



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	黒表紙教科書における分数論の基本的性格：定義の導入過程を主要な対象として
Author(s)	岡野, 勉
Citation	教授学の探究, 29, 55-76
Issue Date	2015-01-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/57890
Type	departmental bulletin paper
File Information	AN10116428-29_55-76.pdf



黒表紙教科書における分数論の基本的性格

——定義の導入過程を主要な対象として——

岡 野 勉

(新潟大学教育学部)

目 次

0. はじめに.....	55
0. 1. 課題.....	55
0. 2. 対象.....	57
0. 3. 方法.....	58
0. 4. 先行研究との関連.....	58
1. 黒表紙教科書における分数の定義の導入過程.....	64
1. 1. 《商分数の論理》に依拠した定義に対する位置付けの低さ.....	64
1. 2. 《商分数の論理》に依拠した定義に対する主要な教育内容としての位置付け.....	66
1. 3. 《商分数の論理》に依拠した定義に対する重要な位置付け.....	68
2. おわりに.....	71

0. はじめに

0. 1. 課題

分数を定義する方法として、《分割分数の論理》に依拠する方法 $\left(\frac{b}{a} \stackrel{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \div a) \times b = \frac{1}{a} \times b\right)$ 、《商分数の論理》に依拠する方法 $\left(\frac{b}{a} \stackrel{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \times b) \div a = b \div a\right)$ 、2通りの方法がある。ただし、両者は独立かつ同等な方法であると同時に、《同一性》を備えている。従って、例えば、《分割分数の論理》に依拠する方法によって分数を定義した場合においても、この方法による定義と、《商分数の論理》に依拠する方法による定義との《同一性》 $\left(\frac{b}{a} \stackrel{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \div a) \times b = (1 \times b) \div a\right)$ を示す説明が必要になる（逆の場合についても、この点は同じである）。この説明によって、はじめて、数としての分数の成立を、その根拠・理由を備えた形で示すことが可能になるからである。逆に、この点に関する説明を欠落させた場合には、数としての成立根拠・理由が示されない結果とならざるを得ない。

上記の要請を満たす分数論を、本論文においては《初等数学としての分数論》と定義する。なお、ここで、《分数論》とは、分数の定義、意味の説明に関する基本的な観点・方法を意味する用語である⁽¹⁾。

学習指導要領・教科書においては、上記2通りの方法に依拠した定義が区別されるに止まり、両者の《同一性》は説明されない。

学習指導要領（2008年版）においては、まず、「分数は単位分数の幾つかで表せること」、次に、「整数の除法の結果は、分数を用いると常に一つの数として表すことができること」が説明される^②。前者が《分割分数の論理》に依拠した定義、後者が《商分数の論理》に依拠した定義に該当する。なお、上記、2通りの方法に依拠した定義は、複数の学年、すなわち、第3学年および第5学年に分散する形で導入される。

従って、教科書、例えば、『新しい算数』（東京書籍、2010年）において、《分割分数の論理》に依拠した定義は、第3学年（下巻）において導入される。「1mを3等分した2こ分の長さ」を「 $\frac{2}{3}$ mと書き、『三分の二メートル』と読みます」（第14章「分けた大きさの表し方を考えよう」）。これに対して、《商分数の論理》に依拠した定義は、第5学年（上巻）において導入される。「整数どうしのわり算の商は、分数で表すことができます」（第8章「分数と小数、整数の関係を調べよう」）。

上記の構成により、教科書においては、少なくとも第3学年、第4学年においては、分数の教育内容（定義に加え、性質・大小関係、加法・減法）に関して、《分割分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明が行われるに止まる。第5学年、第6学年において、初めて、《商分数の論理》に依拠した分数の定義を根拠・理由とする説明が可能になる。

上記の事実、学習指導要領・教科書が、《分割分数の論理》に依拠した定義を基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論に基礎付けられていることを示している。この分数論は、2008（平成20）年版の学習指導要領に限らず、これまでに発行されたすべての学習指導要領に共通する形で存在している。この点により、本論文においては、上記の分数論を《学校数学としての分数論》と定義する。

須田勝彦は、数学教育の目的論の歴史的展開について、『「学問としての数学を教える」という立場と、それを否定する立場の対立と相互浸透の過程」とする見方を示している^③。この見方によれば、数学教育の歴史における分数論の展開については、《初等数学としての分数論》と《学校数学としての分数論》の相互対立および相互浸透の過程として理解することが可能である。ただし、上記の見方による研究は必ずしも十分な形で進められているわけではない^④。

上記の見方に従い、筆者は、明治検定期算術教科書における分数論の展開過程の解明を試み、特に、第Ⅱ期（1901（明治34）年頃から1904（明治37）年における国定教科書の使用開始前までの時期）に編集・発行された教科書における分数の定義の導入過程について、次の特徴の存在を示した^⑤。

- (1) 《分割分数の論理》に依拠した分数の定義に加える形で、《商分数の論理》に依拠した分数の定義が導入され、両者の《同一性》を示す説明が行われている。
- (2) 両者の《同一性》を示す説明に対しては、分数の導入過程において重要な位置が付与され、多様な方法が試みられている。
- (3) 分数の性質に関する説明において、上記、2通りの方法に依拠した定義の適用が試みられている。

上記3点は、第Ⅱ期の教科書において、第Ⅰ期・前期(1886(明治19)年頃から1893(明治26)年頃までの時期)の教科書において形成されていた《初等数学としての分数論》の継承・発展が図られていることを示す事実である。同時に、現在においても積極的な継承・発展に値する重要な特徴である。

しかしながら、先に見た通り、上記の特徴(学習指導要領・教科書には継承されていない。学習指導要領・教科書を基礎付けている《学校数学としての分数論》については、明治検定期、特に、第Ⅰ期・後期(1894(明治27)年頃から1900(明治33)年頃までの時期)の教科書、および、第Ⅱ期の教科書において、その原型が形成されていたのであり、それが、国定教科書を経て^⑥、現在に至るまで継承されているのではないかと考えられる。

上記の見方によれば、国定教科書は、明治^⑦期の算術教科書と学習指導要領・教科書との間に位置しているだけでなく、両者を媒介する存在として重要な意味を備えている。従って、国定教科書における分数論の基本的性格を解明することにより、明治検定期と現在との関連を具体的な形で示す可能性が拓かれる。同時に、数学教育の歴史における分数論の展開、少なくともその重要な部分が明らかになると期待される。

上記の見方により、本論文においては、国定教科書における分数論の基本的性格を解明することを課題とする。それにより、先行研究においては十分に注目されてこなかった側面——具体的には、《学校数学としての分数論》から《初等数学として分数論》への著しい接近——の存在を示すこと、それにより、黒表紙教科書に対する再評価の可能性を示すことを目的とする。

0. 2. 対象

本論文において主要な対象とする国定教科書を次に示す⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

- (1) 『高等小学算術書』(第1期版)第2学年、教師用、文部省、1905(明治38)年。
- (2) 『尋常小学算術書』(第2期版)第6学年、教師用、文部省、1910(明治43)年度以降使用。
- (3) 『尋常小学算術書』(第3期版)第6学年、教師用、文部省、1921(大正10)年。
- (4) 『尋常小学算術書』(第3期改訂版)第5学年、教師用、文部省、1927(昭和2)年。

上記4点の教科書は黒表紙教科書と通称される。戦前に発行された国定教科書としては、上記に加え、緑表紙教科書と通称される『尋常小学算術』(第4期国定教科書、1935(昭和10)年使用開始)、および、水色表紙教科書と通称される『カズノホン』『初等科算数』(第5期国定教科書、1941(昭和16)年使用開始)がある。しかしながら、本論文においては黒表紙教科書を対象を限定する。緑表紙教科書および水色表紙教科書を対象とする分析については今後の課題とする。なお、本論文においては、教科書に関連する資料として、文部省による『修正趣意書』、および、教科書の解説を意図して執筆された著書・論文等を対象に加える。

上記の内、(1)は東京書籍(株)附設教科書図書館「東書文庫」、(2)は『近代日本教科書教授法資料集成』^⑨、(4)は北海道教育大学附属図書館に、それぞれ、所蔵あるいは収録されている。(3)は筆者所蔵である。なお、『日本教科書大系』には(1)～(4)に対応する児童用書が収録されるに止まり、教師用書は収録されていない⁽¹⁰⁾。しかしながら、教師用書においては、児童用書の記述がそのままの形で掲載されていると同時に、その記述内容に関する解説が存在する。本論文においては、上記2点、特に後者に注目して、教師用書を主要な分析対象とする。

