



Title	高温超電導量子干渉素子の量子的特性を考慮した数値解析に関する研究
Author(s)	寺内, 直也
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第11769号
Issue Date	2015-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k11769
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/58946
Type	doctoral thesis
File Information	Naoya_Terauchi.pdf



博士論文

高温超電導量子干渉素子の量子的特性を
考慮した数値解析に関する研究

寺内直也

2015 年 3 月

北海道大学 大学院情報科学研究科
システム情報科学専攻

本論文は北海道大学 大学院情報科学研究科に
博士（情報科学）授与の要件として提出した博士論文である。

寺内直也

審査委員： 主査 野口聡 准教授
 副査 五十嵐一 教授
 北裕幸 教授

高温超電導量子干渉素子の量子的特性を

考慮した数値解析に関する研究*

寺内直也

概要

超電導量子干渉素子(SQUID)は、非常に高感度な磁気センサである。非常に微弱な磁束を検出することができ、非破壊検査(NDE)や低磁場における核磁気共鳴画像法(Low field MRI)など、様々な分野でその応用が研究されている。多くの応用では、SQUID は磁気シールドルームを伴って使用される。これは SQUID が磁気ノイズ環境で、不安定動作を引き起こすためである。近年、SQUID の磁気ノイズに対する耐性を向上させ、通常磁気環境における安定動作を実現するための研究が数多くなされている。

本研究では、SQUID に対して有限要素法を用いて、数値シミュレーションを行った。この解析によって、SQUID マグネトメータの性能を向上させるために提案されている超電導薄膜磁気シールドの効果を検証した。

また、SQUID の現象をより正確に表現するために、ジョセフソン接合の特性を考慮した解析を行った。ジョセフソン接合における量子的な振る舞いを考慮するために、有限要素法に等価回路方程式を組み合わせた。この解析により、量子的な現象を考慮したマクロ・レベルでの数値解析を行うことができた。

キーワード：超電導，SQUID，電磁界解析，ジョセフソン接合

*北海道大学 大学院情報科学研究科システム情報科学専攻，博士論文，SSI-DT79125039，2015年1月21日

Study on numerical simulation of HTS-SQUID considering quantum characteristics[†]

Naoya Terauchi

Abstract

A superconducting quantum interference device (SQUID) is a high sensitive magnetic sensor. It can measure a very small amount of magnetic flux, and is widely used in various applications such as a nondestructive evaluation (NDE) and a low field magnetic resonance imaging (MRI). In many cases of such applications, the SQUID is used inside a magnetic shielding room. The reason is that the SQUID transitions to unstable state under magnetic noise. Recently, to improve the robustness with respect to magnetic noise of the SQUID sensor and to realize the stable operation in normal magnetic environment, many researches are widely performed.

In this study, the numerical simulation of SQUID is performed by the finite element method (FEM). From the simulation, the effectiveness of the superconducting film magnetic-shield which has been proposed to improve the performance of the SQUID magnetometer is confirmed.

Moreover, the analysis taking into account the characteristic of the Josephson junction is performed to express the phenomenon of the SQUID more precisely. To consider the quantum behavior of Josephson junction in the SQUID, the equivalent circuit is embedded in FEM. As a result, the macro-scale simulation taking account of the micro-scale phenomenon is performed.

Key words: Superconductivity, SQUID, Electromagnetic field simulation, Josephson junction

[†] Doctoral Thesis, Division of Systems and Information Engineering, Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University, SSI-DT79125039, January 21, 2015

目次

第 1 章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 研究の目的	2
1.2.1 SQUID マグネットメータの内部現象の解明	3
1.2.2 超電導薄膜磁気シールドの効果の数値シミュレーションによる検証	3
1.2.3 ジョセフソン接合の特性を考慮した SQUID の解析	3
1.3 本論文の構成	4
第 2 章 dc-SQUID マグネットメータの概要	7
2.1 SQUID	7
2.1.1 SQUID の概要	7
2.1.2 SQUID の構成	8
2.1.3 dc-SQUID の動作原理	8
2.1.4 SQUID の問題点	12
2.2 SQUID マグネットメータ	14
2.2.1 ピックアップループ	14
2.2.2 SQUID マグネットメータの形状	15
2.2.3 磁束の伝達方法	16
2.3 超電導薄膜磁気シールド	18
2.3.1 原理	18
2.3.2 形状	20
2.4 まとめ	22
第 3 章 超電導薄膜磁気シールドに関する検討	23
3.1 概説	23
3.2 解析手法	24
3.2.1 有限要素法	24
3.2.2 電磁界解析の基礎方程式	24
3.2.3 準定常磁界の基礎方程式	25
3.2.4 支配方程式	26
3.2.5 仮想導電率	27
3.2.6 四面体要素による解析	30
3.2.7 解析結果の考察	32
3.2.8 要素形状に関する検討	34

3.2.9	六面体要素による解析	35
3.2.10	ジョセフソン接合の取り扱い	37
3.3	超電導薄膜磁気シールドの効果の検証	40
3.3.1	解析結果	40
3.3.2	考察	47
3.4	超電導薄膜磁気シールドの形状最適化	50
3.4.1	Particle Swarm Optimization	50
3.4.2	初期メッシュの影響を受けにくい最適化手法	52
3.4.3	目的関数	55
3.4.4	設計変数	56
3.4.5	最適化結果	56
3.5	まとめ	61
第 4 章	ジョセフソン接合の特性に関する検討	63
4.1	概説	63
4.2	ジョセフソン接合	64
4.2.1	ジョセフソン効果	64
4.2.2	基本式	65
4.2.3	等価回路	65
4.2.4	非線形電流電圧特性	66
4.3	ジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析	70
4.3.1	非線形電流電圧特性のモデル化	70
4.3.2	解析モデル	71
4.3.3	解析手法	72
4.3.4	解析結果	73
4.3.5	解析結果の考察	76
4.4	ジョセフソン接合の位相差を考慮した解析	77
4.4.1	磁束の量子化	77
4.4.2	dc-SQUID の等価回路	79
4.4.3	解析手法	81
4.4.4	解析結果	84
4.4.5	解析結果の考察	88
4.4.6	磁束電圧特性	90
4.5	まとめ	92
第 5 章	総括	95
付録 A	バイアス電流・外部磁界の印加方法	101
A.1	バイアス電流の印加方法	101
A.2	外部磁界の印加方法	103
付録 B	磁束の量子化条件	105

B.1	フラクソイド	105
B.2	dc-SQUID における磁束の量子化.....	107
参考文献		109
謝辞		115
研究業績		117

目次

2.1	SQUID の感度と環境雑音	7
2.2	SQUID の概略図	8
2.3	磁界を印加していない場合の dc-SQUID の電流電圧特性	9
2.4	磁界印加時の dc-SQUID の電流電圧特性	9
2.5	dc-SQUID のゼロ電圧電流の磁束依存性	10
2.6	dc-SQUID の磁束電圧特性	11
2.7	FLL 回路	11
2.8	磁束トラップの発生	12
2.9	磁気シールドルームを用いた測定	13
2.10	検出コイルの方式	14
2.11	SQUID リングの形状	15
2.12	dc-SQUID マグネットメータの形状	15
2.13	dc-SQUID マグネットメータにおける磁束の伝達	17
2.14	超電導薄膜磁気シールドの取り付け例	18
2.15	超電導薄膜磁気シールドのマイスナー効果	19
2.16	超電導薄膜磁気シールドの効果	20
2.17	超電導薄膜磁気シールドの形状	20
2.18	超電導薄膜磁気シールドの取り付け位置	21
3.1	E - J 特性	27
3.2	有限要素解析のフローチャート	29
3.3	解析モデル	30
3.4	SQUID リングの電流密度分布(四面体要素)	31
3.5	SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化(四面体要素)	32
3.6	ピックアップループにおける遮蔽電流の経路	33
3.7	SQUID リング部における遮蔽電流の経路	33
3.8	ギャップ部のメッシュ断面図(四面体要素)	34
3.9	要素形状	35
3.10	ギャップ部のメッシュ断面図(六面体要素)	35
3.11	SQUID リングにおける電流密度分布(六面体要素)	36
3.12	SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化(六面体要素)	37
3.13	SQUID リング部における遮蔽電流の経路(抵抗)	38
3.14	SQUID リング部の電流密度分布	38

3.15	SQUID リングの鎖交磁束量の時間変化	39
3.16	SQUID リングの電流密度分布(シールド無し)	40
3.17	SQUID リングの電流密度分布(四角形シールド)	41
3.18	SQUID リングの電流密度分布(十字型シールド)	41
3.19	SQUID マグネットメータの電流密度分布(シールド無し)	42
3.20	SQUID マグネットメータの電流密度分布(四角形シールド)	42
3.21	SQUID マグネットメータの電流密度分布(十字型シールド)	43
3.22	電流密度分布(四角形シールド)	44
3.23	電流密度分布(十字型シールド)	44
3.24	SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化	45
3.25	解析結果と実験結果の比較	46
3.26	ピックアップループ間の空気領域	47
3.27	ピックアップループ間の空気領域を通過する磁束の減少量	48
3.28	ピックアップループに鎖交する磁束の増加量	48
3.29	超電導薄膜磁気シールドによる磁束の排除	49
3.30	ピックアップループにおける電流密度分布の比較	50
3.31	PSO のフローチャート	52
3.32	初期メッシュからのメッシュ変形	53
3.33	コンセプト図	55
3.34	設計変数	56
3.35	探索点のプロット	59
3.36	探索点のプロット(改良 PSO 法)	60
3.37	K 平均法によるクラスタリング結果	60
4.1	ジョセフソン接合	64
4.2	ジョセフソン接合の等価回路	65
4.3	ジョセフソン接合の等価回路($C = 0$)	66
4.4	電流量と位相差の関係	67
4.5	ジョセフソン接合の位相差の時間変化	68
4.6	ジョセフソン接合の電圧の時間変化	68
4.7	非線形電流電圧特性	69
4.8	簡略化した非線形特性	70
4.9	dc-SQUID リングの 2 次元形状	71
4.10	解析モデル	71
4.11	解析の流れ	72
4.12	鎖交磁束の時間変化	74
4.13	電圧の時間変化	74
4.14	SQUID リングの電流密度分布	75
4.15	超電導リングと磁束	78
4.16	SQUID リングと磁束	78

4.17	dc-SQUID の等価回路	80
4.18	解析手法のフローチャート	82
4.19	ジョセフソン接合の位相差の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0$)	85
4.20	SQUID の電圧の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0$)	85
4.21	電流密度分布($\Phi_{\text{ext}} = 0$)	86
4.22	ジョセフソン接合の位相差の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0.1 \Phi_0$)	86
4.23	SQUID の電圧の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0.1 \Phi_0$)	87
4.24	電流密度分布($\Phi_{\text{ext}} = 0.1 \Phi_0$)	88
4.25	矩形ループコイル	89
4.26	dc-SQUID の Φ - V 特性	90
4.27	周期の変化	95
A.1	バイアス電流の流入・流出する要素	102
A.2	境界条件の設定	103
A.3	任意の要素の面上におけるポテンシャル	104
B.1	超電導リングと内部の閉曲線 c	105
B.2	dc-SQUID と内部の閉曲線 c	107

表目次

3.1	解析諸元	30
3.2	解析モデル諸元	36
3.3	SQUID リングに鎖交する磁束量	45
3.4	SQUID マグネットメータの有効捕獲面積	46
3.5	通常の PSO による最適化結果	56
3.6	改良 PSO による最適化結果	59
4.1	解析条件	73

第1章 序論

本章では、はじめに本研究の背景を述べる。次に、研究の目的について述べ、最後に本論文の構成について述べる。

1.1 研究の背景

超電導量子干渉素子(Superconducting Quantum Interference device：以下、SQUID と呼称する)は、超電導を応用した非常に高感度な磁気センサである[1]。SQUID は、超電導リングとジョセフソン接合から構成され、磁束の量子化とジョセフソン効果を利用することによって、極めて微弱な磁界を検出することが可能である。SQUID は、その高感度を活かして様々な分野で応用が研究されている。実際の応用としては、生体磁気計測、低磁場 MRI、非破壊検査など様々なものが存在している[2]-[8]。

SQUID には、低温超電導体を用いた LTS-SQUID と高温超電導体を用いた HTS-SQUID とがある。HTS-SQUID は LTS-SQUID に感度が劣るものの、液体窒素温度で動作し、システム全体の小型化が可能であることや測定対象までの距離を短くできるといった特徴から、研究開発が盛んに行われている。一般に、HTS-SQUID には Y 系や Bi 系などの銅酸化物超電導体が、LTS-SQUID には Nb 系の金属系超電導体がいられる。銅酸化物超電導体は、金属系超電導体と比較した場合に焼成などのプロセスを必要とすることから加工が難しく、作製される超電導体が幅広となる。

その他、SQUID は高感度である一方で、環境磁気ノイズの影響を受けやすく、わずかな磁界にさらされた場合でも動作が不安定となり、測定が行えなくなるという問題がある。そのため、多くの SQUID 応用では磁気シールドルームを使用して、SQUID を保護するということが行われている。このように、測定の際に磁気シールドルームを必要とすることから測定できる対象が限られることや、磁気シールドルームに使用されるパラマロイが高価であることが SQUID の応用範囲拡充の妨げとなっている。このような背景のもと、環境磁気ノイズに対して高い耐性を持った SQUID が必要とされている。SQUID の磁気ノイズに対する耐性を向上させることで、磁気シールドルームを使用しない、あるいは簡易な磁気シールドルーム内で SQUID での測定を行うことが可能となれば、磁気シールドルームによるコストを低減でき、また使用できる環境が増加すると考えられる。SQUID の磁気ノイズに対する耐性を向上させる方法としては、本研究でも扱う超電導薄膜を用いて SQUID を保護する手法(以下、超電導薄膜磁気シールドと呼ぶ)[9]-[11]や SQUID に用いられるジョセフソン接合の構造を変更すると言った手法[12]が提案されている。

前述のように、SQUID が磁界にさらされた場合に、その動作が不安定となる理由として、磁束のトラップが原因であると言われている。冷却時などに量子化された磁束線が、超電導体の特性が悪い部分に捕捉(トラップ)され、その状態で磁界が印加された場合に磁束線が振動してノイズの原因になり、さらに悪化すれば測定が行えない状態になってしまう。前述の超電導薄膜磁気シールドは、この磁束のトラップの発生、ならびにトラップされた磁束の振動を抑制することが考えられている。これにより、HTS-SQUID の感度と動作安定性が向上することが明らかになっている[9]。しかしながら、それら感度および動作安定性の向上は必要とされている段階には到達しておらず、その性能をより向上させるために数値解析によるアプローチが必要とされている。

現在、SQUID の設計開発では、設計の段階でその形状からインダクタンス値を概算することが行われている。その後、実機を作製し所望の性能が得られているかを実験によって評価することが行われる。その他に、SQUID の数値シミュレーション手法として、等価回路を用いたものが存在している[49]。LTS-SQUID を考えた場合、超電導体は線状となるため、等価回路のようにインダクタンス値が常に一定で、電流を線電流として表現した場合にも特に問題は発生しない。しかしながら、HTS-SQUID では、超電導体がある程度の幅を持つことから、時間的に SQUID 内部の電流経路が変化して実効的なインダクタンス値も変化する。この場合、形状から概算したインダクタンス値とも値が異なってくる。このような背景から、HTS-SQUID の設計開発に従来の設計技術をそのまま適用することが困難となっている。

1.2 研究の目的

本研究では、前述の背景を踏まえて HTS-SQUID を対象とした数値シミュレーション手法を提案する。SQUID はジョセフソン接合を有し、波動関数の位相差といった量子的な現象を、マクロに観測できるという大きな特徴を持つ。そのため、マクロ的な観点と量子的な観点両方を踏まえたシミュレーションを行う必要がある。量子的な現象として、磁束のトラップの発生のメカニズムなどを考慮することも将来的には必要となると考えられるが、本研究では、波動関数の位相差という量子的な物理量がマクロ的なレベルに与える影響までを考慮したマクロ的なレベルでの数値シミュレーションを行うことを目的とする。

この目的のために本研究では、以下の3つの内容について検討を行った。

1. dc-SQUID マグネットメータの内部現象の解明
2. 超電導薄膜磁気シールドの効果の数値シミュレーションによる検証
3. ジョセフソン接合の特性を考慮した SQUID の解析

なお、本研究において、マクロ的(巨視的)といった場合には SQUID などの数 mm 程度のスケールのものを表し、量子的といった場合には波動関数の位相差など、量子力学で扱われるようなミクロ的(微視的)なものを表すこととする。

1.2.1 dc-SQUID マグネトメータの内部現象の解明

まず、マクロ的な観点からのシミュレーションとして、dc-SQUID マグネトメータを対象として有限要素法を用いた解析手法を行う。SQUID の性能は、実験的に評価されることが一般的である。その場合、SQUID 内部における電流経路などの内部現象はマクロ的な現象ではあるものの、観測・測定することは不可能である。本研究では、有限要素法を用いた数値シミュレーションを行い、実験的に測定が不可能である電流分布などのマクロ的な内部現象を初めて明らかにすることができる。

1.2.2 超電導薄膜磁気シールドの効果の数値シミュレーションによる検証

1.2.1 で述べたマクロ的なシミュレーションを用いて、超電導薄膜磁気シールドの効果について解析的な裏付けを行う。SQUID の磁気ノイズ耐性および感度を向上させるために提案されている超電導薄膜磁気シールドの効果は、実験的に検証がされており、感度・動作安定性が向上することが分かっている。しかしながら、どのような現象が生じることで効果があったのかということに関して十分な検討は行われていない。そこで、本研究では、この超電導薄膜磁気シールドの効果を、dc-SQUID マグネトメータ内部の電流経路やピックアップループ(検出コイル)に鎖交する磁束量などを、数値シミュレーションを用いて求め検証を行うことで、新たな知見を得ることができる。

1.2.3 ジョセフソン接合の特性を考慮した SQUID の解析

上記 2 つの内容は、有限要素法によるマクロ・スケールの数値シミュレーションである。次に、SQUID のジョセフソン接合における波動関数の位相差といった量子的な物理量を考慮に加えたマクロ的なレベルでの SQUID の数値シミュレーション手法を提案する。この解析では、有限要素法を用いることで従来の等価回路解析とは異なり、時間的に変化する電流経路・インダクタンスを表現することが初めて可能となる。この提案手法により、ジョセフソン接合の波動関数の位相差という量子的な物理量を考慮したマクロ的なレベルでの解析を行うことが可能となる。

1.3 本論文の構成

本論文は 1.2 節で記述したような内容について研究を行った成果をまとめたものである。本論文は、5 章で構成されており、次章以降の概要を以下に記す。

第 2 章 「dc-SQUID マグネトメータの概要」

第 2 章では、本研究の対象である超電導磁気センサ「SQUID」および「超電導薄膜磁気シールド」について述べる。

まず、SQUID の概要、構造について説明を行い、SQUID の中でも特に dc-SQUID についてその動作原理を説明する。その後、SQUID が抱えている問題点について述べる。また、本研究で対象とする SQUID マグネトメータに関して、磁界検出コイルであるピックアップアップループ、その形状、磁束をどのように補足するのかという伝達方法について説明する。

最後に、SQUID マグネトメータの性能向上のために提案されている超電導薄膜磁気シールドについて、その原理や効果、形状について説明を行う。

第 3 章 「超電導薄膜磁気シールドに関する検討」

第 3 章では、SQUID マグネトメータおよび超電導薄膜磁気シールドを対象として、有限要素法を用いて行った解析について述べる。

まず、本研究で採用している解析手法である有限要素法に関して、その基礎方程式について述べる。さらに、超電導体の特性を表現するために用いる仮想導電率について説明する。その後、四面体要素と六面体要素を用いて解析を行った結果を比較し、どちらがより精度良く解析が行えているかを検討する。

次に、超電導薄膜磁気シールドが SQUID マグネトメータに与える影響を調査するために、2 種類のシールド形状を用いて解析を行った。得られた結果と実験結果との比較を行い、新たに得られた知見について述べる。

最後に、最適化手法である粒子群最適化法(PSO 法)および有限要素法においてメッシュの精度による影響を受けにくくなるように改良を加えた同手法について説明し、超電導薄膜磁気シールドの形状最適化を行った結果についてまとめる。

第 4 章 「ジョセフソン接合の特性に関する検討」

第 4 章では、SQUID の現象をより正確に表現するために、ジョセフソン接合の特性を考慮して行った解析について述べる。

まず、ジョセフソン接合について、ジョセフソン効果の詳細、現象を表現するための基本式および等価回路について説明を行う。さらに、ジョセフソン接合において、波動関数の位相差や電流・電圧がどのような挙動を示すのかについて、説明する。

次に、ジョセフソン接合の非線形電流電圧特性を考慮した解析について述べる。ジョ

セフソン接合における電流と電圧の非線形性について述べ、その非線形性を有限要素法による解析上でどのように考慮したのかを述べる。解析を行った結果を示し、得られた結果について検討・考察を行う。

最後に、SQUID におけるミクロ的な物理量である波動関数の位相差を考慮した解析について述べる。SQUID における磁束の量子化について述べ、dc-SQUID の等価回路について説明を行う。次に、磁束の量子化条件および等価回路方程式を有限要素法と組み合わせて新たに提案した解析手法について述べる。解析を行った結果を示し、検討・考察を行う。

第 5 章 「総括」

第 5 章では、本研究で得られた成果をまとめて総括している。そして、今後の課題を述べ、本論文のまとめとした。

第2章 dc-SQUID マグネトメータの概要

本章では、SQUID について概要を述べ、その動作原理、問題点などについて述べる。また、SQUID の周辺技術である超電導薄膜磁気シールドについて述べる。

2.1 SQUID

2.1.1 SQUID の概要

超電導量子干渉素子(Superconducting Quantum Interference device : SQUID)は、超電導体内部で発生する磁束の量子化を利用することによって、非常に高感度に測定を行うことができる磁気センサである[1]。SQUID は、その感度を活かして、様々な応用が研究されている。

SQUID には、液体ヘリウム温度(4.2 K)で動作可能な低温超電導(Low Temperature Superconductor : LTS) SQUID と液体窒素温度(77 K)で動作可能な高温超電導(High Temperature Superconductor : HTS) SQUID が存在する。図 2.1 に示すように、LTS SQUID は、フェムトテスラ(10^{-15} T)の磁界を計測でき、脳磁気や心磁気などの生体磁気計測に用いられている[2]-[3]。一方、HTS SQUID は、最高感度こそ LTS SQUID に劣るものの、液体窒素温度で冷却ができるなど取り扱いが容易であることから、様々な応用に用いられている[4]-[8]。HTS SQUID の応用例としては、低磁場 MRI や非破壊検査などがあげられる。本研究では、HTS SQUID を対象としている。

HTS-SQUID では、Y 系や Bi 系の銅酸化物超電導体が用いられる。一方で、LTS-SQUID では、Nb 系の金属系超電導体が用いられている。銅酸化物超電導体は、その焼成などのプロセスを必要とすることから、金属系超電導体と比較して加工が難しいという特徴を有している。

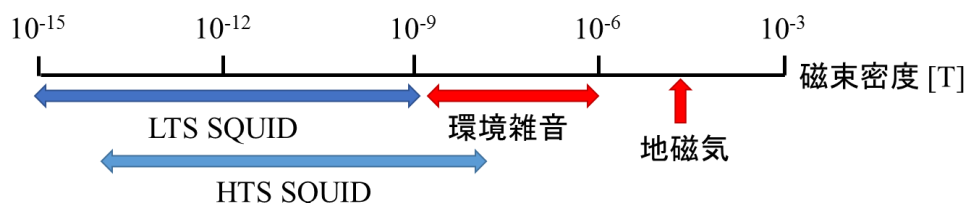


図 2.1 SQUID の感度と環境雑音

2.1.2 SQUID の構成

SQUID は、図 2.2 に示すように超電導体のリングとジョセフソン接合から構成される。図 2.2 に示したようにジョセフソン接合を 1 つ含む SQUID を rf-SQUID (radio frequency SQUID) と呼び、ジョセフソン接合を 2 つ含む SQUID を dc-SQUID (direct current SQUID) と呼ぶ[13]。これらの名前は、SQUID に流す電流に高周波(rf)電流が用いられているか、直流(dc)電流が用いられているかの違いによるものである。歴史的には、rf-SQUID が先に実用化されたが、近年ではより高感度であり、雑音も発生しにくいことから dc-SQUID が広く研究されている。本研究においても、dc-SQUID を対象として扱っている。

ジョセフソン接合についての詳細は第 4 章で説明を行うが、ここで簡単に説明すると薄い常電導体や超電導体を超電導体で挟んだ接合のことである。ジョセフソン接合では、超電導状態において電圧を発生せずに電流を流すことができる。磁束の量子化自体は、超電導体リングのみでも見られる現象ではあるが、ジョセフソン接合が存在することにより、超電導体リング内に存在する磁束量子の数が変化することが可能となり、SQUID は高感度な測定を行うことが可能となっている。

2.1.3 dc-SQUID の動作原理[1][14]-[16]

ここでは、dc-SQUID が磁界を検出する原理について述べる。SQUID を構成するジョセフソン接合では、超電導状態において電圧を発生しない超電導電流が流れる。この電圧を発生させずに流すことのできる電流の最大値を臨界電流値と呼び、 I_c で表す。

まず、dc-SQUID に流せる最大のゼロ電圧電流 $I_{\max}$ について考える。磁界が印加されていない場合の dc-SQUID の電流電圧特性を図 2.3 に示す。

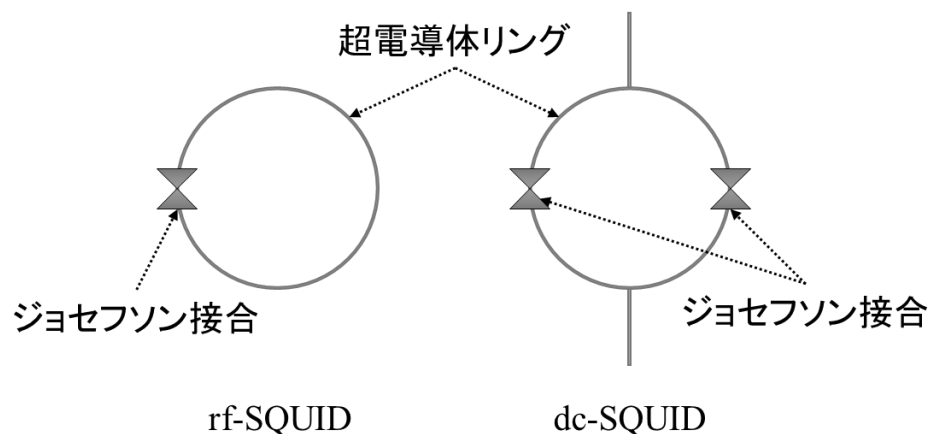


図 2.2 SQUID の概略図

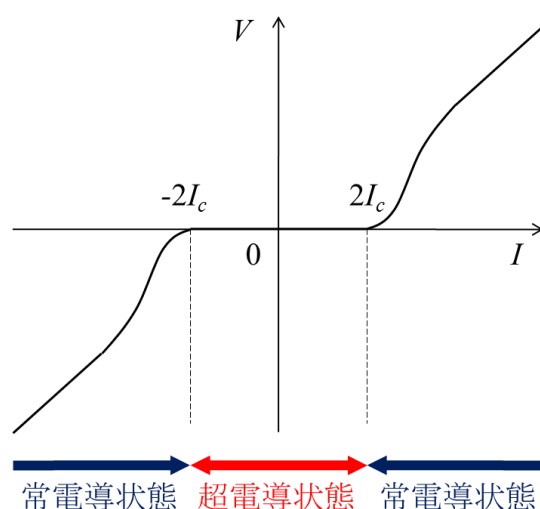


図 2.3 磁界を印加していない場合の dc-SQUID の電流電圧特性

図 2.3 の $-2I_c < I < 2I_c$ の電圧が 0 である部分が超電導状態を示す領域である．外部磁界が印加されていない場合には，dc-SQUID は 2 つのジョセフソン接合を並列に結合しているものと見なすことができるため， $I_{\max} = 2I_c$ となる．外部磁界に変化がない場合，この $I_{\max}$ の値は変化せず， $2I_c$ を超える電流が加わった場合には，電圧を発生する．

次に，dc-SQUID に磁界が印加された場合を考える．このとき，dc-SQUID では超電導体の特性であるマイスナー効果(完全反磁性)によって，磁界を打ち消す方向に超電導リングに遮蔽電流が流れる．遮蔽電流が流れることで，dc-SQUID に電圧を発生せずに流すことができる電流値(ゼロ電圧電流値)が減少する．それに合わせて，電流電圧特性全体も図 2.4 中の①の状態から②の状態へと変化する．

