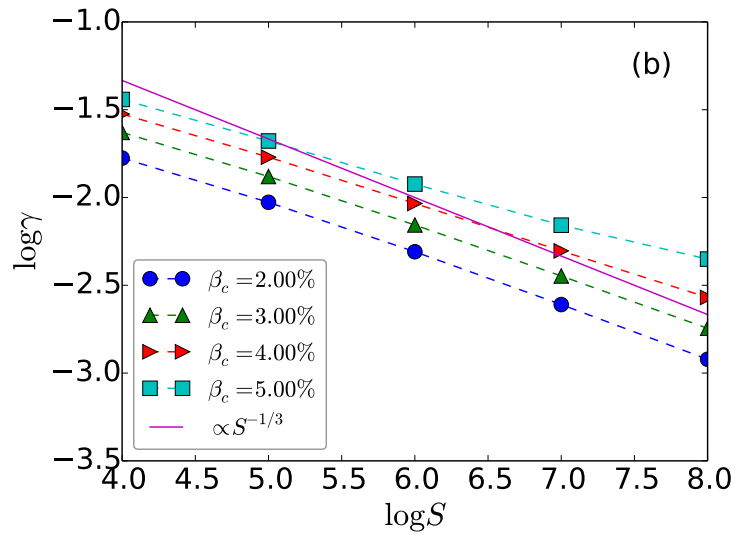
図 2.4: $S = 10^6$, $\beta_c = 2\%$ での第3固有関数の径方向分布.

2.3.2 成長率と半値幅のベータ値および磁気レイノルズ数依存性

プラズマ圧力と磁気レイノルズ数が線形成長率と揺動分布の径方向の幅に影響を与えることはよく知られている [1]。ここでは第 1, 第 2 そして第 3 固有関数に対するこれらの影響を調べる。図 2.5 は $2\% < \beta_c < 5\%$ の範囲の様々なベータ値に対して、固有値として得られる線形成長率を調べた結果である。縦軸は線形成長率 γ , 横軸は磁気レイノルズ数 S である。低ベータ, 低磁気レイノルズ数では, 第 2, 第 3 固有関数の線形成長率は第 1 固有関数の成長率と同じオーダーであることがわかる。しかし高ベータ, 高磁気レイノルズ数では, 第 2, 第 3 固有関数は第 1 固有関数よりも無視できるほど小さい成長率である。線形成長率は磁気レイノルズ数に依存し, $\gamma \propto S^{-1/3}$ という関係があることが知られている [5]。図 2.5 から低ベータのすべての固有関数の成長率が磁気レイノルズ数に対し $\gamma \propto S^{-1/3}$ に近い依存性をもつことがわかる。これは第 1 固有関数だけではなく, 第 2, 第 3 固有関数も抵抗性交換型不安定性の性質を持つことを示している。第 1 固有関数では, $\beta_c > 3\%$ のプラズマで, この依存性が $\gamma \propto S^{-1/3}$ から逸れている。特に高ベータであるほど, 磁気レイノルズ数への依存性が小さい。この理由は Suydam 限界を超える $\beta_c \geq 2.3\%$ では, ベータ値が高いほど理想交換型不安定性が支配的になるためである。同様の考察は市口らによっても示されている [6]。対して, 第 2, 第 3 固有関数では抵抗性交換型不安定性に特有な $\gamma \propto S^{-1/3}$ という性質は高ベータ値領域でも保たれている。この特徴がはっきりと現れる理由は, 理想交換型不安定性の第 2, 第 3 固有関数における成長率が, 第 1 固有関数の成長率よりもはるかに小さいためであると考えられる。図 2.6 は第 1 固有関数と第 2 固有関数の固有値 (成長率) を抵抗率依存性として整理した結果である。抵抗率を横軸にとっているため, 右側ほど高抵抗率であることに注意する必要がある。この図から, 高ベータかつ低抵抗率では第 2 固有値は第 1 固有値と比べて無視できるほど小さいことがわかる。また, 抵抗率が大きくなると第 2 固有値と第

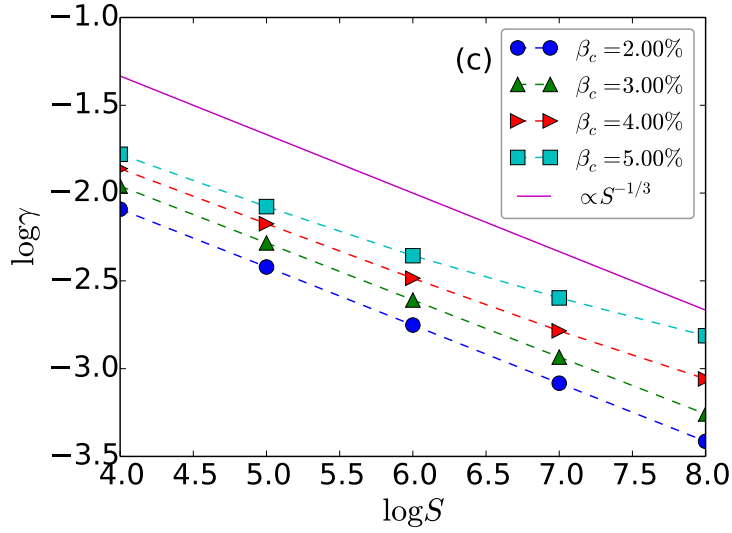


(a) 第1固有関数



(b) 第2固有関数

図 2.5: 第1, 第2, 第3固有関数における抵抗性交換型不安定性の成長率. 横軸は磁気レイノルズ数.



(c) 第 3 固有関数

図 2.5: 第 1, 第 2, 第 3 固有関数における抵抗性交換型不安定性の成長率. 横軸は磁気レイノルズ数 (Continued).

1 固有値の差は縮まる. したがって, 高抵抗率では第 2 固有関数も不安定性の成長に大きな影響を持ち得ることがわかる.

次に図 2.7 に示される径方向変位 ξ_r の幅の磁気レイノルズ数に対する依存性を, 第 1, 第 2 そして第 3 固有関数の場合について述べる. 本章では, 径方向変位の幅 W を半値幅 (FWHM: Full width at the half maximum) で評価する. 第 2, 第 3 固有関数では, 複数の極値を持つため, 半値幅は $|\hat{\xi}_r|$ が最大値となる振幅に対して評価した. 図 2.7 から, 第 1, 第 2 そして第 3 固有関数の半値幅はほぼ同じ磁気レイノルズ数依存性を示し, 低ベータ領域において $W \propto S^{-1/3}$ という性質があることがわかる. また, 高ベータ領域では半値幅の磁気レイノルズ数依存性は $W \propto S^{-1/3}$ から逸れる. これは, 成長率の磁気レイノルズ数依存性の場合と同様に, 理想交換型不安定性が支配的になるためである. 第 2 および第 3 固有関数では, 高磁気レイノルズ数におい

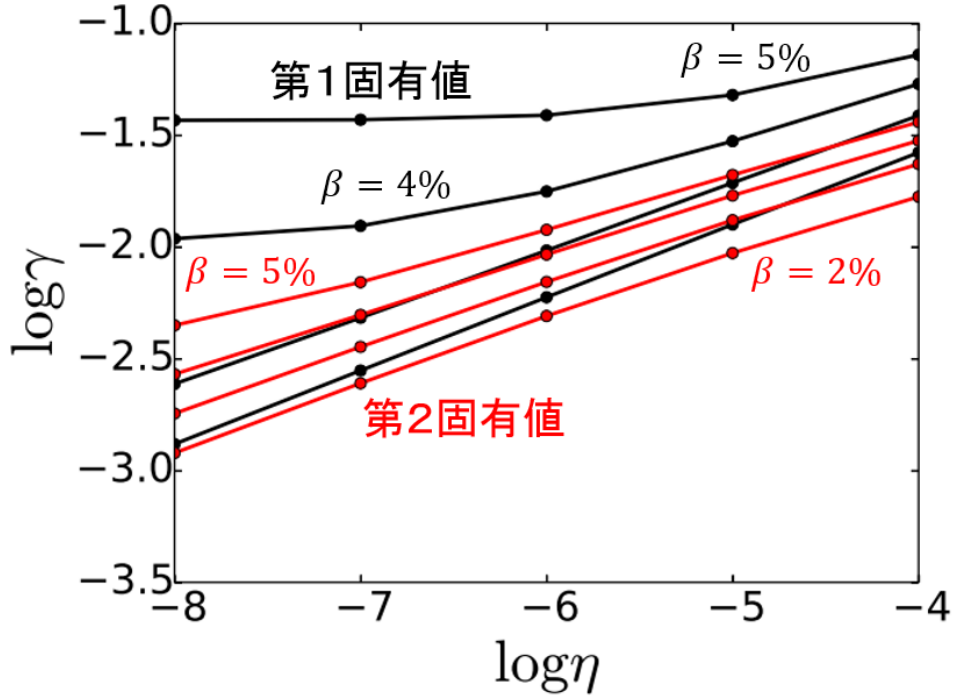
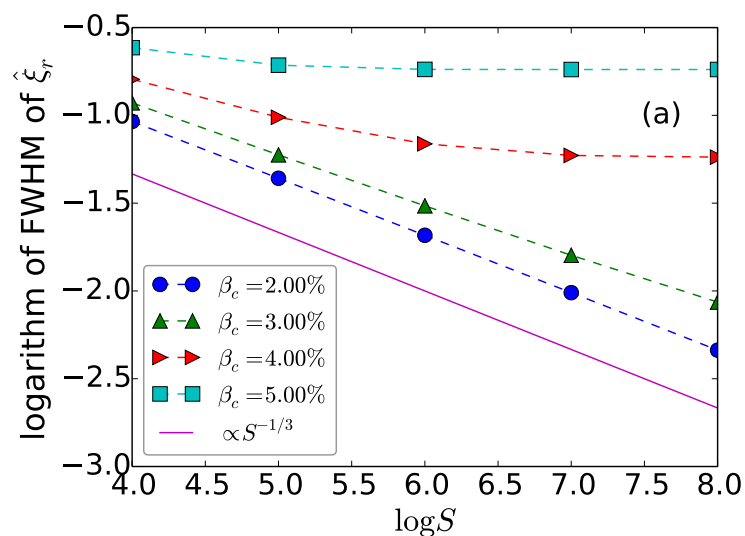


図 2.6: 第 1 固有関数 (黒) と 第 2 固有関数 (赤) の固有値 (成長率) の抵抗率依存性.

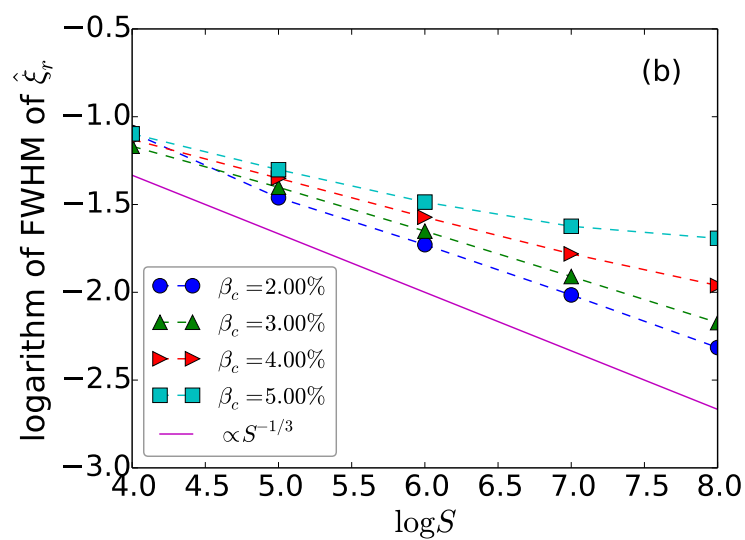
でも, 半値幅の磁気レイノルズ数依存性は $W \propto S^{-1/3}$ から大きく逸れないことがわかる. また, 低ベータでの第 1, 第 2 そして第 3 固有関数の半値幅の磁気レイノルズ数依存性の違いはほぼ同じである. ただし, 第 2 固有モードは極値を 2 つ持っており, それぞれの極値に対する半値幅の和は第 1 固有関数の半値幅よりも大きくなる可能性があることには注意すべきである. つまりこの観点からは, 第 2 固有関数による径方向への影響は第 1 固有関数よりも大きくなり得る. 同様の議論は, 第 3 固有関数に対しても成り立つ.

2.3.3 磁気島形成を特徴づけるアイランド指標

交換型不安定性の磁気島形成の特性を調べるため, 非線形により得られる量である磁気島幅を, 線形化を施した解析で得られる量で表すための次の「アイランド指標」を新たに考案した. この指標は磁気島幅の 2 乗 $\bar{w}^2$ と径方向変位 $\bar{\xi}_r$, プラズマ小

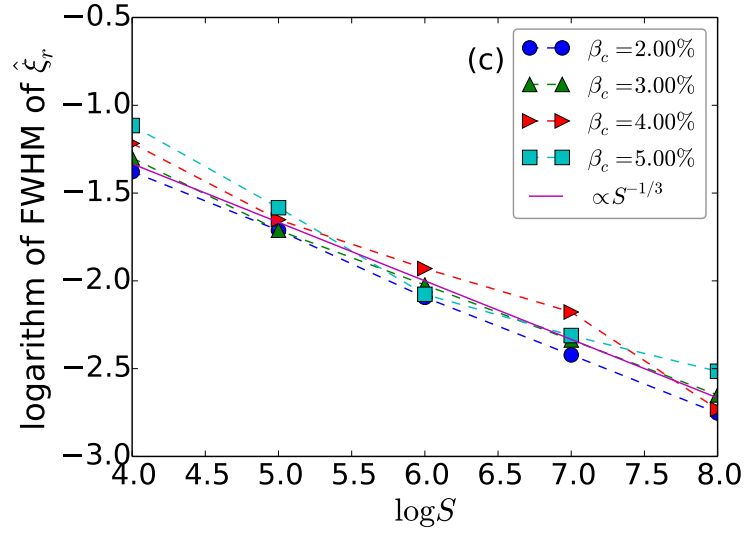


(a) 第1固有関数



(b) 第2固有関数

図 2.7: 第1, 第2, 第3固有関数における抵抗性交換型不安定性の半値幅. 横軸は磁気レイノルズ数.



(c) 第3固有関数

図 2.7: 第1, 第2, 第3固有関数における抵抗性交換型不安定性の半値幅. 横軸は磁気レイノルズ数 (Continued).

半径 a を用いて,

$$I_\xi \equiv \frac{\bar{w}^2}{\bar{\xi}_{r,\text{peak}} a} \quad (2.39)$$

と定義される. 磁気島 $\bar{w}$ と径方向変位 $\bar{\xi}_r$ はそれぞれ非線形解析によりはじめて得られる量であり, 規格化していない次元を持つ量である. しかしながら, 式 (2.38) から $\psi_s \propto w^2$, そして式 (2.7) から $\phi \propto \xi_r$ であることに注意し, 線形解析で求めた $\hat{\psi}$ と $\hat{\phi}$ の比と, 非線形解析で求めた ψ と ϕ の比は同じ比率で変化すると仮定すれば, $\hat{\psi}/\hat{\phi} = \psi/\phi$ が成り立つ. したがって, 式 (2.39) で表されるアイランド指標は線形解析で求めた $\hat{\psi}$ と $\hat{\phi}$ の比を用いて,

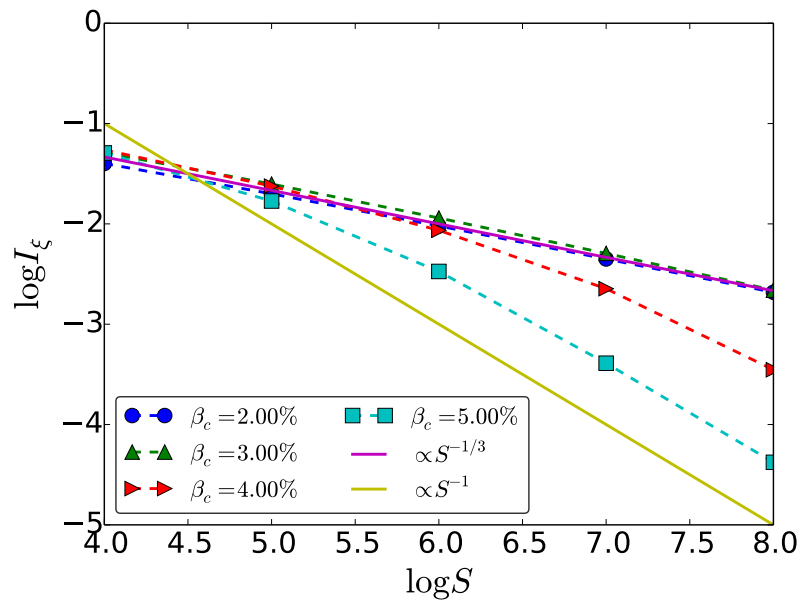
$$I_\xi = \frac{16\gamma}{m} \left(\frac{|\hat{\psi}|}{\nu'} \right)_s \left(\frac{\rho}{\hat{\phi}} \right)_{\text{peak}} \quad (2.40)$$

と書ける．式 (2.39), (2.40) より径方向変位 ξ_r を何らかの方法で得ることができれば，線形解析のみで磁気島幅を評価できることがわかる．

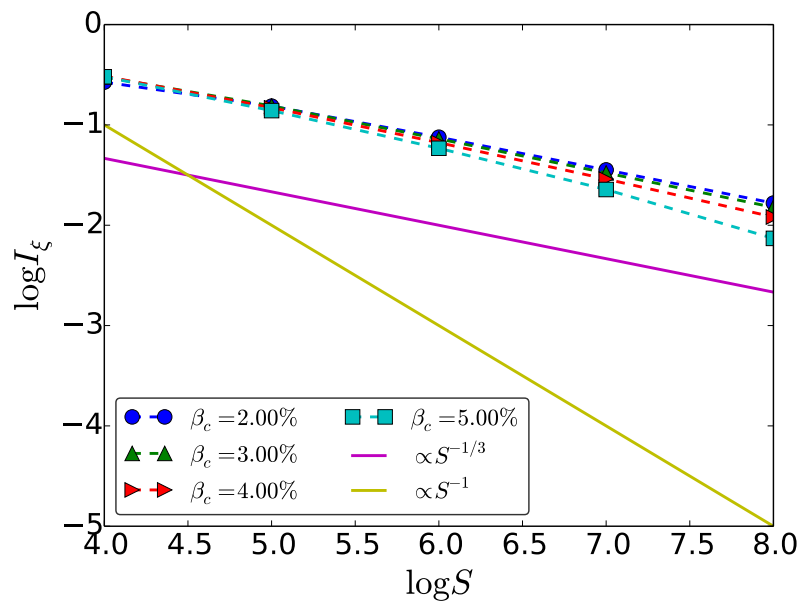
$\hat{\psi}$ と $\hat{\phi}$ は分布を持っているため，どの位置の値を指標に用いるかを選ぶ必要がある．磁気島幅は有理面上での磁場揺動で決まるため，本論文では磁場揺動を表す $\hat{\psi}$ は有理面上の値を用いている．また，径方向変位 ξ_r に対応する流れ関数 $\hat{\phi}$ については不安定性の大きさとして $|\hat{\phi}|$ の最大値を選んでいる．

ここでは，奇構造と偶構造の径方向分布を持つ例として第1固有関数と第2固有関数を取り上げる．図 2.8 に第1固有関数，第2固有関数における磁気レイノルズ数 S に対するアイランド指標 I_ξ の変化を示す．交換型不安定性における第1固有関数の I_ξ (以降 $I_{\xi,I1}$ と記す) は，低ベータ領域において $S^{-1/3}$ にほぼ比例している．一方，高ベータ，高磁気レイノルズ数領域においては， $I_{\xi,I1}$ はほぼ S^{-1} に比例し，指標が小さくなる．交換型不安定性における第2固有関数の I_ξ (以降 $I_{\xi,I2}$ と記す) は， $I_{\xi,I1}$ よりも広いベータ領域で $S^{-1/3}$ に比例している．これは，理想交換型不安定性の第2固有関数における線形成長率が第1固有関数の線形成長率よりもはるかに小さいためである．

図 2.9 に，抵抗率に対して第1と第2固有関数のアイランド指標を調べた結果を整理した．横軸に抵抗率をとっているため，右側ほど高抵抗率である点に注意する．この図から，第2固有関数は低ベータ，高ベータともに第1固有関数よりも大きなアイランド指標を示していることがわかる．低抵抗率かつ高ベータでは，第1固有関数はアイランド指標が小さくなるため，磁気島を形成しにくいことがわかる．対して，第2固有関数では低抵抗率，高ベータであってもアイランド指標はそれほど小さくなっていない．抵抗率が高い場合では，第2固有関数の成長率は大きくなるためこれまで考慮されていなかった第2固有関数が，磁気島形成に対して大きな影響を持つことがわかる．したがって，本論文で考案したアイランド指標により，径方向変位が同程度であれば広い範囲のベータ値や抵抗率で，第2固有関数は第1固有関数よりも大きな磁気島を形成し得る．



(a) 第1固有関数



(b) 第2固有関数

図 2.8: 第1, 第2固有関数における抵抗性交換型不安定性の磁気島形成に関するアイランド指標 I_ξ . 横軸は磁気レイノルズ数.

