



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	電磁界解析を用いた電気機器の最適設計に関する研究
Author(s)	佐藤, 孝洋
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第11766号
Issue Date	2015-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k11766
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/58927
Type	doctoral thesis
File Information	Takahiro_Sato.pdf



平成26年度

博士論文

電磁界解析を用いた
電気機器の最適設計に関する研究

A Study on Design Optimization of Electric Devices and Machines
Based on Electromagnetic Field Analysis

2015年3月

北海道大学
大学院情報科学研究科
システム情報科学専攻
電磁工学研究室

佐藤 孝洋

本論文は北海道大学に
学位授与の要件として提出した学位論文である.

佐藤孝洋

審査委員：	主査	五十嵐 一	教授
	副査	小笠原 悟司	教授
		北 裕幸	教授
		野口 聡	准教授

電磁界解析を用いた 電気機器の最適設計に関する研究

佐藤孝洋

概要

同期電動機やパワーインダクタ等の、電磁現象を利用した電気機器は、多様な電気製品の重要な構成要素であり、高効率設計が強く望まれている。そのため与えられた制約・仕様の下で電気機器の性能を限界まで引き出す最適設計が重要である。しかし、電気機器の最適設計は電磁現象に精通した技術者が経験則に基づき試行錯誤的に行われている側面が強い。そこで電気機器の最適設計を補助ないし自動化するため、電磁界の有限要素解析と最適化技術を組み合わせた電気機器の最適化手法が近年注目されている。

本研究では、電気機器の最適設計を高度化する新たな 2 つの手法を提案する。1 つは非適合ボクセル有限要素による 3 次元形状のパラメータ最適化である。非適合ボクセル要素を用いることで、有限要素解析に用いる 3 次元メッシュを従来法に比べて高速にかつ動的に変更できる。この方法を用いて、昇圧回路用インダクタの最適化を行う。もう 1 つは新たな on/off ベースのトポロジー最適化法の提案である。トポロジー最適化は形態の変化も許容した最適化法であり、形状の表現能力が高く、初期概念設計に有効な方法である。従来法では、実現の困難な複雑形状が発生してしまう問題があったが、この問題を解消する新たな方法を提案し、これを同期電動機の最適設計に応用する。

上記に加えて、最適化で検討した有限要素解析を応用し、電磁誘導型振動発電の設計を行う。振動発電は微小振動から電力を回収する機構であり、無線センサーの電力源として注目されている。ここでは、有限要素法による評価に基づき、広帯域・高出力な振動発電を設計する。

キーワード：パラメータ最適化，トポロジー最適化，遺伝的アルゴリズム，振動発電

*北海道大学 大学院情報科学研究科システム情報科学専攻，博士論文，SSI-MT79125035，
2015 年 2 月 12 日

A Study on Design Optimization of Electric Devices and Machines Based on Electromagnetic Field Analysis[†]

Takahiro Sato

Abstract

Electromagnetic machines and devices, such as motors and inductors, are one of the important components in various electronics products. There is, thus, a great demand for high efficiency the electromagnetic machines and devices. For this reason, design optimization techniques have been attracted attention in order to maximize the performance under some constraints and specifications.

Because the devices and machines are sometimes optimized by the try and errors based on the designer's experiences, numerical optimization method which is based on the finite element (FE) analysis are necessary.

In this work, two optimization methods are proposed to advance the numerical optimization method of electromagnetic devices. First, parameter optimization based on the nonconforming voxel FEM is proposed, by which FE meshes for 3D shapes can be drastically generated with low computational cost. The inductor for boost circuit is optimized using the proposed method. Next, a new on/off-based topology optimization method is also proposed. Topology optimization, in which the topology of the shapes can be changes, can seek for the optimum shapes with high shape representation ability, and is thus effective to find innovative and initial conceptual designs. Although the conventional on/off-based method often finds complicated shapes which is not suitable for manufacture, a new method is proposed to overcome this problem. The proposed method is applied to the optimization of the synchronous motor.

Moreover, as an application of the FE analysis, a new vibration energy harvester is designed. Vibration energy harvester, which transforms the vibration energy into electric energy through magnetic induction, has been receiving attentions as a power source of wireless sensor ICs. In this work, based on the FE analysis, a harvester with both higher output and wider operational bandwidth is designed.

Keywords: Parameter Optimization, Topology Optimization, Genetic Algorithms, Vibration Energy harvester

[†] Doctor's Thesis, Division of Systems and Information Engineering, Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University, SSI-MT79125035, 12th, February, 2015.

目 次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	2
1.1.1	電気機器の 3 次元形状パラメータ最適化	2
1.1.2	電気機器のトポロジー最適化	2
1.1.3	電気誘導型振動発電の広帯域化	3
1.3	本論文の構成	3
第 2 章	電気機器の設計最適化	5
2.1	コンピュータによる設計最適化	5
2.2	電磁界の有限要素法	6
2.2.1	支配方程式	6
2.2.2	有限要素法	7
2.3	最適化問題	8
2.3.1	最適化問題の設定	8
2.3.2	最適化問題の解法	9
2.3.3	代表的な確率的探索法	10
2.4	遺伝的アルゴリズム	12
2.4.1	遺伝的アルゴリズムの概要	12
2.4.2	実数値遺伝的アルゴリズム	13
2.4.3	世代交代モデル	14
2.4.4	多親交叉	15
2.4.5	多目的遺伝的アルゴリズム	19
2.4.6	GA における制約条件の扱い : Oracle ペナルティ法	20
2.5	遺伝的アルゴリズムの数値実験	24
2.5.1	テスト関数	24
2.5.2	最適化の設定	25
2.5.3	最適化結果	26
2.6	2 章のまとめ	33
第 3 章	3 次元形状パラメータ最適化	35
3.1	パラメータ最適化の概要	35
3.2	階層型非適合ボクセル要素	36
3.2.1	階層型非適合ボクセル FEM	36
3.2.2	ボクセル要素における非適合接続	37
3.2.3	非適合ボクセル要素有限要素法	41

3.2.4	階層型非適合ボクセルメッシュの生成法	42
3.2.5	接続行列の作成方法	44
3.2.6	非適合ボクセル要素における節点要素の扱い	45
3.2.7	非適合ボクセル要素における電流項の扱い	48
3.3	数値実験	52
3.3.1	非適合ボクセル FEM の精度評価	52
3.3.2	シールドモデルの 3 次元パラメータ最適化	56
3.3.3	非適合ボクセル FEM の精度評価 2 - 均質化と電磁力	58
3.4	昇圧回路用フェライトインダクタの最適化	61
3.4.1	問題の背景	61
3.4.2	直流重畳下のインダクタンス解析	62
3.4.3	昇圧回路の回路連成解析	65
3.4.4	インダクタの最適化問題の設定	68
3.4.5	インダクタの最適化結果	70
第 4 章	トポロジー最適化	75
4.1	トポロジー最適化の概要	75
4.2	レベルセット法	75
4.2.1	レベルセット法の概要	75
4.2.2	レベルセット法の実装	77
4.3	フェーズフィールド変数によるレベルセット法	81
4.3.1	フェーズフィールド法	81
4.3.2	フェーズフィールド変数を用いたレベルセット法	82
4.3.3	シールド問題の最適化	84
4.3.4	IPM モータ問題の最適化	87
4.4	進化型 on/off 法	91
4.4.1	進化型 on/off 法の基礎	91
4.4.2	正規化ガウス関数ネットワークを用いた on/off 法	93
4.4.3	シールド問題の最適化	96
4.4.4	NGnet 法における Greedy 法の採用	97
4.4.5	IPM モータ問題の最適化	100
4.4.6	複数材料を考慮したトポロジー最適化	105
4.4.7	複数材料を考慮した IPM モータのトポロジー最適化	107
4.5	NGnet 法による IPM モータの最適化と試作	112
4.5.1	最適化問題の設定	112
4.5.2	最適化結果	114
4.5.3	最適化結果の考察	116
4.5.4	最適化モデルのトルク特性の測定	122
4.5.5	4.5 節のまとめ	124
4.6	4 章のまとめ	125

第 5 章	電磁界解析を用いた電磁誘導型振動発電の設計	127
5.1	環境発電	127
5.2	振動発電	128
5.2.1	振動発電の方式	128
5.2.2	振動発電の基本発電特性	130
5.2.3	振動発電の設計指針と各方式の長所	131
5.3	電磁誘導型振動発電	133
5.3.1	振動発電の設計指針	133
5.3.2	Bistable 構造による広帯域化	137
5.4	振動発電のシミュレーション	139
5.4.1	振動発電の支配方程式	140
5.4.2	振動発電の有限要素解析	140
5.4.3	振動発電の連成解析	142
5.4.4	連成解析精度検証	144
5.4.5	非線形振動発電の連成解析	146
5.5	Bistable 振動発電の動作実験	151
5.5.1	bistable 振動発電の試作	151
5.5.2	bistable 振動発電の実験結果	153
5.5.3	bistable 振動発電の振動波形のリアプノフ指数	155
5.6	振動発電の縮約解析	157
5.6.1	モデル縮約	157
5.6.2	移動物体の MOR : Block-MOR	161
5.7	bistable 振動発電の出力改善へ向けて	164
5.7.1	閉磁路構造の採用	164
5.7.2	実験	166
5.8	5 章のまとめ bistable 振動発電の出力改善へ向けて	170
第 6 章	総括	171
付録		173
謝辞		181
参考文献		183

図目次

2.1	形状最適化の基本的な流れ	5
2.2	パレート解の概念図(目的関数が2つのとき)	9
2.3	GA の流れ	13
2.4	SPX における子遺伝子の生成範囲(遺伝子サイズが3の場合)	16
2.5	大域降下方向の推定法	16
2.6	REX ^{star} の子個体生成範囲	17
2.7	REX ^{star} +JGG による最適化の流れ	18
2.8	SPEA2 におけるランクの評価の例	20
2.9	Oracle ペナルティ法による修正目的関数	23
2.10	Oracle パラメータに修正目的関数の変化	23
2.11	Sphere 関数の最適化結果	27
2.12	Ellipsiod 関数の最適化結果	27
2.12	k-tablet 関数の最適化結果	27
2.13	k-tablet 関数の最適化結果	27
2.14	Rosenbrock 関数(chain)の最適化結果	28
2.15	Bohachevsky 関数の最適化結果	28
2.16	Schaffer 関数の最適化結果	28
2.17	Rastrigin 関数の最適化結果	29
2.18	最終的な解の標準偏差	30
2.19	鏡映個体の有無による Sphere 関数の最適化結果	31
2.20	鏡映個体の有無による Ellipsiod 関数の最適化結果	31
2.21	鏡映個体の有無による k-tablet 関数の最適化結果	31
2.22	鏡映個体の有無による Rosenbrock 関数(chain)の最適化結果	32
2.23	鏡映個体の有無による Bohachevsky 関数の最適化結果	32
2.24	鏡映個体の有無による Schaffer 関数の最適化結果	32
2.25	鏡映個体の有無による Rastrigin 関数の最適化結果	33
2.26	鏡映個体の有無による最終的な解の標準偏差の違い	33
3.1	パラメータ最適化における形状の表現	35
3.2	階層型非適合ボクセル要素	37
3.3	非適合ボクセル FEM のマスター辺とスレーブ辺	38
3.4	マスター辺とスレーブ辺の座標の対応	39
3.5	非適合ボクセルメッシュの例(2次元断面)	43
3.6	接続行列生成アルゴリズム	45
3.7	節点の非適合接続	46
3.8	導体境界上の非適合節点	48

3.9	単純円状コイルにおける T	49
3.10	磁気シールドモデル	52
3.11	リアクトルモデル	53
3.12	非適合ボクセルメッシュに要した計算時間	54
3.13	メッシュ生成時間の商用ソフトウェアとの比較	55
3.14	シールドモデルの非適合ボクセルメッシュ	55
3.15	リアクトルモデルの非適合ボクセルメッシュ	55
3.16	非適合ボクセルメッシュの解析精度	56
3.17	最適化計算における目的関数 F_{sh} の推移	57
3.18	シールドモデルの最適化結果	58
3.19	境界に位置する要素の均質化	59
3.20	検証モデル 1 - 単純アクチュエータ	59
3.21	検証モデル 2 - インダクタモデル	60
3.22	昇圧回路 TPS61240(Texas Instruments 社)のモデル図	62
3.23	磁気エネルギー密度の増分	64
3.24	インダクタの磁性コアに用いるフェライト材の磁気特性	66
3.25	連成解析のテストに用いたインダクタ形状	67
3.26	昇圧回路の連成解析結果	67
3.27	ヒステリシス損と銅損の割合	68
3.28	負荷電流に対するインダクタ電流波形	68
3.29	最適化対象となるインダクタモデル	68
3.30	インダクタ最適化のパレートフロント	70
3.31	パレート解のインダクタ形状	71
3.32	最適化したインダクタによる昇圧回路の効率解析	72
3.33	最適化インダクタの回路動作時の電流	72
3.34	試作した最適化インダクタ	73
3.35	試作した最適化インダクタによる昇圧回路の効率測定結果	73
4.1	レベルセット関数の定義	76
4.2	レベルセット法における初期形状の設定	78
4.3	フェーズフィールド変数	81
4.4	ボックスシールドモデル	84
4.5	シールド問題で想定する BH カーブ	84
4.6	ランダム形状からはじめた際の解形状	86
4.7	グレー透磁率からはじめた際の解形状	86
4.8	ランダム形状からはじめた際の目的関数値の推移	87
4.9	IEEJ-D モデル	87
4.10	グレー透磁率からはじめた際の解形状	90
4.11	D モデル形状からはじめた際の解形状	90
4.12	グレー透磁率からはじめた際の解形状	91
4.13	on/off 法における形状表現	92

4.14	フィルタリングを用いた on/off 法の流れ	93
4.15	NGnet の出力	94
4.16	シールド問題で用いるガウス基底の配置(96 個)	96
4.17	NGnet 法によるシールド問題の最適化結果	97
4.18	目的関数の評価回数に対する目的関数の推移	97
4.19	Greedy 法の処理フロー	98
4.20	GA+Greedy 法によるシールド問題の最適化結果	99
4.21	目的関数の評価回数に対する目的関数の推移	100
4.22	NGnet 法における多目的修正 IA のアルゴリズム	101
4.23	IPM モータ問題におけるガウス基底の配置(58 個)	102
4.24	NGnet 法により得られたパレート解集合	103
4.25	NGnet 法により得られた解形状	103
4.26	制約を考慮して NGnet 法により得られたパレート解集合	104
4.27	制約を考慮して NGnet 法により得られた解形状	105
4.27	NGnet による複数材料分布の考慮	107
4.29	複数材料分布を考慮した IPM モータ最適化の設計領域	108
4.30	磁石の磁化曲線と減磁	109
4.31	複数材料考慮の IPM モータ問題におけるガウス基底配置	110
4.32	平均適応度の推移	111
4.33	最適化により得られた解形状	111
4.34	8 極 36 スロットモータモデル	112
4.35	オリジナルモデルの設計領域	113
4.36	オリジナルモデルにおけるガウス基底の配置	114
4.37	最適化過程での最良解の推移	115
4.38	最適化により得られた形状	116
4.39	最適化モデルの CAD による再現	117
4.40	最適化モデルのトルク波形	117
4.41	U 相の無負荷誘起電圧の比較	118
4.42	コギングトルクの比較	118
4.43	磁石上部のバリア形状の検討	119
4.44	異なるバリア形状でのトルク波形	119
4.45	d 軸と q 軸のインダクタンス	120
4.46	磁石磁束量	120
4.47	マグネットトルクとリラクタンストルクの変化	121
4.48	電流位相角に対するトルク特性の変化	121
4.49	試作した最適化モデル	122
4.50	測定された最適化モデルのトルク波形	123
4.51	電流位相角に対するトルク特性の測定結果	124
5.1	無線センサーを利用したネットワークシステムの例	127
5.2	圧電素子を用いた振動発電	128

5.3	静電誘導による振動発電	129
5.4	磁歪素子を用いた振動発電	129
5.5	電磁誘導型振動発電	130
5.6	振動発電の周波数 vs 発電量の特性	131
5.7	シリンダ型振動発電	135
5.8	Duffing 振動子の解($\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=0.05$)	136
5.9	Duffing 振動子の解($\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=2$)	137
5.10	Duffing 振動子の周波数特性($\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=0.05$)	137
5.11	bistable 振動発電のポテンシャルエネルギー	138
5.12	bistable 振動発電の例	138
5.13	bistable 振動発電の挙動	139
5.14	2つのメッシュの非適合接続を用いた解析	141
5.15	交互解法による連成解析の流れ	143
5.16	解析精度検証用振動発電	144
5.17	実験器具の構成	144
5.18	周波数 vs 発電量	145
5.19	変位と負荷電圧の時間変化	146
5.20	非線形振動発電モデル	147
5.21	想定するフェライト材 BH カーブ	147
5.22	磁性体径に対する電磁力	148
5.23	非線形振動発電のポテンシャルエネルギー	149
5.24	解析した非線形振動発電の発電量	150
5.25	解析した非線形振動発電の発電量	151
5.26	試作用 bistable 振動発電	152
5.27	圧粉磁芯を使用した際のポテンシャルエネルギー	153
5.28	振動発電の起電力	153
5.29	試作した bistable 振動発電	154
5.30	振動発電の実験により得られた周波数特性	155
5.31	実験により得られた変位と電圧の時間変化波形	155
5.32	周波数スイープによる発電特性	156
5.33	入力加速度に対する負荷電圧の変化	156
5.34	図 5.31(a)の変位波形から復元したアトラクタ	157
5.35	実験データから求めた平均リアプノフ指数	158
5.36	リアプノフ指数のダイアグラム	158
5.37	MOR テスト用振動発電モデル	160
5.38	MOR テスト用振動発電モデルの有限要素モデル	161
5.39	スレッド数に対する計算時間	161
5.40	MOR による解析時間と精度	161
5.41	Block-MOR	162
5.42	評価に用いるブロック	163

5.43	Block-MOR による振動発電の解析	163
5.44	磁石側基底数の変化に対する性能評価	164
5.45	改良型 bistable 振動発電	167
5.46	H2-harvester の閉磁路構造	167
5.47	改良型 bistable 振動発電のポテンシャルエネルギー	168
5.48	試作した H2-harvester	167
5.49	H1-harvester の発電量	168
5.50	H1-harvester の挙動	168
5.51	H2-harvester の発電量	169
5.52	H2-harvester の挙動	169
5.53	基準位置が 0.2mm ずれた際のポテンシャルエネルギー	170

表目次

2.1	実数値 GA の数値実験におけるパラメータ設定(REX ^{star})	25
2.2	実数値 GA の数値実験におけるパラメータ設定(SPX)	26
2.3	実数値 GA の数値実験におけるパラメータ設定(BLX)	26
3.1	非適合ボクセルメッシュ生成アルゴリズムにおける M_1 と M_2 の値	44
3.2	非適合ボクセルメッシュ生成アルゴリズムにおける M_{n1} の値	48
3.3	検証モデル 1 における電磁力の解析精度	60
3.4	検証モデル 2 におけるインダクタンスとヒステリシス損の解析精度	61
3.5	インダクタ最適化における最適化パラメータの設定	70
4.1	シールド問題における最適化設定	96
4.2	シールド問題における最適化設定	99
4.3	IPM モータ問題における最適化設定	102
4.4	複数材料考慮の IPM モータ問題における最適化設定	110
4.5	8 極 36 スロットモータモデルの諸元	113
4.6	最適化モデルとオリジナルモデルの比較	116
4.7	最適化モデルとオリジナルモデルの比較	124
5.1	試作した振動発電機の諸元	167

第 1 章 序論

1.1 研究背景

モータやアクチュエータ等に代表される電気機器は、多様な工業製品に使用されている重要な構成要素である。それゆえ、電気機器の性能を改善することは様々な製品の性能の改善に直結している。省エネルギー化という社会的な要望を実現していく上で、電気機器の効率・性能の改善が重要さを増している。このような理由から、電気機器の設計開発においては、与えられた制約を満たしつつ、機器の性能を限界まで引き出す最適設計が必要となっている。一般に、電気機器の設計においては、設計者の電磁気学的知見や経験を元に機器の形状が設計され、CAD (Computer Aided Design) ソフトウェアを用いた電磁界解析を行って、所望の性能を満たしているかを評価し、形状に修正を加えていく。このとき、電磁界解析は一般に有限要素法が用いられることが多い。しかし、熟練した技術者であっても、所望の性能を有する電気機器を設計することは容易ではなく、設計と有限要素解析を何度も繰り返して適切な形状を設計しなければならない。さらに設計仕様の高度化や、それを受けた電磁界解析技術の進歩により、電磁界解析用 CAD ソフトウェアを使用する技術者には解析技術に関する一定の知識が求められるようになっている。このため、電気機器の最適設計には、設計者に多大な負担をかける作業となっている。

上述した問題点を解消するため、電気機器の最適設計を自動化ないし補助する技術が必要とされ、盛んに研究が行われている。最適設計をコンピュータに担わせることができれば、設計者が繰り返していた設計と解析の作業を自動化することができ、設計者の負担を減らしつつ、製品開発にかかる時間が短縮されることが期待できる。さらに設計という作業をコンピュータに任せることで、設計者の先入観が排除され、従来にはなかった新しい形状を設計できる可能性がある。

本研究では、電気機器の最適設計を実現する方法として、機器形状の最適化について扱う。形状の最適化法には主に二つの方法がある。ひとつはパラメータ最適化(寸法最適化)と呼ばれる方法である。この方法では設計対象の機器形状を表現する長さや幅などのパラメータ(設計変数ベクトル)を設計者が定義し、その値を最適化することで所望の形状を獲得する方法である。表現可能な形状が限定されてしまう欠点があるが、設計者の知見を適切に生かして設計変数を定義できれば、少ない計算時間で実用上十分な性能の形状を獲得できる可能性が高い。もうひとつはトポロジー最適化と呼ばれる方法である。この方法は設計変数を用いず、位相構造の変化も許容して動的に形状を変化させる方式である。このため非常に形状表現の自由度が高い手法である。設計変数の定義が不要であり、設計者の先入観を極力排した最適設計が可能である。そのため、従来にない革新

的な形状を設計するための着想を得ることができる可能性もある。これら形状の最適化手法と電磁界の有限要素解析を組み合わせることで、電気機器の形状の最適設計を行うことができる。このような技術はかねてから研究されていたが、前述の通り、電気機器の設計仕様の高度化や、電磁界解析技術の進歩を受けて、より高度な最適設計が必要とされている。

1.2 研究目的

本研究の目的は、電気機器の設計高度化を支援ないし自動化する機器形状の最適化技術を提案することである。本研究では、3次元形状のパラメータ最適化手法と、工学的に実現可能な形状を容易に獲得できるトポロジー最適化手法についての検討を行う。これらの問題は従来法では実現が困難であったが、設計高度化にあたり今後重要さを増す分野である。

さらに最適化に用いる有限要素法の応用として、電磁誘導型振動発電の特性解析と、その結果に基づくデバイスの設計を行う。振動発電とは微小な振動源から小電力を回収する環境発電の一方式である。振動発電は、無線センサーを自律動作させるための電力源として注目されている。振動発電の実用化にあたり、より高性能な機器形状を設計する必要がある、最適化で用いた技術を応用することで新たな機器形状の設計を行う。

1.2.1 電気機器の3次元形状パラメータ最適化

電磁界の有限要素解析は、計算機資源との兼ね合いからかつては2次元形状の解析が主流であった。しかし実際の機器は誘導機などのように3次元的な形状をしているものが多く、2次元での解析では実機との特性に差異が生じてしまっていた。ところが近年の計算機性能の向上により、3次元形状の電磁界解析を一般的なデスクトップコンピュータでも解析することが容易となった。これに伴い、設計の現場においても3次元形状の解析が広く行われており、3次元形状の最適設計を補助する必要がある。ところで、3次元形状の有限要素解析を行うためには、事前に機器形状に合わせた有限要素メッシュが必要である。2次元形状に比べ、3次元形状のメッシュ生成は非常に計算負荷の重い処理である。最適設計においてはメッシュを機器形状に合わせて何度も変更するため、メッシュ生成に要する計算負荷が無視できない。さらに最適設計においてはメッシュ生成を自動化する必要があるが、3次元形状に応じたメッシュを生成する場合は要素の裏返りが生じる恐れがある。

そこで本研究では、上記の問題を解決するため、階層的なボクセル要素を用いた有限要素法を導入し、それに基づくパラメータ最適化法を提案する。この方法を磁気シールド問題やインダクタの設計問題に応用し、その効果を検証する。

1.2.2 電気機器のトポロジー最適化

トポロジー最適化は設計変数を設定する必要が無く、形状表現の自由度が極めて高い。

そのため、従来にない革新的な形状を設計するための着想を得ることができる可能性があり、設計工程の初期における概念設計に有用である。その反面、形状表現の自由度が高すぎるために、工学的に実現の困難な形状が得られてしまう場合が多い。例えば磁性コアが空中に孤立している、過度に複雑な材料境界が得られてしまう、などである。

本研究では、上述の問題を解消する新たな方策として、ガウス関数ネットワークを用いた形状表現法を提案する。この方法を埋込磁石同期電動機の回転子形状の最適化に応用する。

1.2.3 電磁誘導型振動発電の広帯域化

振動発電とは微小な振動源から小電力を回収する環境発電の一方式である。振動発電は、無線センサーを自律動作させるための電力源として注目されている。実用化にあたっては、デバイスの発電量を増加させることが第一であるが、それに加えて、発電可能な周波数帯域を拡大する必要がある。このような設計を実現するには数値解析に基づき、事前に機器の特性を把握して設計を進めること、すなわち最適設計が有効である。

そこで上述した3次元形状パラメータ最適化に用いる階層的なボクセル要素の応用として、振動発電の広帯域化を実現する最適設計を行う。

1.3 本論文の構成

この節では、本論文の構成について述べる。

第1章は、本研究の目的・背景について述べる。第2章では、電気機器の形状最適化に用いる有限要素法の基本や最適化アルゴリズムについてまとめる。第3章ではボクセル要素を用いた3次元形状パラメータ最適化について述べる。第4章では、トポロジー最適化についてまとめる。第5章では、振動発電の数値解析と動作実験の結果を述べる。最後に6章で結論を述べる。

なお本研究では、同期電動機などのほかにも、磁気シールドなどの一般には“電磁機器”と呼ばれる機器も対象としているが、これらを総称して電気機器とする。

第 2 章 電気機器の設計最適化

2.1 コンピュータによる設計最適化

電気機器の要求仕様の高度化に伴い、設計者にかかる負担は年々増加している。コンピュータによる機器形状の設計最適化は、従来設計者が試行錯誤的に行っていた最適設計の一部ないし大部分を計算機に任せることを可能にする手法である。以降、本論文では電気機器形状の設計最適化を「形状最適化」と略記する。(最適設計の分野において“形状最適化”は一般には別の意味を指すので注意されたい。)

形状最適化の基本的な流れを図 1 に示す。最初に、設計者が最適化の目標を数式で表し、最小化(最大化)する目的関数と、満足すべき制約条件を定義する。次にパラメータ最適化を行う場合は機器形状を表現する設計変数(Design variables)を、トポロジー最適化の場合は機器の形状を変化させる領域(Design region, 設計領域)を設定する。その後、表現された形状の特性を有限要素法により解析し、目的関数と制約条件を評価する。機器形状を変化させてこの流れを繰り返す。任意の終了条件を満たすまでこの反復を繰り返して、最終的な形状を得る。以上が形状最適化の基本的な流れである。最適化後には、得られた形状の検討を行う。形状最適化で得られる解はコンピュータが最適化手法にしたがって機械的に導いた解であるため、得られた形状が妥当であるか、問題設定の段階で考慮していない事項がないか等、様々な方向から解の有効性・妥当性を検証する必要がある。

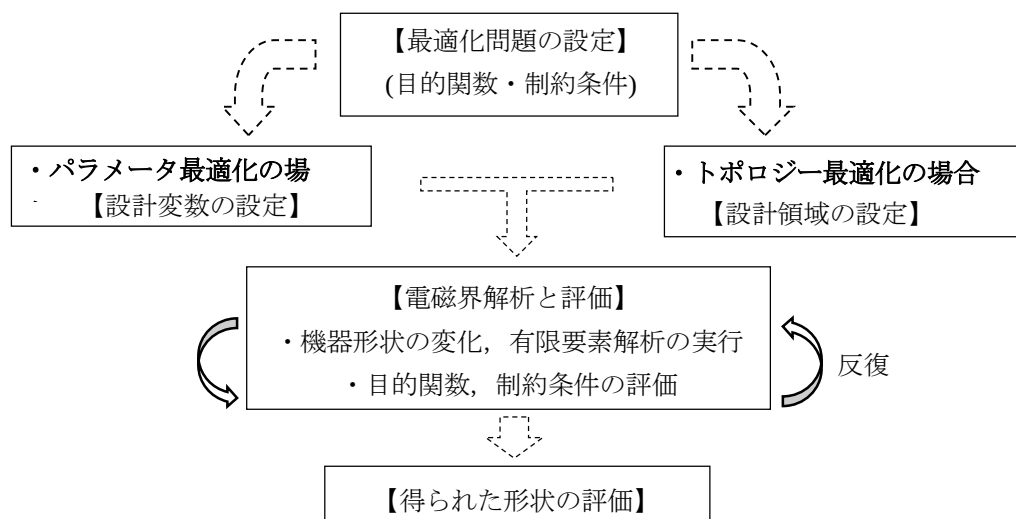


図 2.1 形状最適化の基本的な流れ

形状最適化において、どのように機器形状を変化させ、解を探索するかは用いる最適化アルゴリズムによる。パラメータ最適化の場合、例えば勾配法を用いるとすれば、設計変数に対する目的関数の感度を取り、目的関数値が改善する方向へ設計変数を変化させる。遺伝的アルゴリズムなどの確率的探索法を使用する場合は交叉・突然変異などのオペレータに従い設計変数を変更する。いずれの場合も、新たに得られた設計変数に応じて機器形状をモデル化し、電磁界の有限要素法により機器の特性を解析する。

上記のとおり、与えた最適化問題に対して、どのように機器形状(設計変数)を変化させ、解を探索するかと、与えられた機器形状をどのように解析するかは、それぞれ基本的に独立した問題である。設計者が解きたい問題に応じ、適切な最適化アルゴリズムを用いることで効率的に解を得ることができる。

2.2 電磁界の有限要素法

この節では、形状最適化において、機器形状の特性を評価するために用いる電磁界の有限要素法について述べる。有限要素法の基礎についてはすでに多くの文献[1-4]があり、本節では概説するにとどめる。

2.2.1 支配方程式

本研究では、直流～数 MHz の交流で動作する電気機器について扱う。動作周波数が数 MHz 以下の場合、電磁界を記述するマクスウェル方程式において変位電流の項を無視することができる。一般に変位電流を無視でき、後述する渦電流を考慮しなくてよい問題を静磁場問題という。また、渦電流を考慮する問題を準定常問題という。本研究で扱う電磁界はアンペアの法則により、以下の支配方程式で記述することができる。

$$\nabla \times v(\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 \quad (2.2.1)$$

ここで $\mathbf{A}$ は磁気ベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}_0$ は強制電流密度、 $v=1/\mu$ は磁気抵抗率である。ただし交流磁場中に導電率 σ の導体があった場合は渦電流が生じるため、式(2.2.1)の $\mathbf{J}_0$ 加えて渦電流 $\mathbf{J}_e$ が右辺に加わる。渦電流密度 $\mathbf{J}_e$ はオームの法則により電界 $\mathbf{E}$ を用いて以下のように表すことができる。

$$\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E} \quad (2.2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{A}) \quad (2.2.3)$$

ここでベクトル公式： $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$ により電気スカラーポテンシャルが定義でき、式(2.2.3)を次式のように記述できる。

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (2.2.4)$$

式(2.2.4)を式(2.2.2)に代入し、式(2.2.1)に加えることで以下を得る。

$$\nabla \times v(\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla \phi \dots\dots\dots (2.2.5)$$

さらに渦電流が連続であるという条件を以下のように導入する。

$$\nabla \cdot \left(-\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla \phi \right) = 0 \dots\dots\dots (2.2.6)$$

式(2.2.5)と式(2.2.6)が、渦電流がある際の支配方程式である。

2.2.2 有限要素法

有限要素法では、解析したい領域をメッシュと呼ばれる細かな小領域に分割し、各要素の節点ないし辺に未知変数を与える。そして各要素内での物理量を、未知変数による簡単な関数で補間して表現する。解析領域内で渦電流を考えない場合は辺のみに、渦電流を考える場合は一般に辺と節点に未知変数を割り当てる。

支配方程式に対して Galerkin 法を適用することで、有限要素法で解くべき方程式を導出できる。式(2.2.1)に Galerkin 法を適用すると以下の式が得られる。

$$\iiint_V \mathbf{N}_i \cdot (\nabla \times v \nabla \times \mathbf{A}) dV = \iiint_V \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J}_0 dV \dots\dots\dots (2.2.7)$$

ここで $\mathbf{N}_i$ は辺 e_i のベクトル補間関数である。式(2.2.7)にベクトル公式を適用して整理すると以下の弱形式が得られる。

$$\iiint_V v(\nabla \times \mathbf{N}_i) \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) dV = \iiint_V \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J}_0 dV \dots\dots\dots (2.2.8)$$

ここで $\mathbf{A}$ を各有限要素内で補間関数により表現して整理すると、式(2.2.8)は以下のような行列形式で記述することができる。

$$\mathbf{K}\mathbf{A} = \mathbf{b} \dots\dots\dots (2.2.9)$$

$$(\mathbf{K})_{i,j} = \iiint_V v(\nabla \times \mathbf{N}_i) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_j) dV \dots\dots\dots (2.2.10)$$

$$(\mathbf{b})_i = \iiint_V \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J}_0 dV \dots\dots\dots (2.2.11)$$

ここで $\mathbf{A} = \{A_i | i=1,2,\dots,N_e\}$ は有限要素メッシュ内の N_e 個の辺に与えられた未知変数からなるベクトルである。行列 $\mathbf{K}$ は対称行列であり、式(2.2.9)は前処理つき共役勾配法などの対称マトリクスソルバにより解くことができる。より詳しくは文献[1-4]などを参照されたい。

電気機器に用いられる電磁鋼板などの強磁性材料には、一般に磁束密度 $\mathbf{B}$ と磁界 $\mathbf{H}$ の間に非線形な関係がある。すなわち式(2.2.9)において、磁気抵抗率 v は解ベクトル $\mathbf{A}$ に対する非線形性があり、正しくは $v=v(\mathbf{A})$ と書くことができる。印加する電流が小さく、機器が線形領域で動作する場合には v を適当な一定値でおき、式(2.2.9)を解けばよい。

しかし一般には非線形性を考慮した解析が必要である。

磁気非線形性を考慮した有限要素解析にはニュートンラフソン法が広く用いられている[5-7]。いま、式(2.2.9)の残差： $\mathbf{G}(\mathbf{A})=\mathbf{KA}-\mathbf{b}$ を考える。 $\mathbf{G}(\mathbf{A})$ に対してニュートンラフソン法を適用し、残差が減少する方向へ $\mathbf{A}$ を以下のように逐次更新して解を得る。

$$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} + \delta \mathbf{A} \\ \text{where } \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}} \delta \mathbf{A} = -\mathbf{G} \dots\dots\dots (2.2.12)$$

これに関しても詳細は文献[1-7]などを参照されたい。

2.3 最適化問題

前章で概説した有限要素解析は、最適化計算中に得られた形状の特性を解析するために用いられる。解析の結果に基づきどのように形状を変化させ解を探索するか、言い換えれば、設定した最適化問題をどのように解くかは、最適化アルゴリズムにより決まる。この章では形状最適化問題を解くために用いる手法についてまとめる。

2.3.1 最適化問題の設定

目的関数が1つである単目的最適化問題は以下のように定式化される。

$$\underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} F(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in S \dots\dots\dots (2.3.1)$$

$$S = \{ \mathbf{x} \mid g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i=1, \dots, N_1, \quad h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j=1, \dots, N_2 \} \dots\dots\dots (2.3.2)$$

ここで $\mathbf{x}$ は設計変数ベクトル、 $F(\mathbf{x})$ は目的関数である。 S は $\mathbf{x}$ の実行可能領域であり、 N_1 、 N_2 はそれぞれ不等式制約、等式制約の数である。設計変数ベクトル $\mathbf{x}$ は例えばパラメータ最適化の場合、 $\mathbf{x}$ は長さなどに相当し実数値をとる。後述するトポロジー最適化の方法の1つであるon/off法などでは0/1の離散値をとる。単目的最適化の目的は実行可能解の中から $F(\mathbf{x})$ が最も小さくなる $\mathbf{x}$ を見つけることである。すなわち、

$$F(\mathbf{x}^*) < F(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in S \dots\dots\dots (2.3.3)$$

となるベクトル $\mathbf{x}^*$ を得ることである。このときの $\mathbf{x}^*$ を大域的最適解とよぶ。

実問題では、目的は1つではなく複数ある場合が多い。このような問題を多目的最適化問題という。多目的最適化は P 個の目的関数 $F_0(\mathbf{x}), \dots, F_P(\mathbf{x})$ を最小化する解ベクトルを得ることである。ただし各目的関数はトレードオフの関係になっている場合が多く、完全最適解が存在するとは限らない。したがって多目的最適化では単一の解を得るのではなく、パレート解の集合を見つけることが目的となる[8, 9]。パレート解とは「他の解と比べて完全に劣っているとは言えない解」であり、以下のように定義される。

- ある個体 $\mathbf{x}^*$ が, 目的関数が P 個存在する問題に対して $F_i(\mathbf{x}^*) \leq F_i(\mathbf{x}), i=1, \dots, P$ であり, 1つ以上の i に対して $F_i(\mathbf{x}) \leq F_i(\mathbf{x}^*)$ となるような $\mathbf{x}$ が存在しないとき, $\mathbf{x}^*$ をパレート解という.
- 1つ以上の i に対して $F_i(\mathbf{x}) < F_i(\mathbf{x}^*)$ となるような $\mathbf{x}$ が存在しないとき, $\mathbf{x}^*$ を弱パレート最適解という.

また, パレート解, 弱パレート解以外の解は, 他の解よりも劣っている解ということから劣解と呼ばれる. パレート解の集合が張る曲面を, パレートフロントと呼ぶ. パレート解の概念を図 2.2 に示す. なお, 求められたパレート解からどの解を採用するかは設計者が目的に応じて判断する.

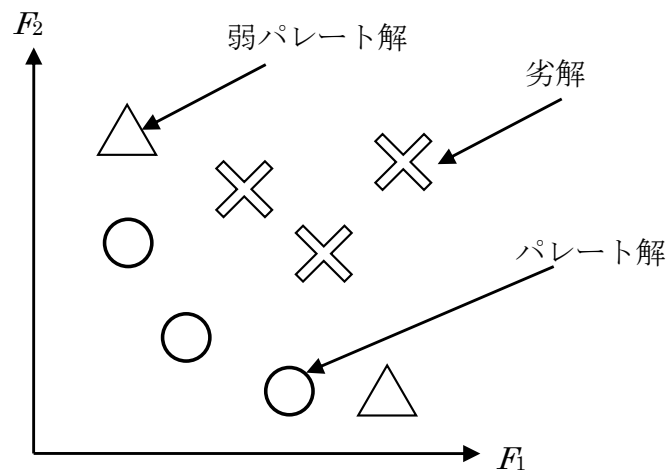


図 2.2 パレート解の概念図(目的関数が2つのとき)

多目的最適化を解く最も単純な方法は, 複数ある目的関数に重みをつけて足し合わせ, 単目的最適化問題として扱うことである. 重みを適当に変えて複数回の単目的最適化問題を解くことで, パレートフロントを得ることができる. しかし同様の最適化を複数回行うという冗長な計算が必要になる. さらに, パレートフロントが凸でない場合, 重みをどのように設定しても得られない解の範囲が存在する[10]. そのため, 可能であれば単目的問題におとさず, 多目的問題をそのまま扱うほうが良い.

2.3.2 最適化問題の解法

設計者が設定・定式化した最適化問題を解き, 最適化を求める手法が最適化アルゴリズムである. すべての最適化問題を解くことができる万能なアルゴリズムはないとされている. 問題に応じて適当な最適化アルゴリズムを用いることで少ない計算時間でよい解を得ることができる.

実数値設計変数を対象とした最適化問題において, 目的関数が設計変数で微分可能である場合は, 勾配法が有用な場合が多い. たとえば,

$$\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x} - \alpha \frac{dF(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \dots\dots\dots (2.3.4)$$

として設計変数を逐次更新していくことで解を得る手法である。勾配法に基づく方法は目的関数が単峰の凸関数であれば大域最適解を得ることが可能である。しかし目的関数に多峰性がある場合は初期に与えた設計変数により、得られる解が依存してしまい、局所解に陥る場合が多いという問題がある。ただし局所解であっても工学的に十分な性能を持つ“妥当解”であることも多く、一概に局所解が悪いとはいえない。また当然ながら、勾配法に基づく方法は、目的関数が設計変数で微分不可能な場合は使用できない。

実数値設計変数を対象とした最適化問題で勾配法が有効ではない場合や、離散変数を対象とした最適化問題では別の最適化アルゴリズムを用いることになる。また、電気機器の最適化問題においては、目的関数の微分計算が難しい場合が多い。これらの問題ではメタヒューリスティクスな最適化法が用いられる。メタヒューリスティクスな方法としては貪欲法(Greedy method)やローゼンブロック法(Rosenbrock method)[11]などに代表される直接探索法と、遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA)に代表される確率的探索法が挙げられる。確率的探索法は幅広い問題に対して適用でき、大域的に解を探索することが可能である。ただし得られた解に対して極小性などは一切保証されない。また、どのような解が得られるかはアルゴリズム中で用いる乱数系列により決まるため、最適化計算のたびに得られる解が変わってしまう。

上記のような問題点はあるものの、広い問題に適用可能である利点を鑑み、本研究では確率的探索法を用いた最適化法について検討する。

2.3.3 代表的な確率的探索法

前述したように「すべての最適化問題を解くことができる万能なアルゴリズムはない」といわれている。それに応じて、多様な確率的探索法が提案されている。すべてを網羅することは困難であり、この項では代表的な確率的探索法をいくつか取り上げてまとめる。

● 遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA)[9, 12]

GA は進化型計算の代表といえる方法である。この手法は自然界の生物の進化から発想を得た探索手法であり、最適化問題や人工知能などの多くの分野で応用されている。

GA は、与えられた問題に対する設計変数を染色体 (Chromosome)として各個体がそれぞれの値を保持する。なお、個体を持つ設計変数は上記のように元々は染色体と呼ばれていたが、近年では遺伝子(Gene)とよぶ方が一般的となりつつある。ランダムな遺伝子を持つ個体を複数個生成して初期の個体集団とする。初期集団に対して淘汰、交叉、突然変異といった操作を行う。各個体を問題への適応度に応じて評価し、適応度の高い個体を残すという処理を繰り返し実行する。この流れを繰り返すことで生物が進化するように段々と良い評価をもつ個体が生き残っていく。このようにして解を探索する方法である。

GA は進化計算の代表であり、そこから派生した様々な方法が存在する。例えば GA の処理の中に生物の免疫系の仕組みを模倣した処理を導入した免疫アルゴリズム(Immune Algorithm: IA)[13]がある。また、旧来の GA は遺伝子を bit-string として扱うが、実数値

設計変数を対象とする場合は遺伝子を実数として扱う実数値 GA(Real-coded Genetic Algorithm)[14, 15]があり、実数値問題では bit-string に比べて高い探索性能を持つ。

- 粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO)[16]

PSO は群知能の一種である。各粒子の位置を設計変数とし、GA と同様に複数の粒子をランダムに生成する。また、各粒子は位置に加えて速度の情報をもち、この値も粒子生成の際に初期化される。生成された粒子は速度にしたがってランダムに飛び回るが、各粒子の速度は最適化計算の中で発見した最も評価がよい位置を向くように徐々に修正される。これにより、粒子を段々とよい解の方向へ移動させることで大域的に解を探索させつつ、よい解へ収束させる。

- 分布推定アルゴリズム(Estimation of Distribution Algorithm: EDA)[17-19]

EDA は GA が探索に用いてきた交叉や突然変異などのオペレータの代わりに統計力学の考えに基づいたオペレータにより、個体を生成する方法の総称である。それまで得られた個体を元に良好な個体群の確率分布を推定し、その分布に従って子個体を生成して解を探索する。

- 焼きなまし法 (Simulated Annealing: SA)[20]

焼きなましとは一度高温で溶かした金属をゆっくりと冷却することで、原子配列が規則正しく並び変わることを利用し、より安定な材料を作る技法である。これを計算機上で模擬した方法が SA である。SA では、設計変数を目的関数が改善する方向に変化させていく。ただし、目的関数が改悪する方向へ変化させることを一定の割合で許可する。最適化計算の初期にはこの割合を高くし、徐々にその割合を下げしていく。この操作により、大域的に解を探索する。最適化計算中に、十分に緩やかに改悪を許容する割合を低下させることにより、理論的には確率 1 で大域最適解が得られる。この点が他の確率的探索法とは異なるが、実用的な時間でそれを実現することは難しい。

上記以外にも、進化戦略(Evolution strategy: ES)[21]、Ant Colony Optimization(ACO)[22]、差分進化(Differential Evolution: DE)[23]などの方法がある。それぞれに長所・短所があり、一概にどの方法が優れているということはできない。また、それぞれの方法に事前に設定すべきパラメータが複数存在するため、問題に応じてそれらのチューニングが必要となり、その結果によっても探索性能が大きく左右される。

本研究では、GA をベースとして最適化アルゴリズムの検討を行う。次節では GA について詳説する。

2.4 遺伝的アルゴリズム

2.4.1 遺伝的アルゴリズムの概要[9, 12]

GA は、与えられた問題に対してランダムに生成した初期の個体集団に対し、淘汰、交叉、突然変異といった操作を行う。各個体を問題への適応度に応じて評価し、適応度の高い個体を残すという処理を繰り返し実行する。これらの処理の流れを図 2.3 に示す。

GA は、基本的に以下に示すような流れで処理される。

(1) 個体集団の初期化

ある数の個体からなる集団を生成する。各個体は遺伝子(2 進のビット列からなる)を持つ。遺伝子は個体生成時にランダムで初期化される。

(2) 適応度の評価

集団を構成する各個体の適応度を計算し、終了条件を満たすか確認する。終了条件は問題や設計者によって決定されるが、集団の中にあらかじめ決めた適応度を持つ個体が出現した場合や、世代数があらかじめ決めた数になった場合などが使われることが多い。適応度の計算方法は基本的により良い個体が高い適応度になるようにする。

(3) 淘汰

集団の中で適応度が高い個体を次世代に生き残らせ、低いものを集団から消去する。生き残る個体を選ぶ方法にはいくつかの種類がある。適切な方法で淘汰することにより、高い適応度を持つ個体が生き残るようにする。主にエリート戦略、ルーレット戦略などの手法がある。

(4) 交叉

淘汰によって生き残った個体の中から、ランダムに個体対(両親)を選択し、両親の遺伝子の特徴を受け継ぐような、新たな個体(子)を生成する。二つの個体間である一点(交叉点)を境に遺伝子コードを入れ替える「一点交叉」、複数の(交叉点で遺伝子コードを複数の区間に分け、区間単位で遺伝子コードを入れ替える「多点交叉」などの方法があり、問題によって適切に選ぶ必要がある。

(5) 突然変異

突然変異は、遺伝子の一部をある確率で変化させる操作である。変化させる遺伝子コードの数によって 1 点突然変異や複数点突然変異がある。

突然変異終了後は、再び(2)に戻り、適応度を計算、淘汰、交叉を繰り返す。これを数世代にわたって行うことで、より適応度の高い個体が生成される。

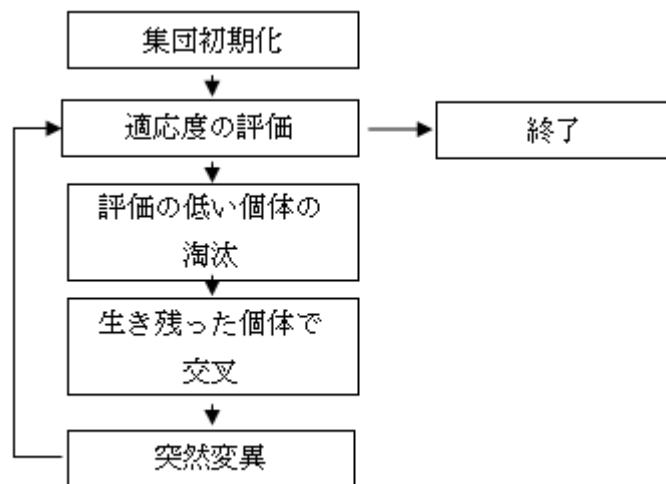


図 2.3 GA の流れ

単目的の最適化問題を解くために GA を使用する場合は、遺伝子を設計変数とし、遺伝子の値を引数として目的関数に代入したときの値を適応度とすればよい。ただし GA は基本的に最適化問題を無制約問題としてしか取り扱えないアルゴリズムであるため、制約条件がある問題では、遺伝子が制約を満たしていない場合にペナルティ関数を適応度に加える必要がある。詳しくは 2.4.6 項で述べる。

2.4.2 実数値遺伝的アルゴリズム

GA は前述のようにビットストリングの遺伝子表現を用いる。そのため、パラメータ最適化のような実数値の設計変数をとる最適化問題に GA を用いる場合は、エンコーディングとデコーディングが必要になる。しかしこれらの処理により目的関数の景観が失われてしまうため、GA を用いた実数値関数の最適化の性能は低い水準にとどまる。そこで、遺伝子をビットストリングではなく、実数値ベクトルで表現する手法が開発されている[14]。この手法は実数値遺伝的アルゴリズム(Real-coded Genetic Algorithms: RCGA)と呼ばれる。遺伝子の表現方法が伝統的なビットストリング GA とは異なっているため、前項で述べた処理のうち交叉や淘汰の処理は、RCGA にあわせて修正された方法が用いられる。これらの手法を用いる場合はビットストリング GA のように突然変異オペレータを使用せずに有望な解を見つけることができる。

RCGA の交叉や淘汰の設計にあたり、機能分担仮説[24]とそれに基づいた交叉・淘汰の設計指針[25]が考えられ、機能分担仮説に基づき設計された手法の有効性が示されている。機能分担仮説では、交叉と淘汰に与える役割を明確に以下のように分けて設計すべきと提唱している。

- 交叉：個体群の情報を可能な限り活用しつつ、新たな探索点を生成するべきである。個体群を確率分布と捉え、交叉オペレータを親個体から子個体群への確率分布の変換操作とみなしたとき、子個体を生成する領域は親個体が分布している領域に生成することが望ましいと考えられる。

- 淘汰: 良い個体を選択し, 探索空間内において重点的に探索すべき領域(個体群)を示すことにあつとする. 淘汰オペレータの設計にあつては多峰性の性質を考慮し, 最適化の初期には広く個体を分布させ, 徐々に探索範囲を限定していくように設計するべきである.

上記の考え方に基ついた交叉オペレータの設計指針として, 以下が示されている.

- 統計量遺伝:
交叉により生成される子個体の分布は, 親個体の分布の平均・共分散行列を保存するように設計することが望ましい. 特に共分散行列の保存は設計変数間の依存関係が強い問題において重要であると考えられる.
- 多様な解の生成:
統計量遺伝という拘束の下では, できるだけ多様な解を生成する能力を持つべきと考えられる.
- ロバスト性:
探索をよりロバストにするためには, 子個体の分布は統計量遺伝を満たす分布をわずかに拡大したものが望ましいと考えられる.

2.4.3 世代交代モデル

2.4.1 項で述べたように, GA では集団の中から親を選んで子個体を多数生成し, 集団と子個体群の中から特定の個体を淘汰して次世代の集団とする. このとき, 集団の中から親を選ぶ方法, 親と子の中から次世代に残す個体を選ぶ方法を合わせて「世代交代モデル(Generation Alternation Model)」という[9]. 伝統的ビットストリング GA ではエリート戦略やルーレット選択などがこれに該当する. RCGA では, MGG(Minimal Generation Gap)[26]や SPC[27]などが提案されている.

機能分担仮説に基ついて世代交代モデルを設計するにあつては, 最適化の初期段階においては集団の遺伝子の多様性を維持して探索を行い, 徐々に解が収束していくことが望ましい. 多様性を維持するには集団サイズを大きく取ればよいが, 個体数を増やしすぎると解の収束速度が遅くなり最適化に要する世代数が増えてしまう. そのため集団サイズに頼らずに多様性の維持するように世代交代モデルを設計する必要がある.

機能分担仮説に基つき設計された交叉オペレータを用いる際に有効な世代交代モデルとして, JGG(Just Generation Gap)が提案されている[15, 28]. JGG の世代交代は以下のように行われる.

1. 複製選択: 個体群から n_p 個の個体をランダムに選択し, 親個体群とする.
2. 子個体の生成: 親個体群に対して交叉を繰り返し適用し, n_c 個の子個体を生成する.
3. 生存選択: 評価が上位の n_p 個の子個体を選び, 親と入れ替える. 評価にかかわらず親はすべて淘汰する.

JGG では, 次世代に残る個体は子個体に限定され, 交叉に参加した親は全て淘汰される. エリート選択を用いないことで局所解からの脱却を促し, 親全てを子と入れ替えることで個体群の変化を大きくし, 解の探索を促進する. なお, アルゴリズムの過程でエリート個体は保存しないが, それとは別に最適化計算中の最良個体を保存しておき, それを最終的な解とする方法が適当であろう.

2.4.4 多親交叉

ビットストリング GA とは異なり, RCGA の交叉では 2 個体以上の親を用いて子個体を生成する手法が開発されている. 特に機能分担仮説に基づき設計された交叉オペレータには複数の親を用いた手法が多い. それらは統計量遺伝に基づき親個体の平均ベクトルと共分散行列を維持するように設計されている. ここでは多親交叉のうち, 悪スケール性や変数間依存性などに対応した交叉オペレータである SPX[29]と REX^{star}[15]について述べる.

SPX(Simplex Crossover)は複数の親個体群が張る多角形領域内に一様に子個体を生成する. まず, 設計パラメータが n 個ある場合, 集団から $n+1$ 個の親 $\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_n$ をランダムに選択する. 親の重心 $\mathbf{g}$ を以下で計算する.

$$\mathbf{g} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \mathbf{x}_i, \dots \quad (2.4.1)$$

次に以下の式に従って, $\mathbf{p}_0, \dots, \mathbf{p}_n$, $\mathbf{c}_0, \dots, \mathbf{c}_n$ を計算する.

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{g} + \varepsilon(\mathbf{x}_k - \mathbf{g}) \dots \quad (2.4.2)$$

$$\mathbf{c}_k = \begin{cases} 0 & \text{if } k = 0 \\ r_{k-1}(\mathbf{p}_{k-1} - \mathbf{p}_k + \mathbf{c}_{k-1}) & \text{else} \end{cases}, \dots \quad (2.4.3)$$

ここで $k=0,1,\dots,n$ であり, r_k は範囲[0,1]の一樣乱数 u から以下の式で変換される値である.

$$r_k = u^{\frac{1}{k+1}}. \dots \quad (2.4.4)$$

最後に子個体の遺伝子 $\mathbf{c}$ を以下で得る.

$$\mathbf{c} = \mathbf{p}_n + \mathbf{c}_n. \dots \quad (2.4.5)$$

$\mathbf{c}$ はすなわち, 親個体の遺伝子が張る多角形領域内で一様に決定される. 図 2.4 に 3 親を用いた場合の子個体生成領域を示す. なお, 式(2.4.2)の ε は $\sqrt{n+2}$ とすると, 親個体の平均値と共分散行列が保存され, 統計量遺伝の条件を満たす. SPX は親個体の遺伝子が張る多角形領域をわずかに拡大した領域に子個体を生成する.

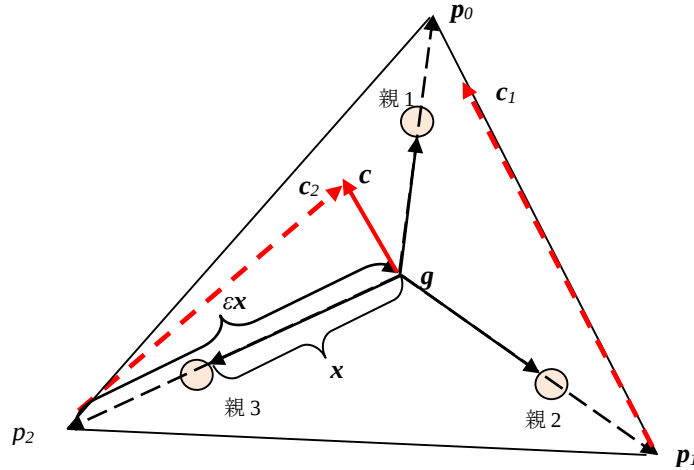


図 2.4 SPX における子遺伝子の生成範囲(遺伝子サイズが 3 の場合)

SPX は初期個体群の張る凸包内に最適解がある場合は有効に働くことが多い．しかし凸包内に最適解がない場合，親個体の張る領域を僅かに拡大した範囲しか探索しないため，最適解に到達することは容易ではない．

初期個体群が最適解を覆っていない状況では，統計量遺伝の考えに基づき親個体の重心を維持することにこだわると初期収束の原因となる．この場合，親個体の重心を最適解が存在するとみられる方向(大域降下方向)に移動して子個体を生成するのが有用と考えられる．この考えに基づいて REX^{star} (Real-coded Ensemble Crossover^{star})が提案された．

まず， REX^{star} では以下の方法を用いて大域降下方向を推定する．

1. K 個の親個体が与えられたとき，親個体の重心 $\mathbf{x}^g$ に対して，親個体の位置ベクトル $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K$ の $\mathbf{x}^g$ に対する鏡映点 $\underline{\mathbf{x}}_1, \dots, \underline{\mathbf{x}}_K$ を生成する．
2. 合計 $2K$ 個の中で評価が上位半分の個体の重心を $\mathbf{x}^b$ とし， $(\mathbf{x}^b - \mathbf{x}^g)$ を大域降下方向とする．このとき， $(\mathbf{x}^b - \mathbf{x}^g)$ は $2K$ 個の中で最も評価の高い個体を通る．

図 2.5 に大域降下方向の例を示す．

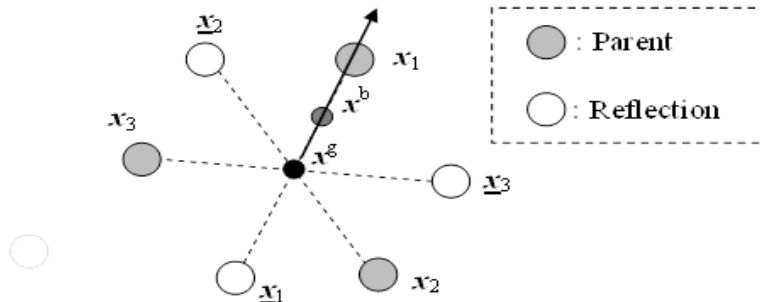


図 2.5 大域降下方向の推定法

上記で示した大域降下方向 $\mathbf{x}^b$ を用いて、次式で子個体 $\mathbf{x}_c$ を生成する.

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x}^g + \text{diag}(\xi_1^t, \dots, \xi_n^t)(\mathbf{x}^b - \mathbf{x}^g) + \sum_{i=1}^{n_p} \xi_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}^g) \quad (2.4.6)$$

$$\xi_j^t = U(0, t) \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.4.7)$$

$$\xi_i = U(-\sqrt{3/n_p}, \sqrt{3/n_p}) \quad (i=1, 2, \dots, n_p) \quad (2.4.8)$$

ここで、 n は設計変数の数、 $U(a, b)$ は範囲 $[a, b]$ の一様分布である。 t は大域降下方向への移動量を示すステップサイズであり、任意パラメータである。図 2.6 に REX^{star} の子個体生成範囲を示す。また、 n_p は親個体の数を設定する定数であり $n_p = n+1$ が推奨値である。 REX^{star} では親個体の共分散行列は保存されるが、子個体の中心を大域降下方向にシフトしているため、重心に関する統計量遺伝は満たされていない。しかし子個体の生成領域を最適解が存在するとみられる方向にシフトすることは望ましいことと考えられるので、統計量遺伝が厳密に満たされていなくても問題はないと期待できる。

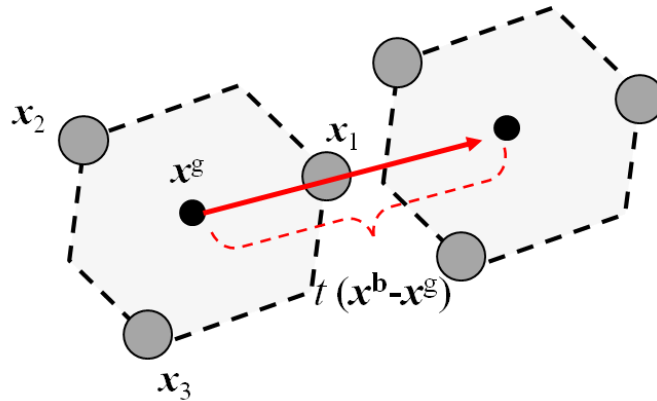


図 2.6 REX^{star} の子個体生成範囲

REX^{star} 交叉では式(2.4.6)のように子個体の移動方向を $\mathbf{x}^b$ からランダムに拡大している。問題によってはこれにより探索能力が劣化する場合があり、直線状に移動させる REX^{line} や AREX [30, 31]などの修正法、改良法がある。また、遺伝子サイズが大きい問題では、 $n+1$ の鏡映個体を生成し、それらを評価する計算コストを無視できない場合がある。そのような場合は探索性能が多少劣化するが、親個体のみを用いて $\mathbf{x}^b$ を推定することも十分可能である[32]。世代交代モデルに JGG、交叉に REX^{star} を使用した場合の RCGA の流れを図 2.7 に示す。

- 1: 初期個体群として n_{pop} の個体をランダムに生成する.
- 2: 個体群から n_p 個の個体をランダムに選択し, 親個体群とする.
- 3: 親個体群の鏡映個体を生成し, 大域降下方向を推定する.
- 4: 親個体群に REX^{star} 交叉を適用し, n_c 個の子個体を生成する.
- 5: 評価が上位の $n+1$ 個の子個体を選び, 親と入れ替える.
- 6: 終了条件を満たしていれば終了し, そうでなければ 2 に戻る

図 2.7 $\text{REX}^{\text{star}}+\text{JGG}$ による最適化の流れ

$\text{REX}^{\text{star}}+\text{JGG}$ を使用するにあたり, 事前に決定すべきパラメータには図 2.7 のとおり,

1. 初期個体数 n_{pop}
2. 親個体数 n_p
3. 子個体生成数 n_c
4. 大域降下方向ステップサイズ t

の 4 つがある. なお, JGG では親個体を全て子個体と入れ替えるので, 基本的に $n_p < n_c$ である. 問題に応じてこれらのパラメータを調整することで GA は高い性能を発揮しうる. ただし使用者の観点からは負担であり, 提案者らの数値実験結果により推奨値が以下のように提示されている[15].

1. 初期個体数 n_{pop} : 問題依存である. 単峰性関数と見られる問題の場合は $2n \sim 5n$ 程度, 強い多峰性関数と見られる問題の場合は $20n$ 程度が目安である.
2. 親個体数 n_p : $n+1$ (設計変数の数+1)
3. 子個体生成数 n_c : $4n$ 程度
4. 大域降下方向ステップサイズ t : 問題依存である. 単峰性関数と見られる問題の場合は $4 \sim 8$, 強い多峰性関数と見られる問題の場合は 2 以下が目安である.