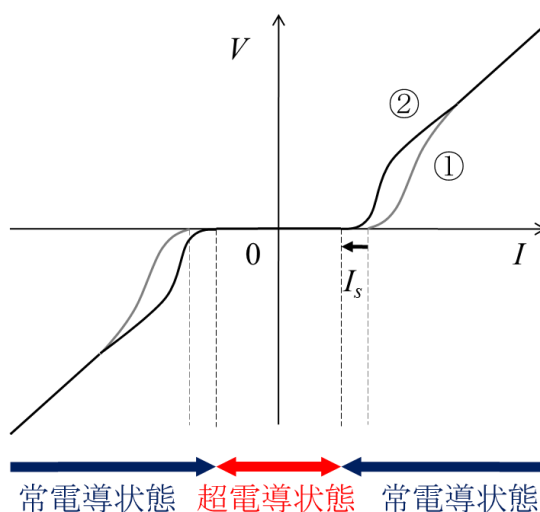


図 2.4 磁界印加時の dc-SQUID の電流電圧特性

簡単のために、超電導体リングのインダクタンスの影響が無視できる場合を考えると、電圧を発生せずに流せるバイアス電流の最大値 $I_{\max}$ は(2.1)式で与えられる。

$$I_{\max}(\Phi_{\text{ext}}) = 2I_c \left| \cos\left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}\right) \right| \quad (2.1)$$

ここで、 Φ_{ext} は外部磁束であり、 Φ_0 は(2.2)式で定義される磁束の最小単位であり、磁束量子と呼ばれている。

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.068 \times 10^{-15} \text{ Wb} \quad (2.2)$$

ここで、 h はプランク定数、 e は電気素量である。(2.1)式をグラフで示すと、図 2.5 となる。図 2.5 は、横軸に磁束量子で正規化した外部磁束量、縦軸に最大ゼロ電圧電流を示している。この図に示したように、外部磁束が 0 の場合にゼロ電圧電流は最大となり、外部磁束が $0.5\Phi_0$ のときに最小となる。その後、磁束が増加するとゼロ電圧電流は再び増加する。このように、磁束量子 Φ_0 を周期として周期的に変化する。(2.1)式および図 2.5 では、インダクタンスの影響を無視した場合を考えているが、無視できない場合にはより複雑な変化を示すことになる。

このような振る舞いをする dc-SQUID を磁気センサとして利用するためには、外部からの磁気信号に反応して dc-SQUID に電圧を発生させる必要がある。したがって、臨界電流値をわずかに超える電流をバイアスしておき、dc-SQUID の出力電圧を計測する。電流がバイアスされた状態で、外部磁界が印加されると、図 2.4 と同じようにゼロ電圧電流が変化する。そのとき、図 2.6 のような電圧を発生する。

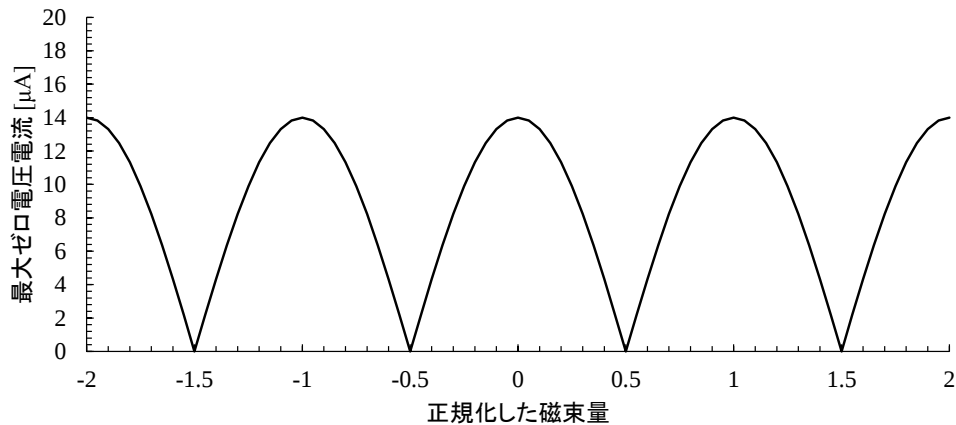


図 2.5 dc-SQUID のゼロ電圧電流の磁束依存性

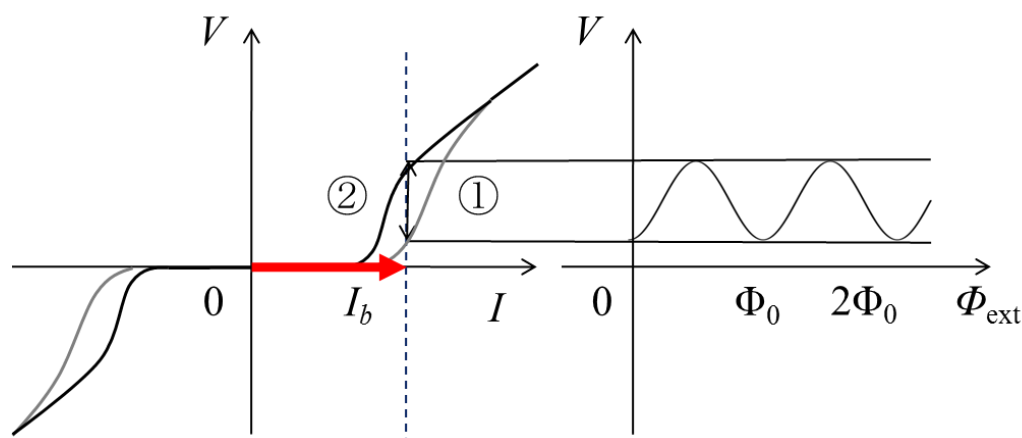


図 2.6 dc-SQUID の磁束電圧特性

図 2.6 において、電圧波形は外部磁束に対して周期的に変化しているが、これは先に述べたようにゼロ電圧電流が周期的に変化することが影響している。このように、dc-SQUID は磁束に対して非線形な動作を示す。しかしながら、磁気センサとして利用するためには線形な応答が必要となる。

そこで、この非線形な応答を線形な応答へと変換するために、図 2.7 に示すような外部からの磁界を相殺するフィードバックコイルと電子回路を用いる。この電子回路は、SQUID に加わる磁束を一定に固定することから、FLL(Flux Locked Loop)回路と呼ばれている。FLL 回路は、SQUID に発生した微弱な電圧信号を差分増幅し積分する。この積分器出力をフィードバックして、磁束をロックした状態にする。フィードバック抵抗の両端の電圧は dc-SQUID の出力と比例した値となり、磁界を測定することが可能になる。FLL 回路には複数の形式が存在し、用途に応じて使い分けられている。

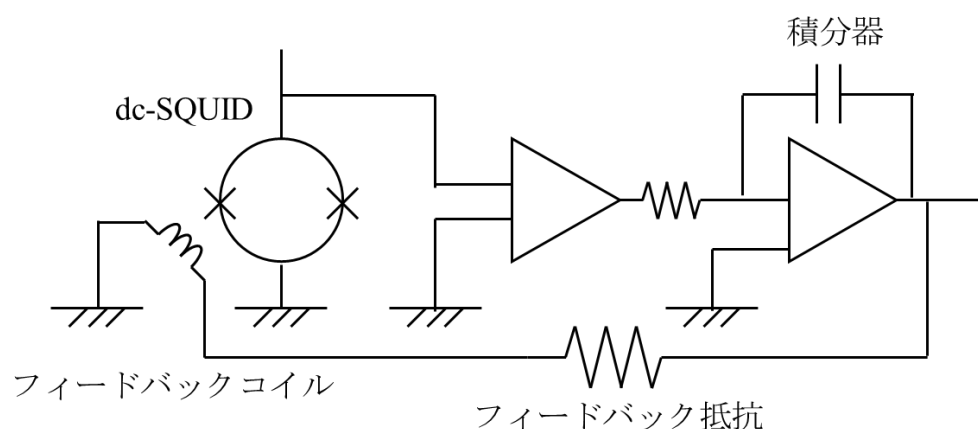


図 2.7 FLL 回路

2.1.4 SQUID の問題点

SQUID は高感度であるという利点を持つ一方で、数百 nT という比較的弱い磁界にさらされた場合でも、動作が不安定になるという問題がある。以下で、SQUID の動作が不安定となる原因について説明する。

SQUID に存在するジョセフソン接合は、SQUID の動作の上でも非常に重要である。しかしながら、ジョセフソン接合は弱結合であり、超電導体として見ると非常に特性が悪くなっている。また、ジョセフソン接合以外の超電導体においても、ひずみや不純物などの結晶欠陥といった特性が悪い部分が存在する。SQUID の冷却時や動作中に磁界にさらされた場合に、これらの超電導特性が悪い部分に磁束がトラップされてしまうことがある。この現象を磁束トラップ[17]と呼ぶ。図 2.8 に、結晶粒界(バイクリスタル)型ジョセフソン接合近傍における磁束トラップの発生の様子を示す。ここで、結晶粒界(バイクリスタル)型ジョセフソン接合とは、ジョセフソン接合の 1 種であり、結晶方位の異なる面を張り合わせたバイクリスタル SrTiO_3 (STO)基板上に、 $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ (YBCO)酸化物高温超電導薄膜を蒸着させ、作成される。結晶方位の異なる面を結晶粒界と呼び、結晶粒界上にジョセフソン接合が形成される。この結晶粒界においても前述した磁束トラップが発生することがある。トラップされた磁束は、外部磁界や熱励起によって振動することで $1/f$ ノイズを発生する。この $1/f$ ノイズを低減するためには、磁束トラップの発生を抑制する、あるいはトラップされた磁束の振動を抑えることが必要となる。この問題に対しては、薄膜の形状を最適化する、高品質な薄膜を用いるといった対策が取られる。

また、磁束がトラップされている状態で磁界が印加され、マイスナー効果による遮蔽電流が流れた場合、トラップされた磁束との間にローレンツ力が生じる。このローレンツ力がピン止め力を超えた場合、トラップされていた磁束がよりエネルギーの低い部分にジャンプして磁束量子が運動し続ける磁束ジャンプが発生してしまう[14]。この運動により熱が発生することで、常電導転移を引き起こすと SQUID を安定して動作させることが困難になる。この磁束ジャンプの発生量を抑えるためには、SQUID の冷却時や動作中にトラップされる磁束の量を低減させる必要がある。

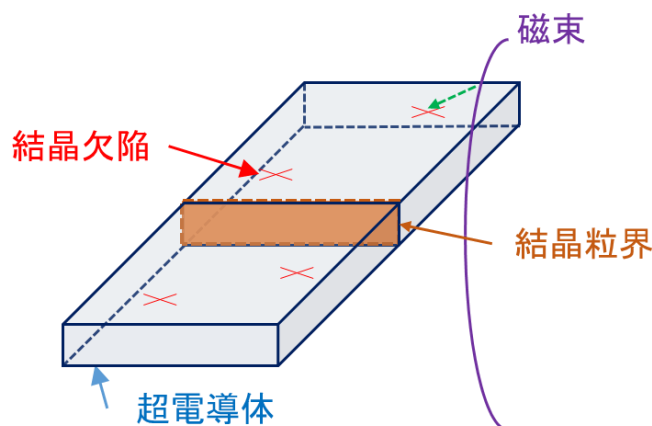


図 2.8 磁束トラップの発生

その他, SQUID に大きな磁気ノイズが鎖交した場合に, FLL 回路のロックが外れて動作が不安定になるという問題も存在している. こちらの対策としては, アクティブシールドといった手法が提案されている.

上記のような問題があり, SQUID を使用する際には, 図 2.9 に示すように磁気シールドルーム内で測定を行うことが一般的となっている. 磁気シールドルームを使用することによって, SQUID を環境磁気ノイズから保護し, 安定動作させることが可能となる. しかしながら, この磁気シールドルームの使用が必要であるという点も SQUID の応用範囲の拡大や実用化の妨げとなっている. 例えば, SQUID を用いた食品中異物検査装置はすでに実用化され, 市販もされている. このような装置において, 磁気シールドのために用いられる磁性材料(パーマロイ)は非常に高価であり, コストの半分以上を占めている. 磁気シールドが不要, あるいは磁気シールドに用いられる磁性材料の量を低減させることができれば, コストを抑えることができ, 装置の普及にもつながると考えられる. また, 大型建造物などの非破壊検査応用を考えた場合, 測定対象を磁気シールドルームに覆われた状態で測定するということは現実的ではない.

近年, SQUID の応用をより広範囲に拡大するために, 地磁気などの通常環境中でも安定動作する SQUID の開発が望まれている. SQUID が磁気ノイズに対して高い耐性を持てば, 高価な磁気シールドを必要とせずコストを抑えることもできる. この目的を達成するために, 本研究で扱う超電導薄膜磁気シールド[9]-[11]やランプエッジ型ジョセフソン接合を持つ SQUID[12]などが提案されている.

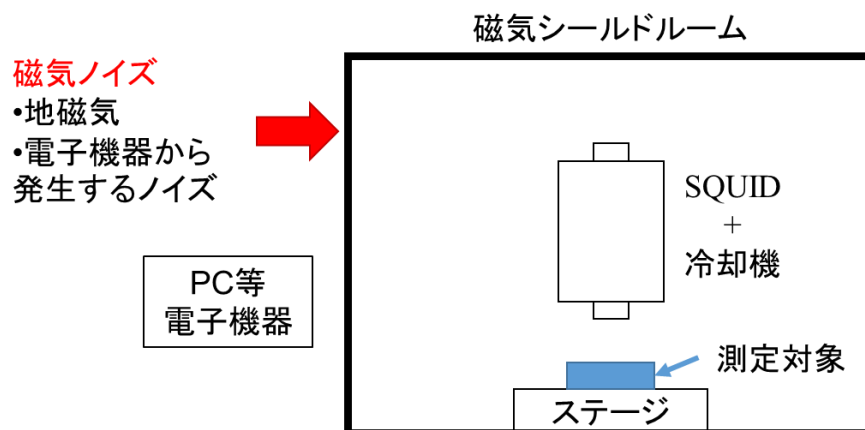


図 2.9 磁気シールドルームを用いた測定

2.2 dc-SQUID マグネットメータ

2.2.1 ピックアップループ

SQUID は面積が非常に小さく、そのインダクタンスも数百 pH 程度であるため、SQUID 単体で磁界を検出する場合には、それほど感度は高くない。このため、SQUID を磁気センサとして用いる場合に、磁束を補足するためにピックアップループ(ピックアップコイル、検出コイル)が使用される。ピックアップループで磁界を検出し、その磁束は磁気結合回路を介して SQUID へと伝達するという方法が取られる。

磁気結合回路としては、ダイレクトカップル(直接結合)型や磁束トランス型などが存在する。ダイレクトカップル型とは、文字通りにピックアップループを SQUID に直接結合したものである。この結合方法では、単層の成膜プロセスで SQUID とピックアップループを同時に製作できるため、プロセスが容易で信頼性も高い。しかしながら、有効捕獲面積が他の方法に比べて小さくなる。一方、磁束トランス型は SQUID とピックアップループとの磁気結合を薄膜の磁束トランスを用いて行う方式であり、有効面積をダイレクトカップル型より大きくできるという特徴がある。

また、検出コイルには構造による違いもあり、マグネットメータやグラジオメータといった方式が存在する[14]。図 2.10 にマグネットメータとグラジオメータの概略図を示す。マグネットメータは、1 つのコイルを使用して鎖交する磁束をそのまま検出する。形状が単純になるために作成が容易であるが、信号磁界だけでなく環境磁気ノイズも同時に検出される。

一方、グラジオメータでは、2 つのコイルを用いて磁界の空間微分を計測する。2 つのコイルを差動的になるように接続することで、空間的に均一な磁界成分は SQUID に伝達されず、磁界の空間微分のみが SQUID への入力磁束となる。このため、空間的に一様なノイズを除去することができる。このように、環境磁気ノイズの低減性能には優れているが、センサから離れた深部における磁界には感度が低いという問題がある。本研究では、文献[9]を参考にピックアップループはマグネットメータ方式のものを採用している。

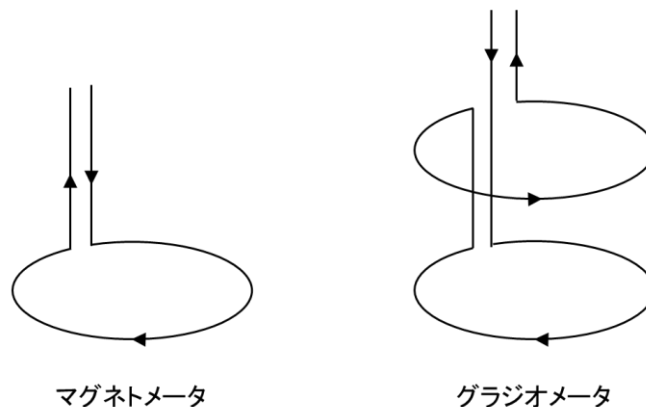


図 2.10 検出コイルの方式

2.2.2 dc-SQUID マグネトメータの形状

ここでは、本研究で解析対象とする dc-SQUID マグネトメータの形状について説明する．解析対象の SQUID は、文献[9]で実際に作成されたものを参考としたダイレクトカップル型 dc-SQUID マグネトメータである．

図 2.11 に SQUID リングの形状，図 2.12 に dc-SQUID マグネトメータの形状を示す．以後、本研究では超電導体で作成されたリングを超電導リング，超電導リングとジョセフソン接合を合わせたものを SQUID リングと呼称する．また，図 2.11 に示すように 2 つのジョセフソン接合のうち， y 座標の値が小さい方をジョセフソン接合 1， y 座標の値が大きい方をジョセフソン接合 2 と呼称する．

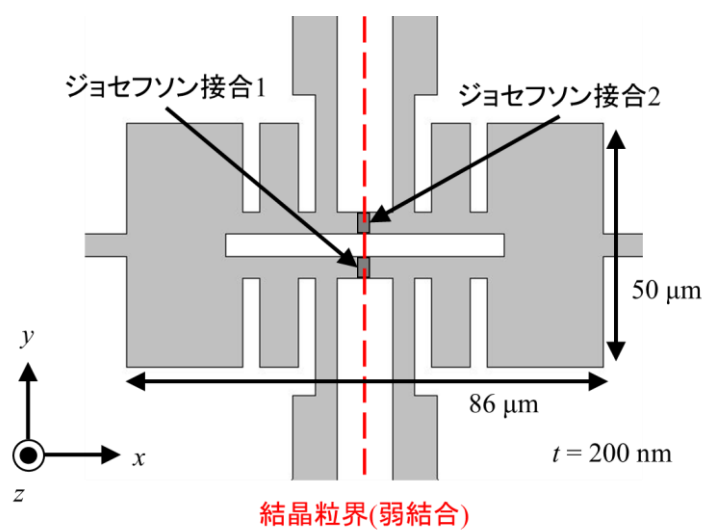


図 2.11 SQUID リングの形状
ピックアップループ

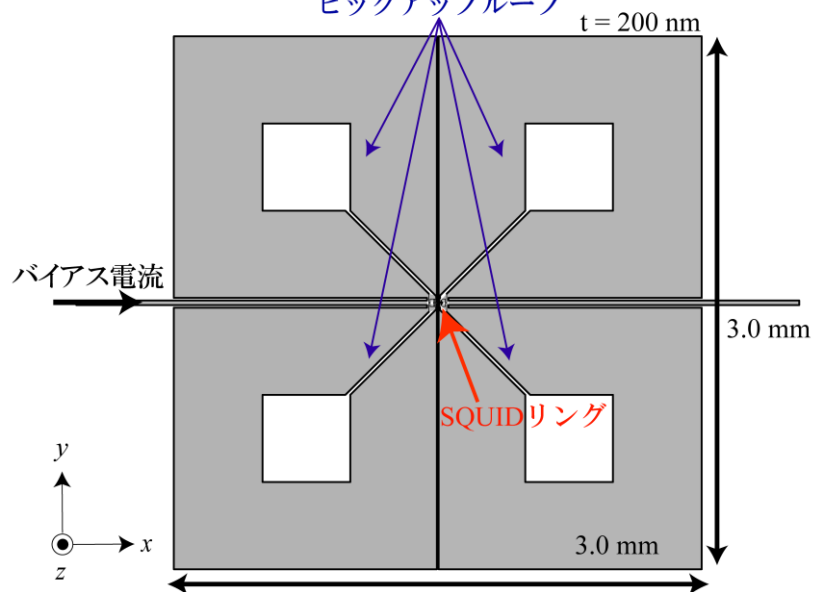


図 2.12 dc-SQUID マグネトメータの形状

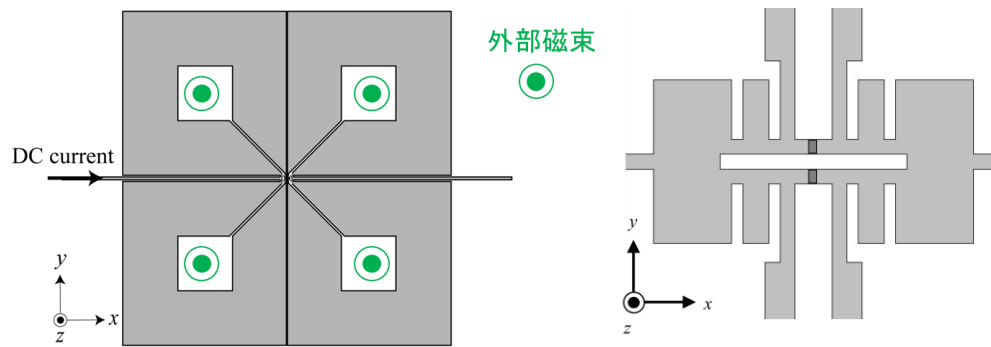
図 2.11 に示すように、SQUID リングは、少々複雑な形状をしている超電導リングに 2 つのジョセフソン接合が存在している dc-SQUID となっている。ジョセフソン接合はバ イクリスタル(結晶粒界)型を用いている。SQUID リングのみではサイズが $50\ \mu\text{m} \times 86\ \mu\text{m}$ と非常に小さい。この SQUID リングを中心に配置し、図 2.12 に示すような dc-SQUID マグネットメータが設計されている。磁気結合回路の方式はダイレクトカップル型を採用 しており、ピックアップループと SQUID は結合している。また、検出コイルはマグネ トメータ方式である。図 2.12 ではピックアップループは 4 つが並列に接続されており、 インダクタンスが小さくなるように設計されている。ピックアップループは 1 つあたり、 $1.5\ \text{mm} \times 1.5\ \text{mm}$ と SQUID と比較して非常に面積が大きくなっており、ピックアップル ープを使用することで補足できる磁束量が大幅に増加していると考えられる。

2.2.3 磁束の伝達方法

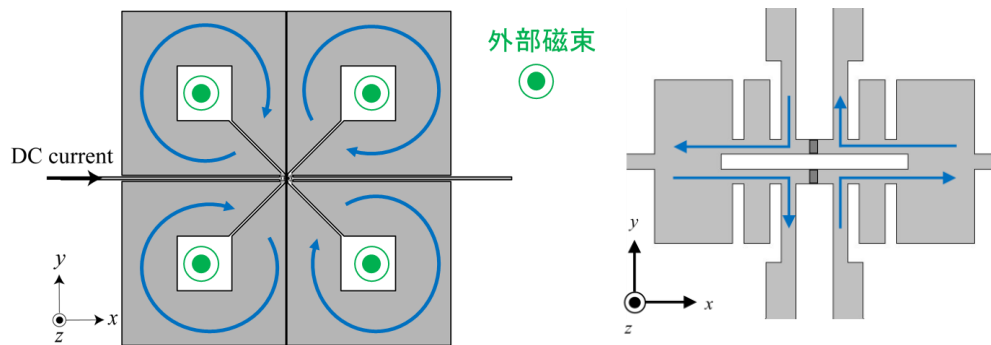
2.2.2 で示した dc-SQUID マグネットメータにおいて、磁束がどのように SQUID リング に伝達されるかを、図を用いて説明する。

- dc-SQUID マグネットメータに対して一様な磁界を印加する。ここでは、図 2.13(a)の ように紙面手前方向の磁界を印加したとする。このとき、磁束がピックアップル ープに鎖交する。このとき、SQUID リングにも磁界は鎖交するが、ピックアップル ープと比較すると面積が小さいため、磁束量は少なくなる。
- 磁束が鎖交すると、マイスナー効果により磁束を打ち消すように遮蔽電流がピック アップループ部に流れる。今回の例では、図 2.13(b)のように各ピックアップループ で時計回りに遮蔽電流が流れる。ピックアップループ部に流れる遮蔽電流は、 SQUID リングとピックアップループが一部を共有しているため、SQUID リングに も流入する。
- ピックアップループから SQUID リングに流入した電流は、一部が打ち消し合い SQUID リングの中心の穴に沿って、反時計回りに流れる。このときの電流の様子を 図 2.13(c)に示す。
- SQUID リングに電流が流れたことで、SQUID リングに磁束が鎖交する。このとき、 磁束の方向は図 2.13(d)に示すように外部磁束と同じとなる。

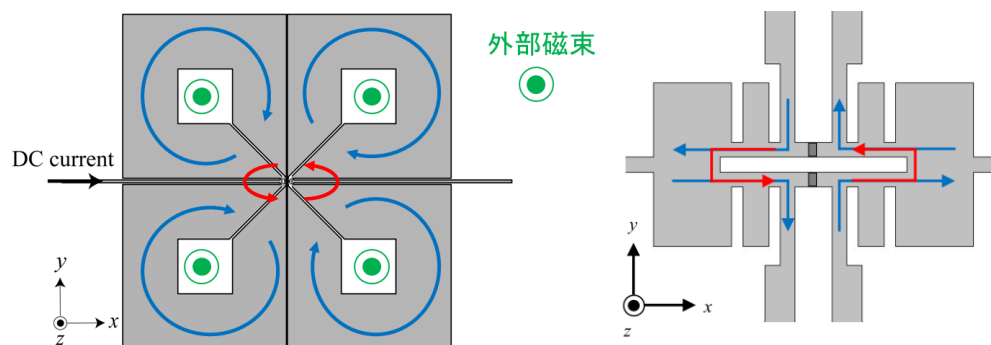
以上のようにして、ピックアップループで補足した磁束が SQUID リングへと伝達する。



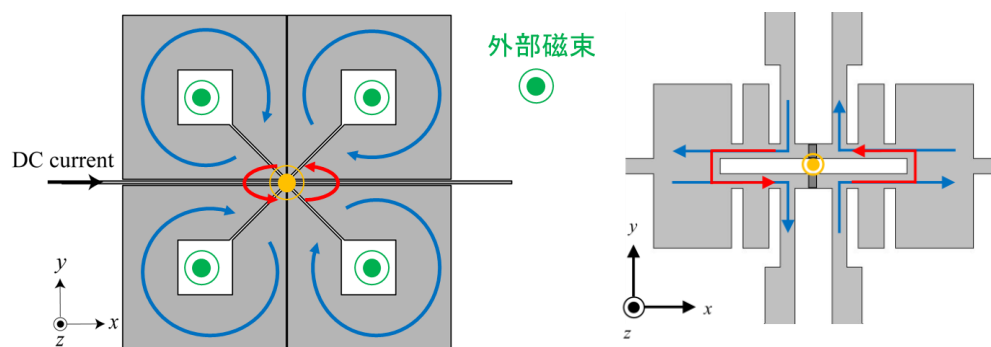
(a)外部磁束を印加する.



(b)ピックアップループに遮蔽電流が流れる.



(c)SQUID リングに遮蔽電流が流入する.



(d)SQUID リングに磁束が鎖交する.