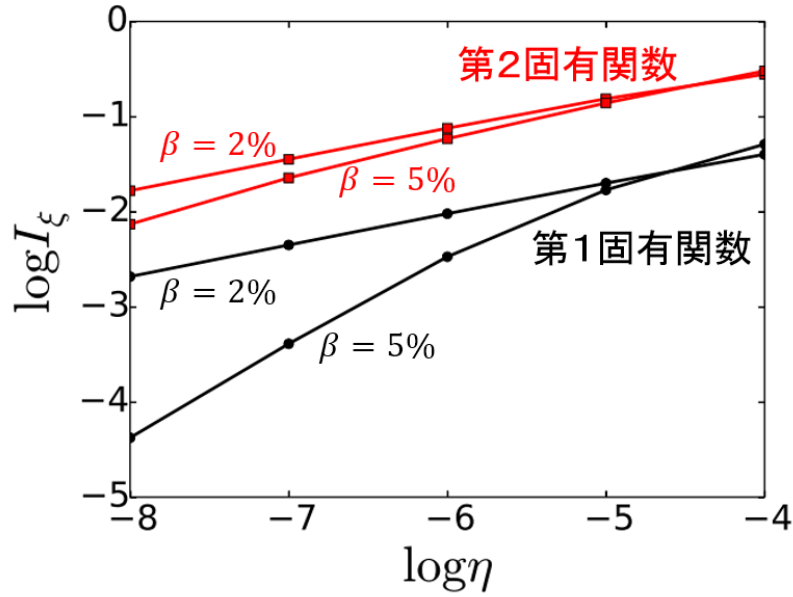


図 2.9: 第1固有関数 (黒) と第2固有関数 (赤) におけるアイランド指標 I_ξ の抵抗率依存性

2.4 考察

前節では、抵抗性交換型不安定性に起因する磁気島形成を調べるため、式 (2.39)(2.40) で示される新しいアイランド指標 I_ξ を提案した。この指標 I_ξ を用いて抵抗性交換型不安定性とティアリング不安定性の特性を比較する。ティアリング不安定性は磁気島を形成する典型的な不安定性である。この不安定性の解析をするには、式 (2.24) において磁力線の曲率項 $\frac{m}{\rho} \Omega' \hat{p}$ を無視する。代わりに交換型不安定性の解析では無視していた平衡電流密度 $J_0 = \nabla_\perp^2 \psi_0$ に関する項を考慮する。すなわち、式 (2.24) の代わりに

$$\gamma \hat{\nabla}_\perp^2 \hat{\phi} = k_\parallel \hat{\nabla}_\perp^2 \hat{\psi} + \frac{m}{\rho} \frac{dJ_0}{d\rho} \hat{\psi} \quad (2.41)$$

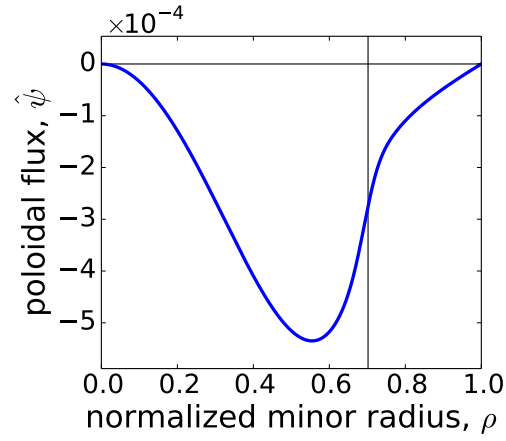
を用いて固有値解析する．図 2.10 は典型的なティアリング不安定性における (a) 揺動ポロイダル磁束, (b) 揺動電流密度, (c) 径方向変位の分布を示している．計算条件には $J_0 \propto (1 - \rho^2)^3$, $S = 10^4$, $\iota_c = 0.9$, $\iota_w = 0.225$, $(m, n) = (2, 1)$ を用いている．図 2.10(a) から, ティアリング不安定性の揺動ポロイダル磁束は共鳴有理面において明らかに有限の値を持つことがわかる．図 2.10(b) の揺動電流密度分布は有理面外側において負の最大値を示している．対して, 有理面内側では正の電流が流れている．図 2.10(c) から, 径方向変位の分布は符号が互いに異なる 2 つの極値を持つことがわかる．この有理面内側の極値は, 有理面外側にある極値よりもはるかに大きい．

2.3.3 節で提案したアイランド指標 I_ξ を用いて, 抵抗性交換型不安定性とティアリング不安定性の磁気島形成の違いを比較する．図 2.11 に縦軸に I_ξ , 横軸に磁気レイノルズ数 S をとった結果を示す．広い範囲のベータ値および磁気レイノルズ数において $I_{\xi, I2}$ が最も大きな指標を示していることがわかる．ティアリング不安定性における指標 I_ξ (以降 $I_{\xi, T}$ と記す) は, 明らかに $I_{\xi, I2}$ よりも小さい．低磁気レイノルズ数領域では, $I_{\xi, T}$ は $I_{\xi, I1}$ と同程度である．理想交換型不安定性が支配的となる高ベータ, 高磁気レイノルズ数領域では $I_{\xi, I1}$ は非常に小さな値となる．これらの結果は, 径方向変位の大きさが同程度であれば, 抵抗性交換型不安定性の磁気島幅がティアリング不安定性よりも大きくなり得る可能性を示している．LHD 実験では, 小半径に対して 5-10 パーセントほどの径方向変位を持つ交換型不安定性が観測されている [1, 13]．また, MHD 不安定性が観測されている磁気レイノルズ数は $10^5 < S < 10^7$ 程度の範囲である [1, 2]．図 2.8 から, $10^5 < S < 10^7$ の範囲にある I_ξ は 10^{-2} 程度である．したがって, $\xi_r/a \sim 5\%$ 程度を仮定すると, $w/a \sim 2\%$ ほどの磁気島が存在していると考えられる．

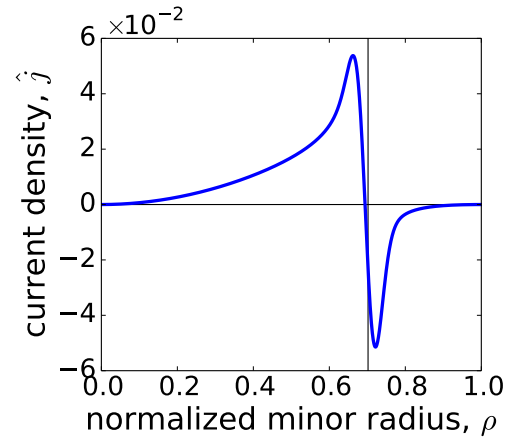
次に, 磁気島形成のもう 1 つの指標, 「磁束比指標」

$$I_\psi \equiv \frac{\hat{\psi}_s}{\hat{\psi}_{\text{peak}}} (\propto w^2) \quad (2.42)$$

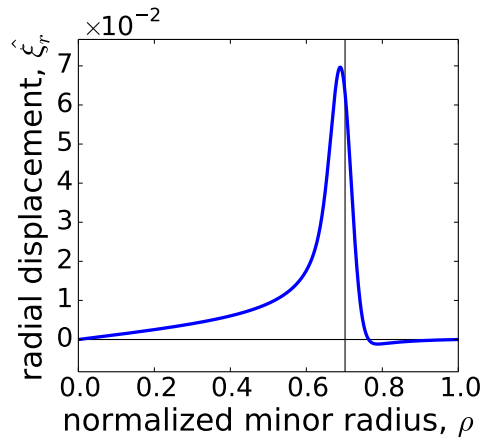
を定義し, 抵抗性交換型不安定性とティアリング不安定性の磁気島形成を比較する．



(a) 揺動ポロイダル磁束



(b) 揺動電流密度



(c) 径方向変位

図 2.10: ティアリング不安定性の $S = 10^4$ に対する固有関数の径方向分布.

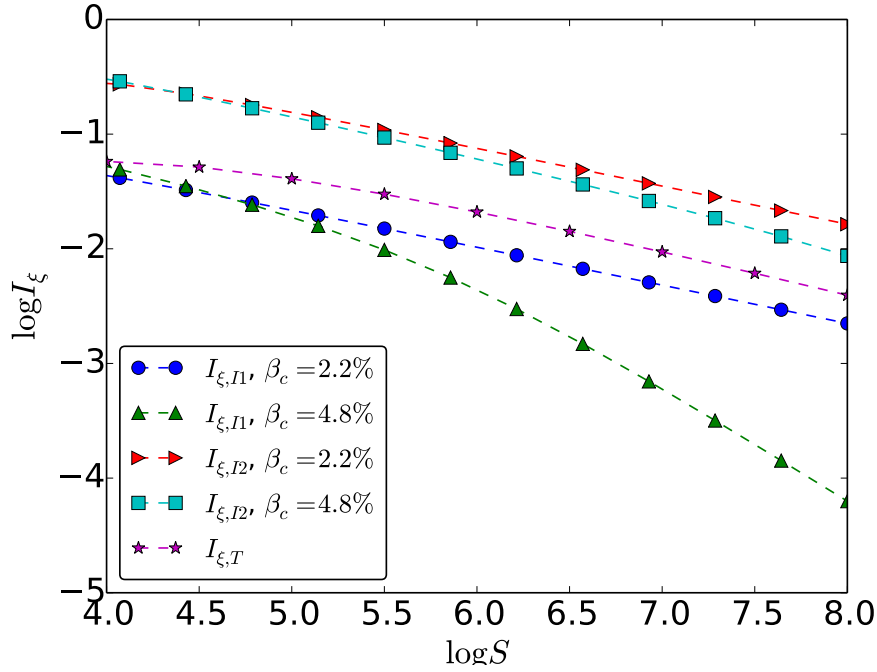


図 2.11: 抵抗性交換型不安定性とティアリング不安定性におけるアイランド指標 I_ξ . 横軸は磁気レイノルズ数.

この磁束比指標は I_ξ と異なり揺動ポロイダル磁束のみから得る．ただし, $\hat{\psi}_{\text{peak}}$ には揺動ポロイダル磁束 $|\hat{\psi}|$ の最大値を用いる．図 2.12 に, 抵抗性交換型不安定性の第 1 固有関数 $I_{\psi,I1}$, 第 2 固有関数 $I_{\psi,I2}$ およびティアリング不安定性 $I_{\psi,T}$ の磁気レイノルズ数依存性を示す．磁気レイノルズ数の増加に伴い, $I_{\psi,I1}$ は理想交換型不安定性が支配的となる高ベータ領域で大きく低下する．低磁気レイノルズ数において, $I_{\psi,I1}$ は $I_{\psi,I2}$ や $I_{\psi,T}$ より小さく, $I_{\psi,I2}$ と $I_{\psi,T}$ はほぼ同程度の大きさを持つ．この結果は, ティアリング不安定性が作る磁気島は抵抗性交換型不安定性の第 1 固有関数が作るそれよりも大きいとしていた従来の推論と一致する． I_ξ と I_ψ の磁気レイノルズ数依存性の違いは, 指標の基準となる値の選び方により, 磁気島形成の振る舞いの見え方が大きく変わることを示している．実際の LHD 実験で観測される典型的な径方向変位はプラズマ小半径で規格化すると 5% 程度で, ときには 10% を超え

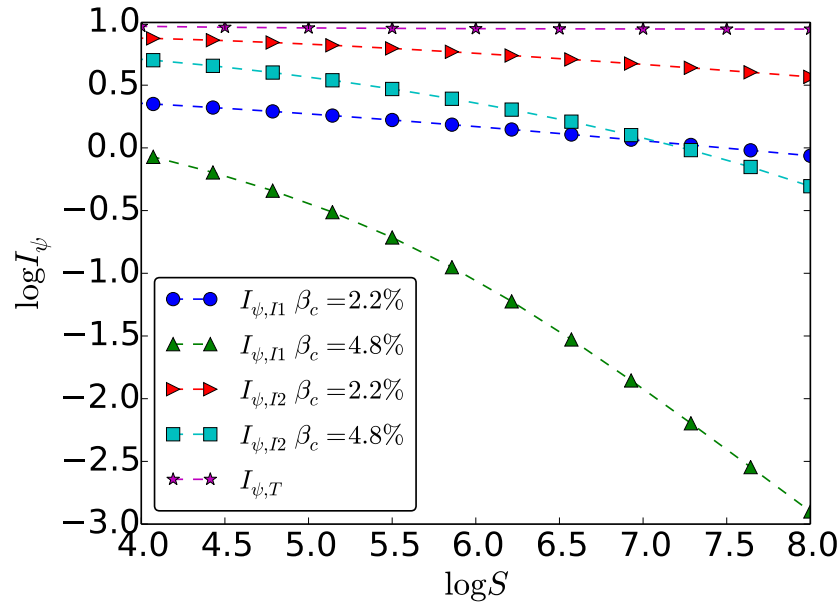


図 2.12: 抵抗性交換型不安定性とティアリング不安定性における磁束比指標 I_ψ の磁気レイノルズ数依存性.

ると評価されることもある [1, 13]. これはトカマク装置で観測されるティアリング不安定性の径方向変位の大きさとほぼ同程度である. このような場合は, 本研究で考案したアイランド指標による磁気島の大きさの評価が有効である.

2.5 結論

ヘリカル型核融合炉の閉じ込め性能を劣化させると考えられる抵抗性交換型不安定性の特性を, 磁気島形成という側面に注目して, 数値解析によって調べた. 得られた知見を以下に示す,

1. 第1固有関数と第3固有関数は有理面を挟んで奇構造の, 第2固有関数は有理面を挟んで偶構造の揺動ポロイダル磁束分布を持つことを見出した. した

がって、第2固有関数は有理面上で大きな揺動ポロイダル磁束を持ちやすく、磁気島を形成しやすいことを示した。

2. 抵抗率の大きな場合、第2固有関数は第1固有関数と同程度の成長率を持ち、不安定性の成長に大きな影響を与え得る。
3. 磁気島形成を特徴づける「アイランド指標」を新たに考案した。この指標は規格化された磁気島幅の2乗と、規格化された径方向変位の最大値との比で表される。これにより、従来非線形解析が必須であった磁気島幅の同定を、線形解析で得られる量のみで可能にした。
4. このアイランド指標により、広い範囲のベータ値や抵抗率でこれまで考慮されていなかった第2固有関数が、第1固有関数よりも大きな磁気島を形成する場合があることが明らかとなった。

なお、本章で述べたこれらの成果は、学術講演 [18, 19, 20, 21], 学術論文 [22], 紀要 [23, 24] において公表されている。

参考文献

- [1] K.Y. Watanabe, *et al.*, Phys. Plasmas **18**, 056119 (2011).
- [2] S. Sakakibara, *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **50**, 124014 (2008).
- [3] A. Isayama, *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **48**, L45 (2006).
- [4] F. Watanabe, *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **48**, A201 (2006).
- [5] H.P. Furth, J. Killeen and M.N. Rosenbluth, Phys. Fluids **6**, 459 (1963).
- [6] K. Ichiguchi, *et al.*, Nucl. Fusion **29**, 2093 (1989).
- [7] K. Ichiguchi, *et al.*, Nucl. Fusion **43**, 1101 (2003).
- [8] K. Ichiguchi and B.A. Carreras J. Plasma Fusion Res. **6**, 589 (2004).
- [9] H. Miura, *et al.*, AIP Conf. Proc., **871**, 157 (2006).
- [10] J. Varela, K.Y. Watanabe and S. Ohdachi, Phys. Plasmas **19**, 082512 (2012).
- [11] B.A. Carreras, *et al.*, Phys. Plasmas **5**, 3700 (1998).
- [12] K.Y. Watanabe, *et al.*, Nucl. Fusion **45**, 1247 (2005).
- [13] K.Y. Watanabe, *et al.*, in Proc. of ITC-17 and ISWS-16 Toki I-13 (2007).
- [14] H.R. Strauss, Plasma Phys. **22**, 733 (1980).
- [15] Masahiro Wakatani, "Stellarator and Heliotron Devices", Oxford University Press 1998.
- [16] B. R. Suydam: Proc. 2nd U. N. International Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, vol. **31**, 157 (1958).

-
- [17] John Wesson, "Tokamaks 3rd Edition", Oxford University Press 2004.
- [18] R. Ueda, Y. Matsumoto, M. Itagaki, S. Oikawa, K.Y. Watanabe, M. Sato, "Effect of Resistivity on Mode Structure of Interchange Instability", Plasma Conference 2011, 23P076-P, Ishikawa, Japan (2011).
- [19] R. Ueda, Y. Matsumoto, M. Itagaki, S. Oikawa, K.Y. Watanabe, M. Sato, "Effect of Resistivity on Mode Structure of Interchange Instability in Heliotron Plasma", 21th International Toki Conference, P1-81, Gifu, Japan (2011).
- [20] 上田亮介, 渡邊清政, 佐藤雅彦, 松本裕, 板垣正文, 及川俊一, "ヘリオトロンプラズマにおける交換型不安定性の第一および第二固有モード", NIFS 共同研究「高性能プラズマ制御へ向けた先進ヘリカルプラズマ研究の進展」「境界層プラズマにおける静的および動的プロセスの計測と制御」「プラズマ物理クラスター周辺・ペデスタル物理サブクラスター平成 23 年度第 2 回会合」合同研究会, 核融合科学研究所 (2012).
- [21] 上田亮介, 渡邊清政, 佐藤雅彦, 松本裕, 板垣正文, 及川俊一, "抵抗性交換型不安定性における固有モードの特性評価", 第 16 回 若手科学者によるプラズマ研究会, 那珂 (2013).
- [22] R. Ueda *et al.*, Phys. Plasmas **21**, 052502 (2014).
- [23] R. Ueda, Y. Matsumoto, K.Y. Watanabe, M. Sato, "Effect of Resistivity on Mode Structure of Interchange Instability in Heliotron Plasma", Annual Report of National Institute for Fusion Science (2012).
- [24] R. Ueda, Y. Matsumoto, K.Y. Watanabe, M. Sato, "Characteristics of the Interchange Instability Focused on the Magnetic Islands in Heliotron Plasma", Annual Report of National Institute for Fusion Science (2013).

第 3 章

磁気島が不安定性に及ぼす影響

3.1 序論

熱核融合炉において核融合出力は圧力の 2 乗に比例する．低い印加磁場で高い圧力のプラズマの閉じ込めを維持できれば，経済的な核融合炉を実現できる．プラズマ圧力と印加磁場の磁気圧との比はベータ値と呼ばれ，核融合炉の経済性を示す指標となる．しかしベータ値の増加に伴う高い圧力勾配の存在は，磁場や電場の変化を引き起こすため，不安定性の原因となる．このような不安定性は圧力駆動型不安定性と呼ばれる．

核融合科学研究所に設置されている代表的なヘリオトロン型実験装置である大型ヘリカル装置 (LHD: Large Helical Device) では，核融合炉相当の高ベータプラズマを達成している．このようなプラズマでは，不安定性に起因すると考えられる長波長の磁場揺動が観測されている [1]．しかしこのプラズマでは，閉じ込め性能が急激に悪化するような不安定性は観測されていない．一方で，大半径と小半径の比が比較的大きいプラズマでは，急激な閉じ込め性能の劣化が観測されており [2]，これは圧力駆動型不安定性の一種である交換型 MHD 不安定性に起因すると考えられている．交換型不安定性は，圧力勾配が大きいほど不安定になりやすく，揺動の波数ベクトルと

磁場の向きが一致する共鳴有理面で不安定性が大きく成長する性質を持つ。この性質を利用し、その原因である圧力勾配を制御することで不安定性を制御する手法が提案されている。この手法では、外部コイルによって摂動磁場を印加し、プラズマ内部の共鳴有理面で磁場揺動 (共鳴磁場揺動) を発生させる。共鳴磁場揺動が起これば磁気島が形成され、磁気島内部では圧力勾配が平坦化する。LHD では実際に、圧力勾配の平坦化を意図した磁気島印加実験が行われ、交換型不安定性への影響が確認されている [3]。このような方策の有効性を検証するには、印加した磁気島が交換型不安定性に与える影響を理論的に解明する必要がある。

磁気島が引き起こす圧力分布や磁場分布の 3 次元構造が、新たな波長の揺動を生み出す効果を考慮した理論的研究はあまり行われておらず、磁気島が交換型不安定性に与える影響の物理機構は明確になっていない。これを調べるには平衡と不安定性に対して磁気島の存在を矛盾なく扱える 3 次元解析を行う必要がある。長波長成分の揺動を対象とした従来の 3 次元不安定性解析では、TERPSICHOE コード [4] などの固有値解析に基づく手法が多く用いられてきた。しかしこれらのコードは入れ子状の磁気面を仮定しており、磁気島の存在を矛盾なく扱うことができず、磁気島を考慮した長波長成分の不安定性を解析できる固有値解析手法は確立されていない。一方、時間発展型の解析コードでは長波長成分が支配的な不安定性を対象とした解析はできないものの、磁気島の存在を扱うことは可能である。このようなコードとして、プラズマ圧力、磁場、速度、密度の 8 変数の時間発展を解く 3 次元不安定性解析コード MIPS(MHD Infrastructure for Plasma Simulation) が近年開発されている [5, 6] このコードでは、磁気島を扱うことができる 3 次元平衡計算コード HINT2[7] より得られた、平衡圧力と平衡磁場を初期条件に用いて不安定性解析を行うが、長波長成分が支配的な不安定性の解析は行われていなかった。本研究では、MIPS コードを用いた解析手法に対し、長波長成分の揺動が支配的となる不安定性を解析するための改良を行い、磁気島の長波長不安定性に与える影響を解析する。この改良の詳細は 3.3 節で述べる。本論文では特に、長波長成分の揺動として $(m, n) = (1, 1)$ フー

リエモードが支配的な不安定性を解析対象とする。

元来, MIPS コードは交換型不安定性を非線形解析することを主目的としたコードであるが, 非線形解析は計算時間や主記憶領域などの多大な計算資源を必要とする。本論文では, 幅広い条件で解析を行うために不安定性の線形特性のみを調べることができるようにコードを改良した。ここでいう線形特性とは, 方程式系の2次以上の摂動項を無視した場合の不安定性の特性を意味する。以上の手法を用いて磁気島が, 長波長成分が支配的となる不安定性の圧力揺動構造や成長率に及ぼす影響を調べる。

3.2 MHD 方程式

MIPS コードは円筒座標系 (R, Φ, Z) で記述され, 次の MHD 方程式系を解いている [5]。この方程式系は, 粘性項などが追加されているが本質的には第1章で述べた MHD 方程式系と同一である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} = & -\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}) - (\Gamma - 1)p \nabla \cdot \mathbf{v} \\ & + (\Gamma - 1) \left[\nu \rho_m w^2 + \frac{4}{3} \nu \rho_m (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 + \eta \mathbf{j} \cdot (\mathbf{j} - \mathbf{j}_{\text{eq}}) \right], \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \rho_m \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} = & -\rho_m \mathbf{w} \times \mathbf{v} - \rho_m \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) - \nabla p \\ & + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{4}{3} \nabla [\nu \rho_m (\nabla \cdot \mathbf{v})] - \nabla \times [\nu \rho_m \mathbf{w}], \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}), \quad (3.3)$$

$$\mathbf{w} = \nabla \times \mathbf{v}, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (3.6)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta(\mathbf{j} - \mathbf{j}_{\text{eq}}). \quad (3.7)$$

式中の物理変数の意味を表 3.1 に示す。 $\mathbf{j}_{\text{eq}}$ は平衡磁場を式 (3.5) に代入して求めた電流密度である。式 (3.1)-(3.3) はそれぞれ流体力学におけるエネルギーの式, 運動量

保存則 (ナビエ・ストークス方程式), 連続の式を表している. 特に式 (3.2) は, ナビエ・ストークス方程式において, 外力として電磁力が加わったものである. 式 (3.5), (3.6) はそれぞれ電磁気学におけるアンペールの式, ファラデーの式である. 式 (3.7) はオームの式と呼ばれる.