子個体生成数は, 親個体群の張る空間内で一様な子個体を得るため, 問題によらず $4n$ 程度が推奨される. 親個体数 n_p も問題によらず, $n+1$ 程度が推奨される. これより大きくすれば親個体の覆う領域が広くなり, 有望な子個体を発見しやすくなるが, JGG ではそれらの親個体を全て入れ替えるので, 初期収束を起こしやすくなる. 初期個体数 n_{pop} とステップサイズ t の設定は問題に依存し, これら 2 つはある種のトレードオフの関係にある. 単峰性関数と見られる問題では, n_{pop} をある程度小さくし, 降下方向へ大きく子個体の重心を移動させることで, 少ない評価回数で大域解へ集団を移動させることが可能である. しかし逆に多峰性関数と見られる問題の場合, t を大きくすると大域解がある谷を踏み外し, 誤った領域に集団が収束する可能性が高まる. そのため t の設定は問題に強く依存し非常にシビアである. 基本的に複雑な実問題ほど多峰性関数になっている場

合が多いので、 t はあまり大きくしないほうが安全といえる。また、このような問題点があるため、 REX^{star} の修正法である AREX では、大域降下方向の変わりに評価が良い親個体の方向へ重心を移動する方法を用いている。

2.4.5 多目的遺伝的アルゴリズム

これまで述べた GA の各手法は全て単目的最適化問題に対応した手法であるが、多目的最適化問題に対応した GA(多目的 GA)が提案されている。単目的 GA と多目的 GA の相違点は、パレート解を評価するためのランキングを適応度として用いること、解の多様性を維持するためのシェアリングという処理を用いることである[20]。ランキングとは個体が集団の中でどの程度優れているかの順位付けである。シェアリングは、個体の遺伝子が一点に集中するのを防ぎ、解の多様性を維持する処理である。単目的 GA では一つの解を得るために徐々に探索領域を収束させるように設計されており、世代が進むと同じような遺伝子を持つ個体が増えていく。その一方で、多目的最適化の目的は多様なパレート解を探索することが目的であるため、個体の遺伝子に多様性を維持させるため、シェアリングのような処理が不可欠である。

多目的 GA として、ベクトル評価型 GA や MSGA-II[33]などが提案されている。ここでは探索性能が優れているといわれる Strength Pareto Evolutional Algorithm2 (SPEA2) について述べる[34]。SPEA2 のアルゴリズムを以下に示す。

1. 初期化：それぞれサイズ n_p , n_q の初期探索母集団 P_0 と空のアーカイブ Q_0 を作製する。
2. ランキング評価： P_t , Q_t に対してランク付けを行う。SPEA2 におけるラランク付けの詳細は後で述べる。
3. 環境選択：適応度が最も良い個体群から順にアーカイブ候補とする。 n_q よりもアーカイブ候補の数が多い場合、シェアリングを用いて候補を削減する。SPEA2 におけるシェアリングの詳細は後に述べる。
4. アーカイブ更新：アーカイブ候補をアーカイブ Q_{t+1} に保存する。
5. メイティング選択： Q_{t+1} からバイナリトーナメント選択によって個体を n_p 個選ぶ。
6. 交叉・突然変異：手順(5)で選ばれた個体に対して、交叉と突然変異を適用し、その結果を P_{t+1} とする。その方法は単目的の GA と同様のものを用いる。
7. 終了判定：終了条件が満たされていれば Q_{t+1} を解の候補とする。そうでない場合は手順(2)に戻る。

SPEA2 では、各個体のランクは以下のように評価する。

- A) 全ての個体 C_i に対して、 C_i を優越している個体の数 s_i を求める。
- B) 個体 C_i のランキング r_i は、 C_i を優越している個体 C_j の s_j の和とする。

ここで、個体 C_i が C_j を優越しているとは、 C_i の全ての目的関数値が C_j より小さいということを意味する。図 2.8 に目的関数が二つのときのランクの例を示す。個体の右肩に書かれた数字が s_i ，下線付きの数字が r_i である。この図に示すように、支配している個体の数に関わらず、非劣解に対しては最も高い適応度が割り当てられることが分かる。このことから、SPEA2 を用いることで、広い範囲のパレートフロントを求めることができる。

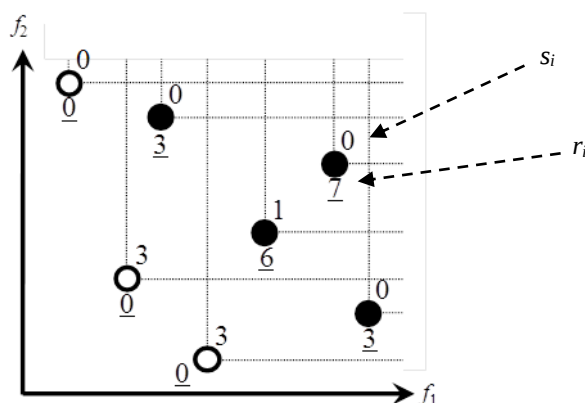


図 2.8 SPEA2 におけるランクの評価の例

また、SPEA2 におけるシェアリング処理には、「端切り法」という手法が用いられる。端切り法の処理手順を以下に示す。

- A) 最も近接している 2 つの個体を探す。このとき、各目的関数の端にある個体は選択しない。
- B) 該当する 2 個体それぞれの、2 番目に近接している個体との距離を比較し、小さいほうの個体を削除する。
- C) まだ個体群のサイズを超えているならば、手順(A)に戻る。

なお、2 個体間の距離関数は目的に応じて定義される。

2.4.6 GA における制約条件の扱い：Oracle ペナルティ法[35]

GA に限らず多くの確率的探索法は制約のない最適化問題を想定している。制約条件のある問題では、制約を満たしていない場合に値が大きくなるようなペナルティ関数 $p(x)$ を設計し、それを目的関数に足しこむことで制約条件を考慮する。例えば制約関数 $g(x)$ に対する残差関数 $\text{res}(x)$ を適当に

$$\text{res}(x) = g(x)^2 \dots\dots\dots (2.4.9)$$

などとし、 $\text{res}(x) > 0$ の場合には $p(x)$ として以下のように設定する方法がある。

$$p(\mathbf{x}) = \begin{cases} P & \text{res}(\mathbf{x}) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (2.4.10)$$

ここで P は十分に大きな正の値である．この方法は **death** ペナルティといい，単純で実装上の都合は良いが，制約が不成立な場合すべてで $p(\mathbf{x})$ が非常に大きな値をとる．その結果，実行可能解と不能解の境界付近の探索を阻害してしまう．また，実行可能解が少ない問題では，ほとんどの領域で $p(\mathbf{x})$ が支配的になるため，最初に見つけた実行可能解を解としてしまう恐れがある．すなわち，ランダムサーチを行っているに等しい状況に陥る．他に $p(\mathbf{x})$ の設計方法としては，

$$p(\mathbf{x}) = K \cdot \text{res}(\mathbf{x}) \dots\dots\dots (2.4.11)$$

とする方法が考えられる．ここで K は比較的大きな正の値である．この方法では K の値によってペナルティの度合いが変化し，大きすぎればやはり **death** ペナルティに近くなってしまうが，小さくしすぎるとペナルティが有効に働かず，実効不能解を解としてしまうことがある．さらなる改良としては，最適化計算中に K の値を変化させる方法が考えられる．計算の初期では K を小さくすることでランダムサーチを防ぎ，後半では K を大きくすることで，有望な解以外は実効不能解として淘汰を促すことができる．しかしこの方法では問題に応じてペナルティ関数の調整が必要となってしまう，それによって得られる結果が大きく変化する．

できるだけ少ないパラメータでペナルティ関数を動的に調整する方法が使用者にとっては最も都合が良い．そのような方法として，**Oracle** ペナルティ法が提案されている．この方法では，単一のパラメータ Ω を用いて，目的関数 $F(\mathbf{x})$ と残差関数 $\text{res}(\mathbf{x})$ をあわせた修正目的関数 $F_p(\mathbf{x})$ を以下のように与える．

$$F_p(\mathbf{x}) = \begin{cases} \alpha |F(\mathbf{x}) - \Omega| + (1 - \alpha) \cdot \text{res}(\mathbf{x}) & \text{if } F(\mathbf{x}) > \Omega \text{ or } \text{res}(\mathbf{x}) > 0 \\ -|F(\mathbf{x}) - \Omega| & \text{if } F(\mathbf{x}) \leq \Omega \text{ and } \text{res}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.4.12)$$

ここで Ω はオラクルパラメータとよばれる．また $0 < \alpha < 1$ であり， $F(\mathbf{x})$ と $\text{res}(\mathbf{x})$ の大小に応じて動的に，かつ $F_p(\mathbf{x})$ が滑らかになるように以下のように変化させる．

$$\alpha = \begin{cases} \frac{6\sqrt{3}-2}{6\sqrt{3}} \frac{|F(\mathbf{x}) - \Omega| - \text{res}(\mathbf{x})}{|F(\mathbf{x}) - \Omega| - \text{res}(\mathbf{x})} & \text{if } F(\mathbf{x}) > \Omega \text{ and } \text{res}(\mathbf{x}) < \frac{|F(\mathbf{x}) - \Omega|}{3} \\ 1 - \frac{1}{2\sqrt{\frac{|F(\mathbf{x}) - \Omega|}{\text{res}(\mathbf{x})}}} & \text{if } F(\mathbf{x}) > \Omega \text{ and } \frac{|F(\mathbf{x}) - \Omega|}{3} \leq \text{res}(\mathbf{x}) \leq |F(\mathbf{x}) - \Omega| \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{|F(\mathbf{x}) - \Omega|}{\text{res}(\mathbf{x})}} & \text{if } F(\mathbf{x}) > \Omega \text{ and } \text{res}(\mathbf{x}) > |F(\mathbf{x}) - \Omega| \\ 0 & \text{if } F(\mathbf{x}) \leq \Omega \end{cases} \quad \text{.. (2.4.13)}$$

図 2.9 に、 $\Omega=4$, $F(\mathbf{x}) \in [0, 10]$, $\text{res}(\mathbf{x}) \in [0, 10]$ に対する修正目的関数を示す。 $\text{res}(\mathbf{x})$ が零のとき、 $F_p(\mathbf{x})$ は目的関数 $F(\mathbf{x})$ に応じて単調に減少している。また、 $F(\mathbf{x}) < \Omega$ で $\text{res}(\mathbf{x}) > 0$ のとき、 $F_p(\mathbf{x})$ は $F(\mathbf{x})$ に対しては平面であり、 $\text{res}(\mathbf{x})$ の減少に応じてのみ単調に減少する。さらに $F(\mathbf{x}) < \Omega$ で $\text{res}(\mathbf{x}) > 0$ のときは両者の減少に応じて $F_p(\mathbf{x})$ が減少する。図 2.7 のように $F_p(\mathbf{x})$ は $F(\mathbf{x})$ と $\text{res}(\mathbf{x})$ が張る平面の中で滑らかに変化し、death ペナルティのような急激な変化はない。したがってランダムサーチに陥る状況を避けることができる。また、Oracle ペナルティ法を使用する上で必要なパラメータは Ω のみであり、アルゴリズムの扱いが容易である。図 2.10 に Ω に対する $F_p(\mathbf{x})$ の変化を示す。これから分かるように Ω の変更による影響は $F_p(\mathbf{x})$ の関数形が左右に移動するのみであることがわかる。 Ω を大きくすると、 $F_p(\mathbf{x})$ が $F(\mathbf{x})$ に対しては平面の領域が増える。すなわち $\text{res}(\mathbf{x})$ の減少に重点を置くことになり、式(2.4.10)のようにペナルティを設計した場合に近くなる。

Ω の設定の指針としては、大域最適化のときの $F(\mathbf{x})$ の値、もしくは所望の性能を持つ解の値に設定すればよい。 $F(\mathbf{x})$ が Ω を下回っているときは実行可能解の探索に重点がおかれる。 Ω の値に見当がつかない場合は、適当な大きさの Ω を設定し、簡易的な最適化計算を行う。その結果、 $F(\mathbf{x})$ が Ω より小さい実行可能解が得られれば、そのときの $F(\mathbf{x})$ をもとに Ω を再設定して改めて最適化を行えばよい。

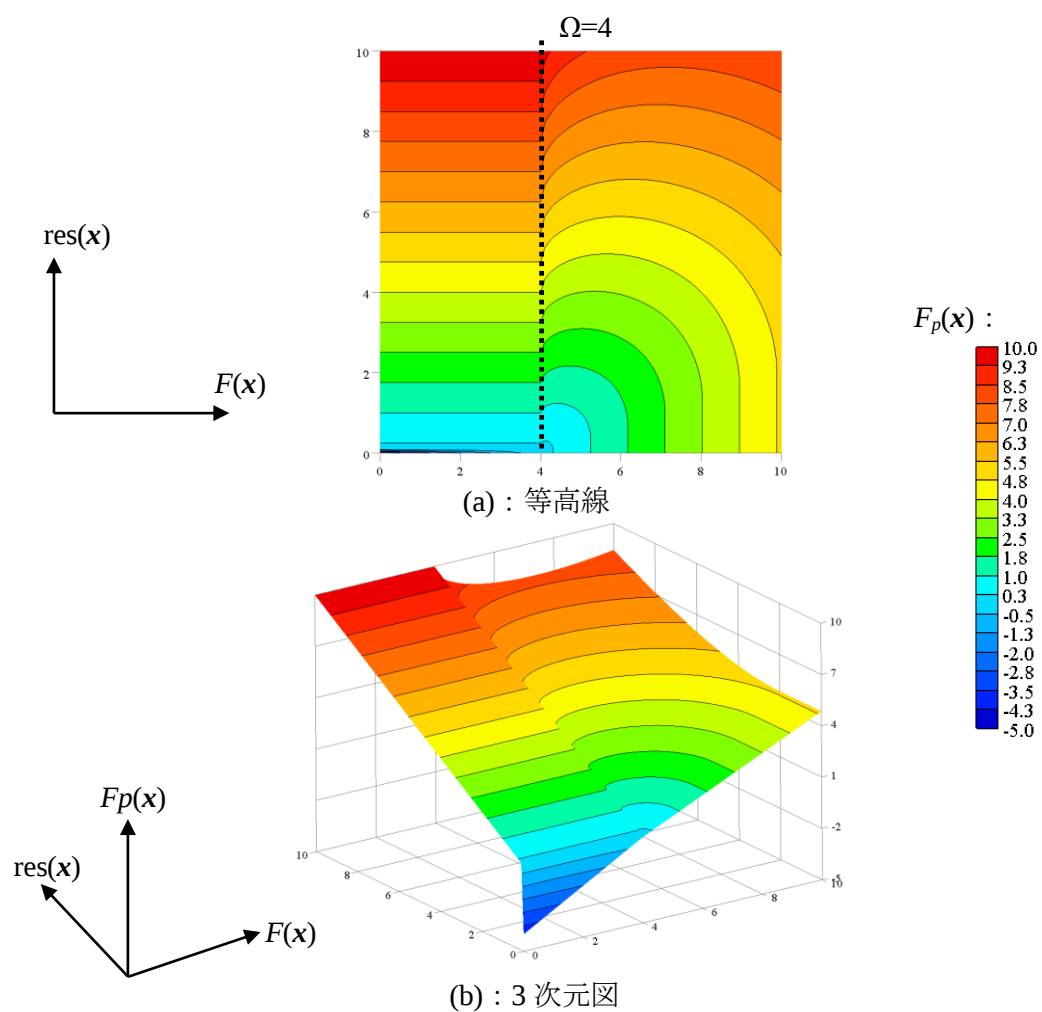


図 2.9 Oracle ペナルティ法による修正目的関数

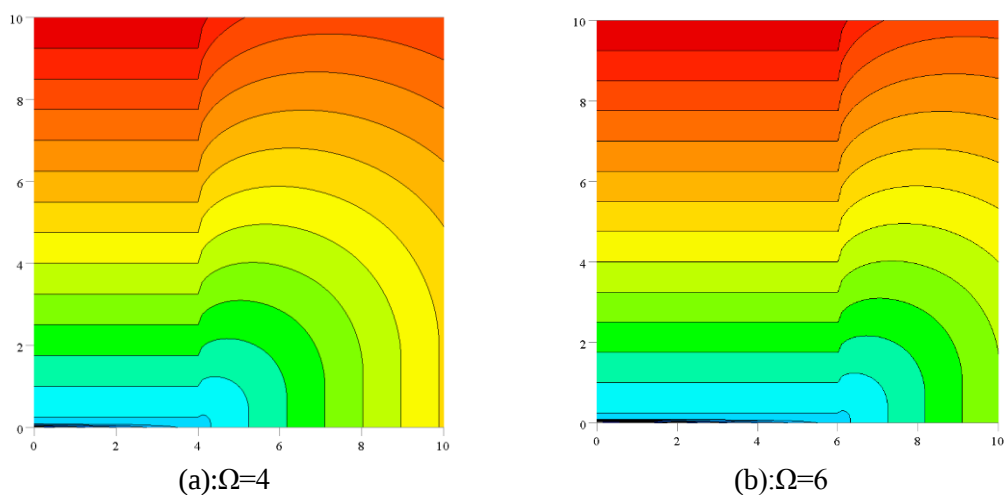


図 2.10 Oracle パラメータに修正目的関数の変化

2.5 遺伝的アルゴリズムの数値実験

242 節で述べた実数値 GA の交叉手法である BLX- α , SPX, REX^{star} の性能をテスト関数の最適化問題を通して比較する.

2.5.1 テスト関数

ここでは文献[15]で検討されている 7 通りのテスト関数を対象とした最適化問題について検証する. テスト関数とは関数最適化問題の特徴(悪スケール性や多峰性等)を典型的に示すように設定された関数である. 関数形 $F(\mathbf{x})$ と定義域 R^n , 最適値 $\mathbf{x}^*$ をそれぞれ以下に列挙する.

- Sphere 関数 : 基本関数

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad \dots\dots\dots (2.5.1)$$

$$R^n \in [-5, 5]^n, \quad \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

- Ellipsoid 関数 : 弱い悪スケール性

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(1000^{i-1/n-1} x_i^2 \right)^2 \quad \dots\dots\dots (2.5.2)$$

$$R^n \in [-5, 5]^n, \quad \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

- k -tablet 関数 : 強い悪スケール性($k=n/4$)

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k x_i^2 + \sum_{i=k+1}^n (100x_i)^2 \quad \dots\dots\dots (2.5.3)$$

$$R^n \in [-5, 5]^n, \quad \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

- Rosenbrock 関数(chain 型) : 隣り合う変数間に強い変数間依存性

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(100(x_{i+1} - x_i)^2 + (1 - x_i)^2 \right) \quad \dots\dots\dots (2.5.4)$$

$$R^n \in [-5, 5]^n, \quad \mathbf{x}^* = (1, \dots, 1)$$

- Bohachevsky 関数 : 弱い多峰性

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(x_i^2 + 2x_{i+1}^2 - 0.3 \cos(3\pi x_i) \right) \quad \dots\dots\dots (2.5.5)$$

$$R^n \in [-5, 5]^n, \quad \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

- Schaffer 関数：強い多峰性

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(x_i^2 + x_{i+1}^2 \right)^{0.25} \left\{ \sin^2 \left(50 \left(x_i^2 + x_{i+1}^2 \right) \right)^{0.1} + 1 \right\} \dots\dots\dots (2.5.6)$$

$$R^n \in [-100, 100]^n, \quad \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

- Rastrigin 関数：強い多峰性

$$F(\mathbf{x}) = 10n + \sum_{i=1}^n \left((x_i - 1)^2 - 10 \cos(2\pi(x_i - 1)) \right) \dots\dots\dots (2.5.7)$$

$$R^n \in [-5, 5]^n, \quad \mathbf{x}^* = (1, \dots, 1)$$

2.5.2 最適化の設定

前述した 7 通りのテスト関数を 7 つの関数を最小化するよう、BLX- α 、SPX、REX^{star} の 3 つの手法により最適化を行う。それらの世代交代モデルとして、BLX- α ではルーレット選択、SPX と REX^{star} では JGG を採用する。ルーレット選択では、集団から親をランダムに選んで n_L 個の子個体を生成し、生成した個体と集団からルーレット選択により (集団数- n_L) 個体を選んで次世代の親個体群とする。すなわち、最も単純なルーレット選択の方法を世代交代モデルとして使用する。表 2.1～表 2.3 に、本数値実験で使用するパラメータをまとめる。ここで表中の n は遺伝子サイズである。ここでは遺伝子サイズ n を 20 として実験を行う。

表 2.1 実数値 GA の数値実験におけるパラメータ設定(REX^{star})

関数形	初期 個体 数: n_{pop}	親個体数: n_p	子個体数: n_c	ステップサ イズ: t	世代数
Sphere	$5n$	$n+1$	$4n$	2	500
Ellipsoid	$5n$	$n+1$	$4n$	2	500
k -tablet	$5n$	$n+1$	$4n$	1	500
Rosenbrok(c)	$5n$	$n+1$	$4n$	1	500
Bohachevsky	$8n$	$n+1$	$4n$	0.1	500
Schaffer	$15n$	$n+1$	$4n$	0.1	500
Rastrigin	$20n$	$n+1$	$4n$	0.1	500

表 2.2 実数値 GA の数値実験におけるパラメータ設定(SPX)

関数形	初期 個体 数: n_{pop}	親個体数: n_p	子個体数: n_c	世代数
Sphere	$5n$	$n+1$	$4n$	500
Ellipsoid	$5n$	$n+1$	$4n$	500
k -tablet	$5n$	$n+1$	$4n$	500
Rosenbrok(c)	$5n$	$n+1$	$4n$	500
Bohachevsky	$8n$	$n+1$	$4n$	500
Schaffer	$15n$	$n+1$	$4n$	500
Rastrigin	$20n$	$n+1$	$4n$	500

表 2.3 実数値 GA の数値実験におけるパラメータ設定(BLX)

関数形	初期 個体 数: n_{pop}	親個体数: n_p	子個体数: n_c	世代数
Sphere	$5n$	2	$5n/10$	500
Ellipsoid	$5n$	2	$5n/10$	500
k -tablet	$5n$	2	$5n/10$	500
Rosenbrok(c)	$5n$	2	$5n/10$	500
Bohachevsky	$8n$	2	$8n/10$	500
Schaffer	$15n$	2	$10n/10$	500
Rastrigin	$20n$	2	$15n/10$	500

2.5.3 最適化結果

7通りのテスト関数に対して、前項で述べた設定の下、異なる乱数系列を用いて20回の最適化計算を行った。各手法・関数での、評価回数に対する目的関数の平均の変化を図 2.11 から 2.17 にそれぞれ示す。なお、 REX^{star} では問題に応じて降下方向へのステップサイズパラメータ t を表 2.1 の値に設定した場合と、どの場合も $t=0.1$ で固定した場合の結果を示している。

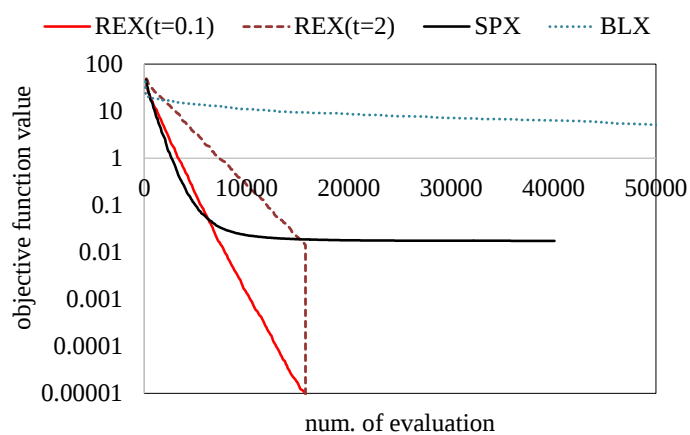


図 2.11 Sphere 関数の最適化結果

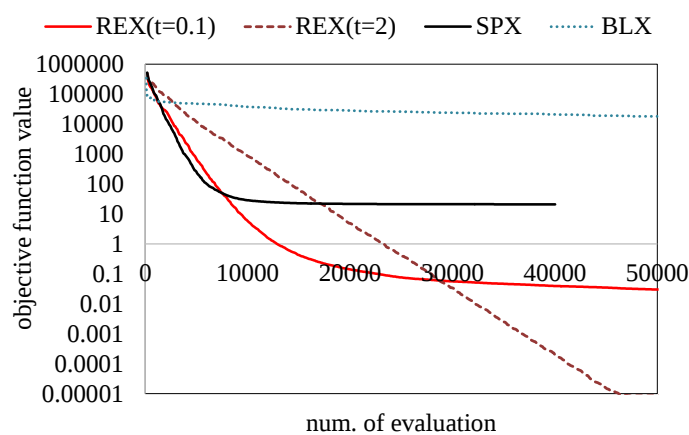


図 2.12 Ellipsoid 関数の最適化結果

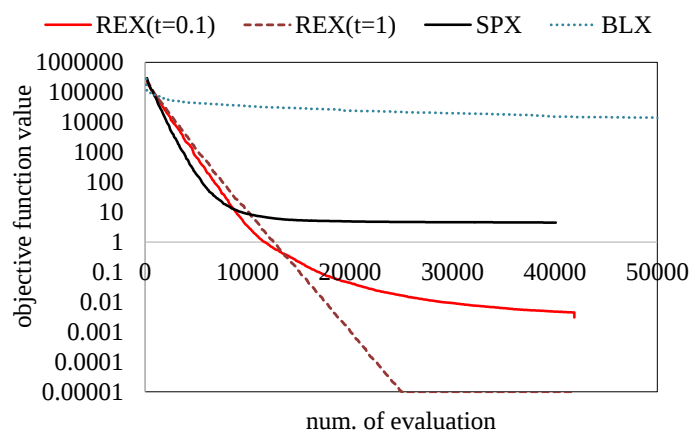


図 2.13 k-tablet 関数の最適化結果

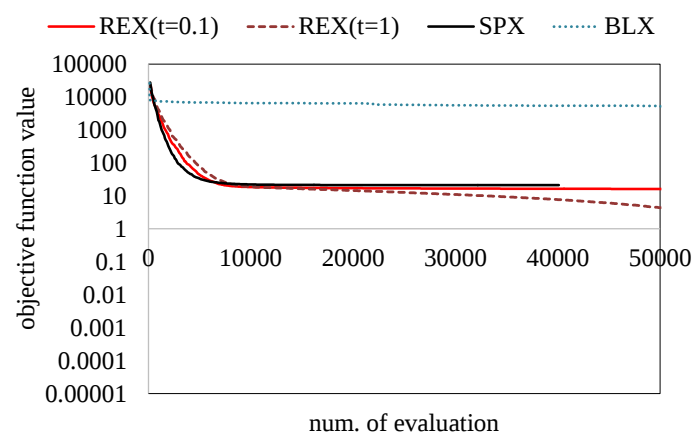


図 2.14 Rosenbrock 関数(chain)の最適化結果

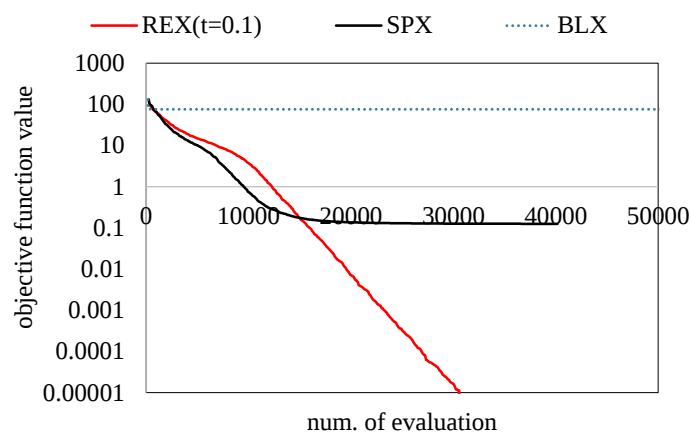


図 2.15 Bohachevsky 関数の最適化結果

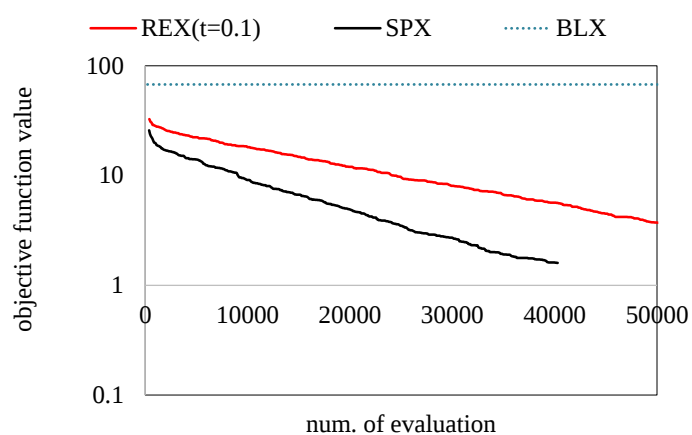


図 2.16 Schaffer 関数の最適化結果

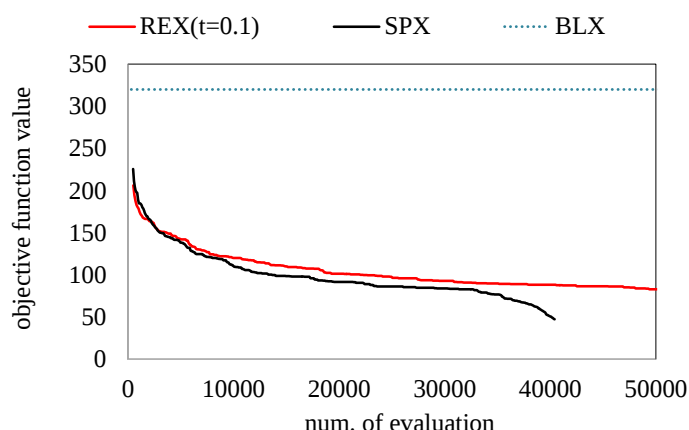


図 2.17 Rastrigin 関数の最適化結果

図 2.11 から図 2.13 より、 REX^{star} において、パラメータ t を適当に設定すると、すばやくテスト関数値が最適解へ近づいていることが分かる。しかし図 2.14, 2.16, 2.17 に示すように、それらの関数では REX^{star} と SPX の推移はほぼ同等か、僅かに SPX の方が良い。これらの問題では変数間の依存性・多峰性ともに強く、降下方向へ移動すると大域解を超えて誤った領域に収束してしまう可能性を高めるためと思われる。これらの結果より、比較的単純な関数景観の問題では REX^{star} は非常に良い性能を示すことがわかる。いずれの関数においても、BLX の性能は他の 2 つを大きく下回っている。これは、BLX- α が変数間依存性に対応していないことに加え、用いた世代交代モデルが最も単純なルーレット選択であるためと考えられる。この結果より、適当な世代交代モデルを用いることの重要性が示されたといえる。

図 2.18 に、20 回の最適化で得られた最終的な解の標準偏差を示す。ほぼ全てのテスト関数において REX^{star} の標準偏差が SPX より低くなっている。これは、大域方向へ解集団を移動させることで、初期の個体分布に対してロバストに解空間を探索できるためであると考えられる。GA の大きな問題点の一つとして、用いた乱数系列によって得られる解が変化するため、同じ問題を何度も解く必要性が生じることがあるが、 REX^{star} はその回数を減らすことができるといえる。これは計算負荷の重い実問題においては、非常に重要な特性であるといえる。

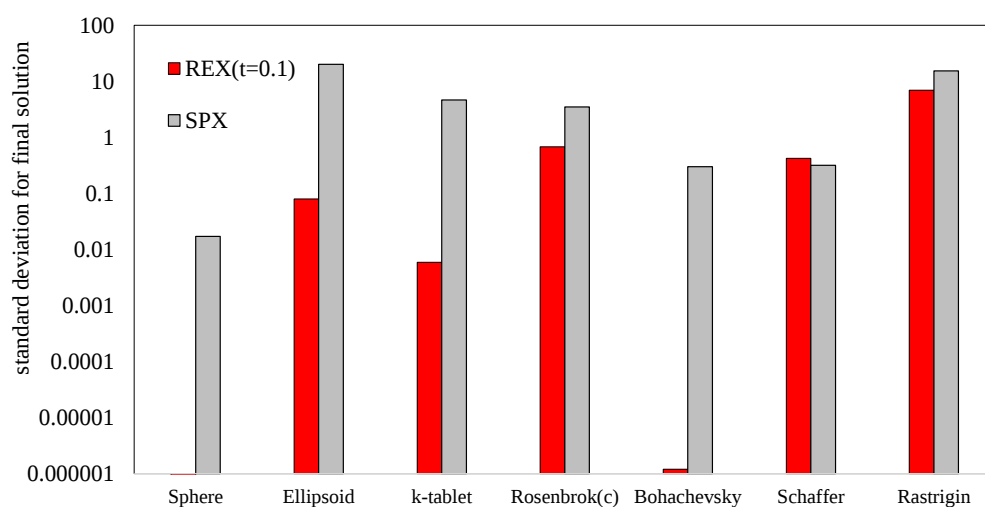


図 2.18 最終的な解の標準偏差

次に、 REX^{star} における鏡映個体の影響について考察する。 REX^{star} では大域降下方向を推定するために毎世代で $n+1$ の鏡映個体を生成する。実問題において、特に n が大きい場合には、毎世代で鏡映個体を作ると、それらの評価に要する負荷を無視できなくなり、最適化計算の時間が長大化する。そこで大域降下方向の推定に鏡映個体を用いず、親個体のみで推定する場合に、 REX^{star} の探索性能がどのように変化するかを考察する。

同様に、7通りのテスト関数に対して、前項で述べた設定の下、異なる乱数系列を用いて20回の最適化計算を行った。鏡映個体の有無による、評価回数に対する目的関数の平均の変化を図2.19から2.25にそれぞれ示す。これらの結果より、図2.19, 2.20に示すような比較的単純な関数景観の場合は、鏡映個体の有無によらず最適化が進んでいるが、図2.21, 2.23で示したテスト関数の結果では、鏡映個体を用いたときに最適解が得られているが、鏡映個体がないとSPXとの差が殆ど見られなくなっていることがわかる。この理由として、単純な景観では、親個体の最良解の方向が大域的な最良解の方向が高いため、鏡映個体の有無による影響が少ないためではないかと思われる。一方で、図2.24, 2.25では鏡映個体を用いない方が早く良い解を見つけている。これらの問題は強い多峰性のある問題である。また、図2.26に最終的な解の標準偏差を示すが、この値は鏡映個体の有無に違いがあまり大きくない。変数間の依存性・多峰性が強い問題では、そもそも大域的な最良解の方向を推定することが容易ではないため、鏡映個体の有無の影響が小さかったのではないかと思われる。

以上の結果より、鏡映個体を用いないことで解きにくくなる問題が一部存在する可能性が示唆されたが、その影響は大きくはない。そのため実問題では鏡映個体を用いないという方法も計算負荷との兼ね合いからは採用する価値があるといえる。

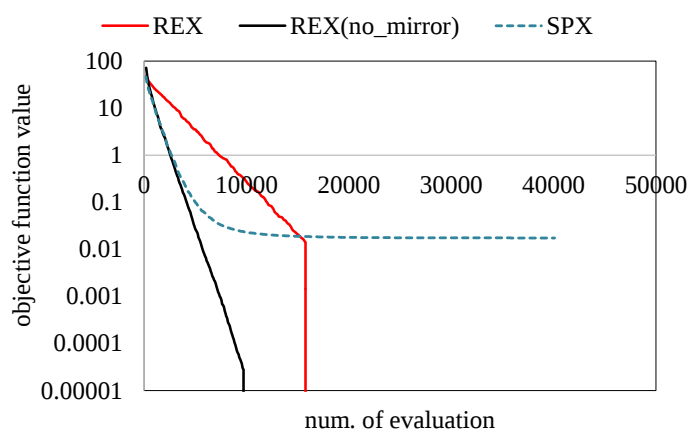


図 2.19 鏡映個体の有無による Sphere 関数の最適化結果

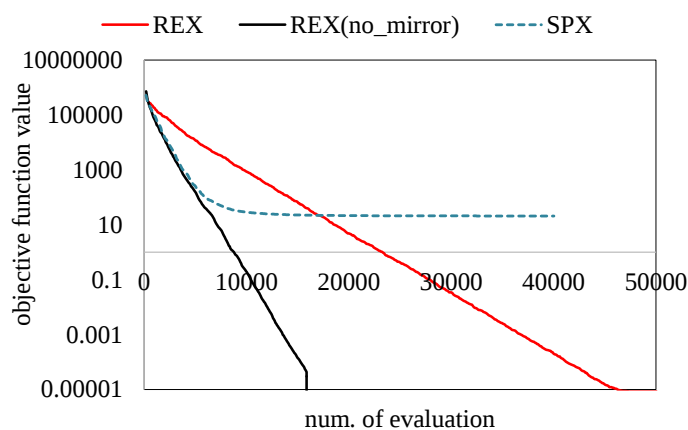


図 2.20 鏡映個体の有無による Ellipsoid 関数の最適化結果

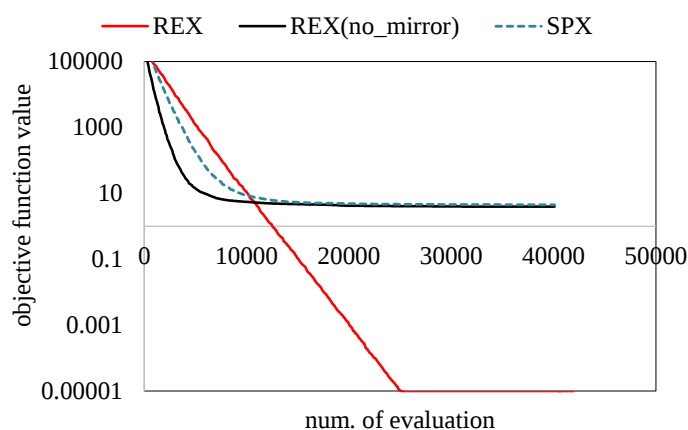


図 2.21 鏡映個体の有無による k-tablet 関数の最適化結果

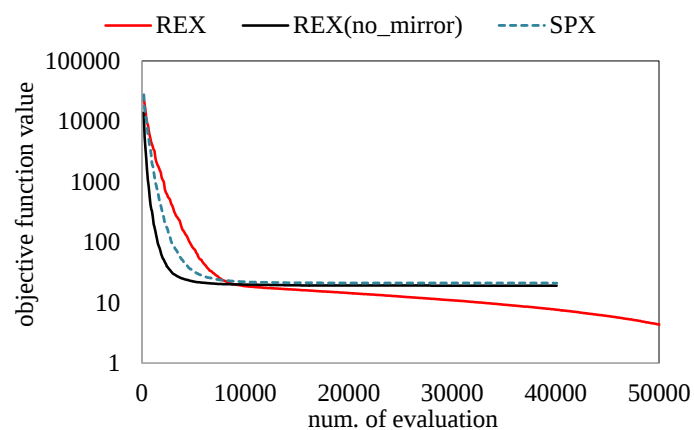


図 2.22 鏡映個体の有無による Rosenbrock 関数(chain)の最適化結果

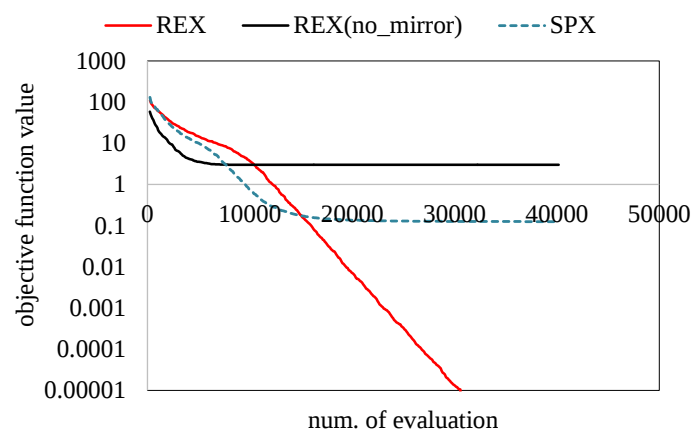


図 2.23 鏡映個体の有無による Bohachevsky 関数の最適化結果

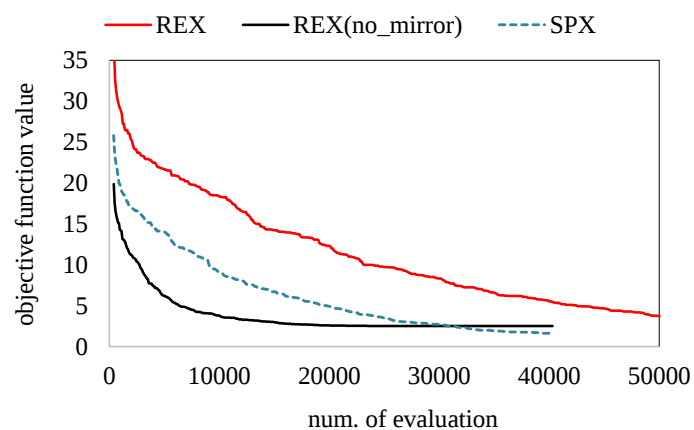


図 2.24 鏡映個体の有無による Schaffer 関数の最適化結果

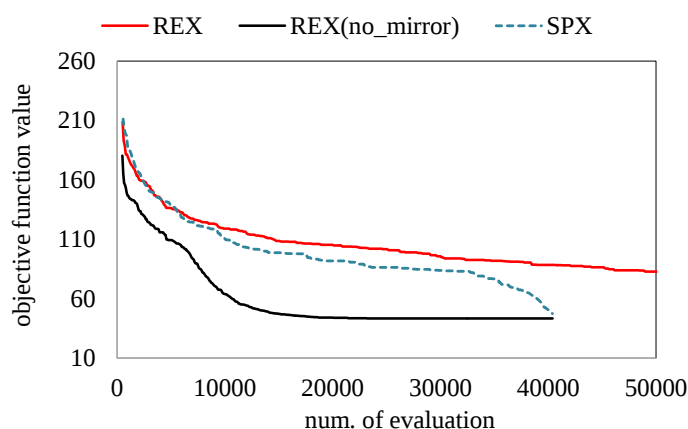


図 2.25 鏡映個体の有無による Rastrigin 関数の最適化結果

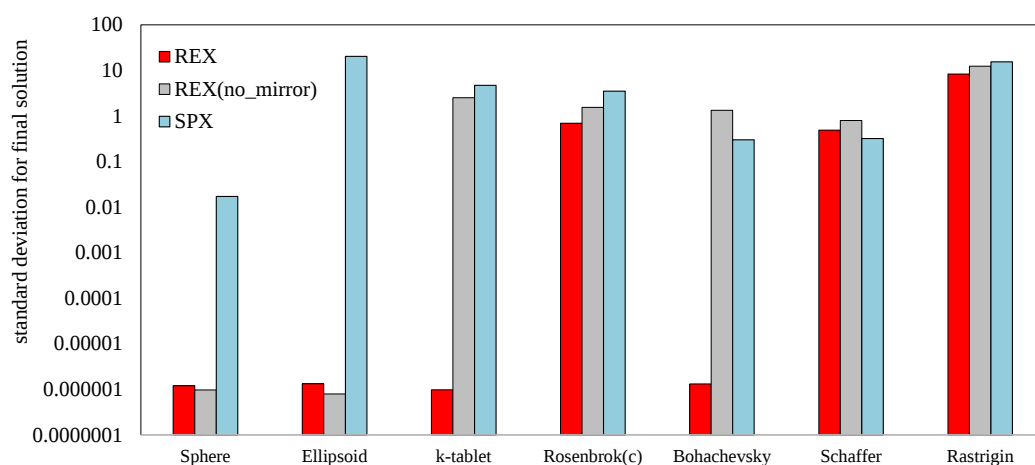


図 2.26 鏡映個体の有無による最終的な解の標準偏差の違い

2.6 2章のまとめ

2.1 節では、電気機器の形状最適化の流れについて述べた。次に 2.2 節では、電気機器の形状最適化を行うにあたり、与えられた機器形状の解析に用いる有限要素法について概説した。2.3 節では各種最適化問題の概説と、最適化問題を解くアルゴリズムについて述べた。2.4 節では本研究で主に用いる遺伝的アルゴリズムの各種方法について述べた。2.5 節では、2.4 節で述べた手法をテスト関数の最適化問題に適用し、それらの手法の比較・考察を行った。結果として、 REX^{star} が最もロバストな探索性能を持つことがわかった。また、 REX^{star} における鏡映個体の有無による影響を示した。

第3章 3次元形状パラメータ最適化

3.1 パラメータ最適化の概要

パラメータ最適化(Parameter Optimization)とは、長さや位置などの形状を表現する設計変数を定め、それらの値を変化させて形状最適化を行う方法である(図 3.1)。形状の表現範囲が設計変数によって制約されているため、形状表現の自由度は低い。その反面、探索空間が比較的小さいため、最適化計算に要する時間が比較的少なくすむ利点がある。得られる形状は設計変数の定義による。また、設計変数の数に応じて、満足できる解が得られるまでの計算時間が長くなるため、対象となる機器に対する設計者の知見などをもとにして慎重に検討して設定する必要がある。

電気機器のパラメータ最適化はこれまでも広く行われているが、そのほとんどは2次元形状モデルを対象としたものである。3次元形状モデルでパラメータ最適化が行われていない理由は、主に有限要素解析に用いるメッシュ生成にかかる計算負荷のためである。パラメータ最適化では設計変数が変化するたびに形状に合わせてメッシュを生成しなければならないが、3次元形状のメッシュ生成は特に計算負荷が重く、何度もメッシュ生成を行うと計算時間が非常に長くなってしまう。

そこで本研究では、電気機器の3次元形状最適化を容易にするため、階層型非適合ボクセル要素を用いた解析法と、それに基づくパラメータ最適化法を提案する。

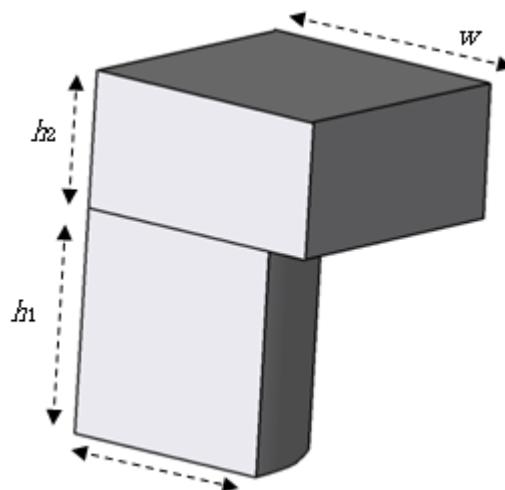


図 3.1 パラメータ最適化における形状の表現

3.2 階層型非適合ボクセル要素

有限要素法において、3次元形状の変化に合わせてメッシュを修正する方法としては、主として以下が考えられるだろう。

1. メッシュを一から再生成する。
2. 変化した形状に合うようにメッシュを変形させる[36].
3. ボクセル要素を用いる[37, 38].

「1」の方法は確実ではあるが計算負荷の観点から難がある。「2」の方法は形状の変化に合わせてメッシュ内の節点位置を移動させる方法である。比較的小さな変形には向いているが、一度で大きな変更を表現しようとする要素が裏返る可能性がある。

「3」の方法は、ボクセル要素を用いた有限要素法(ボクセル FEM)である[37, 38]。ボクセル FEM とは、その名の通り、均一な立方体(ボクセル)をメッシュとして用いる有限要素法である。これらボクセルに与える物性値を、形状に合うように設定することで任意の機器形状を、メッシュ生成を行わずに表現することができる。また、要素のゆがみに起因する条件数の悪化がなく、対称マトリクスソルバの収束特性がよい。これらの理由から軽い計算負荷で任意形状の有限要素解析を実行できる。しかしボクセル要素では当然ながらステップ上の形状境界しか表現できないため、形状を正しく表現することができず、解析精度が悪化してしまう。

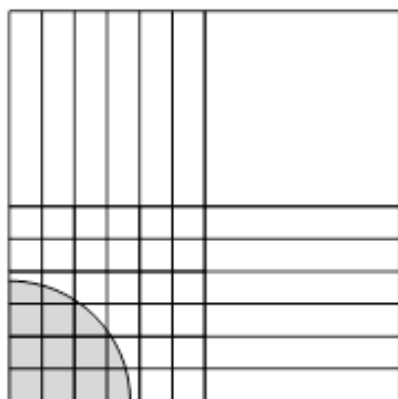
ボクセル FEM の解析精度を向上させるには、単純にボクセルの辺長を短くすればよい。そうすることで空間解像度が改善され、形状境界の表現能力が向上する。しかし形状境界だけでなく、領域全てのボクセルが小さくなるため、メッシュ全体の要素数が膨大な数になり、有限要素解析に必要な計算時間が増大してしまう。そこで本研究では、形状境界のボクセル要素のみを小さくすることが可能な階層型非適合ボクセル要素を用いる。

3.2.1 階層型非適合ボクセル FEM

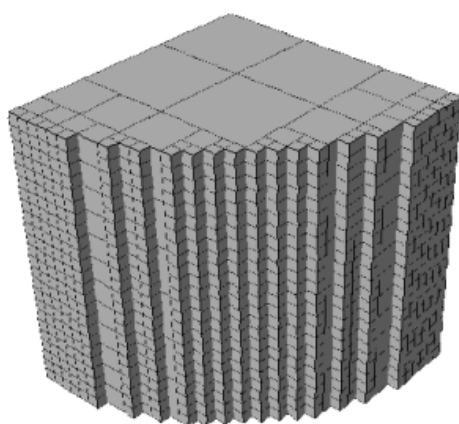
前述のようにボクセル FEM では解析領域を均一なボクセルで分割する。ただし機器形状周辺以外の要素を粗くするため、一般的には図 3.2(a)のように機器形状周辺の主要な領域を十分に細かいボクセルで分割し、空気領域は扁平な直方体要素を用いて分割することが多い。解析領域のボクセルを細かくするほど、形状境界の表現能力が向上するが、解析領域内の全てのボクセルが小さくなるため、要素数が増加してしまう。また空気領域の扁平な直方体要素も同様に増加してしまうため、メッシュ全体の要素数の増加と扁平な要素の増加に伴う条件数の悪化[1]が重なり、有限要素解析にかかる計算負荷が大幅に増加してしまう。

ボクセル FEM において、材料境界に位置する要素のみを図 3.2(b)のように階層的に細かくできれば、解析精度と計算負荷の観点から有利である。図 3.2(c)に示すように、材料境界に位置するボクセルを自身の半分の辺長を持つボクセルに等分して新しいボクセルを生成する。これを階層的に任意の回数繰り返すことで材料境界付近のみに小さなボク

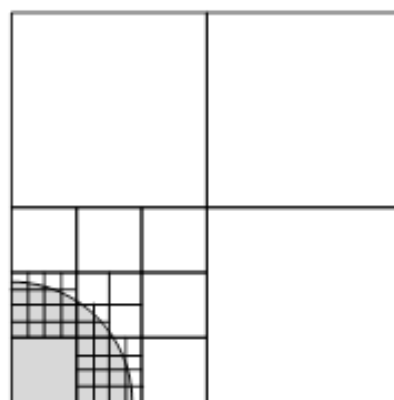
セルが多数生成され、メッシュ全体の要素数を大幅に増加させることなく、形状境界の表現能力を向上させることが出来る。しかし異なるサイズのボクセルからなるメッシュは非適合であり、そのままでは解析に利用できない。非適合なメッシュを解析に用いる場合には次項で説明する、非適合接続を導入して解析を行わなければならない。



(a): 一般的なボクセルメッシュ



(b): 非適合ボクセルメッシュ(三次元概観)



(c): 非適合ボクセルメッシュ(2次元断面)

図 3.2 階層型非適合ボクセル要素

3.2.2 ボクセル要素における非適合接続

非適合ボクセル要素には、辺の始点と終点が他の辺と一致していない「浮き辺」と呼ばれる状態になる辺が生じる。通常、浮き辺が存在するメッシュでは有限要素解析を行うことができないが、非適合接続と呼ばれる手法を導入することで解析を行うことができる[39-42]。

非適合接続には、モルタル有限要素法、ラグランジュ乗数法[39,40]を使用した方法などが提案されているが、有限要素行列の対角項が0になるときがあり、従来の線形マトリクスソルバでは解を得ることができないなどの問題点がある。一方で、線形補間を使

用した接続方法[41, 42]はこのような問題点はなく、通常の線形マトリクスソルバを用いることができるなどの優位な点が多い。本研究では補間法を用いた接続方法を採用する。以降では階層型ボクセル要素を用いた有限要素法を、非適合ボクセル FEM と略記する。

補間法を用いた接続では、浮き辺に付属する未知数(磁気ベクトルポテンシャルを辺に沿って線積分した値)は、他の辺の未知数によって線形補間される。このとき、補間される側の辺をスレーブ辺、補間する辺をマスター辺と呼ぶ。スレーブ辺 e_s の未知数 A_s はマスター辺 $e_{m,i}$ の未知数 $A_{m,i}$ によって次式のように補間される。

$$A_s = \sum_{i=1}^{N_{\text{mas}}} A_{m,i} \int_{e_s} N_{m,i} \cdot dl \dots\dots\dots (3.2.1)$$

ここで、 N_{mas} は e_s のマスター辺の数、 $N_{m,i}$ は辺 $e_{m,i}$ の補間関数、 l は辺 e_s の接線ベクトルである。非適合ボクセル FEM の場合は図 3.3 のように、スレーブ辺は分割によって生まれた小ボクセルの辺、マスター辺はその辺が属している分割前のボクセルの平面を構成する 4 辺とすればよい。したがって式(3.2.1)は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} A_s &= \sum_{i=1}^4 A_{m,i} \int_{e_s} N_{m,i} \cdot dl \dots\dots\dots (3.2.2) \\ &= c_{1,s} A_{m,1} + c_{2,s} A_{m,2} + c_{3,s} A_{m,3} + c_{4,s} A_{m,4} \end{aligned}$$

ここで $c_{i,s}$ は $e_{m,i}$ から e_s への補間係数である。

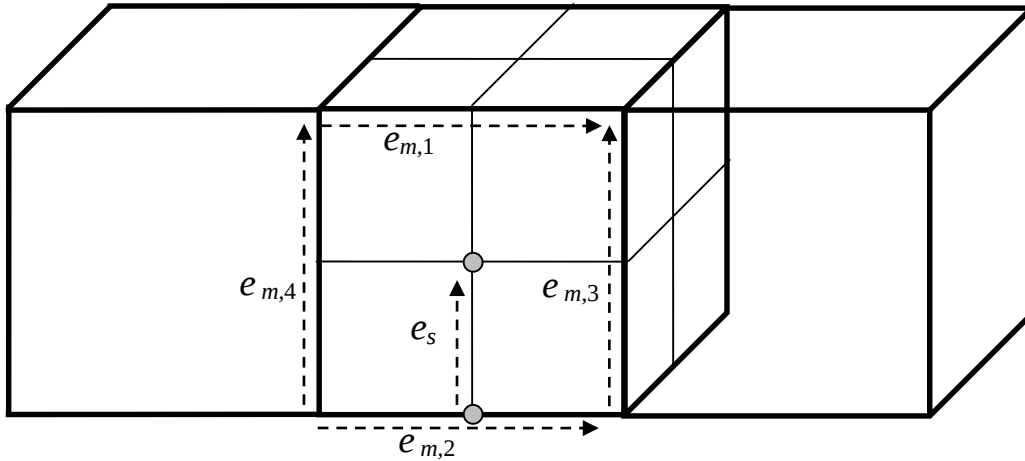
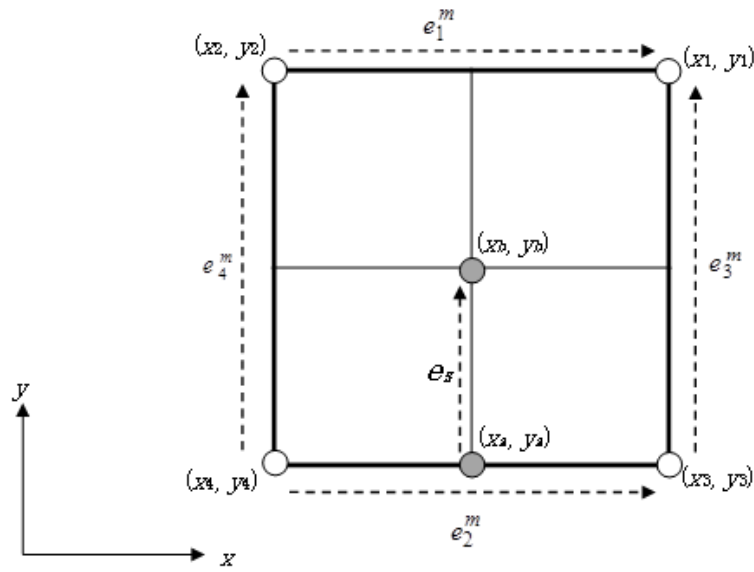


図 3.3 非適合ボクセル FEM のマスター辺とスレーブ辺

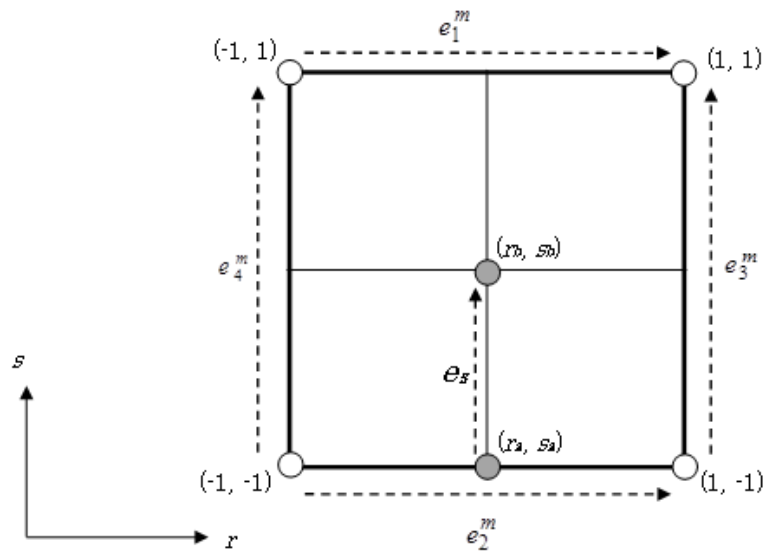
非適合ボクセル FEM のように補間側の要素形状が矩形の場合、式(3.2.2)における補間係数は解析的に計算可能である[42]。ここでは $c_{1,s}$ を計算することを考える。図 3.4(a)のように、図 3.3 に示した接合面を二次元平面のみで示す。4つのマスター辺が作る直方体を座標変換して[-1,1]の局所座標系 r - s を導入すると図 3.4(b)のようになる。次に、辺 e_s を[-1,1]のパラメータ λ を用いて、全体座標、局所座標でそれぞれパラメータ表示すると次式となる。

$$\begin{aligned} x_{e_s} &= \frac{x_b - x_a}{2} \lambda + \frac{x_b + x_a}{2} \\ y_{e_s} &= \frac{y_b - y_a}{2} \lambda + \frac{y_b + y_a}{2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.2.3)$$

$$\begin{aligned} r_{e_s} &= \frac{r_b - r_a}{2} \lambda + \frac{r_b + r_a}{2} \\ s_{e_s} &= \frac{s_b - s_a}{2} \lambda + \frac{s_b + s_a}{2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.2.4)$$



(a): 全体座標



(b): 局所座標

図 3.4 マスター辺とスレーブ辺の座標の対応

式(3.2.3)より, I は次式で表現できる.

$$I = \begin{bmatrix} \frac{x_b - x_a}{2} \lambda + \frac{x_b + x_a}{2} \\ \frac{y_b - y_a}{2} \lambda + \frac{y_b + y_a}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.2.5)$$

ここでマスター辺 $e_{m,1}$ の補間関数は,

$$N_{m,1} = \frac{(1+s)}{4L_x} i_x \dots\dots\dots (3.2.6)$$

$$L_x = \frac{x_1 - x_2}{2}$$

なので, 式(3.2.3)～式(3.2.6)を用いれば, $c_{1,s}$ は次式のように計算できる.

$$\begin{aligned} c_{1,s}^m &= \int_{e_s} N_{m,1} \cdot dl \\ &= \int_{e_s} N_{m,1} \cdot \frac{dl}{d\lambda} d\lambda \\ &= \frac{x_b - x_a}{8L_x} \int_{-1}^1 \left(1 + \frac{s_b - s_a}{2} \lambda + \frac{s_b + s_a}{2} \right) d\lambda \dots\dots\dots (3.2.7) \\ &= \frac{(x_b - x_a)(2 + s_b + s_a)}{8L_x} \end{aligned}$$

上式の値は局所座標と全体座標での値が含まれている. そこで局所座標での値に統一するため,

$$x_b - x_a = L_x(r_b + r_a) \dots\dots\dots (3.2.8)$$

を式(3.2.7)に代入すると, 最終的に次式を得ることができる.

$$c_{1,s} = \frac{1}{8}(r_b - r_a)(2 + s_b + s_a) \dots\dots\dots (3.2.9)$$

同様にして残り 3 つのマスター辺に対する補間係数を求めると次式のようになる.

$$c_{2,s} = \frac{1}{8}(r_b - r_a)(2 - s_b - s_a) \dots\dots\dots (3.2.10)$$

$$c_{3,s} = \frac{1}{8}(s_b - s_a)(2 + r_b + r_a) \dots\dots\dots (3.2.11)$$

$$c_{4,s} = \frac{1}{8}(s_b - s_a)(2 - r_b - r_a) \dots\dots\dots (3.2.12)$$

以上より, 補間係数 $c_{i,s}$ はスレーブ辺の局所座標値が分かれば直ちに求めることができる.

3.2.3 非適合ボクセル要素有限要素法

3.2.2 項で述べた補間をすべてのスレーブ辺に適用することにより，非適合メッシュであっても有限要素解析に用いることが可能となる．

マスター辺の未知数を

$$\mathbf{A} = \{A_i \mid i=1,2,\dots,N_e\} \dots\dots\dots (3.2.13)$$

とし，スレーブ辺の未知数を，

$$\tilde{\mathbf{A}} = \{A_I \mid I=1,2,\dots,N_E\} \dots\dots\dots (3.2.14)$$

とする．両者の関係は，次式のように記述することができる．

$$\mathbf{A}_{\text{all}} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_{\text{MS}} \end{bmatrix} [\mathbf{A}] \equiv \mathbf{C} \mathbf{A} \dots\dots\dots (3.2.15)$$

ここで， $\mathbf{I}$ は $(N_e \times N_e)$ の単位行列， $\mathbf{C}_{\text{MS}}$ は $(N_e \times N_E)$ のマスター辺とスレーブ辺の補間係数からなる行列であり，この行列の要素は以下となる．

$$\mathbf{C}_{\text{MS}} = \{c_{i,j} \mid i=1,2,\dots,N_e, j=1,2,\dots,N_E\} \dots\dots\dots (3.2.16)$$

すなわち式(3.2.15)において， $\mathbf{C}$ はスレーブ辺とマスター辺の関係を示す行列であることを示す．本研究では以後，式(3.2.15)の行列 $\mathbf{C}$ を「接続行列」と呼ぶ．接続行列を用いると，非適合接続を用いた解析は以降で述べるように通常の有限要素法に大きな変更を加えることなく実現できる．

2章で述べたように，静磁場問題でのガラーキン法の弱形式は次式である．

$$G_k = \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot (\nu \nabla \times \mathbf{A}) dV - \int_V \mathbf{N}_k \cdot \mathbf{J}_0 dV \dots\dots\dots (3.2.17)$$

$$= 0$$

適合メッシュを用いた際の有限要素法と同じく，体積積分を要素ごとに行えば式(3.2.17)は次式となる．ただしこのとき，新たに小ボクセルを生成するために分割されたボクセルは無視する．

$$G_k = \sum_e \left\{ \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot \sum_{m=1}^{12} \nu \nabla \times \mathbf{N}_m A_m dV \dots\dots\dots (3.2.18)$$

$$- \int_V \mathbf{N}_k \cdot \mathbf{J}_0 dV \right\}$$

ここで e は要素番号である．したがって有限要素方程式は通常の有限要素法と同じく次式となる．

$$\mathbf{K}\mathbf{A}_{\text{all}} = \mathbf{b} \dots\dots\dots (3.2.19)$$

ここで $\mathbf{K}$ は $(N_e + N_E) \times (N_e + N_E)$ の有限要素行列であり, $\mathbf{b}$ は $(N_e + N_E) \times 1$ の右辺ベクトルである. ところで $\mathbf{A}_{\text{all}}$ は式(3.2.15)のように表せるので, 式(3.2.19)に代入し, 行列を対称にするために $\mathbf{C}^T$ を両辺に左からかけると次式を得る.

$$\mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{A} = \mathbf{C}^T \mathbf{b} \dots\dots\dots (3.2.20)$$

以上より, 接続行列が得られていれば, 通常の有限要素法と同様の方法を用いて行列を作成し, 非適合接続による解析を行うことが可能である.

また, 非線形解析を行うためにニュートンラフソン法を用いる場合は, 以降に示すようになる. 式(3.2.17)より, ガラーキン法の残差は次式のように書くことができる.

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \mathbf{K}\mathbf{A}_{\text{all}} - \mathbf{b} \\ &= \mathbf{K}(\mathbf{A}) - \mathbf{b} \end{aligned} \dots\dots\dots (3.2.21)$$

ここで $\mathbf{G} = \{\mathbf{G}_k \mid k=1,2,\dots, N_e+N_E\}$ は残差ベクトルである. 上式にニュートンラフソン法を用いれば, 次式を得る.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}) &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}} \delta\mathbf{A} &= -\mathbf{G} \end{aligned} \dots\dots\dots (3.2.22)$$

したがって式(3.2.21)は,

$$\frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}_{\text{all}}} \mathbf{C} \delta\mathbf{A} = -\mathbf{G} \dots\dots\dots (3.2.23)$$

となる. $\mathbf{G}$ に式(3.1.21)を代入し, 行列を対称にするために $\mathbf{C}^T$ を両辺に左からかけると, 最終的に次式を得る.

$$\mathbf{C}^T \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}_{\text{all}}} \mathbf{C} \delta\mathbf{A} = \mathbf{C}^T \mathbf{b} - \mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{A} \dots\dots\dots (3.2.24)$$

以上より接続行列を用いれば, 非線形解析でも通常と同様の方法を用いて行列を作成し, 解析を行うことができる.

3.2.4 階層型非適合ボクセルメッシュの生成法

図 3.2 のように形状の境界に三次元解析において非適合ボクセルメッシュを生成する場合, ボクセルが形状境界にあるかを判定してそのボクセルを分割する, ということを繰り返していけばよい. しかし, この方法でメッシュを生成していくと, 辺が以下の 3 通りの状態を取りうる.

1. マスター辺
2. スレーブ辺
3. データ上は存在するが, 解析に使用されない辺 (本研究では無効辺と呼ぶ)

例えば，図 3.5 に示すメッシュ例を考える．太線で示した 4 つのボクセルが分割前のボクセルであり，それ以外は新たに生成されたボクセルの辺とする．このメッシュの場合，辺 e_a は新たに生成された辺であるが，適合しており，解析上は通常の辺と変わらない．一方，辺 e_b はスレーブ辺である．同様に辺 e_c もスレーブ辺であるが，辺 e_c のマスター辺を生成元のボクセルの 4 辺とした場合，その辺に辺 e_b が含まれるため， e_c のマスター辺にスレーブ辺が含まれてしまう．そのため，解析時にはマスター辺のマスター辺を参照する必要がある．一方，左下のボクセルにおいて，辺 e_d が生成された後に再度分割されて辺 e_e が生成されたとする．このとき，辺 e_e のマスター辺は辺 e_d であるが， e_d は再分割された要素でしか使用されていないため，結局辺 e_d は解析では参照されない．すなわち辺 e_d は解析上使用されることがない無効辺となっている．

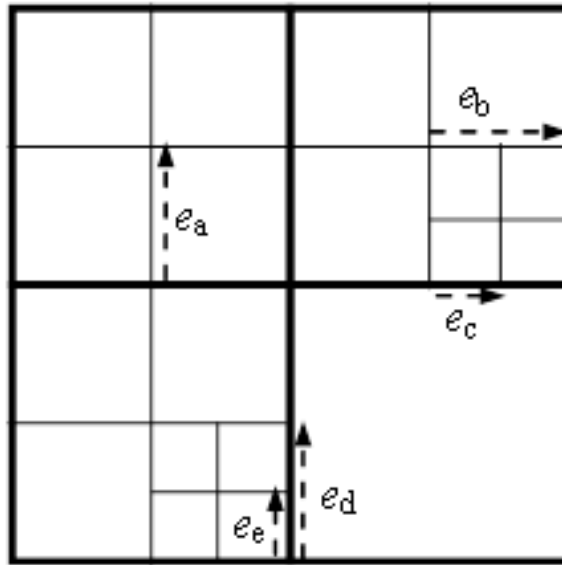


図 3.5 非適合ボクセルメッシュの例(2次元断面)

このように，階層的にボクセルを生成していく過程に応じて，辺が様々な状態をとりうる．ボクセルの分割が終了した後，生成された辺がそのような状態をとり，各スレーブ辺に対応するマスター辺を探索していると，それらに要する計算負荷が無視できない恐れがある．辺の状態の判定を容易にするため，以下に示すアルゴリズムを用いて非適合ボクセルメッシュを生成する．

1. 全ての辺データに以下の 2 つの変数を持たせる．

N_u : その辺を使用する要素の数

N_r : その辺と重なっている辺の数（重なっているとは，自身を e_x ，他の辺を e_y とすると， $\mathbf{l}_x = t\mathbf{l}_y$ ($t < 1$) となるものである．ここで $\mathbf{l}_x$ は辺 e_x の始点から終点へのベクトルである）

2. 以下の処理を N_{div} だけ繰り返す.
 - A) 材料境界に位置している要素を全て抽出する. 方法は任意であるが, 例えば要素がもつ全ての節点位置における材料が一致していなければ境界であると判定できる.
 - B) 抽出した要素を半分の辺長からなる 8 つのボクセルに等分し, 新たな要素を生成する. このとき生成される節点と辺は記憶され, 次に新たなボクセルを生成するときに, 同一の節点と辺が生成されたときは, すでに生成しているデータに置き換える.
 - C) 新たに生成した辺が元の要素の内部に位置し, E_1 の 6 つの表面に接していない場合は, その辺はマスター辺である. それ以外はスレーブ辺であり, その辺が属する E_1 の平面を成す 4 つの辺をマスター辺とする.
3. 全ての辺について,
 - A) $N_u \geq M_1$ のとき, その辺をマスター辺とする.
 - B) $2N_u \leq N_r$ もしくは $N_r \geq M_2$ のとき, その辺を無効辺とする.

以上の方法を用いることで, 新たに生成した辺の状態を適切に表現できる. ここで, M_1 と M_2 の値は辺が, メッシュの内部, メッシュの境界面上, メッシュの境界面の端辺上のどこにあるかで異なる値となる. 表 3.1 にそれぞれの場合の値を示す.

なお, 本アルゴリズムを実装する上での注意する点として, 生成済みの節点と辺のサーチ法が挙げられる. アルゴリズム 2(B)において, 新たに要素を分割した際, 生成済みの節点と辺がサーチする必要がある, これを適切に設計しなければ計算負荷が増加するので注意が必要である. サーチすべき節点と辺は, 対象となるボクセルの“前後左右”のボクセルが持つものだけで十分である. ボクセルメッシュでは要素が規則的に並んでいるため, それらの節点・辺を事前に規則的に格納しておくことが容易である. サーチすべき対象を適当に管理しておくことでサーチに要する計算負荷を低減できる.