次に、上記の教科書において、分数の教育内容（定義、性質・大小関係、四則演算）は、特定の学年における特定の章に集中する形で構成されている。すなわち、(1)においては、第2学年、第1章「分数」、(2)(3)においては、第6学年、第1章「分数」、(4)においては、第5学年、第2章「分数」において、それぞれ、構成されている。本論文においては、上記の学年、章における分数の定義に関する記述を主要な対象とする。

この点に関連して、上記の教科書においては、小数の導入に関連付けた形で、分数の定義（記法、読み方）が導入されている（第4学年）。中谷太郎の指摘する通り、「小数の導入では、分数を用いるという方法をとっているのである」⁽¹¹⁾。しかしながら、先に示した学年、章における分数の定義は、小数の導入に関連付けた形で導入されている分数の定義とは独立した形で導入することが可能である⁽¹²⁾。この見方により、本論文においては、主要な分析の対象を、上記の学年、章における分数の定義に関する記述に限定する。小数の導入に関連付けた形で導入されている分数の定義（第4学年）に関する記述については分析の対象から除外することにする。

0. 3. 方法

本論文においては教科書分析を主要な研究法とする。教科書分析とは、教科書の記述を直接的な対象とし、その内容を具体的な形で解明する作業により、教科書における教育内容構成の論理と特徴、および、その基礎に存在すると考えられる教育内容構成の基本的観点を解明することを目的とする教科書研究の方法である。本論文における基本的な分析の視点を次に示す。

- (1) 分数の定義について、《分割分数の論理》に依拠する方法 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \div a) \times b = \frac{1}{a} \times b\right)$ 、《商分数の論理》に依拠する方法 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \times b) \div a = b \div a\right)$ 、2通りの方法を区別する。
- (2) 上記2通りの方法に依拠した定義は、その導入過程において、どのように位置付けられ、どのような順序に従っているか。特に、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の位置付けに注目する。
- (3) 分数の、数としての成立根拠に関する重要な問題として、2通りの方法に依拠する定義の《同一性》 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \div a) \times b = (1 \times b) \div a\right)$ を示す説明が存在するか否かに注目する。
- (4) 定義の位置付けを明らかにするために、分数の教育内容について、《分割分数の論理》に依拠した定義、あるいは、《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明が行われているか。仮に行われている場合には、上記2通りの方法に依拠した定義が同等な形で適用されているか否かに注目する。

0. 4. 先行研究との関連

黒表紙教科書における分数の教育内容構成に関する先行研究は決して少なくはない。先行研究において、分析の対象と方法はどのような形で設定されてきたのか。先に設定した視点はどのような形で位置付けられてきたのか。この点について次に見よう。

本論文に関連する主要な先行研究を、本節における検討の順序に従って、次に示す。

- (1) 中谷太郎「日本数学教育史 12 黒表紙教科書（その3）」『数学教室』No. 163、数学教育協議会、国土社、1967年5月。

- (2) 中谷太郎「算数教育のあゆみ(その4)」『数学教室』No. 52、数学教育協議会、国土社、1959年3月。
- (3) 遠山啓・長妻克亘『量の理論——水道方式の基礎』明治図書出版、1962年。
- (4) 大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三『分数と小数』小学校算数科教材研究叢書5、新興出版社・啓林館、1957年。
- (5) 杉岡司馬・中島健三・片桐重男・北山巽・中川三郎「座談会 分数指導の総点検——分数概念について」『新しい算数研究』第63号、新算数教育研究会、東洋館出版社、1976年6月。

上記5点は、分数の意味付けの方法を主要な対象とする研究((1)(2)(3))⁽¹³⁾、分数を定義する方法を主要な対象とする研究((4)(5))に分類される。本論文の課題と直接的な関連を備えているのは後者である。ただし、ここでは、前者についても対象に含めた形で先行研究を検討する。それにより、黒表紙教科書における分数の定義の導入過程に関する研究の成果を整理すると同時に、その成果との関連において本論文の位置を示すことを試みる。

0. 4. 1. 分数の意味付けの方法を主要な対象とする研究——《量》、《操作》、《比》

中谷太郎の先行研究においては、黒表紙教科書(第3期改訂版)における分数の意味付けについて、次の点が指摘されている⁽¹⁴⁾。

「問題は、4年の分数と6年[「5年」の誤記と見られる]の分数の意義の間に分裂があるということである。「分数の意義の二元性」が加減と乗除の計算と微妙にからみ合っている」。すなわち、「4年で分割(割合)分数をやった」理由は、「5年で分数の乗除を説明するための伏線であった」。この点に、「量を無視して、連続量を表わすべき分数と関係またはスカラー倍を表わすべき分数とを混同して迷路にふみこんだ黒表紙の分数体系の根本的な欠陥」が示されている。

第一に、「分数の意義の二元性」が指摘されている点が注目される。ただし、上記の引用において、「二元性」とは、本論文において区別している、分数を定義する2通りの方法(分析の視点(1))とは異なった意味を備えた用語として用いられている。上記の引用において、「二元性」とは、《任意の整数を対象とする分割操作、倍操作の合成操作の表現》としての分数

(X の $\frac{b}{a} \leftrightarrow (X \div a) \times b$)、および、《1を対象とする分割操作、倍操作の合成操作の結果》としての分数($\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \div a) \times b$)、2つの意味を備えた分数の存在を意味する。

この内、前者については「分割(割合)分数」あるいは「分割集合」⁽¹⁵⁾と表現されている。しかしながら、遠山啓の指摘する通り、前者においては、「分数を操作として見て」いる⁽¹⁶⁾。この点に加え、操作には「分割」だけでなく、《倍》が含まれる。上記2点によれば、その意味内容を表現する用語としては、《操作分数》の方が適当であろう。従って、本論文においては、この用語を用いることにする。後者は、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義に該当する(分析の視点(1))。中谷太郎の先行研究においては、上記2つの「分数」について、その「意義」における「分裂」の存在、次の引用においては《一貫性の欠落》が指摘されている⁽¹⁷⁾。

このように第四学年で、まず分割集合で分数および小数を導入し、第六学年（後には第五学年）であらためて数としての分数を導入した〔二元論をとった〕のはどんな考え方に基づくものだろうか。これは黒表紙教科書が分数に対する一貫した考え方を欠いているためであると思われる。

第二に、先の引用においては、分数の意味と演算との関連について、《操作分数》（第4学年）を「伏線」とし、その適用により、分数乗法・除法が説明される（第5学年）関係の存在が指摘されている。教科書の記述内容によれば、《操作分数》と分数乗法との関係は次の形に表記される（ただし、分数除法は《乗法の逆演算》として説明される）。

$$\langle X \times \frac{b}{a} \text{を求める} \leftrightarrow X \underset{\text{def.}}{\text{の}} \frac{b}{a} = (X \div a) \times b \text{を求める} \rangle$$

第三に、上記2点が、黒表紙教科書の「根本的な欠陥」を示す事実として位置付けられ、その原因として、「量を無視し」たこと、すなわち、黒表紙教科書においては、「連続量を表わすべき分数」という観点が欠落している点が指摘されている。

中谷太郎の先行研究において最も注目されている点は、上記、第三の点、すなわち、「連続量を表わすべき分数」という観点の欠落である。なお、この点については次の指摘も存在する。「分数・小数はその本来の根拠地である連続量を算数の中から失って迷子となったのである」⁽¹⁸⁾。この点を「根本的な欠陥」とする立場から、上記2つの「意義」を備えた「分数」の存在が注目され、それが「二元性」、「分裂」あるいは《一貫性の欠落》として批判されているのである。同時に、この点に起因して、分数を定義する2通りの方法および両者の関連（分析の視点(1)(3)）は検討の対象から除外される結果となっている。

上記の結果は、中谷太郎の先行研究において次の点に端的な形で示されている。文部省が発行した国定教科書の『修正趣意書』には、《商分数の論理》に依拠した分数の定義（「分数第二の意義」）の導入時期について、「遅きに失すとの説」により、黒表紙教科書（第3期版）においては、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義（「第一の意義」）の導入に「引続きて授くる」形に修正したと説明されている（この点については後に見る（1. 3））。この説明は、分数を定義する2通りの方法および両者の関連に分析の視点（(1)(3)）を設定する立場からは、注目すべき説明である。中谷太郎の先行研究においても、この説明は引用されている。しかしながら、引用されるに止まり、説明内容に関する具体的な検討は行われていない⁽¹⁹⁾。この説明は、黒表紙教科書（第3期版）においてどのような形で具体化されたのか——この問題に関する検討は、本論文の重要な課題である。

遠山啓・長妻克亘の先行研究も、中谷太郎の先行研究と共通する特徴を備えている。黒表紙教科書（第3期改訂版）における分数の導入過程に関する指摘を次にまとめて引用する⁽²⁰⁾。