表 3.1: MHD 方程式系の物理変数.

p : プラズマ圧力	$\mathbf{v}$: 速度	ρ_m : 質量密度
t : 時間	$\boldsymbol{\omega}$: 渦度	$\mathbf{j}$: 電流密度
$\mathbf{B}$: 磁場	$\mathbf{E}$: 電場	Γ : 比熱比
η : 抵抗率	ν : 粘性	μ_0 : 真空での透磁率

本論文では, MHD 不安定性の線形特性を調べるため, 式 (3.1)-(3.7) を線形化する. 線形化する際, $p = p_0 + p_1$ のように平衡量と平衡からの微小変化量をそれぞれ 0 と 1 の添字で表し, 2 次以上の項は無視する. 本章では, 不安定性として現れる微小変化のことを揺動と呼び, 初期量や外部から意図的に加える微小変化を摂動と呼ぶことで両者を区別する. 線形化した MHD 方程式を以下に示す.

$$\frac{\partial \rho_{m1}}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}_1 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 + \mathbf{j}_1 \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{j}_0 \times \mathbf{B}_1 + \frac{4}{3} \nabla (\nu \rho_{m0} \nabla \cdot \mathbf{v}_1) - \nabla \times (\nu \rho_{m0} \boldsymbol{\omega}) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}_1 - (\Gamma - 1) p_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 + (\Gamma - 1) \eta \mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{j}_1 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}_1 \quad (3.11)$$

$$\mathbf{E}_1 = -\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0 + \eta \mathbf{j}_1 \quad (3.12)$$

ただし, $\mathbf{j}_1 = \nabla \times \mathbf{B}_1$, $\boldsymbol{\omega}_1 = \nabla \times \mathbf{v}_1$ とした. $\mathbf{q}$ は運動量であり $\mathbf{q}_1 \equiv \rho_{m0} \mathbf{v}_1$ である.

3.3 長波長不安定性の解析

本論文では、磁気島を持つ平衡を扱うために、時間発展型の不安定性解析手法を用いる。しかし、従来の時間発展型解法では LHD で観測されている長波長成分の不安定性を解析できないため、解析手法に改良を加える。

LHD における実験では、 $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードが支配的な長波長不安定性が観測され [1], 長波長成分以外が支配的な不安定性は観測されていない。したがって、この不安定性は $(1, 1)$ フーリエモードの初期揺動に起因すると仮定できる。この仮定に基づき、 $(1, 1)$ フーリエモードのみを持つ揺動を初期摂動として時間発展を追い、その応答を解析する。

3.3.1 Boozer 座標系

第1章 1.3.3 節の式 (1.17) で示したように、 (m, n) フーリエモードの揺動はポロイダル方向とトロイダル方向の角度変数 θ, ζ , および規格化小半径 ρ を用いて簡単に表せる。本章では、圧力に対し初期摂動を与えることで不安定性の応答を解析する。すなわち特定の波長を持つ初期圧力摂動 $\tilde{p}$ は、

$$\tilde{p}(\rho, \theta, \zeta) = \tilde{p}(\rho) \cos(-m\theta + n\zeta) \quad (3.13)$$

と書ける。理想的には磁気面は互いに交差せず入れ子状の形をしている。これらの磁気面の 1 つ 1 つに規格化小半径のラベルをつける。このとき磁気軸は $\rho = 0$, 最外殻磁気面は $\rho = 1$ で表される。このように磁気面を小半径方向の座標とし、 (ρ, θ, ζ) で空間的な位置を表す座標系を磁気座標系と呼ぶ。これに対し、磁気面を座標として扱わないデカルト座標系 (X, Y, Z) や円筒座標系 (R, Φ, Z) などを実座標系と呼ぶ。磁気座標系は入れ子状の磁気面を仮定していることに注意が必要である。磁気座標系 (ρ, θ, ζ) と実座標系は 1 対 1 に対応し、最外殻磁気面内であれば相互に変換可能で

ある．したがって、式 (3.13) の形式で表される揺動構造をまず磁気座標系で構築し、MIPS コードと同じ円筒座標系に変換すれば所望の初期圧力摂動を与えられる．

ζ はトロイダル方向の角度変数であるが、円筒座標系 (R, Φ, Z) のトロイダル座標 Φ と必ずしも一致している必要はなく $\frac{\partial \zeta}{\partial \Phi}$ が空間的に変化するように選んでも良い．これはポロイダル方向の角度変数 θ に対しても同様である．交換型不安定性は磁力線を曲げずに成長するため、その波長は磁力線に沿って無限大となる．このため磁気面上で磁力線が直線に見えると都合がよく、そのように θ, ζ を選んだ座標系の 1 つを Boozer 座標系 $(\rho, \theta_B, \zeta_B)$ と呼ぶ [8]．Boozer 座標系から円筒座標系へは

$$R(\rho, \theta_B, \zeta_B) = \sum R_{m,n}(\rho) \cos(-m\theta_B + n\zeta_B) \quad (3.14)$$

$$\Phi(\rho, \theta_B, \zeta_B) = \zeta_B + \sum \Phi_{m,n}(\rho) \sin(-m\theta_B + n\zeta_B) \quad (3.15)$$

$$Z(\rho, \theta_B, \zeta_B) = \sum Z_{m,n}(\rho) \sin(-m\theta_B + n\zeta_B) \quad (3.16)$$

を用いて変換でき、その逆変換も同じく可能である．ここで、 $R_{m,n}, \Phi_{m,n}, Z_{m,n}$ は Boozer 座標系の構築時に得られるフーリエ係数である．

Boozer 座標系は平衡計算コード VMEC[9] が出力する平衡磁場から容易に得られる．VMEC コードにより得られる平衡と HINT2 コードにより得られる平衡は厳密には一致しないが、磁気軸位置や回転変換分布といった平衡磁場の特徴はほぼ一致する．また、VMEC コードは入れ子状の磁気面を仮定しているため、磁気島の存在を矛盾なく扱うことはできないが、HINT2 コードにより得られた磁気島を持つ平衡とほぼ同じ磁気軸位置や回転変換分布を持つ平衡を、VMEC コードにより構築することが可能である．したがって本論文では、磁気島の有無にかかわらず、初期摂動の定義や MIPS コードで求めた揺動の空間構造に VMEC コードにより得られる Boozer 座標系を利用する．

3.3.2 交換型不安定性の $(1, 1)$ フーリエモードの揺動構造

式 (3.13) 中の圧力の小半径方向分布 $\tilde{p}(\rho)$ には, 典型的な交換型不安定性の圧力揺動構造モデルを用いる. $(m, n) = (1, 1)$ の空間構造を持つ交換型不安定性による圧力揺動の小半径方向分布は第2章で得られている. 本章では, 第2章で解析した固有関数のうち, 第1固有関数の振る舞いに焦点を当て, 圧力揺動の空間構造をガウス分布と三角関数を使ってモデル化する. このとき式 (3.13) は

$$\tilde{p}(\rho, \theta_B, \zeta_B) = A_{\text{amp}} \exp \left[- \left(\frac{\rho - \rho_s}{\sqrt{2}\sigma} \right)^2 \right] \times \cos(-m\theta_B + n\zeta_B). \quad (3.17)$$

と表される. A_{amp} は規格化された初期圧力摂動の最大振幅で 10^{-8} を用いた. ρ_s は有理面 (回転変換が $\iota = n/m$) での規格化小半径である. 摂動分布の小半径方向の幅は標準偏差 σ によって調整でき, 本論文では $\sigma = 0.03$ とした.

この初期摂動分布を MIPS コードで利用するため, 式 (3.14)-(3.16) を用いて Boozer 座標系から円筒座標系に変換した. 得られた円筒座標系のポロイダル断面上の摂動分布 ($\Phi = 0$) を図 3.1 に示す. ポロイダルモード数を $m = 1$ としているため, ポロイダル方向に 1 周する間に極大値 (赤) と極小値 (青) が 1 つずつ存在している.

MIPS コードでは円筒座標系で不安定性の成長を調べるため, 不安定性の圧力揺動や速度揺動などの空間構造の識別が難しい. そのため, これらの揺動の空間構造を Boozer 座標系 $(\rho, \theta_B, \zeta_B)$ に変換し, この座標系でフーリエモード分解する. 図 3.2 に図 3.1 で示した円筒座標系での初期圧力摂動を Boozer 座標に再変換した結果 ($\zeta_B = 0$ 断面上の等高線) を示す. 図 3.1 と同様に, ポロイダル方向を 1 周する間に極大値と極小値が 1 つずつ現れる. Boozer 座標系で表しているため, プラズマ形状および有理面の位置はそれぞれ $\rho = 1$, $\rho = 0.67$ で示される円形状となる. 構築した初期摂動の振幅はこの円形の有理面付近で大きく現れる. 図 3.3 はこの等高線の $\theta_B = 0$ 上の分布である. 点線は回転変換を示し, $\iota = n/m = 1/1$ となる位置に $(m, n) = (1, 1)$ 有理面がある. ここでは振幅が大きい順に 8 つのフーリエモードを

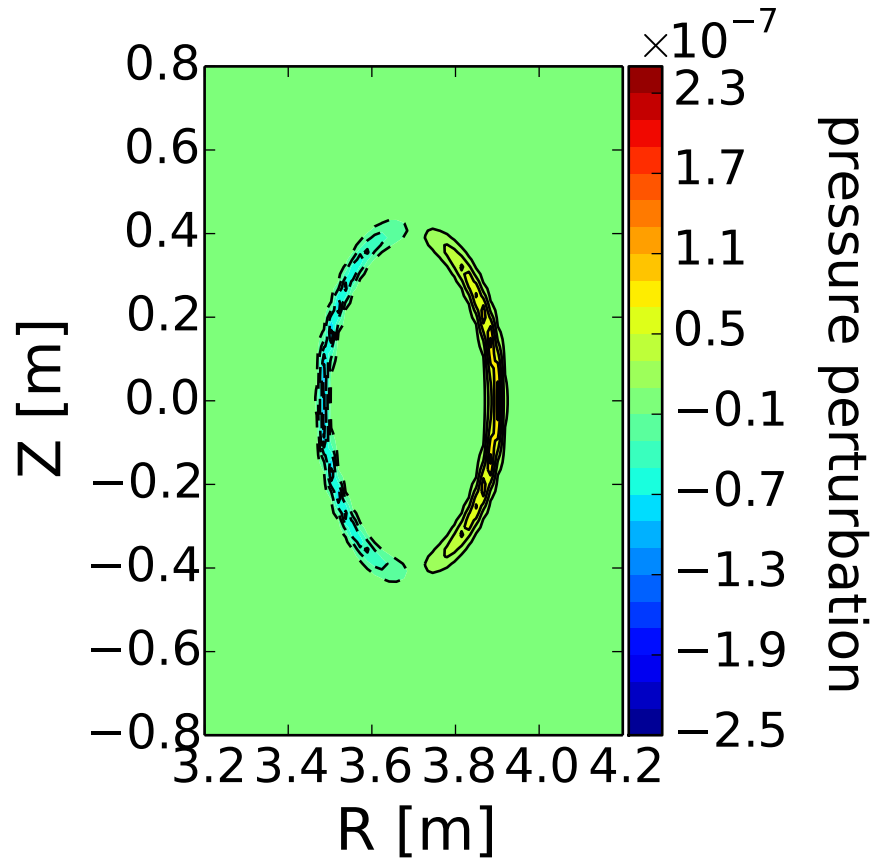


図 3.1: 円筒座標系におけるポロイダル断面 ($\Phi = 0$) 上の圧力初期摂動分布.

示した. $(m, n) = (1, 1)$ モードは最も大きな振幅を持ち, $(m, n) = (1, 1)$ 有理面上でピークを持つ. $(m, n) = (3, 11), (1, 9), (2, 1)$ などのモードも現れているが, これは Boozer 座標系と円筒座標系との間で行った座標変換に伴う数値誤差に起因すると思われる. これらのフーリエモードの数値誤差は $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードの振幅よりもはるかに小さいため不安定性解析への影響は小さいとみなせる.

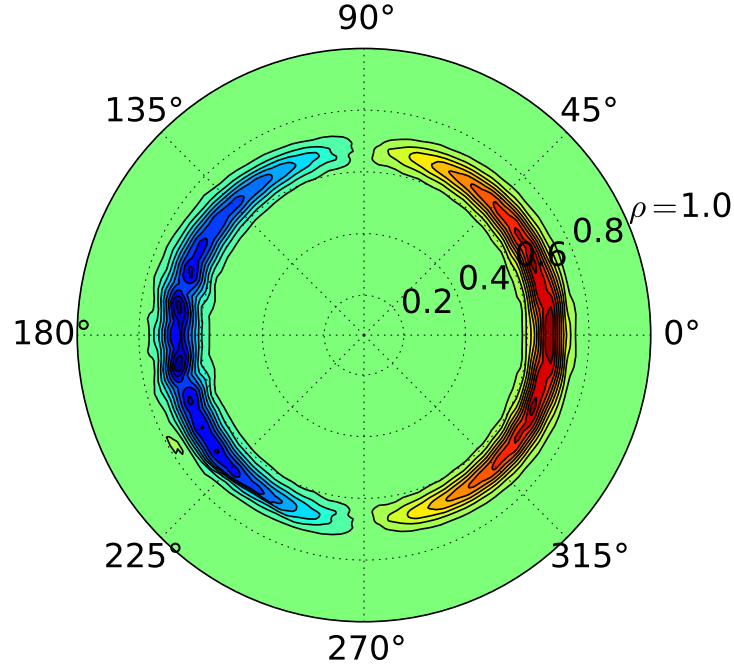


図 3.2: 円筒座標系から Boozer 座標系に再変換した $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードの初期圧力摂動の等高線 ($\zeta_B = 0$ 断面).

3.3.3 長波長不安定性の線形成長の解析例とその特性

前節で述べた $(m, n) = (1, 1)$ 初期圧力摂動を用いて長波長不安定性の解析を行う。平衡の圧力分布と磁場分布は 3.1 節で紹介した HINT2 コード [7] から得る。

図 3.4 にポロイダル断面 (a) $\Phi = 0$, (b) $\Phi = \pi/(2M)$ での平衡圧力分布の等高線を示す。ここで M はポロイダル断面がトロイダル方向に 1 周する間に M 回ポロイダル方向に回転することを表す。この図では平衡圧力の等高線は入れ子状になっている。圧力値が最大となる位置は磁気軸と一致する。この平衡圧力の $Z = 0$ における R 方向分布を図 3.5 に示す。(a) $\Phi = 0$, (b) $\Phi = \pi/(2M)$ のいずれのポロイダル断面においても、平衡圧力分布は磁気軸から外側に向けてなだらかに減少している。

この平衡に前節で構築した圧力摂動を加えた分布を初期条件として、式 (3.8)-(3.12)

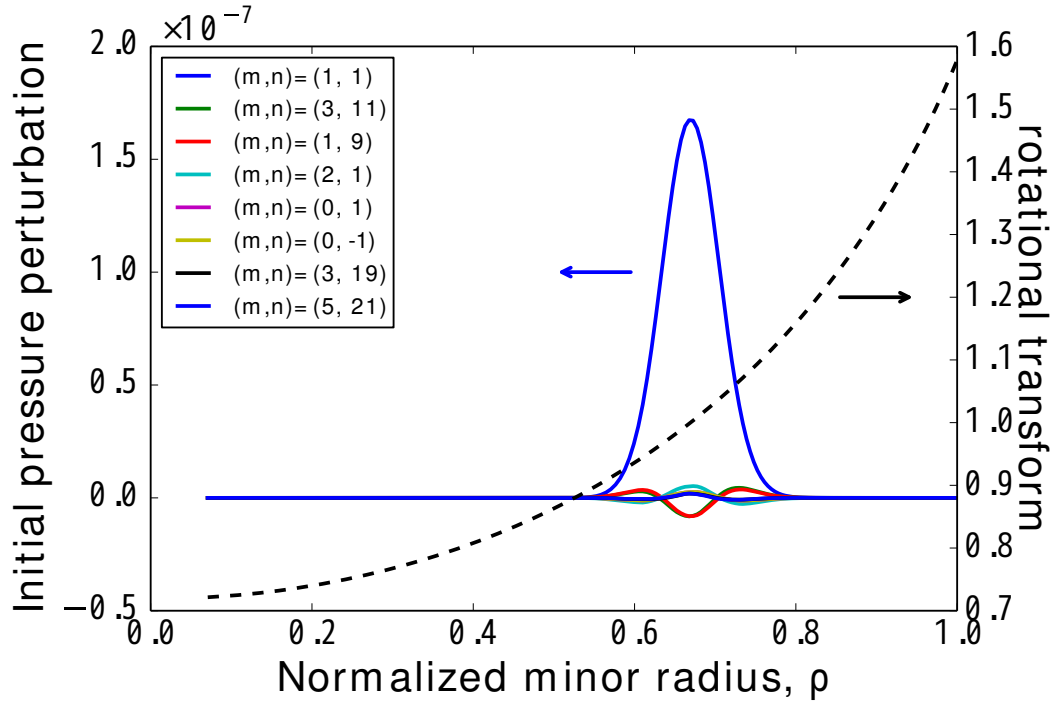


図 3.3: 円筒座標系から Boozer 座標系に再変換した $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードの初期圧力摂動 ($\theta_B = 0, \zeta_B = 0$).

で示した圧力, 速度, 密度, 磁場の時間発展を求めた. 初期速度は 0 とし, 初期密度分布は空間的に一様とした. また, 時間刻み幅は $\Delta t = 1.6 \times 10^{-2} \tau_A$ としている. τ_A はアルヴェン時間であり,

$$\tau_A = \frac{R_0}{V_A} = \frac{R_0}{B/\sqrt{\mu_0 \rho_m}} \quad (3.18)$$

と表される. $V_A = B/\sqrt{\mu_0 \rho_m}$ はアルヴェン速度である. 粘性係数は $\nu = 10^{-8}$, 抵抗率は $\eta = 10^{-6}$ を選んだ.

以上の条件で揺動の時間発展を計算した結果を示す. 図 3.6 は 5,000 ステップ時の $\Phi = 0$ ポロイダル断面における圧力揺動の等高線である. 初期圧力摂動の図 3.1 と比較すると, 5,000 ステップ時の圧力揺動は径方向の幅が広く, 揺動強度もわずかに大きい. また, 初期摂動と同じ $(m, n) = (1, 1)$ の揺動構造が支配的である.

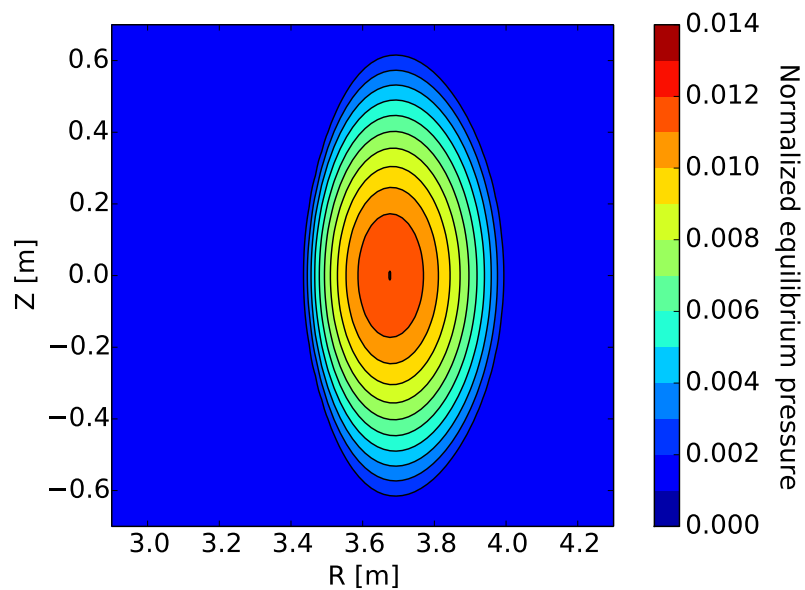
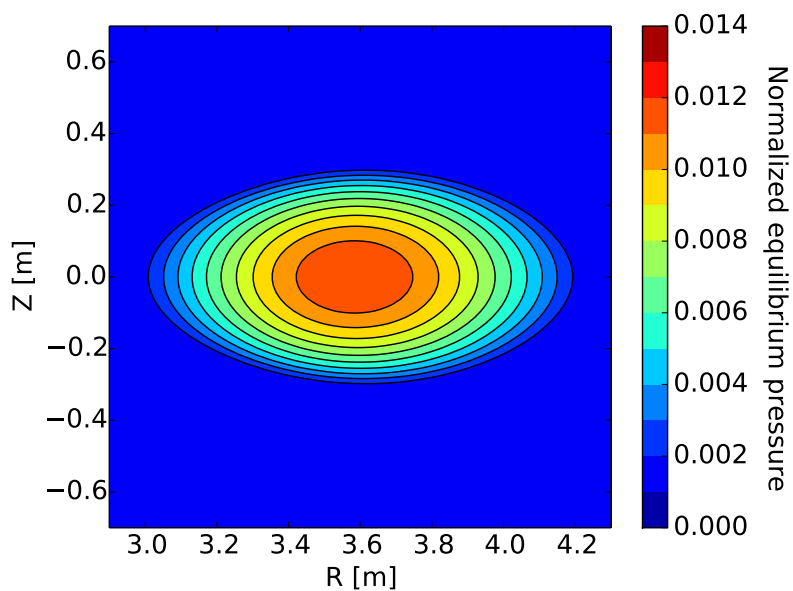
(a) $\Phi = 0$ 断面における平衡圧力分布の等高線.(b) $\Phi = \pi/(2M)$ 断面における平衡圧力分布の等高線.

図 3.4: 円筒座標系でのポロイダル断面における平衡圧力分布の等高線.