表 3.1 非適合ボクセルメッシュ生成アルゴリズムにおける M_1 と M_2 の値

	メッシュの内部	メッシュの境界面上	メッシュの境界面の端 边上
M_1	4	2	1
M_2	8	4	2

3.2.5 接続行列の作成方法

非適合ボクセルメッシュを用いて解析を行うには, 3.2.3 項で述べたように接続行列 C を作成するだけでよい. しかし, 前項で述べたように, 非適合ボクセルメッシュではス

レーブ辺のマスター辺がスレーブ辺である場合や、マスター辺が無効辺である場合があり、メッシュの生成過程に応じて各辺の状態が動的に変化する。そのため、各スレーブ辺のマスター辺を用いて単純に補間係数を求めても接続行列を正しく得ることはできない。

全項で述べたアルゴリズムにより非適合ボクセルメッシュを生成していれば、各辺がスレーブ辺、マスター辺、無効辺であるかは瞬時に判定でき、さらに接続行列は図 3.6 に示す再帰的アルゴリズムを用いて機械的に生成することができる。

```

for each slave edge  $e_s$ 
   $e_m[4] \leftarrow$  master edges of  $e_s$ 
  calcInterpolationCoefficient( $e_s, e_s, e_m, 1.0$ )
end

void calcInterpolationCoefficient( $e_s, e_{s2}, e_m[4], c_{pre}$ )
  for  $i$  in 1..4
    calculate  $c_{sm}^m$  using Eq. (4.2.9)~(4.2.12)
    if  $e_m[i]$  is slave edge or non-valid edge
       $e_m \leftarrow$  master edges of  $e_m[i]$ 
      calcInterpolationCoefficient ( $e_s, e_m[i], e_m, c_{pre} \times c_{sm}^m$ )
    else
       $C(e_{sl}, e_m[i]) \leftarrow c_{pre} * c_{sm}^m$ 
    end
  end
end
end

```

図 3.6 接続行列生成アルゴリズム

3.2.6 非適合ボクセル要素における節点要素の扱い

準定常問題を解くために A- ϕ 法を用いる場合は、辺-節点の混合要素が必要になる。この場合、非適合ボクセル要素において辺だけではなく節点の非適合接続を考える必要がある。

図 3.7 のように、ボクセル要素の節点 $n_i(i=1\sim4)$ 内がつくる平面内にある浮き節点 n_s を考える。浮き節点 n_s に付属する未知数 ϕ_s はの節点 n_i の未知数 ϕ_i の線形補間により、以下のようにならわせる。

$$\begin{aligned}\phi_s &= \frac{L_4}{L_3 + L_4} \left(\frac{L_2}{L_1 + L_2} \phi_1 + \frac{L_1}{L_1 + L_2} \phi_2 \right) + \frac{L_3}{L_3 + L_4} \left(\frac{L_2}{L_1 + L_2} \phi_4 + \frac{L_1}{L_1 + L_2} \phi_3 \right) \dots\dots\dots (3.2.25) \\ &= d_{1,s} \phi_1 + d_{2,s} \phi_2 + d_{3,s} \phi_3 + d_{4,s} \phi_4\end{aligned}$$

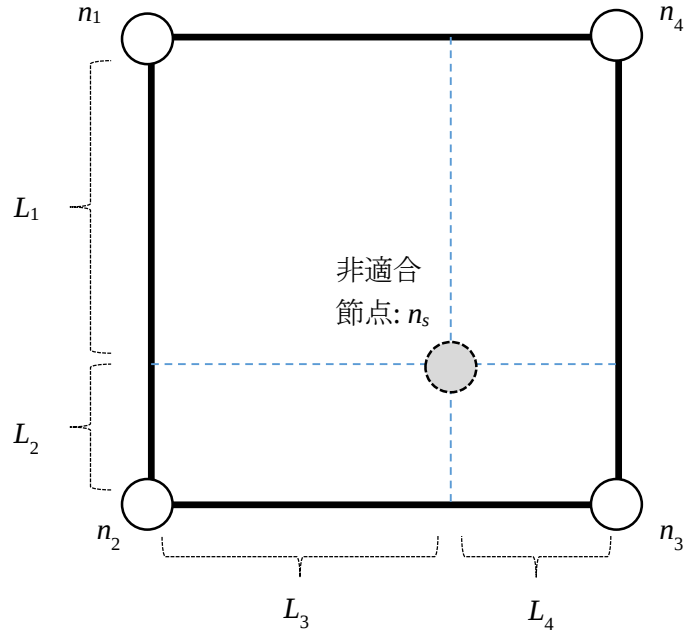


図 3.7 節点の非適合接続

式(3.2.25)の補間係数 $d_{i,s}$ を用いて、辺の場合と同様に節点接続行列 C_N を作成すれば、すべての未知数は以下のように表現できる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \boldsymbol{\varphi} \\ \tilde{\mathbf{A}} \\ \tilde{\boldsymbol{\varphi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_A & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_\varphi \\ \mathbf{C}_{MS} & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \boldsymbol{\varphi} \end{bmatrix} \equiv \mathbf{C} \mathbf{x} \dots\dots\dots (3.2.26)$$

したがって準定常問題の場合も $\mathbf{C}$ を作成すれば、通常と同様の方法で行列を作成し、 $\mathbf{C}$ を掛けることで解くべき方程式を以下のように得ることができる。

$$\begin{aligned}
& C^T \begin{bmatrix} K_A & K_{A\varphi} & K_{AA_s} & K_{A\varphi\varphi} \\ K_{A\varphi} & K_\varphi & K_{\varphi A_s} & K_{\varphi\varphi s} \\ K_{AA_s} & K_{AA_s} & K_{A_s A_s} & K_{A_s\varphi s} \\ K_{A\varphi\varphi} & K_{\varphi\varphi s} & K_{A_s\varphi s} & K_{\varphi\varphi s} \end{bmatrix} C \begin{bmatrix} A \\ \varphi \end{bmatrix} \\
&= C^T \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \\ \mathbf{b}_s \\ 0 \end{bmatrix} + C^T \begin{bmatrix} K_A^2 & 0 & K_{AA_s}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{AA_s}^2 & 0 & K_{A_s A_s}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C \begin{bmatrix} A^* \\ 0 \end{bmatrix} + C^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{A\varphi} & 0 & K_{\varphi A_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{A\varphi\varphi} & 0 & K_{A_s\varphi s} & 0 \end{bmatrix} C \begin{bmatrix} A^* \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.2.27)
\end{aligned}$$

ここで A^* は前ステップにおける辺の未知数の解ベクトルである．各行列やベクトルの計算方法は文献[1-4]等を参照されたい．

節点接続行列 C_N を作成するにあたっては辺の場合と同様に，非適合メッシュ内での各節点の状態を把握しておく必要がある．これも辺を生成する場合と同様に，以下のような方法をとることで瞬時に判定することができる．

1. 全ての節点データに以下の2つの変数を持たせる．
 N_{u2} : その節点を始点もしくは終点とする辺の数
2. 材料境界に位置する要素 E_l 対して，以下の処理を行う．
 A) (辺の場合と同じであり，省略する)
 B) 新たに生成した節点が E_l の8つの節点でなければ，その節点が属する E_l の平面を成す4つの節点をマスター節点とする．
3. (辺の場合と同じであり，省略する)
4. 全ての辺について，
 C) $N_{u2} \geq M_{n1}$ のとき，その辺をマスター辺とする．

ここで， M_{n1} は節点が，導体のどこに位置するかにより表3.2のような値をとる．ただしこの方法では，図3.8のように導体の境界上に非適合節点がある場合には，それが非適合節点になっているかを判定することはできない．これを避けるためには，導体境界上には非適合要素が発生しないよう，境界周辺の要素を全て同じサイズのボクセルに分割しておく必要がある．この操作では，未知数が増えてしまうが，表皮深さを自動的に考慮していることになるため，一定の妥当性がある．

表 3.2 非適合ボクセルメッシュ生成アルゴリズムにおける M_{n1} の値

導体内	導体内かつメッシュ境界面上	導体内かつメッシュ境界の端線上	導体内かつメッシュ境界の隅点上
6	5	4	3

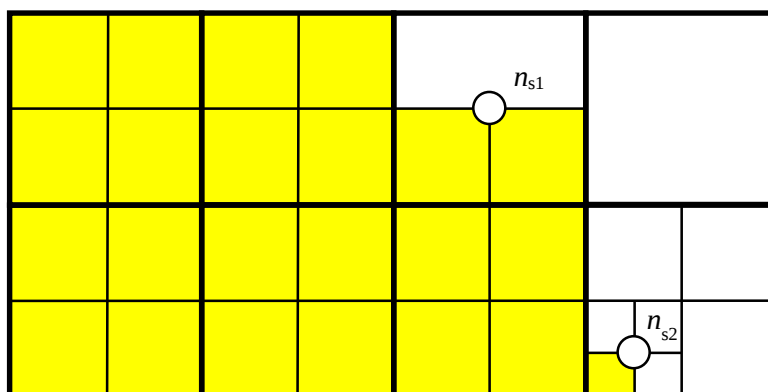


図 3.8 導体境界上の非適合節点

3.2.7 非適合ボクセル要素における電流項の扱い

電流が流れるコイル領域は、それらの箇所も同様に小ボクセルに分割され、非適合接続を用いる必要がある。

3次元問題を扱う場合、コイル要素に与える電流密度 $\mathbf{J}_0$ はコイル内で連続になるように設定する必要がある[3]。適合メッシュの場合、次式のように $\mathbf{J}_0$ を与えることでコイル領域の電流密度は必ず連続になる。

$$\mathbf{J}_0 = \text{rot} \mathbf{T} \dots\dots\dots (3.2.28)$$

ここで $\mathbf{T}$ は電流ベクトルポテンシャルである。 $\mathbf{T}$ は磁気ベクトルポテンシャルと同様に辺に与えられ、ボクセル要素内の $\mathbf{T}$ は次式のように求められる。

$$\mathbf{T} = \sum_{k=1}^{12} N_k T_k \dots\dots\dots (3.2.29)$$

ここで T_k は辺 e_k に沿って $\mathbf{T}$ を線積分した値である。各辺に与える T_k は木-補木分解により決定することができる。

適合メッシュの場合は木-補木分解を行って T_k を与えることができるが、非適合メッシュの場合は木-補木分解を行うことは容易ではない。ところでコイル形状が図 3.9 のように単純な円形もしくは矩形コイルのような場合は、木-補木分解などを行わずに e_k に与える T_k を以下のように与えることができる。

$$T_k = I_k \times \frac{NI}{L_H} \left(1 - \frac{p}{L_W} \right) \dots\dots\dots (3.2.30)$$

ここで N はコイルの巻数, I は電流 I_k は辺 e_k の長さである. また, p は e_k の重心の図 3.9 におけるコイル左端からの距離である. 非適合ボクセルの場合は, コイル境界の辺がコイルの境界と完全に一致しているとは限らないため, 図 3.9 でのコイルの左端と右端より外側に位置している辺には, 近似的にそれぞれ $p=0$, $p=1$ の場合の値を設定することで電流が完全にコイル要素内で連続になる.

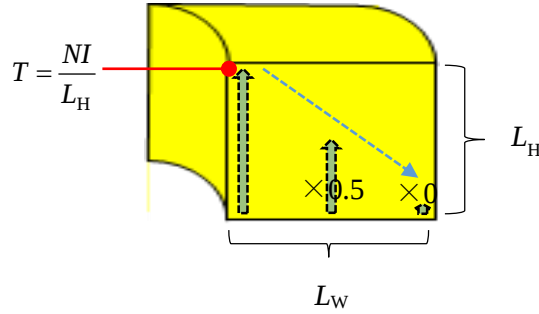


図 3.9 単純円状コイルにおける T

以上の方法でコイル要素のマスター辺に T_k を与えた後, コイル要素内のスレーブ辺に与えた T_k を, $\mathbf{A}$ の場合と同様に以下のように再度与える.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \tilde{\mathbf{T}} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_T \mathbf{T} \dots\dots\dots (3.2.31)$$

ここで $\mathbf{T}$, $\tilde{\mathbf{T}}$ はコイル要素に含まれているマスター辺とスレーブ辺に与えた T_k からなるベクトルである. $\mathbf{C}_T$ はコイル要素に含まれている辺のみの接続関係を示した接続行列である. 以上の方法を用いることで, 非適合メッシュでも電流密度をコイル要素内で連続にできる.

ところで, 電流ベクトルポテンシャルを与えるためには, コイルの端に位置する要素を探索し, 辺がコイルの端にあるかを判定する必要がある. しかし非適合メッシュの場合, コイル端の要素は小ボクセルに分割されるため, 渦電流問題の場合と同様に, その要素がコイルの端にあるかどうかを判定するのが難しくなる. したがって, やはり渦電流問題の場合と同様にコイルの境界から幅 ε 内の領域を, コイル境界部分と同じ回数だけ小ボクセルに分割する必要がある. このようにすることでコイル境界の要素はスレーブ辺をもたなくなり, コイルの境界かどうかの判定が容易になる.

コイル形状が単純であれば上記の方法で電流項を与えることができるが, より一般の場合は式(3.2.30)のように与えることはできない. しかしその場合は木-補木分解が必要になってしまうため, 別な方法を用いた方が実装上の都合が良い.

電流が連続であるということは,

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_0 = 0 \dots\dots\dots (3.2.32)$$

ということである．ここで，オームの法則より， $\mathbf{J}_0 = \sigma \mathbf{E}$ と書くことができ，コイル内に渦電流が流れないとする，

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \dots\dots\dots (3.2.34)$$

となる．これにより電界 $\mathbf{E}$ は

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \dots\dots\dots (3.2.35)$$

と書くことができるので， $\mathbf{J}_0$ は次式のように表現できる．

$$\mathbf{J}_0 = -\sigma \nabla \phi \dots\dots\dots (3.2.36)$$

これを式(3.2.32)に代入すると，

$$\sigma \nabla \cdot \nabla \phi = 0 \dots\dots\dots (3.2.37)$$

となる．このときの境界条件は，

$$NI = \iint_S \mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{i}_s dS = -\sigma \iint_S \nabla \phi \cdot \mathbf{i}_s dS \dots\dots\dots (3.2.38)$$

として与える．すなわちコイルの流入・流出面に，電流 NI になるような一定の ϕ を与える．ただし「電流 NI になるような一定の ϕ 」というのは一般には未知である．そのため一度 ϕ と σ に適当な値を与えて式(3.2.37)を解き，その結果得られた流入面の電流密度 $\mathbf{J}_{\text{sol}}$ と本来コイルの流入面に与えるべき $\mathbf{J}_0$ を比較して，

$$\sigma = \frac{\|\mathbf{J}_0\|}{\|\mathbf{J}_{\text{sol}}\|} \dots\dots\dots (3.2.39)$$

として σ を更新し，再度，式(3.2.37)を解くことで正しい ϕ を得ることができる．

離散化にあたり，電流連続の方程式は近似的に満たされており，電流密度の発散が 0 になっている保証はない．そこで電流密度の発散が 0 になるように補正を行う[43]．式(3.2.37)をから得られた電流密度を，新たなポテンシャル z により以下のように修正する．

$$\mathbf{J}'_0 = \mathbf{J}_0 - \nabla z \dots\dots\dots (3.2.39)$$

ここで，補正後の電流密度 $\mathbf{J}'_0$ の発散が 0 になるように z を求める．すなわち，

$$\nabla \cdot \nabla z = -\sigma \nabla \cdot \nabla \phi \dots\dots\dots (3.2.40)$$

となるように z を求める．このようにして得た $\mathbf{J}'_0$ を用いて有限要素法の右辺項を作成する．

式(3.2.37)を Galerkin 法により離散化する．節点の補間関数を N_i とすると，以下をえる．

$$\iiint_V N_i \sigma \nabla \cdot \nabla \phi = 0 \dots\dots\dots (3.2.41)$$

ベクトル公式により展開し，整理すると，上式は以下となる．

$$\iiint_V \sigma \nabla N_i \cdot \nabla \phi dV - \iint_S \sigma N_i \nabla \phi \cdot \mathbf{i}_s dS = 0 \quad \dots\dots\dots (3.2.42)$$

ここでコイルの流入・流出面以外で電流の出入りは無いことから，式(3.2.38)で示した境界条件の通り，流入・流出面以外で上式の左辺第2項は0とする．式(3.2.40)も同様に離散化できる．

この方法を用いれば，木-補木分解が不要になるため，節点の非適合接続のみを考慮すれば良い．ただし，本方法を用いても要素がコイルの境界かどうかの判定が必要となるため，判定を容易化するには同様にコイルの境界から幅 ε 内の領域，ならびに流入・流出面は，コイル境界部分と同じ回数だけ小ボクセルに分割する必要がある．その分要素が増えてしまうため，より効果的な手法の提案は今後の課題といえる．

3.3 数値実験

この節では、3.2 節で述べた非適合ボクセル FEM を用いた 3 次元パラメータ最適化の性能や最適化結果についてまとめる。また、個別の最適化問題を扱う上での有限要素法の定式化についてもあわせてこの節に記載する。

3.3.1 非適合ボクセル FEM の精度評価

非適合ボクセル FEM を形状最適化に使用するにあたり、性能の評価を行う。ここでは図 3.10, 3.11 に示す 2 つのモデルを対象として、非適合ボクセルメッシュの生成時間と解析精度を検証する。図 3.10 に示す磁気シールドモデルは、ターゲット領域における磁束密度を、磁性体によるシールドにより最小化する機器のモデルである。また図 3.11 に示すリアクトルモデルは電流を流した際に、コアの磁気飽和を防ぐギャップが設けられたモデルである。

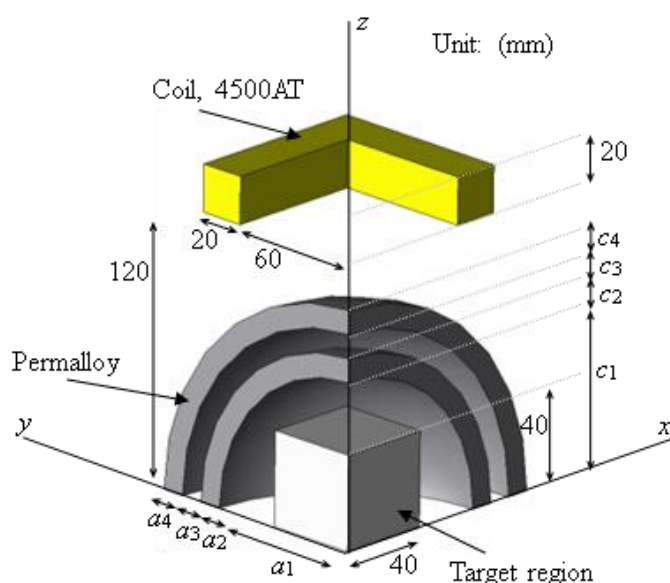


図 3.10 磁気シールドモデル
(3.3.1 項では a_1 と c_1 を 70mm に、他は 10mm に設定する)

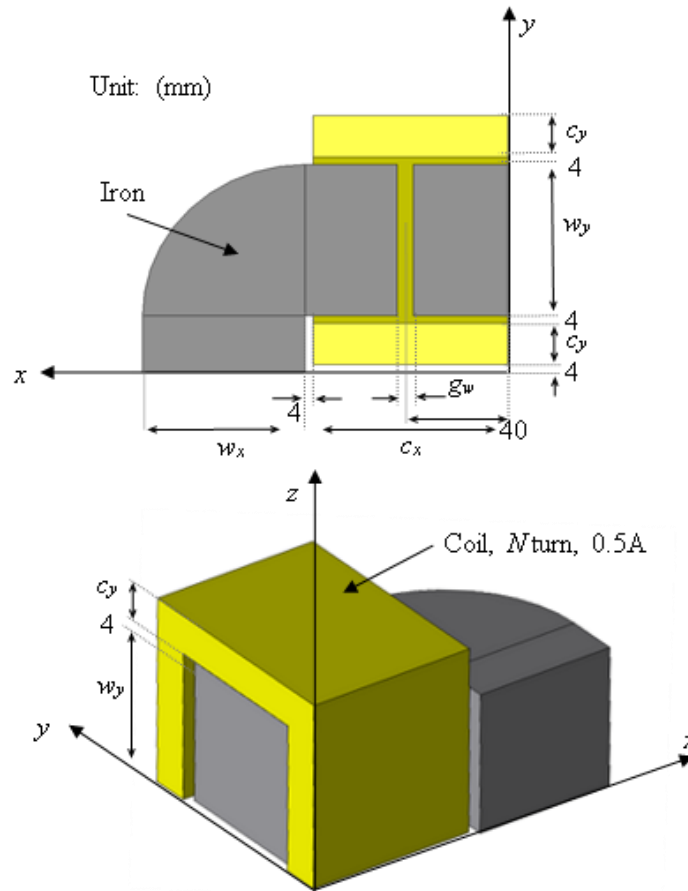


図 3.11 リアクトルモデル

(3.3.1 項では w_x , w_y , c_x , c_y , g_w , N をそれぞれ 80, 80, 96, 22, 4mm, 36, とする)

ここでは上記 2 つのモデルの解析に非適合ボクセル FEM を用いた際の、メッシュ生成時間と解析精度を検証する．まず基本ボクセルとして、シールドモデルでは $200 \times 200 \times 200 \text{ mm}^3$ を物体領域として 1 辺が 4mm の小ボクセルで均等に分割し、それ以外の $2000 \times 2000 \times 2000 \text{ mm}^3$ の領域を空気領域として 1 辺が 40mm のボクセルで粗く分割した．そして解析では両メッシュの接合部を非適合接続する．同様にリアクトルモデルでは $240 \times 240 \times 240 \text{ mm}^3$ と $1280 \times 1280 \times 1280 \text{ mm}^3$ の領域をそれぞれ物体領域と空気領域とし、1 辺が 8mm と 48mm のボクセルで分割した．これらを基本ボクセル要素とし、形状に合わせて非適合ボクセルを生成し、それに要する計算時間を計測する．ここで基本ボクセルは一度用意すれば固定であるため、基本ボクセルの生成時間は計算時間には含まない．

クロック数が 3.33GHz の Intel Xeon W5590 CPU を用いて、3.2.4 項で示したアルゴリズムにより非適合ボクセルを生成した．シールドモデルとリアクトルモデルの非適合ボクセルメッシュの生成に要した計算時間を図 3.12 に示す．ここで図中の N_{div} は 3.2.4 項で示した方法における分割繰り返し数を指す．また、 Δn は $n_e - n_l$ は分割による未知数(未知の磁気ベクトルポテンシャルをもつ辺の数)の増加分である．図 3.12 より、非適合ボ

クセルによるメッシュ生成時間は近似的には Δn に比例することが分かる．また，メッシュ生成に要した時間はシールドモデルの方が長くなっている．これはシールドモデルの方が形状境界に位置する要素の数が多いためと思われる．3.2.4 項のアルゴリズムから明らかなように，非適合ボクセルメッシュの生成時間に影響するものは材料境界に位置する要素 n_E の数である．境界に位置する要素が多ければ分割対象となる要素が増え，計算負荷が増加することが明らかである．ただし図 3.12 のように，計算負荷はおおむね Δn に比例している．

ここで一般的な四面体要素の生成法である Delaunay 分割法の計算負荷は $O(n \log n)$ であることが知られている[44]．ただしここで n は節点数である．したがってもし n と n_E の数が等しければメッシュ生成に要する計算負荷は非適合ボクセルの方が軽いことが期待できる．また，一般的にメッシュ内の全節点数よりも n_E の方が小さいことが期待できるため，非適合ボクセルの計算負荷が十分に軽いことが期待できる．本研究では Delaunay 分割法のプログラムを用意できなかったため，机上での比較ではあるが，非適合ボクセルの計算負荷が軽いことが分かった．また，非適合ボクセルではメッシュ生成後にスムージング処理[45]が不要であるということも優位な点である．

具体的な比較のため，電磁界解析の商用ソフトウェアである JMAG[®]を用いてシールドモデルのメッシュを生成し，それとの計算時間を比較した．結果を図 3.13 に示す．用いた CPU と OS が異なっており，実行環境が大きく違うので単純に比較することができず，参考の比較ではあるが，非適合ボクセルによるメッシュ生成の計算負荷が軽いことを示唆している．

図 3.14, 3.15 にシールドモデルとリアクトルモデルの非適合ボクセルメッシュを示す．形状の境界に小ボクセルが配置され，曲線が表現されている．

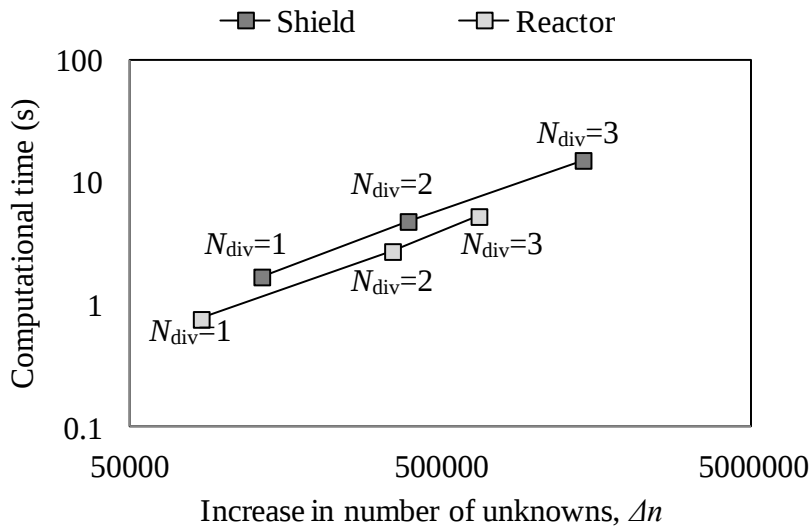


図 3.12 非適合ボクセルメッシュに要した計算時間

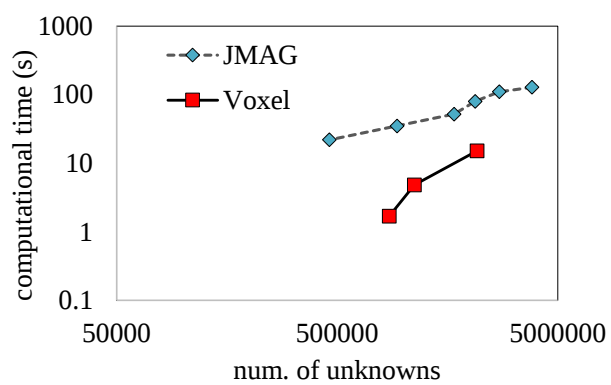


図 3.13 メッシュ生成時間の商用ソフトウェアとの比較

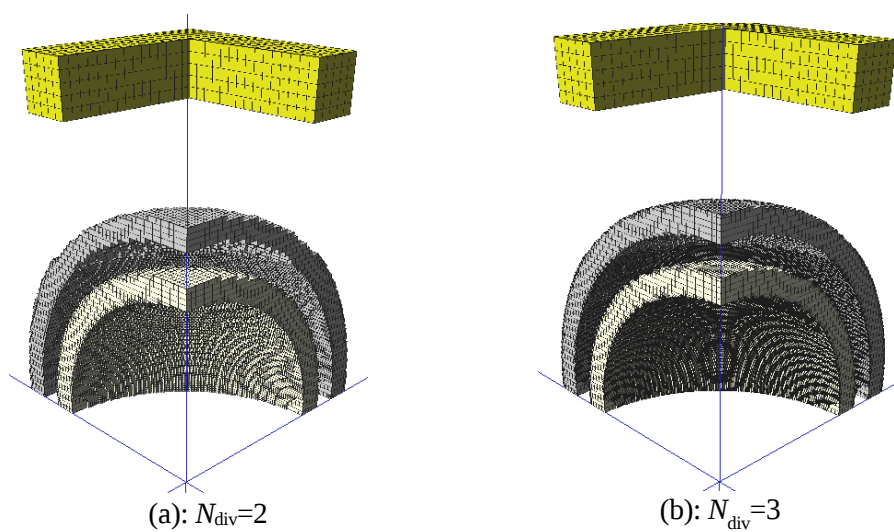


図 3.14 シールドモデルの非適合ボクセルメッシュ

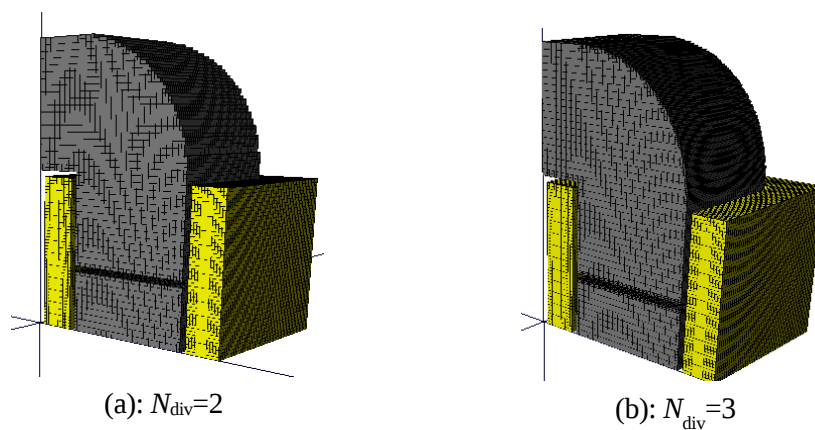
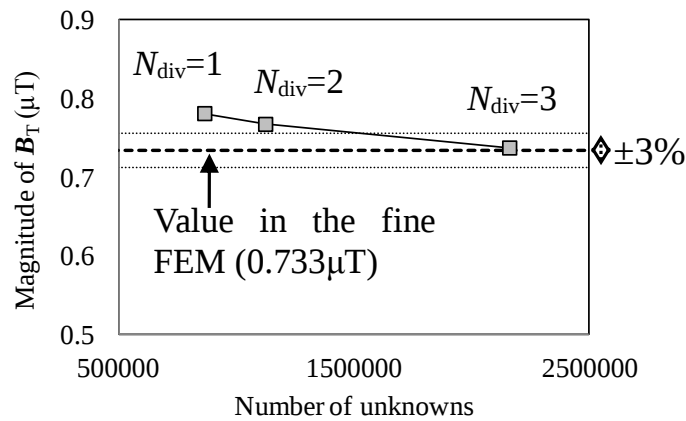
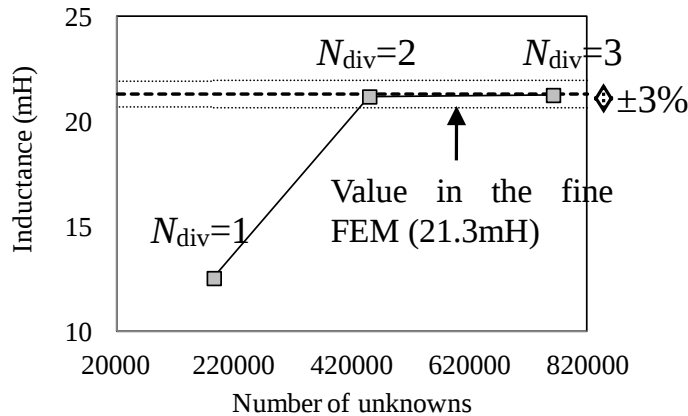


図 3.15 リアクトルモデルの非適合ボクセルメッシュ

生成した非適合ボクセルメッシュを用いて有限要素解析を行い、ボクセルメッシュを用いた際の計算精度を検証する．ここでは、精度比較対象として、シールドモデルでは対象領域内の磁束密度最大値を、リアクトルモデルではインダクタンスをそれぞれ解析し、十分に細かな四面体要素(fineFEM)の解析結果と比較する．解析結果を図 3.16 に示す．両モデルとも、 $N_{\text{div}}=1$ のときは誤差が大きいが、 N_{div} が増加するにつれて fineFEM の結果に近づき、 $N_{\text{div}}=3$ の際はほぼ一致していることが確認できる．以上より、本モデルにおいては非適合ボクセルにより解析精度を維持できることが示された．



(a): shield model



(b): reactor model

図 3.16 非適合ボクセルメッシュの解析精度

3.3.2 シールドモデルの 3 次元パラメータ最適化

前項で示したシールドモデルを対象にして非適合ボクセル FEM を用いた 3 次元形状パラメータ最適化を行う．対象とするパラメータは図 3.10 における $a_i, c_i (i=1, \dots, 4)$ の計パ

ラメータとする．この最適化の目的は以下で定義する．

$$F_{sh} = \frac{\|B_{max}\|}{B_T} + W \frac{V}{V_T} \rightarrow \min. \quad (3.3.1)$$

ここで B_{max} は対象領域の最大磁束密度， V はシールド体積である．また， $B_T=0.73\mu T, V_T=2567.9mm^3$ は規格化定数であり，3.3.1 項の設定における B_{max} と V の値である．さらに W は結合重みであり本項では 0.2 とする．

最適化計算は $REX^{star}+JGG$ を使用して行う．初期個体数を 50 とし，毎世代 12 個体の子個体として生成する．また，本最適化では鏡映個体を使用する．この設定で 80 世代まで最適化計算を行った．世代数の変化に対する F_{sh} の推移を図 3.17 に示す．世代が進むにつれて F_{sh} が減少し，適切に探索が進んでいることが確認できる．図 3.18 に最適化により得られたシールド形状を示す．このシールドにおける $\|B_{max}\|$ と V はそれぞれ $0.57\mu T$ $2736.8mm^3$ であり，最適化前に比べて $\|B_{max}\|$ は 30% 減少し， V は 6% 増加した．したがってシールド体積をほぼ維持しつつ，シールド効果を 30% 高める形状が得られたといえる．最適化形状をみると，外側のシールド厚さは x 方向・ z 方向ともに同じであるが，内側のシールドは z 方向の厚みが小さくなっていることが分かる．この理由として，外側シールドは厚くなることで磁気飽和を防いでシールド効果を維持し，内側シールドは飽和に達する磁界がかからないため， z 方向の磁気抵抗を高めることを優先して上部シールドが細くなったためと考えられる．その結果，シールドの効果が高まったと考えられる．

このように非適合ボクセル FEM を用いた最適化により，効果的なシールド形状が得られたことが示された．

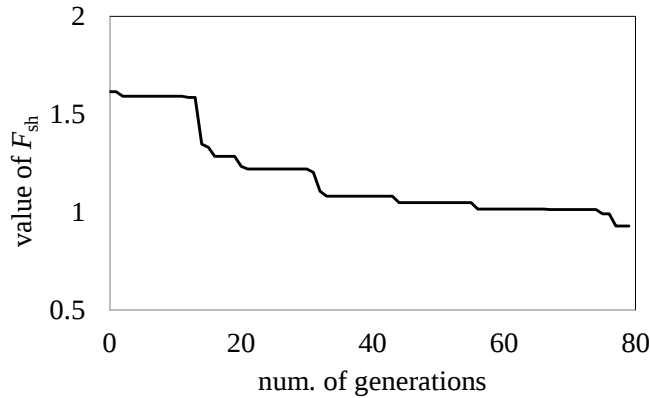


図 3.17 最適化計算における目的関数 F_{sh} の推移

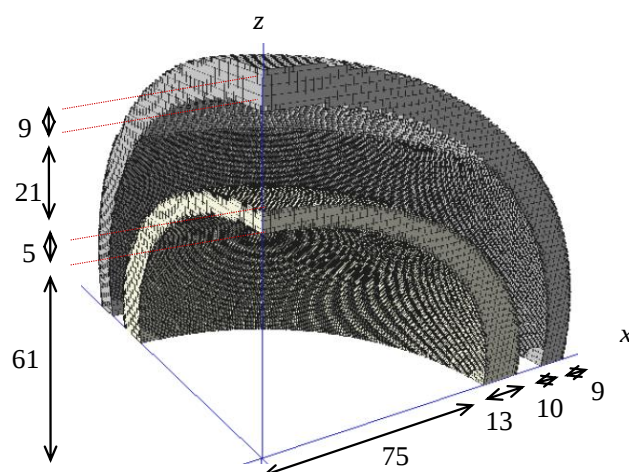


図 3.18 シールドモデルの最適化結果
 $(\|B_{\max}\|=0.57\mu\text{T}, V=2736.8\text{mm}^3)$

3.3.3 非適合ボクセル FEM の精度評価 2 – 均質化と電磁力

3.3.1 項で示したモデルでは、非適合ボクセル FEM はよい精度を示した。ところで、シールドモデルで精度評価の対象とした磁束密度の計算領域は形状境界から離れた領域であり、リアクトルモデルで対象としたインダクタンスはメッシュ全体から算出される。このため、非適合ボクセルメッシュの最大の難点と思われる「形状境界の凹凸の影響」があまり現れない問題設定であると考えられる。そこでさらなる精度検証のため、形状境界付近の磁束密度から電磁力を算出する節点力法[46, 47]を用いた場合の計算精度について検討する。また、文献[48]などで検討されているように、形状境界に位置するボクセル要素に、物体と空気の間隔的な透磁率を与えることで解析精度を改善できる可能性が示唆されている。この方法と非適合ボクセル要素を組みわせれば更なる精度改善が実現できる可能性が高い。そこで本項では、均質化法の有無による節点力法の解析精度について検討する。

均質化法とは一般に複合材料の物性値を与える際に用いられる方法である[49-51]。具体的には、巨視的にみれば 1 つの材料としてみなせるが微視的にみると複数の材料ないし構造からなるものに、巨視的な物性を与える方法である。代表例としては規則的格子に等価的なヤング率を与える方法がある。

ここで述べる均質化法とはそれとは異なり、図 3.19 のように材料境界に位置する要素に等価的物性値を与える方法[48]であり、Mixture theory[52]とも呼ばれる。材料境界に位置する要素はその内部に物体と空気の両方が含まれているため、それらの間隔的な物性を与えることで解析精度を改善する方法である。均質化には様々な方法が考えられるが、本項では最も単純な以下の式により、境界に位置する要素の物性値(磁気抵抗率)を与える。

$$v_h = \frac{V_m}{V_e} v_m + \frac{V_e - V_m}{V_e} v_0 \dots\dots\dots (3.3.2)$$

ここで v_h は均質化磁気抵抗率, v_m, v_0 はそれぞれ物体と真空の磁気抵抗率である. また, V_e は要素の体積, V_m は要素内の物体が占める体積である. すなわち式(3.3.2)は体積比に応じて等価的物性を与える方法である.

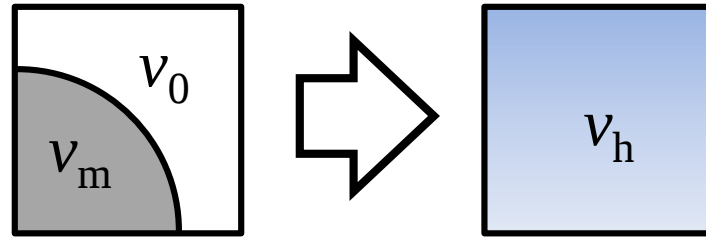
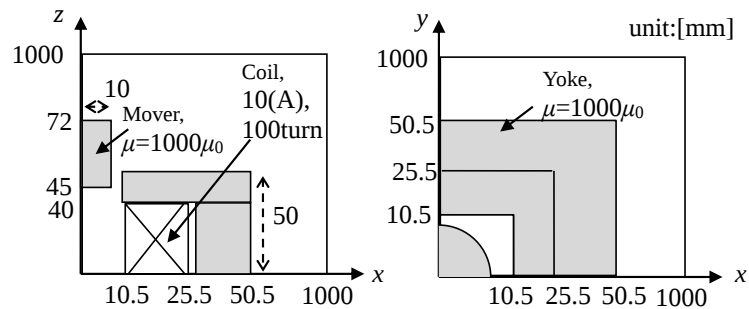
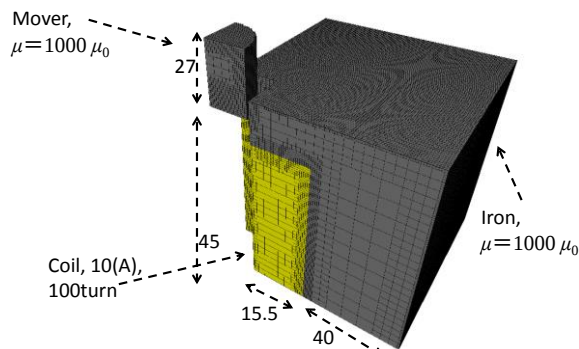


図 3.19 境界に位置する要素の均質化

精度検証として図 3.20 と図 3.21 に示すモデルを用いる. 図 3.20 では **Mover** に働く電磁力を解析対象とし, 図 3.21 のインダクタモデルではヒステリシス損とインダクタンスを対象とする. これらに対応する非適合ボクセルメッシュを $N_{div}=3$ として生成し, 式(3.3.2)の均質化法の適用有無により精度がどのように変化するかを調べる.



(a) : 寸法詳細



(b) : メッシュ図

図 3.20 検証モデル 1 - 単純アクチュエータ[138]

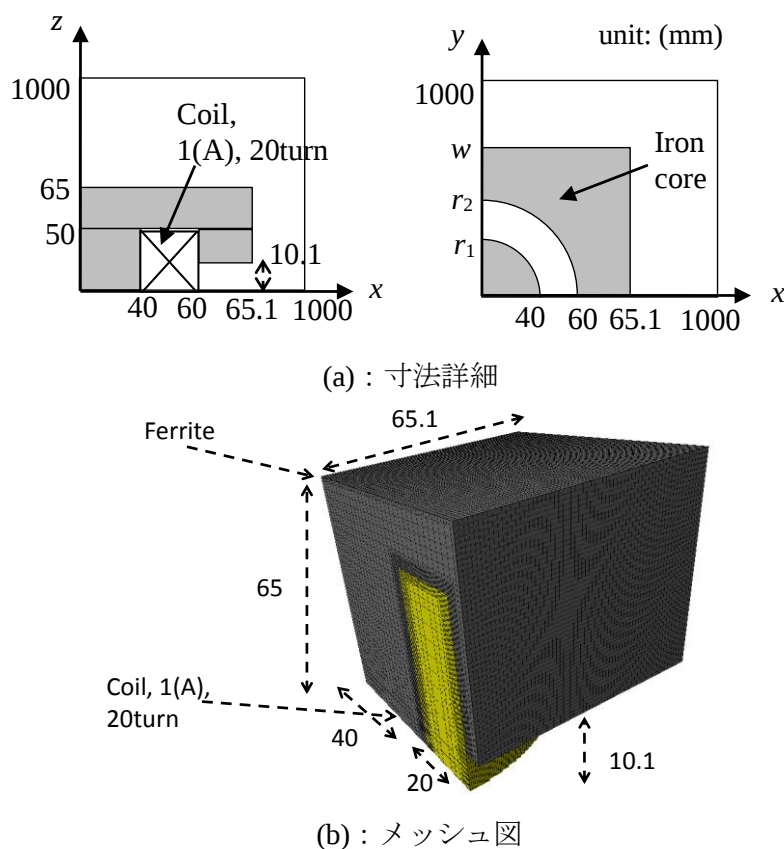


図 3.21 検証モデル 2 - インダクタモデル[138]

表 3.3 に検証モデル 1 において **Mover** に働く電磁力を解析した結果を示す．表 3.3 より， z 方向の電磁力は均質化の有無に関わらず，十分に細かな四面体メッシュによる結果とほぼ一致していることが確認できる．しかし $x \cdot y$ 方向の電磁力は均質化を用いていない場合は **fineFEM** と近い結果が得られているが，均質化を用いた場合は電磁力の値が大きく異なっている．考えられる理由としては，均質化透磁率により磁束密度の方向が変化してしまい， $x \cdot y$ 方向に発生する電磁力に影響を与えた可能性が考えられる．このように式(3.3.2)の均質化法では電磁力に悪影響を与えることがわかった．また，均質化を用いなくとも非適合ボクセルによる電磁力の解析精度は **fineFEM** と比べて 10%の差であることが分かった．

表 3.3 検証モデル 1 における電磁力の解析精度

電磁力 ($10^3 \times \text{Nm}$)	fineFEM	非適合ボクセル (均質化なし)	非適合ボクセル (均質化あり)
z 方向	-3.54	-3.56	-3.51
$x \cdot y$ 方向	0.63	0.59	0.24

次に検証モデル2におけるインダクタンスとヒステリシス損の結果を示す．なお，ヒステリシス損 W はスタインメッツの方法により次式で求めた．

$$W = K_h \sum_e V_e \|B\|^2 \dots\dots\dots (3.3.3)$$

ここで総和は磁性体ならびに境界要素について行う．また K_h はヒステリシス係数であり，本来は材料の損失を計測した結果から算出するが，本問題は解析に関する比較を行うことが目的であるので，適当な値として 1000 を与える．

解析結果を表 3.4 に示す．均質化の有無に関わらず，インダクタンス・ヒステリシス損ともによく fineFEM と一致していることが確認できるが，本モデルでは均質化を用いた際の解析結果が fineFEM とほぼ一致しており，均質化により解析精度が改善されたことが分かる．これはインダクタンスとヒステリシス損がともに境界要素の磁束密度のみではなく，メッシュ全体を通した結果の総和により求められるため，局所的な磁束の乱れの影響が少ないためと考えられる．そのため電磁力の場合と異なり，均質化により解析精度が改善されたと考えられる．

以上の結果より，均質化法の有無による電磁力の解析結果について示すとともに，解析対象によっては均質化が有効に働く場合があることを示した．電磁力を一致させるような均質化法や，より精度を改善できる方法の検討は今後の課題であるといえる．

表 3.4 検証モデル2におけるインダクタンスとヒステリシス損の解析精度

	fineFEM	非適合ボクセル (均質化なし)	非適合ボクセル (均質化あり)
インダクタンス(kW)	1.54	1.50	1.53
ヒステリシス損(W)	8.89	8.57	8.82

3.4 昇圧回路用フェライトインダクタの最適化

この節では，3.3 節で非適合ボクセル FEM を用いたより具体的な最適化の例として，昇圧回路に用いるインダクタの3次元パラメータ最適化について報告する．

3.4.1 問題の背景

DC-DC コンバータは電気機器の電源回路として広く用いられている重要な IC といえる．DC-DC コンバータは近年小型化が強く望まれており，それに応じてインダクタサイズを低減するために，スイッチング回路の周波数が高くなっている．これに伴い，インダクタ内の磁性コアのヒステリシス損を無視できなくなりつつある．したがって高効率な DC-DC コンバータを実現する上でインダクタの効率を改善することが必要とされている[53, 54]．そこで非適合ボクセル FEM を用いて，低損失なインダクタの最適設計を

行う。

インダクタの損失としてはヒステリシス損に加えて、巻線で生じる銅損がある。これら2つを同時に最小化することが求められているが、銅損を低減するために巻線の巻き数を減少させると、所望のインダクタンス値を発揮することができなくなる。代わりに磁性コアの体積を増加させてインダクタンス値を増加させることが可能であるが、磁性コア体積の増加はヒステリシス損の増加を招く恐れが高い。このように、上記2つの目的は一定の相反関係にあり、適当な構造を見つけるには最適設計が有効である。

本節では Texas Instruments 社の昇圧回路 IC である TPS61240[55]に用いるインダクタの最適設計を行うことを考える。図 3.22 に TPS61240 の等価回路図を示す。この回路に必要な $1\mu\text{H}$ のインダクタンス値をもつインダクタを非適合ボクセル FEM で設計する。なお、図 3.22 における R_{IC} は IC の制御回路の消費電力を考慮するための等価抵抗であり、データシートから 400Ω と推定する。また本節では簡単のため、スイッチング回路における FET とダイオードのスイッチング損失は無視するとし、それらの on 抵抗による損失のみを考慮する。ここで FET とダイオードの on 抵抗はデータシートから 0.29Ω と 0.25Ω と仮定する。また、TPS61240 はフィードバック抵抗 R_{FB} によって負荷の状態を監視し、フィードバック制御や PWM 制御と PFM 制御の切り替え等を行っているが、本研究ではこれについても簡単のため、PWM 制御のみが行われていると仮定する。

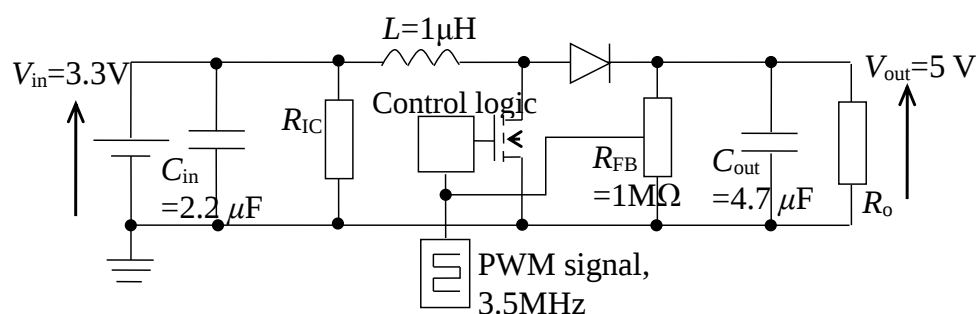


図 3.22 昇圧回路 TPS61240(Texas Instruments 社)のモデル図[137]

3.4.2 直流重畳下のインダクタンス解析[特許 56]

電源回路で使用されるインダクタには、スイッチングによる三角波に直流が重畳した電流が流れる。インダクタに磁性コアが使用されているため、大きな直流バイアスが加わっている状況下では磁性コアが磁気飽和し、インダクタンス値が低下する。このような現象を解析するためには、直流重畳を考慮した解析が必要である。

直流重畳による影響を精確に考慮する方法としては、プライザッハモデルやプレイモデル等のヒステリシスモデルを使用する方法がある。ヒステリシスモデルを用いて、後述する回路連成解析を行えば、過渡状態から定常状態に至るまでの磁性コアの挙動を精度よく解析することが可能である。しかし計算負荷の観点から必ずしも現実的な方法ではない。

静磁界の有限要素解析のみを用いて、簡便に重畳下のインダクタンスを解析することができる。本研究ではこの方法により重畳下のインダクタンスを解析する。

いま、直流電流 I_0 に流れており、それによりコイルに Φ_0 の磁束がコイルに鎖交しているとする。これに加えて、小振幅な交流電流 $i(t)$ が流れ、磁束が $\Phi_0 + \varphi$ になったとする。つまり、

$$\Phi = \Phi_0 + \varphi(t) = \Phi_0 + Li(t) \dots\dots\dots (3.4.1)$$

なる磁束がコイルに鎖交している。ここで L は小電流に伴う磁束の増分をあらわすインダクタンス(増分インダクタンス)である。ここでコイルに生じる起電力は

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{di} \frac{di}{dt} \equiv -L \frac{di}{dt} \dots\dots\dots (3.4.2)$$

$$L \equiv \frac{d\Phi}{di} \dots\dots\dots (3.4.3)$$

であるので、回路連成などの方法により電流や磁束の変化の時間変化を解析している場合は、式(3.4.3)により L を求めることが可能である。

いま、動的解析を行わずに静磁界により L を求める方法を考える。小電流に伴う磁気エネルギーの増分 ΔW_m は以下で表現できる。

$$\begin{aligned} \Delta W_m &= \int_{\Phi_0}^{\Phi_0+\varphi} I d\Phi = \int_{\Phi_0}^{\Phi_0+\varphi} \left(I_0 + \frac{\varphi}{L}\right) d\Phi = \int_0^{\varphi} \left(I_0 + \frac{\varphi}{L}\right) d\varphi \\ &= I_0 \varphi + \frac{\varphi^2}{2L} = I_0 iL + \frac{Li^2}{2} \end{aligned} \dots\dots\dots (3.4.4)$$

ところで磁気エネルギー密度の増分は図 3.23 のように考えれば以下のように表現できる。

$$\Delta w_m = \frac{1}{2} b(H_0 + H_0 + h) = bH_0 + \frac{1}{2} bh \dots\dots\dots (3.4.5)$$

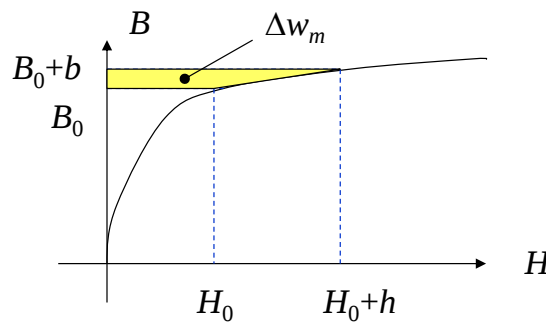


図 3.23 磁気エネルギー密度の増分

式 (3.4.5)より, 磁気エネルギーの増分 ΔW_m は以下のように表記することもできる.

$$\begin{aligned}
 \Delta W_m &= \int_V b H_0 dV + \frac{1}{2} \int_V b h dV \\
 &= \int_V \text{rot} \mathbf{a} \cdot \mathbf{H}_0 dV + \frac{1}{2} \int_V \text{rot} \mathbf{a} \cdot \mathbf{h} dV \\
 &= \int_V \mathbf{a} \cdot \text{rot} \mathbf{H}_0 dV + \frac{1}{2} \int_V \mathbf{a} \cdot \text{rot} \mathbf{h} dV \dots\dots\dots (3.4.6) \\
 &= \int_V \mathbf{a} \cdot \mathbf{J}_0 dV + \frac{1}{2} \int_V \mathbf{a} \cdot \mathbf{j} dV
 \end{aligned}$$

ここで $\mathbf{a}$ は微量電流により生じる磁気ベクトルポテンシャルを, $\mathbf{j}$ は小電流に対する電流密度をあらわす. ここで直流電流と小電流の分布は同じであるので, $\mathbf{J}_0 = \alpha \mathbf{j}$, $I_0 = \alpha i$ とかくことができる. ここで α は定数である. したがって式(3.4.4)と式(3.4.6)より,

$$\Delta W_m = \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) L i^2 = \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \int_V \mathbf{a} \cdot \mathbf{j} dV \dots\dots\dots (3.4.7)$$

が得られる. 以上より, 直流重畳下における小電流に対するインダクタンス L は次式で与えられる.

$$L = \frac{1}{i^2} \int_V \mathbf{a} \cdot \mathbf{j} dV \dots\dots\dots (3.4.8)$$

したがって小電流に対する $\mathbf{a}$ を求めれば L を解析することができる.

FEM により $\mathbf{a}$ を求めるために, 以下のように微小増分に対する透磁率を定義する.

$$\begin{aligned}
 B(H+h) &= B(H_0) + \left. \frac{dB}{dH} \right|_{H_0} h \\
 &= B(H_0) + \hat{\mu} h \dots\dots\dots (3.4.9)
 \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}(\mathbf{H}_0) &= \mu(\mathbf{H}_0) \mathbf{H}_0 = \text{rot} \mathbf{A}_0 \\
 \hat{\mu} \mathbf{h} &= \text{rot}(\mathbf{a}) \dots\dots\dots (3.4.10)
 \end{aligned}$$

である. それぞれの磁気ベクトルポテンシャルは,

$$\begin{aligned}
 \text{rot}(\mathbf{H}_0 + \mathbf{h}) &= \mathbf{J}_0 + \mathbf{j} \\
 \Rightarrow \text{rot} \mathbf{H}_0 &= \mathbf{J}_0 \dots\dots\dots (3.4.11) \\
 \text{rot} \mathbf{h} &= \mathbf{j}
 \end{aligned}$$

より、式(3.4.10)に代入すると次式が得られる.

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu(H_0)}\text{rot}\mathbf{A}_0\right)=\mathbf{J}_0 \dots\dots\dots (3.4.12)$$

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\hat{\mu}}\text{rota}\right)=\mathbf{j} \dots\dots\dots (3.4.13)$$

したがって上記2式をFEMで解くことで、式(3.4.8)より L を求めることができる. 具体的には、式(3.4.12)を直流BHカーブによる非線形解析で解き、各磁性体要素の H_0 を求める. 次に求めた H_0 と交流BHカーブから微小増分に対する透磁率 $\hat{\mu}$ を求める. 得られた $\hat{\mu}$ を用いて線形解析で式(3.4.13)を解くことで $\mathbf{a}$ を求める.

本節では、インダクタの磁性コアとして、図3.2.24に示す特性を持つフェライト材を用いる. この磁気特性を用いて上述の方法により、重畳下でのインダクタンスを算出することができる.

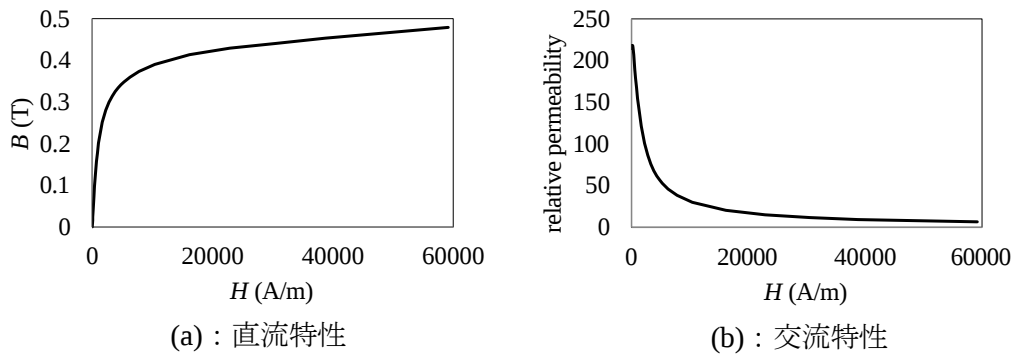


図 3.24 インダクタの磁性コアに用いるフェライト材の磁気特性[137]

3.4.3 昇圧回路の回路連成解析

インダクタの最適化にあたり、最適化問題を適当に設定するため、まずインダクタの有限要素解析と昇圧回路の連成解析を行う. 連成解析はFEMと網目解析の方程式を結合することにより行うことができる[57].

例として、図3.2.2に示した昇圧回路において、インダクタを含むループにおける回路方程式は以下で与えられる.

$$\begin{aligned} &\frac{d\varphi}{dt} + r(i_3 + I_3) + R_{\text{IC}}(i_3 + I_3 - i_2 + I_2) \dots\dots\dots (3.4.14) \\ &+ R_{\text{fet}}(i_3 + I_3 - i_4 + I_4) = 0, \end{aligned}$$

ここで i_3 , I_3 はインダクタを流れる交流と直流電流であり、 i_2 , I_2 と i_4 , I_4 はそれぞれインダクタループの左右を流れる電流である. また、 R_{fet} はFETの抵抗である. また、 φ はコ

イルに鎖交する磁束であり、以下で求めることができる。

$$\varphi = \int_{V_c} \mathbf{a} \cdot \mathbf{J}_u dV = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}_u, \dots\dots\dots (3.4.15)$$

ここで $\mathbf{a}$ は i_3 による解ベクトル, $\mathbf{J}_u$ はコイル電流が 1A の際のコイル内の電流密度であり, $\mathbf{J}_u$ に対応する有限要素右辺ベクトルが $\mathbf{b}_u$ である。

ここで i_3 による解ベクトル $\mathbf{a}$ を求めるには, 式(3.4.12)に示した非線形解析を行い微小増分に対する透磁率を求めておく必要がある。ところが過渡解析においては I_3 の値が定まっておらず, 非線形解析を行うための直流電流値を与えることができない。一方で, 回路の効率を求める上では過渡の損失は重要ではなく, 定常状態における損失が必要である。そこで弱連成的に回路の定常状態における I_3 を推定することを考える。推定は以下のように行う。

1. インダクタは, 直流重畳下でのインダクタンス低下を抑えるように設計されているため, I_3 によるインダクタンスの低下はほとんどないと仮定する。この仮定より, 小さな直流重畳, 例えば 0.5A などの値を仮定して, それに対するインダクタンス値を算出する。
2. 求めたインダクタンスとコイルの直流抵抗を用い, 昇圧回路の回路解析のみを行い, 定常解を求める。これにより得られた電流波形の平均値を直流重畳 I_3 とする。

以上の流れにより, I_3 を推定されたため, これを用いて非線形解析を行い, 微小増分に対する透磁率を求めることができる。求めた透磁率により, 式(3.4.15)を計算できる。したがって網目解析から求められる回路のインピーダンス行列 $\mathbf{Z}$ から, 連成解析において解くべき方程式を行列形式で表記すると以下となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} & \mathbf{C}^T \mathbf{b}_u \\ \mathbf{b}_u^T \mathbf{C} & \Delta t \mathbf{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta t \mathbf{V} + \mathbf{b}_u^T \mathbf{C} \mathbf{A}^* \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.4.16)$$

ここで $\mathbf{i}$ は各ループにおける電流からなるベクトルであり, $\mathbf{V}$ は各ループ内の電圧源である。また Δt は 1 ステップあたりの時間刻み, $\mathbf{A}^*$ は前ステップにおける解ベクトルである。式(3.4.16)を 1 周期にわたり解くことで, インダクタ内の磁束密度波形が得られる。その結果を用いて, スタインメッツの方法により, ヒステリシス損を以下で求める。

$$W_h = K_h f \sum_e V_e \|\mathbf{B}_e\|^\alpha \dots\dots\dots (3.4.17)$$

ここで f は昇圧回路のスイッチング周波数, K_h と α はスタインメッツ係数であり, それぞれ $9946 \text{ W/m}^3/\text{s}$ と 2.26 である。これらの値はフェライトリング試料を用いた損失の測定結果により推定した。

上述した回路解析法により昇圧回路の効率を解析し, 実測データと比較する。実験は負荷抵抗 R_0 を変えて行った。図 3.25 にこの実験で用いたインダクタ形状を示す。このイ

ンダクタの巻数は 6 ターンであり、インダクタンスは $1.09\mu\text{H}$ 、直流抵抗は 0.14Ω である。

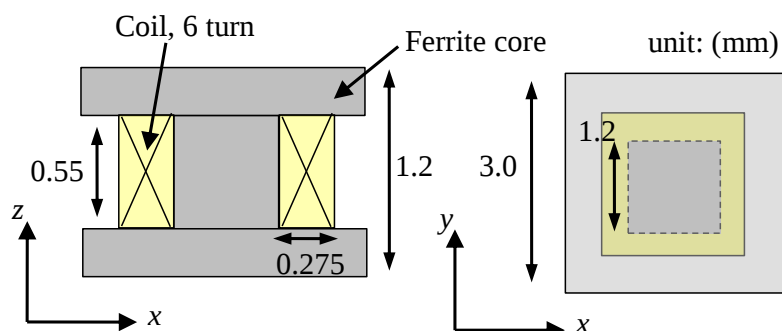


図 3.25 連成解析のテストに用いたインダクタ形状[137]

図 3.26 に解析と実測により得られた効率を示す。負荷電流の大きな重負荷側の条件では、両者が近い値を示している。その一方で軽負荷側では差が大きく特に負荷電流 0.1A 以下では差が顕著である。この理由は、実際の回路はこの領域において PWM 制御ではなく PFM 制御が行われるためと考えられる。また、FET やダイオードのターン on/off 損失などを考慮していないため、実測結果の方が、低効率になっているのは妥当であると思われる。このように解析で考慮していない点はあるものの、効率の変化の傾向は実測とよく整合しており、解析には一定の妥当性が確認できる。

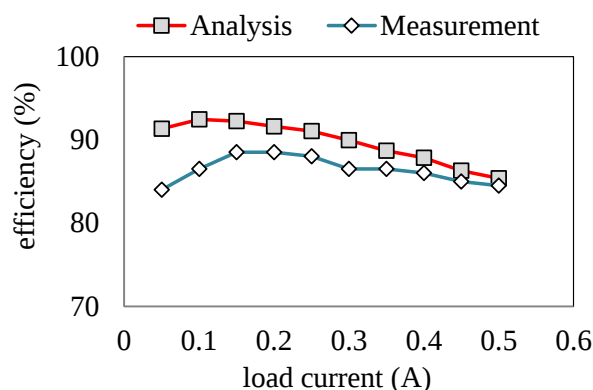


図 3.26 昇圧回路の連成解析結果[137]

図 3.27 にインダクタ損失におけるヒステリシス損と銅損の割合を示す。軽負荷側ではヒステリシス損が支配的であるが、重負荷側では重畳電流が増えたことで銅損が支配的になっていることが分かる。また、ヒステリシス損は負荷の状況によらずほぼ一定である。この理由は図 3.28 に示すようにインダクタに流れる交流電流の振幅が重畳電流によらずにほぼ一定の 160mA となっているためと考えられる。式(3.4.17)方法によりヒステリシス損を求める方法では、損失は磁束密度の変化によるため、印加される交流電流の振幅が同じであれば、同様の損失が得られたと考えられる。

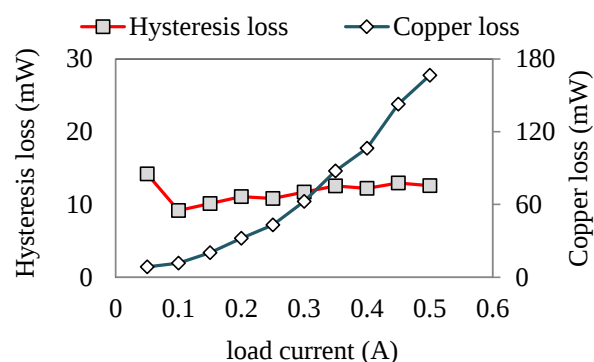


図 3.27 ヒステリシス損と銅損の割合[137]

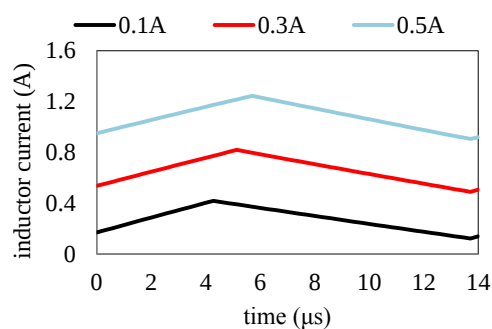


図 3.28 負荷電流に対するインダクタ電流波形

3.4.4 インダクタの最適化問題の設定

連成解析で得た知見をもとにインダクタの最適化問題を設定する．図 3.29 に最適化するインダクタモデルを示す．設計変数はコイル内径と外径 r_1 , r_2 , コイル高さ c_h , 上部磁性体の幅 w , コイル巻線の直径 c_r の 5 つである．直径 c_r は 0.1mm か 0.15mm の通りの値をとるとする．

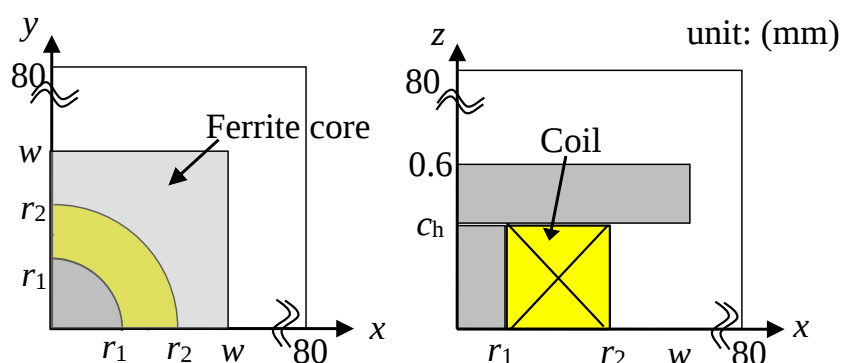


図 3.29 最適化対象となるインダクタモデル[137]

最適化の目的は所望の寸法とインダクタンス値を満足しつつ、ヒステリシス損と巻線抵抗を最小化することとし、以下で与える。

$$\begin{aligned} f_1 &= R \rightarrow \min. \\ f_2 &= W_h|_{i=160\text{mA}} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

subject to

$$\begin{aligned} (L - L_T)^2 &< 0.03L_T^2 \\ L_l &> 0.7L_T \\ r_2 &< w < 1.5\text{mm} \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

ここで R は巻線の直流抵抗, $W_h|_{i=160\text{mA}}$ は交流振幅が 160mA のときのヒステリシス損である。 L は小さな直流重畳下でのインダクタンス値, $L_T=1.0\mu\text{H}$ はインダクタンスの目標値である。 また, L_l は 2.7A の直流重畳下でのインダクタンス値である。

本最適化問題は実数値パラメータを対象としているため RCGA を用いて解く。 また, 目的関数が 2 つ存在するため, f_1 と f_2 を対象とした多目的最適化を行う。 多目的最適化アルゴリズムとして, SPEA2 と REX^{star}, さらに IA を組み合わせた方法をとる。 すなわち, 淘汰には SPEA2[34]を用いつつ, 交叉法には REX^{star}[15]を使用する。 加えて, 集団内で似た個体が一定数を越えた場合にその個体を Suppressor 細胞として保存する[13]。 具体的アルゴリズムを以下に示す。

1. それぞれサイズ n_p の初期探索母集団 P_0 を作製する。 また, 空の Suppressor 細胞集団 S を作成する。
(以下を繰り返す)
2. P_t からランダムに $n+1$ 個の個体を選び親とする(n は遺伝子サイズ)。
3. REX^{star} 交叉により n_c 個の子個体を生成し, P_t に加える。
4. P_t+S に対してランキングを計算する。
5. P_t のランキングが上位 n_p 個を選び, 一時個体群 Q_t とする。 同じランキングの個体がある場合は端切り法により Q_t の数を n_p 個まで減らす。 S 内の個体でランキングが 0 でない個体を消去する。
6. Q_t の個体間 i と j 間の距離 l_{ij} を計算する。 その後, 個体 i の密度 d_i を計算する。
7. $d_i > \theta_d$ となっている個体 i を Q_t から削除し, Suppressor 細胞集団 S に加える。
8. S 内の個体 s との距離 l_{is} が, $l_{is} > \theta_k$ となっている個体を Q_t から削除する。 この処理により Q_t 内の個体数が n_p を下回った場合はランダムに初期化した個体を Q_t に加える。
9. 終了条件が満たされていれば Q_t+S を解とする。 そうでない場合は $P_{t+1} \leftarrow Q_t$ として手順(2)に戻る。

ここで距離 l_{ij} と密度 d_i の定義は任意であるが, ここでは l_{ij} をマハラノビス距離として以下のように計算する。

$$l_{i,j} = \sqrt{(\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)} \dots\dots\dots (3.4.20)$$

ここで $\mathbf{g}_i$ は個体 i の遺伝子ベクトル, Σ は遺伝子に関する共分散行列である. Σ は Q_t のランキングが上位の個体の遺伝子の分布により求める. また, d_i は以下により求める.

$$d_i = \sum_{k=1}^{n_p} \bar{d}_{i,k} \quad \text{where } \bar{d}_{i,k} = \begin{cases} 1 & l_{i,k} > \theta_l \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (3.4.21)$$

以上のアルゴリズムにより, 多目的最適化を行う. 最適化アルゴリズム内のパラメータを以下のように設定する.

表 3.5 インダクタ最適化における最適化パラメータの設定

集団数 n_p	子個体数 n_c	REX ^{star} 降下ステップサイズ t	終了世代数
160	18	1.0	200

密度閾値 θ_l	分化閾値 θ_d	削除閾値 θ_k
10^{-8}	5	10^{-8}

3.4.5 インダクタの最適化結果

200 世代後に得られたパレート解の分布を図 3.30 に示す. ここで図中のオレンジのマークは巻線直径 $c_r=0.15\text{mm}$ のもの, 青のマークは $c_r=0.1\text{mm}$ のものである. 図 3.30 より, 巻線抵抗とヒステリシス損に対するトレードオフの関係がよく現れている. また, 図 3.25 に示したオリジナル形状よりも, 最適化で得られた解はすべてパレート方向に性能が改善していることが分かる. また, 巻線抵抗が 0.1Ω 以下の解が得られておらず, この値が下限である可能性がある. これは巻線抵抗を減らすにはコイル内径 r_1 を減らす必要があるが, r_1 を小さくすると磁性コアが細くなり, 大電流が重畳する際に磁気飽和が起きやすくなるためと考えられる.