図 2.13 dc-SQUID マグネトメータにおける磁束の伝達

2.3 超電導薄膜磁気シールド

ここでは、dc-SQUID マグネトメータを磁気ノイズから保護するために用いられる超電導薄膜磁気シールドについて説明する。超電導薄膜磁気シールドは、YBCO 超電導体薄膜をウェットエッチングすることによって作成される。作成された超電導薄膜磁気シールドは図 2.14 のような形で dc-SQUID マグネトメータに積層されて取り付けられる。

2.3.1 原理

前節で述べた本研究で扱う dc-SQUID マグネトメータは、磁界耐性が向上するように設計がなされている。しかしながら、図 2.11 に示したように、ジョセフソン接合を形成するために弱結合である結晶粒界が存在する。また、それ以外の部分でも超電導特性の悪い部分(結晶欠陥)が存在する。したがって、2.1.4 で説明したように dc-SQUID マグネトメータの冷却時や動作中に磁束トラップが発生し、磁束ジャンプが発生しやすくなる可能性がある。

このような背景のもと、dc-SQUID マグネトメータを冷却した際にトラップされてしまう磁束の量を低減させるために、超電導薄膜を用いて SQUID リング上の弱結合部および超電導体の結晶欠陥を保護する手法が提案された[9]。この超電導薄膜を用いた磁気シールドを本研究では、超電導薄膜磁気シールドと呼称している。

超電導薄膜磁気シールドを用いることによって、以下に示す 2 つの影響が考えられる。1 つ目の影響として、電導薄膜磁気シールドのマイスナー効果による影響が考えられる。図 2.15 に示すように dc-SQUID マグネトメータに対して超電導薄膜磁気シールドを取り付けた場合、そのマイスナー効果によって、SQUID リングに鎖交する磁束を排除することが期待できる。その結果、SQUID リングに存在する弱結合部や結晶欠陥にトラップされる磁束が減少すると考えられる。

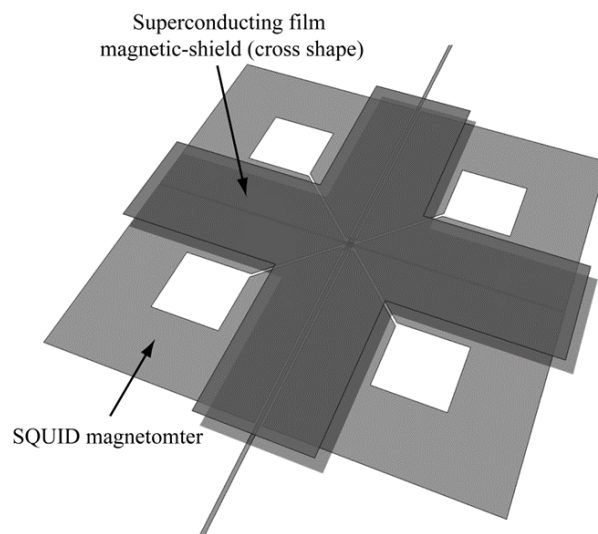


図 2.14 超電導薄膜磁気シールドの取り付け例

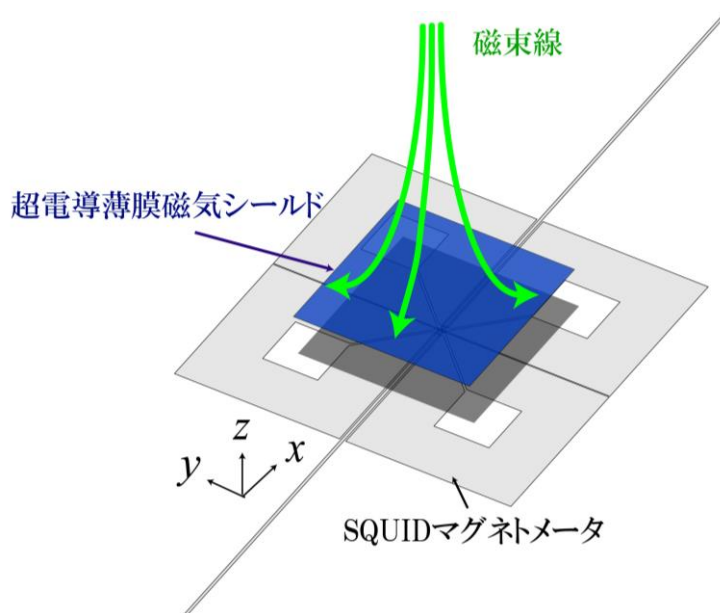


図 2.15 超電導薄膜磁気シールドのマイスナー効果

2 つ目の影響として、超電導薄膜磁気シールドにおける磁束トラップの影響が考えられる。超電導薄膜磁気シールドは、超電導薄膜を加工することによって作成されており、図 2.16 に示すように、超電導薄膜磁気シールド自体にも結晶欠陥は存在していると考えられる。したがって、SQUID リングの弱結合部や結晶欠陥に磁束がトラップされた場合に、同時に超電導薄膜磁気シールドの結晶欠陥にも磁束がトラップされる。dc-SQUID マグネトメータと超電導薄膜磁気シールドの両方に磁束がトラップされた場合には、磁束を固定しようとする力が単純計算で 2 倍働くことになる。したがって、dc-SQUID マグネトメータのみに磁束がトラップされた場合と比較して、磁束は動きにくくなり磁束ジャンプの発生を抑えることができると考えられる。

このように、超電導薄膜磁気シールドには磁束トラップの発生を抑制する効果と磁束トラップが発生した場合でも磁束ジャンプの発生を抑える効果が期待できる。この超電導薄膜磁気シールドはこれまでに実際に作成されて実験が行われており、SQUID マグネトメータの磁気ノイズに対する耐性や感度パラメータである有効捕獲面積が向上することが実験的に明らかになっている[9]。

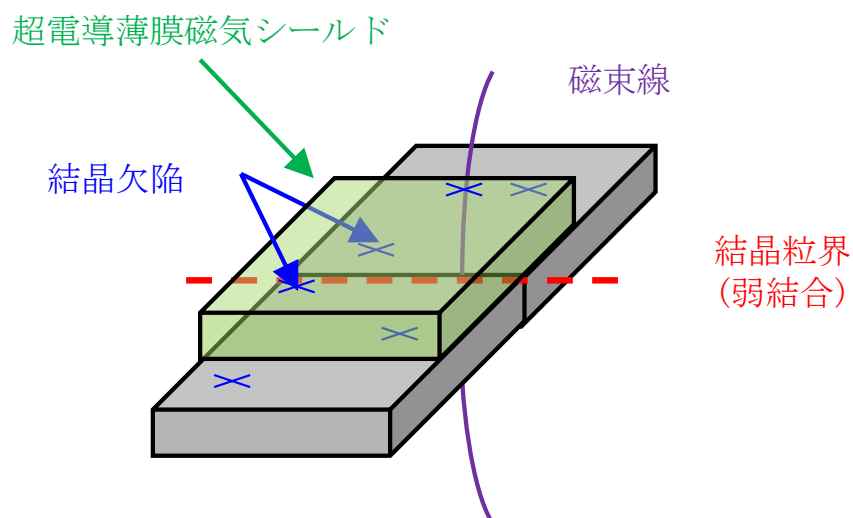
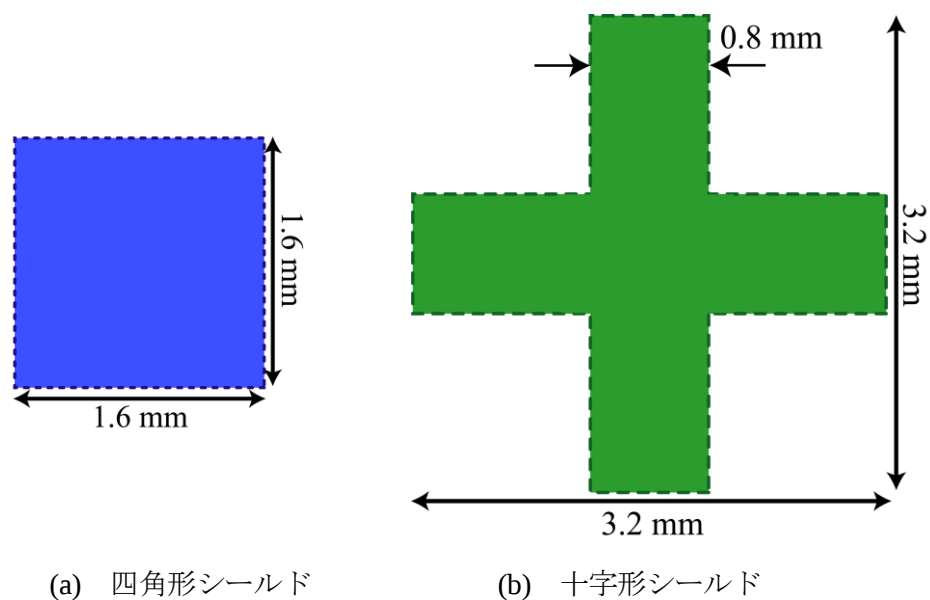


図 2.16 超電導薄膜磁気シールドの効果

2.3.2 形状

これまでに、超電導薄膜磁気シールドは複数の形状が作成され、実験が行われている。本研究では、実際に実験されている四角形シールドと十字型シールドの2種類を扱っている。図 2.17(a)に四角形シールドを、図 2.17(b)に十字形シールドを示す。これらの超電導薄膜磁気シールドの取り付け位置を図 2.18 に示す。両シールドは図中の破線に沿って取り付けられる。



(a) 四角形シールド

(b) 十字形シールド

図 2.17 超電導薄膜磁気シールドの形状

ここで、簡単にではあるが図 2.17 に示した 2 つの形状が提案された理由について説明する。まず、図 2.17(a)に示す四角形シールドが初めに磁気シールドとして考案された形状である。2.3.1 で説明したような効果を期待され、SQUID を中心としてその周囲までを保護する形状となっている。一方、十字形シールドは SQUID の周囲に加えて、ピックアップループ間のスリットがカバーした形状となっている。また、ピックアップループのホール部を覆わないようにという意向も含まれている。これにより、これまでピックアップループ間のスリットを通過していた磁束をピックアップループへ結合することができると考えられて新たに設計されたものである。

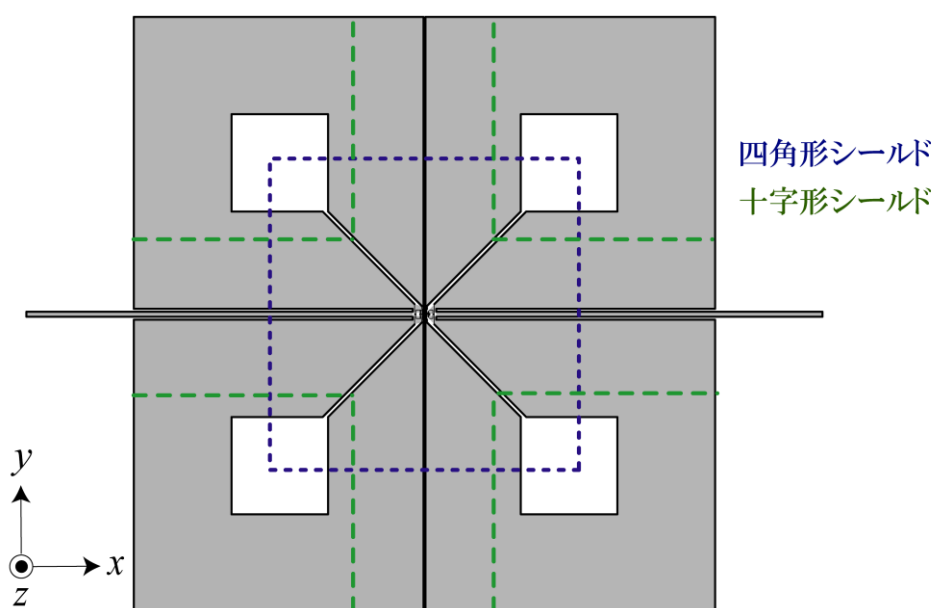


図 2.18 超電導薄膜磁気シールドの取り付け位置

2.4 まとめ

本研究では、超電導磁気センサである SQUID を対象として、その内部現象を解明することを見据え、マクロ的な観点と量子的な観点両方を踏まえた数値シミュレーションを行う。本章では、次章以降において具体的な解析手法および解析結果を述べる前に、SQUID に関する基本的な事柄について説明を行った。以下に、本章で述べた内容を記す。

1. SQUID の概要として分類について説明を行った。SQUID は、動作可能温度によって LTS SQUID と HTS SQUID に分類され、ジョセフソン接合の数によって rf-SQUID と dc-SQUID に分類されることを説明した。
2. SQUID が磁界を検出する原理について述べた。SQUID では外部磁界が印加されると、ゼロ電圧電流の最大値が変化し、電流電圧特性が変化する。電流電圧特性が変化すると、印加している一定のバイアス電流に対して電圧を発生するようになる。この出力電圧を測定することで、SQUID の磁束量を求めることが可能となる。
3. SQUID の問題点について述べた。SQUID は、高感度であるという利点を持つ一方、数百 nT の磁界にさらされた場合でも動作が不安定となるという問題がある。その原因として、超電導体内の特性が悪い部分に磁束がとらわれる磁束トラップが挙げられる。この磁束トラップによってノイズが増加し、安定動作が行えなくなる。そのため、磁気シールドルームを用いて SQUID を保護した状態で使用することが一般的となっている。
4. dc-SQUID マグネットメータについて説明を行った。まず、SQUID の感度を向上させるために用いられるピックアップループの形式について述べた。次に、本研究で扱う dc-SQUID マグネットメータの形状について説明を行い、ピックアップループから dc-SQUID への磁束の伝達方法について説明した。
5. 超電導薄膜磁気シールドについて説明を行った。まず、超電導薄膜磁気シールドが提案された経緯について説明を行い、超電導薄膜磁気シールドを用いることによる影響について述べた。また、2 種類の超電導薄膜磁気シールドの形状についても説明を行った。

第3章 超電導薄膜磁気シールドに関する検討

3.1 概説

SQUID マグネトメータは、第2章で述べたように非常に微弱な磁界を測定することができる SQUID センサの1種である。また、超電導薄膜磁気シールドは SQUID マグネトメータの動作安定性を向上させることを目的として提案された手法であり、有効捕獲面積を増加させることが実験的に測定されている[9]-[11]。本章では、これらの SQUID マグネトメータおよび超電導薄膜磁気シールドを対象に、計算機を用いた数値シミュレーションを行う。この数値シミュレーションによって、実験では測定することが不可能である SQUID マグネトメータの内部現象をシミュレーションによって明らかにし、また超電導薄膜磁気シールドの効果をシミュレーションによって検証することを目的とする。

本研究では、マクロ・スケールを扱う数値シミュレーション手法として有限要素法を用いる。有限要素法は電磁界解析の分野では広く用いられている手法である。有限要素法では、解析領域をメッシュに分割して解析を行う。本研究では、四面体要素と六面体要素でのメッシュ分割を行い、両者の結果の比較を行っている。また、超電導体の特性を表現するために、仮想導電率[24]を用いている。これら解析手法に関する詳細は次節で説明を行う。

また、超電導薄膜磁気シールドの効果を検証するために、複数のシールド形状の解析モデルを用いて、シミュレーションを行っている。本研究では、四角形シールドと十字型シールドの2種類のシールド形状を扱っている。

最後に、超電導薄膜磁気シールドの効果を向上させるために、最適化アルゴリズムを用いて、形状最適化を行った。本研究では、最適化アルゴリズムとして PSO 法および改良を加えた PSO 法を用いた。

本章では、3.2 節において解析手法である有限要素法に関して簡単に説明を行う。また、定式化を行い、超電導体の特性を表現するために用いる仮想導電率についても説明を行う。さらに、四面体要素と六面体要素を用いて分割を行ったメッシュを用いて、解析を行った結果を示す。3.3 節において、2種類の超電導薄膜磁気シールドを取り付けた場合の解析を行い、超電導薄膜磁気シールドの効果を検証した。3.4 節では、超電導薄膜磁気シールドの形状最適化に用いた最適化アルゴリズムである PSO 法および改良を加えた PSO 法について説明を行い、最適化を行った結果を示す。

3.2 解析手法

3.2.1 有限要素法

有限要素法(Finite element method : FEM)とは、数値解析手法のひとつである。有限要素法では、解析を行う領域を要素と呼ばれる小領域に分割する。分割を行った要素に含まれる節点や辺上に定義されるポテンシャルを簡単な式で近似し、連立一次方程式を作成し、計算機を用いてポテンシャルの分布や物理量を求める手法である。

元々は、構造力学の分野で発展した手法[18]であるが、今日では本研究のような電磁界解析[19]-[21]、流体解析[22]など様々な分野で用いられている。

3.2.2 電磁界解析の基礎方程式

電磁気現象に関する 3 つの基本則、ガウスの法則、アンペア・マクスウェルの法則、ファラデーの法則を取りまとめたものを Maxwell の方程式という。Maxwell の方程式は (3.1)-(3.4)式で与えられる[23]。

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (3.2)$$

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho \quad (3.3)$$

$$\text{div}\mathbf{B} = 0 \quad (3.4)$$

ここで、 $\mathbf{E}$ は電界、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 $\mathbf{H}$ は磁界強度、 $\mathbf{D}$ は電束密度、 $\mathbf{J}$ は電流密度、 ρ は電荷密度である。また、次の構成方程式が成り立つ。

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (3.6)$$

ここで、 ε_0 は真空の誘電率、 μ_0 は真空の透磁率である。また、磁束密度 $\mathbf{B}$ は磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を用いて次式のように表すことができる。

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} \quad (3.7)$$

3.2.3 準定常磁界の基礎方程式

電磁界解析には、静磁界解析、準定常磁界解析、高周波解析等が存在する．本研究では、主に準定常磁界解析を用いる．準定常磁界解析では、変位電流項である(3.2)式の右辺第1項を無視することができる．また、導体には渦電流が流れる．渦電流密度 $\mathbf{J}_e$ はオームの法則により次のように表すことができる．

$$\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E} \quad (3.8)$$

ここで、 σ は導電率である．このとき、電界 $\mathbf{E}$ は磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ と電気スカラーポテンシャル ϕ で表すことができる．

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \phi \quad (3.9)$$

以上のことから、準定常電磁界における基礎方程式は(3.10)式となる．

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \text{grad} \phi \quad (3.10)$$

ここで、 ν は磁気抵抗率であり、透磁率の逆数である．上式の未知変数は $\mathbf{A}$ の3成分と ϕ の合計4変数となる．しかしながら、(3.10)式は x, y, z の3成分しかなく、方程式の数が未知数よりも少ない．したがって、このままでは方程式を解くことが出来ないため、(3.10)式と同時に(3.11)式の電荷の連続式を解く．

$$\text{div} \mathbf{J}_e = \text{div} \left\{ -\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \phi \right) \right\} = 0 \quad (3.11)$$

ここで、(3.11)式は渦電流が連続であり、電流の湧き出しが存在しないということを表している．(3.10)式と(3.11)式を連立させることで、準定常磁界解析を行うことができる．このように、磁気ベクトルポテンシャルと電気スカラーポテンシャルを用いて解析を行う手法を $\mathbf{A}$ - ϕ 法と呼ぶ[19]．この(3.10)式と(3.11)式に対してガラーキン法を適用すると次式となる．

$$G_k = \iiint_V \mathbf{N}_k \cdot \left\{ \text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) - \mathbf{J}_0 + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \phi \right) \right\} dV = 0 \quad (3.12)$$

$$G_{di} = \iiint_V N_i \text{div} \left\{ \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \phi \right) \right\} dV = 0 \quad (3.13)$$

ここで、 $\mathbf{N}_k$ はベクトル補間関数、 k は辺の一般記号、 N_i はスカラー補間関数、 i は節点の一般記号である．なお、これ以降の離散化の詳細は文献[19]に任せる．

3.2.4 支配方程式

本研究における解析では、3.2.3 に示した準定常磁界解析を用いる。しかしながら、超電導体の特性を考慮するために、一部変更を加えているところもある。以下で、変更点について説明を行う。

SQUID マグネトメータでは、外部から一定の直流電流がバイアスされる。さらに、外部磁界を進化した場合には、マイスナー効果により遮蔽電流が流れる。そのため、(3.2) 式の右辺の電流密度 $\mathbf{J}$ は次のように表される。

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_b + \mathbf{J}_s \quad (3.14)$$

ここで、 $\mathbf{J}_b$ はバイアス電流密度、 $\mathbf{J}_s$ は遮蔽電流密度である。本解析では、バイアス電流密度 $\mathbf{J}_b$ は解析領域端部の面上では一定として与えることができるが、要素内では導電率が変化するため、常に一定して与えることが出来ない。流入出面における処理は、付録にて補足する。以上のことから、要素内におけるバイアス電流密度は、次式のように表す。

$$\mathbf{J}_b = -[\sigma_s] \text{grad} \varphi_b \quad (3.15)$$

ここで、 σ_s は仮想導電率、 φ_b はバイアス電流を発生させる電気スカラポテンシャルである。一方、遮蔽電流密度 $\mathbf{J}_s$ は次式で表される。

$$\mathbf{J}_s = -[\sigma_s] \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \varphi_s \right\} \quad (3.16)$$

ここで、 φ_s は遮蔽電流を発生させる電気スカラポテンシャルである。仮想導電率は超電導体薄膜の持つ異方性と E - J 特性を考慮するために用いられ、テンソルとなっている。仮想導電率の詳細は次項で説明する。以上のことを踏まえると、次の支配方程式が得られる。

$$\text{rot}(\text{vrot} \mathbf{A}) = -[\sigma_s] \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \varphi \right\} \quad (3.17)$$

ここで、電気スカラポテンシャルは(3.18)式のように置いた。

$$\varphi = \varphi_b + \varphi_s \quad (3.18)$$

また、通常の準定常磁界解析の場合と同様に未知数に対して式が不足しているため、(3.19)式に示す電荷の連続式を連立させる。

$$\text{div} \mathbf{J} = \text{div}(\mathbf{J}_b + \mathbf{J}_s) = \text{div} \left\{ -[\sigma_s] \left\{ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \varphi \right\} \right\} = 0 \quad (3.19)$$

このようにして求めた(3.17)式と(3.19)式に対して、(3.12)(3.13)式と同様にガラーキン法を適用して離散化を行う。

3.2.5 仮想導電率[24]

超電導体の解析を行う場合には、その特性を考慮することが必要となる．そこで、本研究では、 E - J 特性と呼ばれる非線形特性および、SQUID マグネトメータ・超電導薄膜磁気シールドを構成している超電導薄膜が有する電氣的な異方性を考慮した解析を行っている．まず、 E - J 特性について簡単に説明する．

高温超電導体において電流密度と電界の関係は、オームの法則とは異なり非線形性を示す．図 3.1 に高温超電導体の E - J 特性を示す．

臨界状態を表すモデルの 1 つとして、図 3.1 中に破線で示した臨界状態モデルが挙げられる．このモデルでは、臨界電流密度 J_c 以下の電流密度が超電導体に流れているときには電界は常に 0 であり、臨界電流密度を超えると大きな電界が発生するというモデル化がなされている．しかしながら、実際の超電導体では図 3.1 に実線で示したように電界は比較的なだらかに立ち上がる．

超電導体の E - J 特性を表現するために、よく用いられるモデルとして(3.20)式のようなべき乗則で近似する n 値モデルがある[25]．

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \quad (3.20)$$

ここで、 E_c は超電導電流密度を定義する基準電界である．また、式中の指数 n は n 値と呼ばれる．この値は超電導体の非線形性を表すパラメータである．本研究では、臨界状態を表現するモデルとして、この n 値モデルを用いる．

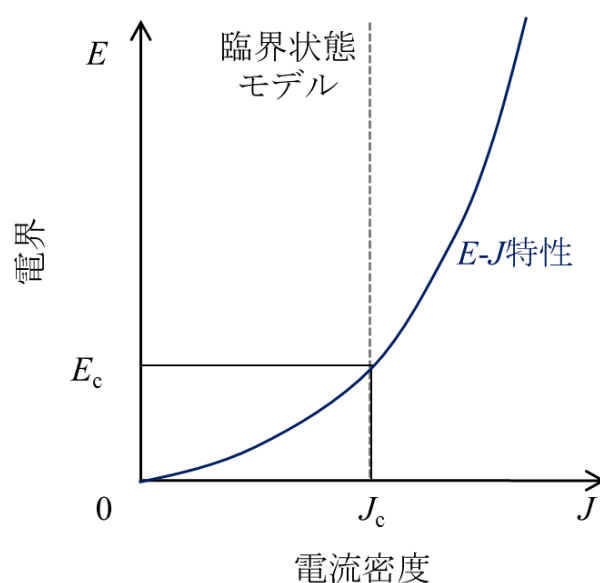


図 3.1 E - J 特性

これらの特性を表現するために、仮想導電率に(3.21)式のようなテンソルを用いる。

$$[\sigma_s] = \begin{bmatrix} \sigma_{s,x} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{s,y} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{s,z} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

ここで、 $\sigma_{s,x,y,z}$ は仮想導電率の x,y,z 方向成分である。各方向成分は(3.22), (3.23)式となっている。

$$\sigma_{s,x}, \sigma_{s,y} = \frac{J_c}{|E|} \left(\frac{|E|}{E_c} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.22)$$

$$\sigma_{s,z} = 1.0 \times 10^{-10} (= \text{constant}) \quad (3.23)$$

ここで、 E_c は基準電界、 J_c は臨界電流密度である。上式において、 z 軸方向成分のみ値を一定としているのは、超電導薄膜の異方性[14]を考慮するためである。仮想導電率は、非線形性を持つため、解析の各時刻において反復計算を行う。収束判定は、仮想導電率の計算に用いられている電界 E に対して、(3.24)式を用いて行う。

$$\frac{|E^{m+1} - E^m|}{|E^m|} < \varepsilon \quad (3.24)$$

ここで、 ε は収束判定値である。上式では、同時刻における m 回目と $m+1$ 回目の反復計算で得られる電界の値を比較することで行う。この仮想導電率の収束判定を含めて、解析のフローチャートを図 3.2 に示す。

また、図 3.2 に示すフローチャートの各処理の詳細を以下で説明する。

1. 初期化を行う。
2. 初期ステップの静磁界解析を行う。このときの支配方程式は、(3.8)式および(3.9)式から時間微分項を 0 としたものである。
3. 前ステップの解を用いて、FEM を解く。
4. (3.24)式を用いて、電界の収束判定を行う。収束していれば、6.の処理に進み、収束していない場合には5.の処理に進む。
5. 仮想導電率の更新を行い、FEM 上の抵抗率に反映する。その後、3.の処理に戻る。
6. 終了条件を満たしていれば(時間が終了時刻に到達していれば)、解析を終了する。条件を満たしていなければ、時刻を更新し、3.の処理に戻る。

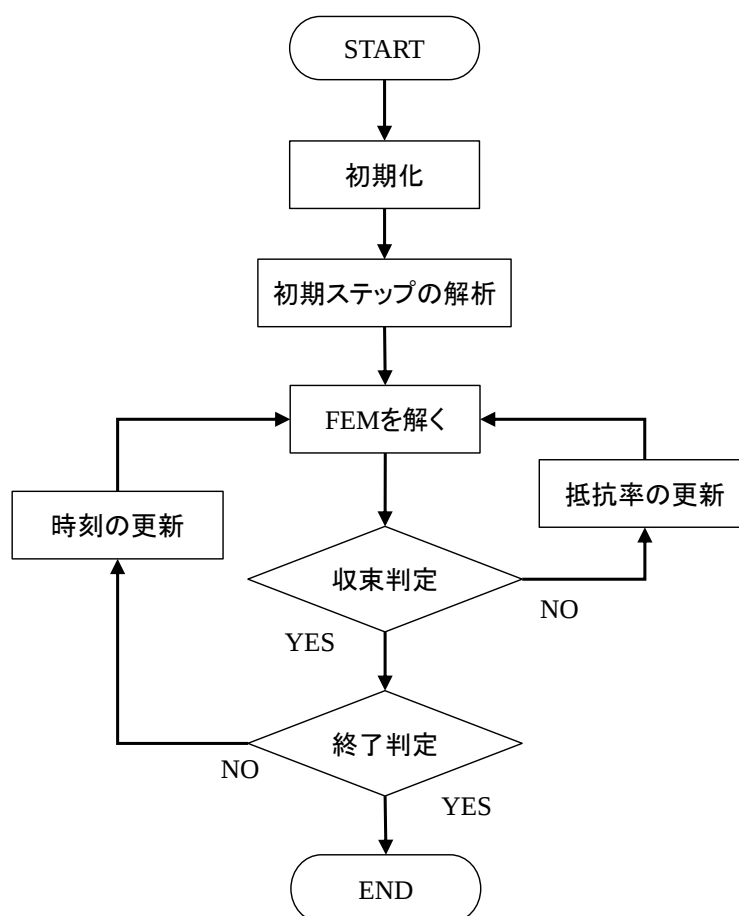


図 3.2 有限要素解析のフローチャート

図 3.2 に示したように、解析には大きく 2 つのループが存在している。外側の大きなループは、ステップバイステップ法による反復計算を示している。ステップバイステップ法は差分近似法とも呼ばれる手法である[19]。微小時間幅 Δt で解析時間を区切り、その区間内では現象が直線的に変化すると仮定する。そして、方程式を離散化し、時間を追って計算する手法である。本研究では、時間微分項に対して後退差分を取りステップバイステップ法を適応している。また、内側のループは、本項で述べた仮想導電率計算のための反復計算である。

3.2.6 四面体要素による解析

三次元有限要素解析で、領域分割に用いられる要素の形状は三角柱や四面体、五面体、六面体などがある。本研究では、まず市販のシミュレーションソフトウェア等でも広く用いられている四面体要素を用いて解析を行った[26]。

解析に用いたモデルは図 3.3 に示すように、SQUID マグネトメータ，超電導薄膜磁気シールド，その周囲の空気領域を含んだものとなっている。超電導薄膜磁気シールドの形状としては、四角形シールドを考えている。このモデルを四面体要素で分割し、解析を行った。

解析の際には図 3.3 中に示したように、SQUID に対して電流をバイアスした。また、解析モデル全体に対して z 軸方向に(SQUID に対して垂直に)正弦波状に時間変化する外部磁界を印加し、このときに SQUID リングに鎖交する磁束が超電導薄膜磁気シールドによってどう変化するかを求め、シールド効果の検証を試みた。また、SQUID マグネトメータ内に流れる電流の経路についても確認した。解析諸元を表 3.1 に示す。

まず、SQUID と超電導薄膜磁気シールド間のギャップ長を、 $20\ \mu\text{m}$ 、 $30\ \mu\text{m}$ 、 $50\ \mu\text{m}$ と変化させて解析を行った。

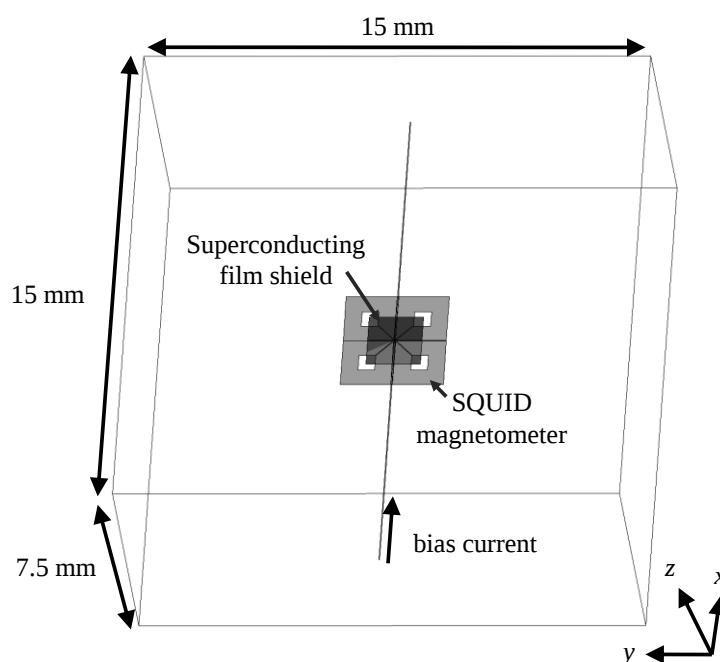


図 3.3 解析モデル

表 3.1 解析諸元

Parameter	Value
Bias current [μA]	16.6
Amplitude of external magnetic field [μT]	0.75
Frequency of external magnetic field [Hz]	100