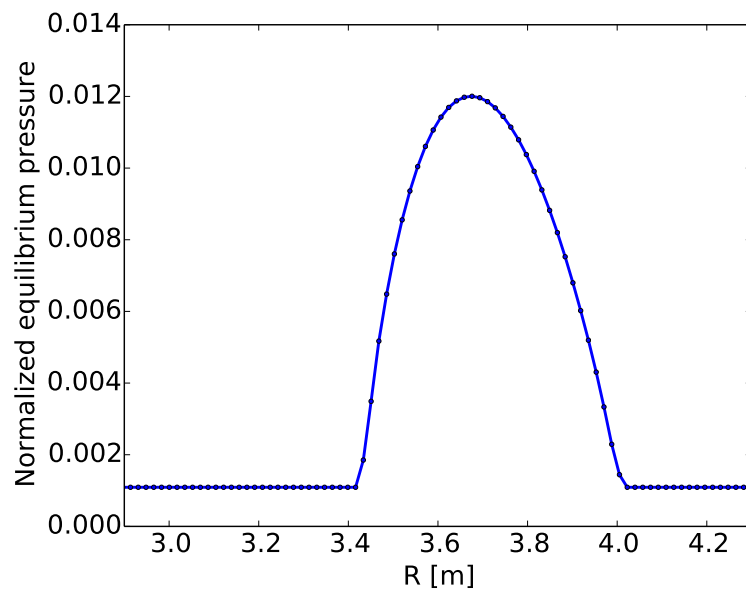
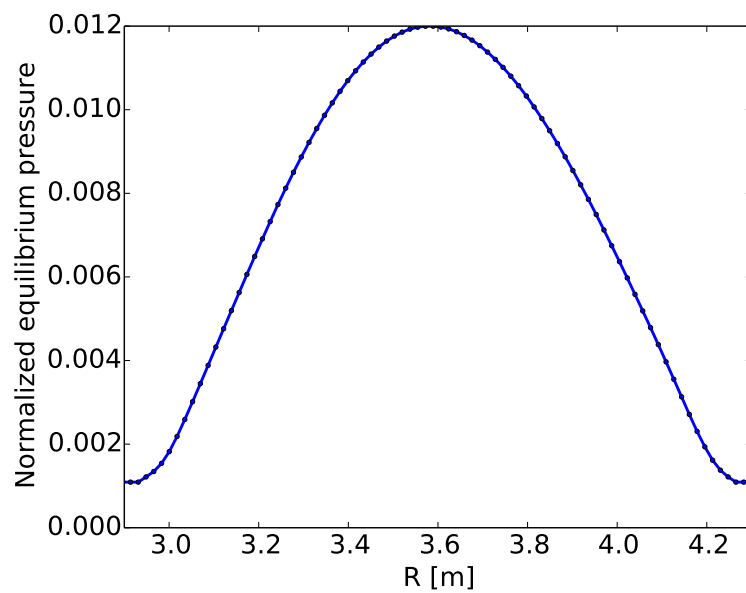
(a) $\Phi = 0, Z = 0$ における平衡圧力分布.(b) $\Phi = \pi/(2M), Z = 0$ における平衡圧力分布.

図 3.5: 円筒座標系でのポロイダル断面における平衡圧力の径方向分布.

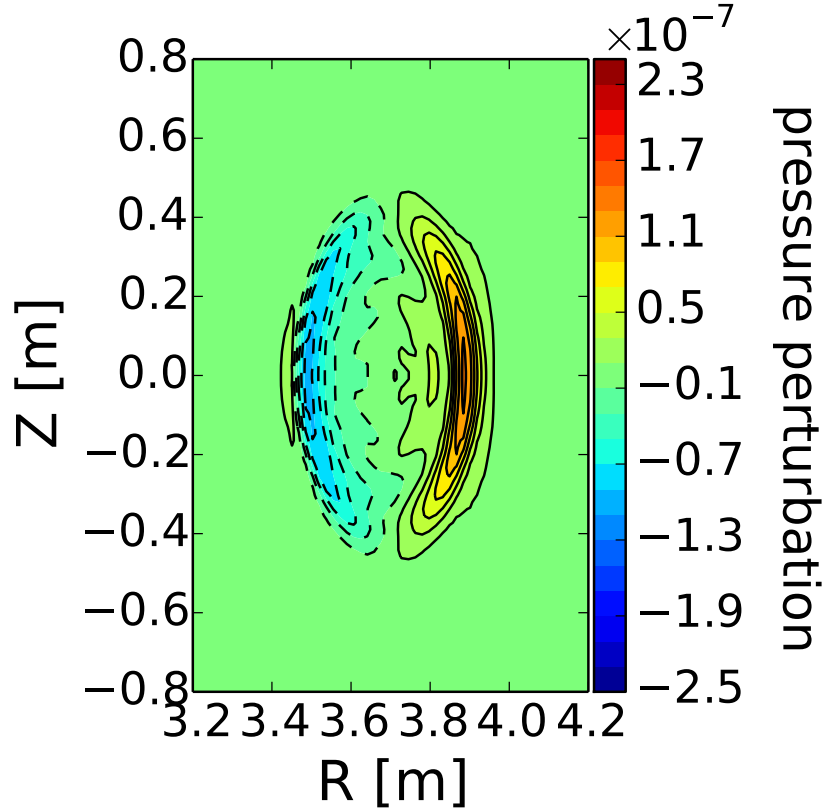


図 3.6: 円筒座標系 ($\Phi = 0$ 断面) における 5,000 タイムステップでの圧力揺動分布.

この圧力揺動の空間構造を詳しく識別するため Boozer 座標系でフーリエモード分解する．図 3.7 は上記の圧力揺動の等高線を Boozer 座標系 ($\zeta_B = 0$ 断面) で示している．円筒座標系でのポロイダル断面分布 (図 3.6) と同様に, 初期摂動分布よりも径方向の揺動の幅が広い．揺動は $(1, 1)$ 有理面がある $\rho = 0.67$ 付近に大きく現れている．この圧力揺動の $\theta_B = 0$ 上の径方向分布を振幅の最大値が大きい順に 8 つ示す (図 3.8)．最も大きい振幅を持つフーリエモードは $(m, n) = (1, 1)$ である．他のフーリエモードは $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードの振幅よりもはるかに小さく, この不安定性の揺動は $(m, n) = (1, 1)$ が支配的といえる．

次にこの計算条件で, この揺動のそれぞれのフーリエモードに対する運動エネルギー $E_\rho^{m,n}$ と圧力揺動 $p_{m,n}$ の径方向分布における最大値について, 時間発展を以下に示す．それぞれのフーリエモードに対する運動エネルギー $E_\rho^{m,n}$ は次の式で定義

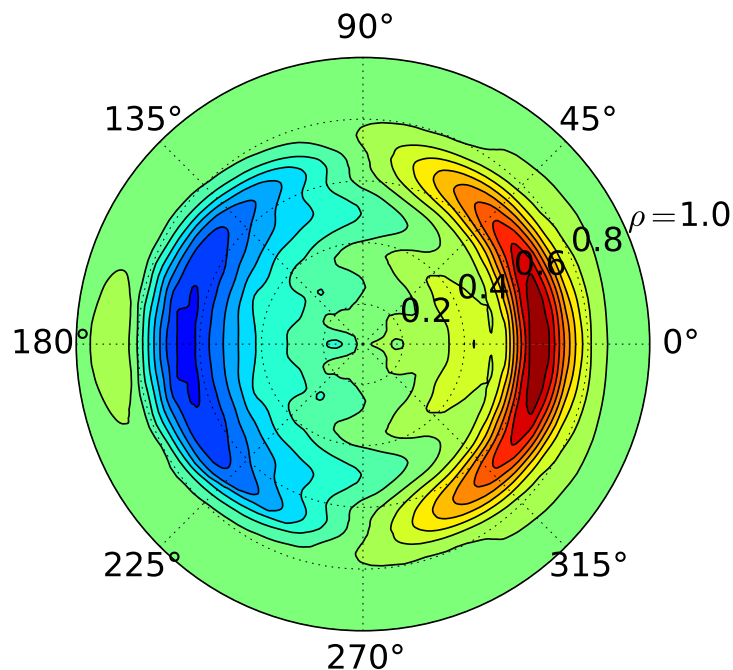


図 3.7: Boozer 座標 ($\zeta_B = 0$ 断面) における 5,000 ステップでの圧力揺動の等高線.

した.

$$E_{\rho}^{m,n} = \int_0^1 \frac{1}{2} \rho_m (v_{\rho}^{m,n})^2 \rho d\rho \quad (3.19)$$

ここで, $v_{\rho}^{m,n}$ は Boozer 座標における速度の小半径方向成分である. 図 3.9 に $E_{\rho}^{m,n}$ の 5,000 タイムステップまでの時間変化を示す. ここでは 5,000 ステップにおいて $E_{\rho}^{m,n}$ の大きい順に $(m, n) = (1, 1), (3, 11), (1, 9), (2, 1)$ などを示す. 特に, 図 3.9 から長波長である $(1, 1)$ フーリエモードが大きいとわかる. 青で示した $(m, n) = (1, 1), (3, 11)$ などとはほぼ同じ時間変化率 (成長率) を持つが, 灰色で示した $(m, n) = (2, 1)$ はそれとは異なる成長率を持つ. これは青で描かれたモードと灰色で描かれたモードは異なる固有関数を構成することを示す. 次に, 圧力揺動 $p_{m,n}$ の径方向分布における最大値の時間経過を図 3.10 に示す. 最大値は $p_{m,n}$ の絶対値に対して求めている. ここでも, ほぼ同じ時間変化率の大きさを持つモードは同じ線色で描いている. $(m, n) = (1, 1), (3, 11), (2, 1)$ などが大きな $p_{m,n}$ を持ち, 特に長波

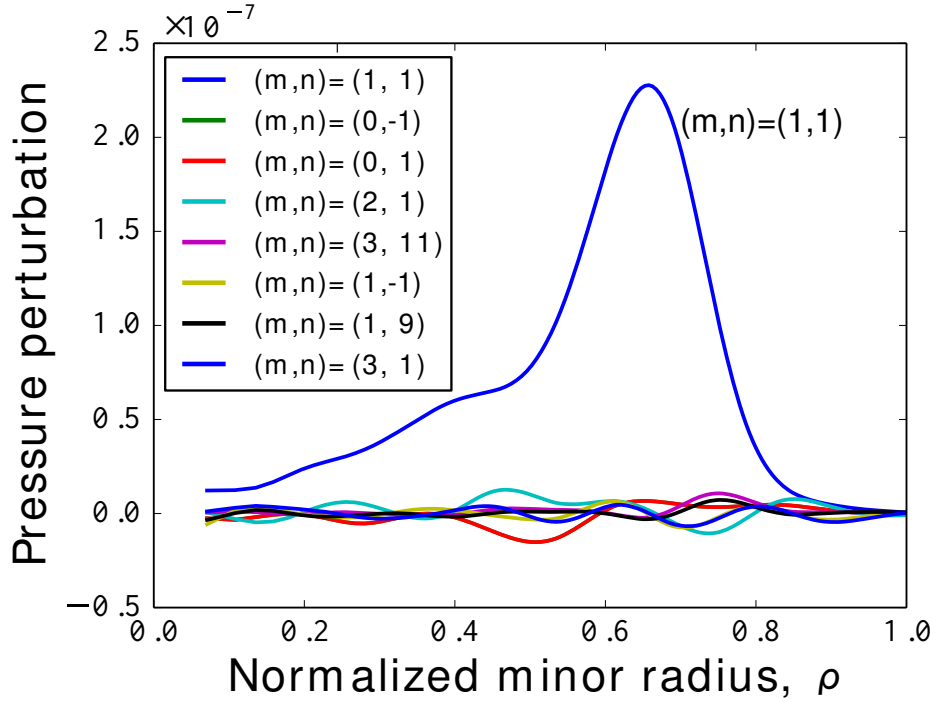


図 3.8: Boozer 座標系 ($\theta_B = 0, \zeta_B = 0$) における 5,000 ステップでの圧力揺動のフーリエモード径方向分布.

長である $(1, 1)$ フーリエモードが大きいとわかる. 以上の結果から, 5,000 タイムステップでの不安定性は $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードが支配的とわかる.

次に, 運動エネルギー

$$E = \int_V \frac{1}{2} \rho v^2 dV \quad (3.20)$$

の時間変化を図 3.11 に示す. V はプラズマ体積である. 運動エネルギーは 3,000 タイムステップ付近から線形的に増加している (破線). この時間変化から成長率が得られる. 運動エネルギーが線形的に増加するとき, 速度 v は

$$v = \tilde{v} e^{\gamma t} \quad (3.21)$$

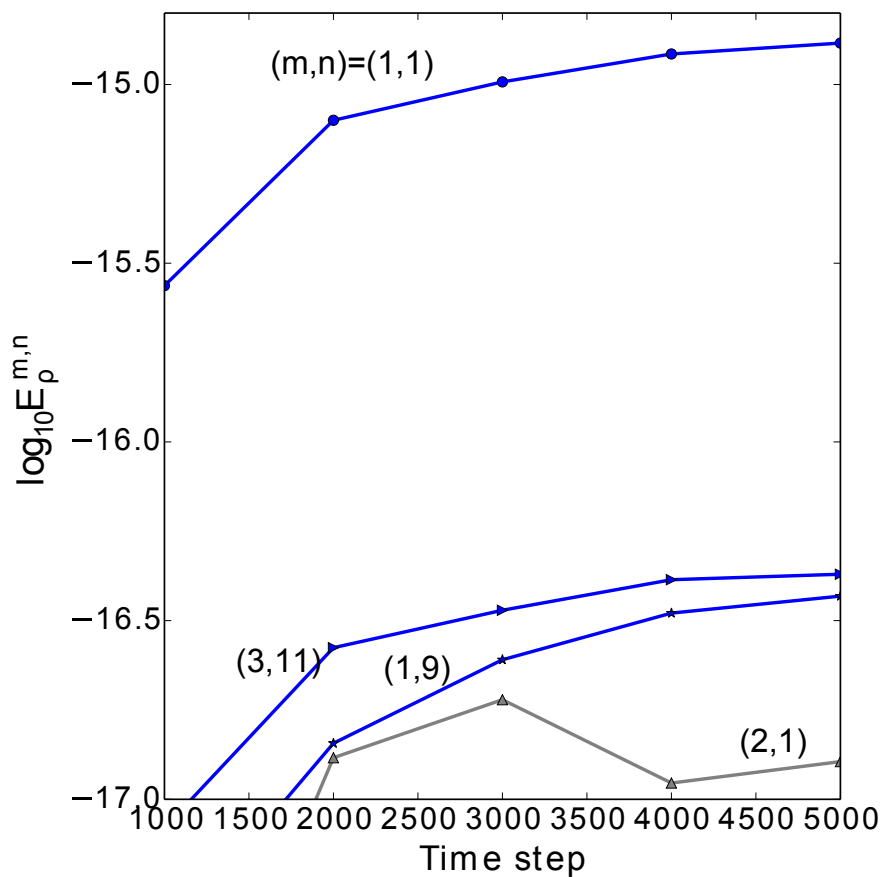


図 3.9: 5,000 タイムステップまでのそれぞれのフーリエモードに対する運動エネルギーの時間変化.

と表せられる．これを用いると式 (3.20) は,

$$\ln E = \ln \left(\frac{1}{2} \rho \tilde{v}^2 \right) + 2\gamma t \quad (3.22)$$

と変形できる．図 3.11 は時刻を横軸に, 運動エネルギーの対数を縦軸にしており, 破線は最小二乗法で求めた 3,000 ステップでの傾きである．

次に $(m, n) = (1, 1)$ 交換型不安定性と同じ有理面で共鳴する $(m, n) = (2, 2), (3, 3)$ 不安定性を解析することで, 任意の波長に対して本手法が有効であることを示す．初期摂動には図 3.12 に示す $(m, n) = (2, 2), (3, 3)$ 圧力摂動を用いる．式

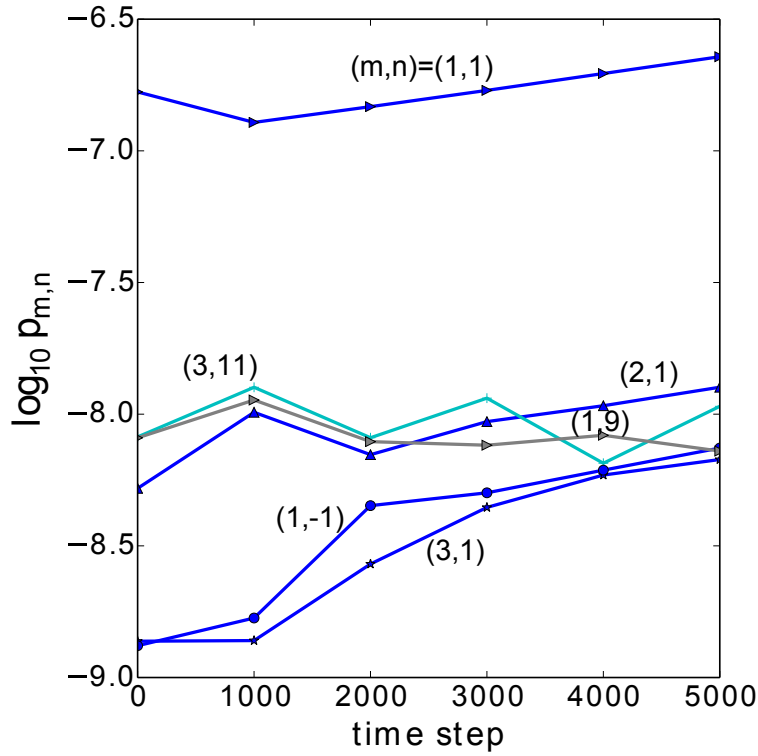


図 3.10: フーリエモード展開した圧力揺動の小半径分布における最大値の時間経過.

(3.17) 中の摂動構造のパラメータ σ , A_{amp} は $(m, n) = (1, 1)$ 圧力摂動と同様である. 図からそれぞれの圧力摂動分布は $m = 2, m = 3$ のポロイダルモード成分を大きく持つことが確認できる. 平衡は $(m, n) = (1, 1)$ 不安定性の解析に用いた配位を用いた (図 3.4).

上記の初期圧力摂動と平衡を用いて計算を行った結果を以下に示す. 図 3.13 は $(m, n) = (2, 2)$ 初期圧力摂動を与えた場合の, 2,000 タイムステップでの圧力揺動のポロイダル断面分布 ($\Phi = 0$) である. 図から 2,000 ステップで $m = 2$ の揺動分布が確認でき, 初期圧力摂動と比べて小半径方向にわずかに広がっている. 図 3.14 は $(m, n) = (3, 3)$ 初期圧力摂動を与えた場合の, 2,000 ステップにおける圧力揺動のポロイダル断面分布 ($\Phi = 0$) である. 図 3.14 から 2,000 ステップでは $m = 3$ の構造が現れていることが確認できる. この構造は $(m, n) = (1, 1), (2, 2)$ の場合と同じく,

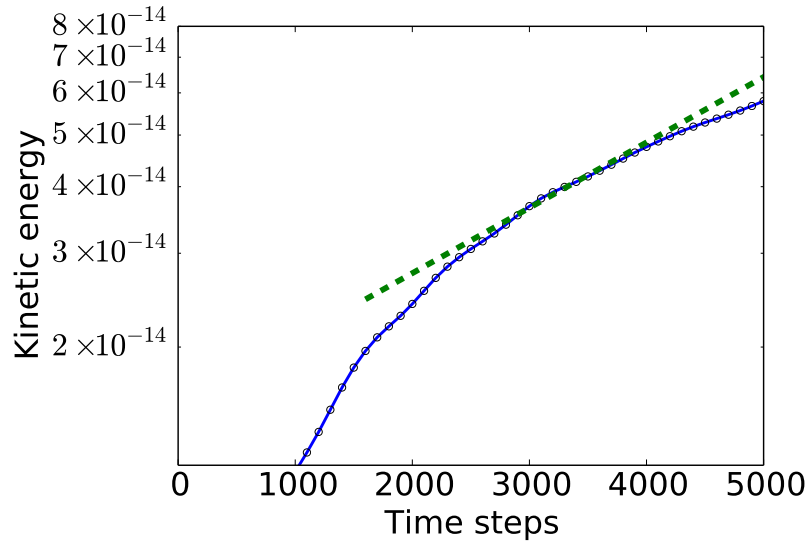
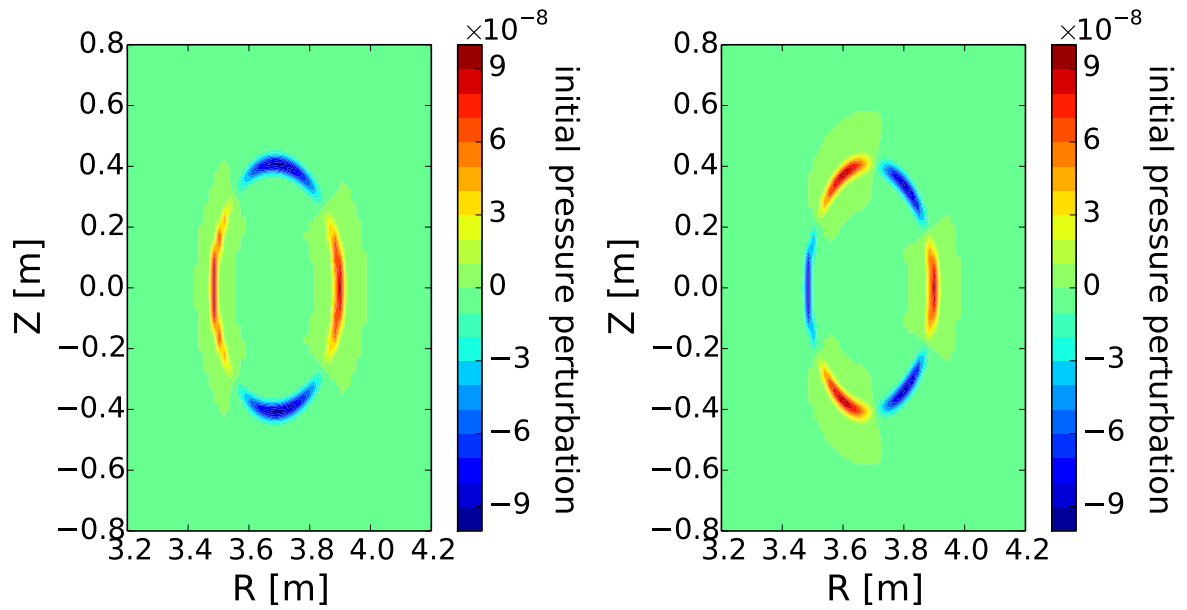


図 3.11: 運動エネルギーの時間変化 (実線). 3,000 タイムステップ付近から線形的にエネルギーが増加 (破線).



(a) $(m, n) = (2, 2)$ 初期圧力摂動.

(b) $(m, n) = (3, 3)$ 初期圧力摂動.

図 3.12: $\Phi = 0$ ポロイダル断面上における $(m, n) = (2, 2), (3, 3)$ フーリエモードを持つ初期圧力摂動.