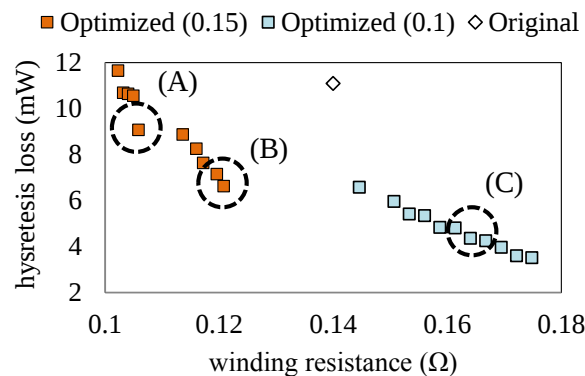
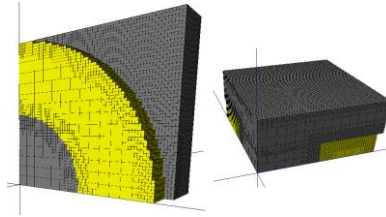


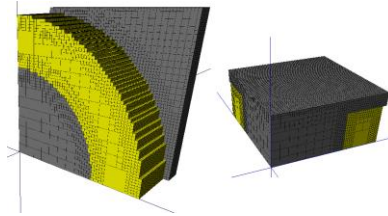
図 3.30 インダクタ最適化のパレートフロント[137]

図 3.30 において破線でマークした解に対応する形状を図 3.31 に示す。インダクタンスは所望の $1\mu\text{H}$ をほぼ達成しており、磁気飽和によるインダクタンスの低下もほとんどないことがわかる。ヒステリシス損の大きな解(A)では円形コアの断面積が他と比べて小さい。このため、磁束が集中し、ヒステリシス損が増加していると考えられる。解(B)と(C)では円形部の断面積が大きく、磁束の集中が少ないため、ヒステリシス損が小さいが、その分巻線が長くなり、巻線抵抗が増加している。



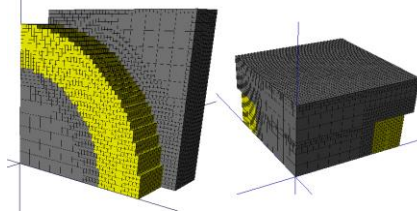
(a) : 解(A)の形状

L : $0.976\mu\text{H}$, L_r : $0.96\mu\text{H}$, R : $10.5\text{m}\Omega$, W_h : 9.08mW Num. turn: 3



(b) : 解(B)の形状

L : $0.97\mu\text{H}$, L_r : $0.94\mu\text{H}$, R : $12.7\text{m}\Omega$, W_h : 6.67mW Num. turn: 4



(c) : 解(C)の形状

L : $0.99\mu\text{H}$, L_r : $0.98\mu\text{H}$, R : $16.1\text{m}\Omega$, W_h : 4.8mW Num. turn: 4

図 3.31 パレート解のインダクタ形状[137]

最適化により得られたインダクタで昇圧回路の効率が改善することを確認するため、連成解析を行う。ここでは巻線抵抗とヒステリシス損がともに中間的な解(B)を用いる。

解析結果を図 3.32 に示す。図 3.32(a)より、最適化されたインダクタを用いることで効率が 1%程度であるが改善されたことが分かる。図 3.32(b), 32(c)に、最適化インダクタにおける銅損とヒステリシス損を示す。最適化により、重負荷側での銅損が低下していることが分かる。また、ヒステリシス損はすべての条件において最適化前より小さくなっている。ところが、最適化の結果ではヒステリシス損が約 6.67mW であったのに対し、回路上でのヒステリシス損は約 8mW となっており、設計値より 2mW 程度大きくなっていることが分かる。この理由としては図 3.33 に示すように回路に使用した際

にインダクタにかかる電流の交流振幅が最適化前に比べて増加しているためと考えられる．最適化ではインダクタンス値にかかる制約を式(3.4.19)としており，結果得られたインダクタンス値は $1\mu\text{H}$ を下回っている．インダクタンス値が最適化前に比べて低下した結果， $(V_{\text{out}}-V_{\text{in}}=2\pi LI_{\text{ac}})$ の関係により交流振幅が増加してしまい，ヒステリシス損が設計値より大きくなったと考えられる．

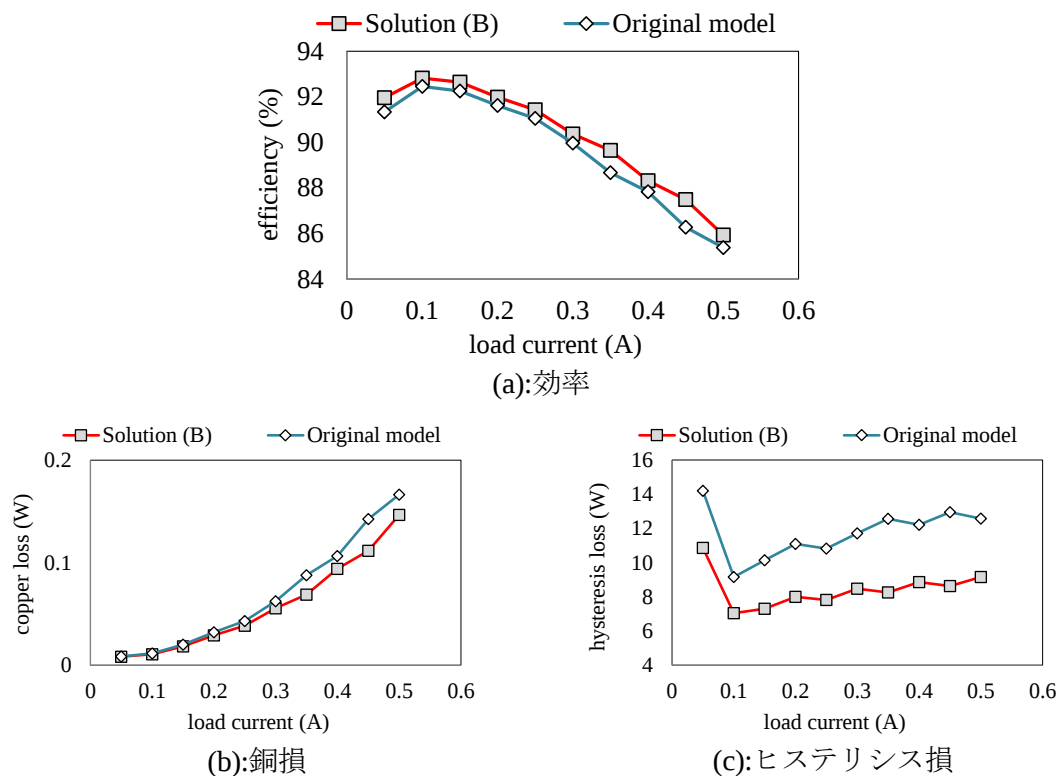


図 3.32 最適化したインダクタによる昇圧回路の効率解析

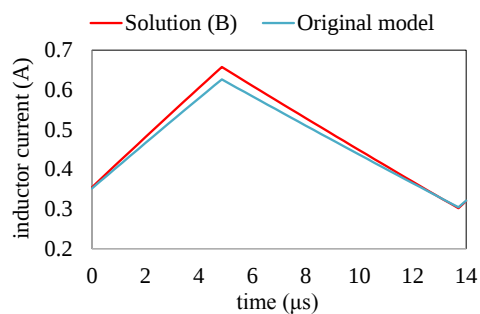


図 3.33 最適化インダクタの回路動作時の電流

最適化により得られたインダクタ(B)を図 3.34 のように試作し、効率を測定した。結果を図 3.35 に示す。この図からわかるように最適化の前後で効率がほとんど変化しておらず、最適化の効果があらわれていない。この理由としては、まず最適化によりインダクタンス値が低下し、交流振幅が増えてしまったためと考えられる。また、巻線に生じる渦電流損の影響も考えられる。いま、銅線の導電率を 10^7Sm とすれば、 3.5MHz における銅線の表皮厚さは約 0.085mm であり、巻線の直径が 0.15mm (半径 0.075mm) の際に巻線に生じる渦電流損が無視できなくなりつつある。さらに交流振幅が増えているため、巻線に鎖交する磁束の強度も増加していると考えられる。これらの効果は解析では考慮しておらず、直流抵抗のみで銅損を考慮していたため、実験では効率が改善されなかったと考えられる。



図 3.34 試作した最適化インダクタ

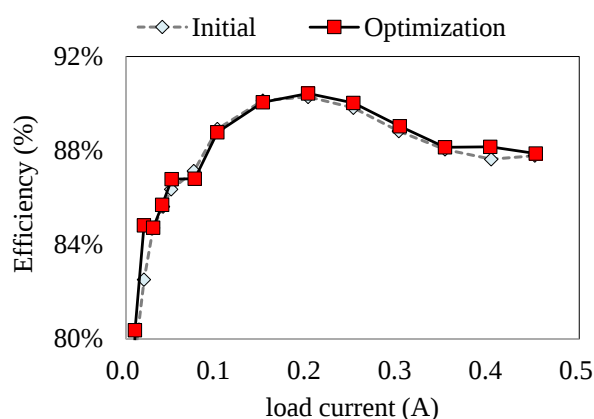


図 3.35 試作した最適化インダクタによる昇圧回路の効率測定結果

以上の結果をまとめると、最適化の問題設定が適当ではなく、昇圧回路の効率を改善するには十分ではない性能の解が得られてしまったと考えられる。適切な解を得るためには、まず巻線の直径を 0.1mm で固定することが交流下での銅損を低減するには有効であったと思われる。したがって設計変数を 4 つに減らし、かつ最適化問題を以下のように設定すべきであったと考えられる。

$$\begin{aligned}
 f_1 &= R \rightarrow \min. \\
 f_2 &= W_h \Big|_{i=i_L} \rightarrow \min. \dots\dots\dots (3.4.22)
 \end{aligned}$$

subject to

$$\begin{aligned} L &> L_T \\ L_l &> 0.7L_T \\ r_2 &< w < 1.5\text{mm} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.4.23)$$

ここで $W_h|_{i=i_L}$ は交流振幅が i_L のときのヒステリシス損であり、 i_L は $(V_{\text{out}} - V_{\text{in}} = 2\pi L I_{\text{ac}})$ の関係により、得られたインダクタの L にあわせて設定することが必要であった。また、インダクタンス値に関する制約を式(3.4.23)の第1式のようにして、 L が低下することを防ぐべきであった。以上のように設定することで、回路に使用した際のヒステリシス損を適切に考慮でき、さらに巻線直径を 0.1mm で固定したことで渦電流損の影響が減少していると考えられる。より厳密には目的関数 f_1 を直流抵抗ではなく交流抵抗とするべきであるが、交流抵抗の計算には渦電流を考慮した解析が必要になる。計算コストの観点からは渦電流損の影響が無視できるように設定して静磁界解析による最適化を行う方が適切と考えられる。

以上のように、本問題では最適化問題の設定を誤り、実験では昇圧回路の効率を改善することができなかった。この結果は最適化にあたり最適化問題の定式化を注意深く行うことの重要性を示したといえる。

第 4 章 トポロジー最適化

4.1 トポロジー最適化の概要

トポロジー最適化(Topology Optimization)とは、形状最適化の一方法であり、形状を表現する設計変数を用いずに最適化を行う手法である[58, 59]。厳密には、トポロジーの変化を許容する最適化法を指し、設計変数を用いないがトポロジーの変化が起きない最適化法である“形状最適化”と区別するが、両者をまとめてトポロジー最適化と呼称してしまうことが多い。本研究では設計変数を用いない最適化をまとめてトポロジー最適化と呼ぶことにする。

トポロジー最適化は、設計変数による制約を受けずに形状を変化させるため、設計の自由度が非常に高い。また、設計者の知見や先入観に頼らずに最適化を行うことができるため、設計者が具体的な設計方針を持っていないときに非常に有効な手法である。また、既存の機器に対して行うことで、従来の発想とは全く異なる画期的な基本形状を得ることができる可能性もある。

トポロジー最適化を行う方法は主として 2 つに大別される。ひとつはレベルセット法[60-63]や密度法[64, 65]といった方法である。例えばレベルセット法ではレベルセット関数と呼ばれる陰関数を用いて形状を表現し、その関数値を目的関数値が改善する方向に更新していくことで形状を探索する手法である。この最適化法では探索に勾配法が用いられる。もうひとつの方法は進化計算に基づく on/off 法[66-70]である。この方法では、設計領域をあらかじめ均等なセルに分割し、各セルに与える on/off の状態を与えて形状を表現する。そして on/off の状態を進化計算により変化させて形状を探索する。

本研究では上記 2 つの方法について検討するとともに、新たな on/off ベースのトポロジー最適化法として正規化ガウス関数ネットワークを用いた最適化法を提案する。

4.2 レベルセット法

4.2.1 レベルセット法の概要

レベルセット法とは、レベルセット関数によって物体の形態を表現し、最適化を行う手法である[59, 60]。この方法は 2 つの相からなるものを対象とする方法である。電気機器の最適化にレベルセット法を用いる場合は、空気と磁性体の 2 つの層を示すことが一般的である。

レベルセット関数は形状を表現する陰関数である。図 4.1 のように参照領域を D 、物

体領域を Ω 、物体の境界を $\partial\Omega$ とすると、 D 内における任意の点 $\mathbf{x}$ のレベルセット関数 $\phi(\mathbf{x})$ は以下のように定義される。

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}) > 0 & \mathbf{x} \in \Omega \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \mathbf{x} \in \Omega \cap D \\ \phi(\mathbf{x}) < 0 & \mathbf{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \dots\dots\dots (4.2.1)$$

すなわちレベルセット関数は物体の境界で 0、物体内で正、それ以外では負の値を持つように定義される。

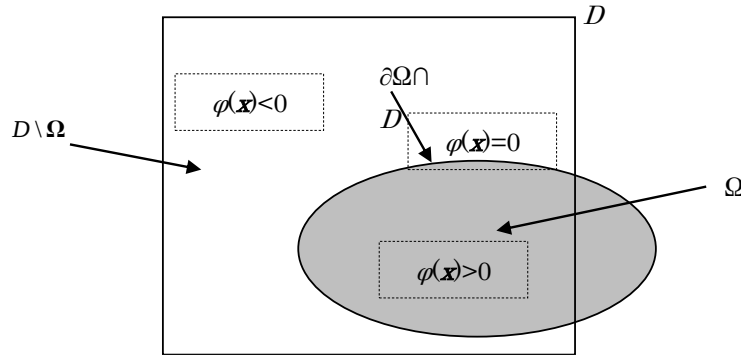


図 4.1 レベルセット関数の定義

レベルセット法を用いた最適化では仮想的な時間 t を導入し、時間ごとにレベルセット関数を変化させて物体の境界を更新して最適化を行う。時刻 t においてレベルセット関数がある値 α をとる点から成る等値面 $S(\alpha, t)$ は

$$S(\alpha, t) = \{\mathbf{x} \mid \phi(\mathbf{x}, t) = \alpha\} \dots\dots\dots (4.2.2)$$

となる。式(4.2.2)の両辺を t で微分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(\mathbf{x}, t)}{dt} &= \frac{\partial\phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \frac{\partial\phi(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ &= \frac{\partial\phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla\phi(\mathbf{x}, t) \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (4.2.3)$$

ここで、 $S(\alpha, t)$ の進展速度と法線方向へ進展する速度をそれぞれ $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ 、 $V_N(\mathbf{x}, t)$ すると、両者の関係は次式のようになる

$$\begin{aligned} V_N(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{V}(\mathbf{x}, t) \cdot \frac{\nabla\phi(\mathbf{x}, t)}{\|\nabla\phi(\mathbf{x}, t)\|} \\ &= \frac{d\mathbf{x}}{dt} \cdot \frac{\nabla\phi(\mathbf{x}, t)}{\|\nabla\phi(\mathbf{x}, t)\|} \end{aligned} \dots\dots\dots (4.2.4)$$

よって式(4.2.4)を(4.2.3)に代入して以下を得る。

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + V_N(\mathbf{x}, t) \|\nabla \phi(\mathbf{x}, t)\| = 0 \quad (4.2.5)$$

これがレベルセット法による最適化で解くべきレベルセット方程式である。

式(4.2.5)はレベルセット関数を形状境界からの符号付き距離関数とすることで単純化できる。すなわち、レベルセット関数を次式のように定義する

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} \text{Dist}(\mathbf{x}, \partial\Omega) & \mathbf{x} \in \Omega \\ -\text{Dist}(\mathbf{x}, \partial\Omega) & \mathbf{x} \notin \Omega \end{cases} \quad (4.2.6)$$

ここで $\text{Dist}(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ は $\mathbf{x}$ から形状境界までの最小距離を示す関数である。このようにレベルセット関数を定義すると必ず $\|\nabla \phi(\mathbf{x}, t)\| = 1$ となる。したがって式(4.2.5)は以下のように単純化できる。

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + V_N(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (4.2.7)$$

したがって $\mathbf{x}$ におけるレベルセット関数の等値面の法線方向への展開速度を与え、式(4.2.7)を解くことにより、形状を変化させることができる。これにより形状を最適化するわけであるから、 $V_N(\mathbf{x}, t)$ は目的関数値が改善する方向へ設定すればよいことになる。いま、目的関数 $f(\phi(\mathbf{x}))$ の最小化問題を考え、制約関数として $g(\phi(\mathbf{x}))$ がある場合、それらによりラグランジュ汎関数を定義し、そのレベルセット関数に関する汎関数微分をとる。それを $V_N(\mathbf{x}, t)$ として以下で与える。

$$V_N(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta}{\delta \phi} \{f(\phi(\mathbf{x})) + \lambda g(\phi(\mathbf{x}))\} \quad (4.2.8)$$

以上により、レベルセット関数のゼロ等値面を発展させて形状を最適化するのがレベルセット法の基礎である。なお、一般にレベルセット法では“気泡が消える”という意味でのトポロジーの変化は起こり得るが、新たに空洞領域が生成されるといったトポロジーの変化は起こらず、正確には“形状最適化”の手法に分類される。

4.2.2 レベルセット法の実装

この項では上述したレベルセット法をどのように実装するかについて具体的にまとめておく。レベルセット法による最適化は有限要素法と強く結びついた最適化法である。有限要素解析に用いるメッシュの各節点にレベルセット関数値を与え、その値を式(4.2.7)に基づき変化させて最適化を行う。具体的流れについて以下に示す。

まず初期形状として適当な形状をあらわすレベルセット関数値を節点に与える。例えば図4.2のような形状を初期形状として与えることを考える。例として、節点Aに与えるレベルセット関数 ϕ_A は定義より当然 $\phi_A = 0$ である。次に物体内の点Bにおけるレベルセット関数値 ϕ_B を考える。最も近い形状境界からの距離を d_b とすれば $\phi_B = d_b$ となる。同様に物体外の点Cのレベルセット関数値は $\phi_C = -d_c$ となる。このようにして与えた初

期形状に対応する各節点の距離関数を計算し、初期レベルセット関数値とする。

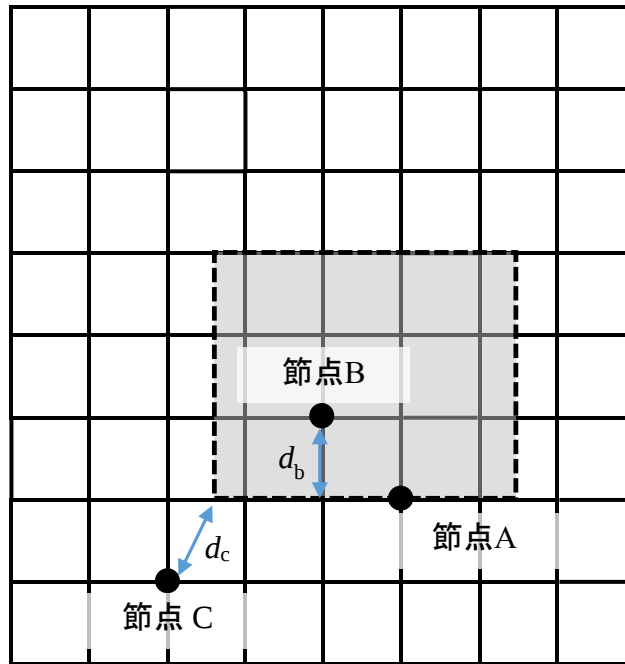


図 4.2 レベルセット法における初期形状の設定

レベルセット関数の分布が決まったので、これにより形状が定まる。そこで定まった形状の有限要素解析を行う。与えられたレベルセット関数に応じて、各座標 $\mathbf{x}$ における物性値を決めればよい。静磁場問題の場合、磁気抵抗率 $\nu(\mathbf{x})$ を以下のように与えればよい。

$$\nu(\mathbf{x}) = f_{sig}(\phi(\mathbf{x}))\nu_m + (1 - f_{sig}(\phi(\mathbf{x})))\nu_0 \dots\dots\dots (4.2.9)$$

ここで ν_m と ν_0 はそれぞれ物体と真空の磁気抵抗率である。また、 $f_{sig}(\mathbf{x})$ はシグモイド関数

$$f_{sig}(x) = \frac{1}{1 + \exp(-Kx)} \dots\dots\dots (4.2.10)$$

である。 $f_{sig}(x)$ は $-1 < x < 1$ において $0 < f_{sig}(x) < 1$ の間を滑らかに遷移する関数である。ここで K は変化が急峻になるよう適当に設定する。例えば最小の辺長の間で $f_{sig}(x)$ が 0 から 1 に十分に变化するように設定しておく。このようにしなければ $\nu(\mathbf{x})$ が ν_m と ν_0 の中間的な物性になる $\mathbf{x}$ が多くなり、実用上有意な形状が抽出されない恐れがある。なお、位置 $\mathbf{x}$ におけるレベルセット関数値 $\phi(\mathbf{x})$ は要素内において節点補間関数により、要素節点のレベルセット関数値を補間して求める。

以上のように任意の $\mathbf{x}$ における磁気抵抗率 $\nu(\mathbf{x})$ が定まった。これを用いて全体行列を作成すればよい。その際、要素行列を計算するわけであるが、要素内の点 $\mathbf{x}_e$ におけるレ

レベルセット関数値 $\phi(\mathbf{x}_e)$ は節点の補間により決まる．例えば4角形要素の場合，

$$\phi(\mathbf{x}_e) = \sum_{i=1}^4 N_i(\mathbf{x}_e) \phi_i \dots\dots\dots (4.2.11)$$

ここで ϕ_i は節点 i のレベルセット関数値， $N_i(\mathbf{x}_e)$ は $\mathbf{x}_e$ の局所座長値における節点 i の補間関数である．このように要素内の任意の点のレベルセット関数値が与えられ，それに応じて任意の点における磁気抵抗率は式(4.2.9)により得られる．この値を用いてガウス積分により要素行列を求めればよい．すなわち，

$$(\mathbf{K}^E)_{i,j} = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{s=1}^{N_s} W_r W_s v(\phi(\mathbf{x}_{r,s})) (\nabla N_i(r,s) \cdot \nabla N_j(r,s)) |J| \dots\dots\dots (4.2.12)$$

により要素 E の行列 $\mathbf{K}^E$ の i 行 j 列目を計算できる．ここで $\mathbf{x}_{r,s}$ は積分点 r,s における局所座標値， W_r, W_s はそれぞれ積分点 r,s における重みである．このように，レベルセット法では要素内で磁気抵抗率の値が変化しうる．特に固定されたメッシュの下では，形状境界，すなわち $\phi(\mathbf{x})=0$ となる点は一般的に要素内に位置する．そのような要素では特に要素内で磁気抵抗率が変化する．このとき， $f_{sig}(\mathbf{x})$ が十分に急峻であれば，式(4.2.12)により与えられる要素行列は，体積比による均質化透磁率：

$$v = \frac{V_m}{V} v_m + \frac{V - V_m}{V} v_0 \dots\dots\dots (4.2.13)$$

により要素行列を求めた場合に等しくなる．ここで V は要素の体積(ないし面積)， V_m は要素内を物体領域が占める体積である．すなわち形状表現の上では境界が明示されているものの，固定されたメッシュの下でレベルセット法を用いた場合は，明示された形状境界に従って解析するわけではなく，等価的な物性を要素に与えて計算していることになる．

さて，有限要素行列が作成されれば，解ベクトルが得られる．その結果に基づき，目的関数が改善する方向に式(4.2.7)に基づきレベルセット関数を更新する．しかし一般に目的関数が改善する方向を直接算出することは困難であり，随伴変数法が用いられる．いま，拡張された目的関数を以下のように考える．

$$\bar{F}(\phi) = F(\phi) + \mathbf{z}^T (\mathbf{K}\mathbf{A} - \mathbf{b}) \dots\dots\dots (4.2.14)$$

ここで $\mathbf{z}$ は随伴変数ベクトルである．いま右辺第2項は有限要素法定式であり，解ベクトル $\mathbf{A}$ を用いているので，第2項ゼロとみなせる．よって拡張された目的関数は元の目的関数に等しい．ここで拡張された目的関数を ϕ に関して微分すると以下が得られる．

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{F}(\phi)}{\partial \phi} &= \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} + \left(\frac{\partial F(\phi)}{\partial \mathbf{A}} \right)^T \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \phi} \mathbf{A} + \mathbf{z}^T \mathbf{K} \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} \\ &= \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \phi} \mathbf{A} + \left\{ \left(\frac{\partial F(\phi)}{\partial \mathbf{A}} \right)^T + \mathbf{z}^T \mathbf{K} \right\} \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} \dots\dots\dots (4.2.15)\end{aligned}$$

ここで $\mathbf{A}$ は ϕ に関して陰的に関係すると仮定している．ここで $\mathbf{z}$ は任意のベクトルであるので，直接計算が困難な $d\mathbf{A}/d\phi$ がかかる項を消去するように以下で与える．

$$\mathbf{K}\mathbf{z} = - \frac{\partial F(\phi)}{\partial \mathbf{A}} \dots\dots\dots (4.2.16)$$

この結果式(4.2.15)における右辺第3項は消去される．なお，式(4.2.16)の F の $\mathbf{A}$ に関する微分が計算できない問題ではこの項を計算できない．したがってそのような問題ではレベルセット法は使用できないので注意されたい．随伴変数法により感度が求まり，結果，式(4.2.8)における V_N は以下となる．

$$V_N \equiv \frac{\partial \bar{F}(\phi)}{\partial \phi} = \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \phi} \mathbf{A} \dots\dots\dots (4.2.17)$$

これを用いて式(4.2.7)を解けばよい．式(4.2.7)を解く方法としては節点 i のレベルセット関数値を仮想時間 t に関する差分をとり，以下とする方法が考えられる．

$$\frac{\phi_i - \phi_i^*}{\Delta t} = V_{N,i} \dots\dots\dots (4.2.18)$$

ここで ϕ^* は前ステップにおけるレベルセット関数値， $V_{N,i}$ は節点 i におけるレベルセット関数の勾配である．別の方法としては，式(4.2.18)を有限要素法により離散化し，以下とする方法がある．

$$\iint_S N_i \frac{1}{\Delta t} \sum_j (\phi_j - \phi_j^*) dS = \iint_S N_i \sum_j V_{N,j} dS \dots\dots\dots (4.2.19)$$

どちらもとりうるが，式(4.2.18)による更新では解の更新が滞る現象が見られたため，式(4.2.19)による更新が望ましい可能性がある．

レベルセット関数を更新すると境界が移動する．その結果，前ステップにおけるレベルセット関数の分布は更新後の境界からの距離を正しく反映していない．そのため，更新後には新たな境界に対する距離関数を求め，全節点のレベルセット関数を再初期化する．再初期化法としては文献[71]にある方法が有効とされる．

以上の流れを繰り返すことで，レベルセット関数のゼロ等値面が変化し，形状が最適化される．

4.3 フェーズフィールド変数によるレベルセット法

距離関数を用いたレベルセット法は初期形状の定義や、再初期化などの処理が必要となる。文献[63]ではレベルセット関数としてフェーズフィールド変数[72]を導入した方法を提案している。

4.3.1 フェーズフィールド法[72]

フェーズフィールド法とは材料科学の分野で扱われている計算法である。材料科学では移動する自由境界を考える問題が多く存在する。フェーズフィールド法はこのような問題を扱うために提案された方法である。領域において物体の状態を表す変数としてフェーズフィールド変数 ϕ を導入する。図4.3のように、 $\phi=0$ を液相、 $\phi=1$ を固相とし、固体から液体への界面は ϕ が0から1に連続的に変化する有限の厚み 2γ を持つ領域として定義される。

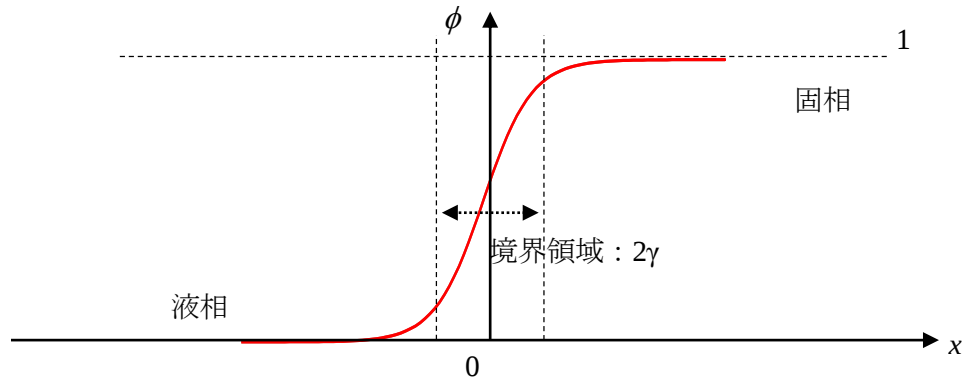


図 4.3 フェーズフィールド変数

物質が非保存量の場合、界面をエネルギー汎関数が減少する方向へ移動させればよい。いま、エネルギー汎関数 $E(\phi)$ として以下を考える。

$$E(\phi) = \iiint_V P(\phi) + \frac{\kappa}{2} \|\nabla \phi\|^2 dV \quad (4.3.1)$$

ここで $P(\phi)$ は考える問題のエネルギー関数である。また、右辺第2項は勾配エネルギー項である。

エネルギー汎関数 $E(\phi)$ の ϕ に関する汎関数微分をとる。ここで任意の汎関数 $f(\phi)$ の汎関数微分は以下で与えられることに注意する。

$$\frac{\delta f(\phi)}{\delta \phi} = \frac{\partial f(\phi)}{\partial \phi} - \nabla \cdot \frac{\partial f(\phi)}{\partial (\nabla \phi)} \quad (4.3.2)$$

上記のように、速度項の微分に負がかかっていることに注意されたい。したがって式(4.3.1)の汎関数微分は以下となる。

$$\frac{\delta E(\phi)}{\delta \phi} = \frac{\partial P(\phi)}{\partial \phi} - \kappa \nabla^2 \phi \dots\dots\dots (4.3.3)$$

以上より，フェーズフィールド変数を以下のように更新することで，物体の移動を計算することができる．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -M \left(\frac{\partial P(\phi)}{\partial \phi} - \kappa \nabla^2 \phi \right) \dots\dots\dots (4.3.4)$$

ここで M は界面の移動速度を与えるパラメータである．式(4.3.4)は冶金学の分野で Allen-Cahn 方程式と呼ばれる．余談であるが，保存場の発展方程式：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla \cdot \left(L \nabla \frac{\partial E}{\partial \phi} \right) \dots\dots\dots (4.3.5)$$

を Cahn-Hilliard 方程式といい，式(4.3.4)と式(4.3.5)をあわせて相転移の分野では時間依存ギンツブルク-ランダウ方程式という．

4.3.2 フェーズフィールド変数を用いたレベルセット法

フェーズフィールド法をレベルセット法へ応用する．距離関数に代わり，レベルセット関数としてフェーズフィールド変数を導入すれば，設計領域 D 内における任意の点 $\mathbf{x}$ のレベルセット関数 $\phi(\mathbf{x})$ は以下のように定義される．

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}) > \gamma & \mathbf{x} \in \Omega \\ -\gamma \leq \phi(\mathbf{x}) \leq \gamma & \mathbf{x} \in \Omega \cap D \\ \phi(\mathbf{x}) < -\gamma & \mathbf{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \dots\dots\dots (4.3.6)$$

ここで γ は式(4.2.9)のシグモイド関数により定まる遷移幅である．上記の形状の記述によりトポロジー最適化を行うので，フェーズフィールド法の発展方程式(4.3.4)においてエネルギー関数 $P(\phi)$ を目的汎関数に置き換えればよい．したがって，トポロジー最適化を以下の汎関数の最小化として考える．

$$\inf_{\phi} E(\phi) = \int_D \left\{ F(\phi) + \frac{\beta}{2} (1 - \phi^2) + \frac{\kappa}{2} \|\nabla \phi\|^2 \right\} dS \dots\dots\dots (4.3.7)$$

ここで $F(\phi)$ は目的汎関数である．ここで新たな項として式(4.3.7)の右辺第 2 項目にポテンシャル項： $\beta(1-\phi^2)/2$ を加えた．この項により，境界領域となる $\phi=0$ にとどまることを明示的に防ぐ．式(4.3.7)の汎関数微分をとると以下となる．

$$\frac{\delta E(\phi)}{\delta \phi} = \frac{\delta F(\phi)}{\delta \phi} - \beta \phi - \kappa \nabla^2 \phi \dots\dots\dots (4.3.8)$$

したがって次式のようにレベルセット関数を更新すればよい.

$$\frac{\phi - \phi^*}{\Delta t} = -M \left(\frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} - \beta \phi - \kappa \nabla^2 \phi \right) \dots\dots\dots (4.3.9)$$

ここで式(4.3.9)は移流方程式であり, 有限要素法により解く[63]. 有限要素法により離散化すると, 左辺と右辺はそれぞれ以下となる.

$$\mathbf{K}_\phi \boldsymbol{\phi} = \mathbf{b}_\phi \dots\dots\dots (4.3.10)$$

$$(\mathbf{K}_\phi)_{i,j} = \int_S \left(\frac{1}{\Delta t} - M\beta \right) N_i N_j + M\kappa (\nabla N_i \cdot \nabla N_j) dS \dots\dots\dots (4.3.11)$$

$$(\mathbf{b}_\phi)_i = \int_S \frac{N_i}{\Delta t} \sum_j N_j \phi_j^* - MN_i \sum_j \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi_j} dS \dots\dots\dots (4.3.12)$$

式(4.3.10)の解を用いて, ϕ を以下のように更新する.

$$\phi \leftarrow \max \left[\min \left[1, \phi^{\text{new}} \right] - 1 \right] \dots\dots\dots (4.3.13)$$

なお, 距離関数ではないため, 更新後にレベルセット関数の再初期化は不要である.

式(4.3.9)に含まれる $F(\phi)$ の汎関数微分は直接導出できないため, 式(4.2.14)と同様に随伴変数法により求められる. 式(4.2.15)では線形問題を仮定したが, ここでは場が非線形な場合について考える. このとき, 式(4.2.14)の ϕ に関する微分は以下となる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{F}(\phi)}{\partial \phi} &= \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} + \left(\frac{\partial F(\phi)}{\partial \mathbf{A}} \right)^T \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \phi} \mathbf{A} + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K} \mathbf{A}}{\partial \mathbf{A}} \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} + \mathbf{z}^T \mathbf{K} \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} \\ &= \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \phi} \mathbf{A} + \left\{ \left(\frac{\partial F(\phi)}{\partial \mathbf{A}} \right)^T + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{A}} \mathbf{A} + \mathbf{z}^T \mathbf{K} \right\} \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} \dots\dots\dots (4.3.14) \end{aligned}$$

そして $\mathbf{z}$ は以下のように求める.

$$\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{A}} \mathbf{A} + \mathbf{K} \right) \mathbf{z} = - \left(\frac{\partial F(\phi)}{\partial \mathbf{A}} \right) \dots\dots\dots (4.3.15)$$

線形の場合と異なり, 左辺に項が増えており, この場合の左辺は非線形解析に用いるニュートンラフソン法の左辺行列に対応している.

以上が, フェーズフィールド変数を導入したレベルセット法である. 上述以外の要素行列の作成法などは距離関数ベースの方法と同じである.

なお, Newton-Raphon 法において磁気抵抗率を更新する方法は幾つか考えられる. 例えば要素内で $\mathbf{A}$ は変化するため, 積分点全てで $\mathbf{A}$ を求め, その値に応じた磁気抵抗率を

その点における物体の磁気抵抗率とする方法がある．もしくは物体の磁気抵抗率は要素内で一定と仮定し，要素重心の $\mathbf{A}$ を参照して，そこでの結果を物体の磁気抵抗率として，すべての積分点で使用方法が考えられる．本研究では後者を取るとする．

4.3.3 シールド問題の最適化

フェーズフィールド変数を用いたレベルセット法により，磁気シールド問題[73, 74]の最適化を行う．この最適化の目的は，可能な限り少ない磁性体面積で対象領域内の磁束密度を最小化するシールド形状を得ることである．図 4.4 にシールドモデルを示す．設計領域を 2023 の有限要素で分割し，この領域でシールド形状を探索する．図 4.5 にこの問題において想定する材料の BH カーブを示す．この問題の目的関数 F_0 は以下となる．

$$F_0 = \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{K}_T \mathbf{A}}{E_T} + \frac{S}{S_T} \rightarrow \min. \quad (4.3.16)$$

ここで $\mathbf{K}_T$ は対象領域の有限要素のみから作成した有限要素行列であり， $\mathbf{A}^T \mathbf{K}_T \mathbf{A}$ は対象領域内の磁気エネルギーをあらわす．また S はシールド面積である．さらに $E_T=31.1\text{mJ}$ ， $S_T=0.294\text{cm}^2$ は図 4.4 に示したシールド形状での磁気エネルギーとシールド面積である．

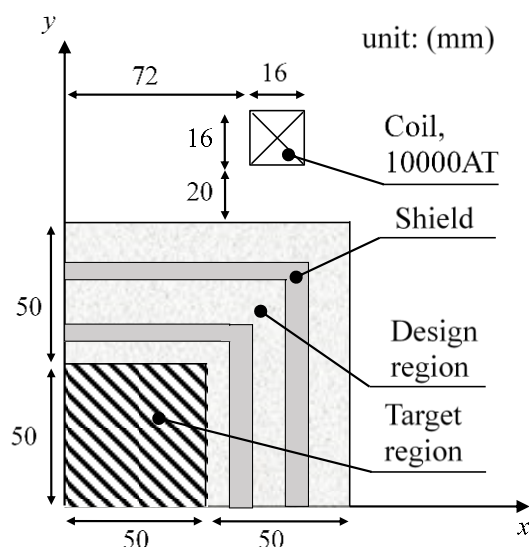


図 4.4 ボックスシールドモデル

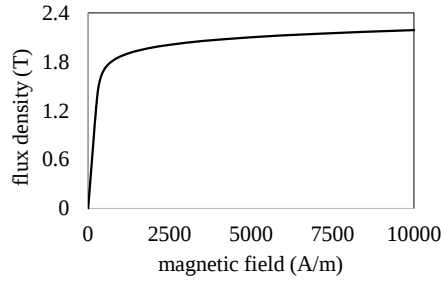


図 4.5 シールド問題で想定する BH カーブ

本問題における目的関数の汎関数微分を導出する．まず面積 S はレベルセット関数を用いて以下のように計算できる．

$$S = \int_D f_{sig}(\phi(\mathbf{x})) dS \dots\dots\dots (4.3.17)$$

よって F_0 の汎関数微分を計算すると以下となる．

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_0}{\delta \phi} &= \frac{\partial F_0}{\partial \phi} + \left(\frac{\partial F_0}{\partial \mathbf{A}} \right)^T \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} \\ &= \frac{1}{S_T} \int_D \frac{df_{sig}(\phi(\mathbf{x}))}{d\phi} dS + \frac{2}{E_T} (\mathbf{K}_T \mathbf{A})^T \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} \dots\dots\dots (4.3.18) \end{aligned}$$

レベルセット法において Δt , M , β を 1s, 1, 10^{-6} とし, シグモイド関数の係数 K を 10 とする．このときの遷移幅 γ は約 0.4 である．この設定の下, 2000 ステップまで最適化計算を行った．初期形状として, 25 個の磁性球をランダムに配置した場合と, すべての節点に与える ϕ を 0 として始めた場合の 2 通りを設定した．ランダム配置の場合は, 乱数系列を変更して 10 通りの初期形状から試行した．なお前述の通り, $|\phi| > \gamma$ のとき $-1 < f_{sig} < 1$ となるため, 透磁率が空気と物体の中間的な値をとるグレー透磁率となる．

異なる κ のもと, ランダム形状から最適化を始めた際に, 10 回の最適化で得られた最もよい解を図 4.6 に示す．ここで図のキャプション(a, b, c)はそれぞれ F^0 , $\mathbf{A}^T \mathbf{K}_T \mathbf{A}$, S を示す．Fig. 5 より, κ が大きいと形状の複雑さが減り, $\kappa=10^{-7}$ では比較的単純な形状となっている．ただし本問題では, 空気層と磁性体層が交互になっているような形状ほど対象領域への磁気抵抗が大きくなるため, ある程度の複雑さが残る $\kappa=10^{-9}$ で得た解の方が対象領域のエネルギーが小さく, 目的関数の値もよい．このように勾配エネルギー κ の値により, 形状の複雑さが制御されていることが確認できる．逆に言えば κ をある程度適当に設定する必要がある．

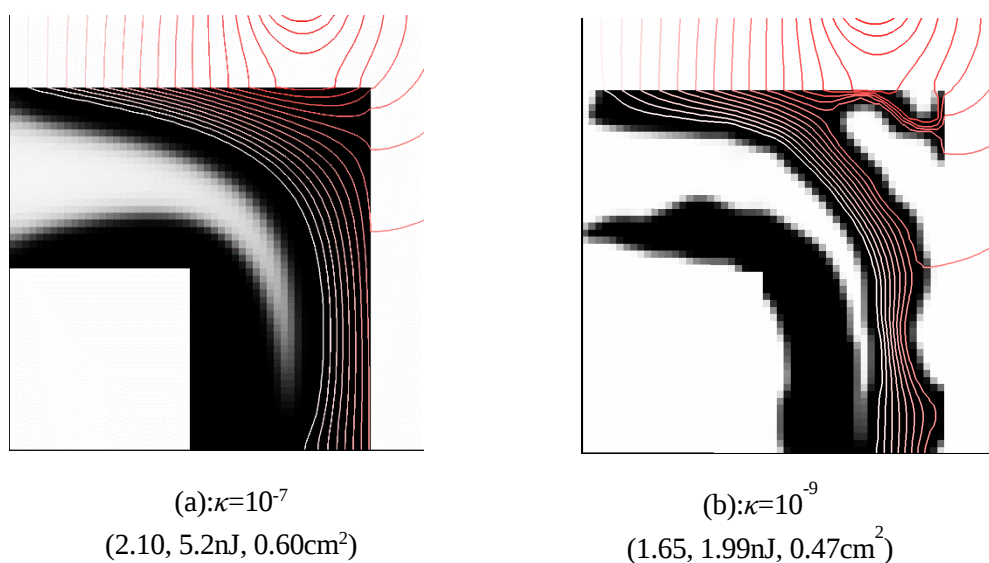


図 4.6 ランダム形状からはじめた際の解形状[146]

次に $\kappa=10^{-9}$ としてグレー透磁率，すなわち節点に与えるレベルセット関数を全て 0 とし最適化を始めた．この結果得られた形状を図 4.7 に示す． κ の値が図 4.6(b) と同じにも関わらず，得られた形状は異なっている． F_0 の値は図 4.7 より図 4.6(b) の方が良い．このように本問題では，初期形状により最適化結果が大きく異なることが分かった．この理由としては，本問題における目的関数 F_0 が面積項により多峰性を持つためと考えられる．レベルセット法は基本的に勾配法に基づき解を探索するため，初期解近傍の極小解に落ち着く．それゆえ，初期形状によっては局所解に陥ったと考えられる．

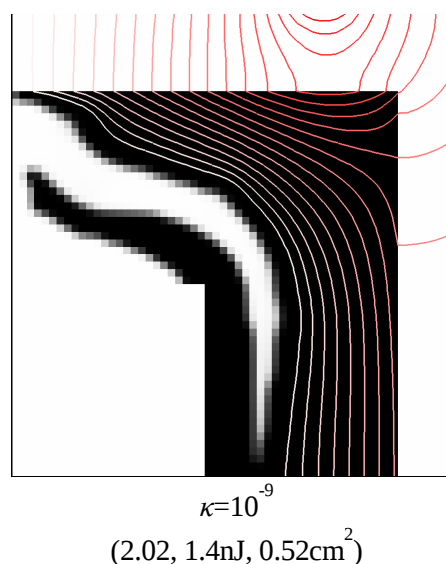


図 4.7 グレー透磁率からはじめた際の解形状[146]

図 4.8 に、ランダム形状からはじめた際の 10 回の最適化における目的関数値の平均値と最悪値の推移を示す。解の更新が進むにつれて単調に目的関数値が改善していることが確認できる。一方で、平均値と最悪値の挙動が異なっており、本問題では初期値依存性があることが改めて確認できる。

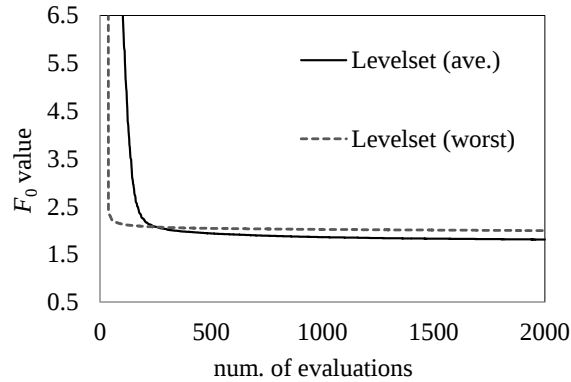


図 4.8 ランダム形状からはじめた際の目的関数値の推移

4.3.4 IPM モータ問題の最適化

フェーズフィールド変数を用いたレベルセット法により、IPM モータ問題の最適化を行う。Fig. 10 に最適化の対象である IEEJ-D モデルを示す[75]。このモータの回転子形状を、平均トルクを維持しつつトルクリプルを改善するように最適化する。回転子と固定子の磁性体コアには 50H350 を用い、その非線形性を考慮する。各巻線には $3A_{rms}$ 、電流位相角 20 度の三相電流を印加する。

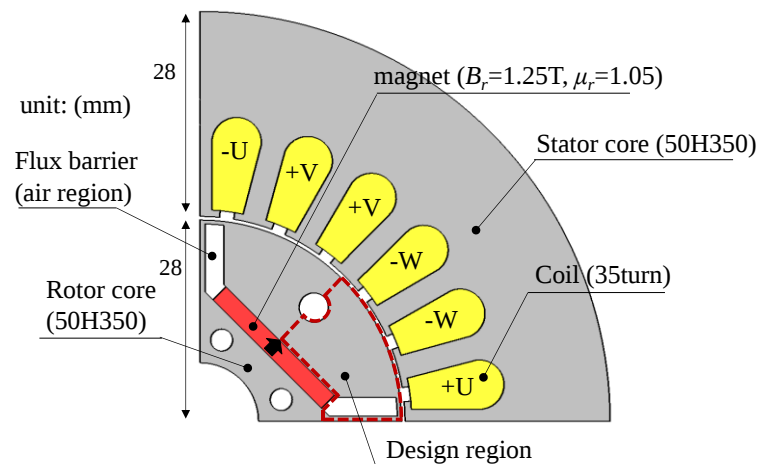


図 4.9 IEEJ-D モデル

この問題における設計領域は対称性を考慮し、図 4.9 に示す破線で囲まれた領域とし、設計領域内の形状を 45 度線上で折り返す。この設計領域内の要素数は 3416 である。こ

の最適化問題をつぎのように定義する.

$$F_1 = -\frac{T_{\text{ave}}}{T_A} + W \frac{T_{\text{rp}}}{T_B} \rightarrow \min. \quad (4.3.19)$$

ここで T_{ave} , T_{rp} は平均トルクとトルクリプルであり, 1 度刻みで 30 度まで回転子を回転させて求める. また, W は重み係数である. さらに T_A , T_B は規格化定数であり, それぞれ上述した設定における D モデルの平均トルクとトルクリプルの値である. なお, T_{rp} には以下の定義が考えられる.

$$T_{\text{rp}} = \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{min}}}{T_{\text{ave}}} \quad (4.3.20)$$

$$T_{\text{rp}} = \sum_{i=1}^{30} (T_i - T_{\text{ave}})^2 \quad (4.3.21)$$

ここで T_i は角度 θ_i におけるトルクであり, T_{max} , T_{min} はそれらの最大と最小値である. 広く用いられている T_{rp} の定義は式(4.3.20)である. しかし T_{rp} の $\mathbf{A}$ 微分を考えた場合, トルクが最大(最小)となる角度は ϕ に依存するため, 単純にトルクが最大となった角度における T_i を T_{max} として微分しても厳密な微分とはいえず, ∞ -ノルムによる定式化が必要となる. そこでここでは微分の扱いが容易な式(4.3.21)の定義を用いることにする.

本問題における目的関数の汎関数微分を導出する. トルクの計算法にはマクスウェル応力法と節点力法があるが, ここでは均質化透磁率の影響や微分の簡便さを考え, マクスウェル応力法を採用する. マクスウェル応力法ではトルクの計算の際に, ステータとロータのギャップ部の $\mathbf{A}$ のみを使用するため, ϕ よる微分項がない点で有利である. ここで T_i の $\mathbf{A}$ 微分を考える. マクスウェル応力法ではギャップ部の磁束密度より応力テンソル $\mathbf{T}$ を以下のように求める.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} B_x^2 - B_y^2 & 2B_x B_y \\ 2B_x B_y & B_y^2 - B_x^2 \end{bmatrix} \quad (4.3.22)$$

そのため T_i の $\mathbf{A}$ 微分では, マクスウェル応力法の計算における $\mathbf{T}$ の代わりに, 次式を用いればよい.

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 2B_x \frac{dB_x}{d\mathbf{A}} - 2B_y \frac{dB_y}{d\mathbf{A}} & 2\left(\frac{dB_x}{d\mathbf{A}} B_y + B_x \frac{dB_y}{d\mathbf{A}}\right) \\ 2\left(\frac{dB_x}{d\mathbf{A}} B_y + B_x \frac{dB_y}{d\mathbf{A}}\right) & 2B_y \frac{dB_y}{d\mathbf{A}} - 2B_x \frac{dB_x}{d\mathbf{A}} \end{bmatrix} \quad (4.3.23)$$

以上より, 目的関数 F_1 の汎関数微分は以下となる.

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_1}{\delta \phi} &= \left(\frac{\partial F_1}{\partial \mathbf{A}} \right)^T \frac{d\mathbf{A}}{d\phi} \\ &= \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} \left(\frac{\partial T_i}{\partial \mathbf{A}_i} \right)^T \frac{d\mathbf{A}_i}{d\phi} + 2W \sum_{i=1}^{30} \left(\left(\frac{\partial T_i}{\partial \mathbf{A}_i} \right)^T \frac{d\mathbf{A}_i}{d\phi} - \frac{1}{30} \sum_{j=1}^{30} \left(\frac{\partial T_j}{\partial \mathbf{A}_j} \right)^T \frac{d\mathbf{A}_j}{d\phi} \right) \dots\dots\dots (4.3.24) \end{aligned}$$

上式から明らかなように、この問題では T_{ave} と T_p を求めるために 30 度分の解析を行っており、各角度での解 $\mathbf{A}_i$ に応じて $\partial \mathbf{A}_i / \partial \phi$ が発生する。数値的に計算の困難なこれらの項すべてを消去するため、本問題では拡張された目的関数をつぎのように導入する。

$$\bar{F}_1(\phi) = F_1(\phi) + \sum_{i=1}^{30} \mathbf{z}_i^T (\mathbf{K}_i(\mathbf{A}_i) \mathbf{A}_i - \mathbf{b}_i) \dots\dots\dots (4.3.25)$$

本問題では拡張された目的関数の汎関数微分をとると以下が得られる。

$$\frac{\delta \bar{F}_1(\phi)}{\delta \phi} = \frac{\delta F_1}{\delta \phi} + \sum_{i=1}^{30} \mathbf{z}_i^T \frac{\partial \mathbf{K}_i}{\partial \phi} \mathbf{A}_i + \mathbf{z}_i^T \frac{\partial \mathbf{K}_i \mathbf{A}_i}{\partial \mathbf{A}_i} \frac{d\mathbf{A}_i}{d\phi} + \mathbf{z}_i^T \mathbf{K}_i \frac{d\mathbf{A}_i}{d\phi} \dots\dots\dots (4.3.26)$$

そして、すべての $\partial \mathbf{A}_i / \partial \phi$ を消去するように $\mathbf{z}_i$ を求める。

レベルセット法において、 Δt , M , κ をそれぞれ 1s, 1.0, 10^{-9} とし、シグモイド関数の係数 K を 10, β を 10^{-3} として 500 ステップまで最適化計算を行った。

初期形状としてグレー透磁率を与え、 $W=0.4$ とした場合の最適化形状を図 4.10 に示す。 β をシールド問題と比較して大きく設定したにも関わらず、最適化形状に空気と磁性材料の透磁率の中間値をとるグレー透磁率の部分が多く残っており、製造上実現の不可能な結果となっている。これはグレー透磁率を発生させることで F_1 を改善でき、式(4.3.7)のポテンシャル項を減少させるよりも効果的に目的汎関数を改善できるためと考えられる。

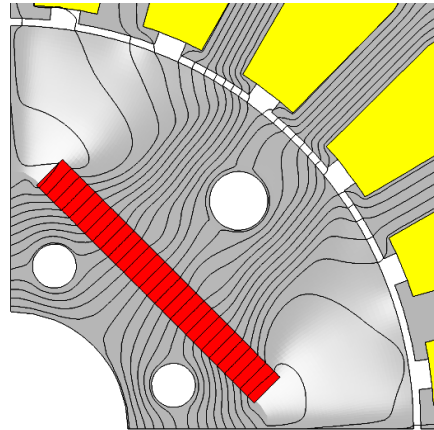


図 4.10 グレー透磁率からはじめた際の解形状
(2.20Nm, 5.8%)[146]

次に D モデルのコア形状にランダムに 30 個の気泡を加えた形状を初期形状とした。 $\beta=10^{-5}$, $W=0.4$ とした場合の形状を図 4.11 に示す。グレー透磁率はほとんど発生していないが、図 4.10 に示した形状より評価値が劣っている。このことから、本問題ではグレー透磁率が目的関数の改善に効果的に働くため、初期形状によっては図 4.10 のようにグレー透磁率を残した形状が得られたと考えられる。また、図 4.11 の形状は D モデルのバリア形状から大きく変化していないことがわかる。これは本問題の目的関数 F_1 も多峰性関数であるためと思われる。そのため D モデルの近傍から最適化を開始した場合は、極小解の一つである可能性が高い D モデルの形状に近くなり、トポロジーが大きく変化しなかった可能性がある。

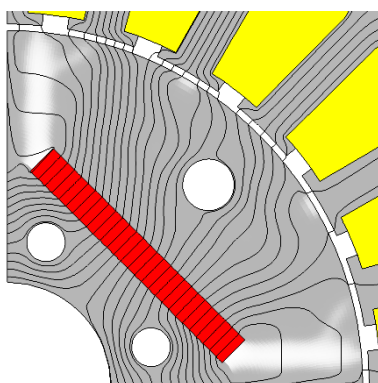


図 4.11 D モデル形状からはじめた際の解形状
(2.19Nm, 9.6%)[146]

このようになった要因としてはさらに、事前に設定するパラメータの値が適当で半勝った可能性がある。レベルセット法には、 Δt を固定とすれば M , κ , β の 3 つと、レベルセット関数を滑らかにつなぐ関数を設定するパラメータが存在する(ここではシグモイド関数の K に相当する)。これらの値が適当ではなかったため、グレーな透磁率が得られた恐れがある。特に K を大きくすることでグレーな透磁率は発生しにくくなると考えられる。

そこで $K=30$ とし、再度、初期形状としてグレー透磁率を与えて最適化を行った。結果を図 4.12 に示す。この図から、最適化形状のグレー透磁率が減少していることがわかる。これは K を大きくすることでシグモイド関数が急峻になる、すなわち式(4.3.6)における遷移幅 γ が小さくなったことでグレー透磁率を取りうるレベルセット関数値が減ったためである。このようにパラメータを適当に調整することでグレー透磁率を抑制できることが分かる。ただしシグモイド関数を急峻にしすぎると勾配をとったときの値が大きくなりすぎる恐れがあるため注意が必要と思われる。

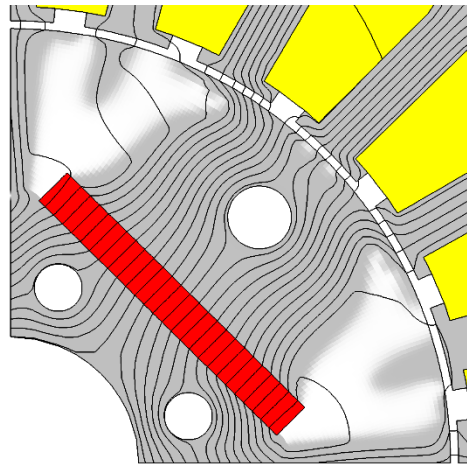


図 4.12 グレー透磁率からはじめた際の解形状
(2.30Nm, 6.7%)[146]

4.4 進化型 on/off 法

4.4.1 進化型 on/off 法の基礎

On/off 法では、設計領域を均等なセルにあらかじめ分割し、各セルに与える物性値を決めることで形状を表現する。この概要を図 4.13 に示す。電気機器の場合は、on となったセルが磁性体、off となった要素が真空の磁気特性を持つ。電気機器の解析に有限要素法を用いる場合、on/off 法におけるセルを有限要素に対応させればよい。

最適化においては、各要素の on/off 状態を変えることで形状を変化させ、解を探索する。このように形状の探索は on と off のバイナリ情報を変化させて行われるので、アルゴリズムにビットストリング GA などの進化計算を用いるのが一般的である。進化計算を用いて最適化が行われるため、on/off 法では大域的に解を探索することができ、多峰性目的関数の場合により解を見つけることができると期待できる。また、随伴変数法を用いた感度解析が不要なため、広い問題に対して適用可能である。また、実装上の都合として、レベルセット法のように最適化の処理と目的関数の計算処理が独立しており、ソースコードに汎用性を設けることができるといった実用上の利点がある。

on/off 法はレベルセット法に対して上述のような利点を有するが、最適化アルゴリズム上では on と off の情報のみを参照して形状を探索するため、最終的に得られる解は、目的関数の値自体は良い値を示していたとしても、その形状は複雑で工学的に実現の困難なものになっている場合がある。例えば、小さな気泡が磁性体内に多く存在したり磁性体が空気領域内に孤立して存在していたりする、ノコギリ状の複雑な形状表面になってしまう、などである。すなわち空間高調波成分が非常に大きな形状が得られてしまう。

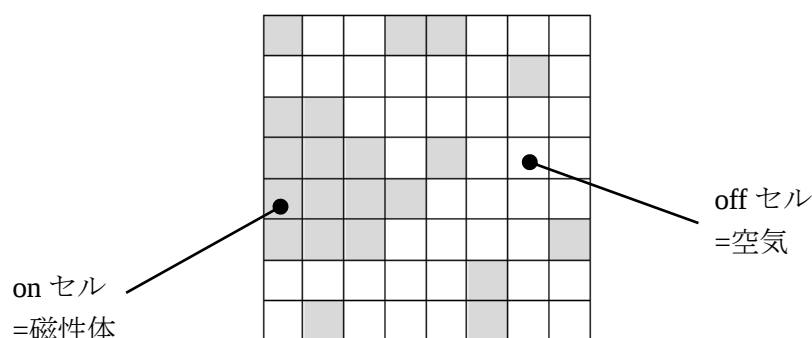


図 4.13 on/off 法における形状表現

複雑形状の発生を防ぎ、工学的に有意な解を得るための方法としては、空間フィルタリングを導入した方法が広く用いられている[76-78]。空間フィルタリングとは、探索の過程で生成した形状を、空間高調波成分が少なくなるように修正する処理である。例としては以下のようなフィルタリング処理が挙げられる。

1. Hole Elimination

空気中に N_h 個以下の on セルが孤立していたとき、それらのセル状態を off にする。また、磁性体中に N_h 個以下の off セルが孤立していたときそれらのセル状態を on にする。

2. Surface Smoothing

on セル周囲の上下左右の要素情報を確認し、3 つ以上 off セルがあれば、その on セルを off セルに変更する。

上記のほかに空間高調波成分を減らす任意の処理を適用可能である。例えば画像処理におけるノイズ除去法なども適用できる。これらの処理により空間的に滑らかな形状が得られ、工学的に実現の容易な解が得られる。また、フィルタリングにより探索範囲が限定されるため、進化計算における探索が加速される。図 4.14 にフィルタリングを用いた on/off 法の流れを示す。

フィルタリングの欠点としては、用いたフィルタリング処理とその強度(例えば Hole Elimination における N_h の値)に得られる解が強く依存してしまう点である。それゆえ、問題に応じてフィルタリングの設定を調整する必要がある。例えば 2 重連結的な構造がよい問題の場合、 N_h の値を適当に設定しておかなければ単連結な形状しか得られなくなる。このため、トポロジー最適化の第一の目的である「設計者の知見の影響を排除した最適化」に反してしまっている。

フィルタリングを用いずに空間高調波成分を減らす方法としては、on/off 法で用いるセルを複数個用意し、段階的に用いるセルを変更する方法が考えられる[67]。まずは粗いセルにより最適化を行い、大体のトポロジーを得た後、細かなセルを用いれば複雑形

状が発生しにくくなる．ただし初期で用いたセルにより定まったトポロジーが固定されてしまうといった問題がある．

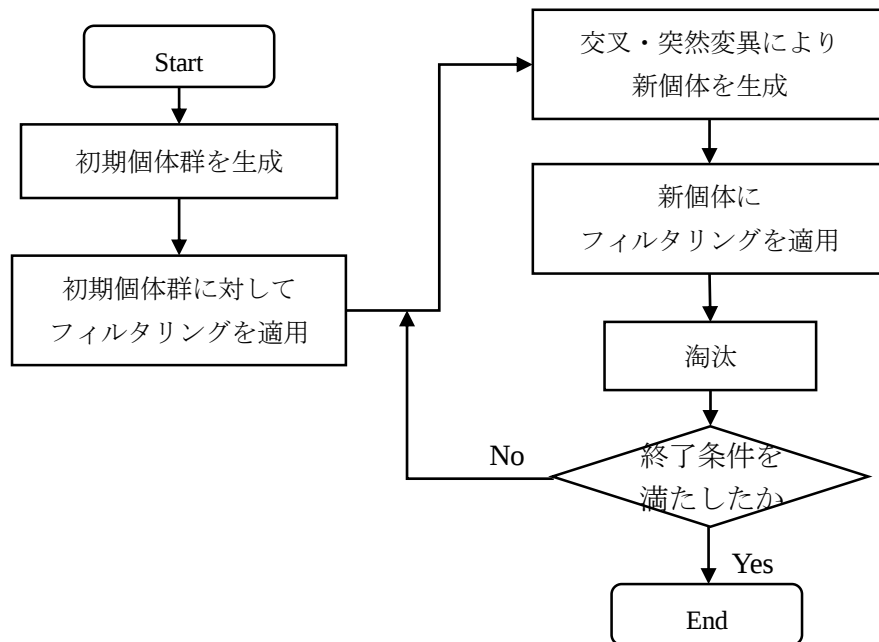


図 4.14 フィルタリングを用いた on/off 法の流れ

4.4.2 正規化ガウス関数ネットワークを用いた on/off 法

前述の通り，on/off 法では各セルに独立に on/off の状態を与えて形状を決定する．このため工学的に意味のない複雑形状を解として許容してしまうという問題がある．そのため，従来の on/off 法を概念設計に用いることは困難といえる．

そこで各セルに与える on/off 状態を独立に設定せず，設計領域内で値が滑らかに変化する何らかの関数を用意し，その関数値に応じて物性値を与えることを考える．この関数値が領域内で空間的に滑らかに変化するならば，それによって定まる形状も空間高調波成分が少なくなると期待できる．さらにその関数形を進化計算手法により変化させることにより，形状を大域的に探索できると考えられる．

上述した方法に適する関数を考える．上記の考えはある種のレベルセット関数を用意することに等しいと考えられる．ただしレベルセット関数として距離関数を採用することは進化計算と相性が悪い．例えば節点に与えたレベルセット関数を進化計算における最適化の対象とした場合，それらをランダムに変化させてしまうと，結局それにより求まる形状が複雑形状になってしまうためである．進化計算に用いることを考えれば，空間的に滑らかに変化する，かつパラメトリックな関数近似器が適当と考えられる．関数近似器の代表例としてはニューラルネットワークがあるが，この手法はある結合重みを変えたとき，出力がどのように変化するか予見することが難しく，出力が空間的に滑らかになる保障がない．そこで空間的に滑らかに出力が変化する近似器として，正規化ガウ

ス関数ネットワーク(Normalized Gaussian Network: NGnet)[79-81]を採用することを考える．NGnet とは，図 4.15 のように，正規化されたガウス関数の重みつき結合により入力 x に対する出力 $f(x)$ を求める関数近似器である．いくつかの定義方法があるが，以下の定義を用いる．

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N w_i b_i(\mathbf{x}) \dots\dots\dots (4.4.1)$$

$$b_i(\mathbf{x}) = \frac{G_i(\mathbf{x})}{\sum_{k=1}^N G_k(\mathbf{x})} \dots\dots\dots (4.4.2)$$

$$G_k(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2} |\Sigma_k|^{1/2}} \times \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k)^T \Sigma_k^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k)\right] \dots\dots\dots (4.4.3)$$

ここで N はガウス関数の数， D は入力 $\mathbf{x}$ の次元， $\boldsymbol{\mu}_k$ ， Σ_k はガウス関数 k の中心ベクトルと共分散行列である．

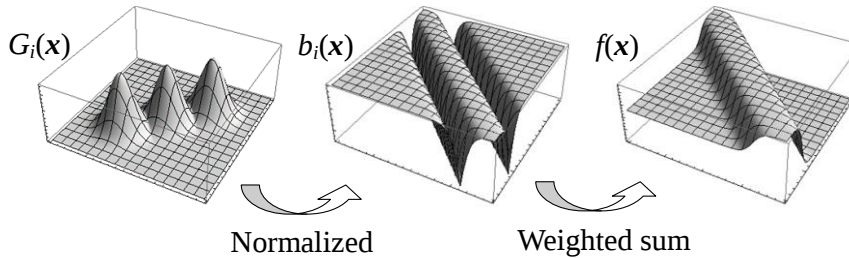


図 4.15 NGnet の出力

NGnet の出力は上記の定義より必ず空間的に滑らかである．さらに結合重み w_i を変化したことによる出力変化は，対応する基底関数 $b_i(\mathbf{x})$ が 0 以上の値を持つ局所的な範囲にのみ影響する．NGnet は， w_i ， $\boldsymbol{\mu}_k$ ， Σ_k に関するパラメトリックな関数近似器であり，進化計算によりこれらをパラメータとすることで容易に出力を変化させることができる．そのため，進化計算手法と相性がよい．

NGnet の出力を用いて，セル e の on/off 情報 v_e を以下のようにして与えることにより，NGnet から on/off の形状分布を得ることができる．

$$v_e \leftarrow \begin{cases} on & f(\mathbf{x}_e) \geq 0 \\ off & f(\mathbf{x}_e) < 0 \end{cases} \dots\dots\dots (4.4.4)$$

ここで $\mathbf{x}_e$ はセル e の重心である。

NGnet の出力を変化させることで式(4.4.1)に従って形状が変化する。したがって目的関数が改善するよう、進化計算により NGnet の出力を最適化すればよい。NGnet の出力を変化させるには、パラメータ w_i , μ_k , Σ_k を変化させればよい。これらを遺伝子として、例えば実数値 GA を適用すればよい。ただし w_i , μ_k , Σ_k を全て遺伝子とすると、遺伝子サイズが大きくなり最適化が困難になってしまうと推察される。そこで最適化計算のコストを削減するため、最適化の対象とするパラメータを w_i のみとし、 μ_k , Σ_k は設計者があらかじめ設定するとする。この方法をとる場合、NGnet の出力はガウス基底の配置に依存するため、問題に応じて適切に μ_k , Σ_k を設定する必要がある。これは設計者の知見を排除して最適化を行うというトポロジー最適化の利点に反するが、設計領域内に密に埋めるようにガウス基底を配置するのであれば、設計者の知見は不要である。

以上より、NGnet を用いたトポロジー最適化は実数値ベクトル $\mathbf{w}=\{w_i|i=1,...,N\}$ のパラメータ最適化に帰着する。この結果、任意の実数値変数を対象とした最適化アルゴリズムを適用できる。最適化アルゴリズムに実数値 GA を用いた場合の最適化の流れを以下に示す。

1. 設計領域を密に埋めるよう、 N 個のガウス基底の μ_k , Σ_k を設定する。
2. 実数値 GA の個体遺伝子を $\mathbf{w}$ とし、各個体の遺伝子をランダムに初期化する。
3. 初期個体群の個体評価値を計算する：
 - (ア) 個体 g が持つ遺伝子 $\mathbf{w}$ を重み w_i として NGnet に与える。
 - (イ) 設計領域内のセル e の重心 $\mathbf{x}_e$ を入力として $f(\mathbf{x}_e)$ を計算し、式(4.3.30)に従ってセル e の物性値を決定して形状を作成する。
 - (ウ) 得られた形状を解析し、その結果から個体 g の評価値を計算する。
 (終了条件を満たすまで以下を繰り返す)
4. 実数値 GA の交叉を用いて新たな個体を生成する。
5. step3 と同様の流れで、生成した個体の評価値を求める。
6. 世代交代を行う。
7. 終了条件を満たしていれば step8 へ、そうでなければ step4 へ戻る。
8. 最適化計算を終了する。

以後、この方法を NGnet 法と呼ぶこととする。

4.4.3 シールド問題の最適化

4.3.3 節で用いた磁気シールド問題を NGnet 法により行う。最適化の目的は同様に可能な限り少ない磁性体面積で対象領域内の磁束密度を最小化するシールド形状を得ることである。目的関数は式(4.3.16)と同じである。図 4.16 に本問題で用いるガウス規定の配置を示す。設計領域を密に埋めるように 96 個のガウス関数を均等に配置した。このガウス関数の共分散行列は全て $\Sigma=\text{diag}(0.007, 0.007)$ の対角行列である。表 4.1 に本問題で用いる NGnet 法のパラメータをまとめる。

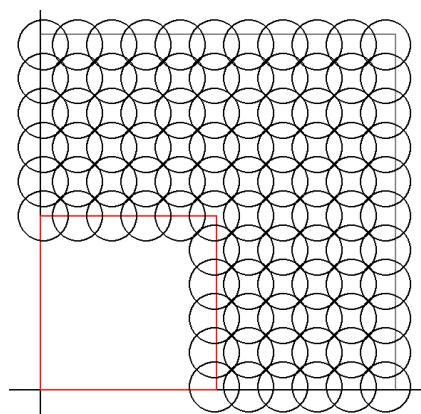


図 4.16 シールド問題で用いるガウス基底の配置(96 個)

表 4.1 シールド問題における最適化設定

初期個体数	親個体数	子個体数	世代数
600	100	80	50

上記の設定の下, 異なる乱数系列を用いて 10 回の最適化計算を行った. そのうち最も評価値が良いシールド形状を図 4.17 に示す. 滑らかな形状が得られており, 本法は従来の on/off 法に比べて実用的な解を容易に得ることができることがわかる. また, 本問題では, レベルセット法に比べて評価値が良い解が得られている. その一方で, 磁性体が一部浮いているなど, 局所解ないし局所解ですらない解である可能性が高いと思われる. この理由としては, GA の遺伝子サイズが 100 程度と大きいため, 探索空間が広く, 集団が誤った領域で停滞してしまったためと考えられる. すなわち NGnet 法では GA のみでは解の探索が十分ではないと思われる.