「4年の場合は、分数を操作として見ており、5年では量を表面には出していないが、一応量のような形にも見える」。「この立場は非常にあいまいで、量とも、また操作ともはっきりしていない。また加減についても図解しでれと示してある。結局、量を拒否していながら図解によって量を密輸入しているのである」。「つまり、藤沢〔利喜太郎〕は、分数を操作にしようとした。（中略）しかしこれだと実体ではないのでつかみにくい」⁽²¹⁾。「かくして、分数については量を持ち込まなければならないという意見が早くも現れるのである」。

上記の引用に見られる通り、遠山啓・長妻克亘の先行研究においても、重要な問題とされている点は、導入過程における分数の意味付けの方法である。すなわち、導入過程において、数としての分数の意味は、どのような概念を用いる方法によって説明されているのか——この点に検討の基本的観点が設定されている。検討の結果、その概念が、《量》であるのか、《操作》であるのか、「非常にあいまい」であるが、全般的に見れば、《操作》による説明が意図されているとする見方（「分数を操作にしようとした」）が示され、それに対する批判（「実体ではないのでつかみにくい」）により、《量》を基礎として分数を説明する方法の重要性が指摘されている。同時に、この点に起因して、分数を定義する2通りの方法および両者の関連（分析の視点(1)(3)）は検討の対象から除外される結果となっている。

この結果は、遠山啓・長妻克亘の先行研究においても、次の事実に端的な形で示されている。

黒表紙教科書（第3期改訂版）においては、 $\frac{2}{3}$ を例とし、《長さ》（線分）を用いる方法により、

《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、両者の《同一性》 $\left(\frac{2}{3} \stackrel{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \div 3) \times 2 = (1 \times 2) \div 3\right)$ を説明する図が、その解説と合わせた形で掲載されている（この点については後に見る（1. 3））。この図および解説の存在も、分数を定義する2通りの方法および両者の関連に注目する立場（分析の視点(1)(3)）からは注目すべき事実である。しかしながら、遠山啓・長妻克亘の先行研究においても、この図と解説については、「量を拒否していながら図解によって量を密輸入している」として批判されるに止まり、説明内容に関する検討は行われていない。本論文においては、この点についても検討を加える。

この点に加え、分数の意味付けに注目する視点の設定についても、その適切性に関する疑問は否定できない。上記の引用において指摘されている通り、黒表紙教科書（第3期改訂版）においては、小数の導入に関連付けた形で、分数が《操作》の表現として説明されている（第4学年、第2章「小数」）。しかしながら、ここで注目したいのは、第5学年においては、操作の対象が任意の整数から1に限定され、分数は《数》として説明されている点である（第2章「分数」）。この事実に示されている通り、黒表紙教科書においては、少なくとも第5学年に関する限り、分数の意味付け、すなわち、数としての分数を《量》あるいは《操作》等の概念を用いる方法によって説明しようとする観点は設定されていないのである。この点については、杉岡司馬、および、大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三により、次の形で指摘されている⁽²²⁾⁽²³⁾。

分数の意味に関連して特徴をあげます。黒表紙の場合は（中略）、第1番目の特徴は、4年で操作の分数にふれますが、5年では徹底して数の分数として扱っていることです。量による導入というのはまったくありません。

ここ「第5学年」では、4年における場合と異なって、分数を操作でなく、既に一つの数として取扱っている。

遠山啓は、学習指導要領（1958年版）における分数論を、「黒表紙の復活」として批判している。この批判においては、「割合分数は黒表紙の従弟にあたる」として、黒表紙教科書が、「割合分数」、すなわち、分数を《比》を用いて説明しようとする立場に位置付けられている⁽²⁴⁾。

しかしながら、この点についても、同じ理由により、事実在即した見方であるとは考えにくい。「数の分数として扱っている」黒表紙教科書（第5学年）については、数としての成立根拠・理由に関する説明の有無を問題にする（分析の視点(3)）ことが適切であり、同時に、必要なのではないだろうか。

中谷太郎の先行研究、遠山啓・長妻克亘の先行研究においては、《量分数》、すなわち、分数を《連続量の抽象的表現》として説明する立場から⁽²⁵⁾、黒表紙教科書における《量の欠落》を批判することが重要な目的とされている。この点については、《学問としての数学を教える》ことを目的とし、《量を基礎とする数学教育》の構築を志向する立場⁽²⁶⁾から行われた、黒表紙教科書の批判的検討の一環として位置付けることが可能である。

本論文においては、中谷太郎の先行研究、遠山啓・長妻克亘の先行研究と同じく、「学問としての数学」を教えることを目的とする立場、および、分数を《連続量の抽象的表現》として説明する立場を共有する。この立場から、主要な分析対象を、分数の意味付けの方法ではなく、分数を定義する2通りの方法および両者の関連に設定する。それにより、黒表紙教科書における分数の定義の導入過程について、先行研究においては十分に注目されてこなかった側面——具体的には、《学校数学としての分数論》から《初等数学としての分数論》への著しい接近——の存在を示すこと、それにより、黒表紙教科書に対する再評価の可能性を示すことを目的とする。同時に、「黒表紙[第3期改訂版]の分数指導の骨子はこの項[第5学年、第2章『分数』]に全部収められている」とする立場から⁽²⁷⁾、第4学年における《操作分数》（中谷太郎の表現によれば「分割（割合）分数」、杉岡司馬の表現によれば「操作の分数」と）の関連については分析の対象から除外する。

0. 4. 2. 分数を定義する方法を主要な対象とする研究——《分割分数》、《商分数》

大矢真一・徳永吉春・安藤泰三の先行研究においては、「分数の概念に対しどんな考え方を持っていたか、分数をどのように指導することにしていったか」という観点から、黒表紙教科書（第3期改訂版）における分数の意味付け、定義の方法が検討されている⁽²⁸⁾。本論文の課題との関連においては、定義の方法に関する次の指摘が注目される⁽²⁹⁾。

分数を新しい一つの数とみるとき、この第2の意味の方が大切なわけであるが、分数の計算は大体第1の意味によって行われるので、ここでは第1の意味によって十分に練習し、第2の意味は(12)の問題中で簡単に触れるだけにとどめている。

上記の引用に関連して、次の3点を注記しておく。第一に、「第1の意味」とは《分割分数の論理》に依拠した分数の定義を、「第2の意味」とは《商分数の論理》に依拠した分数の定義を、それぞれ意味する。第二に、「(12)の問題」とは、「2を3で割った数を分数でいへ」、「8を7で割った数をいへ」等、《商分数の論理》に依拠した分数の定義 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow b \div a\right)$ を、具体的な数値を備えた問題に適用する問題である（第5学年、第2章「分数」、第1項目「意義」）⁽³⁰⁾。第三に、第一の点に関連して、引用においては、「第2の意味の方が大切」とであるとする見方が示されている。しかしながら、「分数を新しい一つの数とみる」場合には、2通りの方法に依拠した定義（「意味」）は同等な位置にある。従って、本論文においては、どちらの方法による定義が「大切」とであるかという問題は設定しない。

上記の引用において注目される点は、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義については、その適用について「十分」な「練習」が行われる、それに対して、《商分数の論理》に依拠した定義については「簡単に触れるだけにとどめている」と指摘されている点である。この指摘は、黒表紙教科書（第3期改訂版）が、《学校数学としての分数論》——すなわち、《分割分数の論理》に依拠した定義を基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論——に基礎付けられていることを予想させる。この予想の真否を検討することが本論文の課題となる。

北山巽による次の指摘にも、本論文の課題に関連する重要な内容が含まれている⁽³¹⁾。

1を5等分したもののいくつ分というのを分数の第1義と言いました。それから分数の第2義というのがあるわけです。これが $a \div b = \frac{a}{b}$ というので、この二つが完成しなければ分数概念は完成しないということを指導者の間むしょっちゅう問題にしていたように記憶しております。（中略）第1義で基礎をしっかりとやっておいて、第2義のほうへ移るといいうき方だったと思います。

上記の引用においては、黒表紙教科書（第3期改訂版）における分数の定義の導入過程について、第一に、「基礎」として位置付けられた「第1義」から「第2義」へと進む形で順序が構成されている点が指摘されている。第二に、上記、「二つ」の意義について、その「完成」が「分数概念」の「完成」にとって重要な意味を備えている点が指摘されている。

第一の指摘は、大矢真一・徳永吉春・安藤泰三の先行研究と同じく、黒表紙教科書（第3期改訂版）が《学校数学としての分数論》に基礎付けられていることを予想させる。第二の指摘において、「完成」の意味内容は必ずしも明らかではない。しかしながら、この指摘には、先に設定した分析の視点（2）との関連において注目に値する内容が含まれている。その具体的な意味内容を教科書の記述に即した形で解明・検討することは、本論文の重要な課題である。