解析結果として、実験では測定できない SQUID の内部現象の 1 つである電流密度分布を求めている。また、超電導薄膜磁気シールドが SQUID マグネトメータに与える影響を評価するために、SQUID リング部に鎖交する磁束量を求めている。以下で、鎖交磁束量の導出を説明する。

有限要素法のためにメッシュを分割した際に、SQUID リングおよびその中心部の空気領域も当然、複数の要素に分割されている。SQUID リングの中心部の空気領域を構成するすべての要素で、磁束密度の z 軸方向成分を求め体積積分を行う。すべての要素で求めた値を足し合わせ、 z 軸方向の長さで割る。このようにして SQUID リングに鎖交する磁束量を求めている。計算式は次式となる。

$$\Phi = \frac{\sum_{i=1}^n \iiint_V B_z dV}{h} \quad (3.25)$$

ここで、 n は SQUID リングの中心部の空気領域を構成する要素数、 B_z は磁束密度の z 軸方向成分、 V は体積、 h は z 軸方向の長さである。(3.25)式を用いて、各タイムステップでの磁束量を求めている。

まず、図 3.4 に SQUID リング部における電流密度分布を示す。この結果は、ギャップ長 $30 \mu\text{m}$ の場合のものである。図 3.4 では、ピックアップループから流入した電流が、SQUID リングのジョセフソン接合部を通り、他のピックアップループに流れるという経路を取っていることが分かる。

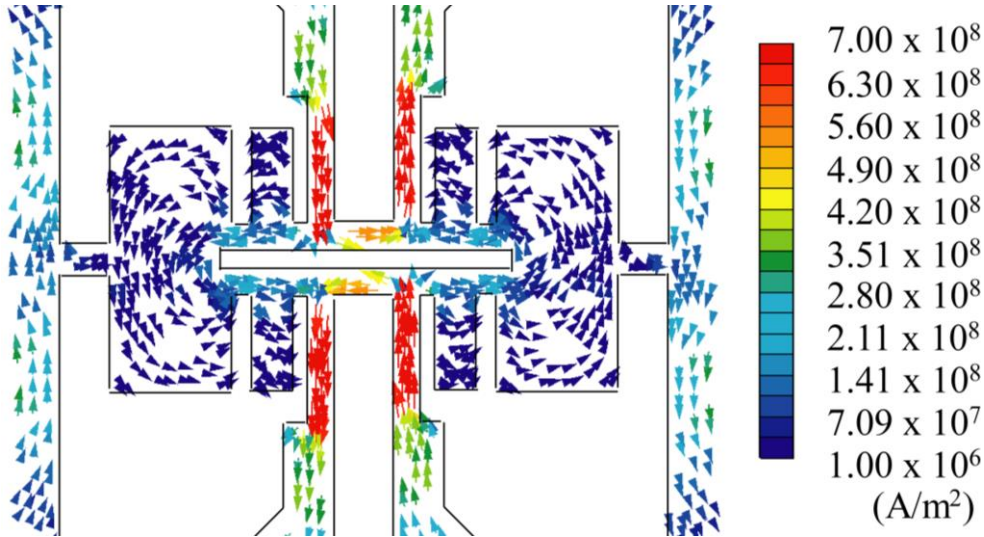


図 3.4 SQUID リングの電流密度分布(四面体要素)

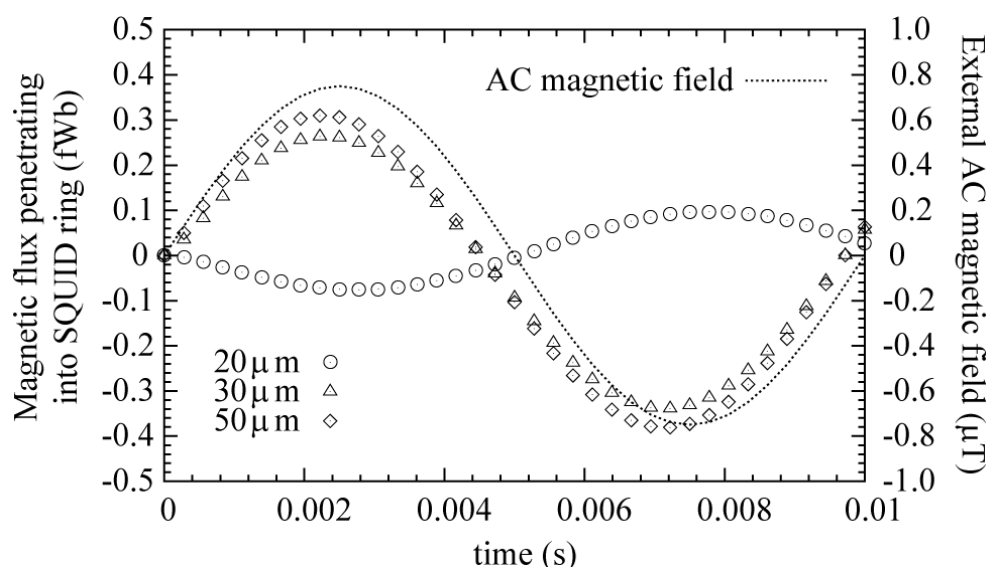


図 3.5 SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化(四面体要素)

次に、SQUID リングに鎖交する磁束の時間変化を図 3.5 に示す。図 3.5 には、3 通りの場合における SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化と外部磁界の時間変化を示している。ここで、SQUID リングに鎖交する磁束の振幅とギャップ長との関係に着目すると、ギャップ長が短くなるほど振幅は減少していることが分かる。これは、超電導薄膜磁気シールドの位置が SQUID リングに近づいたことで、外部磁界の影響を受けにくくなったためであると考えられる。一方で、位相に着目するとギャップ長が短くなった場合に、SQUID リングに鎖交する磁束の位相が反転していることが分かる。次項でこの位相の反転について考察する。

3.2.7 解析結果の考察

前項で示した解析結果において、SQUID マグネトメータと超電導薄膜磁気シールドのギャップ長を変化させた場合に、SQUID リングに鎖交する磁束の位相が反転するという結果が得られた。この結果に関して、考察する。

ピックアップループ部において外部磁界によって誘導された遮蔽電流が SQUID リングに発生させる磁束の向きを検討する。外部磁界が z 軸正方向(紙面手前向き)に印加された場合、ピックアップループ部には図 3.6 に示すように遮蔽電流が流れると考えられる。

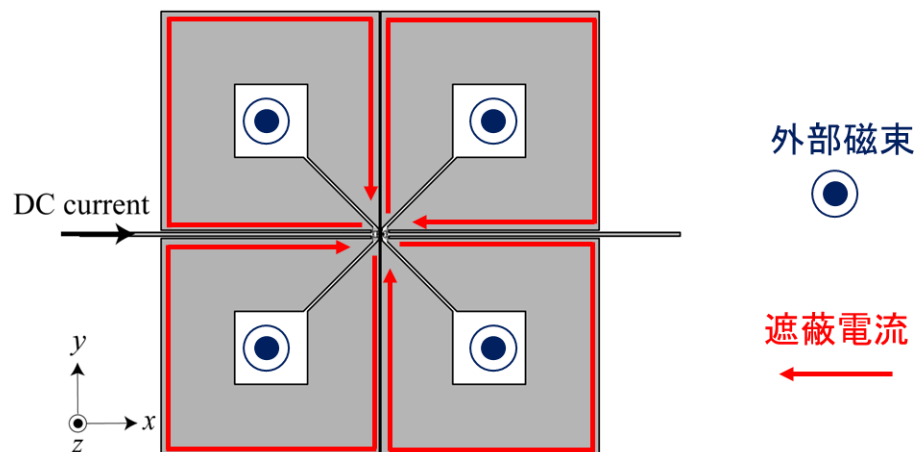


図 3.6 ピックアップループにおける遮蔽電流の経路

紙面手前向きの外部磁束に対して、4つのピックアップループ全てで、時計回りの遮蔽電流が発生して外部磁界を打ち消そうとする。これらのピックアップループ部で発生した遮蔽電流が、SQUID リングに流れこむと図 3.7 のような経路を取ると考えられる。この予想は図 3.4 の解析結果とも一致している。図 3.7 に示すように遮蔽電流が SQUID リング部に流れた場合に発生する磁束の方向は z 軸負方向となると考えられる。しかしながら、ギャップ長 $20\ \mu\text{m}$ の場合を除いてすべて予想される現象と異なった結果が得られている。この原因について調査を行ったところ、ギャップ部のメッシュ分割が非常に粗くなっていることが分かり、これが影響しているためではないかと考えられた。図 3.8 にギャップ部のメッシュ断面図を示す。

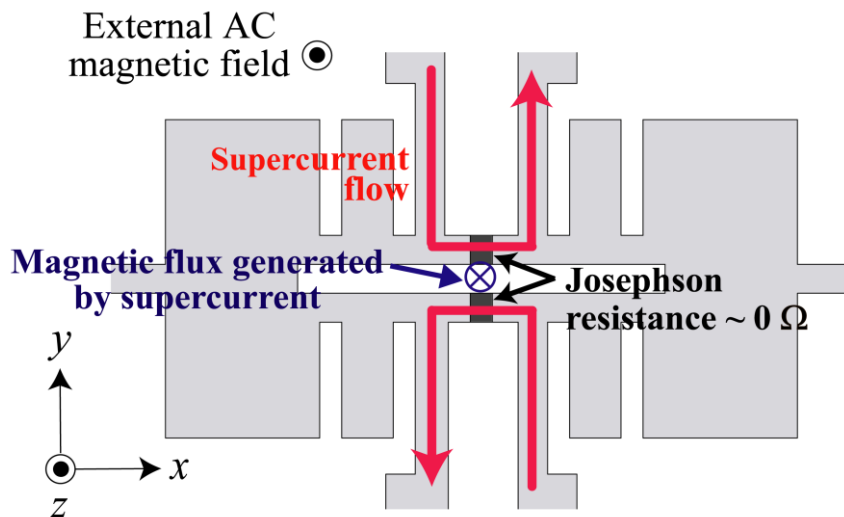


図 3.7 SQUID リング部における遮蔽電流の経路

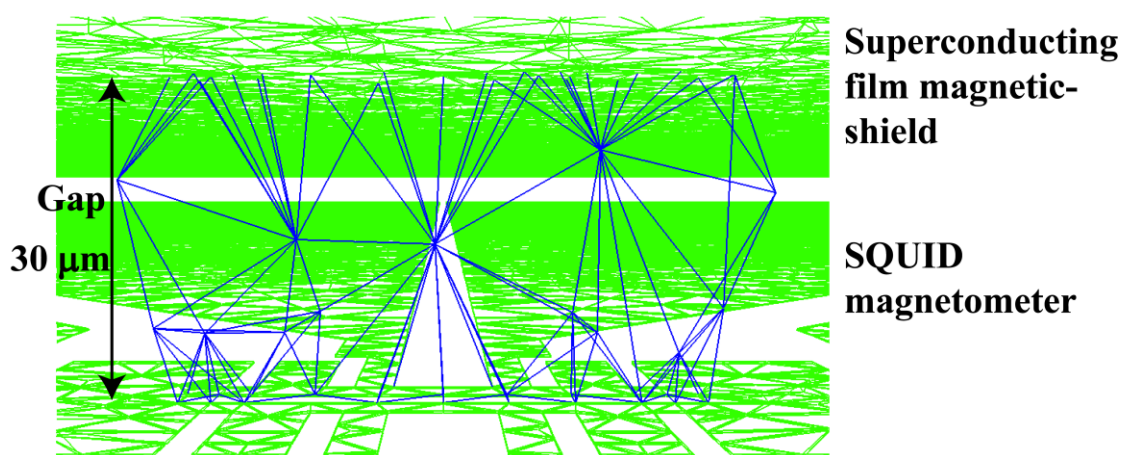


図 3.8 ギャップ部のメッシュ断面図(四面体要素)

図 3.8 は、SQUID リングと超電導薄膜磁気シールド間の空気領域のうち、SQUID リング中心のホール部の直上のメッシュの様子を示したものである。図 3.8 を見ると、ギャップ部が数層にしか分割できていないことが分かる。この図はギャップ長 $30\ \mu\text{m}$ の場合であるが、他の場合でも同様であった。先の解析結果で、予想されるものと異なる磁束の向きが得られたのは、このメッシュ分割の粗さが大きく影響していると考えられる。そのため、正確な解析結果を得るためには、メッシュ分割の粗さを改善することが必要であると考えられる。

3.2.8 要素形状に関する検討

前項で述べたように、解析結果が予想されるものと異なるという問題が発生している。この原因としては、図 3.8 に示したように四面体要素を用いたメッシュ分割において、ギャップ部の分割の粗さが考えられた。これを解決するためには、メッシュ数を増やし、空気領域をより細かく分割することが考えられる。ギャップ部の要素サイズを小さくしてメッシュ分割を行えば、図 3.8 のような粗いメッシュは生成されず、解析の精度は向上すると考えられる。しかしながら、この方法では要素数が増加し、計算機に必要とされるメモリ量、計算時間の増加が見込まれた。そこで、この問題を解決しより精度良く解析を行うために、メッシュ分割に用いる要素を一般に四面体要素よりも精度が高いと言われている六面体要素[27]を用いるように変更した。この変更により、規則正しく配置されたメッシュを作成することが可能となった。

四面体要素と六面体要素の形状を図 3.9 に示す。四面体要素は 4 節点・6 辺で構成され、六面体要素は、8 節点・12 辺で構成されている。

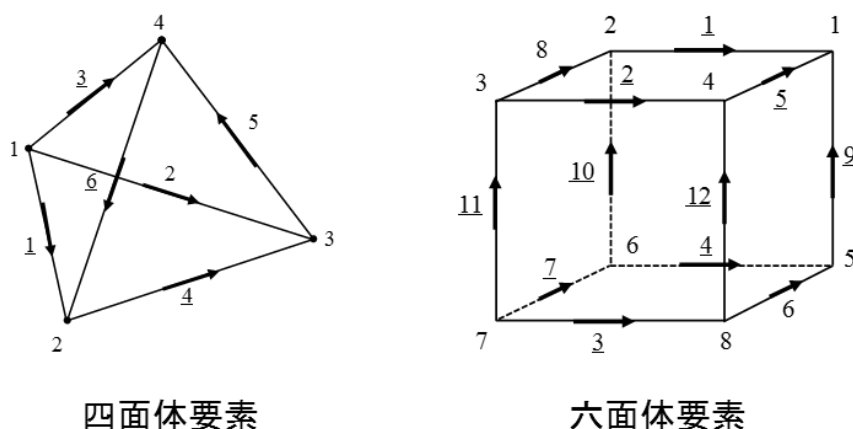


図 3.9 要素形状

3.2.9 六面体要素による解析

前述のとおり，メッシュ分割に用いる要素形状を四面体から六面体へと変更した．六面体でのメッシュ分割には，2 次元の四角形要素を作成し，それを積み上げる方法を用いた．この方法は，超電導薄膜で形成される SQUID マグネトメータ・超電導薄膜磁気シールドを表現することに非常に適していると言える．作成したメッシュにおけるギャップ部のメッシュの断面図を図 3.10 に示す．積み上げを細かく行うようにしたため，ギャップ部を 10 層以上に細かく分割することが可能となった．また，2 次元の四角形要素の時点で非常に規則正しく細かいメッシュ分割を行ったため，SQUID マグネトメータ・超電導薄膜磁気シールド部もきれいに分割できている．また，要素数・節点数に着目すると表 3.2 のようになっている．

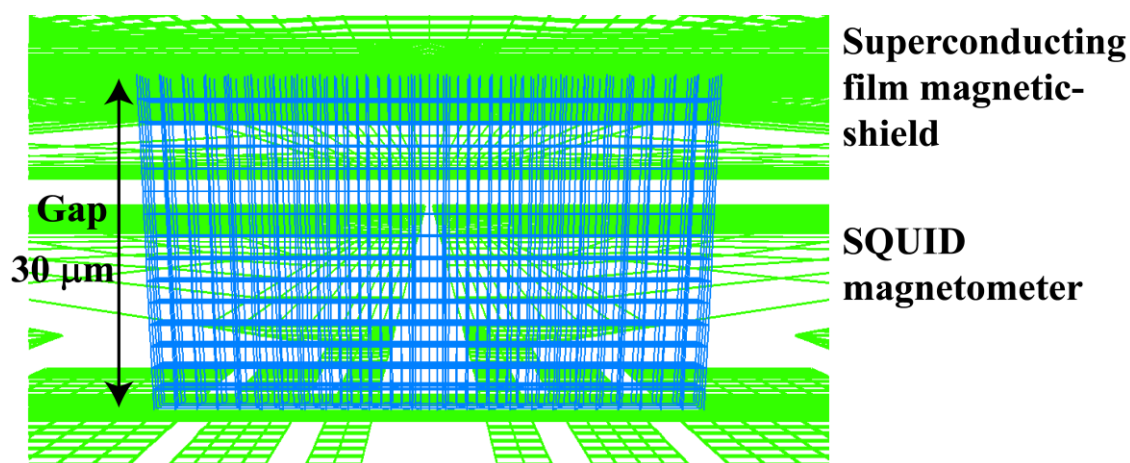


図 3.10 ギャップ部のメッシュ断面図(六面体要素)

表 3.2 解析モデル諸元

要素形状	要素数	節点数
六面体	1,096,128	1,112,900
四面体	3,997,834	702,191

表 3.2 から六面体要素では, 四面体要素と比較して節点数は 1.5 倍以上に増加しているものの, 要素数は 4 分の 1 近くまで減少していることが分かる。

このようにして作成したメッシュを用いて, 3.2.6 項と同様の条件で解析を行った。解析結果として, 四面体要素による解析と同様に SQUID 内部の電流密度分布ならびに SQUID リングに鎖交する磁束の時間変化を求めた。まず初めに, SQUID リングの電流密度分布を図 3.11 に示す。図 3.11 における電流の流れ方は, 図 3.4 の四面体要素の場合の結果・図 3.7 の予想と同様の結果と同様となっている。プロットされている点は, メッシュ分割の際に積み上げを使用したため, 規則正しいものとなっている。

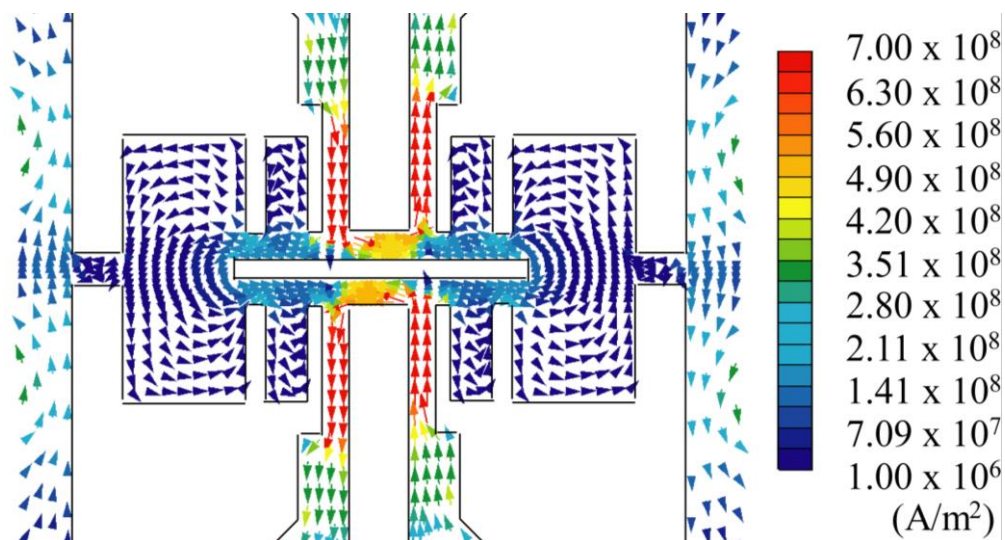


図 3.11 SQUID リングにおける電流密度分布(六面体要素)

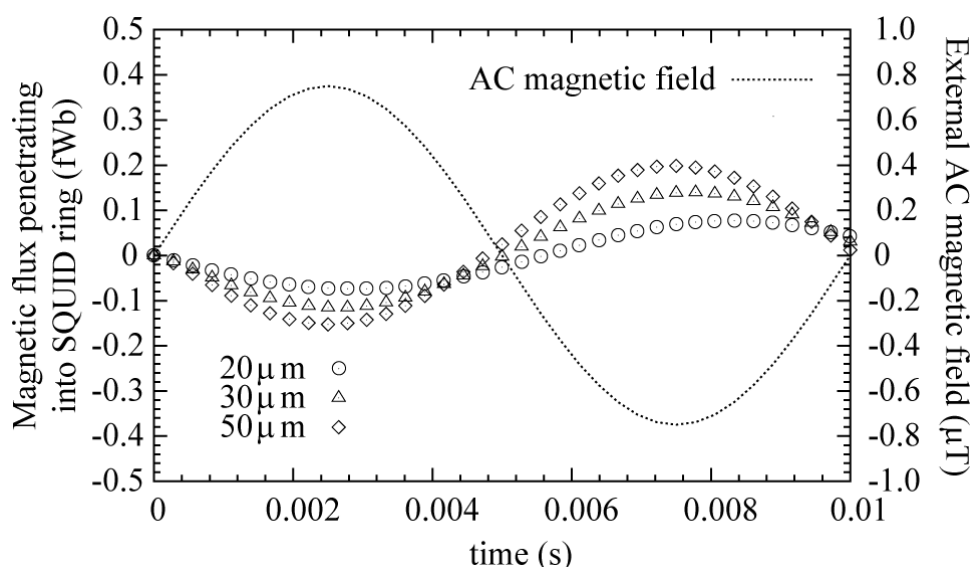


図 3.12 SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化(六面体要素)

続いて、SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化を図 3.12 に示す。図 3.12 の結果では、図 3.5 の結果とは異なりギャップ長に関わらず、外部磁束の変化とは逆位相で変化する SQUID リングに鎖交する磁束が得られている。この結果は、図 3.7 で予想された状態と一致している。したがって、要素形状を六面体に変更し、積み上げによるメッシュ分割を行うようにしたことでギャップ長に関わらず現象を正確に表現できるようになった。

3.2.10 ジョセフソン接合の取り扱い

前項までにおいて、有限要素法におけるメッシュ分割に用いる要素形状が解析結果に与える影響について検討を行った。これらの解析において、SQUID リング上のジョセフソン接合の特性は考慮されておらず他の超電導部分と同様に超電導体として扱っていた。しかしながら、このジョセフソン接合の取り扱い方では、その特性が全く考慮されておらず、SQUID リングの現象の表現が正確ではないことが分かった。本来であれば、この dc-SQUID マグネトメータにおいて、SQUID リングの磁束は 2.2.3 で説明したように外部磁界と同一の向きにならなければならないが、図 3.12 の解析結果では方向が逆となっている。このことを受けて、ジョセフソン接合をこれまでとは異なり、マクロ的な観点において正確な現象を表現することが可能となるように等価抵抗として扱った。

ジョセフソン接合を等価抵抗として考えた場合、ピックアップループ部に流れる電流は図 3.6 から変化がないが、SQUID リング部における電流の経路は図 3.7 において予想したものとは異なり、図 3.13 のようになると考えられる。

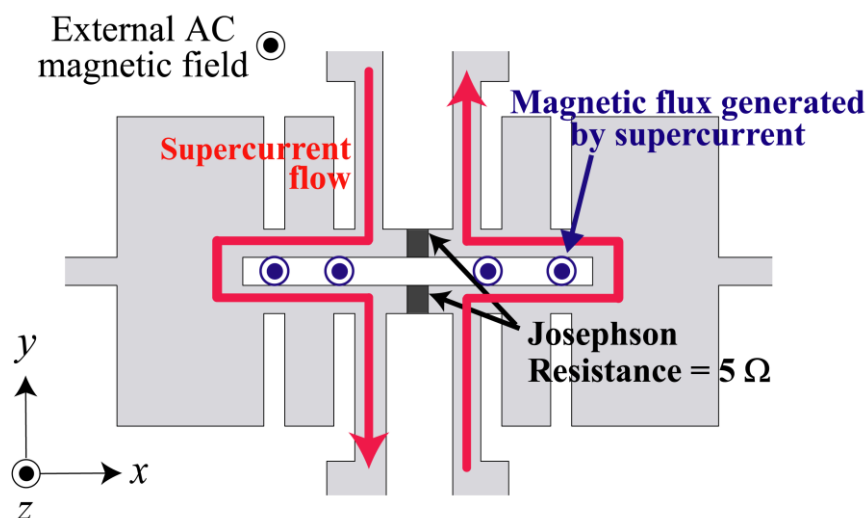


図 3.13 SQUID リング部における電流の経路(等価抵抗考慮)

ジョセフソン接合部を等価抵抗とした場合、電流は接合部を通らず SQUID リングに沿って流れる。その結果、SQUID リングに鎖交する磁束の向きが変化し、外部磁束と同じ方向となると考えられる。

次に、実際にこの条件で解析を行った結果を示す。図 3.14 に SQUID リング部の電流密度分布、図 3.15 に SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化を示す。

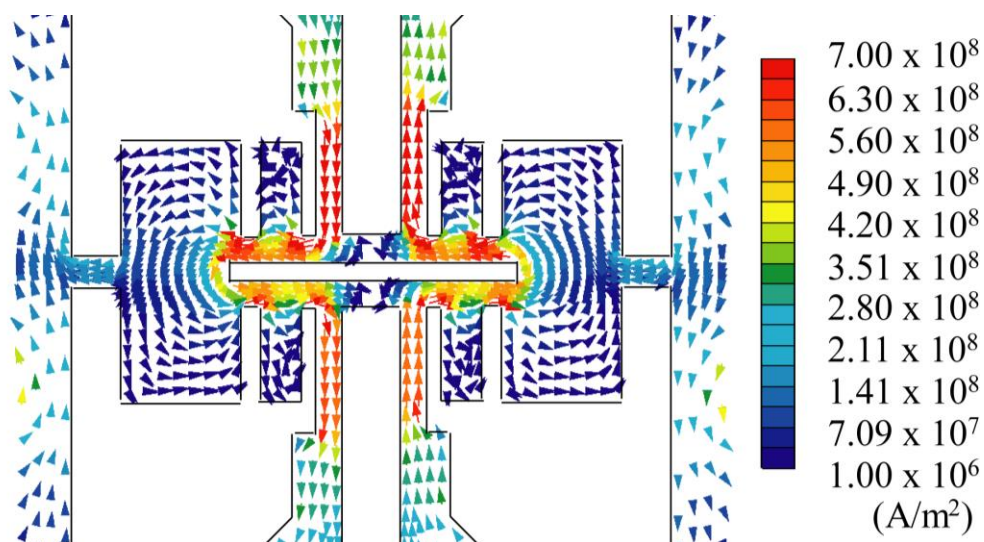


図 3.14 SQUID リング部の電流密度分布

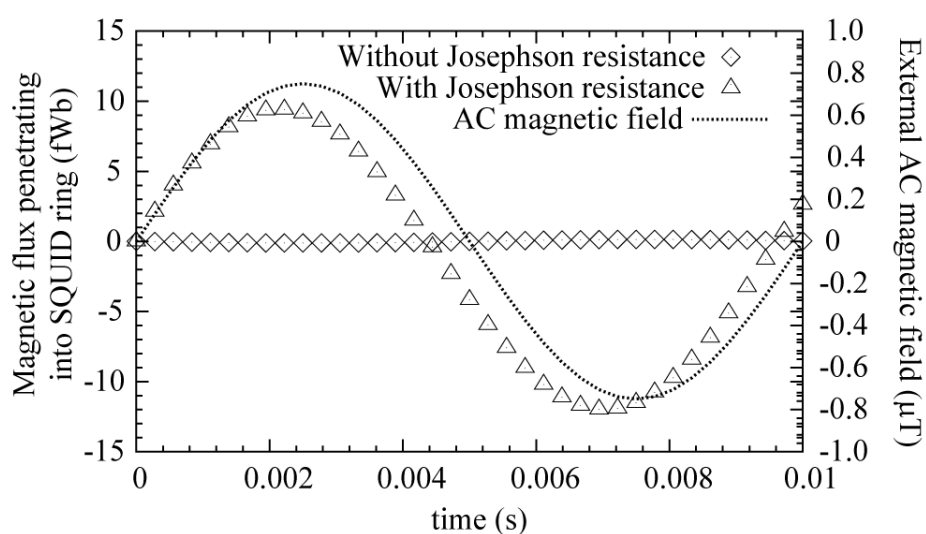


図 3.15 SQUID リングの鎖交磁束量の時間変化

図 3.14 を見ると、図 3.13 で予想した通りに、電流はジョセフソン接合部を通らず、超電導リング部に強く流れていることが分かる。その結果、図 3.15 に示したように SQUID リングに鎖交する磁束は、外部磁界とほぼ同位相であり、ジョセフソン接合を超電導体とした場合よりも遥かに大きな磁束が SQUID リングに鎖交していることが分かる。