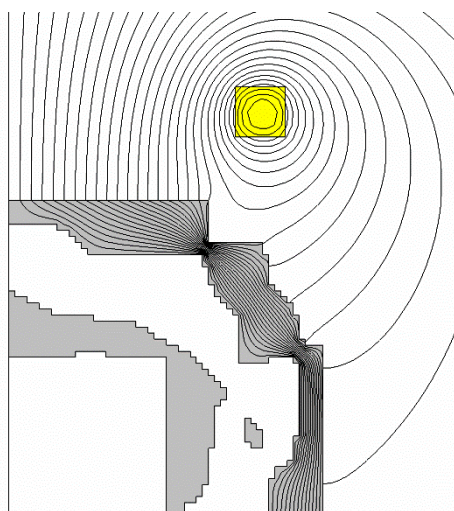


図 4.17 NGnet 法によるシールド問題の最適化結果
(1.40, 5.56nJ, 0.36cm²)

図 4.18 にレベルセット法と NGnet 法における、目的関数の評価回数に対する 10 回の最適化での目的関数の平均値の推移を示す。なお、NGnet 法は GA における個体評価を並列計算できるため、NGnet 法の図 4.18 における横軸は並列数 12 で割った値である。この図より、目的関数の平均値は両手法ではほぼ同じであるが、その分散を見ると NGnet 法が大きくなっている。これは GA を用いているため、乱数系列に解が大きく依存してしまうためと考えられる。また、最適化計算の初期ではレベルセット法の方が解の収束が早いことが分かる。

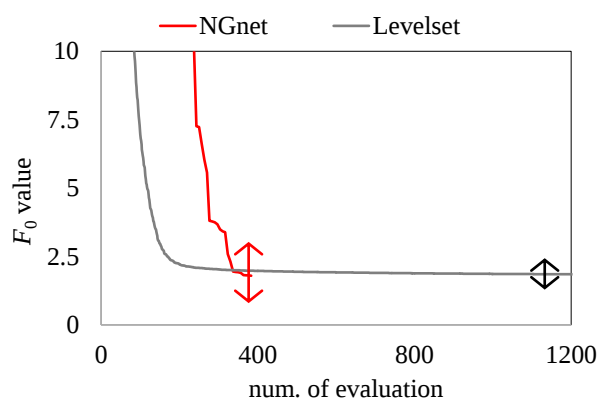


図 4.18 目的関数の評価回数に対する目的関数の推移

4.4.4 NGnet 法における Greedy 法の採用

前節では NGnet 法により空間的に滑らかな形状が得られたが、NGnet 法では遺伝子サイズが大きいため、解の探索を GA のみで行うことは適当でない可能性が示唆された。

このため、GA に加えて何らかの局所探索的なオペレータを導入する必要があると考えられる。ここではヒューリスティックな局所探索法として、NGnet 法用に修正した Greedy 法を提案する。

まず Greedy 法を適用するにあたって、RCGA の遺伝子表現を見直す。NGnet 法では、NGnet の出力を各セルの重心でのみ参照し、かつその値の正負のみを判定する。そのため重みが僅かに変化しただけでは、NGnet の出力自体は変化するものの、重心での出力の符号は変化しないことが多く、RCGA の探索が無駄になっていることが多いと考えられる。そこで、交叉などで新たな個体を生成した際に、遺伝子の正負を参照し、+1/-1 の近いほうへ値を丸めることにする。これによって実効的に RCGA の探索空間を削減し、解の探索を加速させる効果があると期待できる。

上記の修正により、RCGA を用いているが、その遺伝子は実質 2 値遺伝子に等しくなる。そこで、各遺伝子の値を反転させ、評価関数の変化を確認する。そして、評価がよくなっていけば、反転後の遺伝子を採用し、悪化していれば元に戻すとする。これを全ての遺伝子に対して順々に適用する。すなわち、評価値が改善するよう、貪欲に遺伝子の値を反転させていく処理である。ただし、この一連の操作によって得られる解は、反転する遺伝子を選ぶ順番に強く依存する。ここで並列計算を使用することを考える。異なる選択オーダを複数用意し、そのオーダに対応した反転操作を 1CPU に割り当てる。これにより、異なるオーダに対する反転操作を同時に行うことが可能となる。この方法を NGnet 法用に修正した Greedy 法と呼ぶ。具体的な処理フローを図 4.19 に示す。Greedy 法を GA の世代の一定間隔おきに、その時点でのエリート解(ただし JGG ではエリート個体は存在しないので、別途前世代における最良解を保存しておけばよい)に対して適用し、 $N_B + N_{sub}$ 個の局所探索された解を得る。得られた解を集団に戻すとともに最良個体をエリートとして保存する。

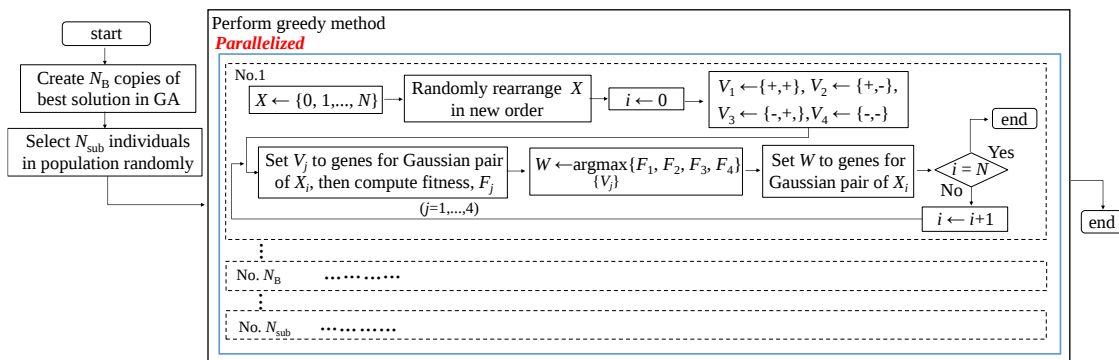


図 4.19 Greedy 法の処理フロー

GA と Greedy 法を適用し、改めて 4.3.3 節で用いた磁気シールド問題の最適化を行う。表 4.2 にパラメータをまとめる。

表 4.2 シールド問題における最適化設定

初期個体数	親個体数	子個体数	世代数
600	100	80	50

Greedy 法 並列数	Greedy 法 適用世代間隔
12	10

上記の設定の下，異なる乱数系列を用いて 10 回の最適化計算を行った．そのうち最も評価値が良いシールド形状を図 4.20 に示す．得られた解の性能は Greedy 法を用いないときの結果よりよくなっている．また，不自然に浮いた磁性体領域もなく，滑らかな形状が得られていることが分かる．このように Greedy 法によるヒューリスティックな局所探索により，効果的に解の探索が行われて解が改善したと考えられる．

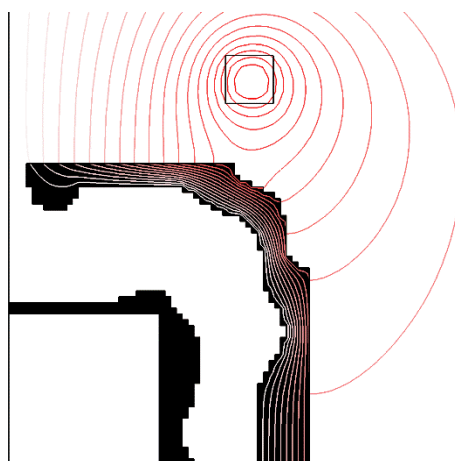


図 4.20 GA+Greedy 法によるシールド問題の最適化結果
(1.06, 2.28nJ, 0.28cm²) [146]

図 4.21 に，目的関数の評価回数に対する 10 回の最適化での目的関数の平均値の推移を改めて示す．なお，図 4.21 における NGnet 法の横軸は同様に並列数 12 で割ったものである．この図より，Greedy 法を適用したことでレベルセット法により得られた解を明らかに上回る性能の解が得られていることが分かる．また，得られる評価値の分散も小さくなったことが確認できる．これは GA により大域的に解を探索した後，局所探索が行われることで，ヒューリスティックな意味での何らかの局所解に収束するため，乱数系列によらずに良い解を発見できるためと考えられる．

このようにアルゴリズムに局所探索オペレータを導入することにより，安定して評価値の良い解を得ることが可能になることが示された．

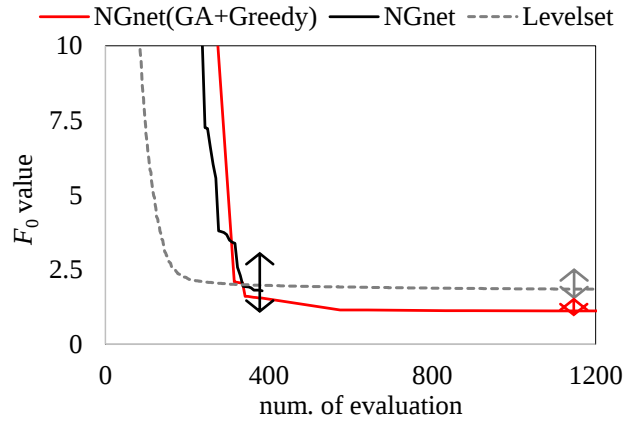


図 4.21 目的関数の評価回数に対する目的関数の推移
(Greedy 法を使用した場合)

4.4.5 IPM モータ問題の最適化

4.3.4 節で用いた IPM モータ問題を同様に NGnet 法により行う。最適化の目的は 4.3.4 節と同じであり，平均トルクの最大化ならびにトルクリプルの最小化である。なお，NGnet 法では目的関数の $\mathbf{A}$ に関する微分可能性を考慮する必要がないため，トルクリプルは広く用いられている式(4.3.20)による評価を採用する。

NGnet 法では，進化型アルゴリズムを採用しているため，式(4.3.19)における結合重み $\mathbf{W}$ を様々に変化させた際に得られる解を，多目的最適化により一度に得ることが可能である。すなわち，平均トルクとトルクリプルに関するパレート解集合を容易に求めることができる。そこでここでは多目的最適化アルゴリズムを用いて，平均トルクの最大化とトルクリプルの最小化に関する多目的最適化を実行する。最適化アルゴリズムとして，3.4.4 節で用いた修正免疫アルゴリズムを採用する。ただし NGnet 法に合わせて Greedy 法を導入し，アルゴリズムの一部を修正する。具体的アルゴリズムを以下に示す。

1. それぞれサイズ n_p の初期探索母集団 P_0 を作製する。また，空の Suppressor 細胞集団 S を作成する。
(以下を繰り返す)
2. P_t からランダムに $n+1$ 個の個体を選び親とする(n は遺伝子サイズ)。
3. REX^{star} 交叉により n_c 個の子個体を生成し， P_t に加える。
4. $P_t + S$ に対してランキングを計算する。
5. P_t のランキングが上位 n_p 個を選び，一時個体群 Q_t とする。同じランキングの個体がある場合は端切り法により Q_t の数を n_p 個まで減らす。 S 内の個体でランキングが 0 でない個体を消去する。

6. Q_t の個体間 i と j 間の距離 l_{ij} を計算する. その後, 個体 i の密度 d_i を計算する.
7. $d_i > \theta_d$ となっている個体 i を Q_t から削除し, **Suppressor** 細胞集団 S に加える.
8. S 内の個体 s との距離 l_{is} が, $l_{is} > \theta_k$ となっている個体を Q_t から削除する. この処理により Q_t 内の個体数が n_p を下回った場合はランダムに初期化した個体を Q_t に加える.
9. (世代数 t)% $N_L=0$ のとき, **Greedy** 法として以下の処理を適用する.
 - (ア) Q_t のランキングが 0 の個体と S 内の個体をランダムに N_{G1} 個選ぶ.
 - (イ) 選んだ個体に対して, 遺伝子選択オーダをランダムに決め, **Greedy** 探索を実行する.
 - (ウ) 探索後の個体を Q_t に加え, Q_t+S に対してランキングを再度計算する.
 - (エ) S 内の個体でランキングが 0 でない個体を消去する.
10. 終了条件が満たされていれば Q_t+S を解とする. そうでない場合は $P_{t+1} \leftarrow Q_t$ として手順(2)に戻る.

すなわち, N_L 世代間隔ごとに, そのとき得られているパレート解をランダムに選び, **Greedy** 探索を掛けることでパレート方向への進化を促す. 図 4.22 にアルゴリズムのフローを示す.

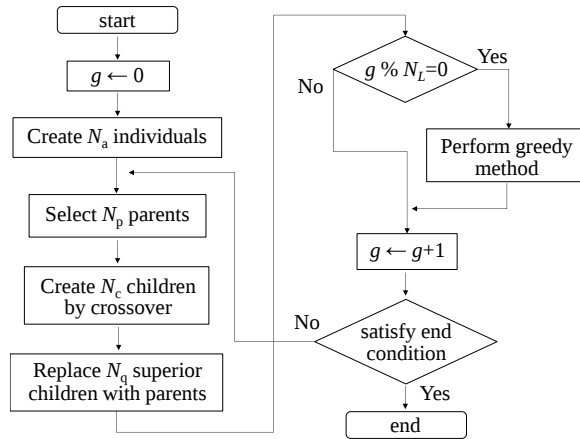


図 4.22 NGnet 法における多目的修正 IA のアルゴリズム

ここで, NGnet 法における個体 i と j 間の距離 l_{ij} であるが, セルの on/off の一致度合いをみれば良いので, 問題によらず, 以下のように計算する方法が考えられるだろう.

$$l_{i,j} = \frac{1}{N_D} \sum_{k=1}^{N_D} \lambda_{k,i,j}, \quad \lambda_{k,i,j} = \begin{cases} 1 & v_k^i = v_k^j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (4.4.5)$$

ここで N_D は設計領域内のセル数, v_k^i は個体 i の k 番目のセルの状態である.

以上のアルゴリズムにより，NGnet 法で IPM モータの多目的最適化を行う．図 4.23 に本問題で用いるガウス関数の配置を示す．58 個のガウス関数を密に配置し，それらの共分散行列は全て $\Sigma = \text{diag}(0.0015, 0.0015)$ とした．表 4.3 に本最適化で使用する GA のパラメータをまとめる．

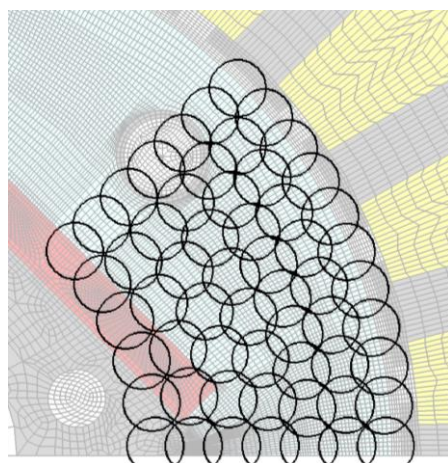


図 4.23 IPM モータ問題におけるガウス基底の配置(58 個)

表 4.3 IPM モータ問題における最適化設定

初期個体数	親個体数	子個体数	世代数
800	60	80	80

Greedy 法 並列数	Greedy 法 適用世代間隔
14	20

上記の設定の下，NGnet 法で得られたパレート解集合を図 4.23 に示す．ここでレベルセット法で $K=30$ とし， $W=0, 0.2, 0.4$ の 4 通りの設定で最適化して得られた解をあわせて示す．また，図 4.24 の縦軸は式(4.2.30)による評価である．図 4.23 より，NGnet 法により初期形状 D モデルと比較してパレート方向に良い解が得られたことが分かる．また，レベルセット法と比較するとトルクは NGnet 法により得られた解の方が大きくなっているが，パレート方向にはレベルセット法により得られた解のほうが良く，特にリップルが小さくなっている．このようになった理由としては，レベルセット法により得られた解はグレー透磁率を含んでおり，その影響で磁気回路的にリップルを小さくしやすいためではないかと考えられる．

図 4.25 に図 4.24 でマークした 3 つの解に対応した形状を示す．全て滑らかで複雑な形状は発生していないことが確認できる．

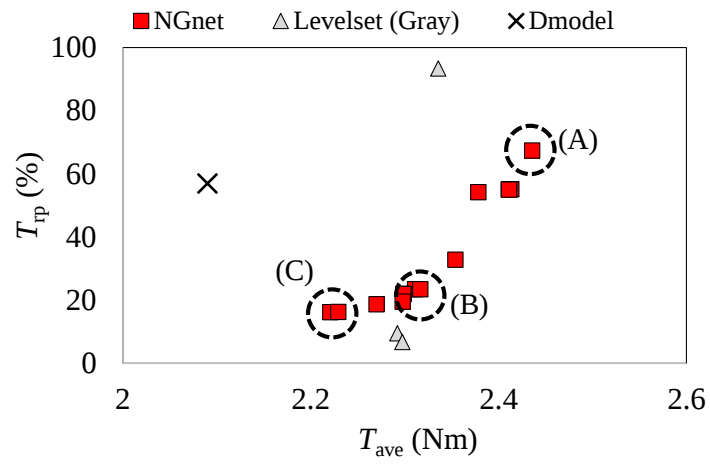


図 4.24 NGnet 法により得られたパレート解集合

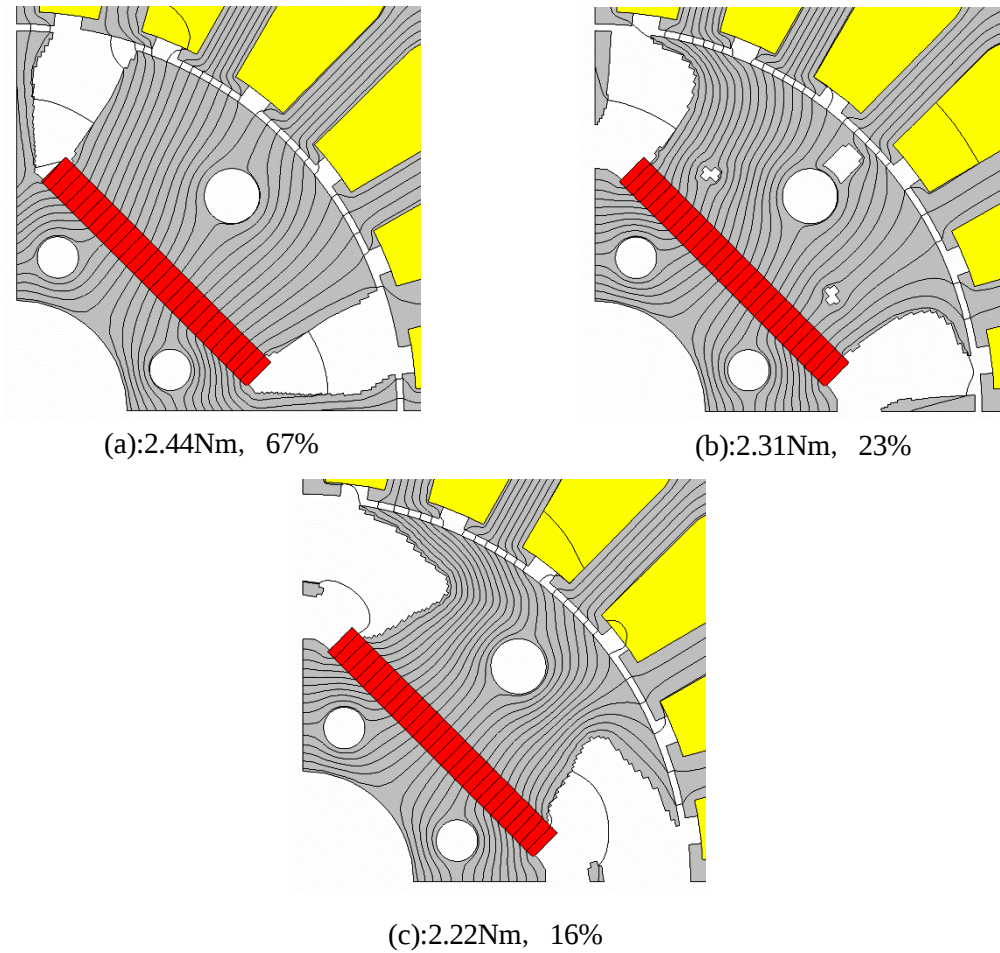


図 4.25 NGnet 法により得られた解形状

図 4.25 に示した形状は滑らかであるが、磁性コアが空気中に浮いていたり、コアが磁石を境にして 2 分されていたりしており、回転子としては構造的に成り立たない形状となっている。そこで工学的に製造の可能な形状を得るため、最適化問題を以下のように修正する。

$$F_a = -\frac{T_{ave}}{T_A} \rightarrow \min., \quad F_b = \frac{T_p}{T_B} \rightarrow \min. \dots\dots\dots (4.4.6)$$

$$\text{subject to } N_{Area} = 1 \dots\dots\dots (4.4.7)$$

ここで N_{Area} は連結した磁性体領域の数であり、コアが全て連結していれば $N_{Area}=1$ であり、浮いた領域が増えるにしたがって値が増加する。すなわち式(4.4.7)の制約項は回転子として成り立つ、コアが全て連結した構造を得るための制約項である。

上記の問題設定の下で、前節とおなじ最適化設計のもとで最適化を行った。図 4.26 に、制約の有無によるパレート解集合を示す。また、マークした解に対応した形状を図 4.27 に示す。図 4.27 より、制約を考慮したことでコアが全て連結し、回転子として成り立つ形状が得られたことが確認できる。その一方で、図 4.26 より制約を考慮するとリップはほぼ同等であるが、トルクが低下してしまっていることがわかる。これは磁性コアの分離を許容しなくなったため、トルクを増加しうる磁路が形成できなくなったためと考えられる。しかし D モデルと比較してパレート方向に改善しており、提案法により、工学的に実現の可能性がある形状を獲得できたことが確認できた。

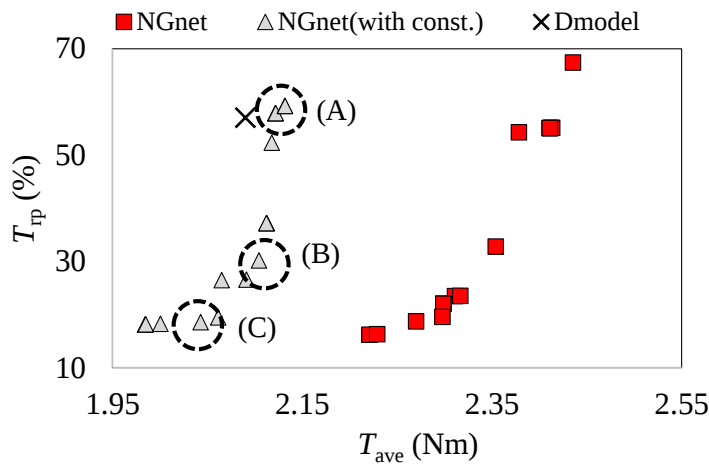


図 4.26 制約を考慮して NGnet 法により得られたパレート解集合

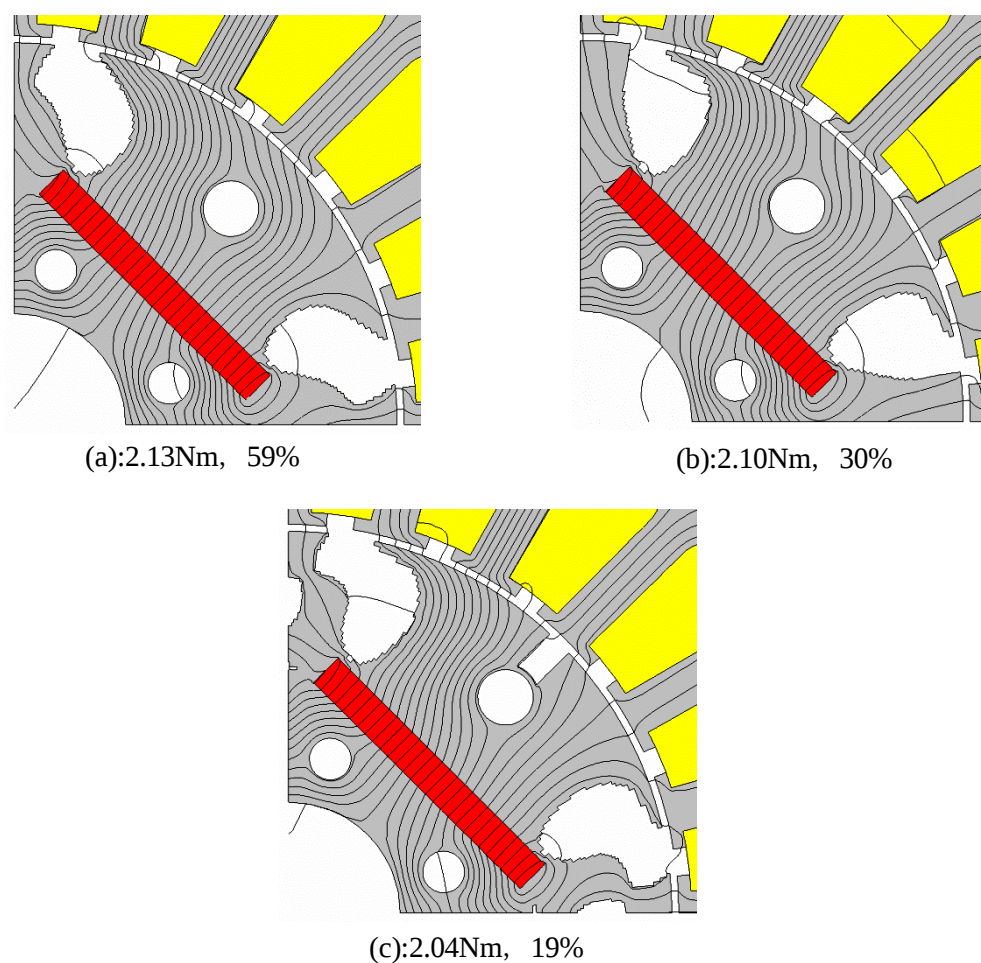


図 4.27 制約を考慮して NGnet 法により得られた解形状[146]

4.4.6 複数材料を考慮したトポロジー最適化

ここまでのトポロジー最適化は単一材料と空気層のみを考慮していた。しかし実際は IPM モータ問題のように磁性コアと永久磁石の2つ以上の材料からなる機器も多い。したがって複数の材料分布を考慮してトポロジー最適化を行う必要があると考えられる。

マルチフェーズフィールド法

レベルセット法においては、マルチフェーズフィールド法の考えを採用することにより、複数材料問題へと拡張が可能である[82-85]。例えばフェーズフィールド変数を ϕ と ψ のように2つ用意し、それらの値に応じて以下のように物体領域を定義すればよい。

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}) > \gamma & \mathbf{x} \in \Omega_1 \\ -\gamma \leq \phi(\mathbf{x}) \leq \gamma & \mathbf{x} \in \Omega_1 \cap D \\ \phi(\mathbf{x}) < -\gamma & \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_1 \end{cases} \dots\dots\dots (4.4.8)$$

$$\begin{cases} \psi(\mathbf{x}) > \gamma & \mathbf{x} \in \Omega_2 \\ -\gamma \leq \psi(\mathbf{x}) \leq \gamma & \mathbf{x} \in \Omega_2 \cap D \\ \psi(\mathbf{x}) < -\gamma & \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_2 \end{cases} \dots\dots\dots (4.4.9)$$

ここで Ω_1 , Ω_2 はそれぞれ物体 1 と物体 2 の領域である．上式の物体定義では 2 つの物体が重なりうるため，この状況を防ぐために式(4.3.7)に 2 つのフェーズフィールド変数の重なりを防ぐダブルオブスタクルポテンシャル項 P_d を加える[72]．

$$\inf_{\phi, \psi} E(\phi, \psi) = \int_D \left\{ F(\phi, \psi) + P_d(\phi, \psi) - \frac{\kappa}{2} (\nabla \phi \cdot \nabla \psi) \right\} dS \dots\dots\dots (4.4.10)$$

$$P_d(\phi, \psi) = \frac{W(\phi+1)(\psi+1)}{4} \dots\dots\dots (4.4.11)$$

ダブルオブスタクルポテンシャル項 P_d により，どちらかのフェーズフィールド変数が -1 になっているときエネルギー汎関数が小さくなるため，2 重点を防ぐ効果がある．フェーズフィールド変数を 3 つ以上用いる場合も同様にダブルオブスタクルポテンシャル項 P_d で考慮する変数を増やしていくことで自然に拡張できる．

NGnet 法の拡張

ここではマルチフェーズフィールド法にならない，NGnet 法を複数材料を考慮できるように拡張する．形状表現に用いる NGnet を 1 つではなく，複数用いることを考える．例えば NGnet 出力 f_1 , f_2 の 2 つを用意する．これらの値の組み合わせに応じてセルの物体を与えればよい．方法は幾つか考えられるが，例えば出力が 2 つの場合，それらの正負の組み合わせに応じて，4 通りのセル状態を以下のように定義できる．

$$v_e \leftarrow \begin{cases} \text{mat1} & f_1(\mathbf{x}_e) \geq 0 \text{ and } f_2(\mathbf{x}_e) \geq 0 \\ \text{mat2} & f_1(\mathbf{x}_e) \geq 0 \text{ and } f_2(\mathbf{x}_e) < 0 \\ \text{mat3} & f_1(\mathbf{x}_e) < 0 \text{ and } f_2(\mathbf{x}_e) \geq 0 \\ \text{mat4} & f_1(\mathbf{x}_e) < 0 \text{ and } f_2(\mathbf{x}_e) < 0 \end{cases} \dots\dots\dots (4.4.12)$$

同じように NGnet 出力を 3 つ用意すれば最大で 8 通りの材料分布を表現できる．ただし用いる NGnet を増やすほど，最適化対象となる重み w_i が増えるため，GA の遺伝子サイズが長大化して最適化に要する個体数が増加することに注意が必要である．図 4.28 に複数材料を考慮した NGnet 法による形状表現の概略を図示する．ここでは 2 つの出力を考

え，両 NGnet が同じガウス基底配置を使用すると仮定する．このとき，遺伝子サイズは単純にガウス基底の数の 2 倍となる．遺伝子の値に応じて各 NGnet の出力を求め，式 (4.3.12) のように正負の組み合わせで 4 通りの状態を決定する．もちろん，各 NGnet で異なるガウス基底配置を用いることも可能である．例えば設計対象に何らかの知見があり，各材料分布の適当な配置が明らかに異なると予想できるのであれば，異なる基底配置を用いることは有用であろう．

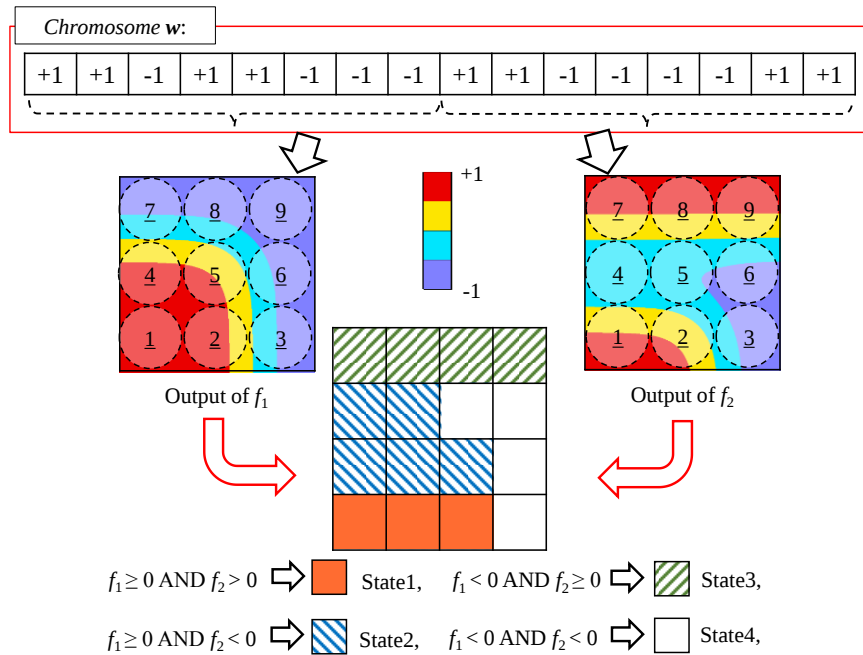


図 4.28 NGnet による複数材料分布の考慮[144]

4.4.7 複数材料を考慮した IPM モータのトポロジー最適化

NGnet 法を用いて，4.3.4 節，4.4.5 節で用いた IPM モータ問題の複数材料を考慮したトポロジー最適化を行う．すなわち，図 4.9 で示した IPM モータの回転子を，コア形状のみではなく磁石の配置まで考慮してトポロジー最適化を行う．

図 4.29 に本問題における回転子の設計領域を示す．磁石を含めて最適化するため，回転子内部を一応に分割し，シャフト近傍以外の領域すべてを設計領域とする．

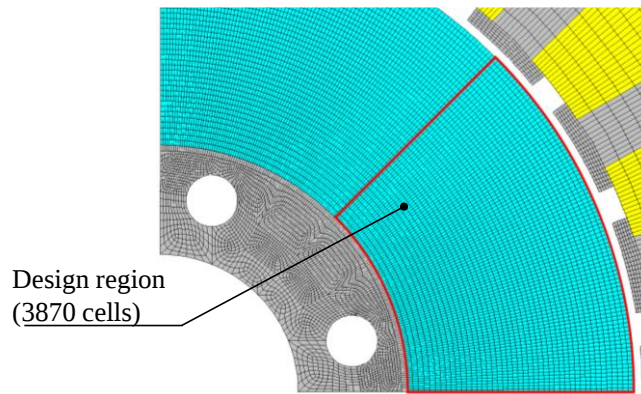


図 4.29 複数材料分布を考慮した IPM モータ最適化の設計領域

本最適化の目的は、磁石量を一定以下としつつ、トルクを最大化することとする。さらに回転による応力に耐えうる構造、磁石の減磁がない構造となるよう、以下のように定義する。

$$F = -T_{ave}/T_0 \rightarrow \min., \dots\dots\dots (4.4.13)$$

$$\text{subject to } S \leq KS_T, \quad S_D < 0.05S, \quad \dots\dots\dots (4.4.14)$$

$$R_{\max} < R_{th}, \quad \rho_{\max} < \rho_{th},$$

ここで S は磁石面積、 S_T は D モデルの磁石面積である。さらに S_D は大電流下で減磁下面積である(計算法は後述する)。また、 $R_{\max}$ 、 $\rho_{\max}$ は 2500RPM の遠心力が回転子に加わった際の回転子内の最大変位と最大ミーゼス応力である。さらに、 R_{th} と ρ_{th} はそれらの閾値でありそれぞれ 27.8mm、324MPa である。ここで $R_{\max}$ 、 $\rho_{\max}$ は力学の有限要素法により求める。ただし回転子メッシュは電磁気メッシュの倍の解像度となるように細分化したものを使用する。さらにシャフト-コア間の焼嵌めを簡易的に考慮するため、シャフト部に $1\mu\text{m}$ の強制変位を与える。また、磁石-コア間は密着しているとして解析すると、回転により磁石が押し出される効果を弱めてしまい、適当な設定ではない。そこで磁石の周囲 1 要素に関してはボンドの物性値に置き換えることでコア-磁石間の接触解析の代替とする。

減磁計算について

磁石の減磁を計算する方法について記載する。最適化により小さな磁石領域が得られるとそのような磁石は減磁しやすい恐れがあるため、その判定が必要となる。永久磁石の減磁曲線は図 4.30 の赤破線のようにになっているが、ネオジウム磁石などの場合は直線近似しても問題ないことが知られている[3]。磁石内の動作点は外部磁場に応じて減磁曲線上を移動する。しかし、外部から磁化方向と逆の強い磁場が加えられ、点(H_{th} , B_{th})を下回った場合、不可逆状態となり、外部磁場を取り去った後も減磁曲線上に戻らず、磁石の磁化方向が失われたままとなってしまう。

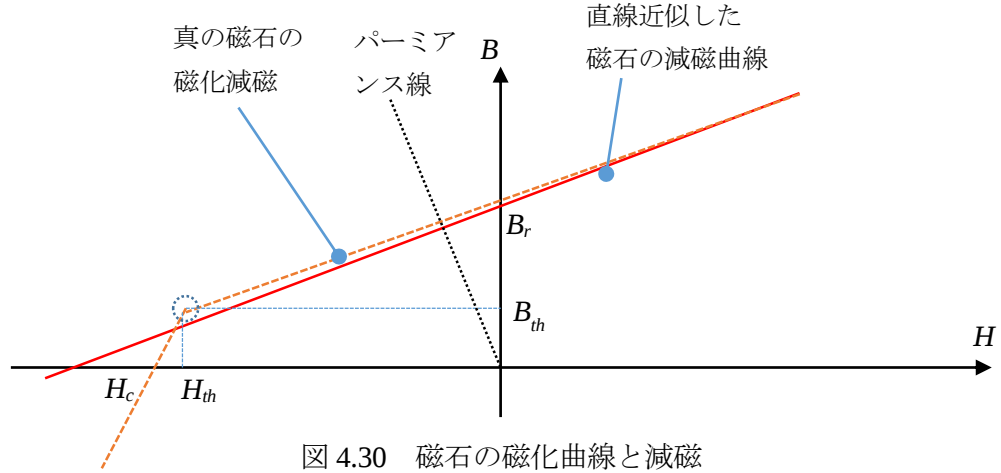


図 4.30 磁石の磁化曲線と減磁

そこで最適化により得られた磁石形状が減磁していないかを式(4.4.14)の2項目の制約のように考慮する。\$S_D\$は有限要素法により求めることができる。ここである磁石要素を考える。解析により磁石内の \$\mathbf{B}\$ が与えられており、磁石磁化方向 \$\mathbf{B}_r\$ は解析に先立ち入力されている。このとき、磁石内の \$\mathbf{B}\$ が磁石磁化方向に対して一定以下であるかどうかを判定すれば良いので、以下を考えればよい。

$$\frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_r}{\|\mathbf{B}_r\|} < B_{th} = \alpha \|\mathbf{B}_r\| \dots\dots\dots (4.4.15)$$

ここで \$\alpha\$ は \$\|\mathbf{B}_r\|\$ に対する閾値を定める定数である。以上より、減磁した磁石面積は以下のように求められる。

$$S_D = \sum_{e_{mag}} S_e \quad \text{if } \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_r}{\|\mathbf{B}_r\|} < B_{th} = \alpha \|\mathbf{B}_r\| \dots\dots\dots (4.4.16)$$

ここで \$e_{mag}\$ は磁石要素に対する総和であり、式(4.4.15)が満たされていない磁石要素の面積の総和により \$S_D\$ が求められる。

ここで磁石が減磁するかどうかは外部磁場、すなわち加える電流条件に依存する。ここでは安全方向に考え、電流 \$1.5I\$ 電流を加えた際の解析により、\$S_D\$ を評価する。また \$\alpha\$ は \$0.2\$ と設定する。

形状表現について

本最適化では、NGnet を2つ用いて、4通りの材料分布を考慮する。磁性コアと空気層に加えて、2通りの磁化方向を持つ磁石を考える。材料分布は以下で与える。

$$v_e \leftarrow \begin{cases} \text{mag1} & f_1(\mathbf{x}_e) \geq 0 \text{ AND } f_2(\mathbf{x}_e) \geq 0, \\ \text{mag2} & f_1(\mathbf{x}_e) < 0 \text{ AND } f_2(\mathbf{x}_e) \geq 0, \\ \text{core} & f_1(\mathbf{x}_e) \geq 0 \text{ AND } f_2(\mathbf{x}_e) < 0, \\ \text{air} & f_1(\mathbf{x}_e) < 0 \text{ AND } f_2(\mathbf{x}_e) < 0. \end{cases} \quad (4.4.17)$$

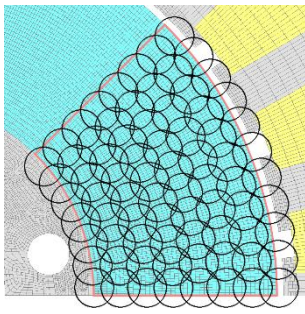
ここで mag1 , mag2 は磁化方向 $\mathbf{M}/\|\mathbf{M}\|$ が $(0, 1)$ and $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ となる磁石である.

以上の問題設定のもと, GA+Greedy 法により最適化を行う. 制約処理にはオラクルペナルティ法を用いる. 最適化に用いるパラメータ設定を表 4.4 にまとめる. さらにガウス基底配置による影響をあわせて評価するため, 図 4.31 のように 3 通りの基底配置を使用する. 基底数が多いほど探索空間が広いため最適化が困難になると予想される. また, ガウス半径が極端に小さい 4.31(c) では NGnet 出力は最も近いガウスの重みにのみ依存するため, 従来の on/off 法においてクラスタリングフィルタ[78]を導入した場合に等しくなると考えられる.

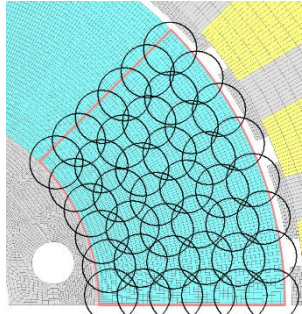
表 4.4 複数材料考慮の IPM モータ問題における最適化設定

初期個体数	親個体数	子個体数	世代数
800	90	100	60

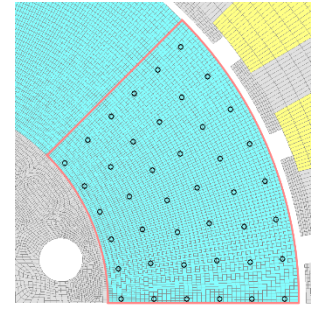
Greedy 法 並列数	Greedy 法 適用世代間隔	オラクルパラメータ
10	20	-1.5



(a):76 個のガウス基底



(b):42 個のガウス基底



(c):42 個のガウス基底

図 4.31 複数材料考慮の IPM モータ問題におけるガウス基底配置[144]

最適化結果

上述した設定の下で式(4.4.14)の磁石面積制約の係数を $K=1$ とし, 乱数系列を変えて 3 回の最適化を行った.

3 つのガウス配置での評価値の平均の推移を図 4.32 に示す. この図から, 配置(c)を用いたときの評価値が最も悪く, 配置(a)と(b)はほぼ同じであることが分かる. 遺伝子数が

多いのに関わらず(a)と(b)ではほぼ同じ評価の解が得られている理由は, Greedy 法による局所探索により, 遺伝子サイズが多くても何らかの局所解に落ち着くためと考えられる.

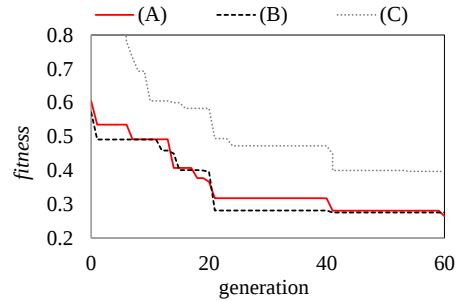


図 4.32 平均適応度の推移

図 4.33 に, 3つのガウス配置により得られた解形状を示す. 得られた解は全て制約を満たした解である. 配置(a)と(b)で得られた形状はほぼ同様の形状となっており, 磁石がV字状に配置されている. 配置(c)により得られた解もV字状となっているが, 矩形状の形状となっており, トルク特性は他の2つに比べて低くなっている. 矩形状の形状となった理由は前述したように, ガウス半径が低いため, クラスタリングフィルタと同じ効果が得られたためと思われる. 評価値が悪い理由は, 得られる矩形状の形状のサイズがガウス関数の間隔に依存しており, 表現可能な形状が限られてしまったためと考えられる.

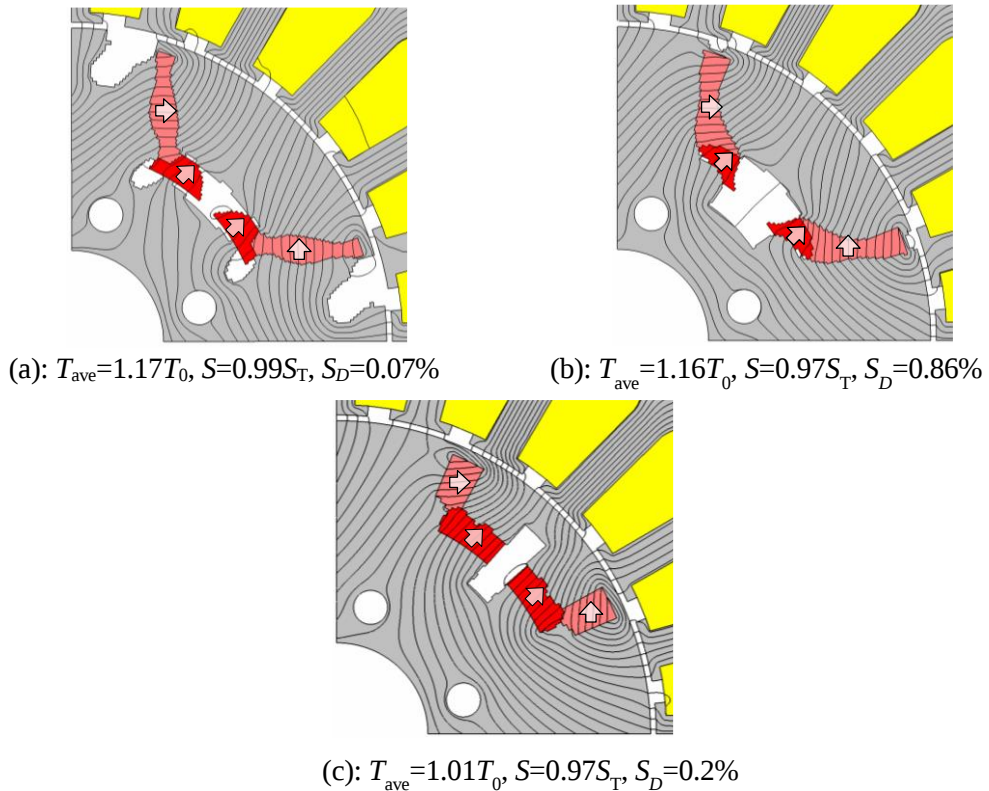


図 4.33 最適化により得られた解形状[144]

このように、ガウス関数が密に配置されていれば、ガウス基底の配置による解の依存性は大きくないことが分かった。一方で疎にガウス基底を配置する場合は適当に設定する必要があることを示唆している。また、半径の小さなガウス関数を用いることで矩形形状の形状が得られることを確認した。製造上の制約が大きい磁石の形状としては矩形形状が良いが、上で述べたように矩形形状のサイズがガウス基底の間隔に依存するため、形状表現能力を高めるには基底数を増やす必要があると思われる。

4.5 NGnet 法による IPM モータの最適化と試作

この節では、前節で述べた NGnet 法を 8 極 36 スロットの IPM モータに適用し、得られた形状を試作してトルク特性を測定した結果について述べる。

4.5.1 最適化問題の設定

図 4.34 に、本節で対象とする IPM モータモデルを示す。また、表 4.5 にこのモータの諸元をまとめる。以降、図 2 をオリジナルモデルと記す。このモータの回転子形状を NGnet 法により最適化する。

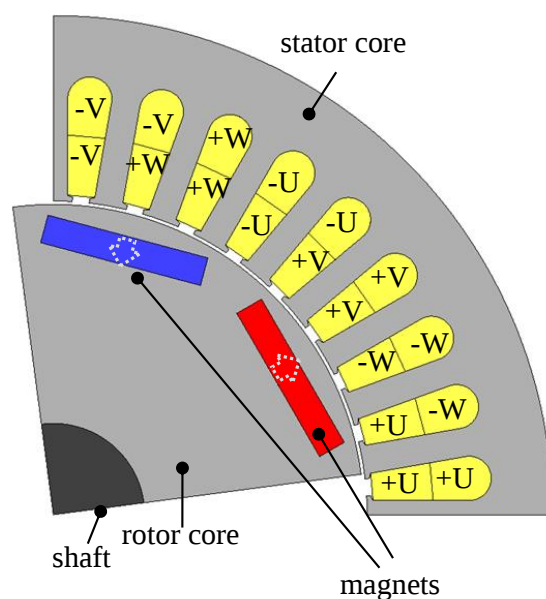


図 4.34 8 極 36 スロットモータモデル[147]

表 4.5 8 極 36 スロットモータモデルの諸元

stack length	50 mm	rotative speed	1500 rpm
core material	50A400	number of turns	31 turn
permanent magnet	NMX-41SH	output power	1.5 kW

この最適化の目的は、オリジナルモデルの平均トルクを維持しつつ、トルクリプルを低減するフラックスバリア形状を獲得することとする。ここで、トルク特性の解析では磁性コア 50A400 の非線形磁気特性を考慮する。また、各巻線には実効値 3A、電流位相角 20 度の三相交流電流を印加する。

図 4.35 に本問題での設計領域を示す。回転子の対称性を考慮し、設計領域を 22.5 度軸までとして与える。この範囲内における要素数は 739 である。設計領域内で定めた形状を 22.5 度軸ならびに 45 度軸で対称となるように折り返し、ロータ形状とする。本問題では、磁石は最適化の対象とはせず、磁性コアのみを扱う。本最適化における主目的はトルクリプルの低減であるため、トルク特性に与える影響が強いと思われるギャップ近傍の磁性コアのみを最適化の対象とし、磁石の周囲は回転遠心力による問題が生じないよう、図 4.35 に示すように磁性コアとして固定した。

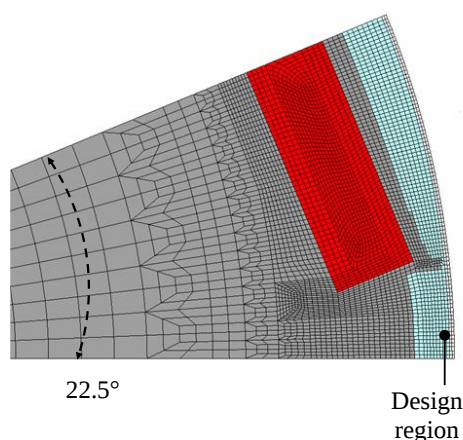


図 4.35 オリジナルモデルの設計領域

本最適化では、図 4.35 に示した設計領域を埋めるよう、図 4.35 のように 43 個のガウス基底を配置する。ここで各ガウス関数の共分散行列 Σ_k は対角成分が 0.001 の対角行列とする。

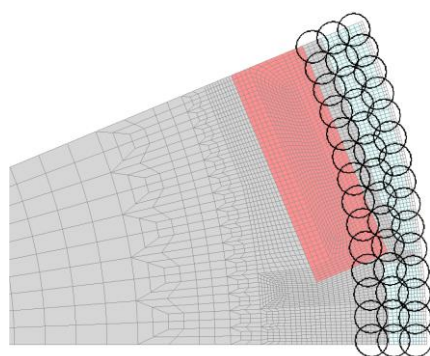


図 4.36 オリジナルモデルにおけるガウス基底の配置

本最適化の目的は上述のとおり，平均トルクを維持しつつ，トルクリプルを低減することとし，つぎのように最適化問題を定義する．

$$F = -\frac{T_{ave}}{T_0} + 0.5 \frac{T_{rp}}{T_1} \rightarrow \min. \quad (4.5.1)$$

$$\text{subject to } N_{Area} = 1 \quad (4.5.2)$$

ここで T_{ave} は平均トルク， T_{rp} はトルクリプルであり，1度刻みで15度までモータを回転して求める．なお，本来はリプルの高調波成分を考慮するため，1度ではなく0.5度刻み程度で解析するべきであるが，計算時間の削減のため，ここでは1度刻みとした．またトルクリプルは一般的な定義である式(4.3.20)による評価とする．また， T_0 ， T_1 は前述した諸元におけるオリジナルモデルの特性値であり，それぞれ10.8Nm，8.5%である．また，式(4.5.2)は式(4.4.7)と同じく，制約項は回転子として成り立つ，コアが全て連結した構造を得るための制約項である． N_{area} は式(4.4.7)と同じく，連結した磁性体領域の数であり，コアが全て連結していれば $N_{area}=1$ であり，浮いた領域が増えるにしたがって値が増加する．ここでは図4.36のように磁石周りを磁性コアで固定しており，すべての磁性コアが連結していれば応力的な問題は発生しにくいと考えられるため，応力的な制約は考慮しない．式(4.5.2)の制約処理として，deathペナルティ法を用いて目的関数 F に以下の値を加える．

$$P = 200(N_{area} - 1) \quad (4.5.3)$$

オラクル法などではなく最も単純なdeathペナルティ法を用いる理由としては， N_{area} が整数倍でしか変化せず，かつ $N_{area}>1$ であればどの値であっても“実際に製作が困難”という度合いに変化はないためである．このような場合，動的にペナルティを変更する必要性が低いと考えられる．

4.5.2 最適化結果

最適化はREX^{star}を用いて50世代まで行った．ここで初期個体数は250，子個体生成

数は 60 とし、親個体数は 40 とした。本問題では遺伝子サイズが 43 と比較的少ないため、Greedy 法による局所探索は使用せずに最適化する。

最適化計算中における F , T_{ave} , T_{rp} の変化を図 4.37 に示す。世代が進むにつれて F が減少し、 T_{ave} を維持しつつ T_{rp} が減少していることが確認できる。最適化により得られた形状(以降では最適化モデルと記す)を図 4.38 に、オリジナルモデルと最適化モデルの特性の比較を表 4.6 にそれぞれ示す。最適化モデルでのトルク特性は T_{ave} が 10.29Nm, T_{rp} が 2.2%であり、平均トルクの低下を約 5%に抑えつつ、リップルを約 1/4 に低減できた。さらに最適化モデルは図 4.37 から見てとれるように滑らかな形状境界を持ち、かつ全ての磁性体コアが連結しており、制約(4.5.2)を満足する構造である。

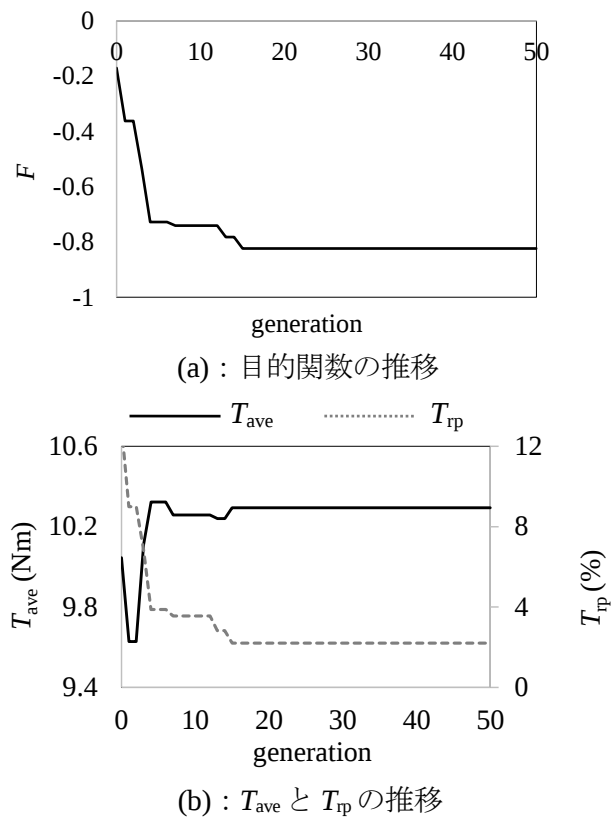


図 4.37 最適化過程での最良解の推移

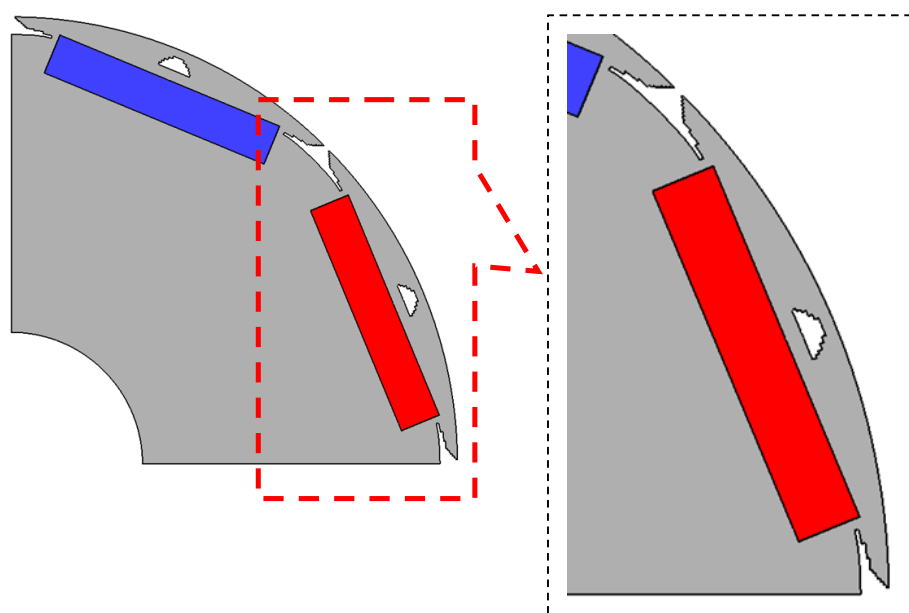


図 4.38 最適化により得られた形状[147]

表 4.6 最適化モデルとオリジナルモデルの比較

	Original	Optimization	(Optimization-Original) / Original
Tave	10.8 Nm	10.29 Nm	-4.72%
Trp	8.5%	2.2%	-74.12%

4.5.3 最適化結果の考察

最適化モデルについて考察するため、トルク特性を改めて解析する。なお、この項の数値結果のみ電磁界解析ソフトウェア JMAG®の解析によるものである。図 4.38 に示した形状を図 4.39 のようにモデル化し、この形状を三角形要素で分割して解析した。

まず、図 4.40 に最適化モデルとオリジナルモデルのトルク波形を示す。最適化により、リップルが大幅に低減されたことがトルク波形からもあらためて確認できる。このようにトルクリプルが軽減された理由について、幾つかの解析結果から考察する。

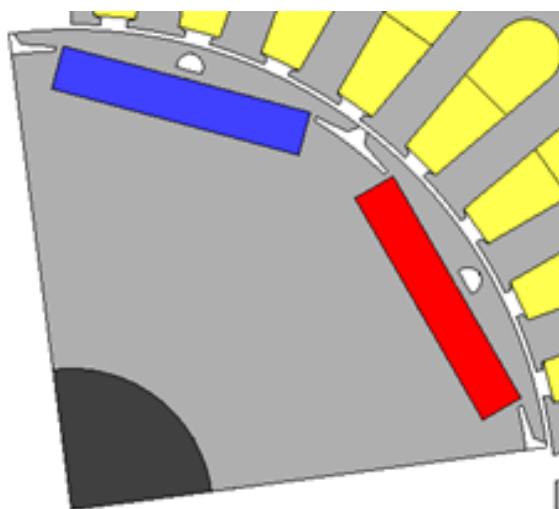


図 4.39 最適化モデルの CAD による再現[147]

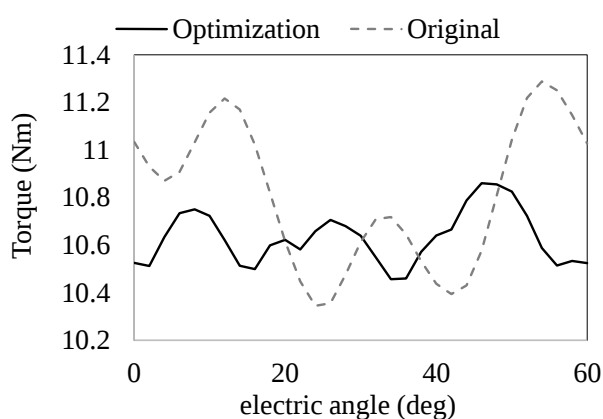


図 4.40 最適化モデルのトルク波形

はじめに、磁石両端に生成された逆 T 字状のフラックスバリアの影響について考える。磁石両端に空気層ができたことで、磁石磁束が回転子内部へ還流する経路の磁気抵抗が大きくなるため、マグネットトルクの影響が強くなっている可能性が考えられる。そこでその影響を調べるため、U 相の無負荷誘起電圧とコギングトルクを解析した。図 4.41 と図 4.42 に両者の解析結果をそれぞれ示す。両者ともに、最適化モデルの方が大きくなっていることが確認できる。これらの結果より、磁石両端のバリアによりマグネットトルクが増加している可能性が考えられる。しかし図 4.42 に示すように、コギングトルクの脈動が最適化モデルの方が大きいことが分かる。このためマグネットトルクによる脈動が増加している可能性がある。しかし図 4.39 に示したようにリップルは明らかに減少している。このことから、トルクリプルはリラクタンストルクにより低減された可能性が考えられる。

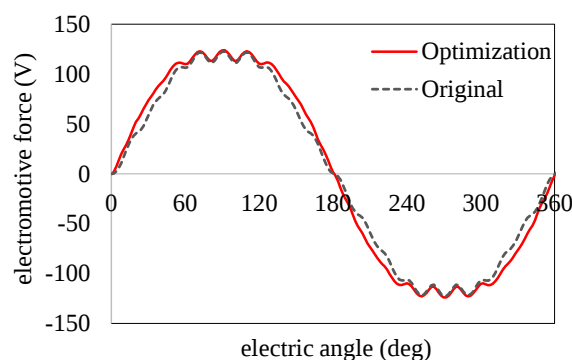


図 4.41 U 相の無負荷誘起電圧の比較

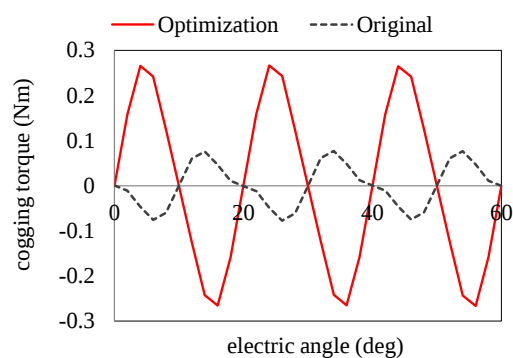


図 4.42 コギングトルクの比較

そこで次に磁石上に生成された半円形のフラックスバリアの影響について調べる．このバリアにより生じるリラクタンストルクがトルクリプルを低減している可能性がある．そこでこのバリア形状を幾つか変更してトルクを解析する．図 4.43 に，検討のため考える 3 通りのバリア形状を示す．図 4.44 に，それぞれのバリア形状におけるトルク波形を示す．この結果より，どのバリア形状においてもトルクリプルは最適化モデルに比べて悪化していることが分かる．このことから，半円形のバリアにより生じるリラクタンストルクがリプルの低減に寄与していることが確認できる．最適化では，そのようなリラクタン스가生じるように，適当な位置に半円形のバリアが生成されたと考えられる．

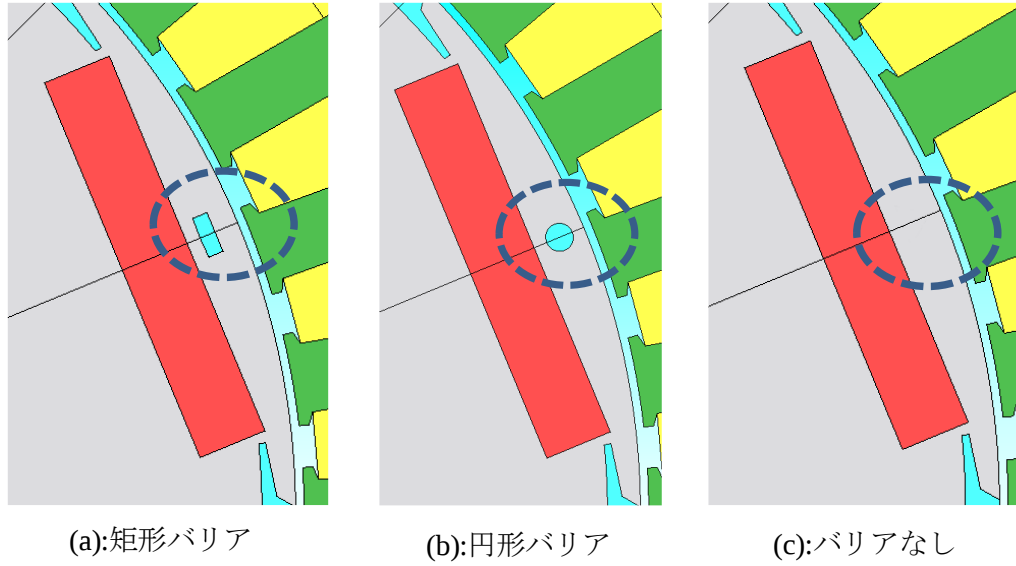


図 4.43 磁石上部のバリア形状の検討

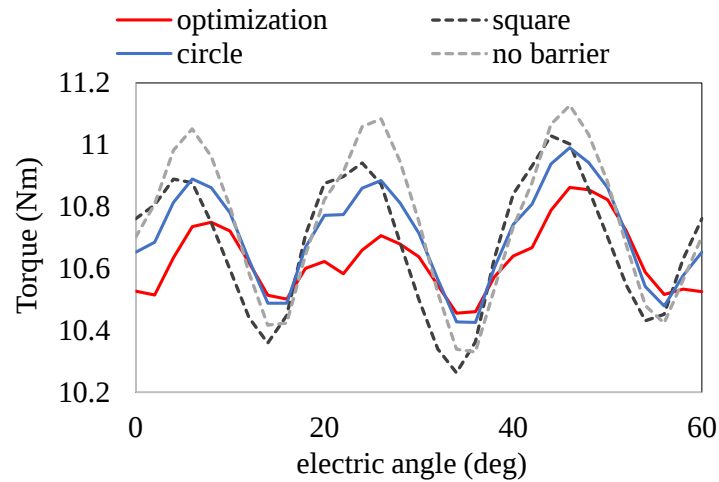


図 4.44 異なるバリア形状でのトルク波形

各バリア形状におけるトルクリプル値～

最適化:3.8%, 矩形:7.2%, 円形:5.3%, バリアなし:7.4%

実際にマグネットトルクの寄与が増加していることを, IPM モータのトルクの理論式から確認する. マグネットトルク T_M とリラクタンストルク T_R は以下で与えられる.

$$T_M = p\Phi I_q \dots\dots\dots (4.5.4)$$

$$T_R = p(L_d - L_q)I_d I_q \dots\dots\dots (4.5.5)$$

ここで T_M , T_R はそれぞれマグネットとリラクタンストルク, p は極対数である. また, Φ は磁石磁束, I_d と I_q はそれぞれ d 軸と q 軸の電流である. 図 4.45 に解析したインダクタンスを示す. この結果より, L_d は両モデルでほぼ差がないが, L_q は最適化モデルの方が小さくなっている. これは磁石上部のフラックスバリアにより, q 軸方向の磁気抵抗が増加したためと考えられる. また, 図 4.46 に磁石磁束量を示す. 最適化により, 磁石磁束が増加していることがこのことから確認できる.