なお、これまでに検討してきた先行研究に共通する特徴として、分析の対象とする教科書が特定の版（第3期改訂版）に限定されている点がある⁽³²⁾。その理由については不明である。しかしながら、この点については、それが原因となって、黒表紙教科書が備えていた重要な特徴を示すことを困難あるいは不可能にしていたのではないだろうか。この見方により、本論文においては、第3期改訂版に限定することなく、すべての版を分析対象として設定する。

本論文において用いた資料は、そのほとんどが、漢字・片仮名を用いて記述されているが、引用にあたっては、読みやすさを考え、現代の漢字・平仮名に改めると同時に、必要に応じて句読点を補った。引用文における〔 〕内は筆者による注記である。教科書からの引用については、煩雑を避けるため、ページ数の注記を省略し、対応する章・節等とその名称を（ ）内に示した。教科書の記述のまとまった引用には枠線による囲みを付した。本文において、教育内容、および、教育内容構成の論理と特徴、基本的観点等を表現する重要な用語、その他、特に強調を必要とする重要な用語には《 》を付した。

1. 黒表紙教科書における分数の定義の導入過程

— 《商分数の論理》に依拠した定義の位置付けに注目して —

第1章においては、序章において設定した視点および教科書の改訂の順序に従い、黒表紙教科書における分数の定義の導入過程を対象とする分析を試みる。結論を先に示す形になるが、分析に進む前に、本章における分析結果を表の形で次に示しておく。表の内容については、本章の全体を通して説明することになる。

表においては、先に設定した分析の視点(0. 3)を、黒表紙教科書における教育内容構成に即した形で、より具体的な視点として再設定している。すなわち、①②③は分析の視点(2)により、④は分析の視点(3)により、それぞれ再設定した。

表. 黒表紙教科書における、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の位置付け

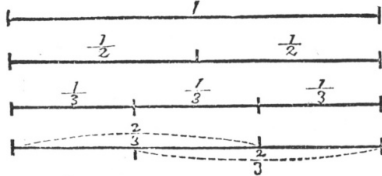
教科書 分析の視点	第1期版	第2期版	第3期版
① 《分割分数の論理》 に依拠した定義の導入時期	第1章「分数」、 第3項目「分数の意義 及び書き方」	第1章「分数」、 第2項目「分数の意義 及び書き方」	第1章「分数」、 第1項目「意義」
② 《商分数の論理》に 依拠した定義の導入時期	第2章「歩合算、附. 小数と分数の関係」、 第2項目「分数を小数 に直すこと」	第1章「分数」、 第13項目「分数の除法 (その1)」、または、 第21項目「分数を小数 に直すこと」	第1章「分数」、 第1項目「意義」
③ 《商分数の論理》 に依拠した定義の、 分数→小数の変形方法 に関する説明の必要性との関係	従属	独立	独立
④ 《分割分数の論理》 に依拠した定義との 《同一性》に関する 説明	有 《長さ》(線分図) を用いた説明	無	有 《長さ》(線分図) を用いた説明

1. 1. 《商分数の論理》に依拠した定義に対する位置付けの低さ

— 第1期版の教科書に見る —

第1期版の教科書においては、まず、《分割分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \div a) \times b\right)$ に依拠した分数の定義が導入される。関連する記述を次にまとめて引用する(第1章「分数」、第3項目「分数の意義及び書き方」)。

分数とは幾分の幾つと唱ふる数にして、1を幾つかに等分したるものの幾倍かのことなり。



此所の教授は分数の意義を会得せしめんことを目的とす。故に計算は総て暗算によらしむべし。

上記の引用に続く一連の諸項目においては、《分割分数の論理》に依拠した定義の適用により、次の3点が説明される。それにより、上記の定義の「明確な会得」が意図されている。

第一に、上記の引用における「計算」とは、具体的には、《分数×整数》、《1－分数》の乗法、減法を意味する（この時点において導入されている分数は《真分数》に止まる）。上記の「計算」は、《分割分数の論理》に依拠した定義の適用により、この定義を「会得せしめんことを目的と」して説明される（第3項目「分数の意義及び書き方」）。第二に、《分割分数の論理》に依拠する定義の適用によって比較的容易に説明可能な四則演算として、《同分母・真分数の加法・減法》、《分数×整数》、《分数÷整数（分子が整数で割り切れる場合）》が説明される。「此所の計算も分数の意義を明確に会得せしめんことを主眼とする」（第4項目「分数の簡易なる計算」）。第三に、《真分数》、《仮分数》についても、《分割分数の論理》に依拠した定義の適用により、次の説明が行われる。「真分数は1を幾つかに等分したるものを、等分したる数よりも少く取りたるものなれば、1より小なり。又仮分数は等分したる数だけか、或は夫よりも多く取りたるものなれば、1に等しきか、或は1よりも大なり。」（第5項目「分数の種類」）。

《分割分数の論理》に依拠した分数の定義に関しては、上記の説明により、その「明確な会得」が図られる。これに対して、《商分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow b \div a\right)$ に依拠した分数の定義が導入されるのは、分数の定義、性質、大小関係、四則演算に関する説明がすべて終了した（第1章「分数」）後においてである（第2章「歩合算 附. 小数と分数との関係」、第2項目「分数を小数に直すこと」）。《分割分数の論理》に依拠した分数の定義の導入から、かなりの時間的な間隔が存在することは明らかである。関連する記述を次にまとめて引用する。

分数はその分子を分母にて割りたるものなり。例. $\frac{2}{3} = 2 \div 3$ $\frac{10}{3} = 10 \div 3$

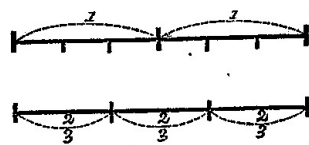
故に分数は割り算に依りて小数に書換へらる。

是までは、分数とは1を分母にて割りたるものを分子だけ集めたるものなりと考へ来れり。此所にて分数の第二の意義を提示し、何れの意義に従ふとも変わり無きことを了解せしむべし。

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3} \quad 2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

(1) 次の分数を小数に直せ。 $\frac{10}{3}$, $2\frac{7}{10}$, $\frac{25}{100}$, ……

(2) 次の分数を小数に化せよ。 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{12}{5}$, ……



上記の引用においては、「分数の第二の意義」として、《商分数の論理》に依拠した分数の定義が導入されている。注目される特徴は、《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、 $\frac{2}{3}$ を具体例とし、《長さ》（線分図）を用いる方法により、「何れの意義に従ふとも変わり無きこと」、すなわち、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義との《同一性》 $\left(\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times 2 = 2 \div 3\right)$ が説明されている点である。

ただし、上記の引用については、次の2点に対する注意が必要がある。第一に、上記の引用に該当する項目は、第1章「分数」ではなく、それに続く第2章「歩合算 附. 小数と分数との関係」である。この事実は、《商分数の論理》に依拠した分数の定義が、分数の教育内容とし

ては構成されていないこと、少なくとも、主要な教育内容としては位置付けられていないことを示している。第二に、項目の名称（「分数を小数に直すこと」）に示されている通り、《商分数の論理》に依拠した分数の定義は、《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性に従属した形で導入されている。

上記の事実が示す通り、第 1 期版の教科書については、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対する位置付けの低さが特徴的である。先に見た通り、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義については、早期に導入されていると同時に、その「明確な会得」を図るための教育内容が具体的な形で構成されている。上記の特徴は、この点との比較においても明らかである。

本節における検討の結果は、第 1 期版の教科書が、《学校数学としての分数論》、すなわち、《分割分数の論理》に依拠した定義を基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論に基礎付けられていることを示している。

1. 2. 《商分数の論理》に依拠した定義に対する主要な教育内容としての位置付け

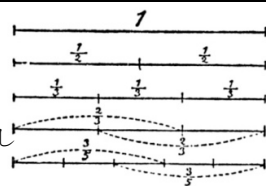
— 第 2 期版の教科書における改訂 —

第 2 期版の教科書について特徴的な点は、《商分数の論理》に依拠した定義に対して、分数の主要な教育内容としての位置付けが明確な形で行われている点である。

第 2 期版の教科書においても、第 1 期版の教科書と同じく、まず、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \div a) \times b\right)$ が導入される。関連する記述を次にまとめて引用する（第 1 章「分数」、第 2 項目「分数の意義及び書き方」）。

分数とは幾分の幾つと唱ふる数にして、1 を幾つかに等分したるものを幾つか集めたるものなり。

分数の意義を授くるには、簡単なる実物図形を用ふべく、且其の実物図形は成るべく等分といふことを明示するに適し、又、等分したるものは幾つにても容易に集め得るものたるべし。