このように、ジョセフソン接合部をどのように扱うかによって、大きく異なった結果が得られた[28]。これを受けて、より正確にジョセフソン接合を表現することを目指して波動回数有位相差という量子的な物理量までを考慮した解析の内容に関しては、第 4 章で述べる。

3.3 超電導薄膜磁気シールドの効果の検証

3.3.1 解析結果

3.2 節で述べたように、メッシュ分割に用いる要素形状の変更やジョセフソン接合の扱いの変更を行ったことで、解析精度・現象の表現力が向上したため、改めて超電導薄膜磁気シールドの効果の検証を行った[29]。

本研究では、2 章で示した四角形シールドと十字型シールドの 2 つの形状を対象として解析を行っている。これらの解析において、メッシュ分割には六面体要素を使用し、ジョセフソン接合は等価抵抗として扱っている。

解析結果として、シールドが SQUID マグネットメータ内部の電流経路に与える影響を評価するために、SQUID マグネットメータおよび超電導薄膜磁気シールドの電流密度分布を求め、またシールドの効果を検証するために SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化を求めた。これらの解析結果をシールドが取り付けられていない場合と 2 種類のシールド形状とで比較した。これにより、超電導薄膜磁気シールドの効果を検証し、どちらの形状がより効果的であるかを調査した。さらに実験結果[9]とも比較を行った。

解析結果として、まず SQUID リングの電流密度分布を示す。図 3.16 にシールドが取り付けられていない場合、図 3.17 に四角形シールドを取り付けた場合、3.18 に十字型シールドを取り付けた場合の結果をそれぞれ示す。なお、これらの結果は紙面手前方向に外部磁界が印加されている状態のものとなっている。

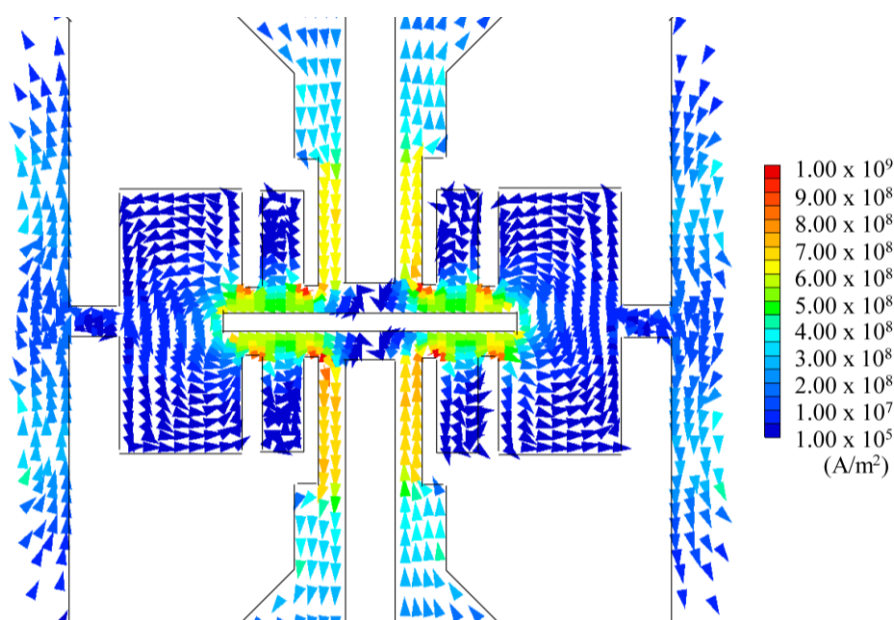


図 3.16 SQUID リングの電流密度分布(シールド無し)

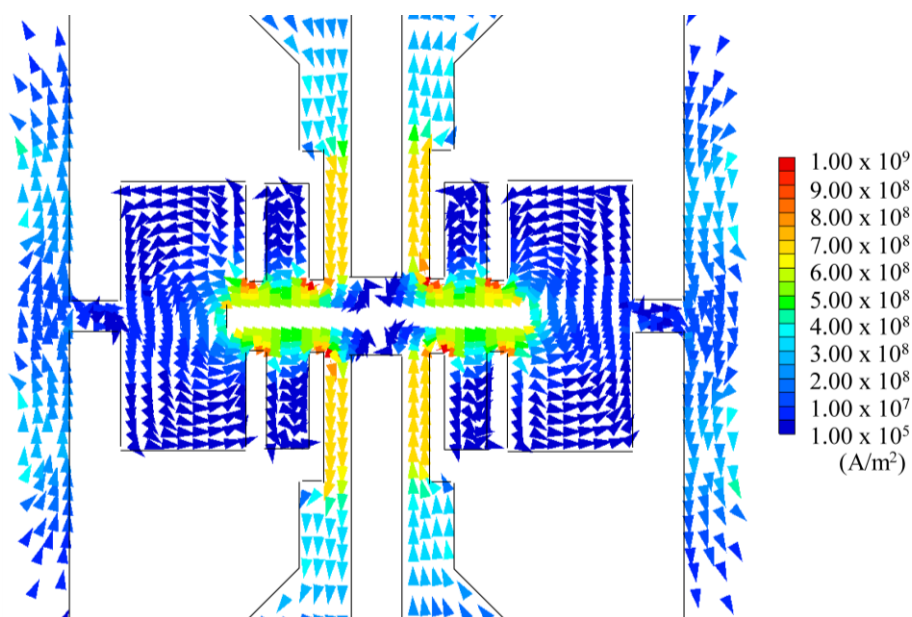


図 3.17 SQUID リングの電流密度分布(四角形シールド)

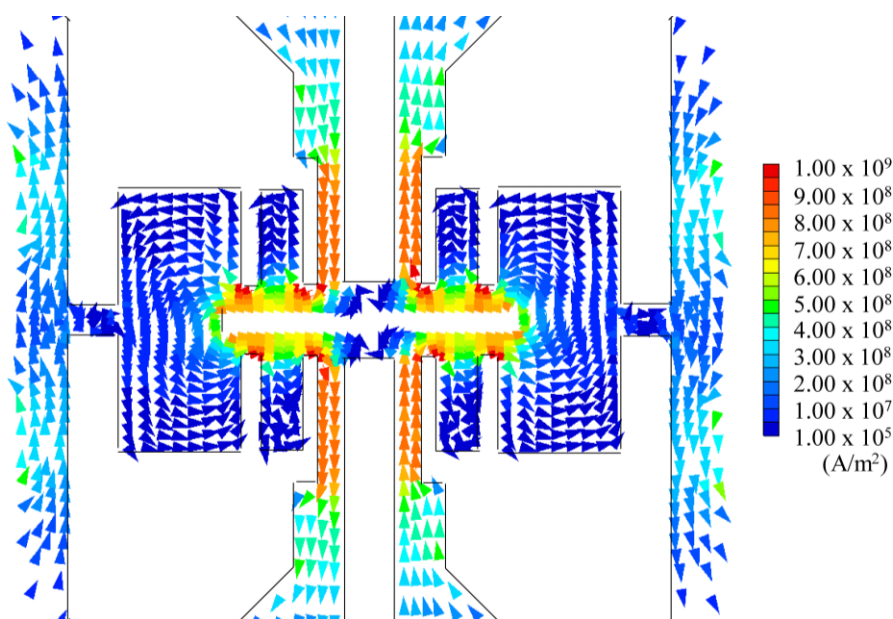


図 3.18 SQUID リングの電流密度分布(十字型シールド)

図 3.16～3.18 を見ると、電流が流れる経路自体には大きな変化はない。しかし、電流密度の大きさに着目すると、十字型シールドを取り付けた場合には、SQUID リング部における電流密度が他の 2 つと比較して明らかに高いということが分かる。また、図 3.16 と図 3.17 を比較すると、わずかではあるものの図 3.17 に示した四角形シールドを取り付けた場合の方が、ピックアップループから電流が流入する箇所と、ピックアップループに電流が流出する箇所での電流密度が高くなっていることが分かる。このように、シールドを取り付けた場合には電流密度が高くなっており、ピックアップループから SQUID リングに流入する電流量が増加していると考えられる。

次に、超電導薄膜磁気シールドがピックアップループに与えた影響について検証するために、ピックアップループ部における電流密度分布を、前述の3つの場合に対して求めた。図 3.19 にシールドが取り付けられていない場合、図 3.20 に四角形シールドを取り付けた場合、図 3.21 に十字型シールドを取り付けた場合をそれぞれ示す。なお、後者2つの図中には、シールドの取り付け位置を破線で示している。

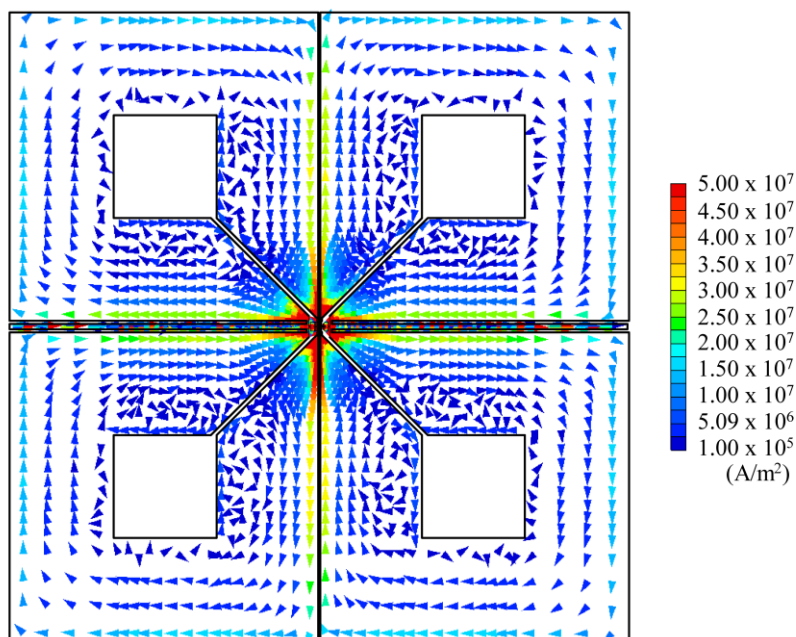


図 3.19 SQUID マグネトメータの電流密度分布(シールド無し)

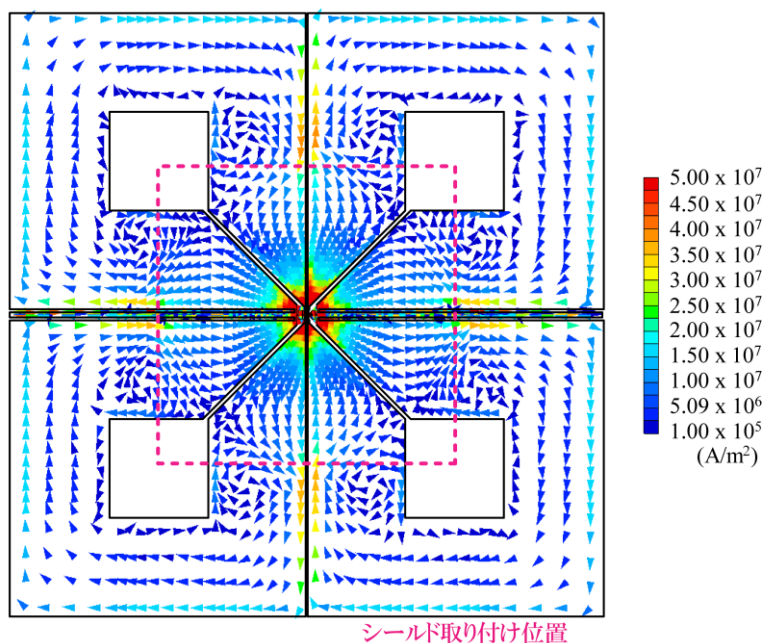


図 3.20 SQUID マグネトメータの電流密度分布(四角形シールド)

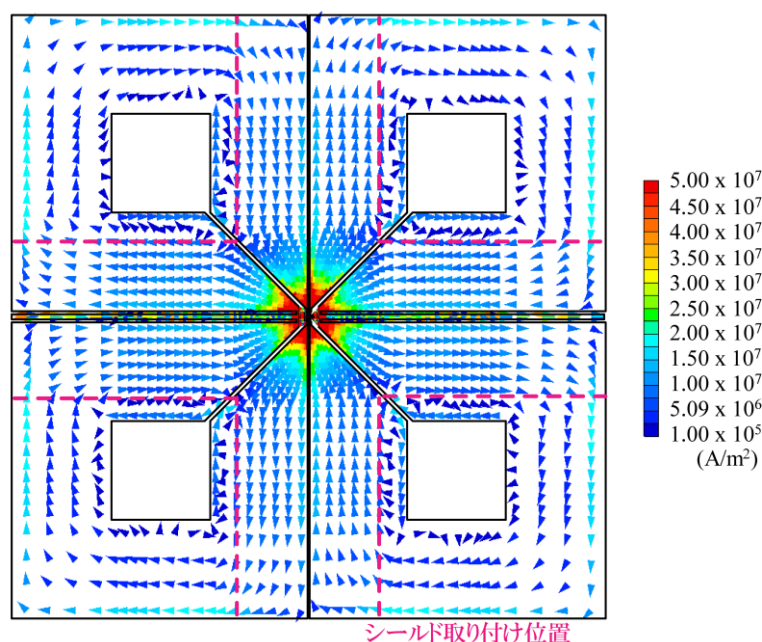


図 3.21 SQUID マグネトメータの電流密度分布(十字型シールド)

上記の 3 つの図から、共通して中心に位置している SQUID リング周辺で電流密度が高いことが分かる。これは、ピックアップループ部は面積が大きく、その断面積も大きくなるため、電流が広がりを持って流れることができる。したがって、電流密度は低くなると考えられる。一方、SQUID リングは面積が非常に小さく、断面積も小さい。そのため、SQUID リングでは狭い箇所にピックアップループからの電流が集中するため、電流密度が高くなっていると考えられる。また、ピックアップループ部に着目すると外周の端部で他より高い電流密度であることが分かる。このようになっているのは、表皮効果によるものであると考えられる。

ここで、本題であるシールドの影響について検討する。まず、図 3.20 の四角形シールドの場合を図 3.19 のシールドを取り付けられていない場合と比較すると、シールドに覆われている部分では、電流密度に大きな偏りが無く均一に近い状態となっていることが分かる。これは、超電導薄膜磁気シールドが存在することによって、SQUID マグネトメータに鎖交する磁束の分布が変化したためであると考えられる。次に、図 3.21 の十字型シールドの場合を比較すると、四角形シールドで見られたシールドに覆われている部分では、電流の偏りが小さくなるという影響が、ほぼ全域で見られている。

続いて、超電導薄膜磁気シールドにおける電流密度分布を示す。図 3.22 に四角形シールドの電流密度分布、図 3.23 に十字型シールドの電流密度分布をそれぞれ示す。

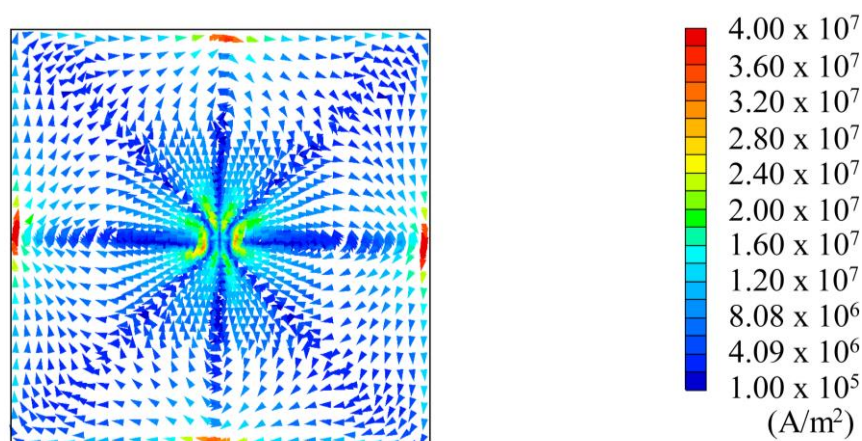


図 3.22 電流密度分布(四角形シールド)

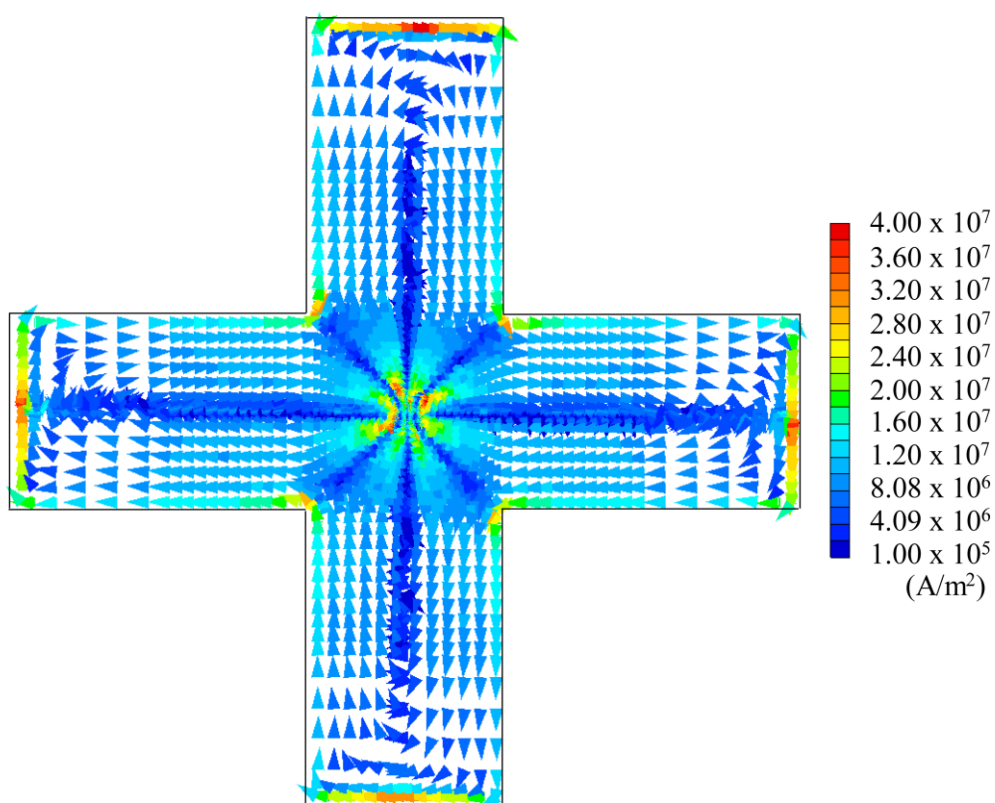


図 3.23 電流密度分布(十字型シールド)

2つの図を見ると、両者とも中心と最外周の端部に電流密度の高い部分が存在している。また、図 3.23 の十字型シールドではそれに加えて、角の部分にも電流密度の高い部分が存在していることが分かる。中心部で高い電流密度が得られているのは、大電流が流れ強い磁界を発生する SQUID リングが近くに存在していることが影響していると思われ、最外周で高い電流密度が出ているのは、表皮効果の影響と考えられる。

このような電流密度分布を知ることは数値シミュレーションを用いることで初めて可能となったことであり、こういった情報を今後の実機の作成に活かすことが期待できる。

続いて、超電導薄膜磁気シールドの形状による影響を検証するために、SQUID リングに鎖交する磁束量の比較を行う。3つの解析モデルには、同一の外部磁界を印加しており、SQUID リングに鎖交する磁束量に変化があれば、磁束の伝達効率が超電導薄膜磁気シールドによって影響を受けたと考えることができる。図 3.24 に解析によって得られた SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化、表 3.3 にその最大値、最小値と Peak to Peak(PP)値を示す。

図 3.24 から、SQUID リングに鎖交する磁束量はシールドを取り付けていない場合と四角形シールドを取り付けた場合とでほとんど違いがないということが見て取れる。より具体的な値として、表 3.3 の PP 値を比較した場合にも 1%しか増加していないことが分かる。一方、十字型シールドを取り付けた場合はグラフ上からも振幅が増加していることがはっきりと分かり、値を見た場合にも 2 割以上 PP 値が増加している。このことから、超電導薄膜磁気シールドによって SQUID に鎖交する磁束量が増加し、磁束の伝達効率が改善していると考えられる。この結果は、図 3.16～図 3.18 に示した電流密度分布ともよく一致している。

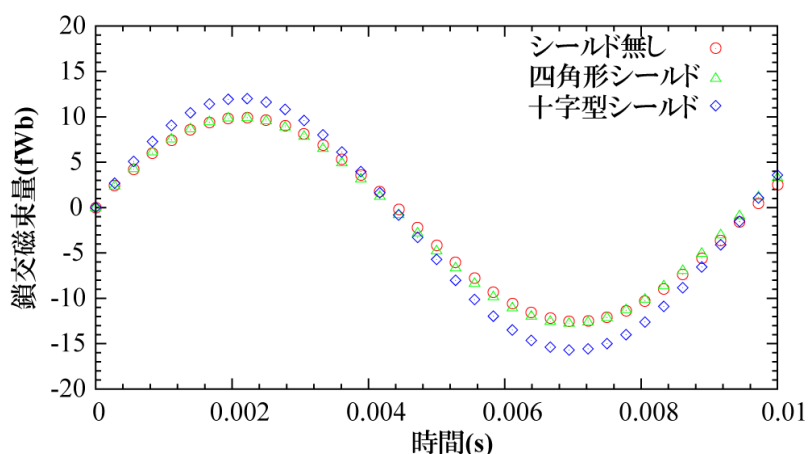


図 3.24 SQUID リングに鎖交する磁束量の時間変化

表 3.3 SQUID リングに鎖交する磁束量

解析モデル	シールド無し	四角形シールド	十字型シールド
最大値 (fWb)	9.9	9.9	12.0
最小値 (fWb)	-12.5	-12.8	-15.7
PP 値 (fWb)	22.4	22.7	27.7
PP 値の割合 (%)	100.0	101.0	123.4

表 3.4 SQUID マグネトメータの有効捕獲面積

解析モデル	シールド無し	四角形シールド	十字型シールド
有効捕獲面積(mm ²)	0.066	0.072	0.085
有効捕獲面積の割合(%)	100.0	109.1	128.8

次に、解析結果と実験結果との比較を行う。実験では、ピックアップループから SQUID リングに磁束を伝達する効率である有効捕獲面積の値が求められている。この値が大きいほど、より多くの磁束を SQUID リングに伝達できるという値である。実験結果[9]を表 3.4 に示す。

解析から得られた SQUID リングに鎖交する磁束の PP 値と実験から得られた有効捕獲面積をそれぞれ解析結果と実験結果とし、それぞれシールドが取り付けられていない場合を 100%として規格化し比較する。結果は図 3.25 のようになる。図 3.25 を見ると、解析結果の方が増加率は小さくなっている。特に四角形シールドを取り付けた場合にはシールドの効果があまり確認できていない。しかしながら、十字型シールドを取り付けた場合には、解析結果・実験結果共に 2 割超の増加が見られる。この結果から、超電導薄膜磁気シールドを取り付けることで、SQUID マグネトメータにおける磁束の伝達効率が改善するということが解析的にも明らかとなった。

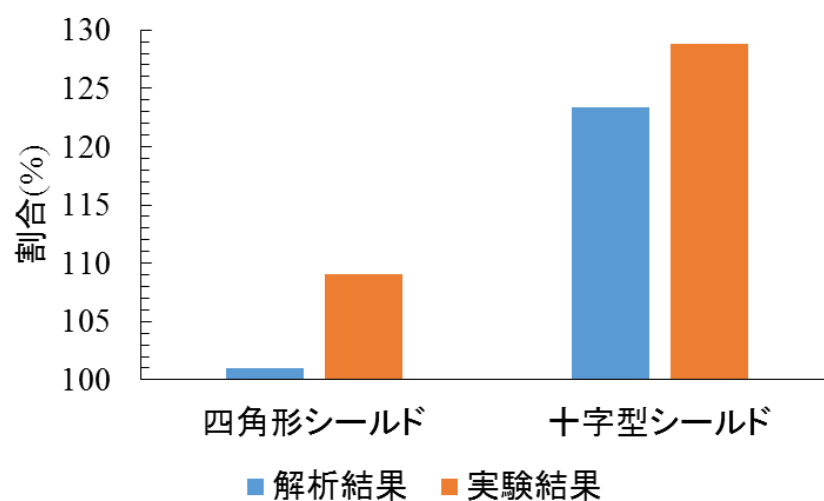


図 3.25 解析結果と実験結果の比較

3.3.2 考察

次に、3.3.1 で得られた結果について考察を行う．図 3.25 に示したように、四角形シールドを取り付けた場合の解析結果は超電導薄膜磁気シールドを取り付けていない場合と比較してほとんど増加が見られていない．なぜ、このような結果となったかを検討する．

まず、SQUID リングに鎖交する磁束量がどのような場合に増加するのかを考える必要がある．SQUID リングに磁束が鎖交するまでを 2.2.3 と同様に考えていくと、以下に示すような流れとなる．

1. dc-SQUID マグネトメータに対して磁界が印加されると、磁束がピックアップループに鎖交する．
2. 磁束が鎖交すると、マイスナー効果により磁束を打ち消すように遮蔽電流がピックアップループ部に流れる．
3. ピックアップループは SQUID リングと直接結合しているため、遮蔽電流は SQUID リングに流入する．
4. SQUID リングに流入した電流によって、SQUID リングに磁束が鎖交する．

つまり、ピックアップループから SQUID リングへの電流の伝達に問題がなければ、ピックアップループが補足する磁束量の増加が SQUID リングに鎖交する磁束量の増加につながることになる．このとき、同一の外部磁界が印加されているにも関わらず、ピックアップループに鎖交する磁束量が増加するには、これまでピックアップループに鎖交せず空気領域を通過していた磁束が、超電導薄膜磁気シールドによってピックアップループに鎖交するようになったことが考えられる．ピックアップループ間の空気領域を図 3.26 に示す．黄色く色付けした部分が空気領域であり、面積は非常に小さく見えるが、ピックアップループ・超電導薄膜磁気シールドのマイスナー効果によって排除された磁束が集中する箇所となっている．

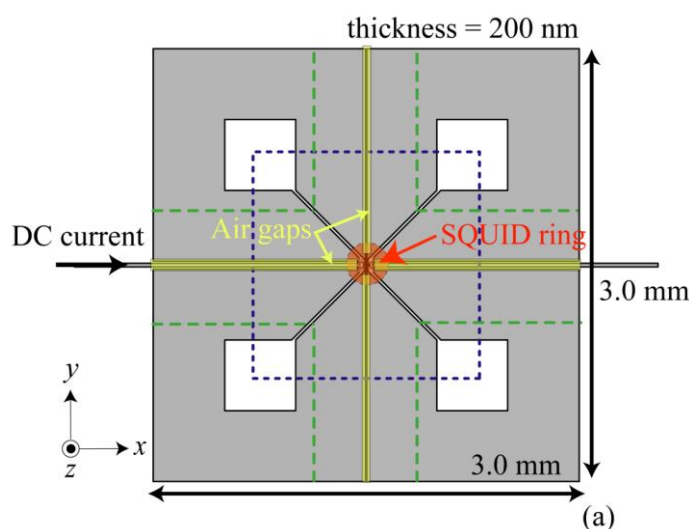


図 3.26 ピックアップループ間の空気領域

続いて、このピックアップループ間の空気領域を通過する磁束が超電導薄膜磁気シールドによってどの程度減少したのかと、ピックアップループに鎖交する磁束がどの程度増加したのかを求めた結果をそれぞれ図 3.27 と図 3.28 に示す。図 3.27 に示すように、四角形シールドでは 0.58 pWb 減少、十字型シールドでは 1.47 pWb 減少と十字型シールドでは、四角形シールドのおよそ 2.5 倍ピックアップループ間の空気領域を通過する磁束量が減少している。一方、図 3.28 を見ると、ピックアップループに鎖交する磁束量は、四角形シールドで 0.27 pWb 増加、十字型シールドで 0.38 pWb 増加している。それぞれの場合において、減少量に対する増加量の割合は 46.3%と 25.6%となっている。この結果から、十字型シールドでは、減少量に対して増加量が少ないとも考えられるが、図 3.29 に示すように、十字型シールドではピックアップループ間の空気領域から排除された磁束が、そのままピックアップループに鎖交せず外側に逸れ、全てがピックアップループに鎖交する訳ではないことを考えると妥当な結果であると考えられる。