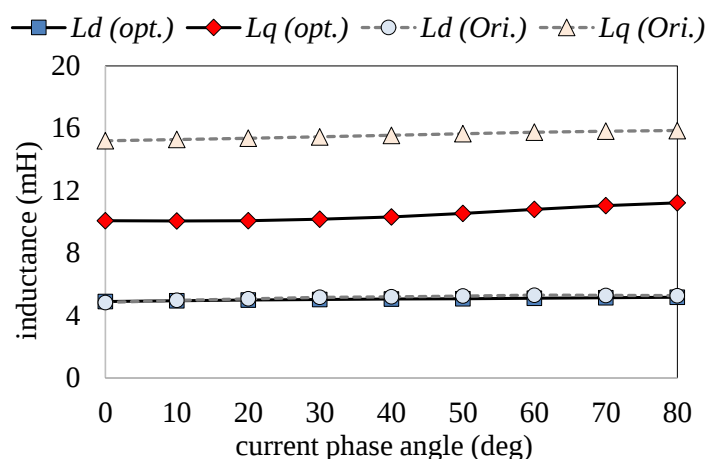


図 4.45 d 軸と q 軸のインダクタンス

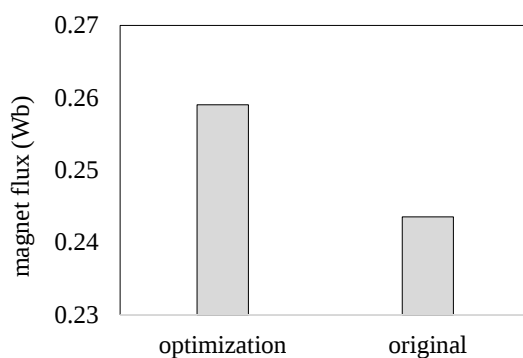
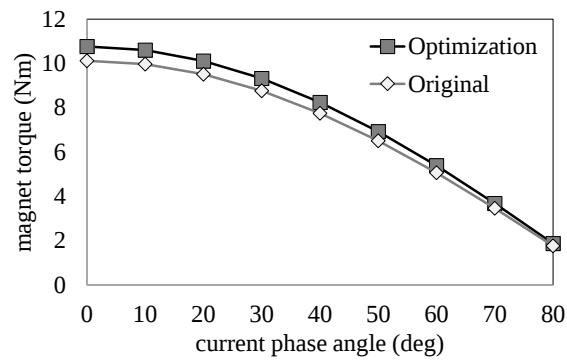
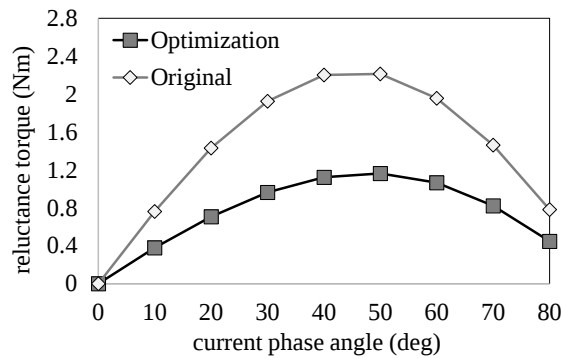


図 4.46 磁石磁束量

図 4.47 に式(4.5.4)(4.5.5)より求めたマグネットトルクとリラクタンストルクを示す. 図 4.47 (a)より, 最適化モデルのマグネットトルクはオリジナルモデルに比べて増加していることが確認できる. また, 図 4.47 (b)に示すようにリラクタンストルクは最適化モデルの方が小さくなっている. これらの解析結果より, 最適化モデルはマグネットトルクを活用することでトルクを維持していると考えられ, その脈動を打ち消すようなリラクタンストルクにより, トルクリプルが低減していると考えられる.



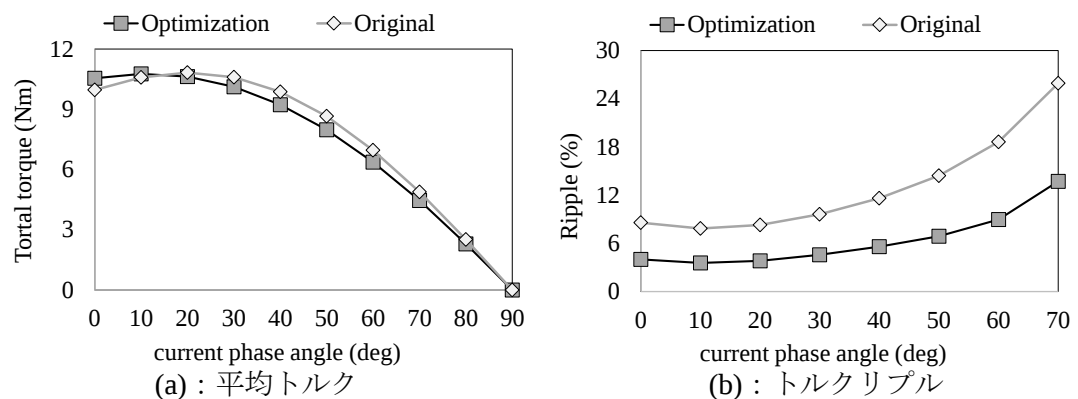
(a) : マグネットトルク



(b) : リラクタンストルク

図 4.47 マグネットトルクとリラクタンストルクの変化[147]

図 4.48 に、電流位相角の変化に対するトルク特性の変化を示す。最適化を行った 20 度ではなく、10 度でトルクが最大となっており、図 4.48(b)に示すようにリップルも位相角 10 度で最小となっていることがわかる。これは結果としてマグネットトルクを活用しやすい形状が得られたためであると考えられる。この位相角において、オリジナルモデルと比較したトルクの低下は約 0.5%，リップルの低減は約 56.9%であり、トルクをほぼ維持しつつ、リップルを半減できている。



(a) : 平均トルク

(b) : トルクリップル

図 4.48 電流位相角に対するトルク特性の変化[147]

4.5.4 最適化モデルのトルク特性の測定

最適化と解析の妥当性を検証するため、最適化モデルを試作し、トルク特性を計測した。図 4.49 に試作したモータの外観ならびに回転子コアの形状を示す。測定では、パウダーブレーキにより、モータの回転数を一定に保ち、トルクメータでトルク波形を計測した。得られた波形からトルクリプルを算出した。測定は定格回転数 1500RPM で行った。

図 4.50 に、位相角 10 度における電気角 1 周期分のトルク波形を示す。測定により得られたトルク波形は解析結果に比べて下にシフトした波形となっている。これは解析では計算負荷の観点から、以下の点を考慮していないためと考えられる。

- 損失によるトルク低下を考慮していない。
- 磁石-コア間には固定のためのボンドがあり、実際には密着していないが、解析ではその非磁性相を考慮していない。
- コア加工時に生じる残留応力によるコアの磁気特性の変化を考慮していない。
- 解析では正弦波電流を入力しているが、実際にはインバータ駆動による高調波成分のある電流が流れる。

このような理由から、測定したトルクの平均が小さくなっていると考えられる。しかしトルクの波形は実測と解析ではほぼ等しく、解析で考慮していない点はあるものの、その結果は妥当であると考えられる。

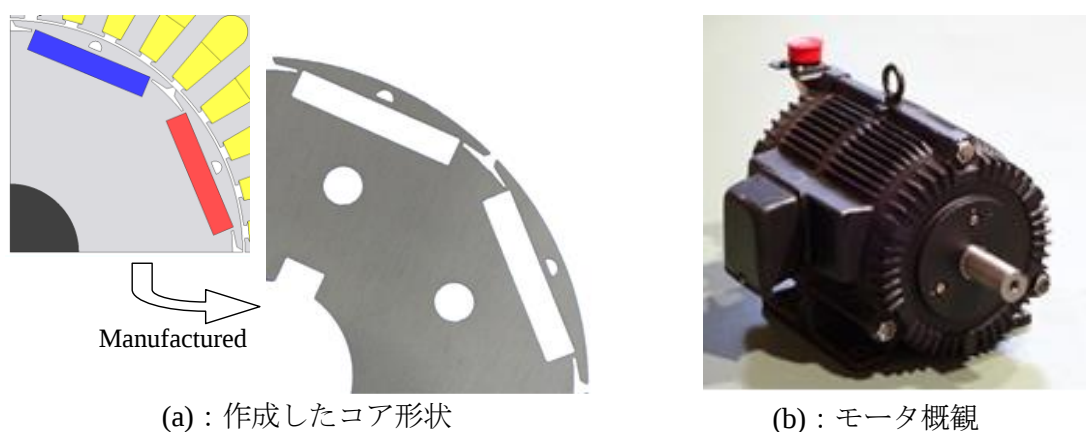


図 4.49 試作した最適化モデル[147]

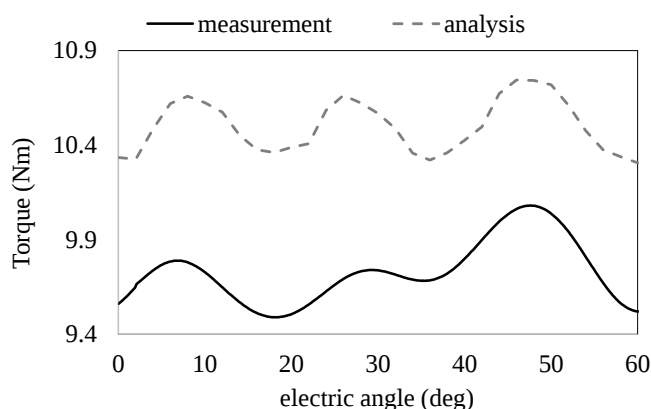


図 4.50 測定された最適化モデルのトルク波形

図 4.51 に電流位相角に対する平均トルクとトルクリプルの測定結果を示す．ここで図 4.51 における値は，同じ測定を 3 回行い，その平均をとったものである．測定では解析に比べて平均トルクが小さいため，リップルの定義より解析に比べてリップルが増加しているが，傾向は概ね図 4.48 に示した解析結果と同じである．測定においても，最適化モデルのリップルが全ての位相角においてオリジナルモデルを下回っていることが確認できる．表 4.7 に測定された平均トルクとトルクリプルの結果を示す．ここでの値は平均トルクが最大となる位相角での値であり，解析と同じく最適化モデルとオリジナルモデルでそれぞれ 10 度，20 度である．この表より，測定結果においても，オリジナルモデルと比べて最適化モデルのトルクリプルが小さく，その低減率は 47.46% である．また，平均トルクはほぼ両者で差がなく，トルクを維持しつつ，リップルを低減できていることが確認された．

以上の結果より，トルク特性の測定結果からも最適化モデルのトルクリプルがオリジナルモデルに比べて低減されていることが確認でき，最適化の有効性が確認された．

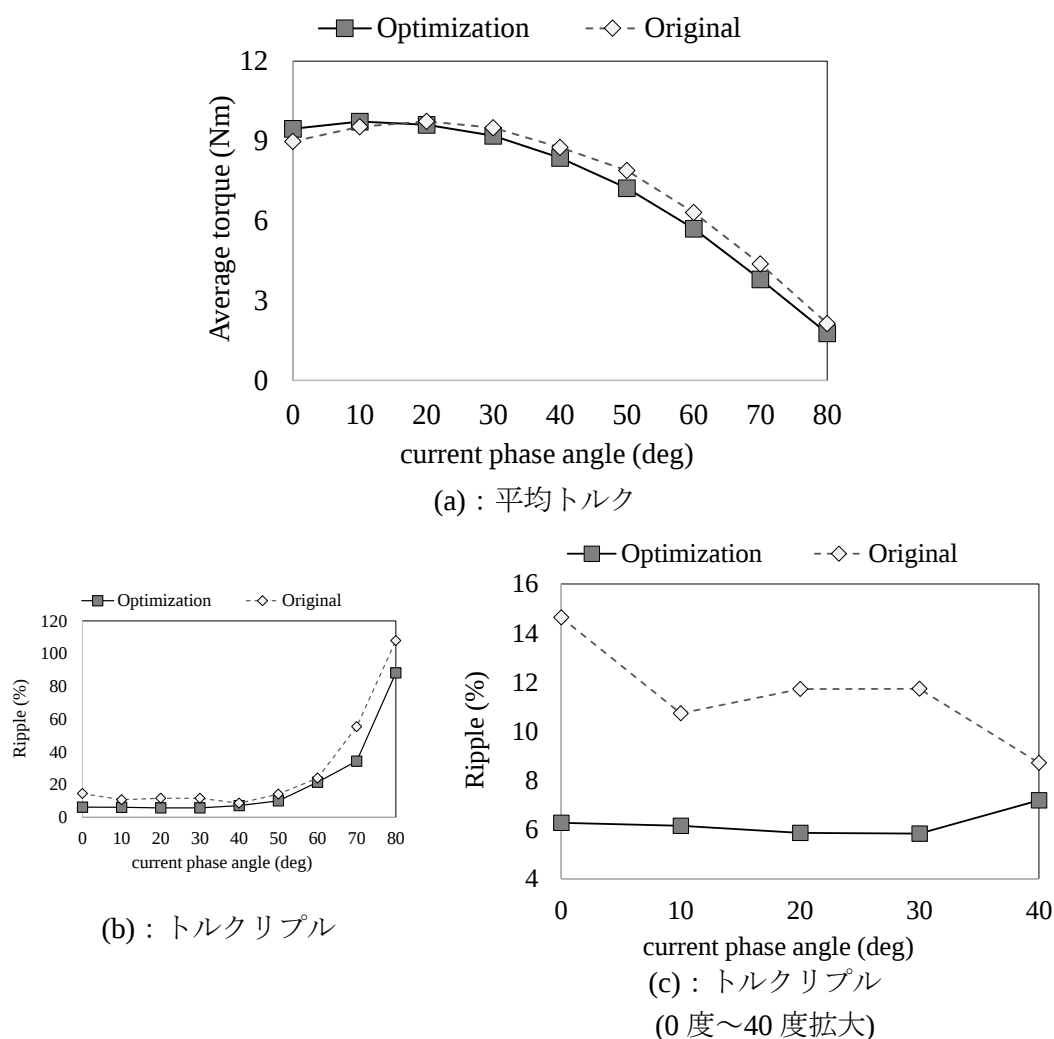


図 4.51 電流位相角に対するトルク特性の測定結果[147]

表 4.7 最適化モデルとオリジナルモデルの比較

	Original	Optimization	(Optimization-Original) / Original
Tave	9.74Nm	9.73 Nm	-0.083%
Trp	11.7%	6.61%	-47.46%

4.5.5 4.5 節のまとめ

この節では提案した NGnet 法を使用して IPM モータの最適化を行い、得られた形状について考察するとともに、その試作してトルク特性が解析の通り改善していることを確認した。これらの結果から、提案した手法が実設計にも応用可能であることを示した。

4.6 4章のまとめ

この章ではトポロジー最適化を行う新たな手法として NGnet を用いた on/of ベースの手法を提案し、レベルセット法との比較・考察を行った。この章での結果を受けて、両手法の利点・欠点について著者の主観を含めて列挙する。

- NGnet 法について

- 利点：

- 感度解析が不要であり、目的関数の微分可能性を必要としない。
- グレー透磁率が発生しない。
- 最適化処理と目的関数の評価処理が完全に独立しており、既存の解析コードを最適化に流用しやすい。

- 欠点：

- 進化計算ベースの方法ゆえ、遺伝子サイズが大きいと工学的妥当解すら得られない場合がある。よって設計領域が広い問題への適用に難がある。
- 進化計算を用いるため、解の最適性は保障されず、乱数系列に結果が依存する。

- レベルセット法について

- 利点：

- 解の最適性が保障される。
- 設計領域が広大な問題でも適用しやすい。

- 欠点：

- グレー透磁率が発生する恐れがある。
- 初期形状に解が依存する。
- 感度解析ができない問題設定には適用できない。
- 最適化処理と解析の処理が一体化しているため、既存の解析コードを使用する際は大幅な修正が必要となる。

以上のように、両手法とも現状では一長一短である。設計領域の広い3次元問題などでは、NGnet 法は計算コストの観点から実用的ではなく、レベルセット法が有効であろう。逆に2次元問題で比較的設計領域が狭ければ、NGnet 法は広い問題設定に対応できる。両手法とも、現状の問題点を解消する新たなアプローチが必要といえる。

第 5 章 電磁界解析を用いた電磁誘導型振動発電の設計

この章ではここまで検討してきた電磁界解析を用いた最適化の応用として、電磁誘導型振動発電の設計・開発を行う。特に 3 章で述べたボクセル FEM をベースとして振動発電の動特性を解析し、それに基づき振動発電の設計を行う。

5.1 環境発電

技術の進歩に伴い、小電力で駆動可能な IC が広く開発されている。特に RFID や Zigbee などに代表される無線センサー IC も小電力で駆動可能になり、それらを用いた様々な新システムが構想されつつある。そのようなシステムの代表例として、図 5.1 に示すようなインフラ構造物の遠隔管理システムが挙げられる[86-88]。国内の橋梁、送電線鉄塔などのインフラ構造物は老朽化が進んでおり、コンクリート崩落などの事故の危険性が高まっている。実際、2013 年には笹子トンネルで天井板落下事故が発生している。老朽化した構造物の保守管理は人手による点検では限界がある。そこで無線センサーを利用して構造物の劣化状況をモニタリングすれば保守が容易になるというわけである。しかし現状の無線センサーはバッテリーが必須なため、大量に配置したセンサーのバッテリー交換には膨大な保守コストが発生する。そのため、バッテリーの代わりに長期間保守の不要な新たな電力源が必要である。ここで挙げたインフラ構造物のセンシングの例に限らず、様々なモノが無線通信によりネットワークにつながり、情報をやり取りするシステムが広く想定されつつある。無線センサーネットワークの多くはバッテリーでは実現が難しいとの報告例[89]もあり、長期間保守の不要な電力源に対する需要が高まっている。

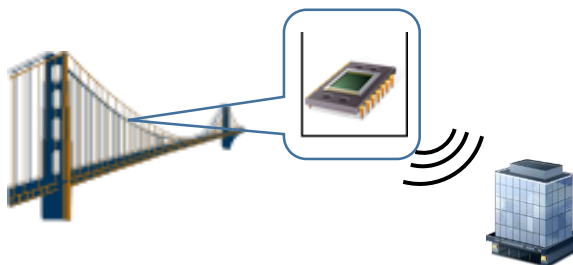


図 5.1 無線センサーを利用したネットワークシステムの例

上述の要望から、「環境発電」に対する注目が高まっている[90,91]。環境発電という用語は Energy harvesting の邦訳である。環境から発電するという意味では風力・太陽光発電などが第一に連想されるが、ここでの発電は自然エネルギーを利用した「系統電源」

を意味するわけではない。環境発電とは、環境中に広く薄く存在するエネルギーから微小な電力を回収する技術であり、電力系統から分離し、長期間保守の不要な電力源を確保する技術である。

環境に広く薄く存在するエネルギーとしては、環境光や温度差がある。他にも電磁波や微小振動をエネルギー源として取り出すことができれば、電力源として活用できる[92-94]。これらから微小な電力を回収し、無線センサーなどの電力源として活用することができれば、前述した無線センサネットワークシステムを実現することが可能になると考えられる。

5.2 振動発電

環境発電技術のうち、振動源から電力を回収する方法は振動発電と総称される[94, 95]。振動エネルギーは人体の運動や機械振動等により、比較的広く分布しており、環境発電のエネルギー源として有望なものの1つである。振動発電と一口にまとめても、振動源から発電する方式により様々な機構が提案されている。

5.2.1 振動発電の方式

振動発電の方式として広く検討されているものは大別して4つである。圧電素子を用いる方式、エレクトレット材を用いる静電誘導方式、磁歪素子を用いる方式、電磁誘導を用いる方式である。以下で各方式の発電方法について概説する

● 圧電方式[96, 97]

圧電方式はその名の通り、圧電素子を用いる方式である。圧電素子は、曲げ応力などの力が加わると、素子のゆがみ速度に比例して電界が生じ、電流が流れるという性質がある。この性質を利用して、振動エネルギーから電力を回収することができる。図5.2に圧電方式のデバイスの概略を示す。圧電素子を用いて片持ち梁を構成し、台座に取り付ける。台座に振動が加わると片持ち梁がバネとして振動する。この結果、梁が歪むため、圧電効果により電流が生じる。

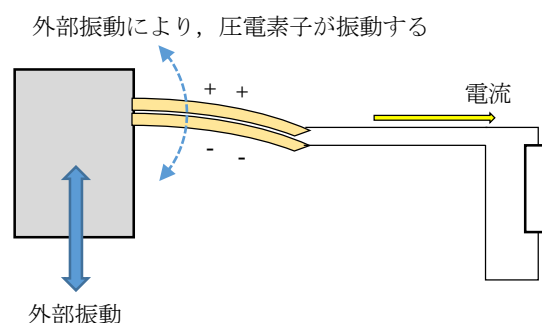


図 5.2 圧電素子を用いた振動発電

- エレクトレット材を用いた静電誘導方式[98, 99]

静電誘導方式は、振動によるキャパシタンスの変化を利用して発電する方式である。図 5.3 にこの方式の概略を示す。固定電荷を帯びた帯電体に対向して電極を配置する。振動により電極が移動すると、キャパシタンスの変化により電極間を電荷が移動し、電流が流れる。

このように静電誘導方式は固定電荷を維持するために外部電源ないしあらかじめ電荷をチャージしておくが必要あり、メンテナンスフリー性に反してしまう。そこで一般には静電誘導方式ではエレクトレット材を使用する[100]。エレクトレット(electret)とは永久磁石(magnet)に対応して名づけられたもので、外部電界がなくても一定の分極電解を維持する素子である。エレクトレットを固定電荷とすることで外部電源を用いずに振動発電機を設計することができる。

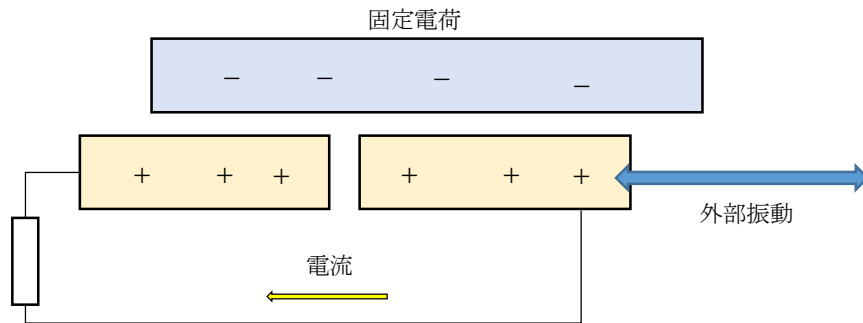


図 5.3 静電誘導による振動発電

- 磁歪素子方式[101, 102]

磁歪素子とは、ゆがみに応じて透磁率が大きく変化する素子である。この素子を利用して電磁誘導の原理により発電する方式である(したがって厳密にはこの方式も後述する電磁誘導方式に分類される)。

図 5.4 に磁歪素子方式の概略を示す。永久磁石と磁性コア、そして磁歪素子により磁路を形成し、磁歪素子にコイルを巻く。素子が歪んでいない場合は磁束が素子を通るが、振動により、素子が歪むと透磁率が変化して素子を通る磁束が減少する。この結果、電磁誘導によりコイルに起電力が発生する。

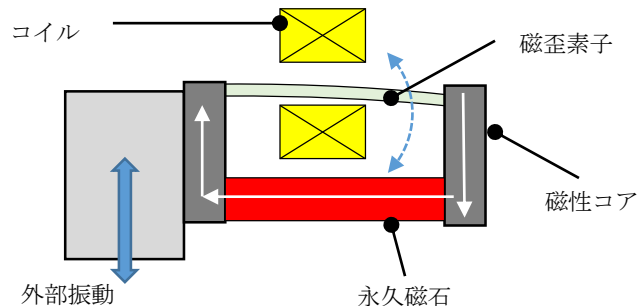


図 5.4 磁歪素子を用いた振動発電

● 電磁誘導方式[103, 104]

電磁誘導現象を利用して発電する方式が電磁誘導方式である．図 5.5 に概略を示す．片持ち梁などに永久磁石を固定する．外部振動によりバネが振動するとコイルに鎖交する磁束が変化するので，電磁誘導によりコイルに起電力が生じる．磁歪素子方式では，磁歪素子のゆがみにより，磁束を変化させたが，この方式では磁石の移動により，磁束を変化させる．

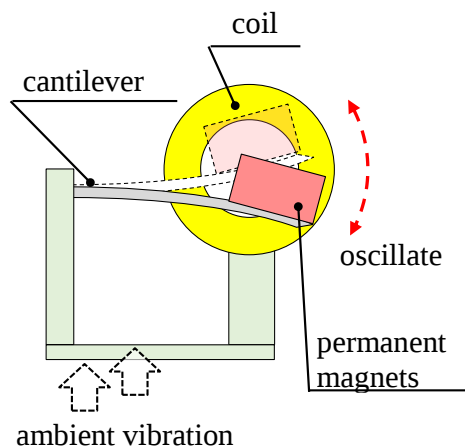


図 5.5 電磁誘導型振動発電

5.2.2 振動発電の基本発電特性[105]

前節で述べた振動発電は，いずれも振動により何らかの素子を振動させる必要があり，片持ち梁などのバネ系を採用する．基本的に板バネなどは線形バネとみなせるため，振動発電の発電特性はバネ－ダンパ系により決まる．したがって振動発電の挙動は次式で簡易的に表現できる．

$$m\ddot{p} + c(\dot{p} - \dot{q}) + k(p - q) = 0 \quad (5.2.1)$$

ここで p ， q はそれぞれバネと台座(=外部振動)の変位である．また m ， c ， k はそれぞれバネに固定された物体の重さ，ダンパ係数，板バネの等価バネ定数である．この式の q が入力であり，正弦波 $q = Y \sin(\omega t)$ として上式を変形すると以下を得る．

$$m\ddot{p}_z + c\dot{p}_z + kp_z = -m\omega^2 Y \sin \omega t \quad (5.2.2)$$

ここで p_z は相対変位 $p_z = p - q$ である．ここでダンパ係数 c は機械的な粘性 c_m と，電気的ダンパ c_e からなる．このとき電気ダンパは電流に比例し，電流は速度に比例すると仮定している．すなわち $c = c_m + c_e$ である．振動発電が回収する電力は，電気ダンパによるエネルギー散逸に等しいとすれば，振動 1 周期あたりのエネルギー散逸は以下で与えられる．

$$P_{av} = \frac{m\xi_e \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^6 \omega_n^3 Y^2}{\left\{ \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2 \right\}} \dots\dots\dots (5.2.3)$$

ここで $\xi_e = c_e / 2\sqrt{km}$, $\omega_n = \sqrt{k/m}$ である. 式(5.2.3)は $\omega = \omega_n$ において最大となり,

$$P_{av} = \frac{m\xi_e \omega_n^3 Y^2}{4(\xi_m + \xi_e)^2} \dots\dots\dots (5.2.4)$$

となる. よって線形バネを用いた振動発電では自然周波数 ω_n で最大の電力が得られる. このときの発電量は外部振動の振幅 Y の2乗に比例し, 当然大きな振幅が入力されるほど発電量は増加する. ただし実際の発電機では最大の振幅はパッケージにより Y_{MAX} に制限されるので実際の理論的発電量の限界は

$$P_{av} = \frac{m\xi_e \omega_n^3 Y_{MAX}^2}{4(\xi_m + \xi_e)^2} \dots\dots\dots (5.2.5)$$

である.

振動発電の周波数に対する発電特性を図 5.6 に示す. システムが線形であるので, 共振点でピークを持ち, その前後では発電量が低下する.

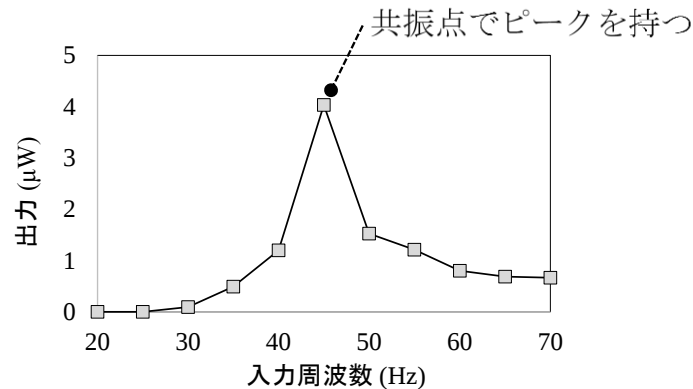


図 5.6 振動発電の周波数 vs 発電量の特性

5.2.3 振動発電の設計指針と各方式の長所

振動発電の主な用途としては, 5.1 節で述べたような構造物の“ヘルスマニタリング”などが代表的かつ有望である. このような用途で振動発電を使用する場合に注目すべき

が、振動源の周波数である。前項で示したように振動発電の発電特性は線形であるので、基本的には共振点でのみ十分な発電量が得られる。したがって環境で生じる振動の周波数と、振動発電機の自然周波数を一致させる必要がある。ところで橋梁などで発生する振動の周波数は、多くは 10Hz~20Hz 程度を中心とし、ノイズがのった周波数スペクトルを持つ振動である[106-108]。より高い周波数成分も存在するが、その加速度は小さい。よって振動発電機の周波数を数十程度の低周波数に合わせる必要がある。その一方、振動発電機は基本的に小型である必要があるので、板バネも小型化され、共振点が高くなりやすい傾向がある。このため、環境の振動周波数に合わせたバネ系を適当に設計しなければならない。加えて、上述の通り、環境で発生する振動は単一の周波数からなることは期待できず、広い周波数スペクトルを持つ。このような振動源から発電を行うには、振動発電の動作周波数帯域を拡大し、共振点以外でもある程度の発電量を得られるようにする必要がある。すなわち動作帯域の広帯域化が必要である。広帯域化を実現する様々な方法が提案されており、共振周波数のチューニング[109, 110]や非線形性[111, 112]の利用が挙げられる。

ところで、振動発電で得た電力は交流であるので、整流回路が接続される。また、得られた電力を一定量ためてから電圧を確保してから使用することが考えられ、蓄電回路があわせて接続される。そのため、振動発電と整流・蓄電回路とのインピーダンス整合を考慮する必要がある。

これらの設計指針を背景として、5.2.1 項で述べた各種方式の利点・欠点などについてまとめる。

- 小型化について

MEMS 技術との親和性を考えると、圧電素子方式・エレクトレット方式が優れている。磁歪方式・電磁誘導方式は、巻線コイルが必要のため、小型化には限界があると考えられる。

- メンテナンスフリー性について

圧電素子はセラミックであるため、過度な振動が加わると破損の恐れがある。また、圧電素子は経年劣化の可能性がある(ただし近年は十分に改善されつつあるとの報告もある)。電磁誘導型は特殊な素子を用いず、基本的には磁石のみで構成されるため、メンテナンスフリー性が高い。ただし希土類磁石は高温化で減磁するので注意がいる。減磁が発生するほどの高温環境下で振動発電機を使用することは稀と思われるが、使用する環境によっては不適な場合がある。

- 動作周波数について

基本的には全て線形系であるが、例えば圧電方式や電磁型方式では、磁石の電磁力を活用してデバイスに非線形性を付与でき、それにより発電特性を改善できる。同様に非線形バネの活用も考えられる。エレクトレット方式・電磁誘導方式はバネを調整することで共振点を調整しやすい。一方、圧電方式は圧電素子とバネが一体化しているため、発電量と周波数特性を同時に考慮してバネ設計を行わ

なければならない。

- 回路との整合について

整流回路・蓄電回路のインピーダンスは、ともにキャパシタンス成分が支配的である。対して、圧電方式・エレクトレット方式では振動発電機のインピーダンスはキャパシタンス成分が支配的で、かつ高インピーダンスであるため、回路との整合はとりにくい。一方で、磁歪型・電磁誘導型は振動発電機のインピーダンスはインダクタンス成分が支配的であり、かつ低インピーダンスであるため、回路との整合を取りやすい。

いずれの場合においても、整流回路内にはダイオードが存在するため、その閾値電圧(0.1V~0.3V)以上の電圧が得られていなければ整流回路を動作させることができない。電磁誘導方式は磁石のみの磁束変化による発電するため、起電力が小さくなりやすい。他の方式は電圧が大きく、ダイオードを動作させやすいが、整合を考えると負荷で消費される電力が低下しやすい。

以上のように、各方式に長所・短所があり、用いるシステムに応じて適する方式があると思われる。ここでは構造物モニタリング用の振動発電機を考える。そのような用途に使用する場合は、メンテナンスフリー性が特に重要となる。また、発生する振動は数十Hzでかつノイズのある複雑な振動となっていることが多いと考えられる。このため、広帯域化を図りやすい方式が有効である。逆に巨大な構造物に取り付けるのであるから、極端に小型なデバイスである必要ないと考えられる。したがって、電磁誘導方式が適していると考えられる。

以降では、有限要素解析をベースとして、広帯域・高出力な電磁誘導型振動発電機の設計を行う。以後、単に振動発電と記載したときは電磁誘導方式を指すとする。

5.3 電磁誘導型振動発電

本研究では、電磁誘導型振動発電機を対象として、高出力・広帯域化を図る機器設計を行う。

5.3.1 振動発電の設計指針

図 5.5 に示したように、電磁型の振動発電の基本的な構成要素は磁石とコイル、バネの比較的単純な構造である。代表的構造としては、板バネの先端に磁石を取り付け、磁石横にコイルを配置する。振動発電機に外部振動が加わると、板バネが線形バネとして働き、磁石がバネダンパ振動を行う。その結果、コイルに鎖交する磁束が時間的に変化し、コイルに起電力が発生する。そしてコイルにつながる外部回路に電流が流れる。このとき、コイルに電流が発生することにより磁界が生じるため、磁石-コイル間に電磁

力が発生する．この力は振動を打ち消す方向に働くため，単純にモデル化すれば式(5.2.2)のダンパ係数は $c=c_m+c_e$ と書くことができる．このように，電磁型振動発電の系は，機械振動・電磁界・電気回路の3つの系の結合システムとみなすことができる．

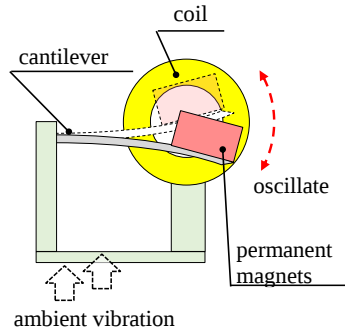


図 5.5 電磁誘導型振動発電(再掲)

振動発電の設計にあたり，発電量を改善するには，コイルの起電力が大きくなるように設計すればよい．ここでコイルに生じる起電力 V は電磁誘導の法則により，次式で求められる．

$$V = N \frac{D\Phi}{Dt} = N \frac{D}{Dt} \iint_{S_c} \mathbf{B} \cdot \mathbf{i}_s dS \dots\dots\dots (5.3.1)$$

ここで N はコイル巻数， $\mathbf{i}_s$ はコイルの法線ベクトルである．また D/Dt はラグランジュ微分を示す．ラグランジュ座標系(移動物体においた座標系)で見た場合，ラグランジュ微分は，単に時間微分として計算できる．

$$V = N \frac{D\Phi}{Dt} = N \frac{d}{dt} \iint_{S_c} \mathbf{B} \cdot \mathbf{i}_s dS \dots\dots\dots (5.3.2)$$

ある固定された座標系(オイラー座標系)から見た場合， $\mathbf{B}$ の時間変化は次式で与えられる．

$$\frac{D\mathbf{B}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{x}^T} \cdot \mathbf{v} \dots\dots\dots (5.3.3)$$

ここで $\mathbf{v}$ は磁場発生源から見た物体の相対移動速度である(すなわち，ここでは磁石から見たコイルの相対速度である)．ここで上式の第2項は $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B}$ と書き直せる．また，ベクトル公式 $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) \mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{C}$ より，式(5.3.3)は以下のように変形できる．

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{B}}{Dt} &= \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) + \mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{B}) \\ &= \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \end{aligned} \dots\dots\dots (5.3.3)$$

以上より、オイラー座標系から見たときの V は次式で与えられる。

$$V = N \left(\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S_c} \mathbf{B} \cdot \mathbf{i}_s dS + \iint_{S_c} \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{i}_s dS \right) \dots\dots\dots (5.3.4)$$

上式では少々煩雑なので、コイルの移動は一方向のみで速度を v とし、 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{i}_s = B$ とすると、式(5.3.4)は簡略化されて以下のようにかける。

$$V = NS \left(\frac{\partial B}{\partial t} + v \frac{\partial B}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (5.3.5)$$

すなわち、 V を増加させるには、 B の時間変化と、移動速度ならびに B の位置変化を最大化すればよいことが分かる。いま、界磁は磁石であるので B の時間変化ない。したがって B の位置変化を大きくするように適当な磁石配置をすることで起電力を改善させることができることがわかる。

上記の考えに基づき、振動発電の発電量を改善する方法として、シリンダ型の磁石配置の有効性が認識されている[113]。図 5.7 にシリンダ構造の振動発電を示す。外部振動により、磁石とそれをキープする磁性コアが振動する。これにより、コイル軸 $\mathbf{i}_s$ における磁束密度 $\mathbf{B}$ の時間変化は、磁石の残留磁束密度 $\mathbf{B}_r$ の反転となる。一般に希土類磁石の $\mathbf{B}_r$ は約 1.2T と大きい。そのため、この構造においてコイルに鎖交する磁束量とその位置変化は大きく、大きな起電力が期待できる。

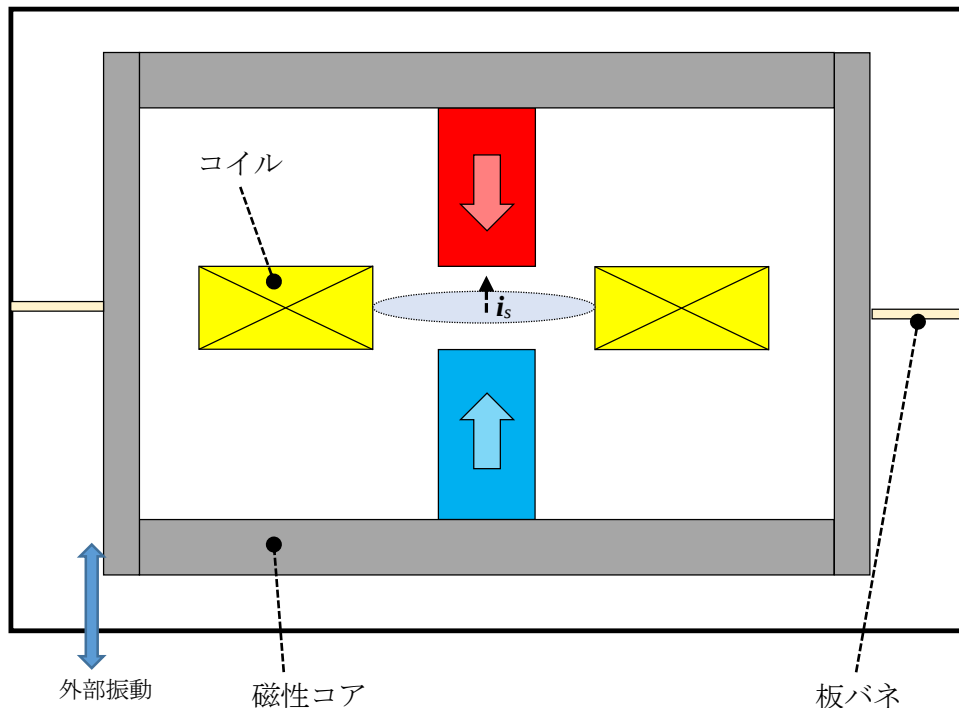


図 5.7 シリンダ型振動発電

次に発電可能な帯域幅を拡大する方法としては、非線形振動の利用が有効とされている[112]. 系が非線形性を有する場合、その挙動は線形系から大きく変化する. 具体例としては、加える振動の周波数を増加させた場合と減少させた場合とで、振動の挙動が異なるヒステリシス性を有することがある. 他にも系の固有振動数が、外部の振動周波数と同期する引き込み現象が生じる. 引き込み現象としては、蛍の集団の発行タイミングの同期や、体内時計と一日の周期の同期が代表的な例である[114]. このような非線形系に特有の現象を利用することで、振動発電の帯域幅を拡大できると期待されている.

ここでは非線形振動の例として、Duffing 振動子

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + k_1 x + k_2 x^3 = F \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (5.3.6)$$

を考える[115]. 上式を適当なパラメータの下で4次ルンゲクッタ法により数値的に解き、その挙動を確かめてみる. 図 5.8(a)に「 $\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=0.05$ 」の設定で解いた x の時間変化波形を示す. また、図 5.8(b)に x - $\dot{x}$ 平面でのプロット図を示す. この結果ではある規則的な振動が得られている. また、そのときの挙動は初期値によらず一定の軌道に収束していることが分かる. このような非線形振動はリミットサイクル振動といわれる. リミットサイクル振動では、摂動が加わって状態が変化しても、ある範囲内であればそのサイクルに収束する.

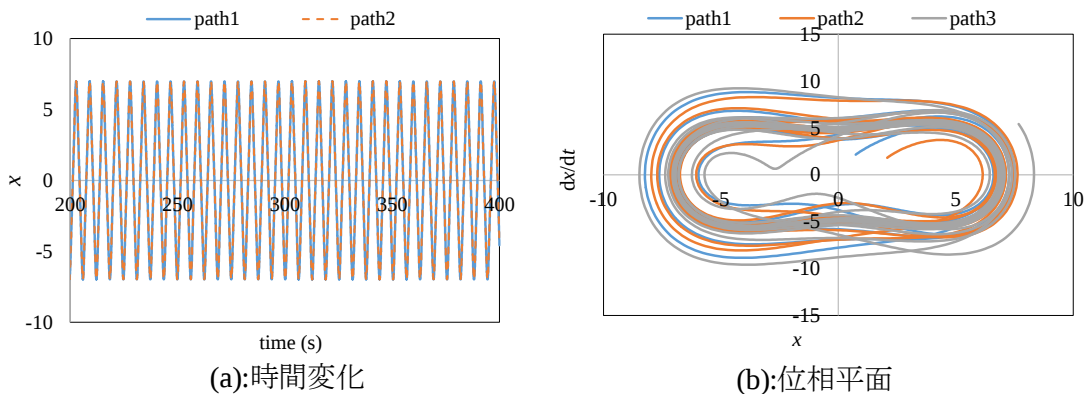


図 5.8 Duffing 振動子の解($\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=0.05$)

次に図 5.9(a)に「 $\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=2$ 」の設定で解いた x の時間変化波形を示す. この条件下では不規則に振動しており、初期値の変化に対してリミットサイクルのようにある規則的な波形へ収束している現象は見受けられない. この位相平面でのプロット図を図 5.9(b)に示す. このような複雑な挙動はある条件下で観測され、これをストレンジアトラクタと呼ぶ[116]. この状態のとき、系の時間的挙動は初期値の僅かな違いにより大きく変化する. このような振動をカオス振動と呼ぶ[116]. カオス振動は式(5.3.6)のようにある決定論的方程式から得られる現象であるが、その解の時間変化は初期値に非常に敏感であり、僅かな初期値の違いが時間的に発展する. その意味で、予言不能であり、いわゆる“ラプラスの悪魔”の議論に対する答えとなる.

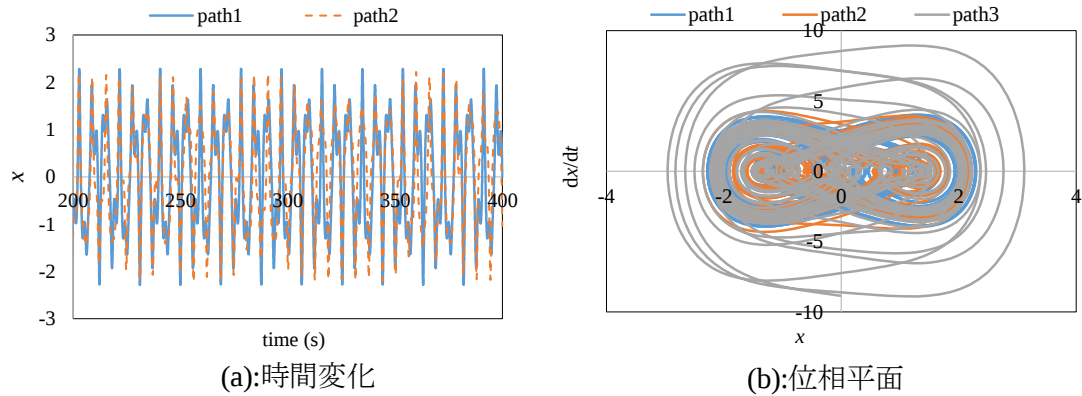
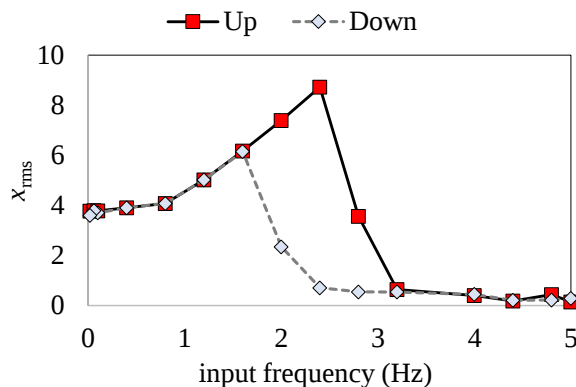
図 5.9 Duffing 振動子の解($\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=2$)

図 5.10 に Duffing 振動の周波数特性を示す．周波数を増加させたときと降下させたときとで挙動の異なるヒステリシス特性を有することが確認できる．

これら非線形系に現れる複雑な現象を利用し，振動発電の帯域幅を拡大できる．振動発電の系に非線形性を与える方策としては，第一に線形バネではなく，非線形バネを採用すればよい．その他の方策としては，例えば，磁石を適当に配置し，変位に対して非線形な電磁力を発生させることが考えられる．

図 5.10 Duffing 振動子の周波数特性($\gamma=0.1, k_1=0.1, k_2=0.05$)

5.3.2 Bistable 構造による広帯域化[117]

振動発電の動作帯域を拡大する方法として有望とされる非線形構造の 1 つに bistable(双安定)構造がある．bistable 構造を有する振動発電は，図 5.11 に示す 2 重井戸構造のポテンシャルエネルギーに特徴付けられる．定常時には振動発電の振動体(磁石)はどちらかのポテンシャル井戸に落ち着いている．ここで外部振動が加わり，振動体が中央のポテンシャル障壁を越えることができれば，2 つのポテンシャル井戸間を遷移する

振動が発生する．ポテンシャル障壁を越えれば振動が発生するので、振動の周波数にはよらずに振動体が揺れることができる可能性がある．すなわち広帯域化が実現される．**bistable** 振動発電の構造例を図 5.12 に示す．板バネに磁石を取り付け、その対向位置に磁化方向の異なる磁石を配置する．このとき、磁石間には反発力が発生し、定常状態では板バネは上下どちらかの状態に落ちている．外部から振動が加わると板バネが振動し、それにより、磁石が上下に十分に揺れれば、異なるポテンシャル井戸へ遷移することができる．

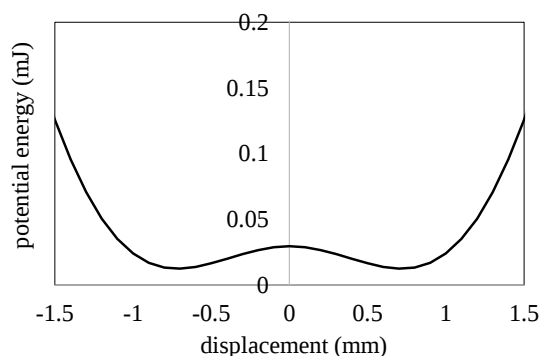


図 5.11 bistable 振動発電のポテンシャルエネルギー

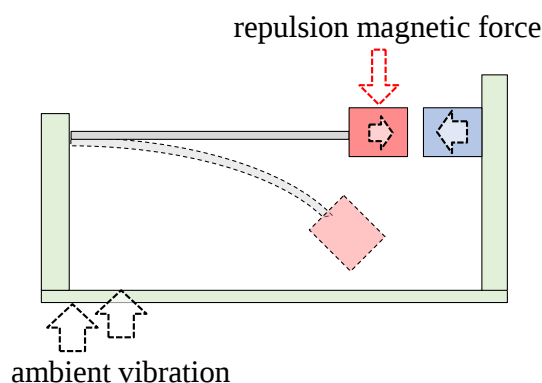


図 5.12 bistable 振動発電の例

bistable 振動発電の挙動は線形系とは異なり、入力する振動周波数に応じて異なる 3 つの状態をとる．図 5.13 に 3 つの挙動モードを示す．図 5.13(a)(b)に示すモード 1 では、振動発電の振動体は 2 つのポテンシャル井戸間を大きく移動しており、規則的に振動している．このモードではリミットサイクル的な挙動となっている．入力する振動が増加すると図 5.13(c)(d)に示すようなモード 2 が発生する．モード 2 では 2 つのポテンシャル井戸間を遷移しているものの、その挙動は複雑になっていることが分かる．一般に **bistable** 構造におけるこのようなモードはカオスとして知られている[118]．さらに加える振動を増加させると図 5.13(e)(f)のように、バイアスされた振動モードが得られる．このモードでは、振動体はポテンシャル障壁を越えることができず、片方のポテンシャル井戸にトラップされた振幅の小さな振動となる．モード 1, 2 のようにポテンシャル井戸間を遷移す

る振動を *interwell* 振動, モード3のように片方の井戸にトラップされた振動を *intrawell* 振動という. *interwell* 振動では振動の振幅が大きいため, 大きな発電量が期待できるが, *intrawell* 振動では振幅が小さく, 発電量は小さくなる. そのため, *bistable* 振動発電を設計するに当たっては, *interwell* 振動を発生させやすくするよう, ポテンシャル障壁の小さな構造を見出す必要がある.

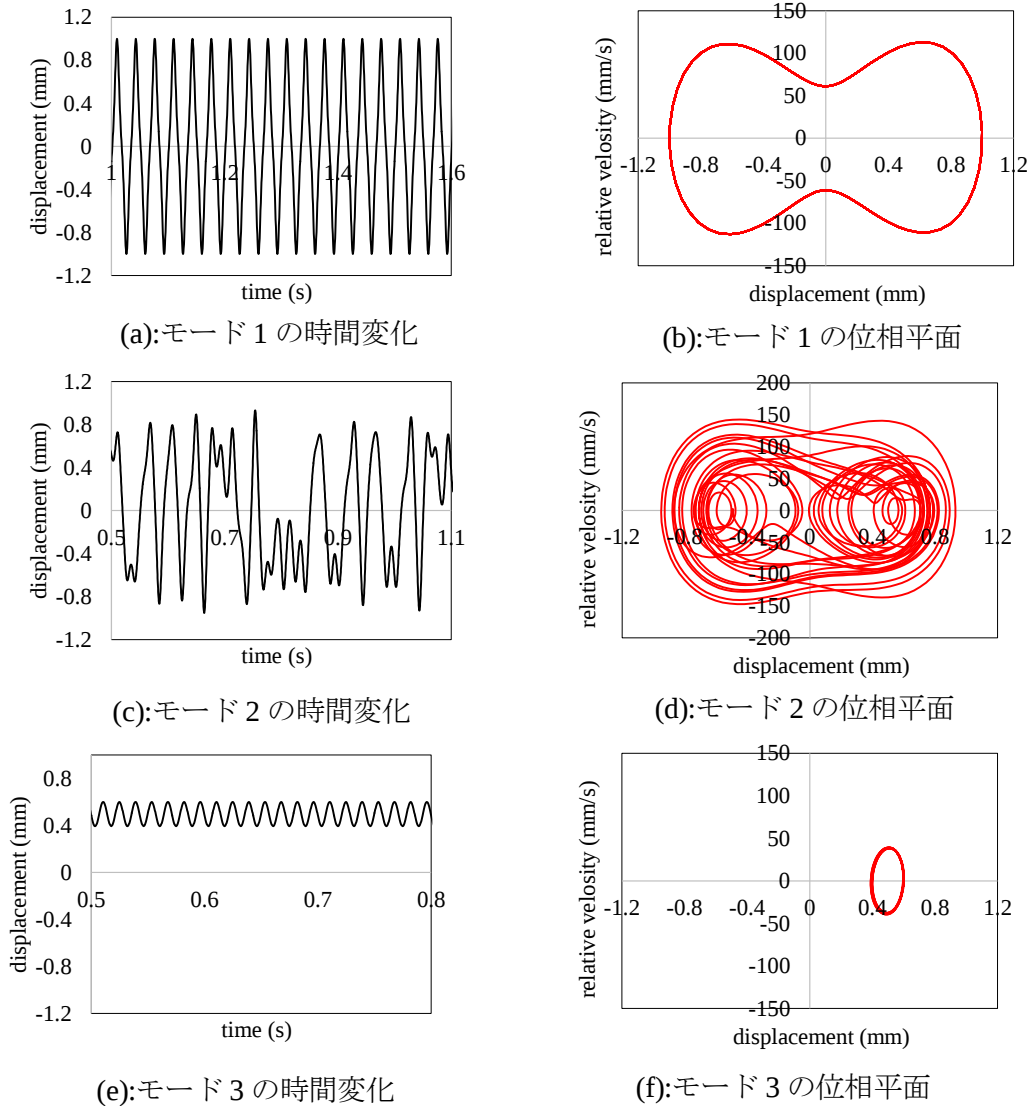


図 5.13 *bistable* 振動発電の挙動

5.4 振動発電のシミュレーション

前述した非線形性を有する振動発電の場合, その挙動はもはや式(5.2.2)のような線形のパネーダンパ方程式にはしたがわない. そこで非線形振動発電の動特性を解析し, 発電特性を評価する何らかの数値シミュレーションが必要と考えられる. この節では有限

要素解析を利用した振動発電の動的特性の解析手法について述べる。

5.4.1 振動発電の支配方程式

先に述べたように振動発電の系は機械振動・電磁界・電気回路の3つの系の結合システムとみなすことができる。したがってこれらの結合を考慮した数値解析により振動発電の動特性を解析できる。ここで電磁現象においては、渦電流が無視できると仮定する。一般に振動発電の動作帯域は100Hz以下であるから、磁石渦電流の影響は小さいと仮定できるだろう。したがって、振動発電の支配方程式は以下のように考えられる。

$$m\ddot{p} + c_m(\dot{p} - \dot{q}) + k(p - q) + F(\mathbf{A}) = 0 \quad (5.4.1)$$

$$\nabla \times v(\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad (5.4.2)$$

$$\frac{D\Phi}{Dt} + R \iint_S \mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{i}_s dS = 0 \quad (5.4.3)$$

ここで m は振動体の重さ、 c_m は機械ダンパ係数、 k はバネ定数である。また、 p 、 q はそれぞれバネと台座(=外部振動)の変位であり、 q が上3式の入力項である。さらに $F(\mathbf{A})$ は電磁力である。式(5.4.3)は回路方程式であり、ここでは簡単のため、負荷抵抗 R のみが振動発電に接続しているとしている。実際には整流回路など、任意の回路に対応した回路方程式が用いられる。ここでコイル鎖交磁束 Φ は磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ により以下のようにかける。

$$\Phi = \iint_{S_c} \mathbf{B} \cdot \mathbf{i}_s dS = \iint_{S_c} (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{i}_s dS = \int_C \mathbf{A} \cdot \mathbf{i}_l dl \quad (5.4.4)$$

ここで $\mathbf{i}_l$ は電流の接線ベクトルである。したがって式(5.4.3)は以下のように変形できる。

$$\frac{D}{Dt} \int_C \mathbf{A} \cdot \mathbf{i}_l dl + R \iint_S \mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{i}_s dS = 0 \quad (5.4.5)$$

式(5.4.1)、式(5.4.2)、式(5.4.5)から明らかなように、機械振動・電磁界・電気回路の挙動を示す支配方程式がそれぞれ密に連携しており、強結合系であることが分かる。したがって3つの式の強結合を考慮した解析が必要である。

5.4.2 振動発電の有限要素解析

前項で述べた3つの支配方程式を解くにあたり、式(5.4.2)は有限要素解析により解く方法が有効と考えられる。ここで振動発電の形状を解析するにあたり、磁石変位 p 、コイル変位 q が時間的に変化するため、物体の移動を考慮した解析が必要である。

ここでは物体の移動を容易に考慮するため、第3章で述べた非適合ボクセル FEM を使用する。3 章では非適合接続を異なるサイズのボクセル間の接続に用いたが、ここではそれに加えて、移動する2つのメッシュの接続に使用する(こちらが本来の使用法である)。図 5.14 のように、コイルなどをモデリングするコイルメッシュと、磁石などをモデリングする磁石メッシュの2つのボクセルメッシュを用意する。そしてコイルメッシュの座標をコイルと磁石の相対位置 $q-p$ に応じて移動させることで物体の移動を容易に表現できる(ここでは直動のみの動作を仮定している)。そして2つのメッシュを非適合接続を用いて結合させる。コイルメッシュをスレーブ辺、磁石メッシュをマスター辺とすれば、2つの境界に位置するコイルメッシュ側の未知数 A_s は、磁石メッシュ側の未知数により、第3章で示したように以下のように求めることができる[41, 42]。

$$A_s = \sum_{i=1}^{N_{\text{mas}}} A_i \int_{e_s} N_i \cdot dl \dots\dots\dots (5.4.6)$$

ここで A_i は磁石メッシュの辺 e_i の未知数、 N_i はその補間関数である。また、 N_{mas} は接合面に位置するマスター辺の数である。ボクセル要素を用いているため、この線積分計算は3章で示したように解析的に導出できる。

すなわち非適合ボクセル FEM を用いた振動発電の有限要素解析では、まず磁石側とコイル側でボクセルメッシュを用意し、機器形状に合わせてそれらの分割処理を行う。そして $q-p$ に応じてコイルメッシュの節点の座標を変更する。その後、両メッシュを式(5.4.6)により接続する。このとき、マスター辺となる磁石側メッシュの接続面に小ボクセル生成により発生したスレーブ辺がある場合があるので、その際はそのマスター辺を再帰的に参照する。以上より、接続行列 C を生成すれば式(3.2.20)にしたがい、有限要素解析を行うことができる。

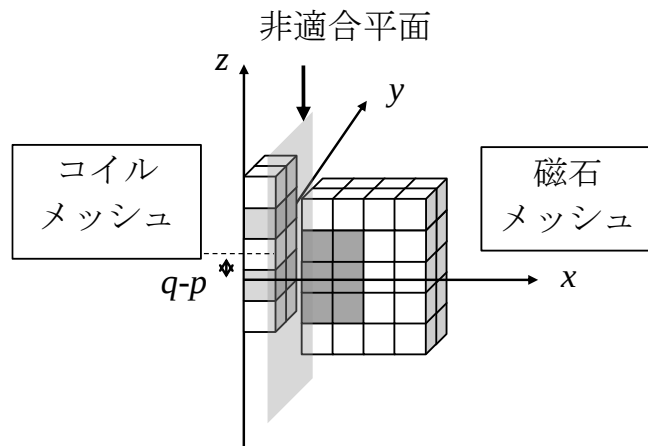


図 5.14 2つのメッシュの非適合接続を用いた解析

上述の方法で解析をすると、コイルメッシュが物体の移動に応じて移動するため、コイルメッシュの座標系はラグランジュ座標系とみなすことができる。したがって式(5.4.5)の第1項である起電力は、単純な時間差分により次式のように求めることができ

る[119].

$$\frac{D}{Dt} \int_C \mathbf{A} \cdot \mathbf{i}_l dl = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{CA} - \mathbf{CA}^*)^T \mathbf{C}^T \mathbf{b}_u \dots\dots\dots (5.4.7)$$

ここで Δt は時間刻み幅, $\mathbf{b}_u$ は式(3.4.15)に示した電流 $1A$ に対応する右辺ベクトル(磁石項は無視し, 電流項のみで計算したものである)である. また, $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}^*$ は現ステップと前ステップにおける解ベクトルである.

5.4.3 振動発電の連成解析

振動発電の動特性は式(5.4.1), 式(5.4.2), 式(5.4.5)の結合解析により求めることができる. 式(5.4.2)の前項の通り FEM で解くことができ, その結果により式(5.4.1)の電磁力項と, 式(5.4.5)の起電力項を求めることができる. また, 式(5.4.1)は例えばルンゲクッタ法で解ける. 回路方程式は, 式(5.4.5)であれば単純に解けるが, 一般にはニュートンラフソン法などで解くことができる. これらを厳密に連成して解くには, 単一のヤコビ行列にこれらをまとめて逐次的に解く必要がある. いま, 支配方程式の残差を次式のように定義する.

$$\mathbf{G}_1 \equiv \mathbf{KA} - \mathbf{b} \dots\dots\dots (5.4.8)$$

$$\mathbf{G}_2 \equiv \mathbf{u} - \mathbf{u}^* + \Delta t \mathbf{c}(\mathbf{u} - \dot{\mathbf{q}}) + \Delta t \mathbf{k}(\mathbf{p} - \mathbf{q}) + \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{A}) \dots\dots\dots (5.4.9)$$

$$\mathbf{G}_3 \equiv \mathbf{p} - \mathbf{p}^* - \Delta t \mathbf{u} \dots\dots\dots (5.4.10)$$

$$\mathbf{G}_4 \equiv \mathbf{I} + \frac{1}{R\Delta t} (\mathbf{A} - \mathbf{A}^*)^T \mathbf{b}_u \dots\dots\dots (5.4.11)$$

ここで $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{p}}$ である. そして,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{G}_1}{\partial \mathbf{A}} & \frac{\partial \mathbf{G}_1}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{G}_1}{\partial \mathbf{v}} & \frac{\partial \mathbf{G}_1}{\partial \mathbf{I}} \\ \frac{\partial \mathbf{G}_2}{\partial \mathbf{A}} & \frac{\partial \mathbf{G}_2}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{G}_2}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \mathbf{G}_2}{\partial \mathbf{I}} \\ \frac{\partial \mathbf{G}_3}{\partial \mathbf{A}} & \frac{\partial \mathbf{G}_3}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{G}_3}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \mathbf{G}_3}{\partial \mathbf{I}} \\ \frac{\partial \mathbf{G}_4}{\partial \mathbf{A}} & \frac{\partial \mathbf{G}_4}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{G}_4}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial \mathbf{G}_4}{\partial \mathbf{I}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{G}_3 \\ \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5.4.12)$$

により, 次ステップの解を求める. しかし上式の左辺の項には一般に計算が困難な場合があり, 問題に応じて専用の解析コードを用意する必要がある. さらに式(5.4.12)の左辺

は一般に非対称行列となってしまう．そこで本研究では交互解法に基づく連成解析法を使用する[120, 121]．

交互解法では，時間方向に同様に離散化し，時刻を $t-1$ から t に更新する際，タイムステップ内にサブサイクル k を用意する．サブサイクル内において各方程式の解が収束するまで交互に解くことで，擬似的に結合を考慮することができる．すなわち，上記強連成解析法と弱連成解析法の中間的な解析手法である．具体的には，例えば，式(5.4.1)をルンゲクッタ法で解くとすれば，サブサイクル内において以下の方程式：

$$\mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{A}_t^k = \mathbf{C}^T \mathbf{b}_t^{k-1} \dots\dots\dots (5.4.13)$$

$$u_t^k = -\frac{c_m}{m} (u_t^{k-1} - q_t^{k-1}) - \frac{k(p_t^{k-1}, q_t^{k-1})}{m} + \frac{F(\mathbf{A}_t^{k-1})}{m} \dots\dots\dots (5.4.14)$$

$$p_t^k = u_t^{k-1} \dots\dots\dots (5.4.15)$$

$$I_t^k = -\frac{1}{\Delta t R} \mathbf{b}_u^T \mathbf{C} (\mathbf{A}_t^{k-1} - \mathbf{A}_{t-1}) \dots\dots\dots (5.4.16)$$

の4式を

$$\|\mathbf{A}_t^k - \mathbf{A}_t^{k-1}\| < \varepsilon_A, \quad |p_t^k - p_t^{k-1}| < \varepsilon_p, \quad |I_t^k - I_t^{k-1}| < \varepsilon_I \dots\dots\dots (5.4.17)$$

が満たされるまで繰り返して解く．この方法を用いれば，式(5.4.13)～式(5.4.16)は独立の方法で解くことができ，専用の解析コードを用意する必要がないため，実装の負担を減らすことができる．図 5.15 に交互解法による解析の流れを示す．

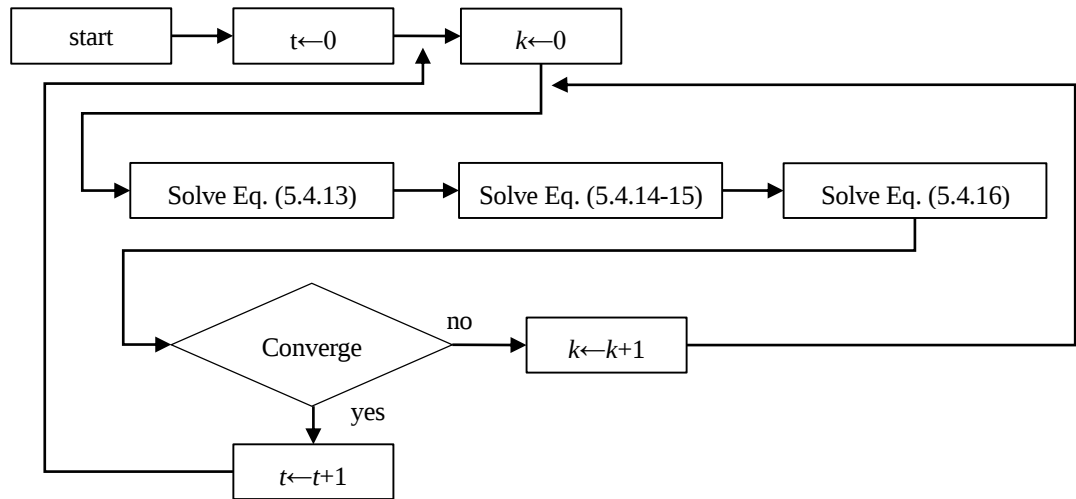


図 5.15 交互解法による連成解析の流れ

5.4.4 連成解析精度検証

連成解析法の精度を検証するため、図 5.16 に示す単純な線形振動発電モデルによる実験と解析の結果比較を行う。本モデルは文献[103]にて提案された構造をベースとしており、2 対の磁石の中心にコイルを配置することで振動による鎖交磁束の変化を大きくしている。試作したデバイスのバネ定数は約 176N/m、振動体(磁石とそのキーパー)の質量は約 3g である。よってこのデバイスの共振点は約 38.5Hz である。また、コイルの巻数は 600 である。

外部入力として、加振器によりデバイスに振幅 0.1mm の正弦波振動を加える。また負荷抵抗として適当に 300Ω の抵抗を接続する。この条件の下でデバイスの負荷電圧を測定して消費電力を求め、解析結果と比較する。図 5.17 に実験の構成を示す。

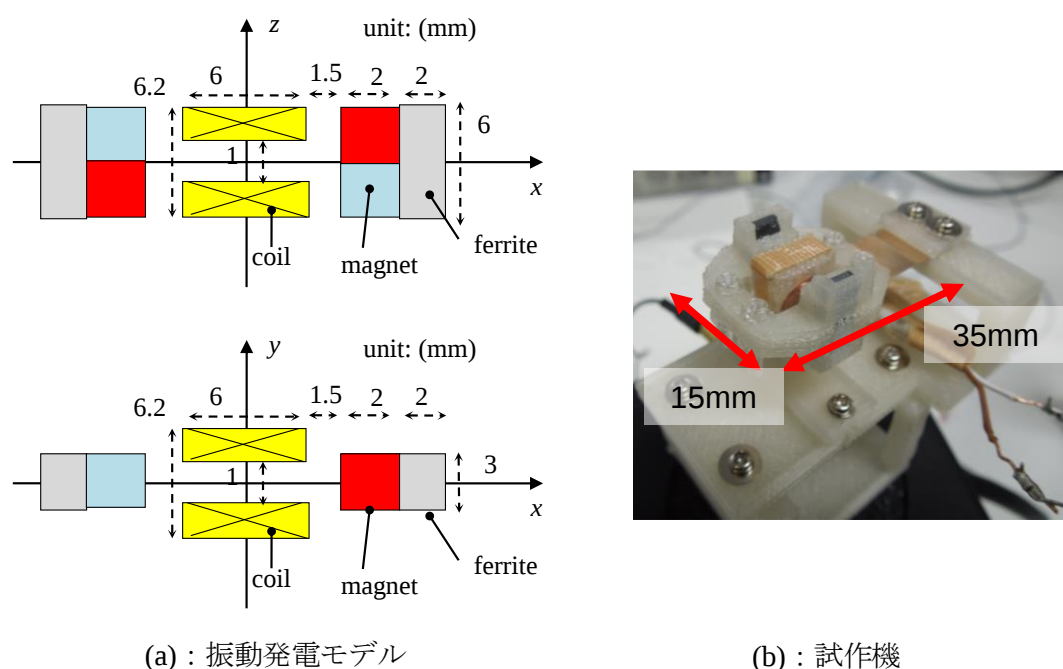


図 5.16 解析精度検証用振動発電

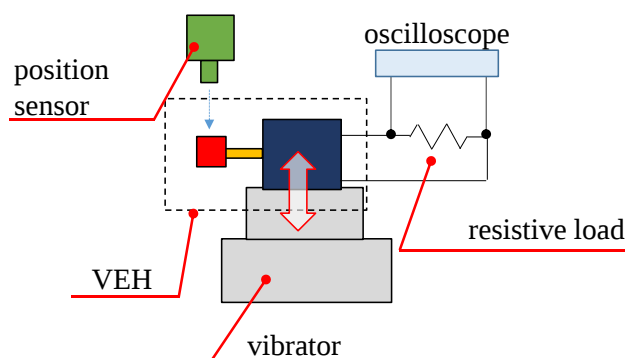


図 5.17 実験器具の構成

実験は周波数を 5Hz ずつ変化させて行った。解析は実験と同様の機械パラメータを代入して行った。ただし粘性係数 c_m は適当に 0.05Ns/m とした。

各周波数において得られた発電量を図 5.18 に示す。また、解析ならびに測定で得られたデバイスの振動と起電力の変化を図 5.19 に示す。30Hz から共振点近傍である 40Hz までの範囲では図 5.18 に示すように解析と実測の結果がよく一致していることがわかる。また、図 5.19(a) (b) よりデバイスの振動と負荷電圧の変化もほぼ解析と実測で同じであることがわかる。しかし共振点を越えた 45Hz 以上では発電量に違いが生じていることがわかる。また図 5.19(c) (d) に示すように、振動、電圧の時間変化が解析と実験結果で大きく異なっていることがわかる。