上記の説明に続いて、「分数の意義を会得せしむることを主とする」計算、および、《真分数》、《仮分数》について、《分割分数の論理》に依拠した定義の適用による説明が行われる（第 2 項目「分数の意義及び書き方」、第 3 項目「分数の簡易なる計算」、第 4 項目「分数の種類」）。この点についても、第 1 期版の教科書と同じである。

次に、《商分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow b \div a\right)$ に依拠した分数の定義について見よう。第 2 期版の教科書において注目される特徴は、《商分数の論理》に依拠した分数の定義が第 1 章「分数」において導入されている点である。この事実は、第 1 期版の教科書とは異なり、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、分数の主要な教育内容としての位置付けが明確な形で行われていることを示している。

ただし、先に見た通り、第 2 期版の教科書において、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義は、第 2 項目「分数の意義及び書き方」において導入されていた。これに対して、《商分数の論理》に依拠した分数の定義は、第 13 項目「分数の除法（その 1）」において導入されている。第 1 期版の教科書との比較によれば、2 通りの方法に依拠した定義が同じ章（第 1 章「分

数)」において導入される形に改訂されている点が注目される。ただし、当該の章を構成する項目に注目した場合、導入の時期における間隔の存在は明らかである。

それでは、当該の項目において、『商分数の論理』に依拠した分数の定義は、どのような形で導入されているのであろうか。関連する記述を次にまとめて引用する（第 13 項目「分数の除法（その 1）」）。

$$\text{例. } \frac{1}{2} \text{ を } 3 \text{ にて割ること。 } \frac{1}{2} \div 3 = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} \div 3 = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

総べて分数を整数にて割るには、分母の方に其の整数を掛け、分子は元の通りにして置け。

$$\text{例. } 2 \text{ を } 3 \text{ にて割ること。 } 2 \div 3 = \frac{2}{1} \div 3 = \frac{2}{3}$$

整数を整数にて割りたる商は、被除数を分子とし、除数を分母とする所の分数なり。

上記の引用においては、まず、『分数÷整数』の計算規則 $\left(\frac{b}{a} \div c = \frac{b}{a \times c}\right)$ が示され、次に、その特殊な場合として、『整数÷整数』の計算規則 $\left(b \div a = \frac{b}{1} \div a = \frac{b}{1 \times a} = \frac{b}{a}\right)$ が説明される。次に、その結果に注目する方法により、『商分数の論理』 $\left(b \div a = \frac{b}{a}\right)$ に依拠した分数の定義が導入されている。『商分数の論理』に依拠した分数の定義が、『分数÷整数』の計算規則との関連において、その特殊な場合として位置付けられ、導入されている点が特徴的である⁽³³⁾。ただし、第 1 期版の教科書とは異なり、『分割分数の論理』に依拠した定義との関連（『同一性』）については説明されていない。

『商分数の論理』に依拠した分数の定義については、次の記述においても説明されている。関連する記述をまとめて引用する（第 21 項目「分数を小数に直すこと」）。

$$\text{例. } \frac{3}{8} \text{ を小数に直すこと } \frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$$

是までは、主として分数を、1 を分母だけに等分したるものを分子だけ集めたるものと考え来れり。此の処に於ては、分数は分子を分母にて割りたる数とも考え得ることを教え、次の規則を授くべし。
分数を小数に直すには分子を分母にて割れ。

上記の引用においては、「分数は分子を分母にて割りたる数とも考え得る」として、『商分数の論理』に依拠した分数の定義が導入されている。しかしながら、『分割分数の論理』に依拠した分数の定義との関連については、「とも考え得る」と記されるに止まる。それが可能になる根拠・理由、すなわち、両者の『同一性』が説明されているわけではない。この点に加え、「主として」および「とも考え得る」とする記述には、『学校数学としての分数論』、すなわち、『分割分数の論理』に依拠した分数の定義を基本的あるいは主要な方法による定義、『商分数の論理』に依拠した分数の定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論の存在が示されている。

先に見た通り、第 1 期版の教科書においては、両者の『同一性』 $\left(\frac{b}{a} = \frac{1}{a} \times b = b \div a\right)$ について、具体例に即した形で、『長さ』（線分図）を用いた説明が行われていた。この点との比較によれば、第 2 期版の教科書においては説明の消滅・欠落が特徴的であり、第 1 期版の教科書か

らの明確な後退を示している⁽³⁴⁾。この点に加え、《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性への従属的性格が示されている。この点は第1期版の教科書と共通する特徴である。

本節において見た通り、第2期版の教科書については、《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、第一に、それが分数の主要な教育内容として位置付けられている点が特徴的である。ただし、教育内容構成の具体的な形態については、次の3点も合わせて明らかになった。第二に、導入の時期について、《分割分数の論理》に依拠した定義との間に時間的な間隔が存在している。第三に、《分割分数の論理》に依拠した定義との《同一性》に関する説明を欠落させている。第四に、《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性に従属する形で位置付けられている。

上記の事実、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、未だ、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と同等な位置が付与されるに至っていないわけではないことを示している⁽³⁵⁾。

1. 3. 《商分数の論理》に依拠した定義に対する重要な位置付け

— 第3期版および第3期改訂版の教科書における改訂の進行 —

前節において検討した第2期版の教科書は、義務教育の年限延長に対応する形で、1910（明治43）年度から、全学年において一斉に使用が開始された。これに続く第3期版の教科書は、1918（大正7）年度から、学年進行により使用が開始された。第6学年用の教科書は、1922（大正11）年度から使用が開始された。第3期版の教科書の発行にあたって作成された『修正趣意書』には、分数の定義の導入過程について次の説明がある⁽³⁶⁾。

尋常小学算術書第6学年用の修正の主なるもの左の如し。（中略）

2. 分数第二の意義を第一の意義の直後に授けることとしたこと（第1章「修正要項」）。

分数第二の意義（分数は分子を表す数を分母を表す数にて割つたものなること）の教授は、従来遅きに失すとの説ありたるを以て、第一の意義（分数は1を分母を表す数に等分したものを分子を表す数だけ集めたるものなること）を授けたる後、引續きて授けることとした（第2章「分数の教授」）。

前節において指摘した通り、第2期版の教科書においては、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と、《商分数の論理》に依拠した分数の定義との間には、その導入時期に時間的な間隔が存在していた。この点については、当時の解説書において、「漸々進みて授け」と解説されていた通りである⁽³⁷⁾。これに対して、上記の引用に見られる通り、『修正趣意書』においては、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期について、それが「遅きに失すとの説」が採用されている。この点に加え、「直後に」、「引續きて授ける」とする記述には、導入の時期に存在していた時間的な間隔を短縮化しようとする意図が示されている。本節においては、この意図の具体化を示す事実注目して、第3期版の教科書における分数の導入過程を検討する。

結論を先に示すならば、第3期版の教科書において注目される特徴は、《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、第一に、分数の主要な教育内容として位置付けられている点に加え、第2期版の教科書とは異なり、第二に、導入時期の早期化が図られ、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義に直ちに続く形で導入されている点、第三に、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義との《同一性》を示す説明が行われている点、第四に、《分数→小数の変形方法》

に関する説明の必要性からは独立した形で導入されている点である。

上記 4 点の特徴は、第 3 期版の教科書において、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と同等の位置が付与されるに至ったことを予想させる。この予想は正しいのであろうか。本節においては、上記の特徴について、その具体的な形態を見ることにより、この予想の真否を検証することが課題となる。

第 3 期版の教科書においても、まず、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義が導入される。関連する記述を次にまとめて引用する（第 1 章「分数」、第 1 項目「意義」）。

(1) 次の数は何といふ数か。

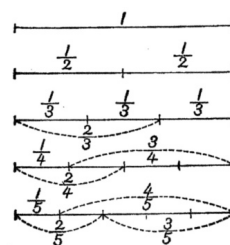
1 を 5 つに等分した数 （中略） 1 を 7 つに等分したものを 2 つ集めた数 （以下略）

(2) 次の分数を書け。6 分の 1 8 分の 5 10 分の 4 12 分の 29 100 分の 73

(3) 次の分数を読み。 $\frac{1}{8}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{4}{17}$ $\frac{35}{23}$ $\frac{39}{80}$

一般に分数とは 1 を幾つかに等分したものを幾つか集めたものなることを授け、十分に之を会得せしめ、然る後、其の書方、読方につきて復習せしむべし。

分数の意義を授くるには、下に示すが如き図形に依り、或は実物を用ふべし。而して、其の図形又は実物は成るべく等分といふことを明示するに適し、且、等分したものを幾つにても容易に集め得るものを選び用ふべし。



上記の引用に続いて、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義を適用する一連の問題が示されている。問題においては、用語《分母》《分子》の意味、《分数と 1 との大小関係》、《同分母分数および同分子分数の大小関係》が説明される（第 1 項目「意義」、(4)～(16)）。第 1 期版、第 2 期版の教科書と同じく、上記の教育内容に関する説明を行うと同時に、それを通して、《分割分数の論理》に依拠した定義について、明確な理解を形成することが目的とされている。