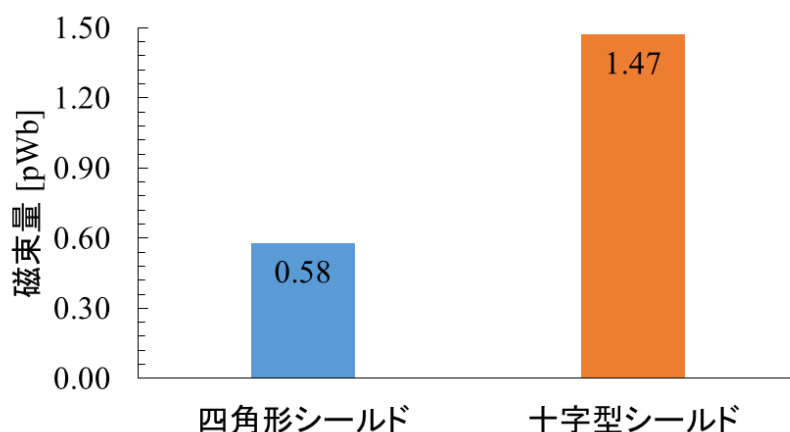


図 3.27 ピックアップループ間の空気領域を通過する磁束の減少量

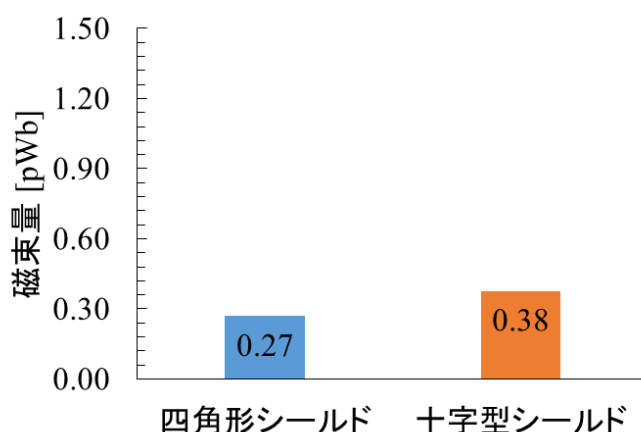


図 3.28 ピックアップループに鎖交する磁束の増加量

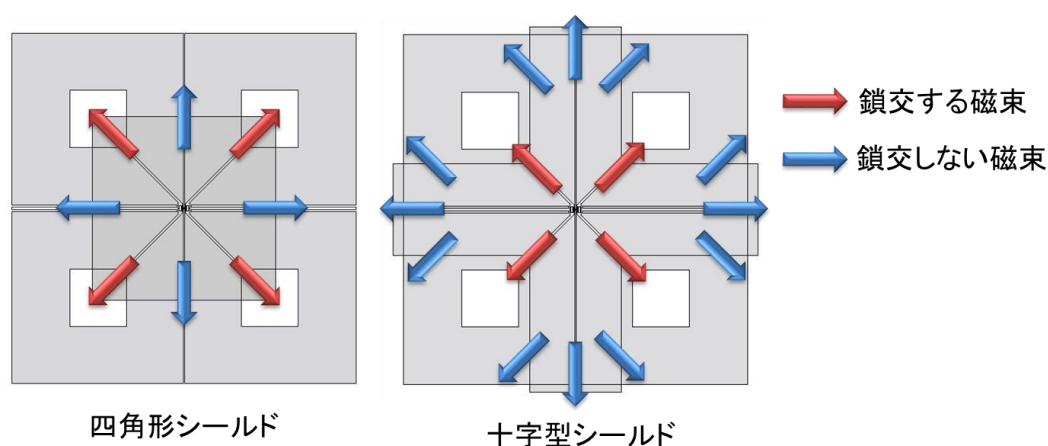


図 3.29 超電導薄膜磁気シールドによる磁束の排除

続いて、本題である四角形シールドを取り付けた場合に、SQUID リングに鎖交する磁束量が増加していないことについて考える。図 3.28 の結果では、四角形シールドを取り付けた場合において、ピックアップループに鎖交する磁束量は増加している。具体的には、四角形シールドを取り付けた場合にはピックアップループに鎖交する磁束量は 0.27 pWb 増加しており、これはシールドがない場合と比較すると 30 %程度の増加となっている。それに関わらず、SQUID リングに鎖交する磁束量の増加は 1%に留まっている。この結果を踏まえて、ピックアップループから SQUID リングへの電流の伝達に問題が無いかを確認する。

これまでに、図 3.16 および図 3.17 に示した SQUID リングの電流密度分布は、ほぼ違いがないことを確認している。そのため、図 3.30 のように、ピックアップループの部分を比較する。図 3.30 中に赤の点線で示した部分を見ると、電流が強く流れていることが分かる。この部分から、ピックアップループで発生する遮蔽電流は四角形シールドを取り付けたことで増加していると判断できる。しかしながら、黒の点線で示した部分を見るとピックアップループの内側に沿った還流している電流が増加していることも同時に見て取れる。このことから、四角形シールドを取り付けたことで、ピックアップループに鎖交する磁束量が増加して遮蔽電流も増加しているものの、四角形シールド自身がピックアップループから SQUID リングへの磁束の伝達を阻害してしまっているということが明らかになった。

この解析結果から、十字型シールドが四角形シールドよりも効果的であるということが実験同様に確認できた。それに加えて、四角形シールドは却って感度の向上には悪影響を与える可能性があることを新たに示した。

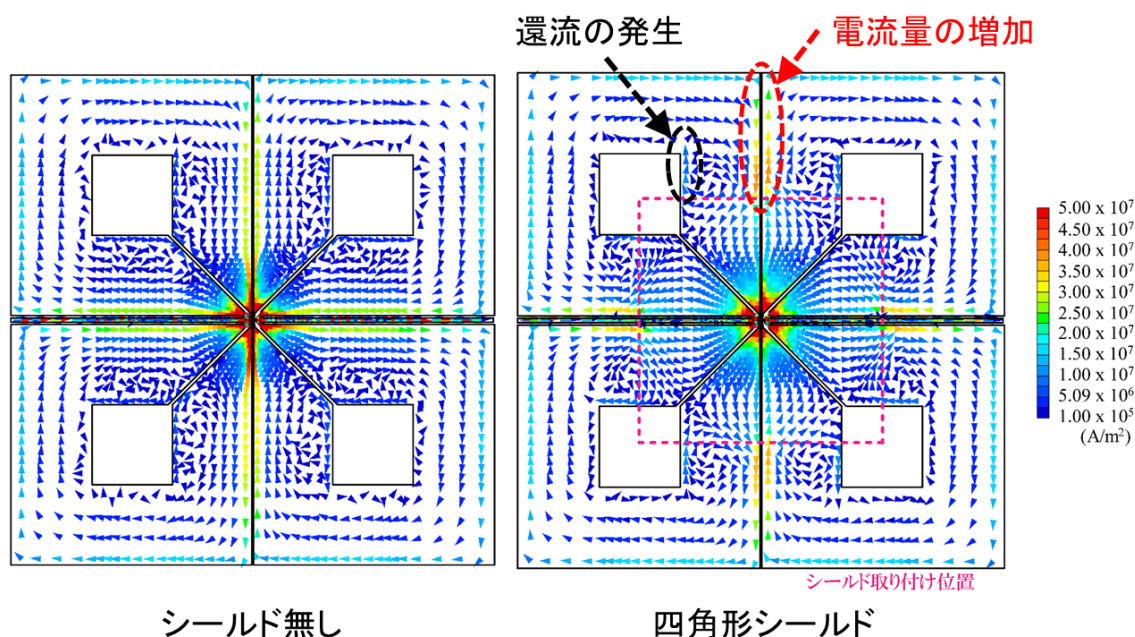


図 3.30 ピックアップループにおける電流密度分布の比較

3.4 超電導薄膜磁気シールドの形状最適化

3.3 節で述べたように, 超電導薄膜磁気シールドを用いることで磁束の伝達効率が改善するということが, 解析的にも明らかになった. これを受けて, 現在よりも超電導薄膜磁気シールドの効果を向上させ, 有効捕獲面積を増加させることを目的として, 形状の最適化を行った[30][31].

3.4.1 Particle Swarm Optimization

本研究では, 最適化手法として PSO 法(Particle Swarm Optimization: 粒子群最適化)を用いた. PSO 法は, 1995 年に Kennedy, J. と Eberhart, R. によって, 開発された単純化された社会モデルのシミュレーションに基づくメタ戦略(発見的最適化手法)の 1 つであり, 群知能に分類される最適化アルゴリズムである[32].

PSO 法ではその名の通り, 位置と速度を持つ探索点である Particle(粒子)と, その集合である Swarm(群)という概念が存在する. PSO 法は, 鳥の群れが餌を探す際の行動特性に基づいている. 群を構成する個体(Particle)は独立して行動するのではなく, 群の一部である自身の情報と, 群で共有している情報の両方に基づいて行動する.

PSO 法の特徴としては次のようなものがある.

1. 探索点が複数個存在する多点探索アルゴリズムである.
2. 多点間で互いに最適解に関する情報を共有して, それに基づいて解空間の探索を行う.

3. 目的関数の連続性や微分可能性を必要とせず、評価値の情報のみを用いて探索が行われる。
4. 非常に簡単なアルゴリズムで構成されており、基本的な算術演算しか用いていない。

PSO 法のアロリズム

ここでは、PSO 法のアロリズムを簡単に説明する。PSO 法のフローチャートを図 3.31 に示す。図 3.31 の各処理の詳細は、次のようになっている。

1. 準備
粒子を複数個生成し、最大反復回数を設定する。
2. 初期化
各粒子に初期位置と初期速度を与える。初期位置と初期速度はランダムに与える。
3. 速度と位置の更新
各粒子において、自己の最適解と群の最適解の情報を使用して、速度を更新し、さらに位置を更新する。
4. 最適解の更新
更新した位置における評価値を求め、その値を過去の最適解と比較して更新する。
この処置は、各粒子と群で行う。
5. 終了判定
反復回数が最大となっていれば、終了する。違う場合には反復回数を増やして 3. に戻る。

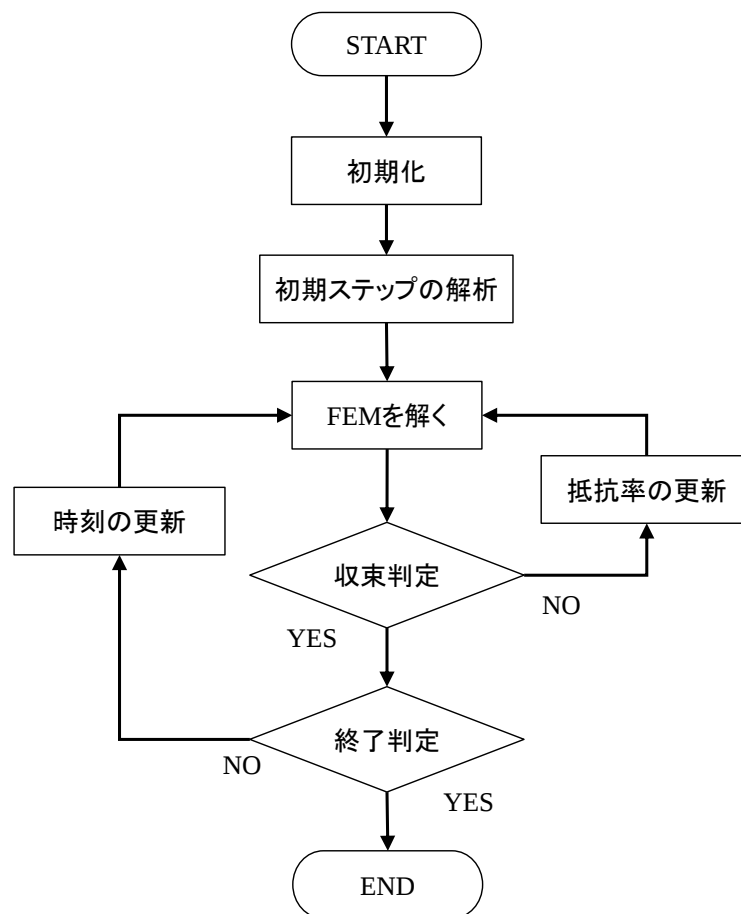


図 3.31 PSO 法のフローチャート

3.4.2 初期メッシュの影響を受けにくい最適化手法

本研究では、前節で説明を行った通常の PSO 法だけでなく、改良を加えた PSO 法を提案し、最適化設計を行っている。改良 PSO 法の変更点としては、複数の異なる初期メッシュを使用しているという点が通常の PSO 法と異なる。

改良 PSO 法を提案するに至った経緯について説明する。最適化では、設計変数に応じた形状の変化を表現するために、メッシュの再生成やメッシュの変形が必要となる。また、その他の手法としてボクセル FEM といった手法も提案されている[33]が、非適合接続など処理が複雑化するため、本研究では採用していない。本研究で用いている六面体要素は、設計変数に応じてメッシュを再生成するということには適していない。そのため、本研究ではメッシュを変形することで設計変数に対応した形状を表現する。

また、近年最適化は広く行われている[34]-[36]が、有限要素法を用いて最適化を行う場合、メッシュの形状や寸法などが解析結果に影響を与えることが知られている。例えば、モータの最適化において、トルクリプルは空気ギャップのメッシュの精度に大きく影響を受ける[37][38]。本研究で行う最適化のように、設計変数に応じて、メッシュを変形して形状を表現する場合には、メッシュを変形したことによって生じる歪みの影響が予想される。

本研究では、初期メッシュやメッシュを変形したことによる歪みの影響を受けにくい最適化を行うことを目指して、通常の PSO 法をベースにして改良を加えた手法を提案し、実行した。

通常の PSO 法

すべての粒子において同一の初期メッシュを用いる通常の PSO 法において、評価値を考える。この場合、任意の設計変数に対して、すべての粒子の目的関数の値は等しくなる。

$$F_i(\mathbf{x}) = F_j(\mathbf{x}) \quad i, j \in \{1, \dots, n\} \quad (3.26)$$

ここで、 i と j は粒子番号であり、 $\mathbf{x}$ は任意の設計変数である。この場合には、最適解はただ 1 つに定まり、粒子番号とは無関係となる。

$$F_{\text{opt}} = F_i(\mathbf{x}_{\text{opt}}) = F_j(\mathbf{x}_{\text{opt}}) \quad (3.27)$$

ここで、 F_{opt} と $\mathbf{x}_{\text{opt}}$ は最適解と最適解に対応する設計変数である。したがって、通常の PSO 法では、単一の最適解に向かって、すべての粒子が相互に影響し合いながら近づいていく。これは、最適解が精度良く求まっている場合には問題がないが、メッシュを変形したことによる歪みの影響を考慮すると問題を含んでいる可能性がある。どのような問題が考えられるかを以下で説明する。

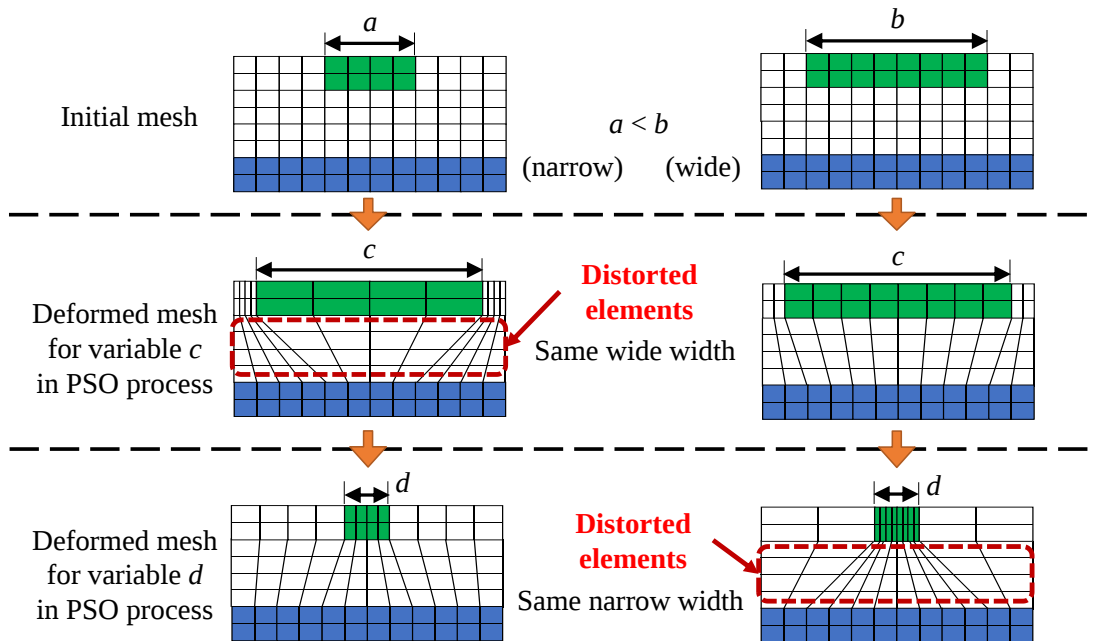


図 3.32 初期メッシュからのメッシュ変形

図 3.32 に, 2 つの異なる初期メッシュを同一の形状へと変形させた様子を示す. 図 3.32 では, 初期長さ a と b の物体を変形してそれぞれ長さ c と d へとしている. 図中では, a を c へと引き伸ばした場合と b を d へと縮めた場合に特に歪んだ形状のメッシュが生成されている. このように歪んだメッシュが生成されている状態において, 高い評価値が得られてしまった場合には, その最適解が妥当でない可能性が考えられる. 単一の初期メッシュを用いる通常の PSO 法ではこのようなメッシュの歪みによる影響をそのまま受けてしまうことが考えられる.

改良 PSO 法

本研究で用いる改良 PSO 法では, 複数の初期メッシュを用いる. つまり, 1 つの粒子に対して 1 つの初期メッシュを対応させ, 粒子数分だけ異なる初期メッシュを用意する. この場合, 同一の設計変数に対して, 粒子毎に目的関数の値は異なったものとなる.

$$F_i(\mathbf{x}) \neq F_j(\mathbf{x}) \quad i \neq j \in \{1, \dots, n\} \quad (3.28)$$

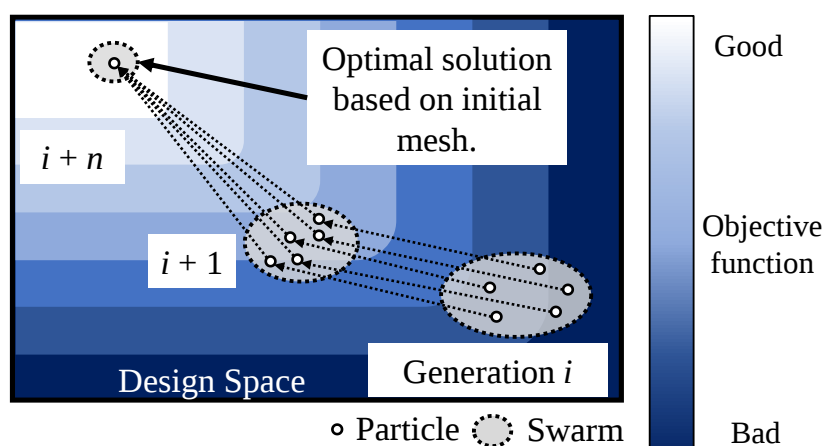
このとき, 目的関数の最適解は粒子毎に異なった値を持つようになる.

$$F_{\text{opt},i} = F_i(\mathbf{x}_{\text{opt},i}) \neq F_{\text{opt},j} = F_j(\mathbf{x}_{\text{opt},j}) \quad (3.29)$$

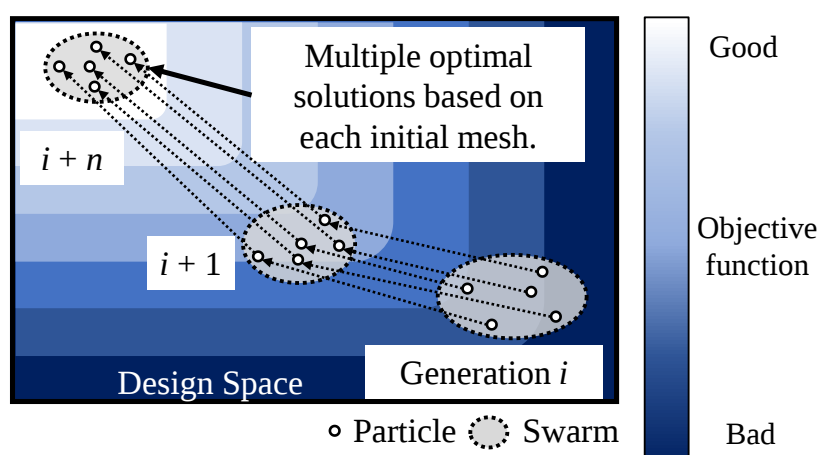
ここで, $F_{\text{opt},i}$ と $\mathbf{x}_{\text{opt},i}$ は粒子 i の最適解とそれに対応する設計変数である. したがって, 粒子毎に異なる初期メッシュを用いた場合, 最終的には粒子の数だけ最適解が求まることになる. 複数の最適解が求まった後, 明らかに正しくない解を除外することで, メッシュの影響を低減した解を得ることができると考えられる.

図 3.33 に通常の PSO 法と改良 PSO 法のコンセプト図を示す. 図 3.33(a)に示す通常の PSO 法では, 複数の粒子が世代を重ねて単一の最適解へと到達する. この得られた最適解は, 用いた初期メッシュによる影響を受けている可能性がある. 一方, 図 3.33(b)に示す改良 PSO 法では, 複数の粒子が世代を重ね, 複数の最適解へと到達する. こちらでも, 1 つ 1 つの最適解は用いた初期メッシュの影響を受けている可能性がある. しかしながら, 得られた最適解群に処理を施すことで, 明らかに他と異なった解を排除することは可能である. また, PSO 法をベースとしているため, 探索中に相互に影響しあうことで, 通常の PSO 法よりもメッシュに由来する誤差を低減させることが期待される.

なお, 得られた最適解群から最終的な最適解を選ぶ方法として, K 平均法[39]を採用している. クラスタリングを行うことで不適切な解を排除し, 評価値が最も高いクラスターの中心を最適解とする.



(a) 通常の PSO 法



(b) 改良 PSO 法

図 3.33 コンセプト図

3.4.3 目的関数

本節で行う最適化の目的は、一定の外部磁界が印加された状態において、SQUID マグネットメータの有効捕獲面積を最大化することである。したがって、目的関数は(3.30)式に示す有効捕獲面積となる。

$$F = A_{\text{eff}} = \frac{\Phi}{B} \quad (3.30)$$

ここで、 A_{eff} は有効捕獲面積、 Φ は SQUID リングに鎖交する磁束量、 B は印加された磁束密度である。最適化問題は、 F の最大化問題となる。

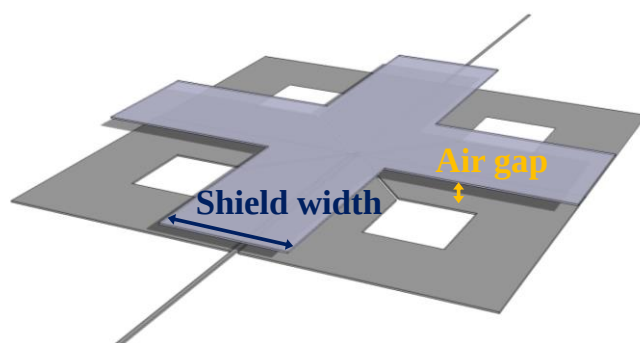


図 3.34 設計変数

3.4.4 設計変数

最適化の対象について詳細を説明する。超電導薄膜磁気シールドの最適化を行うにあたり、設計変数を次の2つとした。1つ目は、SQUID マグネトメータと超電導薄膜磁気シールド間のギャップ長、もう1つは十字型シールドの幅の長さである。これらの位置を図 3.34 に示す。なお、ギャップ長の取りうる値の範囲は $10\ \mu\text{m}$ から $50\ \mu\text{m}$ とし、シールド幅の取りうる値の範囲は $0.2\ \text{mm}$ から $1.0\ \text{mm}$ とした。この値の範囲内において、2つの設計変数を対象として最適化を行った。

なお、最適化に用いる初期メッシュとして、シールド幅が $0.5\ \text{mm}$, $0.6\ \text{mm}$, $0.7\ \text{mm}$, $0.8\ \text{mm}$, $0.9\ \text{mm}$ の5つのメッシュを作成した。

3.4.5 最適化結果

通常の PSO 法による最適化結果

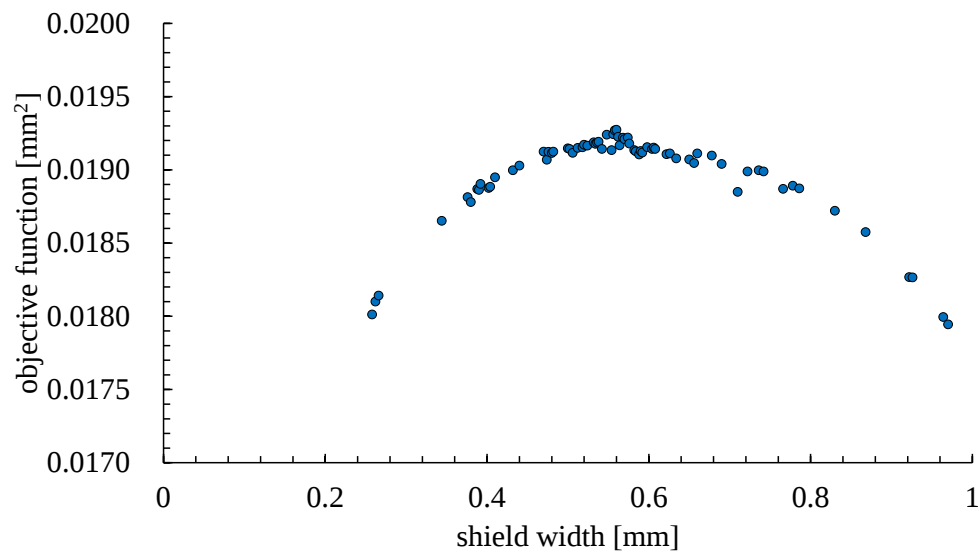
初めに、通常の PSO 法によって得られた解析結果を示す。この解析では、5つの粒子を用いて最適化を行った。すべての粒子に対して同一の初期メッシュが割り振られている。前述のように、初期シールド幅が異なる5通りの初期メッシュを作成して解析を行った。すべての粒子が同一の解に到達するか、規定の世代数に達した場合に探索を終了している。表 3.5 にメッシュ 1-5 による最適化結果を示す。

表 3.5 通常の PSO による最適化結果

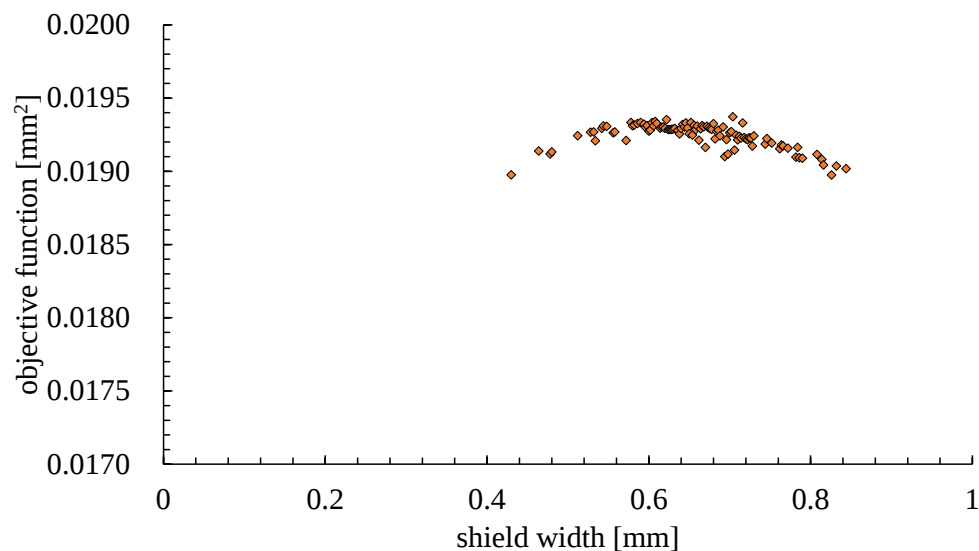
Mesh #	Initial shield width [mm]	Optimized shield width [mm]	Objective function [mm^2]
1	0.5	0.560	0.01927
2	0.6	0.704	0.01937
3	0.7	0.608	0.01957
4	0.8	0.744	0.01992
5	0.9	0.674	0.01944

表 3.5 には記載していないが、最適化を行ったところ、ギャップ長はすべての場合で $10\text{ }\mu\text{m}$ となった。この表から分かるように、すべてのメッシュにおいて異なる最適解とそれに対応する設計変数が得られた。なお、目的関数の最大値はメッシュ 4 における 0.01992 mm^2 となっている。