このように共振点を越えた周波数領域で解析結果と実測が一致しない理由としては、機械振動を式(5.4.1)の 1 自由度のバネ-ダンパ系でモデル化したため、2 次以上の振動モードが考慮されていないためと考えられる。実際に、図 5.18 の実験結果に示すように 55Hz 付近で 1 自由度バネ-ダンパ系では説明できない小さなピークが発生している。2 次モードの影響が強くなり始める共振周波数を越えた領域ではデバイスの挙動を正しく解析できず、振動の様子に違いが生じたと考えられる。一方で、1 次モードが支配的な領域では解析と実測がよく一致していることがわかる。以上より、1 自由度バネ-ダンパ系で振動の挙動を正しくモデル化できる周波数領域においては連成解析の有効性が確認できたといえる。

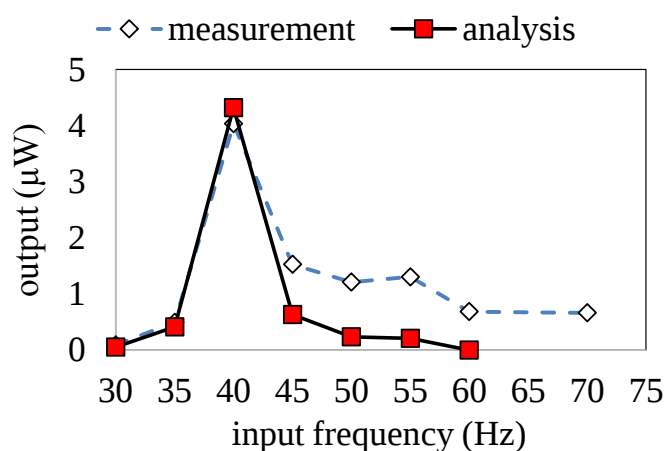


図 5.18 周波数 vs 発電量

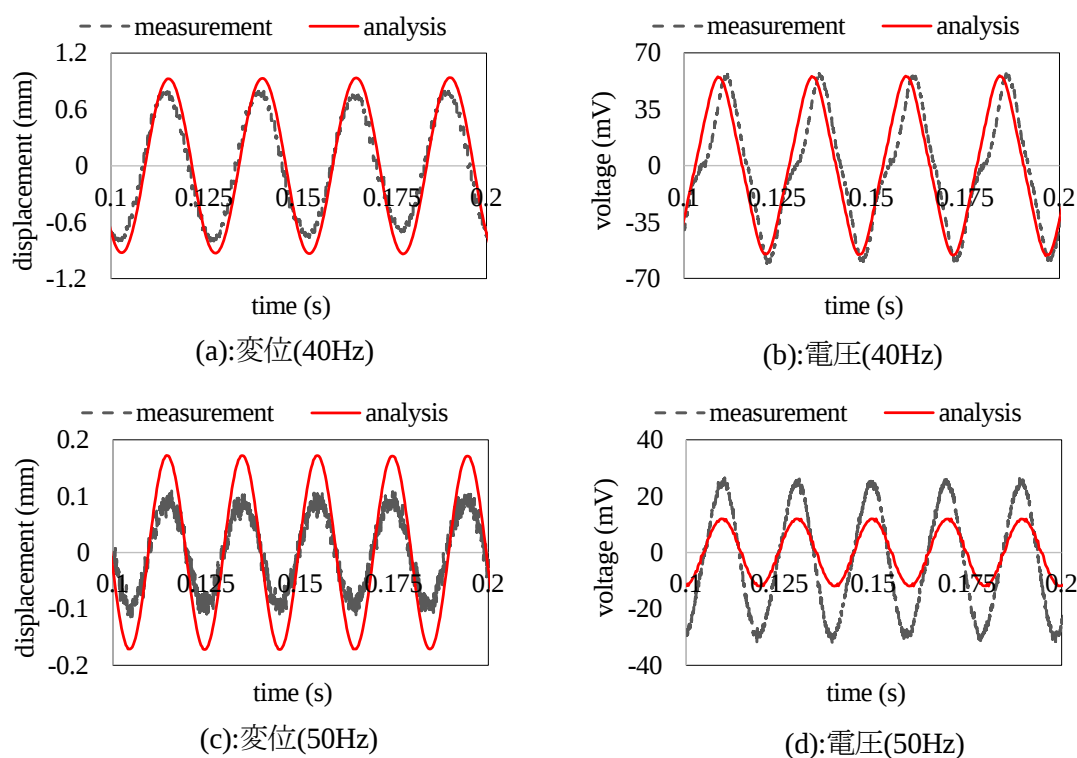


図 5.19 変位と負荷電圧の時間変化

5.4.5 非線形振動発電の連成解析

前項の結果より、1 次モードの影響が支配的な領域においては、1 自由度バネ-ダンパモデリングに基づく連成解析法の精度が確認された。そこで本手法に基づき、非線形振動発電の解析を行い、その特性を評価する。

非線形振動発電モデル

図 5.19 に、本解析で検証する非線形振動発電モデルを示す。2 極対の磁石の間にコイルを配置している。特徴としては、コイルの中に磁性体を配置している点がある。コイル内に磁性体を配置することにより磁路が形成されるため、コイルに鎖交する磁束が増加する。さらに鎖交磁束の向きは磁石の位置に応じて大きく変化する。このため、磁性体の配置によって発電量が増加すると期待できる。さらに、磁性体と磁石の間で互いにひきつけあうような電磁力が発生する。この力は変位に対して非線形であるので、この電磁力により振動発電に非線形性を付与できる。すなわち、コイル内の磁性体により、発電量の増加と帯域幅の拡大を同時に実現できると期待できる。

ここでは磁性体としてフェライトコアを想定する。適当なフェライトコア BH カーブとして図 5.21 のような初期磁化曲線を考える。図 5.21 の BH カーブによる、磁性体の径 r に対する電磁力の例を図 5.22 に示す。ただしここでの解析は磁石の高さが 4mm では

なく 3mm としたときのものである．図より， r が小さいときはバネ力と電磁力は逆方向となっている．これは図 5.12 に示した bistable 構造と同様の力関係となっている．一方で r が大きいと電磁力の向きはバネ力と同じとなる．したがってこの条件では電磁力は実効的バネ力を増加させるように働くと考えられる．また， r が小さいとき，電磁力は変位が 0.5mm 以下程度の領域では非線形であるといえるが， r が大きいときは 0.5mm 以下程度の領域ではほぼ線形である．すなわち， r が大きいときは電磁力により非線形性は付与されないと考えられる．そのため，広帯域化を図るには r を小さくする必要があると考えられる．

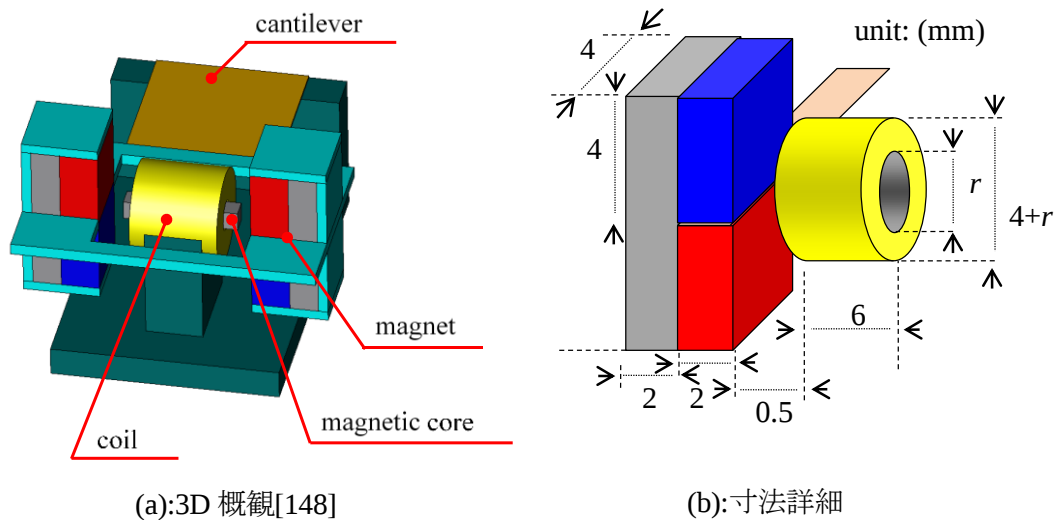


図 5.20 非線形振動発電モデル

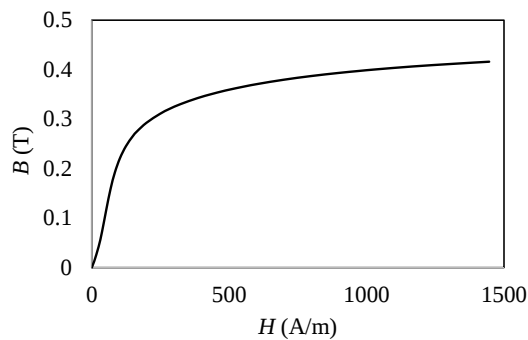


図 5.21 想定するフェライト材 BH カーブ

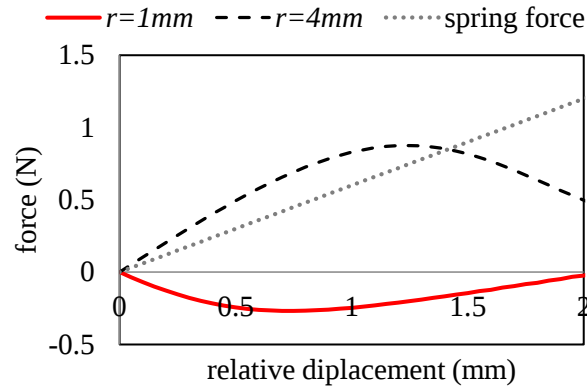


図 5.22 磁性体径に対する電磁力

上記の解析例より, r が小さいときはバネ力と電磁力の関係が **bistable** 構造における関係と等しくなっていることが分かった. そこで $r=1\text{mm}$ のとき, 系が **bistable** ポテンシャルを持つかを解析により確認する. 系のポテンシャルエネルギー $E(X)$ は以下により求めることができる.

$$E(X) = E_{\text{mag}}(X) + \frac{1}{2} kX^2 \dots\dots\dots (5.4.18)$$

ここで X は相対変位である. E_{mag} は電磁エネルギーであり, FEM により以下で求めることができる.

$$E_{\text{mag}}(X) = \iiint_V E_m(X) dV, \dots\dots\dots (5.4.19)$$

$$E_m(X) = \begin{cases} \frac{\|\mathbf{B} - \mathbf{B}_r\|^2}{2\mu} & \text{permanent magnets [122],} \\ \int_0^{\|\mathbf{B}\|} \|\mathbf{H}(b)\| db & \text{otherwise,} \end{cases} \dots\dots\dots (5.4.20)$$

解析により求めたポテンシャルエネルギーを図 5.23 に示す. バネ定数を適当に設定することにより, 系のエネルギーが **bistable** になることが確認できる. すなわちここで検討する非線形振動発電は磁性体の径を適当に設定することで **bistable** 振動発電となりうる事が分かる.

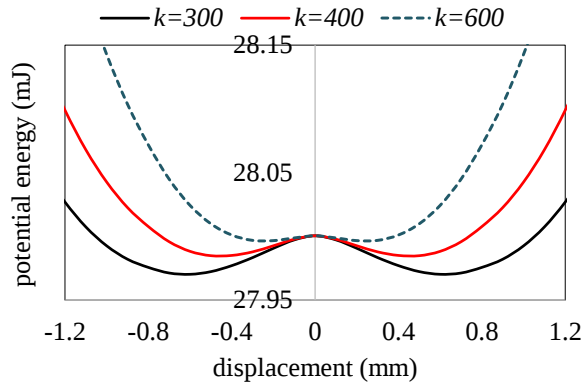


図 5.23 非線形振動発電のポテンシャルエネルギー

非線形振動発電モデルの連成解析

5.4.3 項で述べた連成解析法を用いて、図 5.20 で示した非線形振動発電の動特性を解析する．ここでは振動発電が bistable 構造をとる、 $r=1\text{mm}$ 、 $k=400\text{N/m}$ とし、 $m=3.5\text{g}$ 、 $c=0.05\text{Ns/m}$ とする．入力として振幅 0.1mm の正弦波振動を加える．周波数を変更した際の負荷抵抗 100Ω での消費電力を解析する．なお、ここでは計算負荷を削減するため磁性体の非線形特性を考慮せず、電磁界解析はおおむね電磁力が一致する透磁率 20 を仮定した線形解析により行う．

負荷での消費電力を図 5.24 に示す．比較のため、デバイスのコイル内から磁性体を取り除いた場合の発電量を合わせて示す．図 5.24 より、bistable 振動発電では周波数が 20Hz から 40Hz までの範囲で発電量が 1mW を超えており、それ以外の周波数でも 0.1mW 以上の電力が得られている．これに対して、磁性体を取り除いた線形振動発電では、共振点では非常に大きな電力が得られているものの帯域幅が小さく、 1mW 以上の電力が得られている周波数幅は 65Hz から 70Hz と、 10Hz 以下である．このように bistable 振動発電は線形振動発電に比べ、広帯域であることが確認できる．

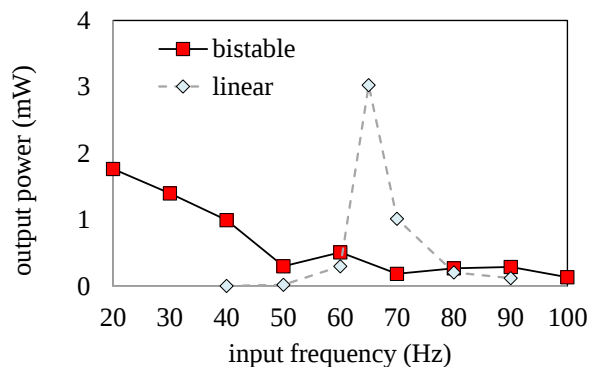


図 5.24 解析した非線形振動発電の発電量

図 5.25 に解析により得られた変位と負荷電圧の時間変化波形，ならびに変位-速度の位相平面を示す．入力周波数によって振動の様子が大きく異なっていることがわかる．20Hz，および 100Hz ではほぼ規則的に振動しているが，60Hz においては非常に複雑な挙動を示している．また 100Hz ではバイアスされた振動となっていることが分かる．この挙動は 5.3.2 項で述べた bistable 振動発電の 3 つの動作モードとよく整合しており，ここで示した非線形振動発電モデルは適当な設定の下で bistable 性を有し，帯域幅が拡大できることが示された．

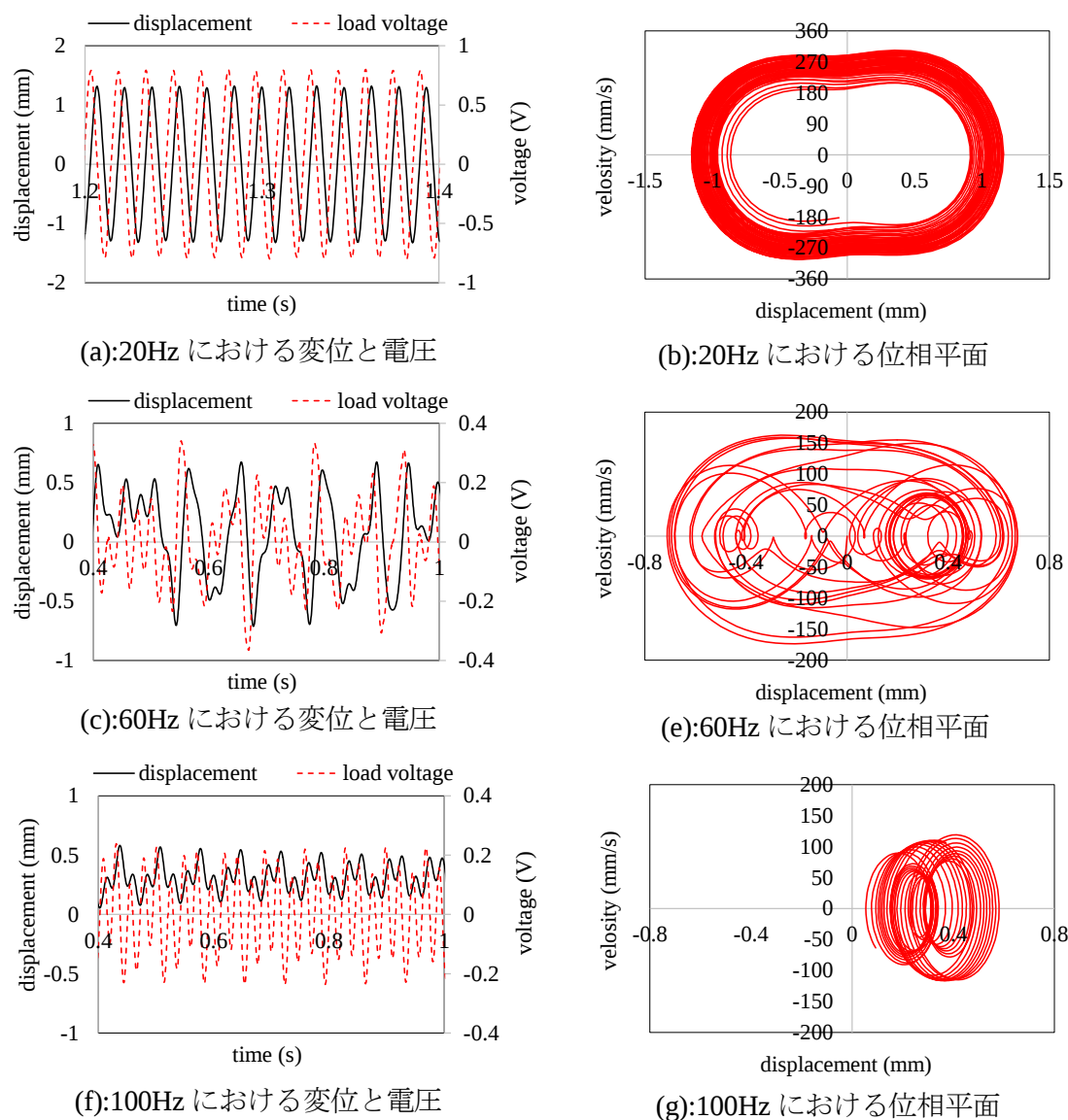


図 5.25 解析した非線形振動発電の発電量

5.5 Bistable 振動発電の動作実験

ここでは5.4.5項で検討した非線形振動発電モデルを試作し, bistable 振動発電の発電特性を実験により明らかにする.

5.5.1 bistable 振動発電の試作

bistable 振動発電を試作するにあたり, 製造の都合上, 図 5.20 示したモデルを図 5.26 のように寸法を一部変更する. このモデルでは, 同様にコイル内に磁性体を挿入することで bistable 性を発生させる. なお, ここではコイル内磁性体は円柱ではなく 1 辺が 1mm の四角柱とした.

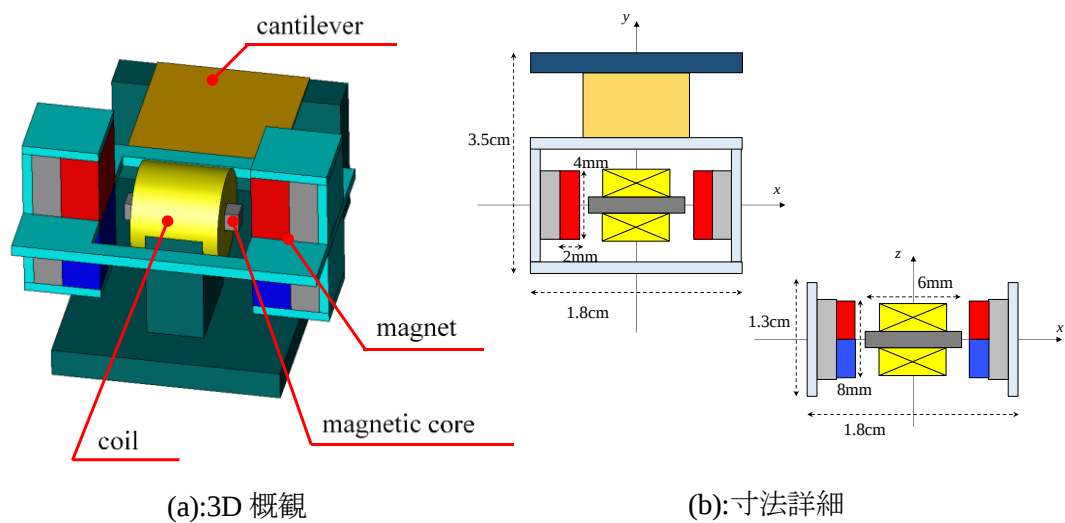


図 5.26 試作用 bistable 振動発電[148]

ここで 5.4.5 項ではフェライトコアを想定していたが, フェライトの飽和磁束密度は 0.5T 以下と低く, ネオジウム磁石による磁界では飽和しやすいため, 適当ではなかったと考えられる. そこで磁性コアとして適当な材料について考える.

振動発電に用いるコアに求められる特性としては, まず振動発電には小型化が求められるため, 微細加工に適する材料がよい. さらに, 飽和磁束密度が高く, 高透磁率であるほどよいだろう. また, コアには時間的に変化する磁界が印加されるため, 渦電流が生じないように絶縁材料が適すると考えられる. 上記のうち, 磁気的特性が優れている材料としてはモータコアに広く用いられている電磁鋼板が適当である. また, 板厚が薄いため, その方向の渦電流は無視できるので, 適当な設計下では絶縁材料とみなしても差し支えない. ただし, 電磁鋼板の加工は低コストなプレス加工による方法が一般的であり, 微細加工には不向きである. また, コアを鋼板の積層で作成するため, 3 次元的構造のコアは作成できない. 微細加工に向き, 絶縁材料である磁性コアとしては, 圧粉磁芯(soft magnetic composite: SMC)がある[123]. 圧粉磁芯の磁気特性は電磁鋼板には劣るものの, 飽和磁束密度は一般的に 1T 強であり, ネオジウム磁石による磁界でも強く飽

和しない．このため，振動発電のコアとして適当であると考えられる．

改めて，圧粉磁芯について概説する．圧粉磁芯とは，磁性鉄粉を水アトマイズ法などによって微細な粒子に加工し，それらを絶縁膜で覆って押し固め，焼結させて作成する磁性コアである．微細加工に適しており，さらに絶縁膜で覆われているためコア自体は絶縁材料である．ただし粒子 1 つ 1 つには導電性があるので，数 MHz 以上の高周波磁界中では粒子内で渦電流損が発生しうる．また，比較的高い飽和磁束密度を有する．ただし透磁率は数百～数十であり，電磁鋼板等には劣る．比較的安価で微細加工・3 次元加工が可能であり，インダクタやリアクトルなどへの機器に応用されている．

圧粉磁芯をコアとして用いた際の，振動発電のポテンシャルエネルギーを式(5.4.18)に従い解析した．結果を図 5.27 に示す．バネ定数を適当に設定することで同様に bistable 構造となりうることを確認できる．また，図 5.28 にコイルを 0.15 m/s で移動させた際の起電力を示す．圧粉コアにより，フェライトに比べて起電力を改善できることが分かる．

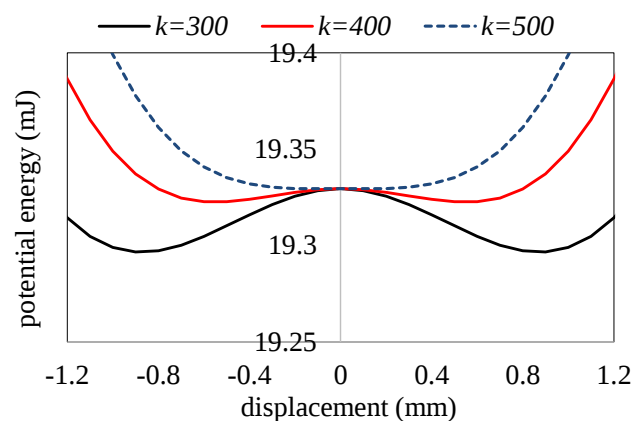


図 5.27 圧粉磁芯を使用した際のポテンシャルエネルギー

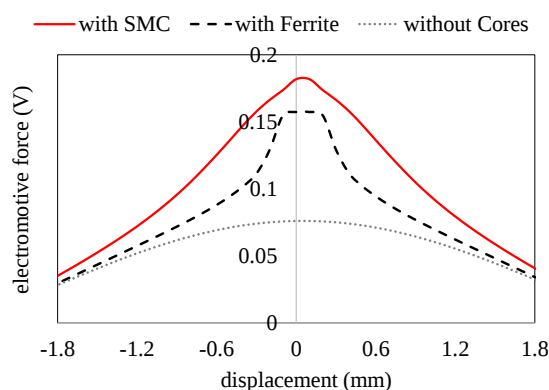


図 5.28 振動発電の起電力[148]

圧粉磁芯を用いて試作した bistable 振動発電を図 5.29 に示す．板バネのバネ定数は，図 5.27 より 400 強となるように，力学 FEM により推定して作成した(付録参照)．板バネの材料はリン青銅(ヤング率 120GPa，ポアソン比 0.38)であり，寸法は約 $6 \times 9 \times 0.2 \text{ mm}^3$ である．このときの等価バネ定数は実験により約 410N/m と見積もられた．コイルは直径 0.1mm の銅線を巻き，600 ターンとした．板バネに固定された磁石とその固定治具の重さは約 3.3g である．

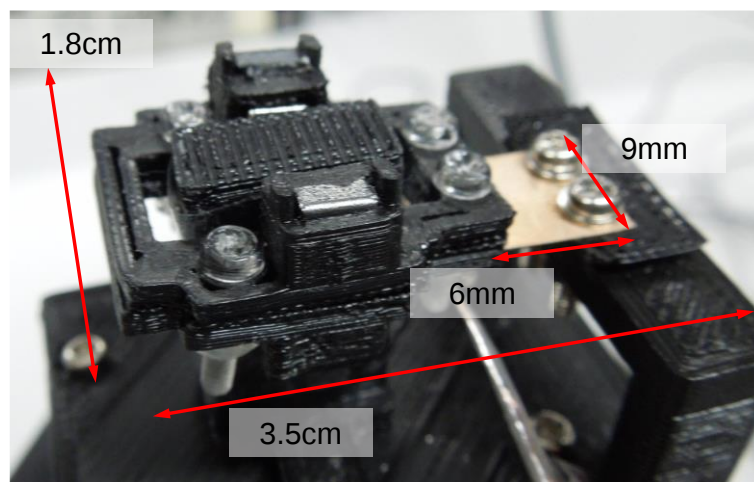


図 5.29 試作した bistable 振動発電[148]

5.5.2 bistable 振動発電の実験結果

試作した振動発電に負荷抵抗として適当に 300Ω を接続し，加速度約 1G の正弦波を加えて負荷での消費電力を測定した．実験の構成は図 5.18 と同じである．

実験により得られた，変位と負荷電圧の周波数に対する変化を図 5.30 に示す．この図から，40Hz～70Hz の区間において負荷電圧が $0.1V_{RMS}$ を超えており，広帯域化が実現されていることが確認できる．また図 5.31 に得られた変位と電圧の時間変化波形を示す．解析で見られたように，周波数の増加に応じて動作モードが3通りに変化していることが確認できる．この挙動は，解析結果と同様に，5.3.2 項で述べた bistable 振動発電の3つの動作モードとよく整合しており，試作した振動発電も bistable 性を有することを強く示唆している．このように，本研究で示した構造が bistable 性を有し，その構造により広帯域化が実現されうることが実験により確認された．

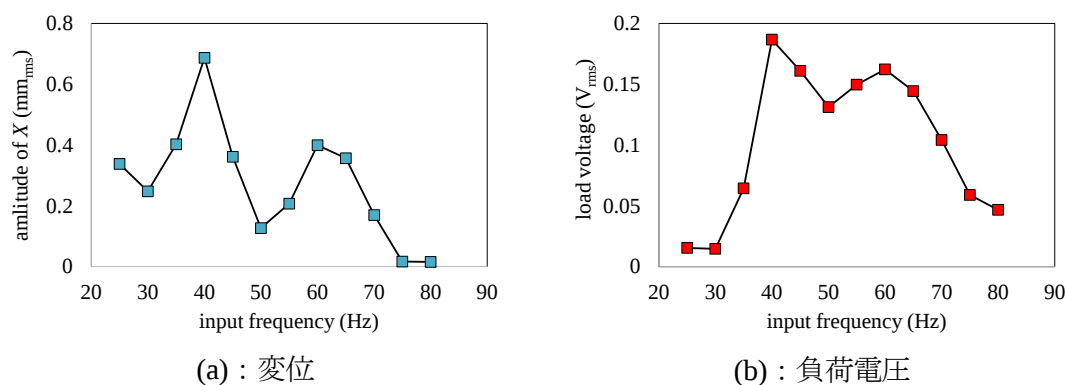


図 5.30 振動発電の実験により得られた周波数特性

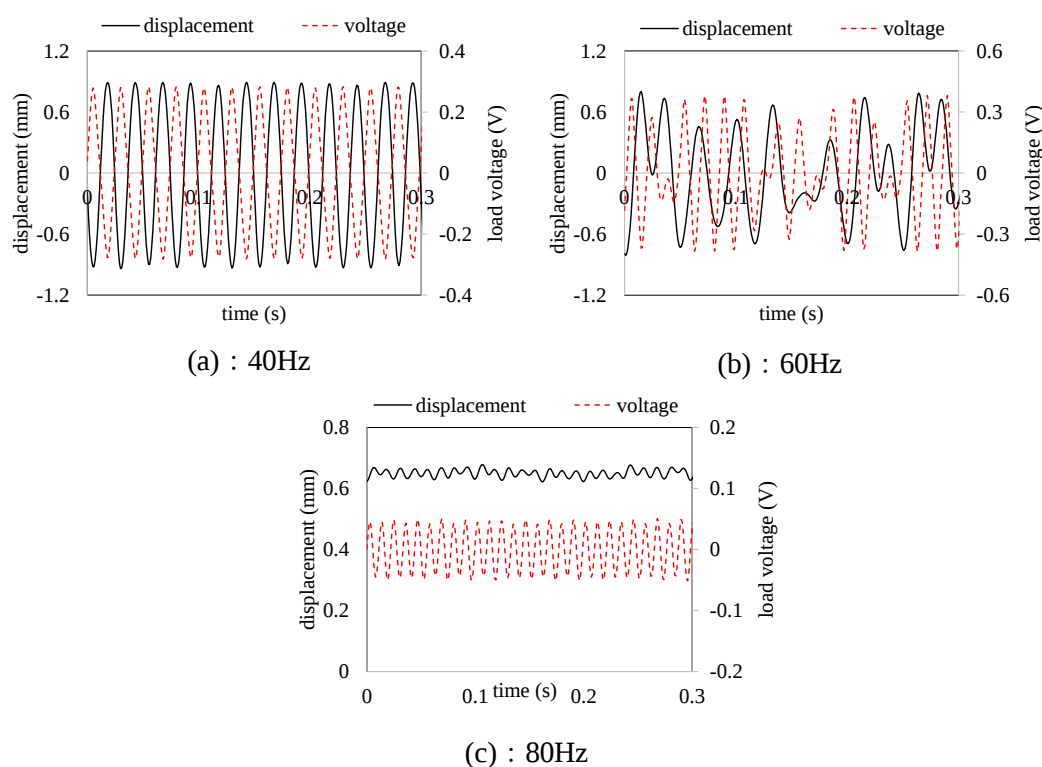


図 5.31 実験により得られた変位と電圧の時間変化波形[148]

ここで図 5.30 の結果は、加える周波数を変更する際に、一度振動を止め、再度振動を加えて測定した。一方で、先に述べたように非線形性を有する振動発電機では、ヒステリシス性を有するため、周波数をスイープさせた場合に発電特性が変化する可能性がある。そこでスイープ条件下での発電特性を実験した。

図 5.32 に、加速度約 1G とし、周波数をスイープさせて測定した負荷電圧の変化を示す。この図から、周波数を増加・現象させた場合で発電特性が異なっていることが分かる。また、スイープ時の方が、電圧が大きいことが分かる。これはスイープさせたこと

により、運動エネルギーが散逸されないため、そのエネルギーを利用してポテンシャル井戸間を遷移しうるためと考えられる。

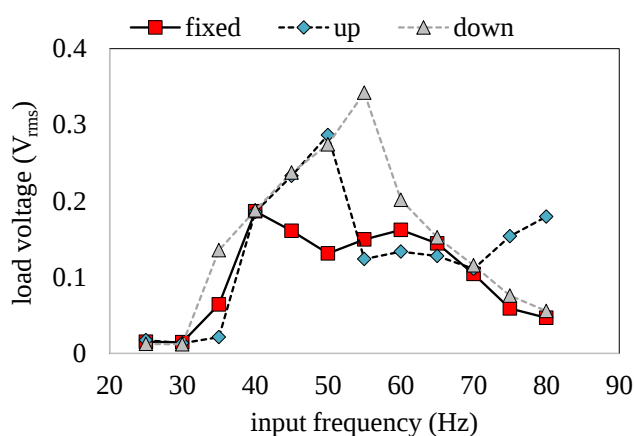


図 5.32 周波数スイープによる発電特性

bistable 性を有する振動発電は、ポテンシャル障壁を越えなければ十分に振動しない。すなわち入力する振動加速度が下がり、振動振幅が低下すると発電量が急激に変化する可能性がある。そこで加速度を $0.3G$ として改めて発電量を測定した。結果を図 5.33 に示す。加速度が小さいと、発電量が低下しており、その変化は線形的ではない。すなわち、bistable 振動発電では周波数より振幅が発電特性に大きく影響することを示唆している。

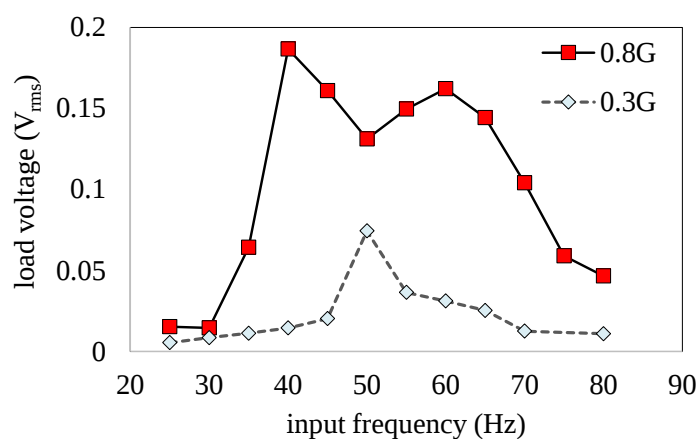


図 5.33 入力加速度に対する負荷電圧の変化

5.5.3 bistable 振動発電の振動波形のリアプノフ指数

前項で得られた bistable 振動発電の挙動は、bistable 性に特有の 3 つのモードがみられた。特に複雑な挙動を示した図 5.31(b)の振動波形は一般にカオスであることが知られている。そこで実験により得られた振動波形のリアプノフ指数を計算することで、各振動

モードがカオス振動なのかを評価する[116]. (リアプノフ指数の計算法については付録 B を参照.)

図 5.31 に示した変位の時系列データを用いてリアプノフ指数を計算する. 1 次元の変位波形データから Takens の埋め込み定理[124]により復元アトラクタを作成し, それらに対して Rosenstain 法[125]を適用することで復元アトラクタのリアプノフ指数を計算する. 図 5.34 に図 5.31 の波形データから復元したアトラクタを示す. ここで埋め込み次元を 6, 時間遅れを 0.4ms とした.

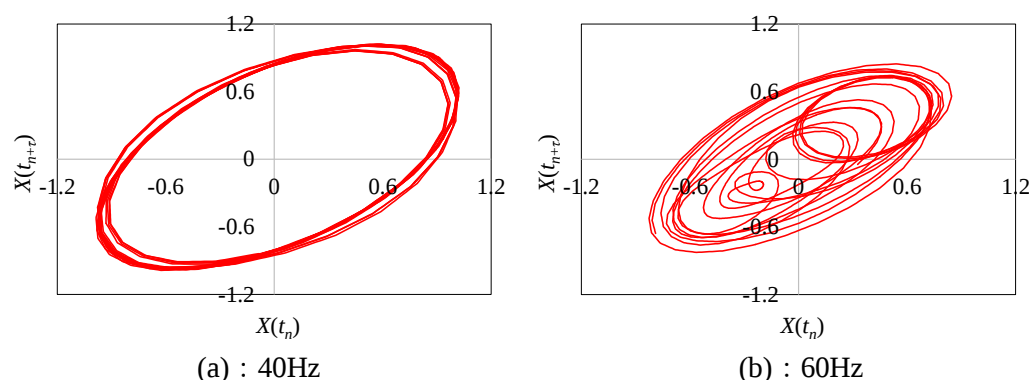


図 5.34 図 5.31(a)の変位波形から復元したアトラクタ

ここで実験データにはノイズが含まれるため, 実験データからリアプノフ指数を計算したときはカオス性がなくともノイズに起因するランダム性によりリアプノフ指数が正を取りやすいことが知られている[126]. そこでここでは同じデータに対してリアプノフ指数を 1000 回計算し, その平均をとった値を参照する.

図 5.35 に計算した平均リアプノフ指数を示す. 全ての周波数で正の値を取っているが, 50Hz 付近から平均値が増加し, 特に 60Hz, 65Hz では値が大きくなっている. ここで図 5.36 に, 1000 回の計算でのリアプノフ指数のダイアグラムを示す. 40Hz と 60Hz では明らかに分布が異なっており, 両者に統計的に有意な差があると判断できる. この結果より, 60Hz における正のリアプノフ指数は系の挙動に含まれるカオス性に起因し, それ以外の周波数において正となった理由が実測データに含まれるノイズなどの影響によると判断できる. 以上の結果より, 図 5.31(b)のような複雑振動はカオス振動である可能性が高いことが示された. また, カオス振動は intrawell 振動となる直前の周波数帯で観測されることが示された.

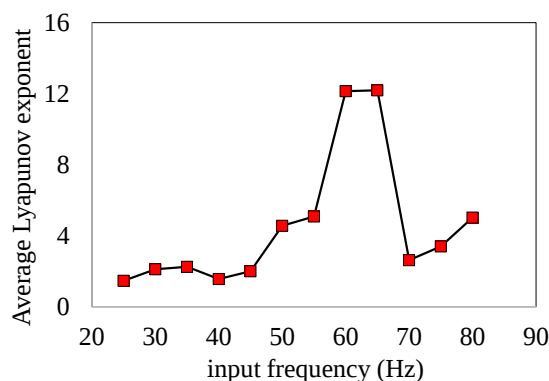


図 5.35 実験データから求めた平均リアプノフ指数[148]

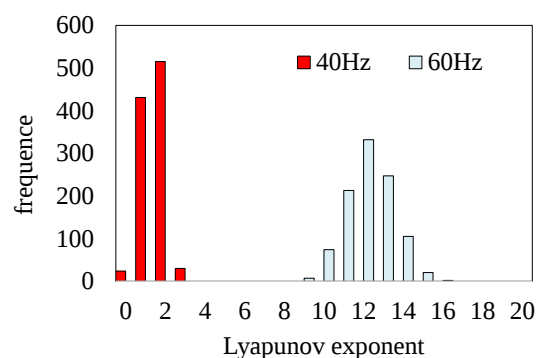


図 5.36 リアプノフ指数のダイアグラム[148]

5.6 振動発電の縮約解析

5.4 節で述べた連成解析法では、各タイムステップ内において何度も有限要素解析を繰り返す必要がある。有限要素法は計算負荷の重い処理であり、特に振動発電機の 3 次元モデルは微小振動を正確に考慮するためにギャップ部に細かな要素が必要となり、未知数が増加しやすい。したがって一度の有限要素解析に要する計算負荷が重く、結果として連成解析には、解析条件にもよるが、長大な計算時間を要する。そこで計算負荷を軽減する方法について検討する。

5.6.1 モデル縮約

有限要素解析の計算時間を短縮する一つの手法として、モデル縮約法(Model order reduction: MOR)と呼ばれる手法が提案されている[127-131]。モデル縮約法は、元問題の未知数を数十程度の主要な基底を持つ空間に射影することにより、元問題の未知数の次

元数を小さくする手法である．この手法を用いることで，3次元有限要素解析の高速化が期待されている．そこで本研究では MOR を振動発電の有限要素解析に適用することで，解析の高速化をはかる．

MOR として，スナップショット法を基礎としたモデル縮約法が提案されている．この手法では，元問題をいくつか解き，得られた解をスナップショットとして保存する．そしてこのスナップショットされた解を用いて，分散共分散行列を作成し，この行列の固有ベクトルを求める．さらに支配的な固有ベクトルを電磁界解析の基底ベクトルとして用いることにより，解の次元数を減らし，解析時間を短縮する．

具体的には，まず元問題である有限要素法定式 $\mathbf{K}\mathbf{A}=\mathbf{b}$ の解を，条件を変えて幾つかスナップショットする．振動発電の場合は，コイルの位置や電流を変えて r 個のスナップショットベクトル： $\mathbf{x}_i (i=1,...,r)$ を得る．これにより，データ行列 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{n \times r}$ を構成する．

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\mu} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_r - \boldsymbol{\mu}] \dots\dots\dots (5.6.1)$$

ここで $\boldsymbol{\mu}$ は r 個のスナップショットベクトルの平均ベクトルである．この $\mathbf{X}$ に対して，特異値分解：

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T \dots\dots\dots (5.6.2)$$

を適用する．ここで， $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{n \times r}$ ， $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{r \times n}$ ，はそれぞれ分散共分散行列 $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ ， $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ の固有ベクトルからなる行列である．また， $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$ であり， σ_i は $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ の特異値である．行列 $\mathbf{U}$ は r 個の固有ベクトルからなり，

$$\mathbf{U} = [\mathbf{w}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{w}_r] \dots\dots\dots (5.6.3)$$

である．ここで $\mathbf{w}_i$ は対応する特異値の昇順に並んでいる． $\mathbf{U}$ から大きな特異値に対応する固有ベクトルを r 個選び，基底行列 $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{n \times s}$ を構成する($r \geq s$ である)．

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{w}_s] \dots\dots\dots (5.6.4)$$

そして元問題の任意条件での解は，選んだ s 個の基底ベクトルの線形結合で表すことができるとし，

$$\mathbf{A} = \mathbf{W}\mathbf{a} \dots\dots\dots (5.6.5)$$

とする．ここで $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^s$ である．したがって有限要素法定式は式(5.6.5)を代入することで以下のように縮約される．

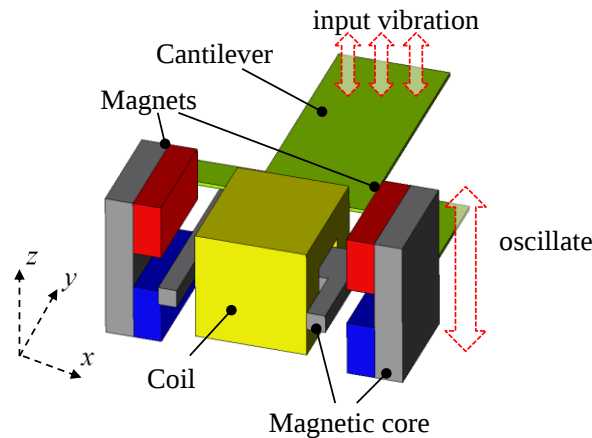
$$\mathbf{W}^T \mathbf{K} \mathbf{W} \mathbf{a} = \mathbf{W}^T \mathbf{b} \dots\dots\dots (5.6.6)$$

ここで新たな未知数 $\mathbf{a}$ は $\mathbf{A}$ に比べて十分に小さいため($n \gg s$)，式(5.6.6)は元問題に比べて十分に短い時間で解くことができ，解析が高速化される．ただし $\mathbf{W}$ は密行列であるの

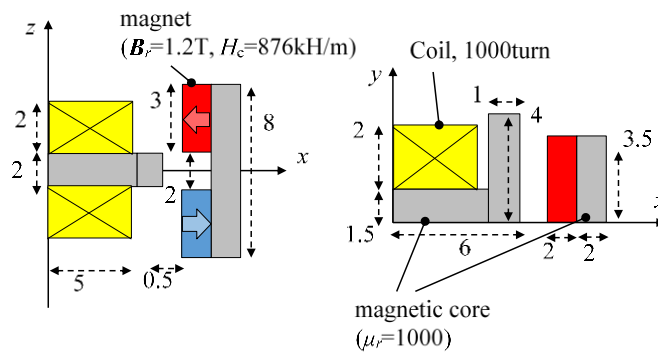
で, $\mathbf{W}^T \mathbf{K} \mathbf{W}$ の計算コストは無視できない. すなわち MOR では式(5.6.6)の求解ではなく, 密行列 $\mathbf{W}^T \mathbf{K} \mathbf{W}$ の計算が支配的な計算コストとなる. また, 式(5.6.5)のように, 任意の解を基底ベクトルの線形結合で表すとしたため, 適当にスナップショットをとり基底ベクトルを構成しなければ, $\mathbf{W}$ により張られた空間に元問題の解が含まれないことがある. すなわち, スナップショットを適当に選ばなければ解析精度が悪化するので注意が必要である.

上で述べた MOR は線形の電磁界問題・最適化問題に対して適用され, その効果が示されてきた. しかし移動体に適用した例は限られている.

そこで MOR を振動発電の解析に適用し, 計算時間と精度を評価する. 対象モデルとして, 図 5.37 に示すモデルを考える. このモデルは図 5.26 を発展させ, コイルに鎖交する磁束がさらに増加するよう, H 状のコアを導入している. ここでは, ある程度のサイズとなることを許容して, コアとして電磁鋼板を想定する. よってコアの透磁率を 1000 とする.



(a) : 3次元概観



(b) : 寸法詳細

図 5.37 MOR テスト用振動発電モデル

ここでは非適合ボクセル FEM を用いる. 図 5.38 のように振動発電の有限要素モデルを非適合ボクセルにより作成した. このメッシュ内の未知数は 1,434,080 である. スナップショットとして, コイルの電流を -1A , 0A , $+1\text{A}$ の 3 通りに変えて, -3mm to $+3\text{mm}$ ま

で、0.1mm 間隔で移動させて解析することにより、合計で 183 のスナップショットを得た。これから 183 の固有ベクトルを求めた。なお、非適合ボクセル FEM を用いているので、縮約された方程式は

$$\mathbf{W}^T \mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{W} \mathbf{a} = \mathbf{W}^T \mathbf{C}^T \mathbf{b} \dots\dots\dots (5.6.7)$$

である。

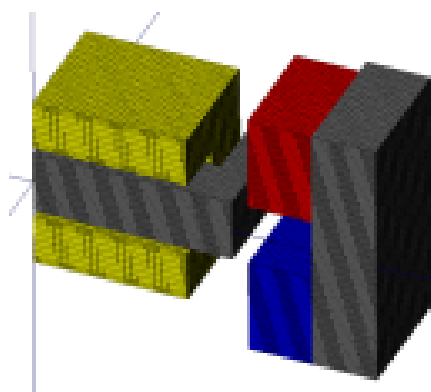


図 5.38 MOR テスト用振動発電モデルの有限要素モデル

求めた固有ベクトルのうち s 個を選んで基底ベクトルとし、 s に対する計算時間と精度を調べる。精度の評価対象として、磁石に働く電磁力 F とコイル起電力 V を求める。図 5.39 に $s=183$ (全ての固有ベクトルを使用)とした際の、スレッド数の変化に対する計算時間を示す。ここでスナップショット生成に要する時間は含んでいない。スレッド数の増加にしたがって計算時間が減少しているが、これは密行列の積を並列で計算できるためである。ただし並列数が 6 前後で飽和しているが、これは Open MP を用いて並列化したため、メモリアクセスの衝突によるものである。しかし解析時間は並列数を増やしても元問題の解析時間より長くなっていることが分かる。

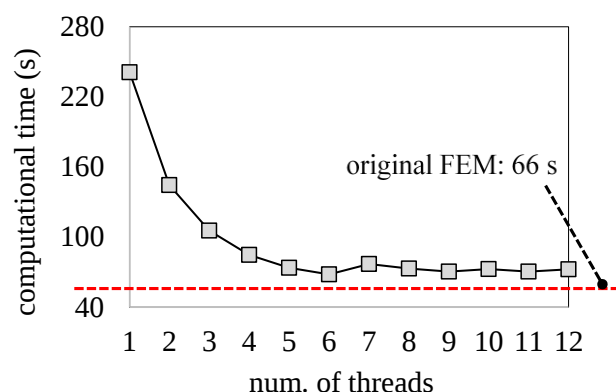


図 5.39 スレッド数に対する計算時間

次にコイルを -2mm から $+2\text{mm}$ まで、 0.1mm 間隔で移動させ、 F と V を計算し、その元問題との誤差の平均を求めた。この解析における計算時間と精度の s に対する変化を図 5.40 に示す。この結果より、 $s=183$ では誤差が小さいが、 $s=73$ では V は 10%以上となっており、重大な誤差が発生している。この理由として V が発生するコイル側の A は非適合接続の影響を大きく受けるためと、移動による磁束分布の変化の影響を強く受けるためと考えられる。特にコイル内に磁性体があるため、そこに固有値の大きな成分が集中するが、コイル内部の磁束変化は固有値の小さな成分にも依存しているためと考えられる。たいてい、 F は磁石周囲の磁束分布に依存するが、その周囲の磁束は物体の移動にさほど影響されないため、固有値の小さな成分が減っても影響が少なく、誤差があまり増加しなかったと考えられる。いずれにせよ、本問題では、MOR により解析精度を維持しつつ計算時間を削減することができないということが示された。

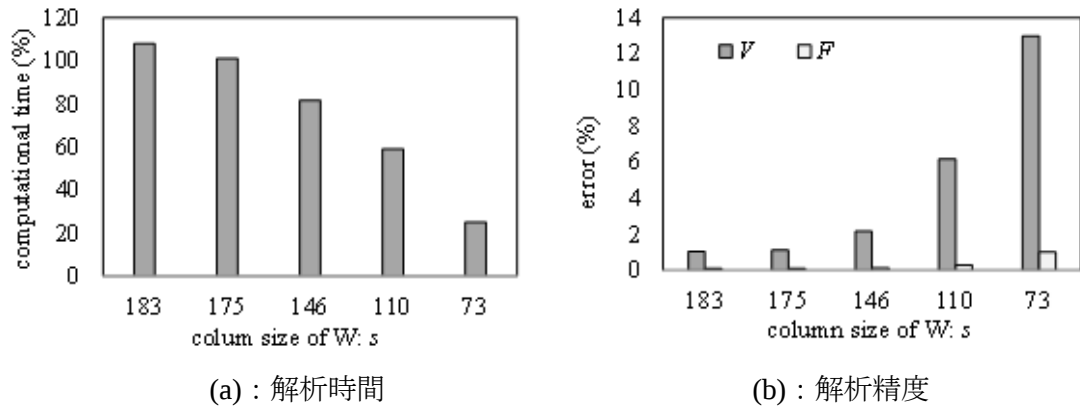


図 5.40 MOR による解析時間と精度

5.6.2 移動物体の MOR : Block-MOR

振動発電の解析で MOR は効果的に働かなかった理由は、解析精度を維持するために必要な基底ベクトル数が多いため、密行列の積に要するコストが増加してしまったためである。計算時間を減らすためには基底ベクトル数を削減する方法が必要である。

ここで、コイルが移動した際の磁場の変動は、例えば移動により、異なる磁化方向の磁石間を移動している際には大きいですが、一方の磁石の近傍で小さく移動しただけでは、コイル付近の磁場の変化は小さいと仮定できる。すなわち、コイルの位置に応じて使用する基底ベクトルを変更すれば、少ない基底数でも精度を維持できると期待できる。また、磁石付近の磁場変動は少ないため、少ない基底数で表現可能であると考えられる。

そこで従来の MOR が解析領域全体で 1 つの基底 W を使用していたのに対し、領域を幾つかに分割して、各ブロックがそれぞれ対応する基底 W_i をもつとする。図 5.41 に例として領域を 2 ブロックに分けた場合を示す。全体で 100 のスナップショットをとっていたとすると、それを 2 つのブロックで分け合うことで、1 つのブロックでの基底数は

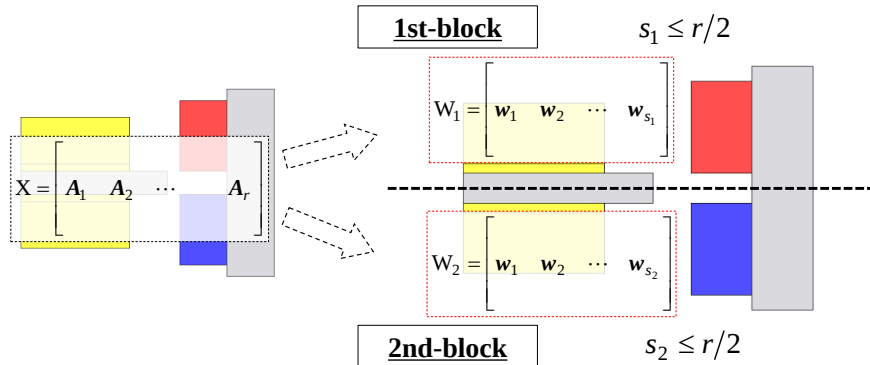
50 にすることができる．そしてコイルの位置に応じて，縮約に使用する W_i を選ばばよい．

加えて，磁石側とコイル側の未知数をそれぞれ $A^M \in \mathbb{R}^u$ ， $A^C \in \mathbb{R}^v$ とし ($n=u+v$)，それぞれに応じた基底行列を用意する．すなわち，基底 W_i を以下のように再定義する．

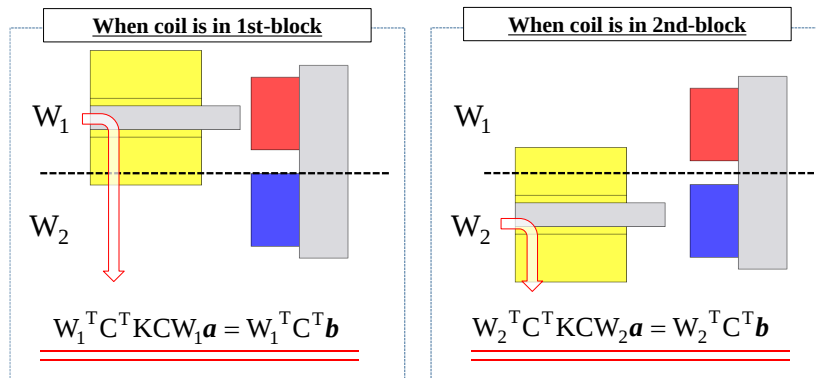
$$A = \begin{bmatrix} A^M \\ A^C \end{bmatrix} = W_i a = \begin{bmatrix} W_i^M & 0 \\ 0 & W_i^C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^M \\ a^C \end{bmatrix}, \quad \dots\dots\dots (5.6.8)$$

ここで $a^M \in \mathbb{R}^k$ ， $a^C \in \mathbb{R}^l$ であり ($s=k+l$)， $W_i^M \in \mathbb{R}^{u \times k}$ ， $W_i^C \in \mathbb{R}^{v \times l}$ である．これによって磁石側とコイル側の基底ベクトル数を独立に調整できる．さらに修正した W_i にはスパース性があるため，行列積の計算負荷を削減できると考えられる．

以上の修正された MOR を Block-MOR と呼ぶとする．



(a) : 領域の N ブロックへの分割



(b) : ブロック毎に保持する W_i

図 5.41 Block-MOR

Block-MOR で用いる領域分割を図 5.42 のように 3 通り用意し，計算時間と精度を改めて評価した．評価法は前項と同様である．それぞれのブロックで使用するスナップシ

ショット数はそれぞれ 93, 57, 39 である. このスナップショットにより, $\mathbf{w}_i^M$, $\mathbf{w}_i^C$ をそれぞれ作成するので, 全ての固有ベクトルを使用した場合の基底数はそれぞれ倍の 186, 114, 78 である. ここでは全て固有ベクトルを使用する.

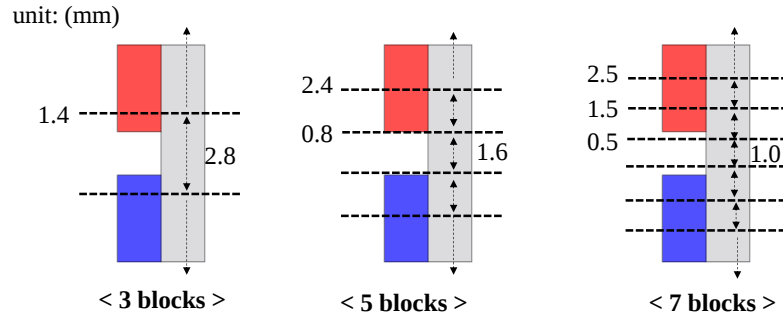


図 5.42 評価に用いるブロック

図 5.43 に Block-MOR による解析時間と精度を示す. 図 5.43(a)より, ブロック数が増加することで解析時間が減少していることが分かる. このことから基底数の削減による高速化の効果を確認できる. また 5.43(b)より, 解析誤差は元問題に対して 1%以下であり, 十分な精度が保たれている. ブロック数の増加に伴って僅かに精度が悪化しているが, ればブロックの境界における精度が影響していると考えられる.

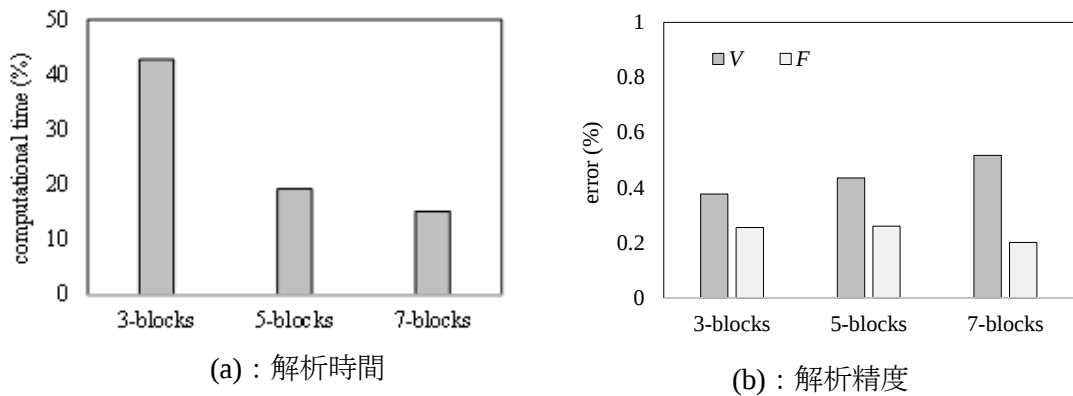


図 5.43 Block-MOR による振動発電の解析

次に 7 ブロックの場合において, 磁石側の基底数をフル使用の 39 から減らした際の解析時間と精度を図 5.44 に示す. この結果, 基底数を減らしたことで V の精度が悪化しており, その一方で, 基底数の削減が僅かなので解析時間は殆ど変化していないことがわかる. したがって本問題では, 磁石側の磁束分布も V の精度として重要であり, 全ての基底を利用することが妥当であるといえる.

以上のように, Block-MOR を使用することで精度を維持しつつ, 振動発電の解析が高

速化できることを示した．1度の解析で約80%の解析時間が削減されるため，何度も有限要素解析を繰り返す連成解析では，その分だけ解析時間が削減されるため，効果が大い．一度スナップショットを用意すれば，有限要素モデルを変えない限り，任意の機械パラメータ，回路，振動条件で同じ基底を利用すれば良いので，スナップショットに要する計算時間は無視して良いと考えられる．

また，Block-MOR で仮定した解析条件は振動発電に特有のものではなく，モータ等の移動物体を含む解析に広く当てはまると考えられる．それらの対象における Block-MOR の性能評価は今後の課題といえる．

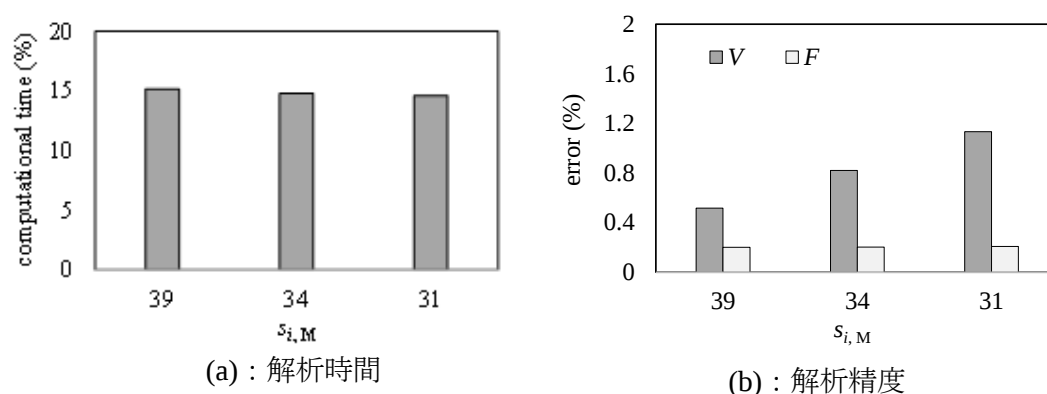


図 5.44 磁石側基底数の変化に対する性能評価

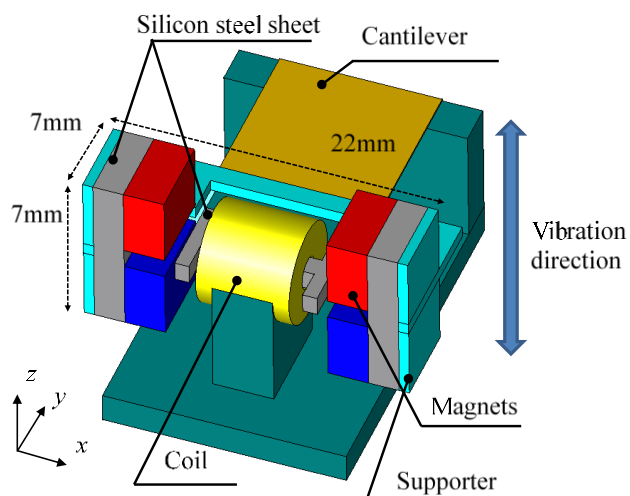
5.7 bistable 振動発電の出力改善へ向けて

ここでは 5.5 節で示した bistable 振動発電機のさらなる広帯域化・高出力化を目指して新たな構造の検討を行う．

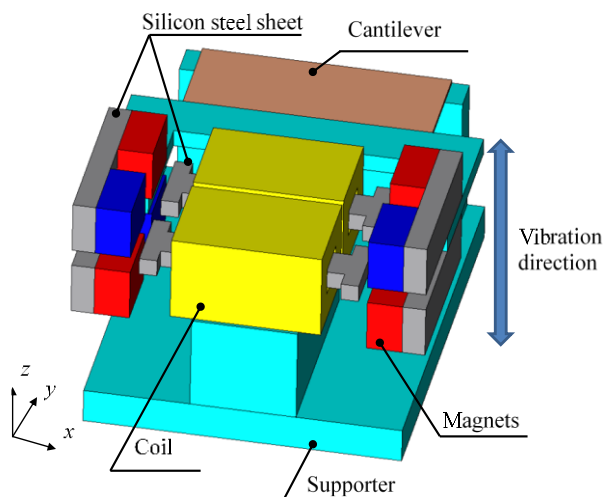
5.7.1 閉磁路構造の採用

振動発電の発電量を増加させるには前述の通り，コイルの鎖交磁束を増加させることが必要である．ここで図 5.26 の構造は磁路が閉じておらず，片側の磁石間は空隙となっており磁気抵抗が大きい．この部分の磁気抵抗を下げることで全体の磁路の磁気抵抗が低下し，磁路中の磁束量が増加すると期待できる．そこで図 5.24，図 5.35 で示した構造を閉磁路化することを考える．

図 5.45(a)に図 5.37 で示した構造をベースとした開磁路型振動発電モデル(H1-harvester)を，図 5.45(b)にその構造を元に閉磁路構造を有するよう修正した振動発電モデル(H2-harvester)をそれぞれ示す．図 5.45(b)の構造は H 状のコアを 2 つ用意し，図 5.46 のように xy 平面に対して閉磁路となる構造であり，2 つコアにそれぞれコイルを巻く．ここでは小型化より発電量を優先し，コアとして電磁鋼板 JIS 50H400 を使用する．板厚 5mm の鋼板を積層して厚さ 2mm のコアとしてコイル内に挿入する．



(a) : 開磁路構造振動発電(H1-harvester)



(b) : 閉磁路構造振動発電(H2-harvester)

図 5.45 改良型 bistable 振動発電

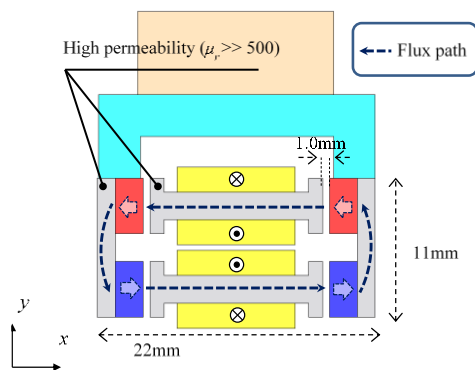


図 5.46 H2-harvester の閉磁路構造

図 5.46 に示すように磁石-コア間のギャップは 1mm とした．このギャップ長が短いほど磁気抵抗が小さくなり，発電量が改善すると見込まれるが，コア-磁石間で引付けあう電磁力が強くなり，高い製造技術を要する．そのため，ここでは製造性を鑑み，ギャップを長く設定した．

図 5.55 に示した 2 つの振動発電モデルのポテンシャルエネルギーを式(5.4.18)にしたがい計算した．結果を図 5.47 に示す．バネ定数を適当に設定することで本モデルも bistable 構造になることが示された．また，図 5.26 で示した構造に対してバネ定数が大きくなっているが，これは圧粉磁芯に対して磁気特性の良い電磁鋼板を用いたために電磁力が増加しているためである．

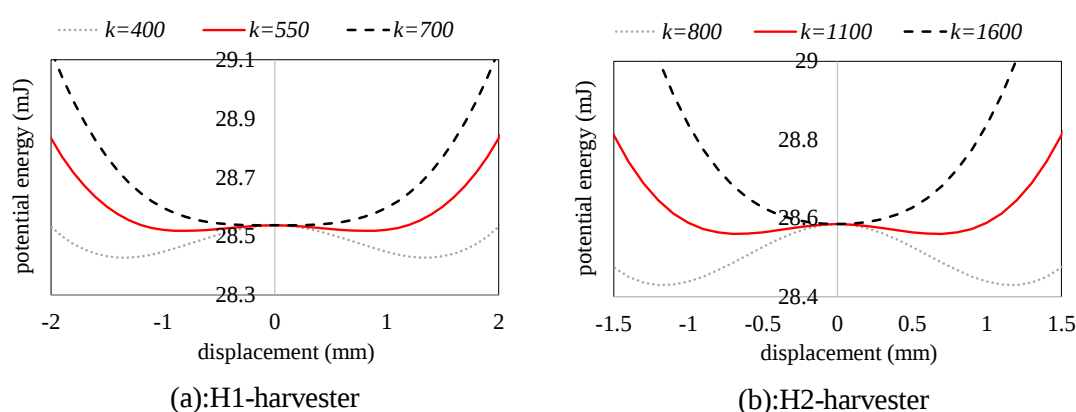


図 5.47 改良型 bistable 振動発電のポテンシャルエネルギー

5.7.2 実験

前項で示した 2 つのモデルを試作して，発電量を評価する．図 5.48 に試作した H2-harvester を示す．図 5.29 と比較して倍程度の大きさである．また表 5.1 に試作したデバイスの諸元を示す．

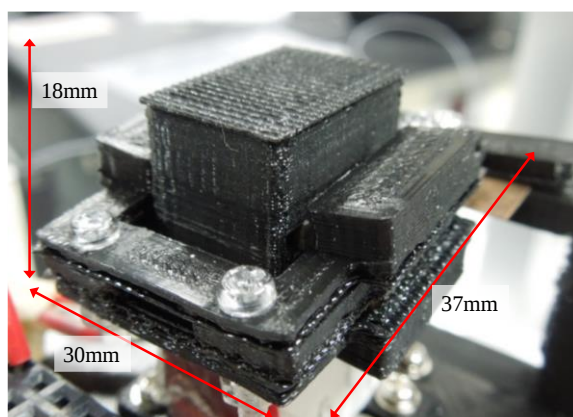


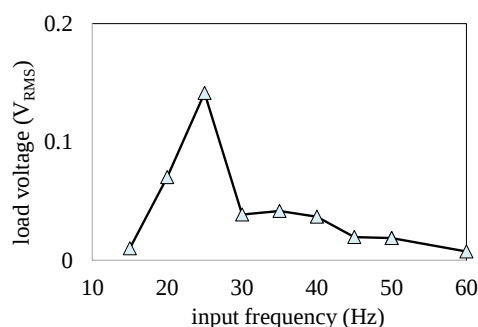
図 5.48 試作した H2-harvester

表 5.1 試作した振動発電機の諸元

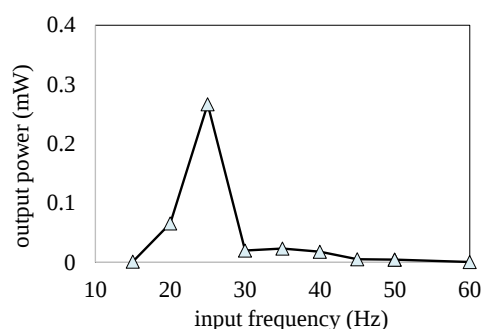
	振動部の重さ[g]	バネ定数[N/m]	コイルターン数
H1-harvester	9.1	392	700
H2-harvester	8.0	1150	840

実験は 5.5.2 項と同様の構成で行い，入力として 1G の正弦波振動を加えた．また負荷抵抗として適当に 75Ω を接続した．

図 5.49 に H1-harvester の発電量を示す．電磁鋼板の採用・サイズの増加にも関わらず，図 5.29 で示した構造と比較して発電量は改善しておらず，帯域幅も小さい．図 5.50 に H1-harvester の各周波数での挙動を示す．bistable 振動発電に特有の 3 つの動作モードが得られており，試作した H1-harvester が bistable 性を有することを示唆している．しかし図 5.47 のように帯域幅が改善していない理由としては，試作したデバイスのバネ定数が 390N/m であり，この条件では図 5.47(a)から分かるようにポテンシャル障壁が高いためと考えられる．そのため，interwell 振動が発生する周波数帯が限られて帯域幅が小さくなったと考えられる．また，高いポテンシャル井戸を超えるために振動体の速度が低下すると考えられ，その結果発電量が小さくなったと思われる．

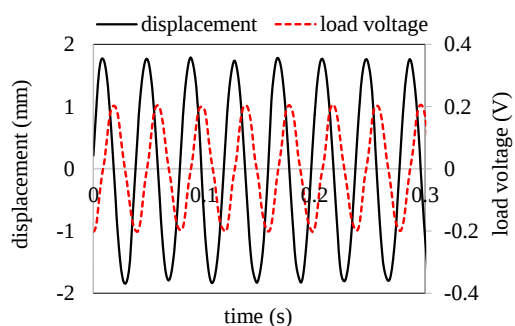


(a): 負荷電圧

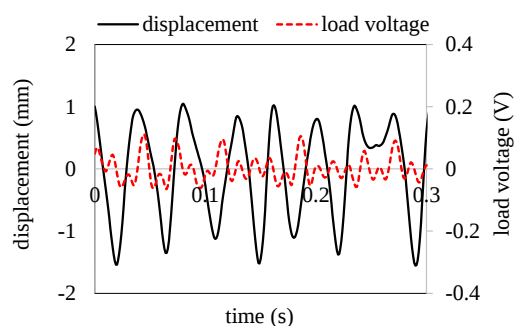


(b): 発電量

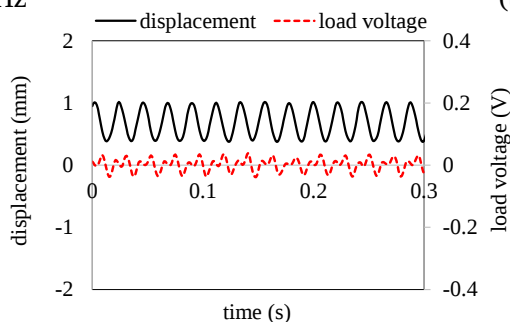
図 5.49 H1-harvester の発電量



(a): 25Hz



(b): 35Hz



(c): 45Hz

図 5.50 H1-harvester の挙動

図 5.51 に H2-harvester の発電特性を示す. H1-harvester と比較して発電量が十分に大きい. これはバネ定数が適当なことで振動部の速度が維持されるとともに, 閉磁路の効果によって発電量が効果的に改善されたことを示している. その値は最大で 2mW 強であり, 図 5.29 で示した構造の約 10 倍の発電量が得られている. また, 起電力も最大で約 0.5V_{RMS} であり, 整流ダイオードの閾値より十分に大きい. その一方で, そのような電圧が得られている周波数は 30Hz~40Hz と, 帯域幅は 10Hz 程度となっており, 広帯域化が図れていないことが分かる. また図 5.52 に示すように動作モードが 2 つしかなく, 試作した H2-harvester は bistable 性がないと判断できる. しかし図 5.49(b)より, バネ定数が約 1100N/m のときは bistable 構造となるはずであり, 実験と解析の結果が整合していない.