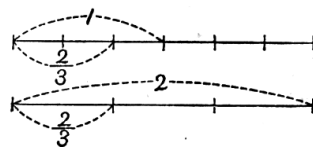
第 3 期版の教科書については、上記の問題に続く、次の記述が注目される（第 1 項目「意義」）。

(17) 2 を 3 で割つた数を分数でいへ。8 を 7 で割つた数をいへ。又 5 を 11 で割つた数をいへ。

此の処に於て、分数は分子を分母にて割りたる数なりとも考へ得ることを授け、次の図解に依りて、

$\frac{2}{3}$ は 1 を 3 等分したものを 2 つ取りたるものなりとも、

又は、2 を 3 等分したものなりとも考へ得ることを了解せしむべし。



上記の引用においては、《商分数の論理》に依拠した分数の定義が、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と同じ項目（第 1 項目「意義」）において、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義の導入に直ちに続く形で、導入されている。この事実は、『修正趣意書』に示されていた方針の転換——「漸々進みて授ける」から、「引続きて授くる」への転換——を具体的かつ明確な形で示す事実として注目に値する。

この点に加え、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入については、次の 2 点も注目に値する。第一に、《分数→小数の変形方法》とは独立した形で導入されている。第二に、《長さ》（線分）を用いる方法により、《分割分数の論理》に依拠した定義との《同一性》

$$\left(\frac{2}{3} = (1 \div 3) \times 2 = (1 \times 2) \div 3\right) \text{が示されている。}$$

しかしながら、上記の事実を根拠として、第3期版の教科書においては、『商分数の論理』に依拠した分数の定義に対して、『分割分数の論理』に依拠した分数の定義と同等な位置が付与されるに至ったと評価することは可能であろうか。本節においては、この点に関する検討が重要な課題となる。

この点について、まず、注意する必要があるのは、教科書における定義の記述である。上記の引用における定義の記述に、その位置付けが具体的な形で示されている。先に見た通り、『分割分数の論理』に依拠した分数の定義については、「一般に分数とは1を幾つかに等分したるものを幾つか集めたるもの」と記されている。これに対して、『商分数の論理』に依拠した分数の定義については、「分数は分子を分母にて割りたる数なりとも考へ得る」と記されている（傍点は引用者による）。上記2点の記述が示す通り、前者については一般的あるいは主要な方法による定義、後者については特殊あるいは付加的な方法による定義として、それぞれ、位置付けられているのである。同等な位置付けでないことは明らかであろう。

次に、上記の見方を根拠付ける事実として、2通りの方法に依拠した分数の定義が、分数および関連する教育内容の説明において、どの程度、適用されているかを見よう。

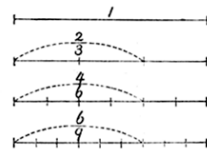
まず、『分割分数の論理』に依拠した分数の定義は、次の5点に対して適用されている（（）内には、当該の記述を含む項目、および、説明の対象となる教育内容を記した）。

- (1) 分母は1を幾つかに等分する数にして、分子は其の等分したるものを幾つか集めたる数なることを教ふべし（第1項目「意義」、用語《分母》《分子》の意味）。
- (2) 分子が分母より小なる分数は、1を幾つかに等分したるものを、其の等分したる数よりも少く取りたるものなれば、1より小にして（以下省略）。（第1項目「意義」、《分数と1との大小関係》）
- (3) 分数は1を分母が表す数に等分したるものを分子が表す数だけ取りたるものなれば、分母相等しくして分子相異なる分数にては、分子が大なる程、其の値大にして、分子相等しくして分母相異なる分数にては、分母が大なる程、其の値小なることを説明すべし（第1項目「意義」、《同分母分数および同分子分数の大小関係》）
- (4) 此の処の暗算は、第1頁に掲げたる分数の意義に依りて計算を行はしむるものとす。（中略）

計算は次の諸例に示すが如き順序にて考へしむべし。 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1}{7} \times 2 + \frac{1}{7} \times 3 = \frac{1}{7} \times (2+3)$ （以下略）

（第2項目「暗算」、《同分母分数の加法の計算規則》）

- (5) 分数の分子と分母とに同じ数を掛くとも、又は之を同じ数にて割るとも、分数の値は変らぬものなることを次に示すが如き図解に依りて了解せしむべし（第5項目「約分」、《約分・倍分の原理》）。



これに対して、『商分数の論理』に依拠した分数の定義は、次の2点に対して適用されるに止まる。

- (1) 分数は分子を分母にて割りたる商と見得るを以て、整数を整数にて割るには、実〔被除数〕を分子とし、法〔除数〕を分母とする分数を作るべし（第14項目「除法、その1」、《整数÷整数》の計算規則）。

(2) 分数は分子を分母にて割りたる商と見得るを以て、分数を小数に直すには分子を分母にて割るべし（第 19 項目「分数を小数に直すこと」、《分数→小数の変形方法》）

上記の事実は、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の適用可能性に関する問題を示している。すなわち、《商分数の論理》に依拠した定義は《整数÷整数》の計算規則、および、《分数→小数の変形規則》の説明においてのみ、適用可能な定義であるのか。分数に関する教育内容の説明においては適用不可能な定義であるのか。

答は否である。明治検定期の算術教科書においては、《分数の性質》に関する説明において、《分割分数の論理》に加え、《商分数の論理》に依拠した定義の適用が試みられていた⁽³⁸⁾。この特徴は、《教育内容となる概念・法則の成立を、定義を根拠・理由とする方法によって説明しようとする観点》の具体化として、現在においても継承・発展を図るべき貴重な遺産として注目に値する。しかしながら、この成果は国定教科書には継承されていない。

本節において見た通り、第 3 期版の教科書においては、「漸々進みて授ける」から、「引続きて授くる」への転換が、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期における早期化、それによる、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義との時間的な間隔の短縮化として具体化されている。この点に加え、《商分数の論理》に依拠した分数の定義が《分数→小数の変形方法》とは独立した形で導入されている点、2 通りの方法に依拠した定義の《同一性》を示す説明が存在する点も重要な特徴である。《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、より重要な位置が付与されているからである。同時に、《初等数学としての分数論》に対する著しい接近を示す事実として注目に値する。

ただし、2 通りの方法に依拠した分数の定義が、分数および関連する教育内容の説明において、どの程度、適用されているか。この点に関する分析の結果と合わせて考えるならば、第 3 期版の教科書においては、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と同等の位置が付与されるに至っていると評価することは困難である。第 3 期版の教科書についても、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義を基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した分数の定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論、すなわち、《学校数学としての分数論》に基礎付けられていると理解することが可能である。

第 3 期改訂版の教科書は、1925（大正 14）年度から、ほぼ学年進行により、使用が開始された。分数が教授される学年は第 6 学年から第 5 学年に変更されている⁽³⁹⁾。第 5 学年用の教科書は 1927（昭和 2）年度から使用が開始された。ただし、本節において見た特徴は、用語《分母》《分子》の説明を除けば⁽⁴⁰⁾、第 3 期改訂版の教科書においても共通する形で存在している。

2. おわりに

黒表紙教科書における分数の定義の導入過程を対象として、教科書の改訂の順序に従い、特に、《商分数の論理》に依拠した定義の位置付けに注目する方法（分析の視点(2)）によって、分析を試みた。その結果、特に第 3 期版の教科書においては、《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、次の 4 点に渡る特徴を備えるに至っていたことが明らかになった。

第一に、分数の主要な教育内容としての位置付け。第二に、《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性からの独立。第三に、《分割分数の論理》に依拠した定義の導入に直ちに続く形による導入。第四に、《分割分数の論理》に依拠した定義との《同一性》を示す説明の存在（分析の視点(3)）。上記の特徴は、第3期改訂版の教科書においても共通する形で成立している。

上記の事実は、黒表紙教科書の改訂過程において、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、より重要な位置が付与されるに至ったことを示している。同時に、《学校数学としての分数論》から《初等数学としての分数論》への著しい接近を示す事実として注目に値する。

しかしながら、分数および分数に関連する教育内容の説明における定義の適用に注目した場合（分析の視点(4)）、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と同等な位置が付与されているわけではなかった。上記4点に渡る変容は、第1期版の教科書において形成されていた《学校数学としての分数論》——《分割分数の論理》に依拠した定義を基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論——を基礎とする形で進行したのである。

本論文において明らかになった国定教科書の改訂に関連する歴史的要因として、教科書の使用経験を基礎とする師範学校からの意見報告、および、分数教授に関する実践的研究の動向が注目される。第4期版の国定教科書（緑表紙教科書）における分数論の形成過程との関連を含め、上記の諸要因に対するアプローチを進めることを今後の課題としたい。