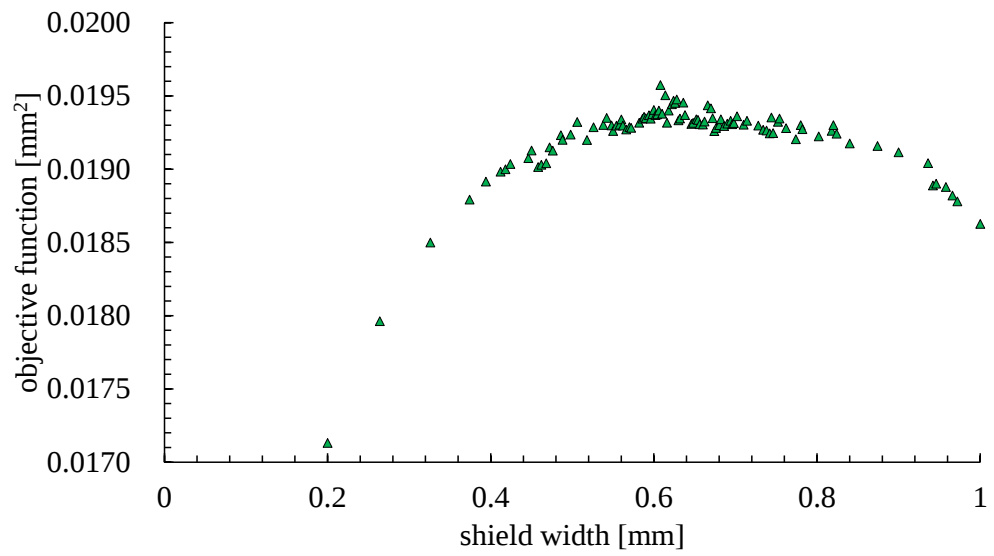
また、図 3.35 に 5 通りの初期メッシュにおける超電導薄膜磁気シールドの幅と目的関数の値のプロットを示す。



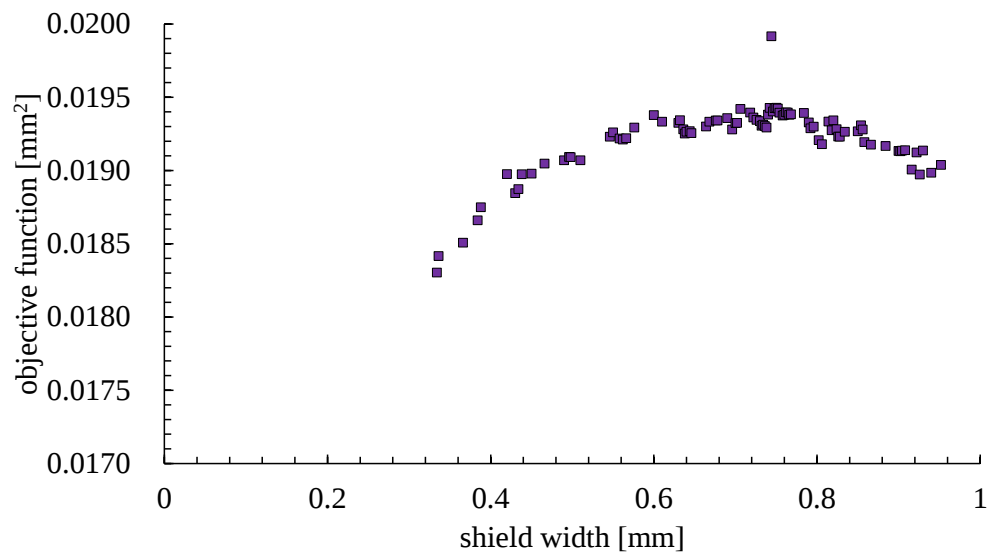
(a) Mesh #1



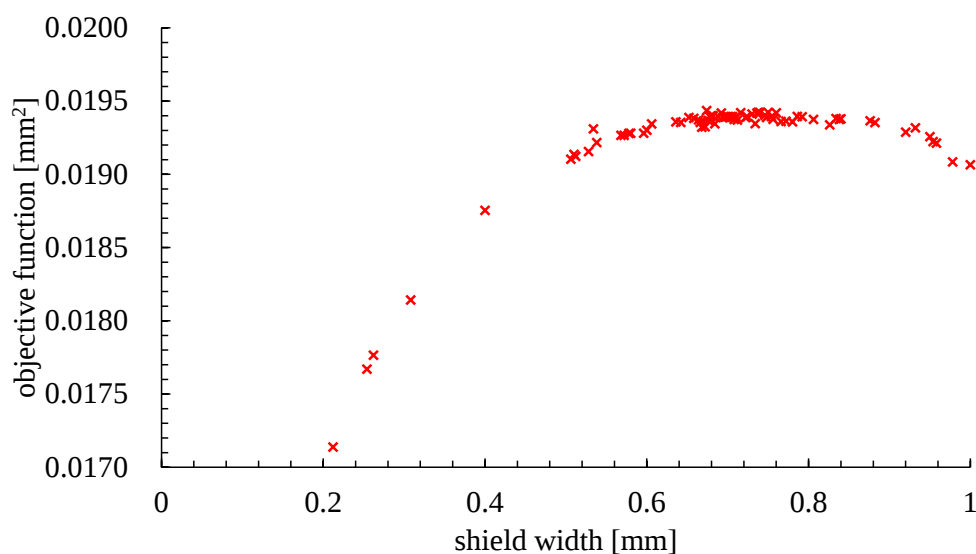
(b) Mesh #2



(c) Mesh #3



(d) Mesh #4



(e) Mesh #5

図 3.35 探索点のプロット

図 3.35 の(a)～(e)を見ると、全体のプロットの分布はある程度似通っているものの、すべてが全く同じ分布をしているわけではないことが分かる。これが、初期メッシュの影響が表れた結果と考えられる。また、図 3.35(d)を見ると、最大値のプロットは明らかに他のプロットと離れており、これはメッシュを歪めて変形したことによる影響であると考えられる。このような場合には、このプロット点は最適解として選ばれるには不適切であると考えられる。

改良 PSO 法による最適化結果

続いて、改良 PSO 法によって得られた最適化結果を示す。こちらでも、5つの粒子を用いて最適化を行っており、各粒子にはメッシュ 1-5 がそれぞれ割り振られている。表 3.6 に最適化結果として、粒子毎の最適化されたシールド幅と目的関数の値を示す。また、図 3.36 に探索点のプロットを示す。

表 3.6 改良 PSO 法による最適化結果

Particle # (Mesh #)	Optimized shield width [mm]	Objective function [mm ²]
1	0.558	0.01927
2	0.578	0.01933
3	0.608	0.01957
4	0.744	0.01992
5	0.634	0.01950

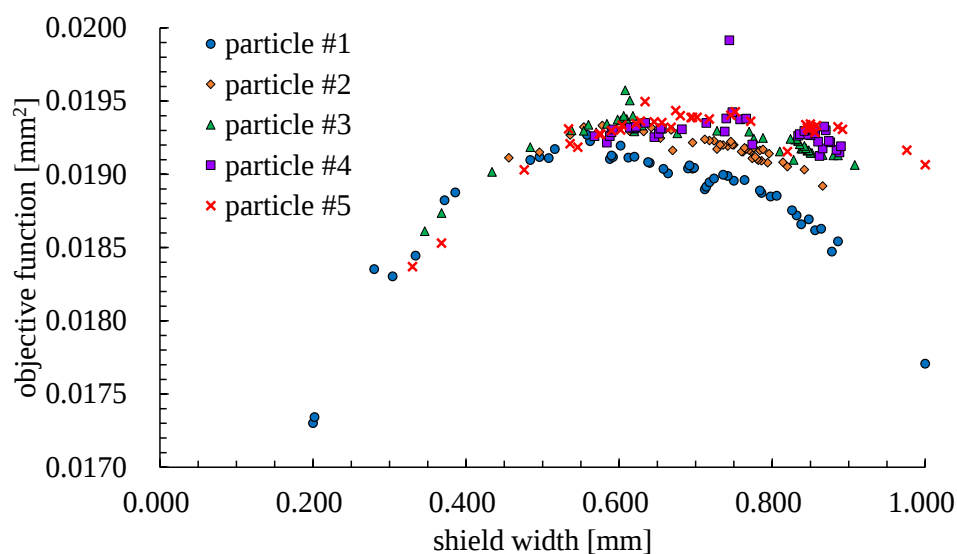


図 3.36 探索点のプロット(改良 PSO 法)

表 3.6 および図 3.36 の改良 PSO 法による結果を、表 3.5 および図 3.35 の通常の PSO 法による結果と比較する。まず、メッシュ 1, 3, 4 から得られた最適解の値は、表 3.5 と表 3.6 で同一の値となっている。また、図 3.35(d)に見られた他のプロット点と比較して、著しく値が高いプロット点が図 3.36 でも見られており、個々のメッシュによる影響が残っていることが分かる。しかしながら、メッシュ 2, 5 の最適解の値は通常の PSO 法で行った最適化とは異なっており、改良 PSO 法の影響が考えられる。

図 3.36 のプロット点群から最適解を求めるにあたり、粒子毎に評価値が上から 5 つの点を抽出し、K 平均法によってクラスタリングを行った結果を図 3.37 に示す。

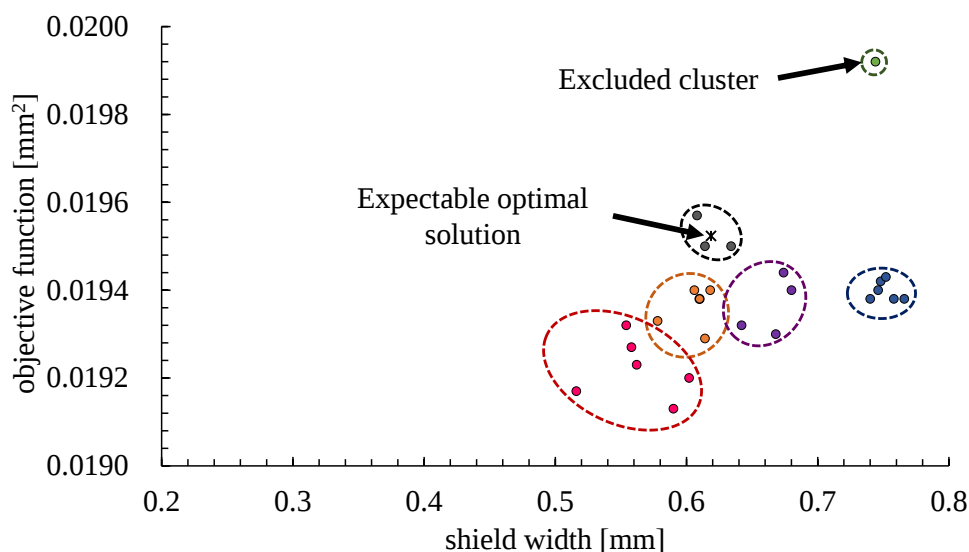


図 3.37 K 平均法によるクラスタリング結果

クラスタリングを行った結果、1つのプロット点が単一のクラスタとなり、他のクラスタから大きく離れるという結果となった。この点の評価値は高いものの、他と著しく異なっており、不適切であると判断した。したがって、クラスタリングを行った結果から2番目に評価値が高いクラスタの中心を最適解として選択した。このときのシールド幅は、 0.619 mm であり、目的関数値は 0.01952 mm^2 となった。

この最適化では設計変数が2つであり、自由度が小さい。今後、最適化を行う際にはより自由度の高い最適化を行うことが必要である。

3.5 まとめ

本章では、有限要素法を用いて SQUID マグネットメータおよび超電導薄膜磁気シールドの数値解析を行った結果について述べた。これらの解析では、SQUID 内部の現象を明らかにすることと、超電導薄膜磁気シールドの効果を検証することを目的とした。また、最適化アルゴリズムを用いて超電導薄膜磁気シールドの形状最適化を行った。以下に、本章で述べた内容の概要を記す。

1. 解析手法である有限要素法に関して、説明を行った。電磁界解析において支配方程式として用いられるマクスウェル方程式を示し、それをもとにした定式化について説明を行った。また、SQUID を解析するにあたり一般的な定式化とは異なる部分についても説明を行った。さらに、超電導体の解析において、その E - J 特性を考慮するために用いられる仮想導電率について説明を行った。
2. SQUID マグネットメータの数値解析を、有限要素法を用いて行うにあたり、メッシュ分割に用いる要素形状に関して検討を行った。はじめに、四面体要素を用いて解析を行ったが、メッシュ分割に問題があり、得られた結果が予想と異なっていた。要素数を増加させることで対処することも検討したが、同等の要素数で精度が高いことが知られている六面体要素を用いて再度解析を行い、現象が正しく表現できていることを確認した。このようにして、解析に使用する要素形状を決定した。
また、マクロ・スケールにおけるジョセフソン接合の表現方法についても検討を行った。その結果、ジョセフソン接合を等価抵抗として扱うことで、マクロ・スケールにおける現象が予想と同様となった。この解析によって、実験では測定することが不可能である SQUID マグネットメータ内部における電流経路を求めることができた。
3. 超電導薄膜磁気シールドを使用することで SQUID マグネットメータが受ける影響についての検証を行った。超電導薄膜磁気シールドの効果を検証するために、SQUID マグネットメータのみの解析モデルと四角形シールドと十字型シールドの2種類を取り付けた解析モデルを作成し、解析を行った。実験では、超電導薄膜磁気シールドの使用によって SQUID の感度パラメータである有効捕獲面積が増加することが確認されている。本研究では、すべての解析モデルに対して同様の外部磁界を印加し

た状態で解析を行い、SQUID に鎖交する磁束量を求めることにより、SQUID への磁束の伝達効率が向上しているかを求めた。解析を行った結果、四角形シールドを用いた場合には SQUID に伝達される磁束量の増加は 1%に留まったが、十字型シールドを用いた場合には 23%増加した。この結果は、四角形シールドの増加率が低いものの、十字型シールドでは実験とおおよそ一致しており、超電導薄膜磁気シールドを使用することで、SQUID の感度が向上することが数値解析によっても確認できた。また、四角形シールドを取り付けた場合に SQUID に伝達される磁束量の増加が少ないことについて考察を行い、新たな知見を得た。

4. 超電導薄膜磁気シールドの効果をより向上させるために、最適化アルゴリズムを用いて最適化を行った。まず、使用した最適化アルゴリズムである PSO について説明を行った。また、最適化にあたりメッシュの影響を受けにくくなるように改良を加えた改良 PSO 法について提案し、そのコンセプト等を述べた。さらに、目的関数と設計変数について説明を行った。最適化を行った結果、評価関数値は 5%程度の増加が見られた。

第4章 ジョセフソン接合の特性に関する検討

4.1 概説

SQUID は、ジョセフソン効果を利用することにより、波動関数の位相差といった量子的な現象をマクロ的なレベルにおいて観測できるという大きな特徴を持っている。第 3 章までに行った有限要素法による SQUID の解析では、マクロ的な現象を表現することはできていたものの、量子的な現象を考慮することまではできていなかった。本章では、有限要素法による SQUID のマクロ的な現象の数値シミュレーションを元にして、量子的な現象を考慮に加えた解析を行う。これにより、量子的な振る舞いを考慮した、より正確な SQUID のシミュレーションを実現する。

SQUID において、量子的な現象を観測することができるのはジョセフソン接合が存在するためである。ジョセフソン接合は、ジョセフソン効果を示し、ある一定の電流値までは電圧を発生せずに電流を流すことができるという非線形の電流電圧特性を有している。このジョセフソン接合の特性が SQUID の動作にも大きく影響を与える。ジョセフソン接合の特性は、等価回路を用いて表すことができる[40]。本研究では、SQUID の動作をより正確にシミュレートするために、この等価回路を有限要素法と組み合わせた解析を行う。

まず、ジョセフソン接合の特性を考慮するために、非線形電流電圧特性の曲線を元にシミュレーション上でジョセフソン接合の状態が超電導・常電導の 2 状態に切り替わるようにして解析を行った[41]。

また、ジョセフソン接合の等価回路と量子化条件式を有限要素法と組み合わせることで、ジョセフソン接合の位相差を考慮した解析を行った[42]。

本章では、4.2 節においてジョセフソン接合とその等価回路について説明を行い、非線形電流電圧特性の導出を行った。4.3 節において、非線形電流電圧特性を有限要素法と組み合わせる解析手法について説明を行い、解析結果を示す。4.4 節では、磁束の量子化について説明を行い、等価回路と有限要素法を組み合わせる解析手法についても説明を行う。最後に、解析を行って得られた結果について考察を行う。

4.2 ジョセフソン接合

本節では、ジョセフソン接合の自体と、ジョセフソン効果について特性を表現する基本式を用いて、簡単に説明を行う。さらに、ジョセフソン接合を表現するために用いられる等価回路および等価回路方程式について、説明を行う。

ジョセフソン接合とは、ジョセフソン効果を示すトンネル接合である。以下で、ジョセフソン効果の詳細を説明し、その特性を表現するために用いられる等価回路についても述べる。

4.2.1 ジョセフソン効果

ジョセフソン効果は、弱結合した2つの超電導体間に、超電導電流が流れる現象である。ジョセフソン効果は、1962年に、ケンブリッジ大学のブライアン・ジョセフソンによって理論的に導かれ[43]、ベル研究所のアンダーソンとローウェルによって実験的に検証されている[44][45]。

図4.1に示すように、2つの超電導体間に絶縁層があり、かつこの絶縁層が十分に薄い場合には、2つの超電導体は弱結合した状態となり、ジョセフソン効果を示し超電導電流が流れる。

ジョセフソン効果は、以下の2つに分類される[46]。

1. 直流ジョセフソン効果

弱結合した2つの超電導体間に超電導トンネル電流が流れる。

2. 交流ジョセフソン効果

接合に直流電圧を印加した場合にこの電圧に比例した周波数の交流の超電導電流が流れる。

これらの詳細は次項以降で説明する。これらのジョセフソン効果を示すトンネル接合をジョセフソン接合と呼ぶ。ジョセフソン接合の種類としては、トンネル型、SNS型、バイクリスタル型(結晶粒界型)、ステップエッジ型などがある。

SQUIDはジョセフソン効果を使用した超電導デバイスの代表例である。前述しているように、本研究ではバイクリスタル型ジョセフソン接合を想定している。

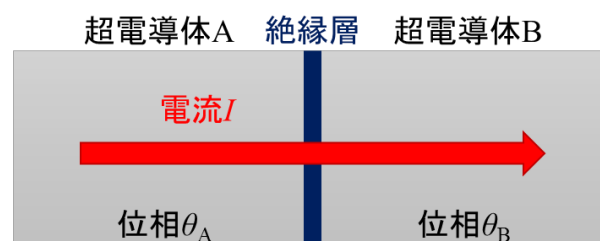


図 4.1 ジョセフソン効果

4.2.2 基本式

ジョセフソン効果の基本式は次の2式で表される[14].

$$I = I_c \sin \varphi \quad (4.1)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad (4.2)$$

ここで、 I はジョセフソン接合に流れる電流、 V はジョセフソン接合に発生する電圧、 φ は2つの超電導体間の波動関数の位相差であり、 I_c は超電導トンネル電流の最大値であり臨界電流値と呼ばれる。また、 t は時間である。これらの基本式は理想的な場合のものであり、実際のジョセフソン接合には抵抗成分やキャパシタンス成分が存在している。(4.1)式が直流ジョセフソン効果を表す式であり、(4.2)式が交流ジョセフソン効果を表す式である。(4.1)式は、図4.1に示した超電導体A(位相 θ_A)と超電導体B(位相 θ_B)のトンネル接合には、電圧0で電子対のトンネル電流が流れ、その大きさは2つの超電導体の位相差($\varphi = \theta_B - \theta_A$)に依存するということを示している。また、(4.2)式は位相差の時間変化がジョセフソン接合に発生する電圧に対して支配的であることを示している。このように、接合の位相差が超電導電流の大きさに影響を与え、その時間変化が接合の電圧にも影響を与えることが分かる。

4.2.3 等価回路

ジョセフソン接合は、簡単な等価回路で表すことができる[47]。この等価回路は、ジョセフソン接合素子に対して、キャパシタンス成分、抵抗成分が並列に接続した集中定数回路であり、RSJ (Resistively Shunted Junction : 抵抗シャント)モデルと呼ばれる。ジョセフソン接合の等価回路図を図4.2に示す。図4.2において、 I は接合に流れる電流、 V は接合に発生する電圧、 R_c は抵抗、 C はキャパシタンスである。図4.2の等価回路方程式は次式で与えられる。

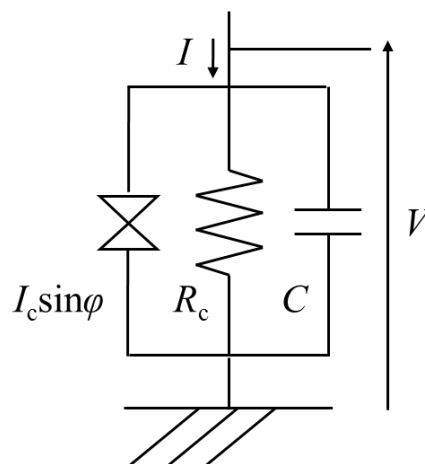


図 4.2 ジョセフソン接合の等価回路

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{V}{R_c} + C \frac{dV}{dt} \quad (4.3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V \quad (4.4)$$

ここで、(4.3)式の右辺第1項は(4.1)式で表されるジョセフソン電流項であり、第2項は抵抗に流れる常電導電流、第3項は容量 C に流れる変位電流を表している。また、(4.4)式は(4.2)式の変数を書き換えたものであり全くの等価である。このような等価回路を用いてジョセフソン接合を表現することができる。

4.2.4 非線形電流電圧特性

前項にて、図 4.2 に示した等価回路は一般的なものである。本研究ではヒステリシスを持たないバイクリスタル型ジョセフソン接合を考えている。ヒステリシスの大きさはキャパシタンス成分によって決まることが知られており、したがって本解析ではキャパシタンスが十分に小さいとした場合を考える。このとき、等価回路は図 4.3 のように書きなおすことができ、等価回路方程式も(4.3)式の右辺第3項が無くなり、(4.5)式となる。また、(4.4)式を V が左辺となるように書きなおすことで、(4.6)式が得られる。

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{V}{R} \quad (4.5)$$

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} \quad (4.6)$$

この(4.5)式、(4.6)式を解くことで、非線形電流電圧特性が求まる。 $C=0$ の場合には、等価回路方程式は解析的に解くことができる。以下で、順を追って説明する。まず、(4.5)式に(4.6)式を代入することで(4.7)式を得る。

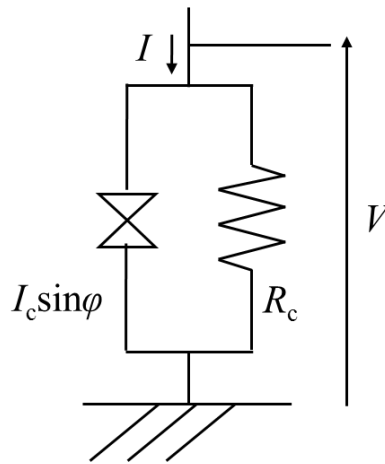


図 4.3 ジョセフソン接合の等価回路($C=0$)

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\varphi}{dt} \quad (4.7)$$

ジョセフソン接合において、電流が臨界電流値以下、つまり $I \leq I_c$ の場合には接合に流れる全ての電流は超電導電流となる。したがって、(4.7)式の右辺第2項が0になり、(4.8)式の解を持つことになる。

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{I}{I_c} \right) \quad (4.8)$$

(4.8)式による電流量と位相差の関係を表すと図 4.4 となる。この時、位相差は電流量にのみ依存して時間には依存しないため、発生する電圧は0となる。

一方、電流が臨界電流値を上回っているとき、つまり $I > I_c$ の場合には電流は抵抗部にも流れるようになる。このとき、(4.7)式の解は次のようになる。

$$\varphi(t) = 2 \tan^{-1} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{I_c}{I} \right)^2} \tan \left(\frac{\pi R_c \sqrt{I^2 - I_c^2}}{\Phi_0} t \right) + \frac{I_c}{I} \right] \quad (4.9)$$

この(4.9)式は $\varphi(t)$ が(4.10)式に示す周期 T で振動することを示している。

$$T = \frac{\Phi_0}{R \sqrt{I^2 - I_c^2}} \quad (4.10)$$

(4.9)式を(4.6)式に代入することで、電圧 $V(t)$ を求めることができる。この電圧 $V(t)$ も周期 T で振動する。ジョセフソン接合の位相差、電圧の時間変化を図 4.5、図 4.6 に示す。

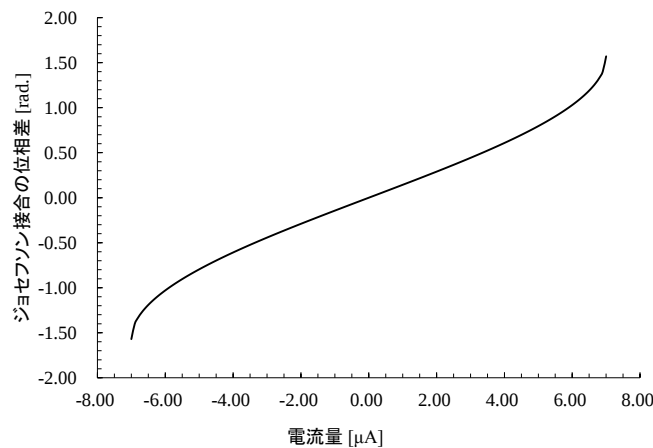


図 4.4 電流量と位相差の関係

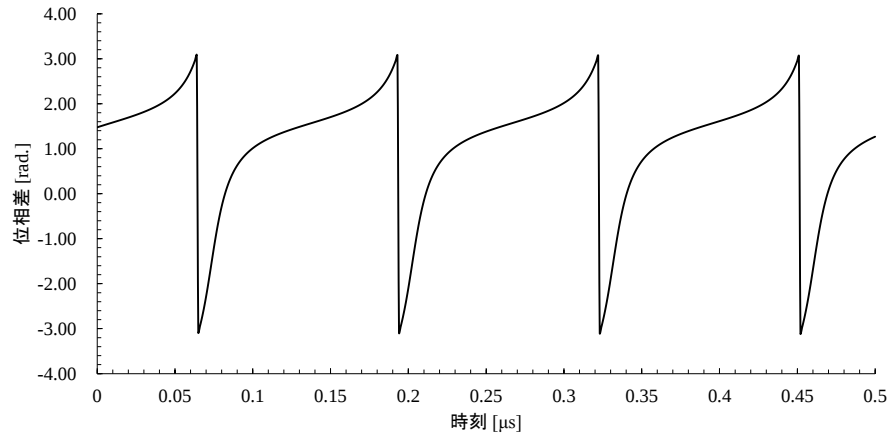


図 4.5 ジョセフソン接合の位相差の時間変化

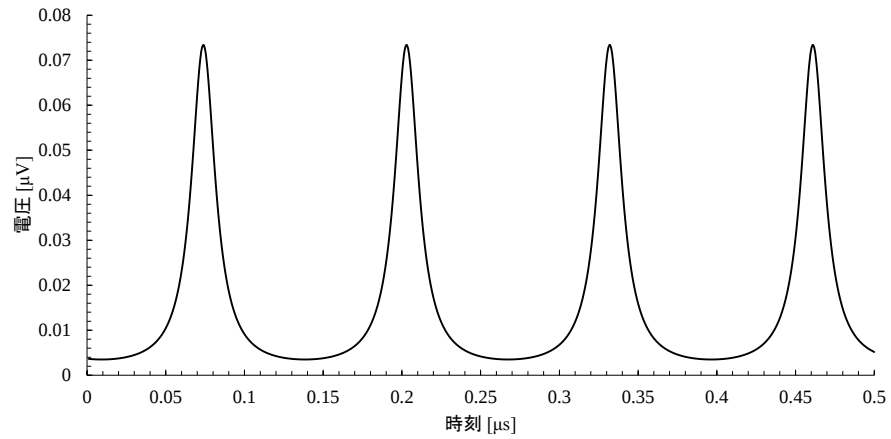


図 4.6 ジョセフソン接合の電圧の時間変化

図 4.5 および図 4.6 では、バイアス電流を $7.7 \mu\text{A}$ 、臨界電流値 I_c を $7.0 \mu\text{A}$ 、抵抗値 R を $5 \text{ m}\Omega$ としている。この時、周期 T は約 $0.13 \mu\text{s}$ となり、実際にその周期で変化していることが分かる。このようにしてジョセフソン接合における瞬間的な位相差や電圧の変化を求めることができる。

しかしながら、ジョセフソン接合において実際に観測されるのは電圧の平均値である。電圧の平均値は、(4.11)式のように求められる。

$$\tilde{V} = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt = \frac{1}{T} \frac{\Phi_0}{2\pi} [\varphi(T) - \varphi(0)] = \frac{\Phi_0}{T} \quad (4.11)$$

(4.11)式に(4.10)式を代入すると、(4.12)式が得られる。

$$\tilde{V} = R \sqrt{I^2 - I_c^2} \quad (I > I_c) \quad (4.12)$$

このように、接合に流れる電流と電圧の直流成分との関係は非常に簡単な式で表される。この式を用いて、描画した非線形電流電圧特性を図 4.7 に示す。図 4.7 に示したように、臨界電流値までは平均電圧が発生せず、その値を超えると平均電圧が発生するというジョセフソン接合の特性がよく表現できていることが分かる。本研究では、まずこの非線形性を有限要素法に取り入れて解析を行うことで、ジョセフソン接合の特性を考慮し SQUID の動作をより正確に表現することを目的として解析を行った。