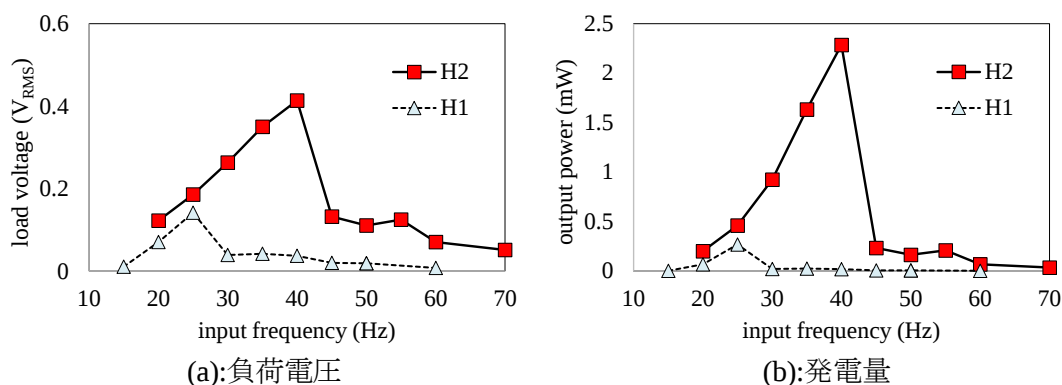


図 5.51 H2-harvester の発電量

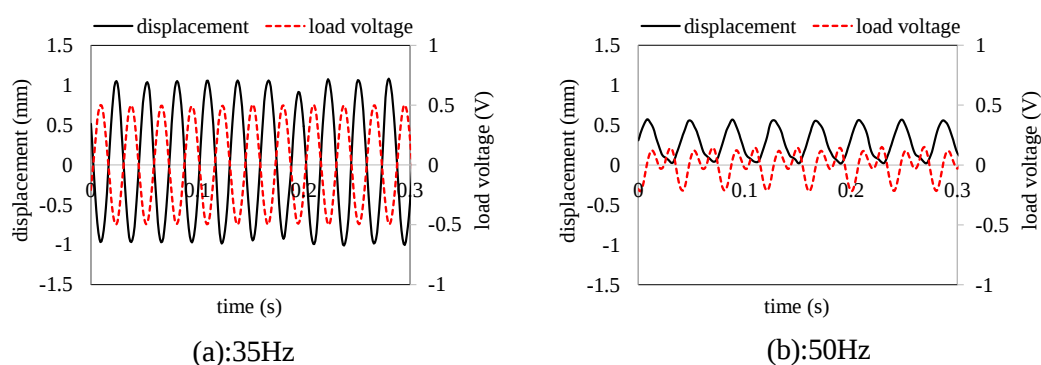


図 5.52 H2-harvester の挙動

このように試作した H2-harvester に bistable 性が見られず、広帯域化が実現されなかった理由の 1 つに、製造誤差が考えられる。解析では理想状態を仮定し、磁石とコイルの基準位置が完全に等しいと仮定している。しかし、試作した構造ではそのようにはならず、基準位置はずれてしまう。図 5.53 に、両者の基準位置が 0.2mm ずれた際の、試作したデバイスのバネ定数を仮定した場合のポテンシャルエネルギーの解析結果を示す。バネ定数が小さくポテンシャル障壁が高かった H1-harvester では bistable 構造が保たれているが、バネ定数が適当でポテンシャル障壁が低かった H2-harvester では、製造誤差により bistable 構造が崩れていることが分かる。この数値結果は、広帯域化を実現できるポテンシャル障壁の低い bistable 構造は製造誤差に弱いことを示唆している。実際に文献[132]では基準位置を変更した際の発電特性が示されており、調整次第で発電特性が大きく変化している。

このように bistable 振動発電は製造誤差に対して非ロバストであることが示唆されており、よりロバストな形状が必要であると考えられる。新たな構造の提案は今後の課題といえる。

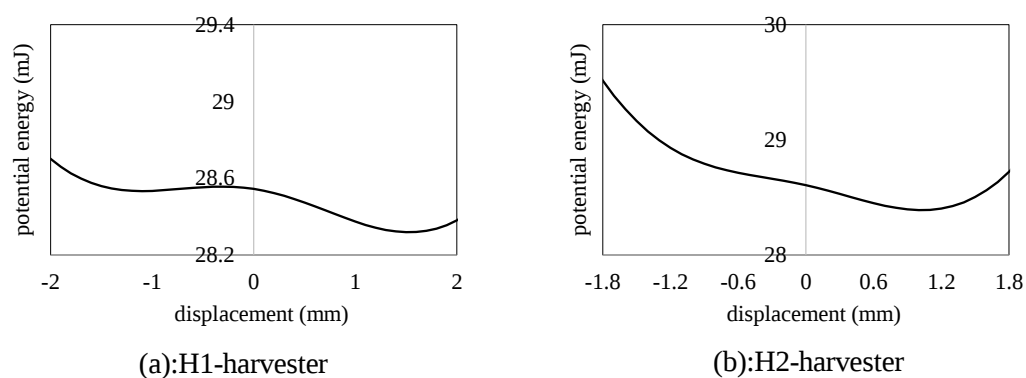


図 5.53 基準位置が 0.2mm ずれた際のポテンシャルエネルギー

5.8 5 章のまとめ

この章では、無線センサーの電力源として注目されつつある環境発電のうち、振動発電に注目した。特に電磁誘導型の振動発電を対象とし、その特性を推定するための数値シミュレーション技術を示し、**bistable** 振動発電を試作してその発電特性を実験により示した。

また、**bistable** 振動発電の発電量を改善するため、電磁鋼板を用いた閉磁路構造を持つ振動発電機を試作してその特性を実験により評価した。その結果から **bistable** 振動発電の問題点について議論した。

今後の課題としては、よりロバストでかつ広帯域な振動発電の構造を、数値シミュレーションを基にして設計し、実験によりその特性を確認することが挙げられる。

第 6 章 総括

本研究では電気機器の設計最適化の高度化を目標として、有限要素解析と進化計算に基づく最適化手法について検討を行った。形状最適化はパラメータ最適化とトポロジー最適化に大別されるが、それぞれについて、非適合ボクセル FEM に基づくパラメータ最適化法、NGnet を用いた on/off ベース最適化法について検討を行った。

有限要素法に基づき、無線センサーの電力源としての活用が検討されている電磁誘導型振動発電の設計に関する検討を行った。とくに広帯域化・高出力化を図るために、磁性コアによる特性の改善を試み、その性能を有限要素解析により評価する方法をまとめ、設計したデバイスを試作してその特性を実験により確認した。

以下に、本研究で行った各種検討について総括する。

6.2 非適合ボクセル FEM によるパラメータ最適化

3 章では、非適合ボクセル FEM による最適化法について検討した。計算機の性能向上・設計の高度化に伴い、三次元形状を対象とした解析の要望が高まっており、最適化も三次元形状を対象として行いたいという要望がある。しかし、機器の評価に有限要素解析を用いる場合、電磁界の FEM では機器形状に加えて周囲の広範な空気領域を含めたメッシュを用意する必要がある、最適化において機器形状が動的に変化すると有限要素メッシュの扱いが困難であった。

そこで本研究では機器形状に合わせて、容易にメッシュを生成できる非適合ボクセル要素を導入し、それに基づく解析・最適化の効果について検証を行った。シールド問題とリアクトル問題を対象として非適合ボクセル FEM の生成時間と精度を検証した。その結果、非適合ボクセル FEM のメッシュ生成コストは形状境界に位置する要素数の線形オーダーであることを示した。また、十分にボクセルを再分割することで精度が向上することを示した。その一方で、簡易アクチュエータモデルによる検討から、電磁力計算に節点法を用いた場合は精度が悪く、均質化法を導入するとさらに悪化することを確認した。これは形状境界に位置するボクセルの凹凸に起因するものと考えられ、局所的な磁束分布を参照する問題においては、非適合ボクセル FEM の精度が悪化する場合があることを示した。

非適合ボクセル FEM の実応用として、昇圧回路に用いるフェライトインダクタの最適化を行った。この最適化では銅損とヒステリシス損を最小化するように、多目的最適化を行った。最適化により得られた形状は、単体では銅損・ヒステリシス損ともに改善していたが、回路上ではそれらの値が最適化前と変わらなかった。この理由を考察するとともに、最適化の初期における問題設定の重要性を確認した。

6.3 NGnet を用いたトポロジー最適化

4 章では NGnet を用いた on/off 法について検討を行った。概念設計や新形状の探索において、設計変数の定義が不要なトポロジー最適化の有効性が確認されている。そこで新たな on/off ベースの方法として NGnet を導入した方法についての検討を行った。

まず、トポロジー最適化の 2 大手法の 1 つであるレベルセット法の性能を検証するため、フェーズフィールド変数を導入したレベルセット法を用いて、シールド問題と IPM モータ問題の最適化を行った。

次に NGnet を用いた on/off 法を導入した。NGnet 法は従来の on/off 法と比較して、複雑形状の発生を防ぐことができ、工学的に有意な形状を抽出可能である。この方法を用いて、レベルセット法で用いた問題と同様の問題を解いた。これらの結果を比較し、両手法の問題点・改善点について議論した。また、NGnet 法をマルチフェーズフィールド法の考えに基づき、複数材料の分布を考慮できるように改良し、IPM モータ問題に使用して、その効果を検討した。さらに NGnet 法を 8 極 IPM モータに適用し、得られた形状を試作してその特性を測定することで、提案法の有効性を確認した。

6.4 電磁誘導型振動発電の設計

5 章では電磁型振動発電の設計についての検討を行った。無線センサーの電力源として半永久的に使用でき、様々な無線センサネットワークの実現に重要とされる振動発電のうち、メンテナンスフリー性に優れると考えられる電磁型の設計を検討した。

本研究では電磁型振動発電の出力・帯域幅を改善するため、磁性コアを導入して磁路を形成するとともに非線形電磁力を利用することを考えた。非線形振動発電の動特性を解析するため、3 章で述べた非適合ボクセル FEM を利用し、振動発電の連成解析法を導入した。数値解析に基づき、bistable 性を有する構造を設計してその性能を評価した。また、bistable 振動発電を試作して、実際に帯域幅が線形振動発電に比べて拡大されていることを示した。

解析の高速化を目的として、モデル縮約を導入するとともに、移動物体の解析に適するように MOR を修正した。

また、bistable 振動発電の発電量改善を目的として、閉磁路構造を有するモデルを考え、試作してその特性を評価した。閉磁路により、発電量が改善することを示したが、bistable 振動発電が製造誤差に対して非ロバストであることを議論し、新たな構造の必要性について述べた。

以上のように、本研究では有限要素解析と進化計算に基づく、電気機器の最適設計について議論するとともに、有限要素解析を用いた振動発電の設計を検討した。本研究で検討した最適化法は従来の問題点を解消する一方、新たな問題点を示した。これら問題点を解消する新しい方法が必要であると考えられる。

付録

A 構造力学 FEM

4 章の IPM モータ問題における降伏応力の解析や，5 章の振動発電における板バネの等価バネ定数の解析では，構造力学の有限要素法を用いている．ここでは構造力学の FEM について概説する．

A.1 応力解析[133,134]

図 1 に微小体積に働く応力成分を示す．図のように応力は各方向成分が 9 つある（各平面につき 3 方向成分）．なお， $\sigma_{ij}=\sigma_{ji}$ であり， $i \neq j$ のときはせん断力 τ_{ij} の意味である．応力はテンソルであり，対称行列

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.1)$$

と表記できる．微小体積に働く各方向成分の力は各平面に働く力のそれぞれの方向成分の和なので以下となる．

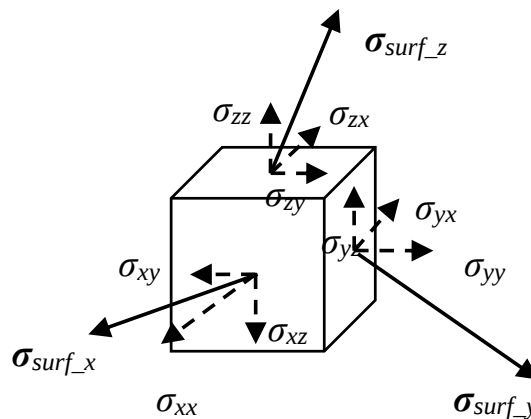


図 A.1 微小体積に働く応力

力学 FEM では仮想仕事の原理を用いて積分方程式を導く．仮想仕事の原理とは，平衡状態の物体に仮想の微小変位を与えると，応力を含めた各力のなす仕事の和がゼロに

なることを表すものである。

まず、基礎方程式を導く。図 A.1 の物体に体積力 $\mathbf{F}$ が働いており、このとき外力と物体がつりあっていると考え、つり合いを考えると以下の式を得る。

$$\int_V \mathbf{F} dV + \int_S [\sigma] \cdot \mathbf{i}_n dS = 0 \quad \text{..... (A.2)}$$

ここで上式の左辺第 2 項にガウスの発散定理を用いれば、次式が得られる。

$$\int_V (\mathbf{F} + \nabla \cdot [\sigma]) dV = 0 \quad \text{..... (A.3)}$$

応力テンソルが対称行列であるので、上式はつまり、

$$\begin{cases} F_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ F_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \\ F_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad \text{..... (A.4)}$$

となる釣り合いの式である。

次に、式(A.4)において、仮想変位 $\delta \mathbf{u} = \{u^*, v^*, w^*\}$ (ここで u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の変位である) との内積をとり、体積積分を行うと以下を得る。

$$\begin{aligned} \int_V (\mathbf{F} + \nabla \cdot [\sigma]) \cdot \delta \mathbf{u} dV &= 0 \\ &= \int_V \left\{ \left(F_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) u^* \right. \\ &\quad + \left(F_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) v^* \\ &\quad \left. + \left(F_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) w^* \right\} dV = 0 \end{aligned} \quad \text{..... (A.5)}$$

ただし仮想変位は境界 C_u 上で 0 となるとする。式(A.5)に部分積分・ガウスの発散定理などを適用して整理すると、以下を得る。

$$\int_V \varepsilon^* \cdot \sigma dV = \int_V \delta \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F} dV + \int_{C_r} \delta \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F}_s dS \quad \text{..... (A.6)}$$

ここで構成方程式：

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \lambda_1 + 2\lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & \lambda_1 + 2\lambda_2 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & \lambda_1 & \lambda_1 + 2\lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.7) \\
 &\equiv D\boldsymbol{\varepsilon}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \dots\dots\dots (A.8) \\
 \lambda_2 &= \frac{E}{2(1+\nu)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A.9)
 \end{aligned}$$

により、応力・ひずみ・変位の関係が成り立っている．ここで γ_{ij} はせん断ひずみであり、 ν はポアソン比である．一般にポアソン比は 0～0.5 であり、金属の多くは 0.3 程度となる．0.5 以下ということは体積が僅かに増加するということである．構成方程式を用いて式(A.6)を変形し、ここでは簡単のため境界力がないとすると(本研究で扱う解析では境界上の力は扱わないため)、次式を得る．

$$\delta \mathbf{u}^{*T} \left(\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right) \mathbf{u} = \delta \mathbf{u}^{*T} \left(\int_V \mathbf{N}^T \mathbf{F}_e dV \right) \dots\dots\dots (A.10)$$

ここで仮想変位は任意で選んだ定数なので消去でき、最終的に得られる方程式は以下となる．

$$\begin{aligned}
 \left(\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right) \mathbf{u} &= \left(\int_V \mathbf{N}^T \mathbf{F}_e dV \right) \dots\dots\dots (A.11) \\
 \Rightarrow \mathbf{K} \mathbf{u} &= \mathbf{b}
 \end{aligned}$$

境界に働く力は、境界条件としての外力を加える場合は、右辺に別途項が加わる．

なお、式(A.8)に示した関係式は 3 次元での場合であり、2 次元化の際には 2 通りの定

式化が考えられる．1つは「平面応力状態」であり，解析対象としている物体が， xy 平面に対して z 方向に非常に薄い場合に相当する．このとき近似的に，

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad \text{..... (A.12)}$$

なる関係が成立していると考えられる．したがって，ひずみ-応力の関係は次式となる．

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{E\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{E\nu}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{..... (A.13)}$$

もう1つは「平面ひずみ状態」であり， xy 平面に対して物体が z 方向に非常に長い場合に相当する．このとき z 方向の変位が拘束されているので，

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad \text{..... (A.14)}$$

と仮定することができ，ひずみ-応力の関係は次式となる．

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{..... (A.15)}$$

2次元形状の解析の際は，どちらの条件が適当かを考慮して定式化を行う必要がある．たとえば本研究における，IPM モータの解析の場合は， z 方向に十分に長いと考えられるので平面ひずみ状態を仮定することが適当であろう．

A.2 Wilson-Taylor の非適合要素[135]

薄板バネの曲げ弾性解析などを，1次要素を用いた FEM により行くと，その剛性が過剰に評価されてしまうことが知られている．これをロッキングという．この原因は，薄板などは2次曲線的に変形するが，1次要素ではそのような曲がりを変現できないためである．この現象は2次要素を採用することで解消することができるが，計算コストの観点から2次要素の採用が適当ではない場合がある．そこで1次要素で2次的曲がりのある問題の計算精度を高める方法として，非適合要素というものが提案されている．なお，ここでの非適合要素は3章で述べた非適合接続とは全く別のものなので注意されたい．

いま，要素内の変位 $\mathbf{u}=\{u, v, w\}$ は節点の変位の補間で表現されるが，それに加えて各

要素に独立に内部自由度 9 つを以下のように与える.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^k N_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-r^2 & 0 & 0 & 1-s^2 & 0 & 0 & 1-t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1-r^2 & 0 & 0 & 1-s^2 & 0 & 0 & 1-t^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-r^2 & 0 & 0 & 1-s^2 & 0 & 0 & 1-t^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_u \\ a_v \\ a_w \\ b_u \\ b_v \\ b_w \\ c_u \\ c_v \\ c_w \end{bmatrix} \quad \text{..... (A.16)}$$

$$\equiv \mathbf{u}_e = \mathbf{N}\mathbf{d}_e + \mathbf{P}\mathbf{a}_e$$

ここで $\mathbf{a}_e$ が内部自由度である. このときの要素内における変位のイメージを図 A.2 に示す. 加えた内部自由度により, 2 次的なたわみを表現している. ただし内部自由度は要素ごとに独立に与えるため, 要素間の辺上では変位が連続ではなくなる. これが“非適合”と呼ばれる理由である.

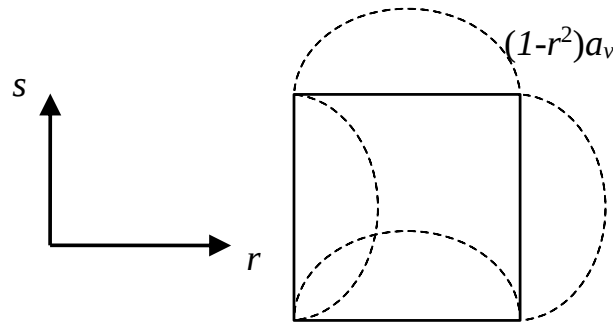


図 A.2 非適合要素の変位

ひずみは変位を微分して得られるので, 非適合要素によるひずみは以下で与えられる.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \partial \mathbf{N}\mathbf{d}_e + \partial \mathbf{P}\mathbf{a}_e \\ &= \mathbf{B}\mathbf{d}_e + \mathbf{G}\mathbf{a}_e \quad \text{..... (A.17)} \end{aligned}$$

ここで例えば,

$$(\mathbf{G})_{1,1} = -2r \frac{\partial r}{\partial x} \quad \text{..... (A.18)}$$

である. 上式を用いて要素行列を構成すると, 以下を得る.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} & \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T \mathbf{D} \mathbf{B} & \mathbf{G}^T \mathbf{D} \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_e \\ \mathbf{a}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_e \\ \mathbf{a}_e \end{bmatrix} \dots\dots\dots (\text{A.19})$$

ここで式(A.19)における第2段目は要素内で完結しているので、

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{21} \mathbf{d}_e + \mathbf{K}_{22} \mathbf{a}_e &= \mathbf{0} \\ \Rightarrow \mathbf{a}_e &= -\mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21} \mathbf{d}_e \end{aligned} \dots\dots\dots (\text{A.20})$$

を得ることができる。内部自由度は隣接要素と関連がないので、この式を式(A.19)に代入すれば、最終的な要素行列 $\mathbf{K}_e$ は以下となる。

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21} \dots\dots\dots (\text{A.21})$$

上式のような操作を静的縮約と呼ぶ。内部自由度は要素行列の作成処理内で消去され、全体行列には直接現れない。この操作により、余分なせん断剛性が除去され、曲がりを適切に表現できるようになる。

B カオスとリアプノフ指数

5章で述べた bistable 振動発電では、複雑な挙動モードがあり、その挙動は一般にカオスとされる。この例のように、ある時系列波形にカオス性があるかどうかを判定することが必要とされる。ある挙動にカオス性があるかどうかは、リアプノフ指数の符号によって判断することができる。

カオスの基本的な特徴の1つに引き伸ばしがあり、ある2つのアトラクタの2点間の距離が時間的に拡大していき、僅かに異なる初期値からスタートした場合でも、軌道がことなる初期値敏感性がある。そこで接近した2点の距離が指数関数的に大きくなっていくことをカオスの判断基準とする。

いま、ある2点があり、時刻 t_0 における距離が $\mathbf{d}_0(0)$ であったとする。そこから短い時間 $t_1 = t_0 + \Delta t$ 後の間に、2点間の距離が $\mathbf{d}_0(\Delta t)$ に発展したとする。このとき t_1 における距離 $\mathbf{d}_1(0)$ を、 $\mathbf{d}_0(0)$ と同じ長さに縮めて以下とする。

$$\mathbf{d}_1(0) = \|\mathbf{d}_0(0)\| \frac{\|\mathbf{d}_0(\Delta t)\|}{\|\mathbf{d}_0(0)\|} \dots\dots\dots (\text{B.1})$$

このようにして順次、近接軌道ベクトル $\mathbf{d}_1(0)$, $\mathbf{d}_2(0)$, $\dots$ を作っていく。最大リアプノフ指数は、

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n \Delta t} \sum_{i=1}^{n-1} \log \frac{\|\mathbf{d}_i(\Delta t)\|}{\|\mathbf{d}_i(0)\|} \dots\dots\dots (\text{B.2})$$

として得られる.

B.1 アトラクタの復元[124]

リアプノフ指数は, あるアトラクタに対して求められる. しかし一般に実験で得られる時系列波形は 1 つの状態の波形のみであり, アトラクタを直接観測することは不可能な場合がほとんどである.

文献[124]では, ある 1 つの状態の時系列波形からアトラクタを復元する方法を示した. いま, ある時系列データのベクトル $\mathbf{x}=\{x_t|t=1,\dots,N\}$ が観測されたとしよう. このデータから, M 次元のアトラクタの t における状態ベクトル $\mathbf{X}_t$ を x_t の時間遅れ信号により以下のように構成する.

$$\mathbf{X}_t = [x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(M-1)\tau}] \dots\dots\dots (B.3)$$

ここで τ は時間遅れである. このように状態を構成することで, アトラクタの軌道は

$$\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_{t+1}, \dots \dots\dots (B.4)$$

となる. このようにして得られたアトラクタは, τ を適当に設定することで, 元の時系列波形に内在するアトラクタの特徴を復元できると証明されている. この方法により復元されたアトラクタを Takens の埋め込みアトラクタと呼ぶ. 一般に, τ は平均周期の数分の一にとればよく, m は不規則波形の場合は 3 以上である必要がある.

B.2 リアプノフ指数の計算

最大リアプノフ指数は式(B.2)により与えられるが, 直接計算することは容易ではない. アトラクタ, もしくは上述した復元アトラクタからリアプノフ指数を数値的に求める方法はいくつか提案されている. ここでは少ないデータから効果的にリアプノフ指数を計算することができる Rosenstain の方法を述べる[125].

いま, 元の考えに従えば, ある近接していた軌道が指数関数的に離れる度合いをリアプノス指数としているのであるから,

$$\|\mathbf{d}_t\| = C \exp(\lambda t) \dots\dots\dots (B.5)$$

ここで $\mathbf{d}_t$ は時刻 $t=0$ において近接していた 2 点の, 時刻 t における距離, C は定数である. 式(B.5)の両辺で対数を取り, 以下を得る.

$$\log\|\mathbf{d}_t\| = \log C + \lambda t \dots\dots\dots (B.6)$$

時間について離散化すると, 時刻 t_i において, 2 点間の距離を d_i とし, タイムステップを Δt とすると, 式(B.6)は

$$\log d_i = \log C + \lambda(i\Delta t) \dots\dots\dots (B.6)$$

と書き直すことができる．ここで d_i を初期時刻 t_0 から数ステップにわたって計算し，横軸を i ，縦軸に $\log d_i$ をとれば，その点列の傾きを取ることで，

$$\lambda = \frac{\log d_i}{\Delta t} \dots\dots\dots (B.6)$$

として最大リアプノフ指数を計算できる．ただし 1 つの軌道ではノイズによる影響が含まれてしまうため，ある時刻において距離の小さい 2 点間を 1 つのペアとし，あるペアの軌道に対して式(B.6)を求める．そして K 個のペアの平均により，

$$\lambda = \frac{\langle \log d_i \rangle}{\Delta t} \dots\dots\dots (B.7)$$

としてリアプノフ指数を求める．これが Rosenstain の方法である．

謝辞

本研究を進めるにあたり，多くの方々にお世話になりました．ここに感謝の意を表します．

本論文をまとめるにあたり，常に温かいご指導を賜り，その全般にわたって終始熱心にご指導いただきました，北海道大学大学院情報科学研究科システム情報科学専攻五十嵐一教授に厚く御礼申し上げます．五十嵐教授には学部2年の授業から数えて約8年間という長い間，研究に限らず様々なことをご指導いただき，心より感謝いたします．

学部4年から修士課程までご指導いただきました現室蘭工業大学の渡邊浩太准教授に厚く御礼申し上げます．渡邊准教授には最適化についてご指導いただき，さらに異動後も国内・国際会議でお世話になりました．ここに謝意を示します．

日頃から数々の有益な御助言・御検討をして頂き，計算機の環境構築などにも御助言を頂きました野口聡准教授に謝意を表します．また，斉藤尚代女史には事務手続き全般を肩代わりしていただき，研究遂行に専念できる環境を支えていただきました．感謝申し上げます．また，研究環境の整備にご尽力いただきました今井適氏に感謝申し上げます．さらに学位論文審査において，ご指導とご助言を頂きました，北海道大学大学院情報科学研究科システム情報科学専攻の小笠原教授と北教授に御礼申し上げます，

本研究の遂行にあたり，太陽誘電株式会社の河野健二氏，鈴木道明氏にはインダクタの技術背景，圧粉磁芯の測定データのご提供など，様々な面で多大なご協力いただきました．心より感謝いたします．

トポロジー最適化の研究にあたり，IPM モータに関する御助言，要求仕様のご提示に加え，インターンシップとして受け入れてくださいました，明電舎株式会社の高橋慎矢氏，ならびに甲府パワトロ研究部の皆様に厚く御礼申し上げます．

最後に，博士課程進学之机をを与えてくださり，様々な面で支援いただいた両親に厚く御礼申し上げます．

2015 年 3 月
佐藤 孝洋

参考文献

- [1] 本間利久, 五十嵐一, 川口秀樹, “数値電磁力学-基礎と応用-,” 森北出版, 2002.
- [2] 中田高義, 高橋則雄, “電気工学の有限要素法,” 森北出版, 1986.
- [3] 高橋則雄, “三次元有限要素法 磁界解析技術の基礎,” 電気学会, 2006.
- [4] 高橋則雄, “磁気工学の有限要素法,” 朝倉書店, 2013.
- [5] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, N. Okamoto, K. Muramatsu, “Improvements of Convergence Characteristics of Newton-Raphson Method for 3-D Nonlinear Magnetic Field Analysis,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 2, pp. 1048-1051, 1992.
- [6] K. Fujiwara, T. Nakata, N. Okamoto, K. Muramatsu, “Method for Determining Relaxation Factor for Modified Newton-Raphson Method,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, No. 2, pp. 1962-1965, 1993.
- [7] K. Fujiwara, Y. Okamoto, A. Kameari, A. Ahagon, “The Newton-Raphson Method Accelerated by Using a Line Search-Comparison between Energy Functional and Residual Minimization,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 4, pp. 1726-1727, 2005.
- [8] Fonseca, C. M. and Fleming, P. J., “Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization,” *Proc. of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 416-423, 1993.
- [9] 電気学会進化技術応用調査専門委員会編: 「進化技術ハンドブック」, 近代科学社, pp. 99-113, 2010.
- [10] T. W. Athan and P. Y. Papalambros, “A Note on Weighted Criteria Methods for Compromise Solutions in Multi-objective Optimization,” *Engineering Optimization*, Vol. 27, No. 2, pp. 155-176, 1996.
- [11] 高橋則雄, “磁界系有限要素法を用いた最適化,” 森北出版, 2000.
- [12] 坂和 正敏, 田中雅博: 「遺伝的アルゴリズム」, 朝倉書店, 1995.
- [13] K. Mori, M. Tsukiyama, T. Fukuda, “Application of an immune algorithm to multi-optimization problems”, *Transaction of the Institute of Electrical Engineers of Japan, C, A publication of Electronics, Information and System Society*, Vol. 117, No. 5, pp. 593-598, 1997.
- [14] F. Herrera, M. Lozano, J. L. Verdegay, “Tackling real-coded genetic algorithms: operators and tools for behavioral analysis,” *Artificial Intelligence Review*, vol. 12, pp. 265-319, 1998.
- [15] 小林 重信, “実数値 GA のフロンティア”, *人工知能学会誌*, Vol.24, No.1 pp.128-143, 2009.
- [16] James Kennedy, Russell Eberhart, "Particle Swarm Optimization", *Proc. of IEEE*

- International Conference on Neural Networks*, pp. 1942-1948, 1995.
- [17] P. Larranaga, J. A. Lazona, "Estimation of Distribution Algorithms: A new Tool for Evolutionary Computation," *Kluwer Academic Publishers*, Norwell, MA, 2001.
- [18] M. Pelikan, D. E. Goldberg, F. G. Lobo, "A survey of optimization by building and using probabilistic models," *Comput. Optim. Appl.*, Vol. 21, No. 1, pp. 5-20, 2002.
- [19] 半田久志, "確率モデルを用いた進化計算: 分布推定アルゴリズムに関する最近の話題," システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, Vol 51, No. 2, 4-229, 2007.
- [20] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing," *Science, New Series*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.
- [21] N. Hansen, "Invariance, self-adaptation and correlated mutations in evolution strategies," *Parallel Problem Solving from Nature 6*, pp. 355-364, 2000.
- [22] M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colomni, "The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents," *IEEE Trans. on SMC-Part B*, 26(1):29-41, 1996.
- [23] R. Storn, K. Price, "Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous space," *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, No. 4, pp. 341-356, 1997.
- [24] 喜多一, 山村雅幸, "機能分担仮説に基づく実数値GAの設計指針", 計測自動制御学会論文集, Vol. 38, No. 10, pp. 612-617, 1999.
- [25] 喜多一, 小野功, 小林重信, "実数値GAのための正規分布交叉に関する理論的考察", 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 11, pp. 1333-1339, 1999.
- [26] 佐藤浩, 小野功, 小林重信, "遺伝的アルゴリズムにおける世代交代モデルの提案と評価," 人工知能学会誌, Vol 12, No. 5, pp. 734-744, 1997.
- [27] P. J. Ballester, J. Stephenson, J. N. Carter, K. Gallagher, "Real-parameter optimization performance study on the CEC-2005 benchmark with SPC-PNK," *Proc. of 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 498-505, 2005.
- [28] 秋元洋平, 羽佐田理恵, 佐久間淳, 小野功, 小林重信, "多親を用いた実数値GAのための世代交代モデル~Just Generation Gap (JGG)の提案と評価", *SICE第19回自律分散システムシンポジウム資料*, pp. 341-346, 2007.
- [29] 樋口隆英, 筒井茂義, 山村雅幸, "実数値GAにおけるシンプレックス交叉の提案". 人工知能学会誌, Vol.16, No.1, pp.146-155, 2001
- [30] 秋元洋平, 永田裕一, 佐久間淳, 小野功, 小林重信, "適応的実数値交叉 AREX の提案と評価," 人工知能学会誌, Vol 24, No. 2, pp. 446-458, 2009.
- [31] A. Komori, Yukihiro Maki, Masahiko Nakatsui, Isao Ono, Masahiro Okamoto, "Efficient Numerical Optimization Algorithm Based on New Real-Coded Genetic Algorithm, AREX+JGG, and Application to the Inverse Problem in Systems Biology," *Applied Mathematics*, vol. 3, no. 10, pp. 1463-1470, 2012.
- [32] 佐藤孝洋, 渡辺浩太, 五十嵐一, "進化型最適化手法を用いた電磁機器の高効率設計," 電気学会静止器回転機合同研究会資料, SA-11-050, RM-11-063, pp. 23-28, 2011.
- [33] K. Deb, A. Paratap, S. Agarwal, T. Meyarivan, "A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp.

- 181-197, 2002.
- [34] E. Zitzler, M. Laumanns, L. Thiele, "SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm", *TIK-Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK)*, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, 2001.
 - [35] M. Schlüter, M. Gerdt, "The oracle penalty method," *J. Glob. Optim.*, vol. 47, no. 2, pp. 293-325, 2010.
 - [36] K. Yamazaki, H. Ishigami, A. Abe, "An Adaptive Finite Element Method for Minor Shape Modification in Optimization Algorithms," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 44, No. 6, pp. 1202-1205, 2008.
 - [37] S. Odawara, Y. Gao, K. Muramatsu, T. Okitsu, D. Matsushashi, "Magnetic Field Analysis Using Voxel Modeling With Nonconforming Technique", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 47, No. 5, 2011.
 - [38] 小田原俊也, 村松和弘, "ボクセルモデルを用いた磁界解析の基礎的検討", 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-10-6 RM-10-6, pp. 31-36, 2010.
 - [39] D. Rodger, H. C. Lai, P. J. Leonard, "Coupled elements for problems involving movement", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, No. 2, pp. 548-550, 1990.
 - [40] J. C. Lai, D. Rodger, P. J. Leonard, "Coupling meshes in 3D problems involving movements", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 2, pp. 1732-1734, 1992.
 - [41] C. Golovanov, J. L. Coulomb, Y. Marechal, G. Meunier, "3D mesh connection techniques applied to movement simulation", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, No. 5, pp. 3359-3362, 1998.
 - [42] 岡本 吉史, 藤原 耕二, 石原 好之, 里 周二, "非適合接続の外部領域への適用による磁界解析の高速化", 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-10-7 RM-10-7, pp. 37-42, 2010.
 - [43] 電磁界解析高度利用技術調査専門委員会編, "電磁界解析高度利用技術," 電気学会技術報告第 1317 号, 2014.
 - [44] S. W. Sloan, "A fast algorithm for constructing Delaunay triangulations in the plane," *Advances in Engineering Software*, Vol. 9, No. 1, pp. 34-55, 1987.
 - [45] D. A. Field, "Laplacian smoothing and Delaunay triangulations," *Communications in Numerical Methods in engineering*, Vol. 4, pp. 709-712, 1988.
 - [46] A. Kameari, "Local force calculation in 3D FEM with Edge elements," *International Journal of Applied Electromagnetics in Materials* 3 pp. 231-240, 1993.
 - [47] 亀有昭久, "節点力法による電磁力解析," 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-93-11, RM-93-49, 1993.
 - [48] K. Watanabe, Y. Iijima, K. Kawano, H. Igarashi, "Voxel Based Finite Element Method Using Homogenization," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 48, No. 2, pp. 543-546, 2012.
 - [49] 寺田賢二郎, 菊池昇, "均質化法入門," 丸善, 2003.
 - [50] H. Kaimori, A. Kameari, K. Fujiwara, "FEM Computation of Magnetic Field and Iron Loss in Laminated Iron Core Using Homogenization Method," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, No. 4, pp. 1405-1408, 2007.

- [51] H. Waki, H. Igarashi, T. Honma, “Analysis of magnetic shielding effect of layered shields based on homogenization,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, No. 4, pp. 847-850, 2006.
- [52] D. J. Benson, “A mixture theory for contact in multi-material Eulerian formulations,” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol 140, No. 1-2, pp. 59-86, 1997.
- [53] K. Watanabe, F. Campelo, Y. Iijima, T. Matsuo, T. Mifune, H. Igarashi, “Optimization of Inductors Using Evolutionary Algorithms and Its Experimental Validation,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, No. 8, pp. 3393- 3396, 2010.
- [54] R. Meere, T. O’Donnell, N. Wang, N. Achotte, S. Kulkarni, S. C. O’Mathuna, “Size and Performance Tradeoffs in Micro-Inductors for High Frequency DC-DC Conversion,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 45, No. 10, pp. 4234-4237, 2009.
- [55] Instruments Incorporated©, <http://www.ti.com/>.
- [56] 特開2004-294123
- [57] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, “3-D Finite Element Method for Analyzing Magnetic Fields in Electrical Machines Excited from Voltage Sources,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 6, pp.2582-2584, 1988.
- [58] M. P. Bendsoe, N. Kikuchi, “Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, no. 2, pp. 197-224, 1988.
- [59] 西脇眞二, 泉井一浩, 菊池昇, “トポロジー最適化,” 丸善, 2013.
- [60] S. Osher J. A. Sethian, “Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 78, No. 1, pp. 12–49, 1988.
- [61] M. Y. Wang, X. Wang, D. Guo, “A level set method for structural topology optimization,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, No. 1-3, pp. 227–246, 2003.
- [62] S. Park, S. Min, S.o Yamasaki, S. Nishiwaki, J. Yoo, “Magnetic Actuator Design Using Level Set Based Topology Optimization,” *IEEE Tran. Magn.*, Vol. 34, No. 5, 2008.
- [63] 山田崇恭, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 竹澤晃弘, “レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化,” 日本機械学会論文集A, Vol. 75, No. 753, pp. 550-558, 2009.
- [64] J. K. Byun, S. Y. Hahn, “Topology optimization of electrical devices using mutual energy and sensitivity,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 35, No. 5, pp. 3718-3720, 1999.
- [65] J. K. Byun, S. Y. Hahn, “Application of topology optimization to electromagnetics and Mechines,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, Vol. 13, pp. 25-33, 2002.
- [66] Y. M. Xie G. P. Steven, “A simple evolutionary procedure for structural optimization,” *Computers and Structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885–896, 1993.
- [67] Y. Okamoto, Y. Tominaga, S. Sato, “Topological design for 3-D optimization using the combination of multistep genetic algorithm with design space reduction and nonconforming

- mesh connection,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 2, pp. 515-518, 2012.
- [68] T. Ishikawa, K. Yonetake, N. Kurita, “An Optimal Material Distribution Design of Brushless DC Motor by Genetic Algorithm Considering a Cluster of Material,” *IEEE Trans Magn.*, Vol. 47, No. 5, pp. 1310-1313, 2011.
- [69] K. Watanabe, F. Campelo, H. Igarashi, “Topology Optimization Based on Immune Algorithm and Multigrid Methods,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, No. 4, pp. 1637-1640, 2007.
- [70] Y. Okamoto, Y. Tominaga, S. Wakao, S. Sato, “Topology Optimization of Rotor Core Combined With Identification of Current Phase Angle in IPM Motor Using Multistep Genetic Algorithm,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, 2014, 7017904.
- [71] 山崎慎太郎, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝. レベルセット法に基づく機械構造物の構造最適化(新しい再初期化法の構築と剛性最大化問題への適用). 日本機械学会論文集(C 編), Vol. 73, No. 725, pp. 72-79, 2007.
- [72] 小山敏幸, 高木知弘, “フェーズフィールド法入門,” 丸善, 2013.
- [73] 実規模電磁界解析のための数値計算技術委員会編, “実規模電磁界解析のための数値計算技術,” 電気学会技術報告第1129号, 2008.
- [74] 富永悠介, 岡本吉史, 里周二, “多段階遺伝的アルゴリズムによる磁気シールドモデルの形態最適化計算,” 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-11-49, RM-11-49, pp. 17-22, 2011.
- [75] 回転機のためのバーチャルエンジニアリングのための電磁界解析技術調査専門委員会編, “回転機のためのバーチャルエンジニアリングのための電磁界解析技術” 電気学会技術報告第776号, 2000.
- [76] O. Sigmund J. Petersson, “Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima,” *Structural Optimization*, Vol. 16, No. 1, pp. 68-75, 1998.
- [77] K. Watanabe, F. Campelo, Y. Iijima, K. Kawano, T. Matsuo, T. Mifune, H. Igarashi, “Optimization of Inductors Using Evolutionary Algorithms and Its Experimental Validation,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, No. 8, pp. 3393-3396, 2010.
- [78] T. Ishikawa, K. Nakayama, N. Kurita, F. P. Dawson, “Optimization of Rotor Topology in PM Synchronous Motors by Genetic Algorithm Considering Cluster of Materials and Cleaning Procedure,” *IEEE Trans. Mang.*, vol. 50, no. 2, 2014, 7015704.
- [79] J. Moody, “Fast Learning in Networks of Locally-Tuned Processing Units,” *Neural Computation*, vol. 1, No. 2, pp. 281-294, 1989.
- [80] M. Sato, S. Ishii, “On-line EM Algorithm for the Normalized Gaussian Network,” *Neural Computation*, Vol 12, No. 2, pp407-432, 2006.
- [81] 吉本潤一郎, 石井信, 佐藤雅昭, “オンラインEMアルゴリズムによる強化学習法のacrobot 制御への応用,” 電子情報通信学会論文誌D-II, Vol. 83, No. 3, pp. 1-10, 2000.
- [82] I. Steinbach F. Pezzolla, “A generalized field method for multiphase transformations using interface fields,” *Physica D*, Vol. 134, pp.385-393, 1999.

- [83] L. A. Vese, T. F. Chan, "A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model," *Int. J. Comput. Vis.*, Vol. 50, No. 3, pp. 271–293, 2002.
- [84] J. Lee, S. Wang, "Topological Shape Optimization of Permanent Magnet in Voice Coil Motor Using Level Set Method," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 48, No. 2, pp. 931–934, 2012.
- [85] S. Lim, S. Min, J. Hong, "Low Torque Ripple Rotor Design of the Interior Permanent Magnet Motor Using the Multi-Phase Level-Set and Phase-Field Concept," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 48, No. 2, pp. 907–910, 2012.
- [86] E. Sazonov, H. Li, D. Curry, P. Pillay, "Self-Powered Sensors for Monitoring of Highway Bridges," *IEEE Sensors Journal*, vol. 9, no. 11, pp. 1422–1429, 2009.
- [87] S. Jang, H. Jo, S. Cho, K. Mechitov, J. A. Rice, S. Sim, H. Jung, C. Yun, B. F. Spencer, Jr., G. Agha "Structural health monitoring of a cable-stayed bridge using smart sensor technology: deployment and evaluation," *Smart. Mater. Struct.*, vol. 6, no. 5-6, pp. 439–459, 2010.
- [88] M. Wischke, M. Masur, M. Kröner, P. Woias, "Vibration harvesting in traffic tunnels to power wireless sensor nodes," *Smart. Mater. Struct.*, vol. 20, no. 8, 085014, 2011.
- [89] R. Das. "Energy harvesting and WSN markets and trends 2010–2020," *Energy Harvesting & Storage USA*, 2010.
- [90] 鈴木雄二(監修), "環境発電ハンドブック～電池レスワールドによる豊かな環境低負荷型社会を目指して～", エヌティエス, 2012.
- [91] A. Harb, "Energy harvesting: State-of-the-art," *Renewable Energy*, Vol. 36, No. 10, pp. 2641–2654, 2011.
- [92] R. J. M. Vullers, R. van Schajik, H. J. Visser, J. Penders, C. van Hoof, "Energy Harvesting for Autonomous Wireless Sensor Networks," *IEEE Solid-State Circuits Magazine*, Vol. 2, No. 2, pp. 29–38, 2010.
- [93] V. Leonova, P. Fiorinia, R. J. M. Vullersb, "Theory and simulation of a thermally matched micromachined thermopile in a wearable energy harvester," *Microelectronics Journal*, Vol. 42, No. 4, pp. 579–584, 2011.
- [94] S. Roundy, P. K. Wright, J. Rabaey, "A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes," *Computer Communications*, Vol. 26, No. 11, pp. 1131–1144, 2003.
- [95] C. B. Williams, C. Shearwood, M. A. Harradine, H. H. Mellor, T. S. Birch, R. B. Yates, "Development of an electromagnetic micro-generator," *IEE Proc.-Circuits, Devices and Systems*, Vol. 148, No. 6, pp. 337–342, 2001.
- [96] S. Roundy, P. K. Wright, "A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics," *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 5, pp. 1131–1144, 2004.
- [97] A. Erturk, D. J. Inman, "An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations," *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 2, 2009, 025009.
- [98] Y. Suzuki, Y. Tai, "Micromachined high-aspect-ratio parylene spring and its application to low-frequency accelerometers," *J. Microelectromech. Syst.*, Vol. 15, pp. 1364–1370, 2006.

- [99] Y. Suzuki, "Recent progress in MEMS electret generator for energy harvesting," *IEEJ Trans. Electr. Electr. Eng.*, Vol. 6, pp. 101-111, 2011.
- [100] M. Eguchi, "On the permanent electret," *Phil. Mag.*, Vol. 49, pp. 178, 1925.
- [101] L. Wang, F. G. Yuan, "Vibration energy harvesting by magnetostrictive material," *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, No. 4, 2008, 045009.
- [102] 上野敏幸, 山田外史, "磁歪材料を用いた小型振動発電素子の特性評価," 日本AEM学会誌, Vol 20, No. 1, pp. 168-173, 2012.
- [103] S. P. Beeby, R. N. Torah, M. J. Tudor, P. G. Jones, T. O'Donnell, C. R. Saha, S. Roy, "A micro electromagnetic generator for vibration energy harvesting," *J. Micromech. Microeng.* Vol. 17, No. 2, pp. 1257-1267, 2007.
- [104] D. P. Arnold, "Review of Microscale Magnetic Power Generation," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, No. 11, pp. 3940-3951, 2007.
- [105] N.G. Stephen, "On energy harvesting from ambient vibration," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 293, No. 1-2, pp. 409-425, 2006.
- [106] E. Sazonov, H. Li, D. Curry, P. Pillay, "Self-Powered Sensors for Monitoring of Highway Bridges," *IEEE Sensors Journal*, Vol. 9, No. 11, pp. 1422-1429, 2009.
- [107] D. Zhu, M. J. Tudor, S. P. Beeby, "Strategies for increasing the operating frequency range of vibration energy harvesters: a review," *Measurement Science and Technology*, Vol. 21, No. 2, 2010, 022001.
- [108] S. Ju, S. H. Chae, Y. Choi, S. Lee, H. W. Lee, C. Ji "A low frequency vibration energy harvester using magnetoelectric laminate composite," *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, No. 11, 2013, 115037.
- [109] C. Tchagsim, R. Wilhelm, P. Woias, "A smart and self-sufficient frequency tunable vibration energy," *J. Micromech. Microeng.* Vol. 21, No. 10, 2011, 104003.
- [110] D. Zhu, S. Roberts, T. Mouille, M. J. Tudor, S. P. Beeby, "General model with experimental validation of electrical resonant frequency tuning of electromagnetic vibration energy harvesters," *Smart Materials and Structures*, Vol. 21, No. 10, 2012, 105039.
- [111] L. G. W. Tvedt, D. S. Nguyen, E. Halvorsen, "Nonlinear behavior of an electrostatic energy harvester under wideband and narrowband excitation," *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 19, No. 2, pp. 305-316. 2010.
- [112] L. Tang, Y. Yang, C. K. Soh, "Toward Broadband Vibration-based Energy Harvesting," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 21, No. 18, pp. 1867-1897, 2010.
- [113] V. R. Challa, S. Cheng, D. P. Arnold, "The role of coupling strength in the performance of electrodynamic vibrational energy harvesters," *Smart. Mater. Struct.*, vol. 22, no. 2, 2013, 025005.
- [114] 蔵本由紀: リズム現象と位相ダイナミクス, リズム現象の世界(蔵本由紀編), 東京大学出版会, 2005.
- [115] 太田隆夫, "非平衡系の物理学," 裳華房, 2000.
- [116] 長嶋弘幸, 馬場良和, "カオス入門-現象の解析と数理," 培風館, 1992.

- [117]R. L. Harne, K. W. Wang, “A review of the recent research on vibration energy harvesting via bistable systems,” *Smart. Mater. Struct.*, vol. 22, no. 2, 2013, 023001.
- [118]F. C. Moon, “Chaotic and Fractal Dynamics An Introduction for Applied Scientists and Engineers,” *Wiley-Interscience*, 1992
- [119]K. Muramatsu, N. Takahashi, N. Iwao, M. Ogawa, T. Kuwahara, “Three-Dimensional Steady-State Eddy-Current Analysis of Moving Conductor Using Edge Elements and Moving-Coordinate System,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 38, No. 2, pp. 597-600, 2002.
- [120]L. R. Turner and T. Q. Hua, “Results for the cantilever beam moving in crossed magnetic fields,” *COMPEL*, vol. 9, pp. 205–216, 1990.
- [121]T. Niho, T. Horie, Y. Tanaka, “Numerical Instability of Magnetic Damping Problem of Elastic Plate,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 4, pp. 1373-1376, 2000.
- [122]H. C. Lovatt, P. A. Watterson, “Energy Stored in Permanent Magnets,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 1, pp.505-507, 1999.
- [123]H. Shokrollahi, K. Janghorban, “Soft magnetic composite materials (SMCs),” *Journal of Materials Processing Technology*, vol 189. no.1-3, pp. 1-12, 2007.
- [124]F. Takens, “Detecting strange attractors in turbulence,” *Lecture Note in Mathematics*, Vol. 898, pp. 366-381, 1981.
- [125]M. T. Rosenstein, J. J. Collins, C. J. D. Luca, “A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets,” *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 65, no. 1-2, pp. 117-134, 1993.
- [126]合原一幸, “カオス時系列解析の基礎と応用,” 産業図書, 2000.
- [127]Krysl, P., S. Lall, J. Marsden, “Dimensional Model Reduction in Non-linear Finite Element Dynamics of Solids and Structures,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 51, 2001, pp. 479-504, 2001.
- [128]G. Kerschen J. Golinval, AF. Vakakis, LA. Bergman, “The method of proper orthogonal decomposition for dynamical characterization and order reduction of mechanical systems: an overview,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 41, pp. 147–169, 2005.
- [129]S. Burgard, O. Farle and R. D. Edlinger, “A Novel Parametric Model Order Reduction Approach with Applications to Geometrically Parameterized Microwave Devices,” *COMPEL*, vol. 32, no. 5, pp. 1525-1538, 2013.
- [130]Y. Sato and H. Igarashi, “Model Reduction Based on the Method of Snapshots for Eddy Current Problems,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, pp. 1697-1700, 2013.
- [131]D. Schmidthäusler S. Schöps and M. Clemens, “Linear Subspace Reduction for Quasistatic Field Simulations to Accelerate Repeated Computations,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, 2014, 7010304.
- [132]D. Hoffmann, B. Folkmer, Y. Manoli, “Experimental Analysis of a Coupled Energy Harvesting System with Monostable and Bistable Configuration,” *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 557, 2014, 012134.
- [133]川井忠彦, 神谷紀生, 竹内則, “計算力学入門-科学技術計算の初歩-, 森北出版,

- 1993.
- [134]邵長城, “基本からわかる有限要素法,” 森北出版, 2008.
 - [135]L. R. Taylor, P. J. Beresford, E. L. Wilson, “A non-conforming element for stress analysis,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 10, No. 6, pp. 1211-1219, 1976.
 - [136]T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Three dimensional optimization using voxel-based finite element method with homogenization,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, Vol. 39, No. 1-4, pp. 761-768, 2012.
 - [137]T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, T. Matsuo, T. Mifune, K. Kawano, M. Suzuki, Y. Uehara, A. Furuya, “3-D Optimization of Ferrite Inductor Considering Hysteresis Loss,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 49, No. 5, pp. 2129-2132, 2013.
 - [138]T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Accuracy evaluation of three-dimensional FE analysis based on nonconforming voxel element,” *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 33 No. 1/2, pp. 181-190, 2014.
 - [139]T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “A modified immune algorithm with spatial filtering for multiobjective topology optimisation of electromagnetic devices,” *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 33 No. 3, pp. 821-833, 2014.
 - [140]Y. Hidaka, T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Stochastic topology optimization based on level-set method,” *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 33, No. 6, pp. 1904-1919, 2014.
 - [141]T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Coupled Analysis of Electromagnetic Vibration Energy Harvester With Nonlinear Oscillation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 50, No. 2, 2014, 7007604.
 - [142]Y. Hidaka, T. Sato, H. Igarashi, “Topology Optimization Method Based on On-Off Method and Level Set Approach,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 50, No. 2, 2014, 7015204.
 - [143]S. Sato, T. Sato, H. Igarashi, “Topology Optimization of Synchronous Reluctance Motor Using Normalized Gaussian Network,” *IEEE Transactions on Magnetics*, 2015, to be published.
 - [144]T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Multimaterial Topology Optimization of Electric Machines Based on Normalized Gaussian Network,” *IEEE Transactions on Magnetics*, 2015, to be published.
 - [145]T. Sato, S. Aya, H. Igarashi, M. Suzuki, Y. Iwasaki, K. Kawano, “Loss Computation of Soft Magnetic Composite Inductors Based on Interpolated Scalar Magnetic Property,” *IEEE Transactions on Magnetics*, 2015, to be published.
 - [146]佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “静磁場問題のトポロジー最適化におけるレベルセット法と進化型 on/off 法,” *計算数理工学論文集*, Vol. 14, No. 6, pp. 13-18, 2014, 06-14120.
 - [147]佐藤孝洋, 五十嵐一, 高橋慎矢, 内山翔, 松尾圭祐, 松橋大器, “トポロジー最適

化による埋込磁石同期モータの回転子形状最適化,” 電気学会論文誌 D(産業応用部門誌), Vol. 135, No. 4, 2015. to be published

- [148]Takahiro Sato, Hajime Igarashi, “A Chaotic Vibration Energy Harvester Using Magnetic Material,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 2, 025033, 2015.

研究業績

査読付き学術論文

- [1] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Three dimensional optimization using voxel-based finite element method with homogenization,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, Vol. 39, No. 1-4, pp. 761-768, 2012.
- [2] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, T. Matsuo, T. Mifune, K. Kawano, M. Suzuki, Y. Uehara, A. Furuya, “3-D Optimization of Ferrite Inductor Considering Hysteresis Loss,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 49, No. 5, pp. 2129-2132, 2013.
- [3] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Accuracy evaluation of three-dimensional FE analysis based on nonconforming voxel element,” *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 33 No. 1/2, pp. 181-190, 2014.
- [4] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “A modified immune algorithm with spatial filtering for multiobjective topology optimisation of electromagnetic devices,” *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 33 No. 3, pp. 821-833, 2014.
- [5] Y. Hidaka, T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Stochastic topology optimization based on level-set method,” *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 33, No. 6, pp. 1904-1919, 2014.
- [6] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Coupled Analysis of Electromagnetic Vibration Energy Harvester With Nonlinear Oscillation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 50, No. 2, 2014, 7007604.
- [7] Y. Hidaka, T. Sato, H. Igarashi, “Topology Optimization Method Based on On-Off Method and Level Set Approach,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 50, No. 2, 2014, 7015204.
- [8] S. Sato, T. Sato, H. Igarashi, “Topology Optimization of Synchronous Reluctance Motor Using Normalized Gaussian Network,” *IEEE Transactions on Magnetics*, 2015, to be published.
- [9] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Multimaterial Topology Optimization of Electric Machines Based on Normalized Gaussian Network,” *IEEE Transactions on Magnetics*, 2015, to be published.
- [10] T. Sato, S. Aya, H. Igarashi, M. Suzuki, Y. Iwasaki, K. Kawano, “Loss Computation of Soft Magnetic Composite Inductors Based on Interpolated Scalar Magnetic Property,” *IEEE Transactions on Magnetics*, 2015, to be published.
- [11] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “静磁場問題のトポロジー最適化におけるレベルセット法と進化的 on/off 法,” *計算数理工学論文集*, Vol. 14, No. 6, pp. 13-18, 2014, 06-14120.

- [12] 佐藤孝洋, 五十嵐一, 高橋慎矢, 内山翔, 松尾圭祐, 松橋大器, “トポロジー最適化による埋込磁石同期モータの回転子形状最適化,” *電気学会論文誌 D(産業応用部門誌)*, Vol. 135, No. 4, 2015. to be published
- [13] Takahiro Sato, Hajime Igarashi, “A Chaotic Vibration Energy Harvester Using Magnetic Material,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 2, 2015, 025033.

国際会議プロシーディング

- [1] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Acquisition of adaptive walking behaviors using machine learning with Central Pattern Generator,” *The 2010 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN) in IEEE World Congress on Computational Intelligence 2010, (WCCI2010)* N-506, pp. 552-559, 2010.
- [2] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Multi-Objective Topology Optimization Based on Immune Algorithm for Electromagnetic Devices,” *30th Japan Society for Simulation Technology Annual Conference (JSST2011)*, 81, 2011.
- [3] T. Sato, H. Igarashi, “A New Wideband Electromagnetic Vibration Energy Harvester with Chaotic Oscillation,” *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 476, 2013, 012129.
- [4] T. Sato, Y. Sato, H. Igarashi, “Model Order Reduction for Moving Objects: Fast Simulation of Vibration Energy Harvesters,” *The 16th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering*, O4-4, 2014.
- [5] T. Sato, H. Igarashi, “A Bistable Vibration Energy Harvester with Closed Magnetic Circuit,” *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 557, 2014, 012081.

解説論文

- [1] 佐藤孝洋, 五十嵐一, “電磁誘導型振動発電-非線形振動による広帯域化-,” *日本 AEM 学会誌*, Vol. 22, No. 3, pp. 374-379, 2014.
- [2] 佐藤孝洋, “非線形振動を活用した広帯域振動発電の開発,” *電気評論*, 第 608 号, 2014.

講演(国際会議)

- [1] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Acquisition of adaptive walking behaviors using machine learning with Central Pattern Generator,” *Joint Conference On Neural Networks (IJCNN2010), in IEEE World Congress on Computational Intelligence 2010 (WCCI2010)*, #N-506, Barcelona, Spain, July, 2010.
- [2] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, “Three Dimensional Optimization Using the Voxel Based Finite Element Method with Homogenization,” *15th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics (ISEM2011)*, PS2-29, pp. 351-352, Napoli, Italy, September, 2011.

- [3] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "Multi-Objective Topology Optimization Based on Immune Algorithm for Electromagnetic Devices," *30th Japan Society for Simulation Technology Annual Conference (JSST 2011)*, #81, Tokyo, Japan, October, 2011.
- [4] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "Three Dimensional Optimization of Inductors Based on Nonconforming Voxel FE Analysis," *IEEE International Magnetics Conference 2012 (Intermag2012)*, HQ-12, Vancouver, Canada, May, 2012.
- [5] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "Accuracy Evaluation of Three Dimensional FE Analysis Based on Nonconforming Voxel Element," *The Sixth International Conference on Electromagnetic Field Problems and Applications (ICEF'2012)*, Dailen, China, June, 2012.
- [6] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Topology Optimization of Electromagnetic Devices," *12th International Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism*, Gent, Belgium, September, 2012.
- [7] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "Three Dimensional Shape Optimization of Electromagnetic Devices Based on Nonconforming Voxel Finite Element Method," *The Fifteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2012)*, MP4-5, Oita, Japan, November, 2012.
- [8] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, K. Kawano, M. Suzuki, U. Uehara, and A. Furuya, "3D Optimization of Ferrite Inductor Considering Hysteresis Loss," *The Fifteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2012)*, MA2-1, Oita, Japan, November, 2012.
- [9] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "Coupled Analysis of Vibration Energy Harvesters Based on Nonconforming Voxel FEM," *The 19th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (Compumag2013)*, CMP-453, Budapest Hungary, July, 2013.
- [10] T. Sato, H. Igarashi, "A New Wideband Electromagnetic Vibration Energy Harvester with Chaotic Oscillation," *The 13th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS2013)*, Fr1A.4, London, UK, December, 2013.
- [11] T. Sato, S. Aya, H. Igarashi, M. Suzuki, Y. Iwasaki, K. Kawano, "Loss Computation of Inductors Based on Preprocessed Interpolation," *The Sixteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2014)*, PC-1-20, Annecy, France, May, 2014.
- [12] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "Multimaterial Topology Optimization Using Normalized Gaussian Network," *The Sixteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2014)*, PF-3-15, Annecy, France, May, 2014.
- [13] T. Sato, Y. Sato, H. Igarashi, "Model Order Reduction for Moving Objects: Fast Simulation of Vibration Energy Harvesters," *The 16th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering (IGTE2014)*, O4-4, Graz, Austria, September, 2014.
- [14] T. Sato, H. Igarashi, "An Electromagnetic Vibration Energy Harvester With Strong Electro-mechanical Coupling," *International Workshop on Green Solutions for Body Area Networks (Greenban2014)*, Paris, France, November, 2014.

- [15] T. Sato, H. Igarashi, “A Bistable Vibration Energy Harvester with Closed Magnetic Circuit,” The 14th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS2014), TP03, Awaji, Japan, November, 2014.

講演(国内会議)

- [1] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “中枢パターン生成器と機械学習の結合的手法によるロボットの歩行運動自動獲得,” 第26回ファジィシステムシンポジウム, #WE2-2, 広島, 2010年9月.
- [2] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “中枢パターン発生器と機械学習によるロボットの運動獲得,” 平成22年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会, #010, 札幌, 2010年10月.
- [3] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “中枢パターン生成器と機械学習によるロボットの運動自動獲得,” 第19回MAGDAカンファレンス in 札幌, #PS4-TB23, pp. 727-732, 札幌, 2010年11月.
- [4] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “進化型最適化手法を用いた電磁機器の高効率設計,” 電気学会・静止器回転機合同研究会, SA-12-027, RM-12-027, 新潟, 2011年8月.
- [5] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “非適合ボクセル有限要素を用いた三次元形状最適化,” 電気学会・静止器回転機合同研究会, SA-11-050, RM-11-063, 大阪, 2012年1月.
- [6] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “非適合ボクセル有限要素法による電磁機器の三次元形状パラメータ最適化,” 第17回計算工学講演会, 京都, 2012年5月.
- [7] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “昇圧回路の高効率化を目的としたインダクタの3次元形状最適化,” 電気学会・静止器回転機合同研究会(2012年夏季), SA-12-080, RM-12-095, 函館, 2012年9月.
- [8] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “非適合ボクセル有限要素法を用いた数値解析とその応用,” 第2回計算力学講演会, 神戸, 2012年10月.
- [9] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “電磁誘導型振動発電デバイスの電磁界解析に関する基礎検討,” 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-13-016, RM-13-016, 東京, 2013年1月.
- [10] 佐藤孝洋, 五十嵐一, “電磁誘導型振動発電デバイスの電気-機械系連成解析,” 第25回電磁力関連のダイナミクスシンポジウム, 15B2-5, 箱根, 2013年5月.
- [11] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “正規化ガウス関数ネットワークを用いた電気機器のトポロジー最適化法,” 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-13-016, RM-13-016, 秋田, 2013年9月.
- [12] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “応力分布を考慮した埋込磁石同期モータの位相最適化,” 日本機械学会第26回計算力学講演会(CMD2013), 510, 佐賀, 2013年11月.
- [13] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “NGnetを用いたマルチマテリアル位相最適化,”

- 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-14-016, RM-14-016, 八王子, 2014 年 1 月.
- [14] 佐藤孝洋, 五十嵐一, “電磁誘導型振動発電の数値解析と実験結果の比較,” 平成 26 年電気学会全国大会, 53-A4, 松山, 2014 年 4 月.
- [15] 佐藤孝洋, 五十嵐一, “NGnet を用いた IPM モータの多目的トポロジー最適化,” 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-14-074, RM-14-090, 宇都宮, 2014 年 9 月.
- [16] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “電磁鋼板を用いた電磁型振動発電,” 平成 26 年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会, #016, 札幌, 2014 年 10 月.
- [17] 佐藤孝洋, 佐藤佑樹, 五十嵐一, “モデル縮約を用いたカオス振動発電の数値連成解析,” 日本機械学会第 27 回計算力学講演会(CMD2014), 02237, 盛岡, 2014 年 11 月.
- [18] 佐藤孝洋, 渡邊浩太, 五十嵐一, “静磁場問題のトポロジー最適化におけるレベルセット法と進化型 on/off 法,” 計算数理工学シンポジウム(JASCOME シンポジウム 2014), JA146, 松本, 2014 年 12 月.

特許

- [1] 受付番号 P2014-031

賞罰

- [1] 「北海道大学 財団法人北海道大学クラーク記念財団 クラーク賞」受賞, 2010 年 3 月.
- [2] 「パワーアカデミー研究助成(2012-2013 年): 萌芽研究 (博士課程学生枠)」採択, 2012 年 12 月.
- [3] 「クラーク財団博士後期課程在学生研究助成採択」, 2013 年 6 月.
- [4] 「電気学会 静止器技術委員会 優秀奨励賞」受賞, 2013 年 2 月.
- [5] 「パワーアカデミー萌芽研究優秀賞」受賞, 2014 年 3 月.
- [6] 「CEFC2014 Best Paper Prize」受賞, 2014 年 5 月.
- [7] 「JSST2014 Student Presentation Award」受賞, 2014 年 9 月.
- [8] 「平成 26 年度電気情報関係学会北海道支部大会 優秀発表賞」受賞, 2014 年 10 月.