《註》

- (1) 本論文と同じ意味を備えた用語として「分数論」が使用されている事例として次がある。遠山啓『教師のための数学入門（数量編）』国土社、1960年、第9章「分数論」、240ページ。分数について、「二つの自然数の関係」であるとする見方（いわゆる「割合分数」）に対して、「連続量の抽象的表現」であるとする見方（「量の分数」）が示されている。
- (2) 文部科学省『小学校学習指導要領』東京書籍、2008年、49ページ、55ページ。
- (3) 須田勝彦「算数・数学科の教育方法」『現代教育方法事典』日本教育方法学会、2004年、263ページ。
- (4) 教授学研究において、《初等数学としての分数論》、および、その内実としての教育内容・教材構成の形態は、理論的・実証的に解明されるべき対象として存在している。この点に関する最近の取り組みとして、例えば、次を参照。①岡野勉・大田邦郎・山川健太郎・神戸康寿「分数の教育内容・教材構成に関する実験的研究——授業書『新しい数—分数（改訂版）』と実験授業によるその検証」『教授学の探究』第18号、北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室、2001年。②新潟県数学教育協議会・新潟サークル（文責：岡野勉）「授業書『新しい数—分数（改訂版）』による分数の導入——《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一を基本的観点として」『数学教室』第595号、数学教育協議会、国土社、2001年6月。
上記②については、銀林浩による批判がある。③銀林浩「6月号の実践『分数の導入』を評する」『数学教室』第597号、数学教育協議会、国土社、2001年8月、④銀林浩「岡野勉氏『数学教育史の中の分数(1)』を評する」『数学教室』第613号、数学教育協議会、国土社、2002年12月。
批判のポイントは次にある。「どだい新しい概念を導入する際に、2つの意味を同時に教えることは教授学のイロハにも反している」。「だから遠山さん監修の『わかる算数』でも、(2)の商分数は少しあとの方にまわされている」(③)。この批判は、《学校数学としての分数論》に、その基礎を置いている。この事実は、分数論に関する2つの立場の対立が現在においても存在していることを示している。
- (5) 岡野勉「明治検定期算術教科書における分数論の展開」、博士（教育学）学位論文、北海道大学、2012年、

- 第6章「分数の定義の導入過程——《分割分数の論理》と《商分数の論理》の同一性を示す説明に注目して」。
- 初出は、同「明治検定期算術教科書における分数の教育内容構成——第Ⅰ期・前期における定義から加法・減法までを対象として」『カリキュラム研究』第10号、日本カリキュラム学会、2001年。同「明治検定期算術教科書における分数の導入過程——意味付け・説明の方法に注目して」『教育方法学研究』第25巻、日本教育方法学会、1999年。同「分数の定義を根拠とする分数の性質の説明——明治検定期・第Ⅱ期の算術教科書を対象として」『新潟大学教育学部研究紀要』第3巻、第2号、自然科学編、2011年。
- (6) 国定教科書における分数論について、筆者は、次の見方を示したことがある。「黒表紙教科書においては、《分割分数の論理》を主要な意味とし、《商分数の論理》を副次的な意味とする分数論が形成されている。この分数論において、両者は、2つの論理として区別されるのみであり、その同一性については内容に含められていない。そして、この分数論は、現在に至るまで根強く継承されているのである」(岡野勉「数学教育史の中の分数——授業書『新しい数—分数(改訂版)』の歴史的位置付け」『教授学の探究』第20号、北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室、2003年、79ページ)。ただし、この見方は、第3期改訂版の国定教科書を根拠・理由とする見方に過ぎない。これに対して、本論文においては、第3期改訂版に加え、第1期版、第2期版、第3期版の国定教科書を分析対象として設定する。それにより、上記の見方に対する修正および精緻化を図ることを意図している。
- (7) 国定教科書の時期区分、改訂および使用開始時期等については次による。「所収教科書解題」、海後宗臣編『日本教科書大系』近代編、第13巻、算数(4)、講談社、1962年。
- (8) 本文において用いた明治検定期の時期区分(第Ⅰ期・前期、第Ⅰ期・後期、および、第Ⅱ期)は、教育課程に関する法令、制度を指標とする方法ではなく、教科書における教育内容構成に注目する方法によって、筆者が設定した時期区分である。国定教科書についても、明治検定期の時期区分との関連を含めた形で時期区分を設定する可能性または必要性が予想される。ただし、この点については今後の課題とする。
- (9) 仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成』第8巻、教師用書4、算数篇、東京書籍、1983年、616～629ページ。
- (10) 海後宗臣編『日本教科書大系』近代編、第13巻、算数(4)、講談社、1962年。
- (11) 中谷太郎「算数教育のあゆみ(その4)」『数学教室』No. 52、数学教育協議会、国土社、1959年3月、12ページ。
- (12) 例えば、黒表紙教科書(第3期改訂版)においては、分数の定義の導入において、「既に授けたる分数の唱へ方につきて復習し」と解説されている(第5学年、第2章「分数」、第1項目「意義」)。この記述における「分数」とは、「小数を授くる準備として」、「其の数[或数]を幾つかに等分したるものを幾つか集めたるもの」 $\left(X \text{ の } \frac{b}{a} \leftrightarrow (X \div a) \times b\right)$ として定義された「分数」である(第4学年、第2章「小数」、第1項目「唱へ方、書き方2」)。しかしながら、仮に、上記の方法によって定義された分数に関する「復習」を欠落させたとしても、分数の定義の導入(第5学年)に何らかの支障が発生するわけではない。
- (13) 遠山啓は、分数の意味付けの方法として、『割合』(《比》)、《操作》、《量》を示している。『遠山啓著作集 教育論シリーズ5 量とは何か—I 内包量・外延量』太郎次郎社、1978年、46～48ページ。ここではこの区別に依拠する。分数を定義する方法については、本論文の序章、第3節「方法」、参照。
- (14) 中谷太郎「日本数学教育史12 黒表紙教科書(その3)」『数学教室』No. 163、数学教育協議会、国土社、1967年5月、40～43ページ。中谷太郎著・上垣渉編『日本数学教育史』亀書房、日本評論社、2010年、94～102ページ、所収。
- (15) 中谷太郎「算数教育のあゆみ(その4)」『数学教室』No. 52、数学教育協議会、国土社、1959年3月、13ページ。
- (16) 遠山啓・長妻克亘『量の理論——水道方式の基礎』明治図書出版、1962年、79ページ。
- (17) 中谷太郎「算数教育のあゆみ(その4)」『数学教室』No. 52、数学教育協議会、国土社、1959年3月、13ページ。