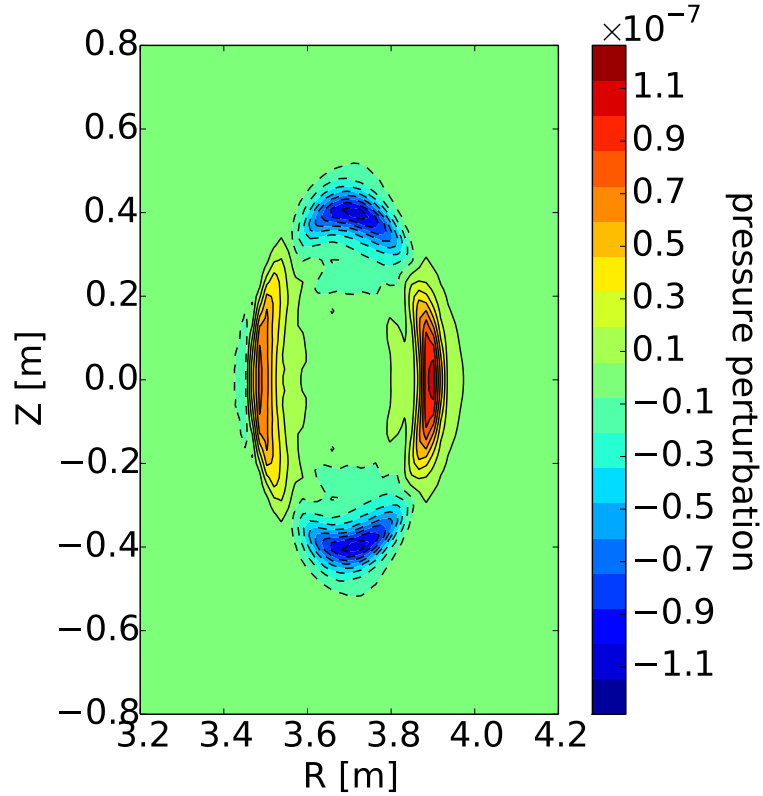


図 3.13: $(m, n) = (2, 2)$ 初期圧力摂動を与えた場合の 2,000 ステップにおけるポロイダル断面上 ($\Phi = 0$) の圧力揺動分布.

初期摂動よりも小半径方向に広がっている.

これらの結果から 2,000 タイムステップにおいて, $(m, n) = (2, 2), (3, 3)$ フーリエモードの揺動構造が支配的である不安定性が解析できていることがわかる. 続いて, 図 3.15 は $(m, n) = (1, 1), (2, 2), (3, 3)$ 初期圧力摂動を与えた場合の運動エネルギーの時間経過を示している. $(m, n) = (2, 2)$ 初期圧力摂動を与えた場合は 2,500 ステップ付近まで不安定性が線形成長する. 2,500 ステップ付近以降も不安定性は成長し続けるが成長率は低くなっている. $(m, n) = (3, 3)$ 初期圧力摂動を与えた場合では, $(2, 2)$ 初期圧力摂動を与えた場合と同様に 2,500 ステップ付近まで線形成長する. しかしその後は, 運動エネルギーが下がりやや安定に向かう. また 2,500 ステップ以前では, $(m, n) = (2, 2)$ および $(3, 3)$ 初期圧力摂動を与えた場合は $(1, 1)$ 初

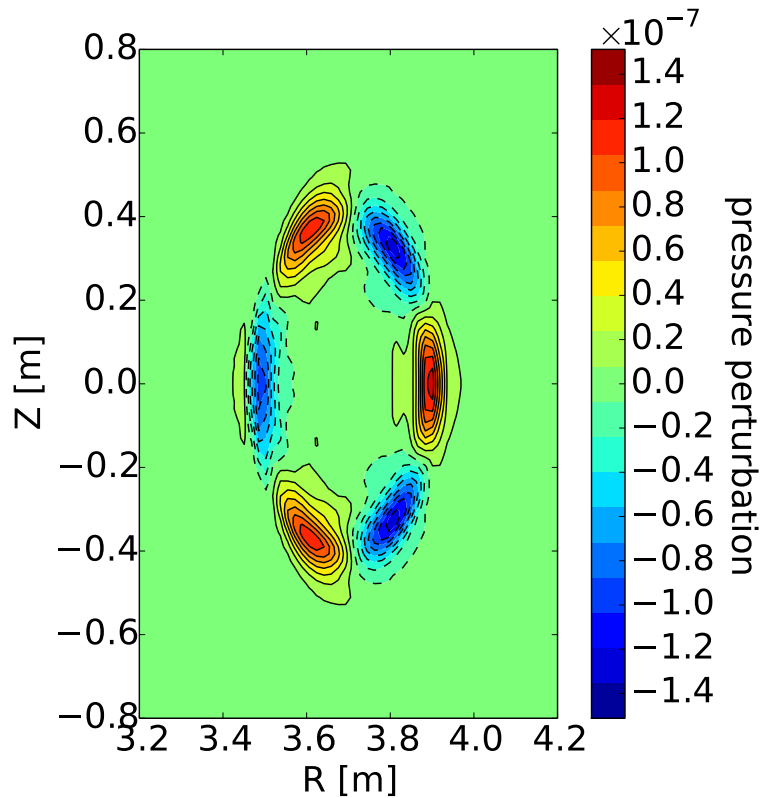


図 3.14: $(m, n) = (3, 3)$ 初期圧力摂動を与えた場合の 2,000 ステップにおけるポロイダル断面上 ($\Phi = 0$) の圧力揺動分布.

期圧力摂動を与えた場合よりも成長率が高い. 以上より, $(m, n) = (2, 2), (3, 3)$ フーリエモードの揺動構造が支配的に現れる 2,000 タイムステップにおいて, 運動エネルギーはそれぞれ線形的に増加しており, 線形成長率が求められることがわかる.

これらの結果から, 開発した特定のフーリエモードのみをもつ初期圧力摂動の構築手法により, 任意の長波長成分が支配的である不安定性の揺動構造と成長率が評価できることが示された.

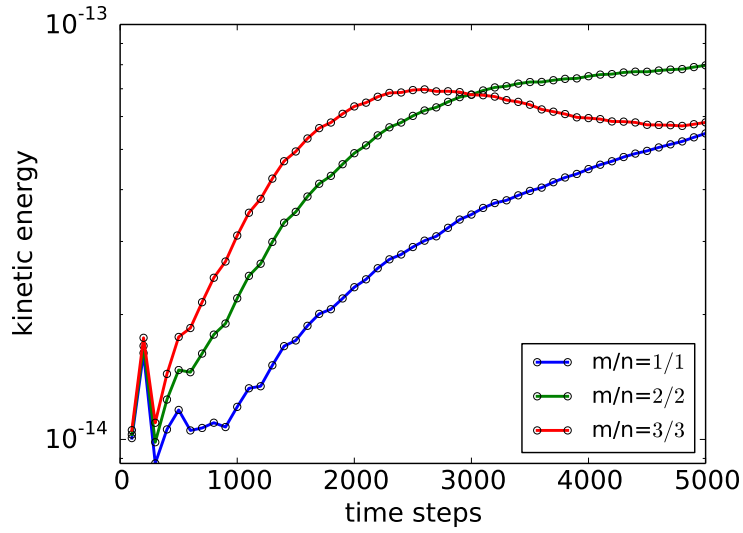


図 3.15: $(m, n) = (1, 1), (2, 2), (3, 3)$ 初期圧力摂動を与えた場合の運動エネルギーの時間変化.

3.4 磁気島を持つ平衡配位の構築法とその特性

MIPS コードで用いる初期平衡は実座標系平衡計算コード HINT2[7] によって得られる. HINT2 コードでは真空での磁場分布 (真空磁場配位) を初期推定値とし, 平衡の式を近似的に満足させる圧力分布と磁場分布を反復的手法により収束計算する. 磁気島を持つ平衡を得るには, 初期推定分布として磁気島構造を持つ真空磁場分布を用いる. ここではそのような真空磁場分布を構築する手法と, その磁場分布を用いて得られた平衡の圧力および磁場分布の特性を示す. HINT2 コードで用いている平衡を求めるための計算手法は付録 A で概説する.

3.4.1 磁気島を持つ真空磁場配位の構築法

LHD では外部から摂動磁場を加えることで, プラズマ内に磁気島を形成できることが知られている. 本研究でも, プラズマ外部に仮想的な摂動コイルを設置し, 摂動磁場と真空磁場を共鳴させることで特定の空間構造を持った磁気島を形成させる. 外部摂動コイルには線電流が流れるものとする. $(m, n) = (1, 1)$ の空間構造を持つ磁気島が現れる磁場配位を得るには, $(1, 1)$ の有理面に共鳴する外部摂動を与える. したがって, 外部摂動コイルのポロイダル周期数 m とトロイダル周期数 n が $(m, n) = (1, 1)$ となるように, 2 本 1 対のコイル形状を以下の式で与える.

$$R_{\text{coil}} = R_c + a_{\text{coil}} \cos(\Phi + \Phi_c) \quad (3.23)$$

$$Z_{\text{coil}} = Z_c + a_{\text{coil}} \sin(\Phi + \Phi_c) \quad (3.24)$$

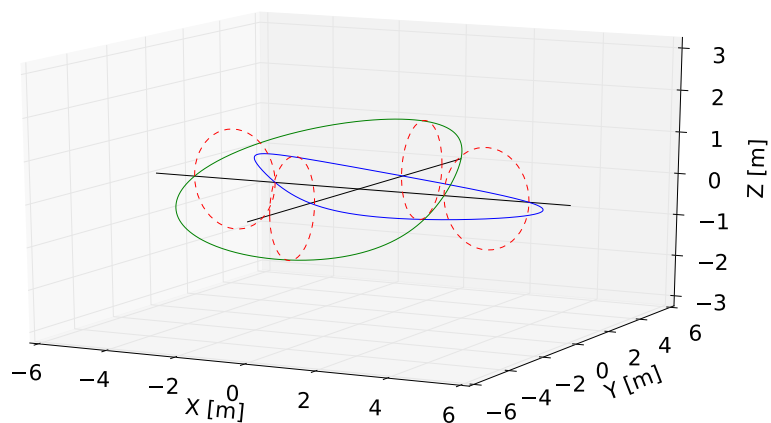
ただし, 2 本のコイルに流す電流は互いに逆向きとし, Φ の向きに電流を流す場合は $\Phi_c = 0$, Φ と逆の向きに電流を流す場合は $\Phi_c = \pi$ とする. またコイルパラメータは表 3.2 の値を用いた. 図 3.16 に外部摂動コイルの鳥瞰図および上部から見た図を

表 3.2: 外部摂動コイルのパラメータ.

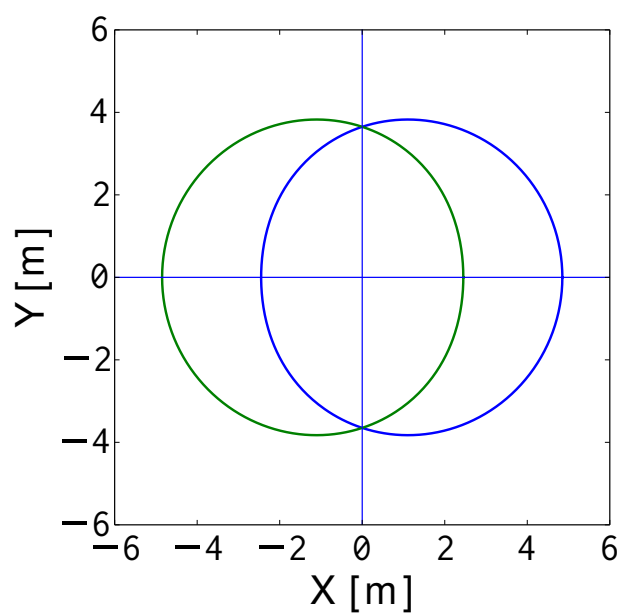
コイルパラメータ諸量	
R_c	3.65 m
Z_c	0 m
a_{coil}	1.2 m

示す. 式 (3.23), (3.24) で示されるコイル形状はトロイダル方向に 1 周する間に, ポロイダル方向に 1 周している.

以上のようにして得た, 磁気島を持つ真空磁場のポアンカレマップを図 3.17 に示す. 入れ子状の磁気面内部に, 三日月状の空白領域で表される磁気島が形成されてい



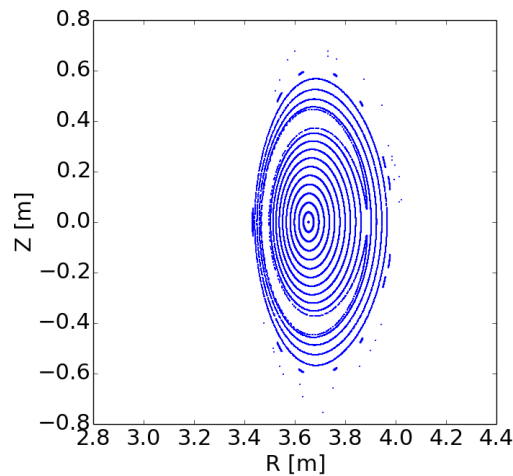
(a) 外部コイルの鳥瞰図. 点線 (赤) は $\Phi = 0, \pi/2, \pi, -\pi/2$ におけるポロイダル断面上の $(R, Z)=(R_c, 0)$ を中心とした半径 a_{coil} の円.



(b) 上部から見たトロイダル断面上の外部コイル.

図 3.16: $(m, n) = (1, 1)$ の磁気島を形成させる外部摂動コイル形状. 青線は Φ の向きに, 緑線は Φ と逆向きに電流を流すコイル形状.

る．図 3.17(a) の $\Phi = 0$ 断面では磁気島の X 点は $(R, Z) = (3.9, 0)$ 付近にあり，磁気島の中心を表す O 点は $(R, Z) = (3.5, 0)$ 付近である．トロイダル角が増すとともに磁気島は時計回りに回転し，図 3.17(e) の $\Phi = \pi$ 断面でちょうど角度 π だけ回転する．したがって磁気島は $(m, n) = (1, 1)$ の周期を持つ．この間，磁気面は磁気島と同じように回転するように見えるが，第 1 章の 1.4 節で述べたように LHD のヘリカルコイルはトロイダル周期数 10，本数は 2 本であるため，磁気面はトロイダル方向に π だけ移動する間に $5\pi/2$ だけ回転している．図 3.18 は，外部コイル電流の大きさを (a)0A, (b)600A, (c)1, 200A, (d)2, 400A としたときのポアンカレマップである．



(a) $\Phi = 0$ 断面

図 3.17: 外部摂動コイル電流が 1, 200A 時の真空磁場におけるポアンカレマップ．

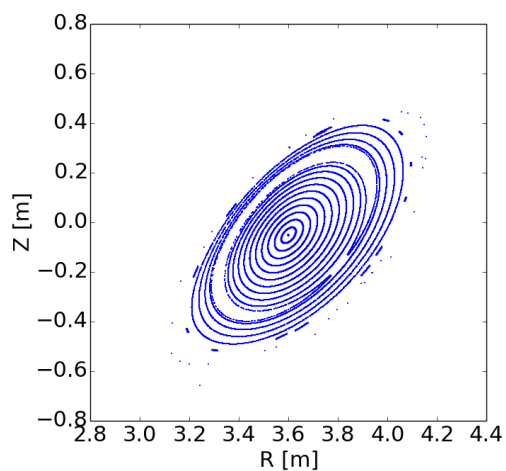
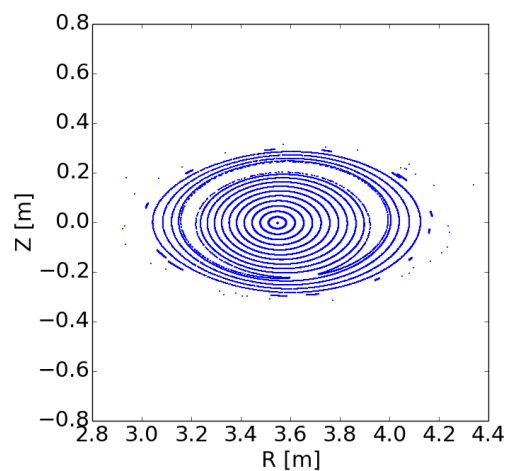
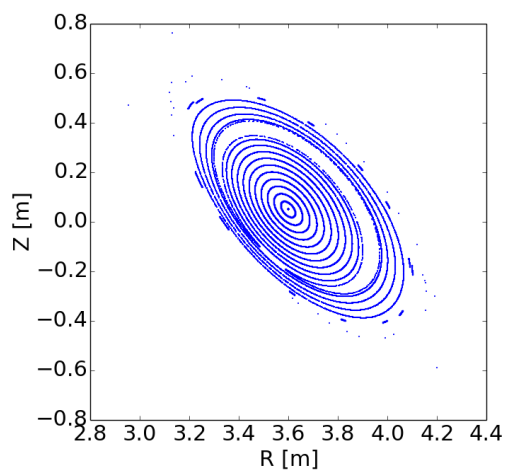
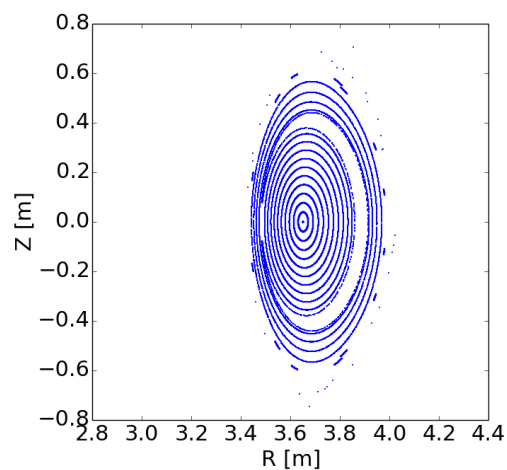
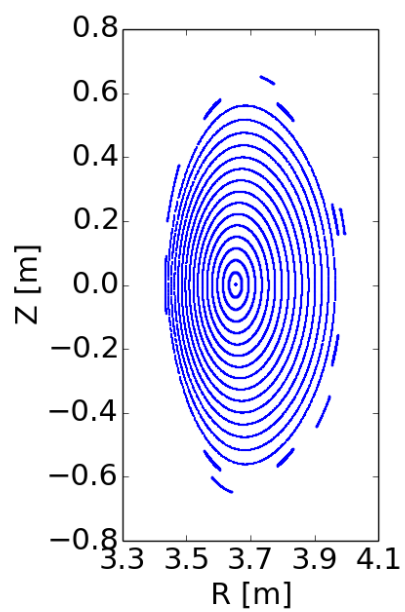
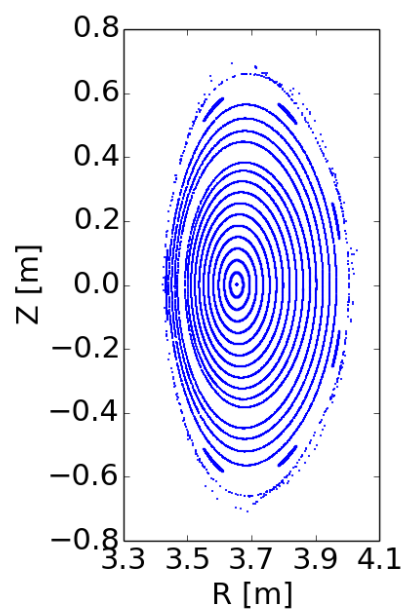
(b) $\Phi = \pi/4$ 断面(c) $\Phi = \pi/2$ 断面(d) $\Phi = 3\pi/4$ 断面(e) $\Phi = \pi$ 断面

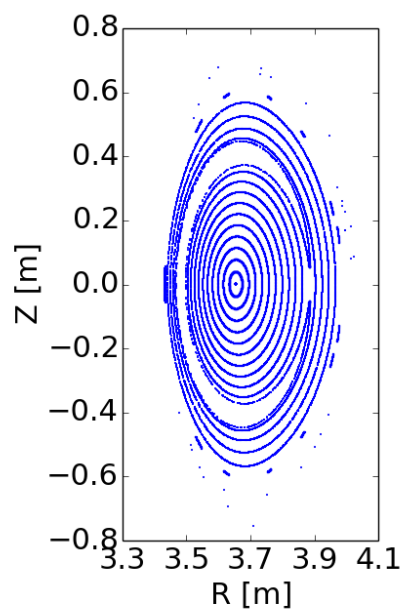
図 3.17: 外部摂動コイル電流が 1,200A 時の真空磁場におけるポアンカレマップ
(Continued).



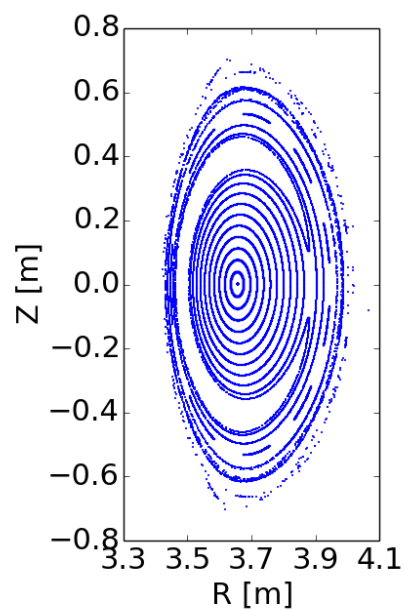
(a) 0A



(b) 600A



(c) 1,200A



(d) 2,400A

図 3.18: 真空磁場の外部コイル電流値依存性.

3.4.2 磁気島を持つ平衡の特性

圧力分布形状を $p(\rho) = p_c(1 - \rho^2)$, 中心ベータ値を 2% として得られた磁気島を持つ平衡について述べる. 外部コイル電流値が 1,200A のときの, $\Phi = 0$ におけるポアンカレマップを図 3.19 に示す. 真空磁場配位 (図 3.17(c)) と同様の位置で磁気島構造が現れていることがわかる. またこの平衡磁場を用いて磁力線追跡を行う

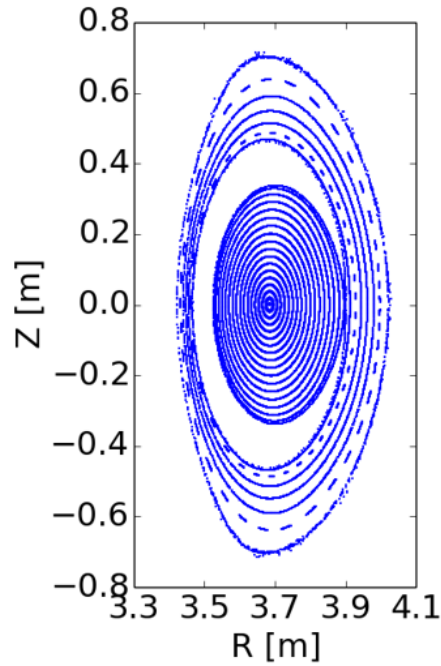


図 3.19: 外部摂動コイル電流値 1,200A における平衡磁場のポアンカレマップ.

ことにより回転変換分布が得られる. 図 3.20 に外部摂動コイル電流値を 0A, 600A, 1,200A, 2,400A としたときの円筒座標系における $\Phi = 0, Z = 0$ での回転変換分布を示す. この図から, 外部摂動コイル電流が流れている場合は $R = 3.5$ 付近で回転変換が $\iota = 1$ と一定となる. この $\iota = 1$ の部分は (1,1) 有理面に現れた磁気島領域を示し, $R = 3.5$ 付近に磁気島の O 点がある. 一方, $R = 3.9$ 付近では回転変換が

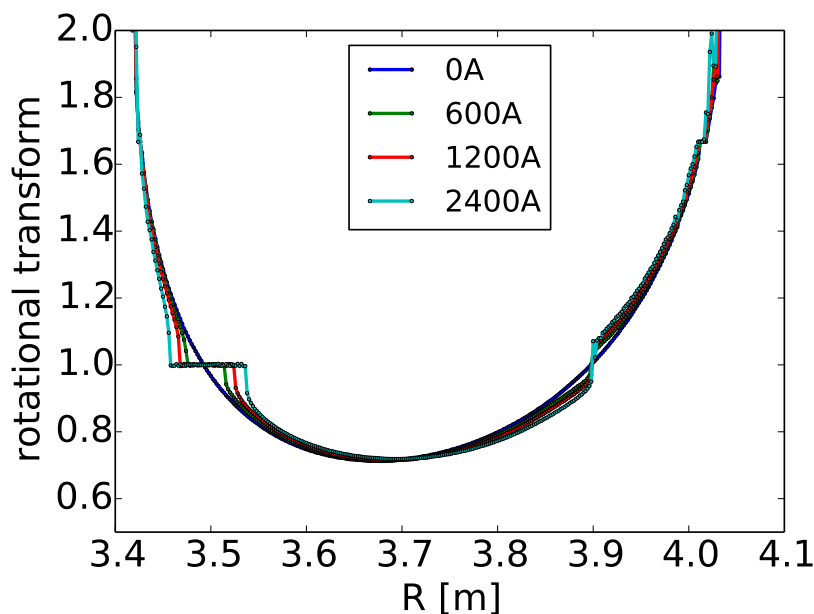


図 3.20: 外部摂動コイル電流値 0A, 600A, 1, 200A, 2, 400A の場合の円筒座標系における $\Phi = 0, Z = 0$ での回転変換分布.

$\iota = 1$ を境にして不連続となっていることがわかる．この位置は磁気島の X 点に対応する．

この領域の幅 (磁気島幅) の外部コイル電流値依存性を定量的に調べるため, プラズマ体積が異なっても比較ができるように図 3.20 を規格化小半径を用いて表す．規格化小半径への変換には VMEC コードで用いられている磁気座標系を利用する．この磁気座標系での $\zeta = 0$ 断面は円筒座標系での $\Phi = 0$ 断面と一致する．円筒座標系の R 座標から規格化小半径 ρ への対応は図 3.21 で示される．この対応を用いて図 3.20 を規格化小半径を用いて表した結果が図 3.22 である．この結果において, $\iota = 1$ である小半径方向の幅を磁気島幅と定義する．図 3.23(a) は磁気島幅の外部摂動コイル電流値依存性を示している．600A ではプラズマ小半径の 15% ほどの磁気島幅だが, 2, 400A では 30% を超える大きさの磁気島幅となる．理論予測によ

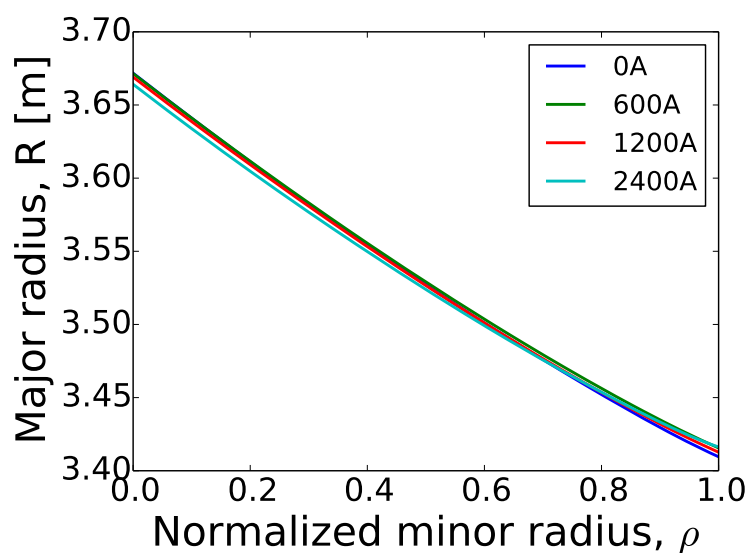


図 3.21: 円筒座標系の $\Phi = 0$ 断面における R 座標と規格化小半径 ρ との対応.

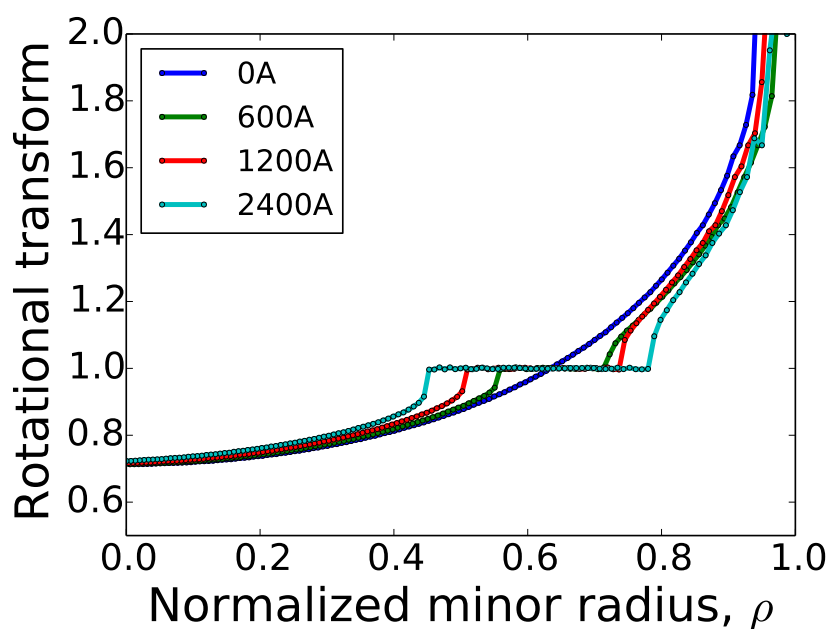
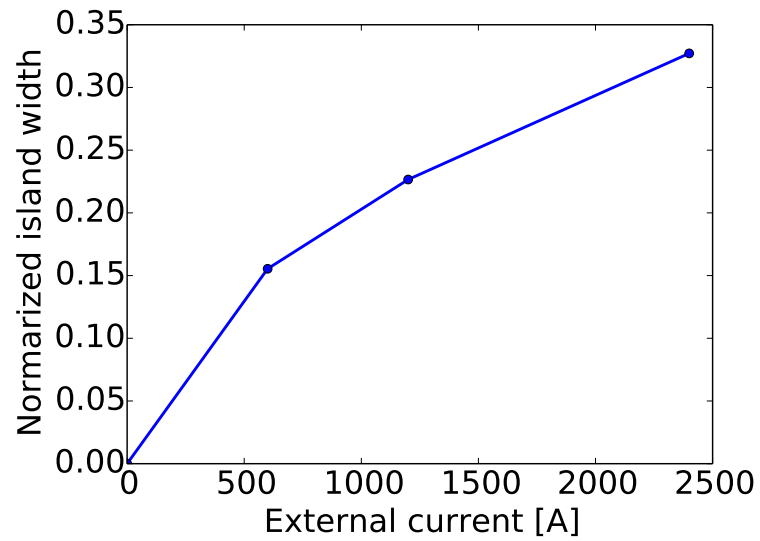
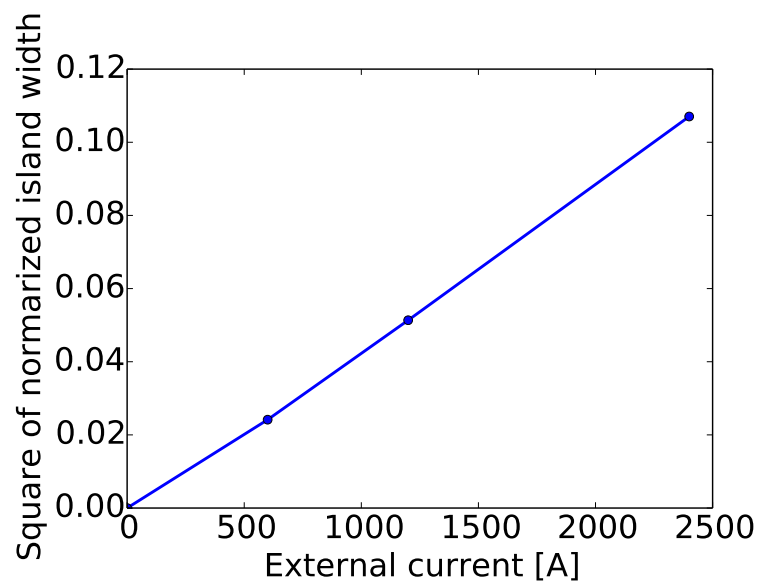


図 3.22: 外部摂動コイル電流値 0A, 600A, 1, 200A, 2, 400A の場合の規格化小半径で表した回転変換分布.



(a) 磁気島幅の外部摂動コイル電流値依存性.



(b) 磁気島幅の 2 乗の外部摂動コイル電流値依存性.

図 3.23: 小半径で規格化した磁気島幅の外部摂動コイル電流値依存性.

れば磁気島幅の 2 乗は共鳴磁場揺動の大きさに比例する [10]．アンペールの法則からコイル電流値とコイルから生じる磁場の強度は比例関係にある．したがって磁気島幅の 2 乗とコイル電流値は比例関係にあると考えられる．図 3.23(b) は回転変換分布から算出した磁気島幅の 2 乗の外部コイル電流値依存性を示しており、磁気島幅の 2 乗は外部コイル電流値に比例していることが確認できる．

次に、平衡の圧力分布の特性について述べる．図 3.24 は外部摂動コイルの電流値を 1,200A とした場合の $\Phi = 0$, $\Phi = \pi/2$ でのポロイダル断面における平衡圧力分布である．図 3.4 で示した磁気島のない平衡での圧力分布と比べると、 $\Phi = 0$ のポロイダル断面ではトーラス内側の部分に、 $\Phi = \pi/2$ のポロイダル断面ではプラズマ上部に圧力分布構造の違いが見られる．この圧力分布構造が変化した位置は、外部摂動コイルによって現れた真空磁場の磁気島の位置と一致する．また、圧力分布構造の変化に伴い圧力の等高線の形状が変化し、 $\Phi = 0$ のポロイダル断面ではプラズマ上部と下部で、 $\Phi = \pi/2$ のポロイダル断面ではトーラス内側と外側で等高線の間隔の広がりが見られる．この等高線間隔の広がり詳しく調べるため、 $Z = 0$ の線上の分布を図 3.25 に示す． $\Phi = 0$, $Z = 0$ における圧力分布からわかるように、トーラス内側に見られた圧力分布構造の変化は、平坦化した圧力勾配によるものである．しかし一方で、トーラス外側では圧力勾配の減少は見られない． $\Phi = \pi/2$, $Z = 0$ における圧力分布からはトーラス内側と外側で圧力勾配が減少している箇所があることがわかる．これらの結果から、磁気島がある位置で圧力勾配の減少が起き、その減少量は磁気島の O 点で最大、磁気島の X 点で最小となっていることがわかる．外部摂動コイルの電流依存性を調べるため、平衡圧力分布の磁気島領域における平均圧力勾配を調べた．磁気島領域は回転変換分布から算出した．HINT2 コードで得られる圧力分布の値は粗い格子間隔でしか得られないため、なめらかな曲線に近似してから平衡圧力勾配を求めた．この際、圧力値は磁気面量であるため、磁気島領域の両端で同一の圧力値となる拘束条件を与えている．図 3.26 に示す補間した圧力分布を用いて、平均圧力勾配の外部摂動コイル電流値依存性を求めた結果を図 3.27 に示す．

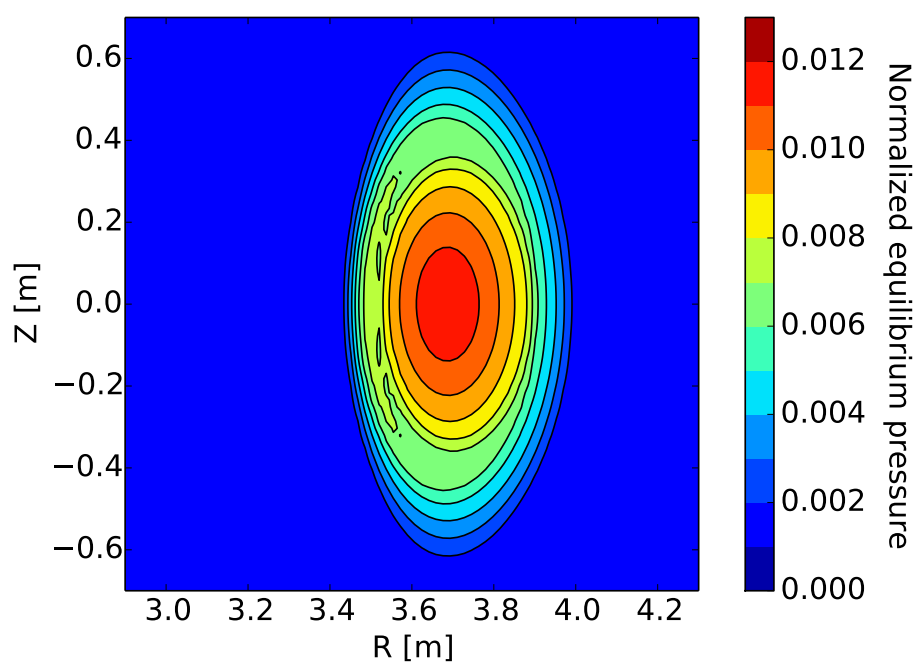
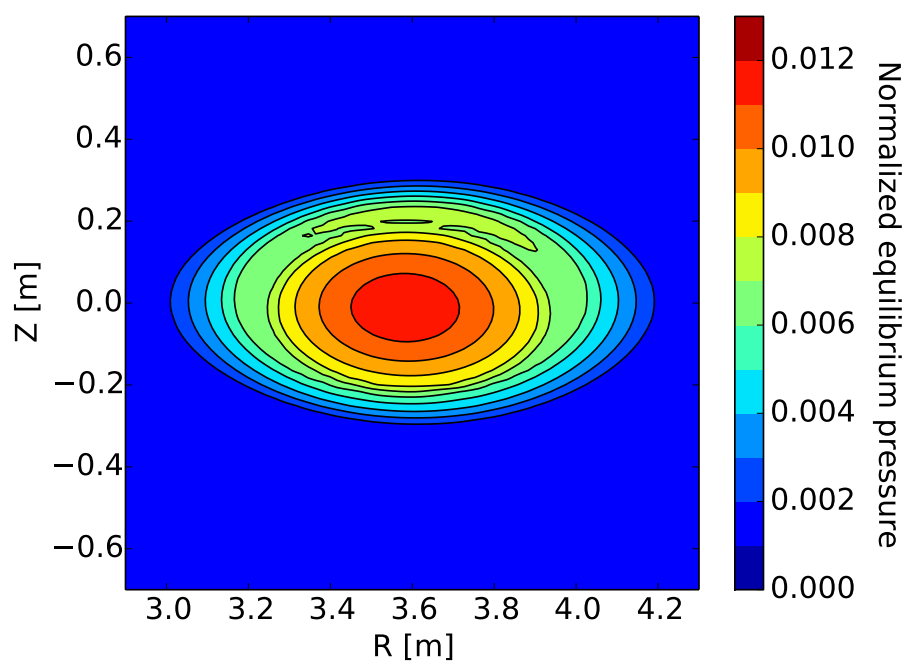
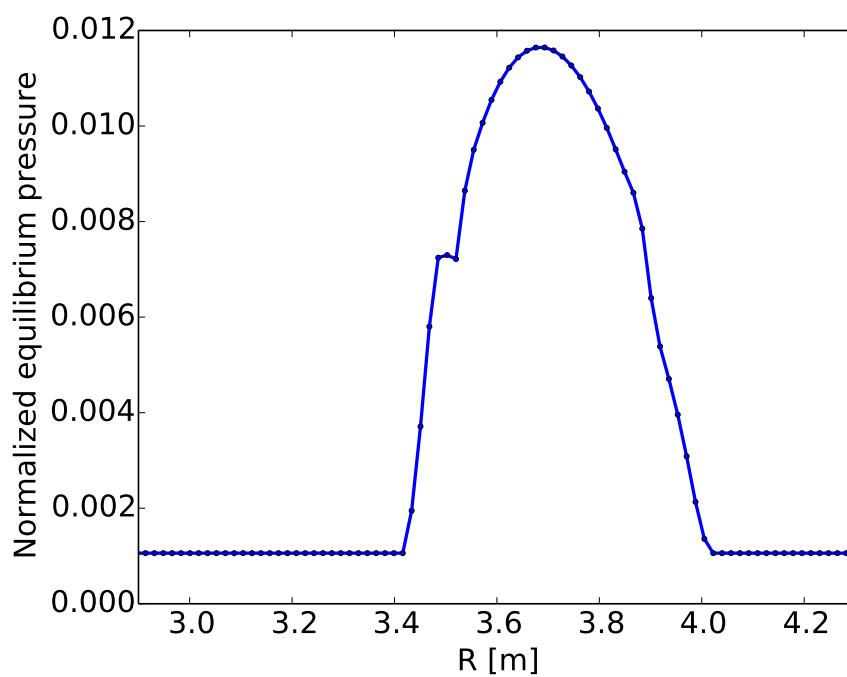
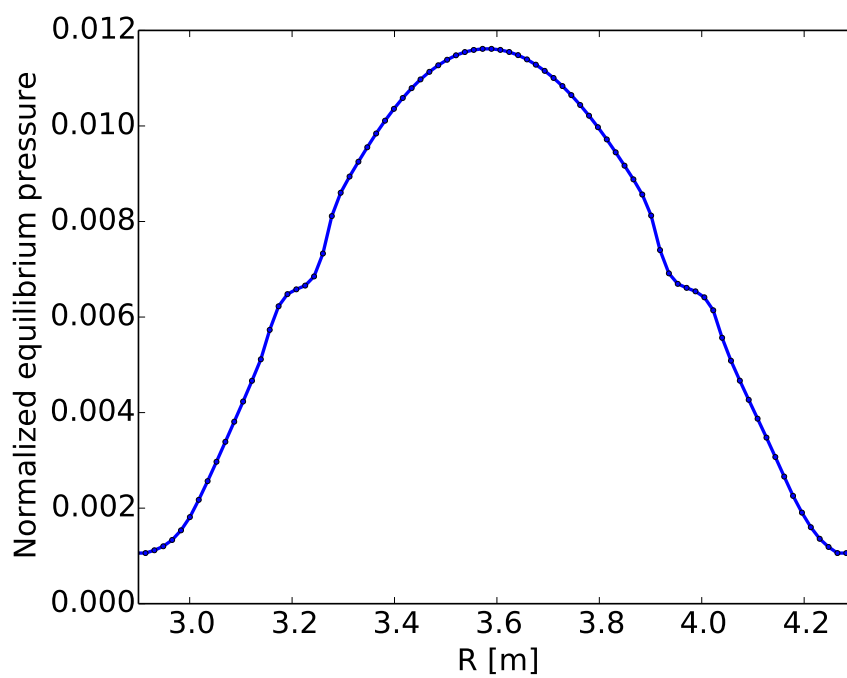
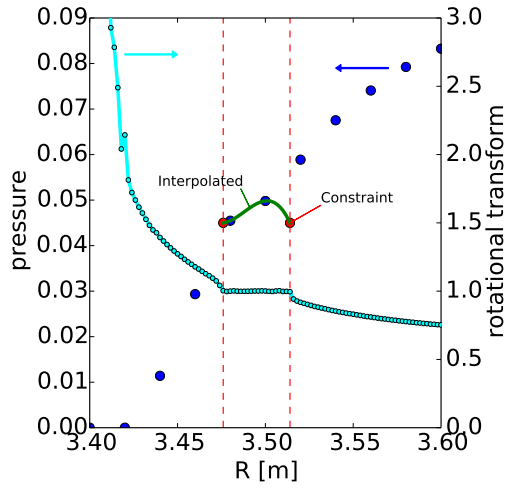
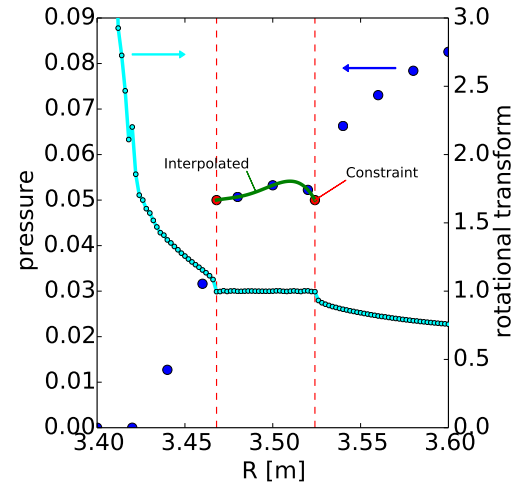
(a) $\Phi = 0$ ポロイダル断面(b) $\Phi = \frac{\pi}{2}$ ポロイダル断面

図 3.24: 磁気島がある場合のポロイダル断面における平衡圧力分布の等高線.

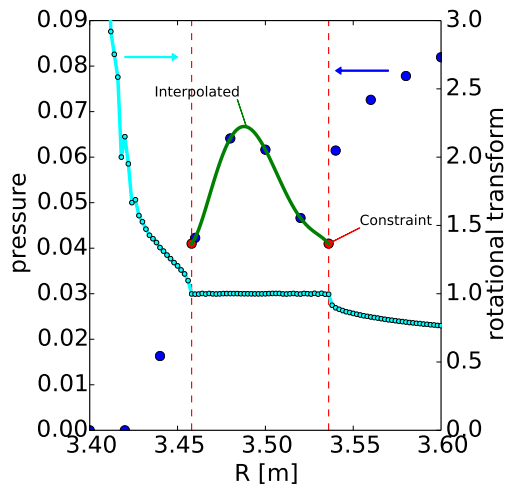
(a) $\Phi = 0, Z = 0$ 断面(b) $\Phi = \frac{\pi}{2}, Z = 0$ 断面図 3.25: 磁気島がある場合の $Z = 0$ 上における平衡圧力分布.



(a) 外部コイル電流値 600A



(b) 外部コイル電流値 1,200A



(c) 外部コイル電流値 2,400A

図 3.26: HINT2 コードにより得られた圧力分布 (青), 回転変換 (水色), 磁気島領域における補間した圧力分布 (緑), 及び磁気島の端での圧力拘束条件 (赤). 破線は磁気島領域の境界.