- (18) 中谷太郎「算数教育のあゆみ (その4)」『数学教室』No. 52、数学教育協議会、国土社、1959年3月、14ページ。
- (19) 中谷太郎「算数教育のあゆみ (その4)」『数学教室』No. 52、数学教育協議会、国土社、1959年3月、13ページ。
- (20) 遠山啓・長妻克亘『量の理論——水道方式の基礎』明治図書出版、1962年、78～80ページ。
- (21) この指摘（「藤沢は、分数を操作にしようとした」）においては、黒表紙教科書における教育内容構成が、藤澤利喜太郎の算術教育論の直接的な具体化として理解されている。この点は先行研究に見られる全般的な特徴である。しかしながら、この理解は、少なくとも分数の定義・説明に関する限り、適切な理解ではない。この点については、例えば次の説明を参照されたい。「原来分数は、掛け算の逆なりと云ふ視点の下に於て、割り算の範囲を推し広めんが為めに出で来りたるものにして、分数は何処までも推し広められたる意味に於ける数なり」（藤澤利喜太郎『算術条目及教授法』丸善株式会社書店、三省堂書店、1895（明治28）年、193ページ）。「割り算の剰余を処分するに際して説明せるが如く、実〔被除数〕が法〔除数〕よりも小なる場合に於て、実の下に横線を引き、其下に法を書きて、以て商を書き表はしたるものを新らしき数として考へたるものを分数と称す。此解釈若しくは此の解釈よりして誘導し得るものの外には分数の正当なる解釈あることなし」（藤澤利喜太郎編纂『算術小教科書』上巻、第5版、大日本図書、1902（明治35）年、明治35年11月28日、文部省検定済、中学校数学科用教科書、157～158ページ）。上記の引用に示されている通り、藤澤利喜太郎の算術教育論において、分数は、《商分数の論理》に依拠する方法によって定義されるに止まる。「藤澤は分数を割り算における商であるとした」（須永辰美「黒表紙教科書の内容構成の原理」『教授学の探究』第6号、北海道大学教育学部教育方法学研究室、1988年、25ページ）のである。この方法によって定義された分数を、《量》あるいは《操作》を用いて説明しようとする観点は設定されていない。
- (22) 杉岡司馬・中島健三・片桐重男・北山巽・中川三郎「座談会 分数指導の総点検——分数概念について」『新しい算数研究』第63号、新算数教育研究会、東洋館出版社、1976年6月、4ページ。この座談会は、「分数概念について歴史的にどういう変遷をたどってきたかということを中心にして、望ましい分数概念の指導について考え」ることを目的とする座談会である。本文の引用は、この座談会に提出された、杉岡司馬による基調提案「分数概念の導入についての比較」に関する説明の一部である。
- (23) 大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三『分数と小数』小学校算数教科教材研究叢書5、新興出版社・啓林館、1957年、88ページ。
- (24) 遠山啓『教師のための数学入門（数量編）』国土社、1960年、262～263ページ。
- (25) 遠山啓『教師のための数学入門（数量編）』国土社、1960年、255ページ。
- (26) 遠山啓「数学教育の基礎」『岩波講座 現代教育学』第9巻、数学と教育、岩波書店、1960年。
- (27) 大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三『分数と小数』小学校算数教科教材研究叢書5、新興出版社・啓林館、1957年、87ページ。先に見た通り、分数に関する主要な教育内容は、第1期版の国定教科書においては高等小学校第2学年において、第2期版、第3期版の国定教科書においては第6学年において、それぞれ構成されていた（0. 2）。
- (28) 大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三『分数と小数』小学校算数教科教材研究叢書5、新興出版社・啓林館、1957年、83～91ページ。
- (29) 大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三の先行研究においては、本文の引用に続いて、「これは当時の中学校の教科書で分数の第1と第2の意味を併列して出しているのとは全く異なるところである」と指摘されている（89ページ）。この指摘に関連して、例えば、藤澤利喜太郎編『算術教科書』（1897（明治30）年）においては、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に続く形で、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義が導入されている。ただし、両者の《同一性》を示す説明は行われていない。文字通り、両者が「併列」されるに止まっている（藤澤利喜太郎編纂『算術教科書』上巻、第2版、1897（明治30）年、大日本図書、明治31年10月14日、文部省検定済、尋常中学校数学科用教科書、第5編「分数」、第1項目「分数の緒論」）。上記の指

摘はこの事実を指すと見られる。この事実を含め、当時における中学校の教科書は黒表紙教科書との相違性が強い。ただし、この点に関する検討は今後の課題とする。

- (30) 遠山啓・長妻克亘の先行研究について指摘した通り、黒表紙教科書（第3期改訂版）においては、《長さ》（線分）を用いる方法により、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義と《商分数の論理》に依拠した分数の定義の《同一性》を説明する図が、その解説と合わせた形で掲載されている。大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三の先行研究においても、この図と解説については、「教師用書に、つぎのような注を加えている」として引用されるに止まり、説明内容に関する検討を欠落させている（89～90ページ）。
- (31) 杉岡司馬・中島健三・片桐重男・北山巽・中川三郎「座談会 分数指導の総点検 ― 分数概念について」『新しい算数教育』第63号、新算数教育研究会、東洋館出版社、1976年6月、7ページ。
- (32) 中谷太郎の先行研究においては、小数の導入に分数が用いられている点が注目され、その方法の変化が、第3期改訂版を含むすべての版について検討されている。中谷太郎「算数教育のあゆみ（その4）」『数学教室』No. 52、数学教育協議会、国土社、1959年3月、12ページ。
- (33) 第13項目「分数の除法（その1）」については、当時においても、「算術書には別に注意はないが、所謂分数の第二意義は之に依つて授けられる」とする解説が存在する（高橋喜藤治「分数の教授に就いて」『教育研究』第165号、東京高等師範学校附属小学校初等教育研究会、1917（大正6）年5月、58ページ）。ただし、これに対して、当該項目においては、「まだ分数の第二意義を教へない」、「後には、之 $[b \div a = \frac{b}{a}]$ 」を分数の第二意義として教へることになる」とする見方が存在していた（川上瀧男『国定算術教科書の活用』教育新潮研究会、1915（大正4）年、183ページ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所蔵）。この見方によれば、第13項目「分数の除法（その1）」における主要な教育内容は、《分数÷整数》の計算規則、および、その特殊な場合としての《整数÷整数》の計算規則である。《商分数の論理》に依拠した定義については、説明の結果として導かれる副次的な教育内容として位置付けられるに過ぎない。《商分数の論理》に依拠した定義は、第21項目「分数を小数に直すこと」において、初めて、主要な教育内容として位置付けられ、導入されることになる。
- (34) 当時の解説書においては、《分割分数の論理》に依拠した定義との《同一性》に関する説明の必要性が指摘されている。第2期版の教科書における説明の欠落を補う、その意味において重要な指摘として次に引用しておく。ただし、第1期版の教科書との比較において、説明の方法に特に重要な特徴が見られるわけではない。「第二意義による分数と第一意義（中略）と其の大きいさの相等しいことは、実物又は図形について示して置くがよい。例へば、1尺の糸を4等分して3つ取つたものは、3尺の糸を4等分したものと相等しいといふことを示すが如きである」（川上瀧男『国定算術教科書の活用』教育新潮研究会、1915（大正4）年、186ページ）。
- (35) 第2期版の教科書における分数の定義の導入過程について、当時の解説書には次の説明がある。「注意 分数の意義に2様あり。 $\frac{3}{4}$ は1を4等分したる3つと云ふことと、3を4等分したる1つと云ふことなり。初めて分数に入りたるときは初めの意義により、後に次の意義を漸々進みて授け、初めて分数の意義の一般を知らしむるを可とす」（『尋常科第6学年用 国定算術教材詳解』東京啓発舎事務局、第21版、1915（大正4）年、4ページ）。この引用においては、まず、「漸々進みて授け」とする記述が存在する。この記述においては、本文において指摘した特徴、すなわち、導入の時期における時間的な間隔の存在が指摘されている。次に、「分数の意義の一般」という言葉は何を意味するのか。本文において指摘した通り、第2期版の教科書においては、《分割分数の論理》、《商分数の論理》、2つの論理に依拠した定義の《同一性》に関する説明は存在しない。この点によれば、この言葉は両者の単なる《並列》を意味するに止まり、その意味内容に両者の《同一性》は含まれていないと理解することが可能である。
- (36) 文部省編纂『尋常小学算術書第6学年教師用児童用修正趣意書』、国定教科書共同販売所、1924（大正13）年、74～75ページ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所蔵。仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成』第12巻、編纂趣意書2、東京書籍、1983年、118～119ページ。

- (37) 『尋常科第6学年用 国定算術教材詳解』東京啓発舎事務局、第21版、1915（大正4）年、4ページ。
- (38) 岡野勉「分数の定義を根拠とする分数の性質の説明——明治検定期・第Ⅱ期の算術教科書を対象として」『新潟大学教育学部研究紀要』第3巻、第2号、自然科学編、2011年。
- (39) この点については次の説明がある。「第5学年に於ける修正の主要なるものは第2編に於て分数を授くることとなせる点なり。（中略）元来分数の計算は困難なるものにして、之に熟達するは容易ならず。然れども之によく慣るゝことは応用問題を解く上に極めて必要のことなり。第5学年に於て分数を授くることとなせるを以て、尋常小学校に於て之を練習するの時期長くなりたるは甚だ好都合なり」（文部省編『尋常小学算術書修正趣意書』日本書籍、1931（昭和6）年、23～24ページ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所蔵。仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成』第12巻、編纂趣意書2、東京書籍、1983年、135ページ）。この説明によれば、第6学年から第5学年への移動は、「練習するの時期」を「長く」することにより、分数の計算に「熟達する」あるいは「よく慣るゝ」必要性が重視された結果であった。それは、第5学年を対象とする分数教授の可能性、あるいは、分数教授の困難性を克服する可能性に依拠した措置ではなかった。
- (40) 第3期改訂版の教科書においては、用語《分母》《分子》について、「横線の上の数」「下の数」として説明されるに止まっている（第2章「分数」、第1項目「意義」）。第3期版の教科書とは異なり、《割分分数の論理》に依拠した分数の定義を適用した説明（「1を幾つかに等分する数」、「等分したものを幾つか集めたる数」）は消滅している。この事実は何を意味するのか。用語《分母》《分子》の説明は、《商分数の論理》に依拠した分数の定義との《同一性》を示す説明の前に位置付けられている。この位置付けによれば、この事実を、《商分数の論理》に依拠した分数の定義との関連が考えられた結果として理解することは困難である。

《付記》

本研究は、2013～2015年度、日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究(C)）「初等数学の教育内容構成に関する実験的・歴史的研究——分数教授の歴史と構想」（課題番号25381016、研究代表者、岡野 勉）による研究成果の一部である。