ただし、外部コイル電流値が 0A の場合は磁気島がないため有理面上の圧力勾配を示している。図 3.26 と図 3.27 から、磁気島内部で圧力勾配は完全には平坦化していない。

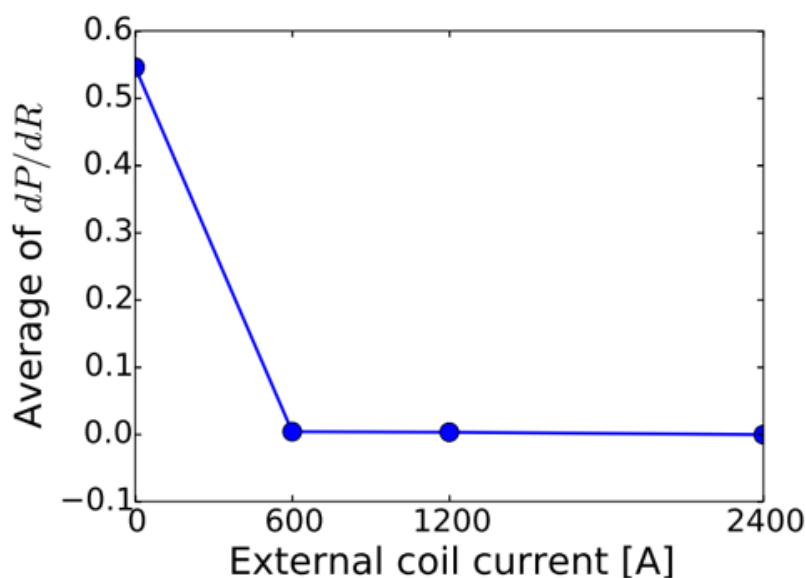


図 3.27: 600A, 1, 200A, 2, 400A において磁気島領域で平均化した圧力勾配の外部摂動コイル電流値依存性。

いものの、平均的な圧力勾配はほぼなくなることがわかる。交換型不安定性の駆動力は圧力勾配であるため、これは局所的に不安定性が弱まる可能性を示唆している。

3.5 磁気島が抵抗性交換型不安定性に与える影響

この節では 3.4 節で示した磁気島を持つ平衡と、3.3.2 節で示した特定のフーリエモードを持つ初期摂動の構築手法を用いて長波長成分不安定性を解析した結果を述べる。

3.5.1 運動エネルギーの時間変化

外部摂動コイル電流値が 0A, 600A, 1, 200A の場合に対する 5,000 ステップまでの運動エネルギーの時間変化を図 3.28 に示す。これより、磁気島幅の大きさによる

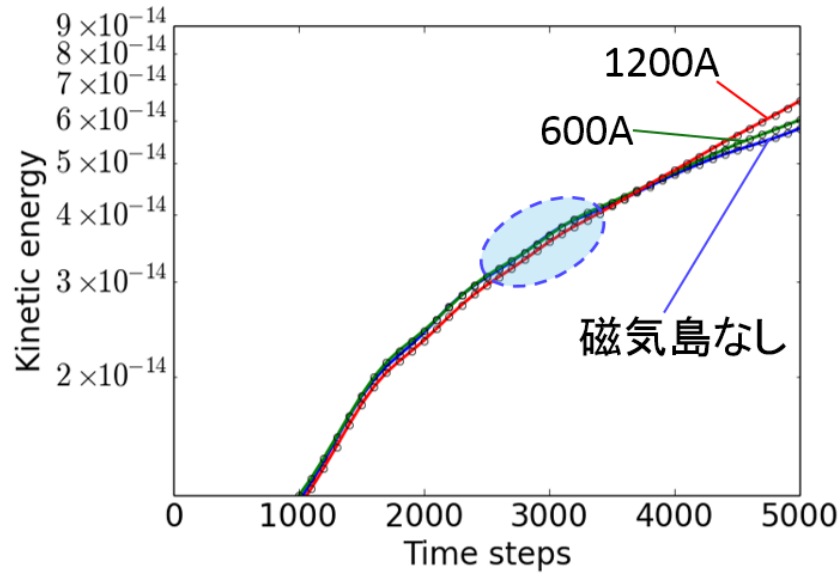


図 3.28: 外部摂動コイル電流値 0A, 600A, 1, 200A における運動エネルギーの時間変化。

運動エネルギーの変化は大差がないことがわかる。図中の 3,000 タイムステップ付近の時間変化率から成長率を求めた結果を図 3.29 に示す。この図では横軸は磁気島幅である。この結果から、長波長不安定性の成長率は磁気島幅にほぼ依存しないことがわかる。

3.5.2 磁気島が揺動分布に与える影響

図 3.30 は外部摂動コイル電流が 600A, 1, 200A であるときの 5,000 タイムステップにおける $\Phi = 0$ 断面での圧力揺動分布である。磁気島がない平衡の場合 (図 3.6) と比較すると、磁気島の大きさによらず、不安定性の揺動構造はほぼ変わらないこと

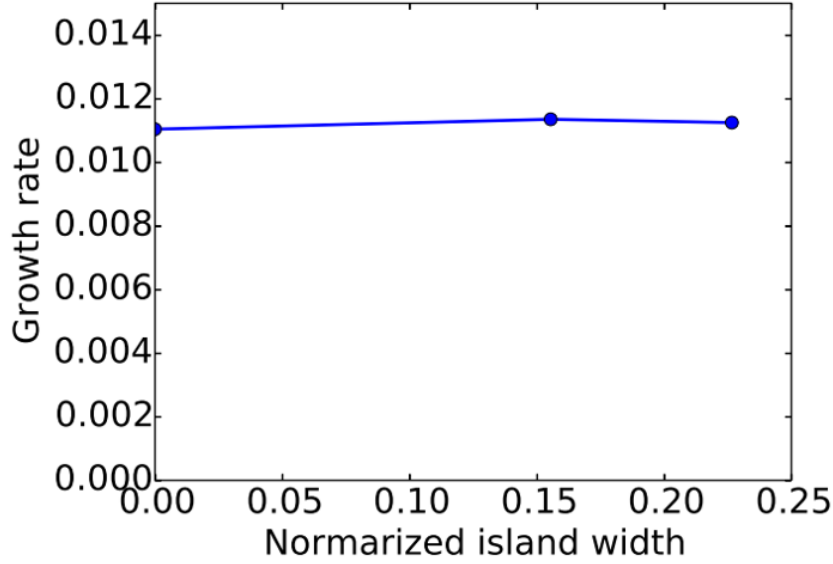
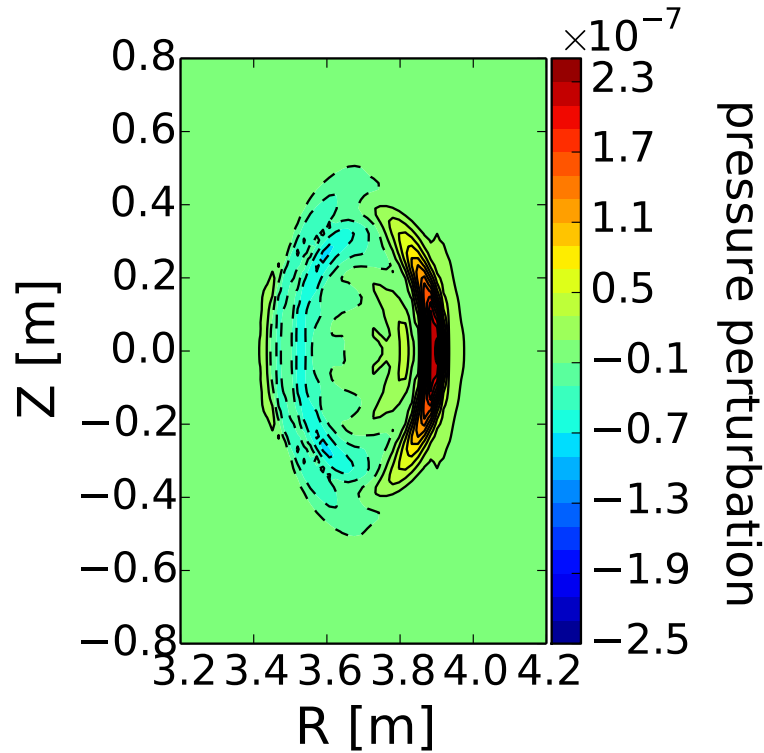


図 3.29: 3,000 タイムステップ付近での線形成長率の磁気島幅依存性.

がわかる.

図 3.31 は 5,000 タイムステップにおける, 外部コイル電流が 600A, 1,200A の場合の Boozer 座標系 $\zeta_B = 0$ 断面での圧力揺動の等高線を示している. この図からも, 5,000 ステップでは初期に与えた $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードを持つ圧力揺動が確認できる. 磁気島のない平衡での結果 (図 3.7) と比較すると, 磁気島のある O 点付近でわずかに揺動強度が下がって見えるものの, 揺動構造はほぼ同じであることが確認できる.

図 3.32 は外部コイル電流が 600A, 1,200A の場合の 5,000 ステップにおける圧力揺動の $\theta_B = 0, \zeta_B = 0$ での径方向フーリエモード構造を示している. コイル電流値が 600A の場合では, $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードのみが卓越している. 対して, コイル電流値が 1,200A の場合では, $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードが大きく現れているものの, $(m, n) = (2, 2)$ フーリエモードも大きい振幅を持つことがわかる. しかし, この場合であっても $(1, 1)$ フーリエモードが支配的な不安定性として現れている. 以上のことから, 長波長不安定性の揺動構造は磁気島の大きさに依存しないこと

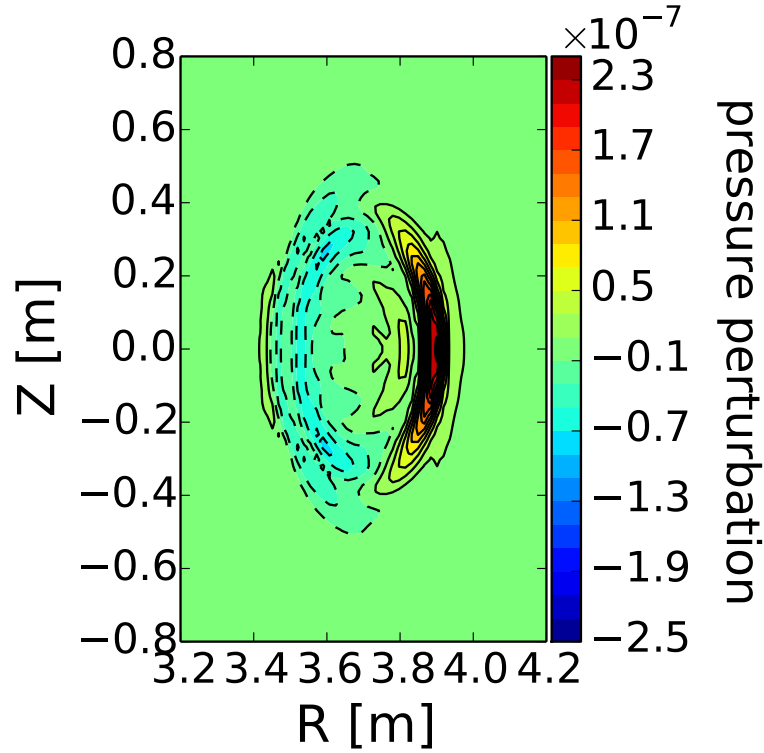


(a) 外部コイル電流 600A

図 3.30: 外部摂動コイル 600A のときの円筒座標系での $\Phi = 0$ 断面における圧力揺動.

が明らかとなった.

図 3.33 に磁気島を持つ平衡 (外部コイル電流値 1, 200A) でのそれぞれのフーリエモードに対する運動エネルギー $E_{\rho}^{m,n}$ の時間変化を示す. ここでは 5,000 タイムステップでエネルギーの高いものから順に表している. 磁気島なしの場合 (図 3.9) と同様に, 成長率が同じフーリエモードはそれぞれ同じ色で示している. 図から, 磁気島を持たない平衡の場合 (図 3.9) とは異なり, $(m, n) = (2, 2)$ フーリエモードの時間変化 (成長率) が大きいことがわかる. しかし, $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードのみを比較すると, 磁気島の有無にかかわらず同じ時間変化であり, 磁気島の影響をほぼ

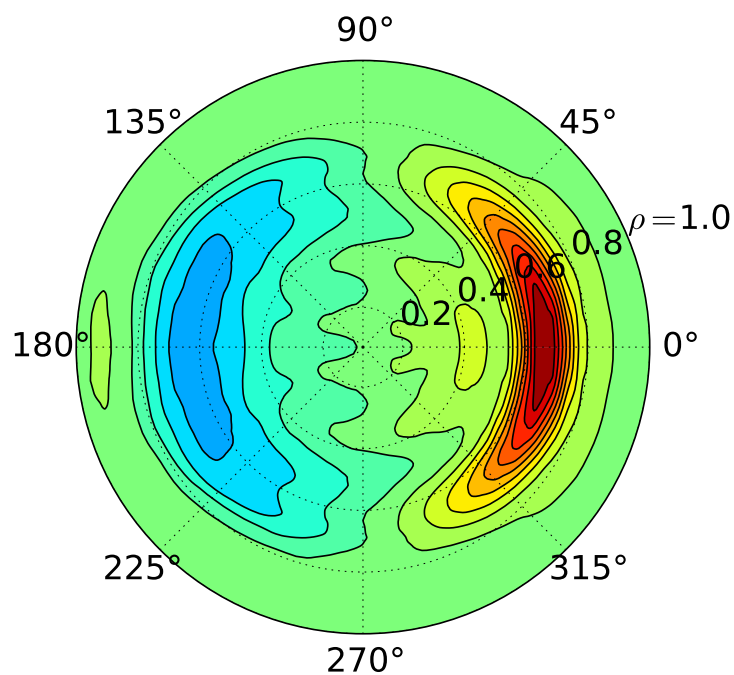


(a) 外部コイル電流 1,200A

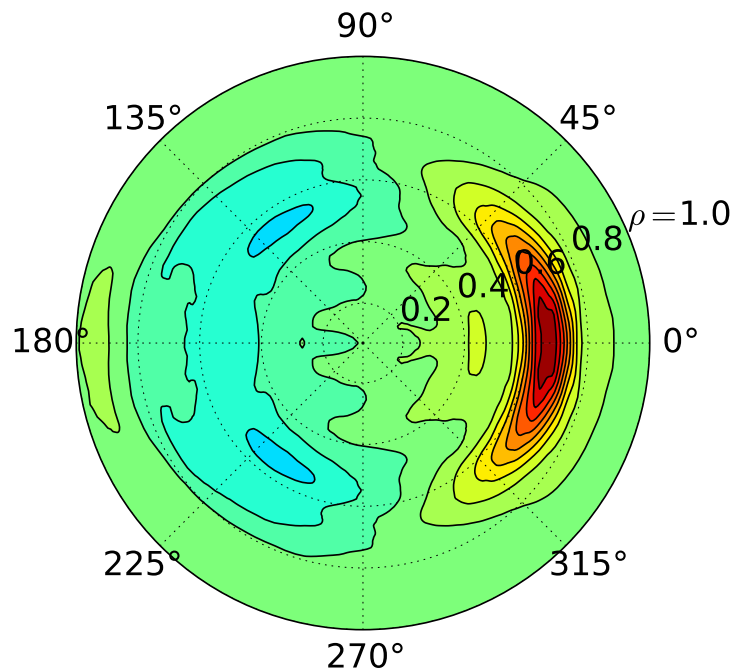
図 3.30: 外部摂動コイル 1,200A のときの円筒座標系での $\Phi = 0$ 断面における圧力揺動 (Continued).

受けていないことがわかる.

図 3.34 に磁気島を持つ平衡 (外部コイル電流値 1,200A) での, 圧力揺動の小半径分布における最大値 $p_{m,n}$ の 5,000 タイムステップまでの時間経過を示している. ここでも, ほぼ同じ時間変化率の大きさを持つモードは同じ線色で描いている. 固有関数の中で大きな振幅を持つのは $(m,n) = (1,1), (2,2), (0,0)$ などであり, 長波長である $(1,1)$ フーリエモードが特に大きく現れている. 磁気島のない図 3.10 と比べて, $(m,n) = (2,2)$ フーリエモードが大きな時間変化率を持っている. しかし, $(m,n) = (1,1)$ フーリエモードには大きな変化は見られない.

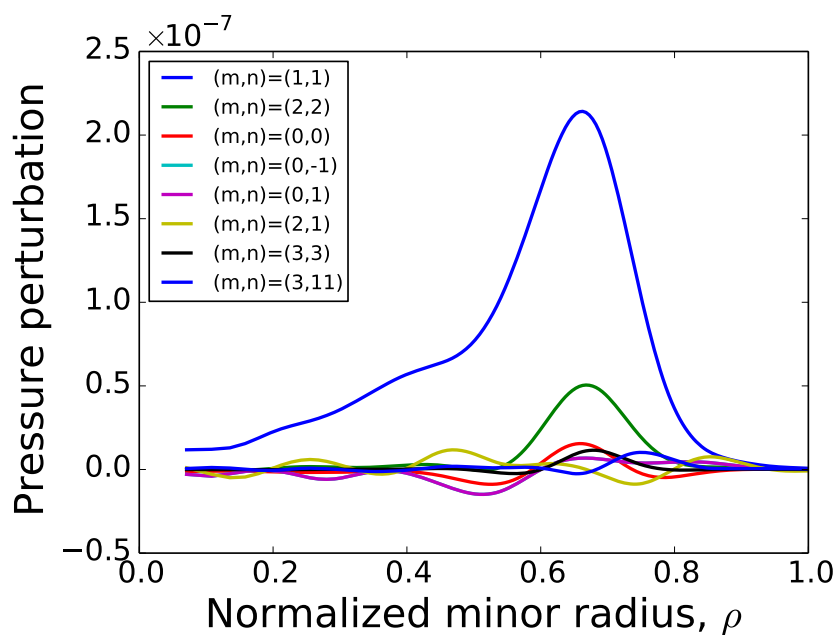


(a) 5,000 ステップでの $\zeta_B = 0$ 断面における圧力揺動の等高線.

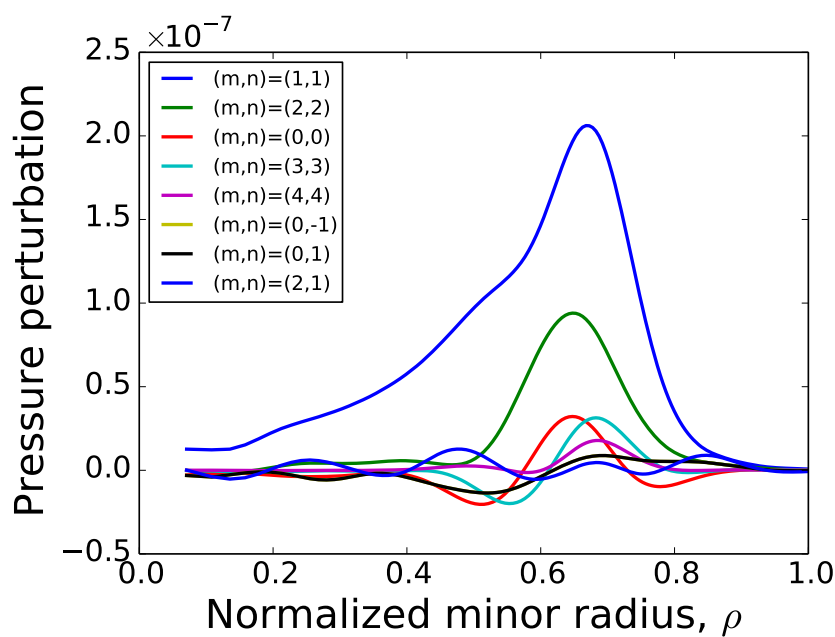


(b) 5,000 ステップでの $\zeta_B = 0$ 断面における圧力揺動の等高線.

図 3.31: 外部摂動コイルを流したときの Boozer 座標 $\zeta_B = 0$ 断面における圧力揺動の等高線.



(a) 外部コイル電流 600A での圧力揺動のフーリエモード小半径方向分布．
 振幅の大きい順に $(m, n) = (1, 1), (2, 2), (0, 0)$ などをプロット．



(b) 外部コイル電流 1,200A での圧力揺動のフーリエモード小半径方向分布．
 振幅の大きい順に $(m, n) = (1, 1), (2, 2), (0, 0)$ などをプロット．

図 3.32: 外部摂動コイル 1,200A のときの圧力揺動のフーリエモード構造．

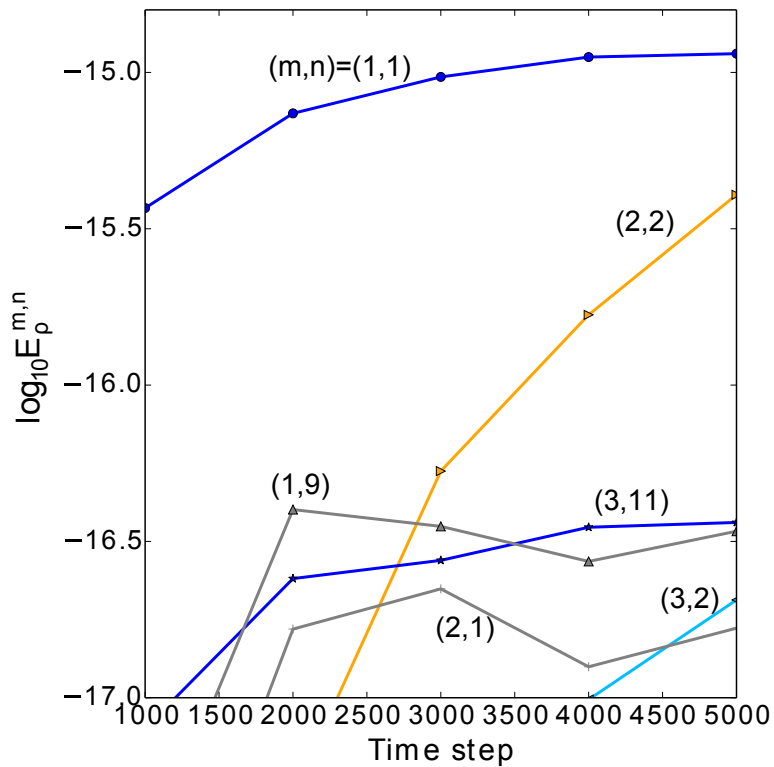


図 3.33: 磁気島あり (外部コイル電流値 1, 200A) の平衡を用いた場合のそれぞれのフーリエモードに対する運動エネルギーの時間変化。

この $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードに対して, $p_{m,n}$ の時間変化率 (成長率) を外部コイル電流値に対する依存性として図 3.35 に示す. 成長率は 3,000 ステップ付近の時間変化から求めている. この結果からも, $(m, n) = (1, 1)$ フーリエモードに対しては磁気島の影響がほぼないことがわかる.

3.6 考察

3.5 節では磁気島を持つ平衡を用いて不安定性の揺動構造と成長率を調べた. その結果, 長波長不安定性は磁気島の大きさにほぼ依存していなかった. これらの磁気島が揺動分布や成長率に与える影響が, 磁気島と初期摂動との位置関係に依らない性質

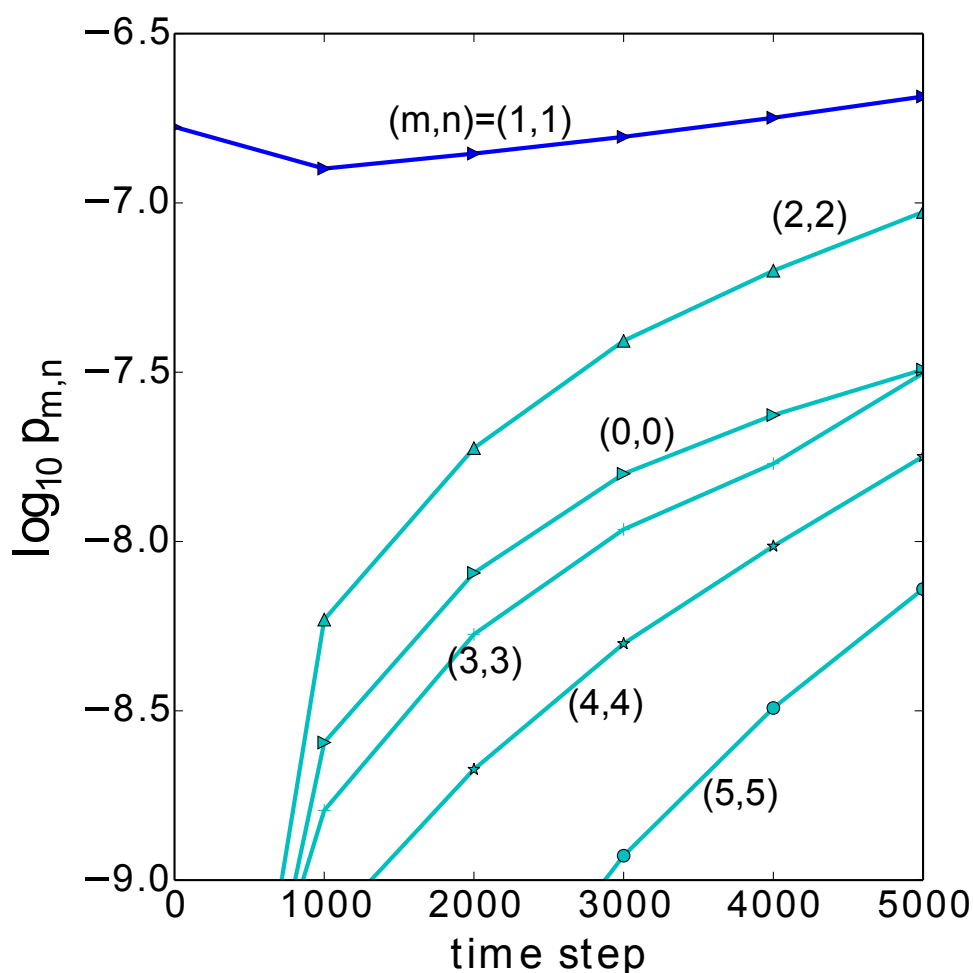


図 3.34: 磁気島を持つ平衡 (外部コイル電流値 1, 200A) でのフーリエモード展開した圧力揺動の小半径分布における最大値の時間経過。

であることを確認する．図 3.36 は初期摂動のポロイダル方向の位相を $\theta_p = \pi/2, \pi$ だけ変化させた場合のポロイダル断面における等高線である．このとき初期摂動は磁気島とポロイダル方向に θ_p だけ位相がずれている．これらの初期摂動を用いて、不安定性を解析したときの運動エネルギーの変化を図 3.37 に示す．磁気島がない場合では運動エネルギーにほとんど差は現れない．磁気島がある場合では 4,000 ステップ付近までは位相に関わらずほぼ同じ運動エネルギー変化を示す．したがっ

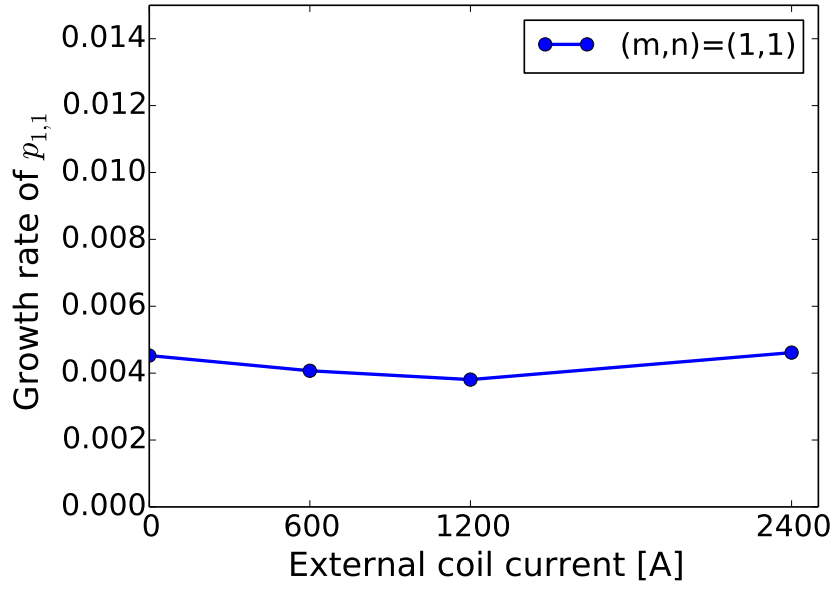


図 3.35: $p_{1,1}$ 成長率の外部コイル電流値に対する依存性.

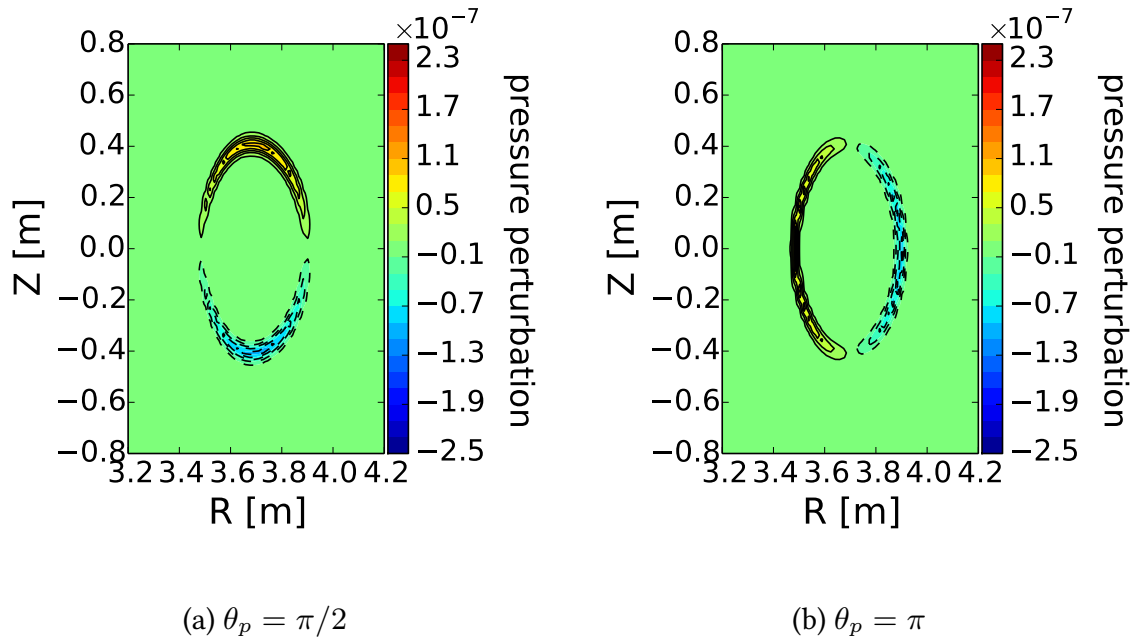


図 3.36: 圧力初期摂動のポロイダル方向の位相を $\theta_p = \pi/2, \pi$ だけシフトさせたときのポロイダル断面における等高線.

て、磁気島が $(m, n) = (1, 1)$ モードの揺動に与える影響は初期摂動の位相に依らないことが確認された。

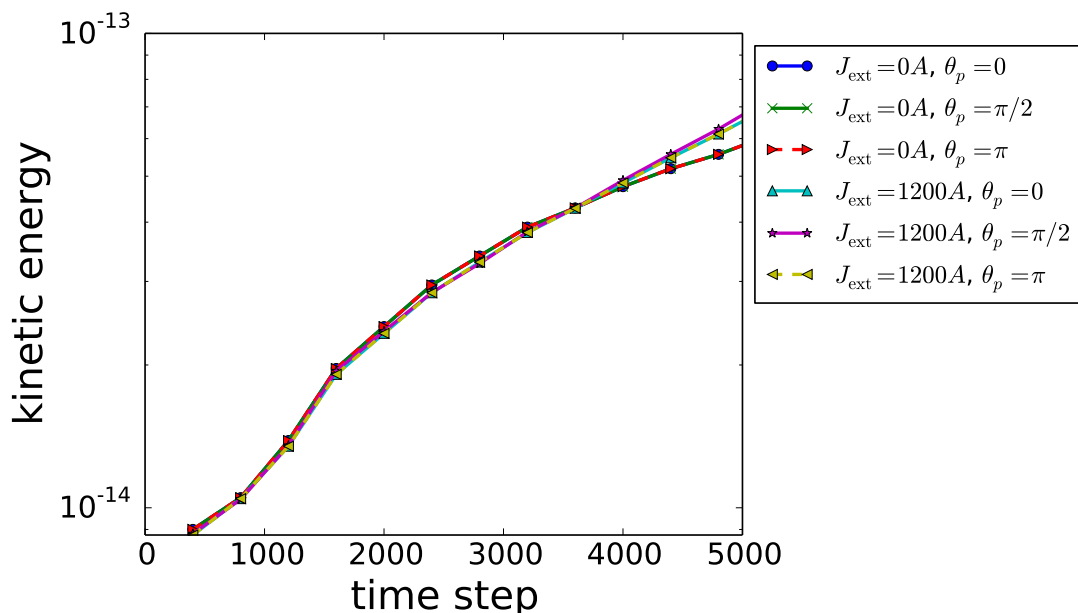


図 3.37: 運動エネルギー変化に対する初期摂動の位相依存性。 J_{ext} はコイル電流値。

3.5.1 節で示したように、運動エネルギーの時間変化は 3,000 タイムステップ付近で磁気島の大きさによる違いは大きく見られなかった。しかし、5,000 タイムステップ付近の運動エネルギーでは磁気島が大きいほどわずかに運動エネルギーが高い。また 3.5.2 節で示したように、磁気島がある場合は磁気島がない場合に比べて 5,000 タイムステップでの $(m, n) = (2, 2)$ フーリエモードが大きい。これは $(1, 1)$ モードの構造を持つ磁気島と $(1, 1)$ モードの構造を持つ揺動により、 $(2, 2)$ フーリエモードの構造を持つ揺動が励起されたためと考えられる。この機構を MHD 方程式系を用いて説明する。 $(m, n) = (1, 1)$ モードを持つ初期圧力摂動は MHD 方程式系の式 (3.9) の ∇p_1 を通し $(1, 1)$ モードの速度揺動を励起する。さらにこの速度揺動は式 (3.10) を通して圧力揺動を励起させる。このとき $p_0, \nabla \cdot v_1$ をそれぞれフーリエ展

開し

$$p_0 = \sum_{m,n} p_{m,n} \cos(-m\theta_B + n\zeta_B) \quad (3.25)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_1 = \sum_{m,n} (\nabla \cdot \mathbf{v})_{m,n} \cos(-m\theta_B + n\zeta_B) \quad (3.26)$$

と表せるとする．式 (3.10) 第 2 項の $p_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1$ についてある $(m_0, n_0), (m_1, n_1)$ の項に関する積のみを書くと

$$\begin{aligned} p_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 &= \cdots + p_{m_0, n_0} (\nabla \cdot \mathbf{v})_{m_1, n_1} \cos(-m_0\theta_B + n_0\zeta_B) \cos(-m_1\theta_B + n_1\zeta_B) + \cdots \\ &= \cdots + \frac{1}{2} p_{m_0, n_0} (\nabla \cdot \mathbf{v})_{m_1, n_1} \cos[-(m_0 + m_1)\theta_B + (n_0 + n_1)\zeta_B] \\ &\quad + \frac{1}{2} p_{m_0, n_0} (\nabla \cdot \mathbf{v})_{m_1, n_1} \cos[-(m_0 - m_1)\theta_B + (n_0 - n_1)\zeta_B] \cdots \end{aligned} \quad (3.27)$$

となり, 新たな圧力揺動として $(m, n) = (m_0 + m_1, n_0 + n_1), (m_0 - m_1, n_0 - n_1)$ モードが励起する．すなわち, $(m, n) = (1, 1)$ モードの磁気島に起因する $(1, 1)$ モードの平衡圧力と初期圧力摂動に起因する $(1, 1)$ モードの速度揺動が結合し, 新たな圧力揺動として $(2, 2)$ モードを励起させる．

3.7 結論

磁気島が不安定性に及ぼす影響を調べるため, 磁気島を持つ 3 次元平衡が長波長不安定性に及ぼす影響を調べた．従来の時間発展型の不安定性解析コードでは, 任意の波長を持つ不安定性を選択的に解析できなかったため, 初期摂動の与え方を工夫した．この工夫では, 実験で観測される長波長の揺動は初期における長波長揺動に起因していると考えた．

この開発した手法を用いて, 磁気島の大きさが長波長不安定性に及ぼす影響を揺動構造と成長率について調べた．その結果, 磁気島の大きさに依らず, 実験で観測された長波長不安定性の揺動構造はほぼ変わらないことが明らかとなった．また, 磁気島はこの長波長不安定性の成長率を助長せず, 抑制もしないことを明らかにした．

なお, 本章で述べたこれらの成果は, 学術講演 [11, 12, 13], 学術論文 [14], 紀要 [15] において公表されている.

参考文献

- [1] S. Sakakibara, *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **50**, 124014 (2008).
- [2] K.Y. Watanabe, *et al.*, in Proc. of ITC-17 and ISWS-16 Toki I-13 (2007).
- [3] H. Yamada *et al.*, Plasma Phys. **50**, 480 (2010).
- [4] A. Copper, Plasma Phys. Control. Fusion **34**, 1011 (1992).
- [5] Y. Todo *et al.*, Plasma Fusion Res. **5**, S2062 (2010).
- [6] M. Sato *et al.*, 24th IAEA FEC 2012, TH/P3-25 (2012).
- [7] Y. Suzuki *et al.*, Nucl. Fusion **46**, L19 (2006).
- [8] A.H. Boozer, Phys. Fluids **24**, 1999 (1981).
- [9] S.P. Hirshman *et al.*, Comput. Phys. Commun. **43**, 143 (1986).
- [10] John Wesson, "Tokamaks 3rd Edition", Oxford University Press 2004.
- [11] R. Ueda, M. Sato, K.Y. Watanabe, Y. Matsumoto, Y. Suzuki, M. Itagaki, S. Oikawa, Y. Todo, "Linear analyses of resistive interchange instability in LHD finite beta plasmas with stochastic field line structure", 22th International Toki Conference, P3-5, Gifu, Japan (2012).
- [12] R. Ueda, M. Sato, K.Y. Watanabe, Y. Matsumoto, Y. Suzuki, M. Itagaki, S. Oikawa, Y. Todo, "Simulation study of the low-order resistive interchange instability in the LHD stochastic region", The 12th Asia Pacific Physics Conference, Chiba, Japan (2013).

- [13] 上田亮介, 佐藤雅彦, 渡邊清政, 松本裕, 鈴木康浩, 板垣正文, 及川俊一, 藤堂泰, "LHD 有限ベータプラズマにおける乱れた磁力線構造での抵抗性交換型不安定性に対する線形解析", プラズマ・核融合学会第 29 回年会, 春日市 (2012).
- [14] R. Ueda *et al.*, Phys. Plasmas. **21**, 052502 (2014).
- [15] Y. Matsumoto, M. Itagaki, R. Ueda *et al.*, "MHD Stability Analysis in Peripheral Magnetic Field Region of LHD", Annual Report of National Institute for Fusion Science (2013).

第 4 章

結言

抵抗性交換型不安定性が磁気島形成に及ぼす影響

交換型不安定性の解明はヘリオトロンプラズマの閉じ込め性能を改善する上で重要な意義がある。抵抗率を持つプラズマでは抵抗性交換型不安定性が生じ、磁場構造の変化、すなわち磁気島を形成し得る。本論文ではこの不安定性の磁気島形成特性を、固有値解析を用いて明らかにした。固有関数は揺動の径方向分布を、その固有値は不安定性の成長率を表す。固有値の大きい順に第 1 固有関数、第 2 固有関数と呼び、これらの性質を調べた。

抵抗率が小さなプラズマでは、第 2 固有値は第 1 固有値よりもはるかに小さく、従来考えられていたように第 2 固有関数は大きく成長しない。しかしながら、抵抗率が高い場合では第 2 固有値は第 1 固有値に迫るほどの大きさを持ち、不安定性の成長に大きな影響を持つことを明らかにした。

抵抗性交換型不安定性の磁気島形成特性を調べるため、「アイランド指標」という新たな特性指標を考案し、これまで非線形解析が必須であった磁気島幅の同定を、線形解析で得られる量のみで可能にした。この指標は磁気島幅の 2 乗と径方向変位の比で表される。この指標によれば、広い範囲のベータ値や抵抗率で、第 2 固有関数が

第1固有関数よりも大きな磁気島を形成する可能性があることを明らかにした。実験において磁気島幅を直接計測することは困難であるが、径方向変位は計測可能である。したがって、定量的に得られる物理量として実験で計測された径方向変位を用いれば、アイランド指標により磁気島幅を推定可能となる。

磁気島が不安定性に及ぼす影響

磁気島が不安定性に及ぼす物理機構は未だ明らかにされておらず、この機構を解明することはプラズマの不安定性を制御する上で重要な意義を持つ。磁気島が持つ3次元構造と不安定性の揺動構造により新たな波長が生み出される効果を考慮するため、時間発展型の3次元不安定性解析手法を用いた。特に、実験で観測される長波長の揺動成分が支配的な不安定性を調べた。

その結果、磁気島の大きさによる長波長不安定性の揺動構造の変化は大きく現れないことを明らかにした。さらに、磁気島は実験で観測される長波長不安定性の成長を助長せず、抑制もしないことを明らかにした。以上の結果は、磁気島による不安定性制御手法を立案する上で重要な知見と言える。

総論

本論文では、ヘリオトロンプラズマにおける抵抗性交換型不安定性と磁気島との相互作用に関する研究成果を報告した。不安定性が磁気島へ及ぼす作用として、抵抗性交換型不安定性の第2固有関数は、従来考慮されていた第1固有関数よりも大きな磁気島を形成し得ることを明らかにした。また磁気島が不安定性に及ぼす作用として、磁気島は実験で観測される長波長不安定性を助長せず、抑制もしないことを明らかにした。

付録

付録 A HINT2 コードにおける平衡計算手法の概略

HINT2 では圧力分布の更新 (ステップ A) と磁場分布の更新 (ステップ B) を交互にすることによって平衡を求める. ステップ A では磁力線上の圧力値は同じ値を持つという性質を利用し, 磁力線に沿って圧力の平均化を行う. 圧力分布形状は規格化小半径 ρ の関数として与えるため, 磁力線追跡を行うことで規格化小半径 ρ が求めれば圧力分布が得られる. このとき, 所望の中心ベータ値となるように圧力の最大値を調整する. 次にステップ B では運動方程式とファラデーの式, 一般化されたオームの式から

$$\rho_m \frac{\partial \mathbf{v}_\perp}{\partial t} = -\nabla_\perp p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

に基づき $\mathbf{v}_\perp$ が十分小さくなるまで緩和計算を行う. 以上のステップ A とステップ B を複数回交互に行うことで平衡が求められる. LHD プラズマの平衡を求めるには, LHD コイルによって生成される真空磁場配位を初期推定値として HINT2 コードの入力値に用いる. この真空磁場配位を変えることで, 得られる平衡配位の磁気軸位置や磁気面形状を変化させることが可能である. 平衡が求められれば, 円筒座標系における圧力と磁場の 3 次元分布が出力値として得られる.

謝辞

本論文をまとめるにあたり、多くの方々のお世話になりました。その方々に感謝の意を表したいと思います。

まず始めに、板垣正文教授にお礼を申し上げたいと思います。板垣教授には本論文をまとめるにあたり、様々なご助言を頂きました。先生のご指導のおかげで、無事、本論文をまとめることができました。心より感謝申し上げます。次に、核融合科学研究所の渡邊清政教授にお礼を申し上げます。渡邊教授には、核融合科学研究所の特別共同利用研究員として私が研究所に伺った際に、多くのご指導を頂きました。私の稚拙な質問にも真摯に答えて頂き、大変お世話になりました。本論文をまとめる際には、何度も北海道大学までお越し頂きました。心よりお礼申し上げます。先生のご助力がなければ本論文は完成しなかったものと思います。また、及川俊一准教授にも感謝申し上げます。及川准教授には本論文をまとめる上で重要な指摘を多数頂きました。松本裕助教にお礼を申し上げます。松本助教には、私が本研究室に配属してから今日まで、懇切丁寧な指導を頂きました。研究以外にも、様々な面倒をみて頂きました。心より感謝致します。また、佐々木浩一教授には本論文をまとめるにあたって、数多くのご助言、ご指導を頂きましたことにお礼を申し上げます。

続いて、私が特別共同利用研究員として核融合科学研究所に滞在していた際に、お世話になった先生方にもお礼申し上げたいと思います。特に、藤堂泰教授、鈴木康浩准教授、佐藤雅彦助教には解析コードの提供と使用方法のご指導を頂き、研究を進め

る上で大変お世話になりました。心より感謝致します。また、高密度プラズマ物理研究系の先生方にも研究を進める上で多くのご指摘を頂きましたことに、お礼申し上げます。研究所に滞在していた間、關良輔助教、田中宏彦助教、武村勇輝助教、ならびに信州大学の村上昭義助教には、生活面においても大変お世話になりました。ありがとうございました。

そして、本研究室の先輩方、同期、後輩諸君、そして核融合科学研究所の学生諸君にもお礼を申し上げます。最後になりましたが、これまで私を支えてくれた両親と兄弟に感謝致します。