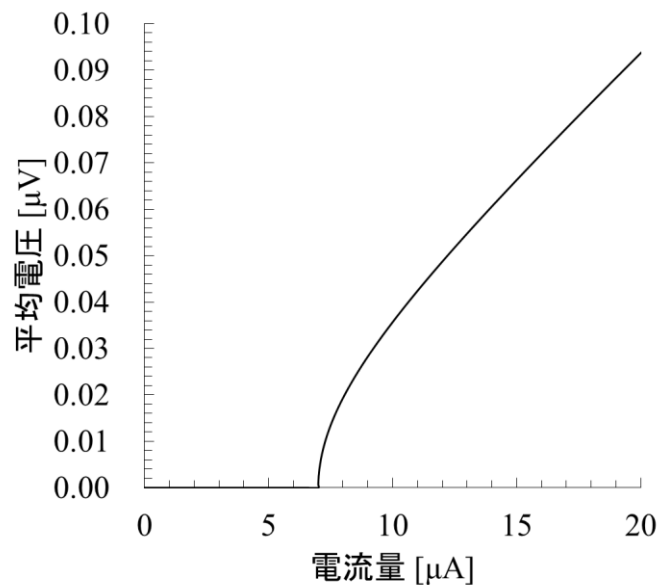


図 4.7 非線形電流電圧特性

4.3 ジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析

第3章で述べた超電導薄膜磁気シールドを取り付けた SQUID マグネトメータの解析では、まず始めにジョセフソン接合を超電導体として扱っていたが、この条件のもとでの解析では SQUID リングに流れる電流の経路や、発生する磁束の方向が予想と異なっていた。その後、ジョセフソン接合を常電導状態の等価抵抗として扱い、再度解析を行うことで、SQUID リングに流れる電流の経路、発生する磁束の方向が予想と一致するようになった。このように、これまでの解析ではジョセフソン接合の状態を超電導あるいは常電導の1状態に固定した解析を行っていた。

しかしながら、4.2節で述べたようにジョセフソン接合は、流れる電流量に応じて超電導状態から常電導状態へ、あるいはその逆へと状態が変化する。この特性をこれまでに行ってきた有限要素法による解析に組み込むことで、より実際に近い SQUID の挙動をシミュレーション上で表現することを目的として解析を行った。

4.3.1 非線形電流電圧特性のモデル化

図4.4に示した非線形電流電圧特性を有限要素法に組み込んだ解析を行った。その際に、非線形特性をそのまま組み込むことは困難であったため、図4.8に示す簡略化したモデルを使用した。図4.8に示した簡略化した非線形特性は、図4.7に示した非線形特性をもとに、超電導状態と常電導状態を異なる傾きの直線で近似したものである。はじめは、超電導状態から常電導へと状態が推移する場合の電圧の立ち上がりの部分も直線で表現することを考えていたが、その場合には直線の傾きが非常に大きくなり、ほとんど無限大となってしまうという問題が発生する。そのため、電流量に応じて、臨界電流値を境として傾きが異なる2つの直線を使い分けることで、超電導状態と常電導状態を表現している。

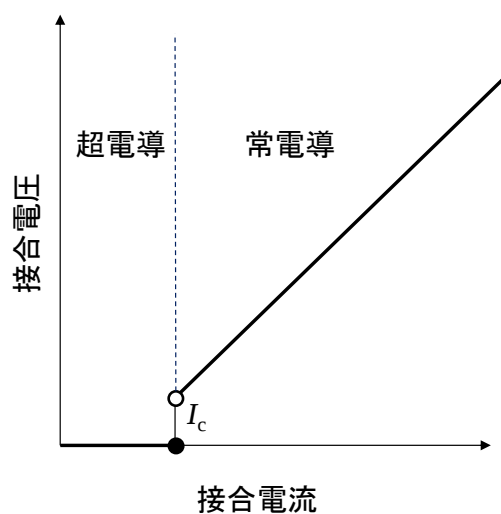


図 4.8 簡略化した非線形特性

4.3.2 解析モデル

ジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析を行うにあたり、第 3 章で用いていた SQUID マグネトメータのモデルでは計算が大規模化することや、ピックアップループの存在のために現象が複雑化するといったことが懸念される。そこで、本章における解析では、ピックアップループを考えない SQUID リングのみを考慮した解析モデルを使用する。SQUID リングの 2 次元形状を図 4.9 に示す。図 4.9 に示しているように、超電導リング部は外周が $50\ \mu\text{m} \times 12\ \mu\text{m}$ 、内周が $42\ \mu\text{m} \times 4\ \mu\text{m}$ となっている。また、厚さは $200\ \text{nm}$ となっている。超電導リングには、ジョセフソン接合が超電導リングに 2 つずつ存在している。以後、 y 座標の値が小さい方をジョセフソン接合 1、 y 座標の値が大きい方をジョセフソン接合 2 と呼称する。左右のパスは、バイアス電流を印加するための経路であり、一端から流入した直流電流が反対から流出する。解析モデルは、この dc-SQUID とその周囲の空気領域を含んだ図 4.10 に示すものを使用している。図 4.10 に示すように、周囲の空気領域を含めて、 $0.1\ \text{mm} \times 0.1\ \text{mm} \times 0.1\ \text{mm}$ の解析領域を取っている。

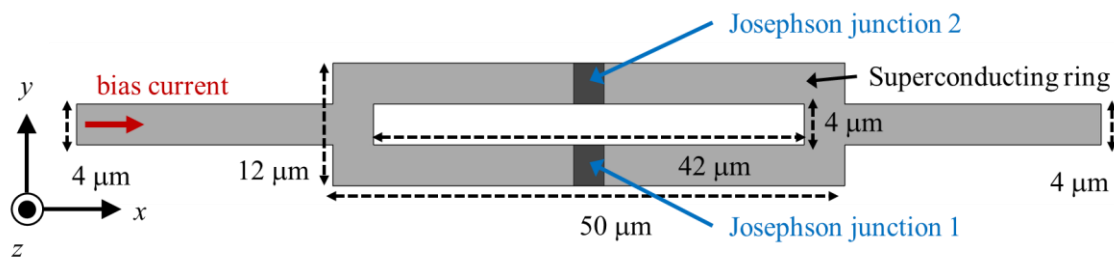


図 4.9 dc-SQUID リングの 2 次元形状

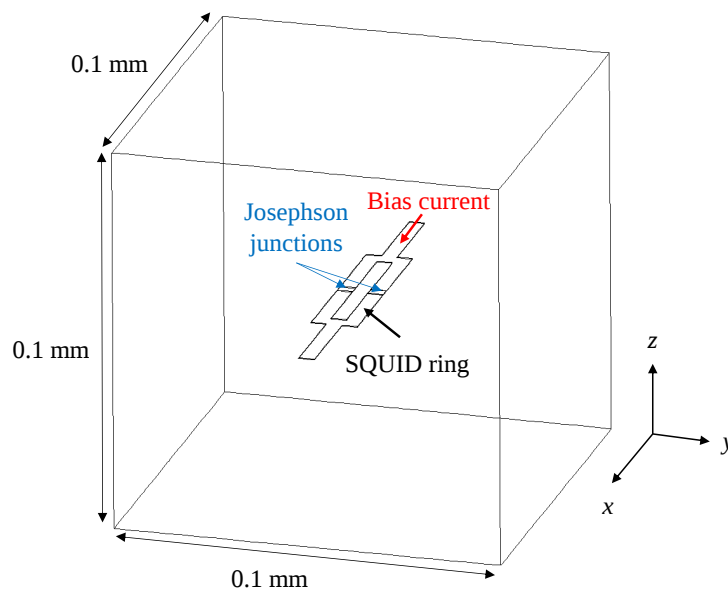


図 4.10 解析モデル

4.3.3 解析手法

解析条件

解析を実行する際、dc-SQUID には x 軸方向に一定のバイアス電流を与え、解析モデル全体に対しては、時間とともに増加する外部磁界を z 軸方向に印加している。この解析では、バイアス電流によってジョセフソン接合に流れる電流値は、その臨界電流値を超えない程度の値としている。外部磁界を印加すると、その変化を打ち消すように超電導リング部に遮蔽電流が流れる。遮蔽電流が流れることにより、2 つあるジョセフソン接合のうち片方の電流量は臨界電流値を超えた値となる。この場合、4.3.1 で説明したように、接合の状態は超電導状態から常電導状態へと変化したと考えることができる。そのため、接合の電流量が臨界電流値を上回った場合には、接合の等価抵抗値を変化させて再度解析を行っている。解析の流れを図 4.11 に示す。

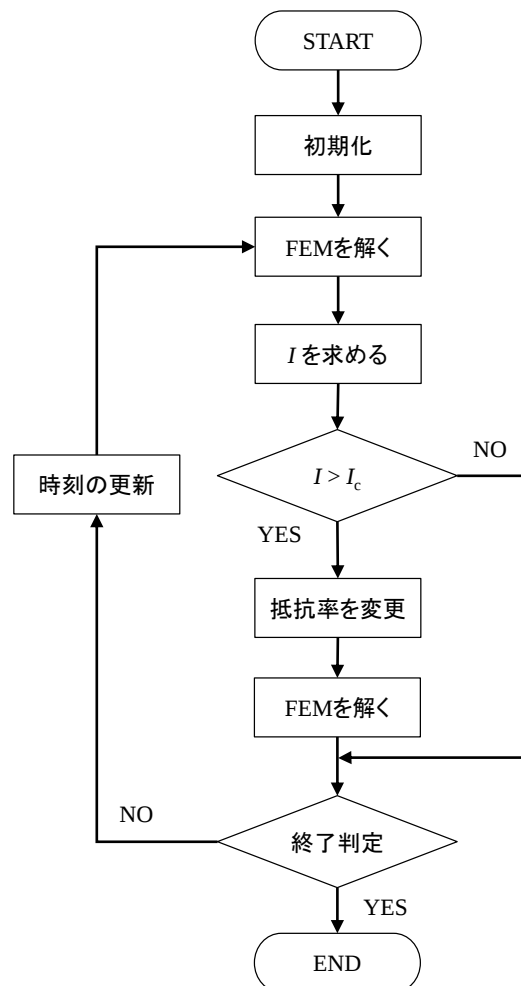


図 4.11 解析の流れ

図 4.11 の各処理の詳細を以下で説明する．

1. 初期化を行う．
2. ジョセフソン接合の状態を超電導として，FEM で解析を行う．
3. FEM の結果から，接合に流れる電流量 I を求める．
4. 求めた電流量 I が臨界電流値 I_c を超えているかを判定する． I_c を超えていた場合には 5. の処理を行い，超えていなければ 6. の処理へと進む．
5. ジョセフソン接合の要素の抵抗率を変更して，再度 FEM で解析を行う．
6. 解析結果をその時刻の解として，保存する．
7. 終了条件を満たしていれば(時間が終了時刻に到達していれば)，解析を終了する．条件を満たしていなければ，時刻を更新し，2. に戻る．

4.3.4 解析結果

前項で提案した方法を用いて，解析を行った．各パラメータは，表 4.1 に示すように設定した．バイアス電流は常に一定値が流れており，印加磁界は初期値を 0.0 T として 1 タイムステップあたり 5.0 nT ずつ時間とともに増加させて解析を行った．ジョセフソン接合の臨界電流値は $7\text{ }\mu\text{A}$ であり，バイアス電流は SQUID 全体で $10\text{ }\mu\text{A}$ ，つまり 2 つあるジョセフソン接合のそれぞれに対しては $5\text{ }\mu\text{A}$ が印加されている初期状態となっている．

解析結果として，SQUID リングに鎖交する磁束量と SQUID リングに発生する電圧の時間変化を求めた．鎖交磁束量，電圧の時間変化をそれぞれ，図 4.12，図 4.13 に示す．

表 4.1 解析条件

バイアス電流	$10\text{ }\mu\text{A}$
タイムステップ	$1.0\text{ }\mu\text{s}$
印加磁束密度の増加分	5.0 mT/s

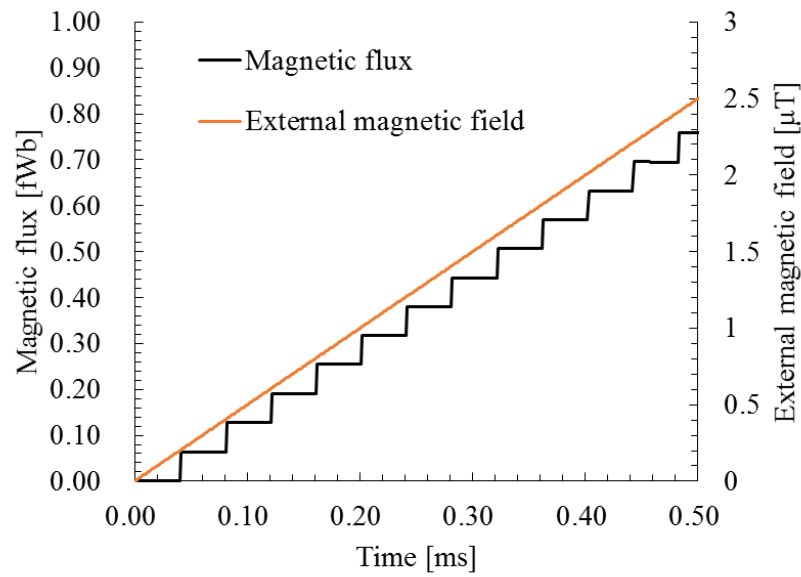


図 4.12 鎖交磁束の時間変化

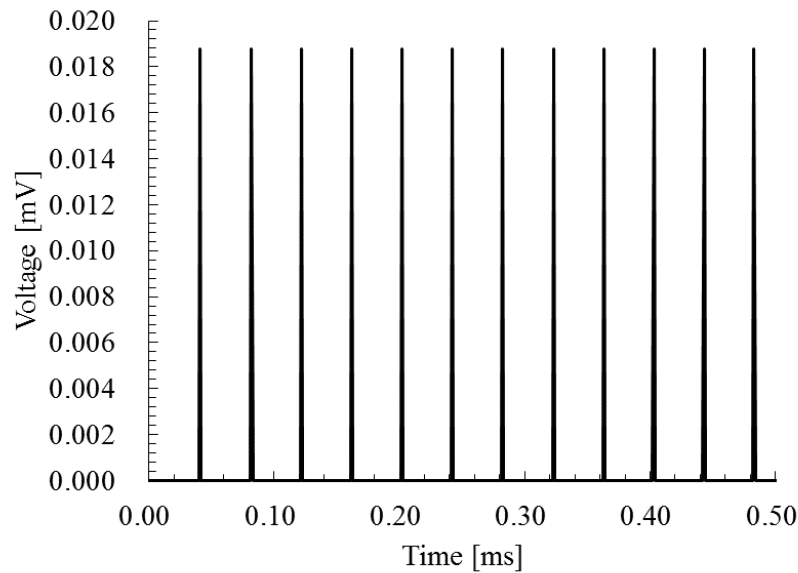
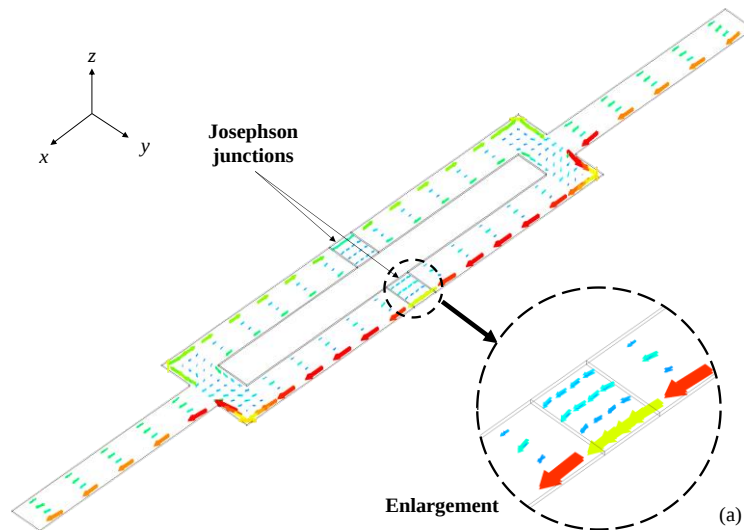


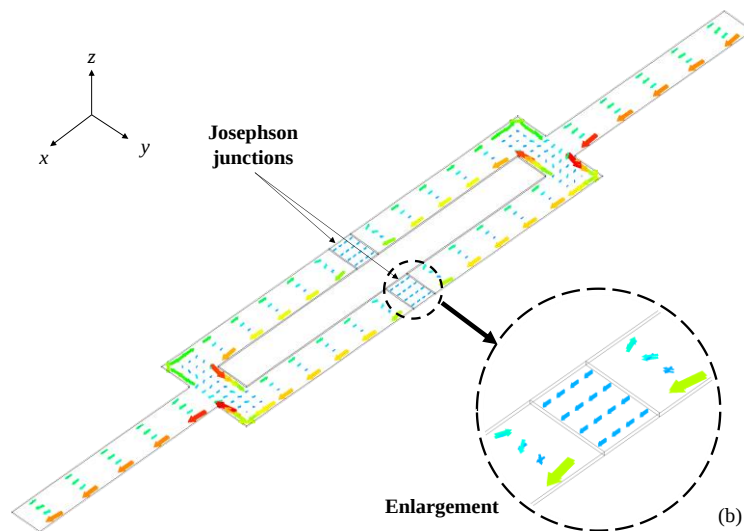
図 4.13 電圧の時間変化

図 4.12 を見ると、SQUID リングに鎖交する磁束量は、等間隔で階段上に増加していることが分かる。一方、図 4.13 を見ると SQUID に発生する電圧は、等間隔で瞬間的に増加するスパイク状の電圧となっていることが分かる。図 4.12 における磁束量が増加する時刻と図 4.13 における電圧が発生する時刻は、同じ時刻となっている。これは、SQUID リング中心への磁束の侵入とジョセフソン接合の常電導転移が同時に発生するためである。外部磁界が時間とともに増加すると、それを打ち消すために超電導リングに遮蔽電流が流れる。前述のように、ジョセフソン接合のそれぞれに対しては $5 \mu\text{A}$ が印加されている。そのため、臨界電流値に達するまでには $2 \mu\text{A}$ の余裕がある。この $2 \mu\text{A}$ 分の遮蔽電流が流れた場合に、ジョセフソン接合が常電導状態となり、電圧を発生する。一度

常電導状態となると磁束が侵入し, SQUID リングの内部と外部の磁界が均一となるため, 外部磁界を打ち消す必要がなくなり, 遮蔽電流が流れなくなるためジョセフソン接合は超電導状態へと復帰する. 図 4.12 および図 4.13 の結果は, この現象を表していると考えることができる. また, ジョセフソン接合が超電導状態にある場合と, 常電導状態にある場合での電流密度分布についても解析結果から確認を行った. 図 4.14 に電流密度分布を示す.



(a) 超電導状態



(b) 常電導状態

図 4.14 SQUID リングの電流密度分布

図 4.14(a)に超電導状態での電流密度分布, 図 4.14(b)に常電導状態での電流密度分布をそれぞれ示している. 外部磁界を z 軸方向に印加しているため, その外部磁界を打ち消すように遮蔽電流が流れる. そのため, バイアス電流と遮蔽電流の向きが一致するジョセフソン接合 2 では電流密度が高く, それらが逆向きとなっているジョセフソン接合 1 では電流密度が低くなっていることが, 図 4.14(a)から分かる. 一方, 図 4.14(b)では既に超電導リングの中心部に磁束が侵入しており, 超電導リングの内部と外部で磁界が均衡しているため, 遮蔽電流が発生しない. したがって, ジョセフソン接合 1, 2 の経路での電流密度はほぼ同等の値となっている. しかしながら, 前時刻の影響は残るため, 多少電流は偏っている.

4.3.5 解析結果の考察

これらの結果から, ジョセフソン接合の非線形電流電圧特性を考慮することで, SQUID リングの中心部に侵入する磁束量が連続的な値ではなく, 不連続な値を取るという結果が得られた. これによって, SQUID の動作の表現がより正確になったと考えられる. しかしながら, 今回の解析で, ステップ状に増加する磁束量の増加分に着目すると, その値は約 0.06 fWb となっている. 本来, SQUID ではその中心部に存在する磁束は磁束量子 $\Phi_0 (= 2.07 \text{ fWb})$ の整数倍となるべきである. このため, 本節で述べた方法では, 超電導リングに侵入する磁束量が不連続な値を取るという現象を表現することができたものの, SQUID の動作を表現することができたとはいえないと考えられる.

以上の結果を受けて, 有限要素法においてジョセフソン接合部に非線形の電流電圧特性を組み込むことで, 常電導と超電導の 2 状態を表現することができるだけでは SQUID の現象を十分に表現できないということが分かった. そこで, 何の考慮が不足していたかを検討し, 次節で述べる方法を考えた.

4.4 ジョセフソン接合の位相差を考慮した解析

4.3 節で述べたように、ジョセフソン接合の非線形電流電圧特性を考慮しただけでは、SQUID の現象の表現としては不十分であるということが分かった。この結果を受けて、何が不足していたのかを検討したところ、磁束の量子化を考慮していない点が問題であった。そこで、新たにこの磁束の量子化条件を解析に取り入れることを検討したところ、ジョセフソン接合における位相差までを考慮することが必要であることが分かった。

本節では、まず超電導リングにおける磁束の量子化、SQUID における磁束の量子化について説明を行う。次に dc-SQUID の等価回路について説明を行う。その後、このジョセフソン接合の位相差を考慮することで磁束の量子化条件を満たした解析を行った内容について述べる。

4.4.1 磁束の量子化

リング状の超電導体を考えると、超電導体そのものにはマイスナー効果の影響から磁束が侵入することは出来ないが、リングの中心の空気領域を磁束が通ることは可能である。このとき、この空気領域を通ることができる磁束は磁束量子と呼ばれる磁束の最小単位の整数倍となることが知られている。この現象が磁束の量子化と呼ばれている。また、SQUID においてもこの磁束(厳密にはフラクソイド)の量子化が発生する。以下で、より具体的に磁束の量子化について説明を行う。

まず、ジョセフソン接合が存在しない超電導体のリングを例に、磁束の量子化について説明する。

図 4.15 に超電導体リングとその中心の空気領域に存在する磁束を示した。このときリングの中心の空気領域に存在する磁束量 Φ は、次式の値となる[14]。

$$\Phi = n\Phi_0 \quad (4.13)$$

ここで、 n は整数であり、 Φ_0 は磁束量子と呼ばれる磁束の最小単位である。この(4.13)式は超電導体リングの中心には磁束量子の整数倍の磁束しか存在しないということを表しており、これを磁束の量子化と呼ぶ。

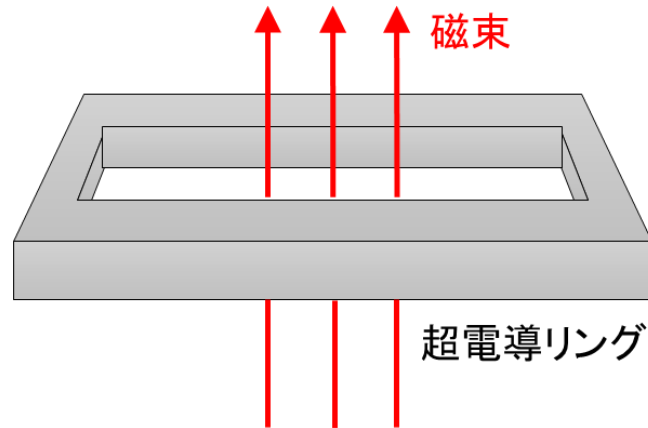


図 4.15 超電導リングと磁束

また, (4.13)式の左辺は超電導体リングの全磁束であり, (4.14)式に表すように外部磁束と遮蔽電流による磁束の和で与えられる[48].

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} + LI_s \quad (4.14)$$

ここで, Φ_{ext} は外部磁束, L はインダクタンス, I_s は遮蔽電流である. 超電導体リングでは, 外部磁束を遮蔽電流による磁束が完全に打ち消すことによって, 超電導体リング中心の磁束量を一定に保っている. したがって, この超電導体リングが超電導状態を維持し続ける限り, 外部磁界が変化した場合でも補足されている磁束の量は一定に維持される. つまり, 超電導状態を維持し続ける限り, 超電導体リングでは(4.13)式の整数 n は常に一定に保たれる.

続いて, SQUID において成り立つ磁束の量子化について説明する.

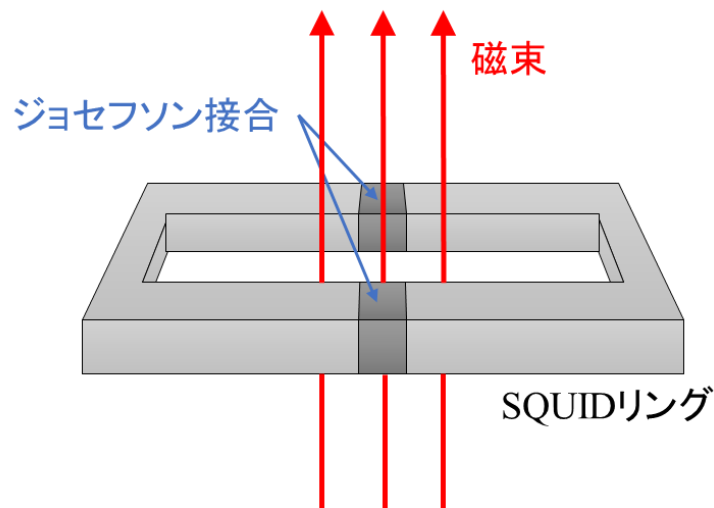


図 4.16 SQUID リングと磁束

図4.16に SQUID リングとその中心の空気領域に存在する磁束を示している. このとき, SQUID リングの中心に存在する磁束は, 通常の超電導体リングの場合と同じく磁束量子の整数倍の値のみを取る. このことに関して, SQUID と通常の超電導体リングで違いはない. しかしながら, SQUID では外部磁界が変化した場合に, 中心の空気領域に存在する磁束量子の数が変化することが可能である. これは, ジョセフソン接合が存在することによって, 生じる現象である. dc-SQUID における磁束の量子化は次式で表される[48].

$$\Phi_{\text{ext}} + LI_s + \frac{\Phi_0}{2\pi}(\varphi_2 - \varphi_1) = n\Phi_0 \quad (4.15)$$

上式の導出は付録で行う. 左辺第1項は, 外部磁束であり, 第2項は遮蔽電流による磁束である. 左辺第3項における φ_1, φ_2 は, dc-SQUID に存在する2つのジョセフソン接合の位相差である. ここで, 注目すべきは左辺第3項の存在である. dc-SQUID リングにおいて, 外部磁束は遮蔽電流のみによって打ち消されるのではなく, 遮蔽電流とジョセフソン接合の位相差の項によって打ち消される. その際, 外部磁束がどのような値でも完全に打ち消すのではなく, 磁束量子を1本空気領域に侵入させた方が, エネルギー的に安定した状態となるならば, 磁束量子を侵入させて安定状態に近づこうとする. つまり, (4.15)式における整数 n は外部磁界の増加・減少に伴って, 変化することが可能となっている. このとき, 磁束量子はジョセフソン接合部を通して, 出入りする.

4.3節で述べたジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析では, この磁束の量子化が取り入れられていなかったため, 本節ではこれを取り入れた解析を行う. 磁束の量子化を考慮しようとした場合, (4.15)式に用いられているようにジョセフソン接合の位相差を考慮する必要がある.

4.4.2 dc-SQUID の等価回路

SQUID における磁束の量子化を解析に取り入れるにあたり, ジョセフソン接合の位相差を考慮することが必要となった. 本研究では, ジョセフソン接合の位相差を考慮する方法として, dc-SQUID の等価回路を有限要素法と組み合わせる.

以下で, dc-SQUID の等価回路について説明を行う. dc-SQUID の等価回路図を図4.17に示す. 図4.17において, I_b はバイアス電流, I_1, I_2 はジョセフソン接合1, 2に流れる電流, φ_1, φ_2 はジョセフソン接合1, 2の位相差, V_1, V_2 はジョセフソン接合1, 2の電圧, L は SQUID リングのインダクタンス, V は SQUID の電圧, R_c は抵抗, I_s は遮蔽電流, Φ_{ext} は外部磁束である.

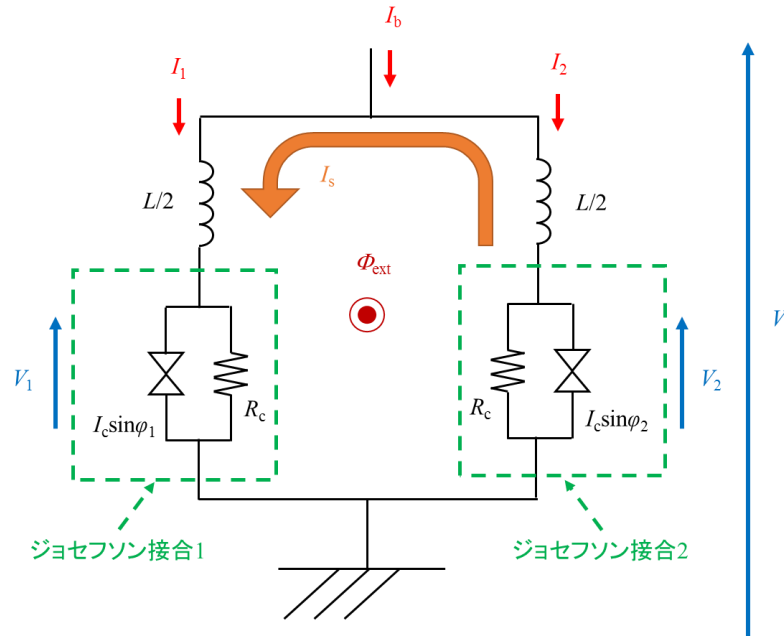


図 4.17 dc-SQUID の等価回路

dc-SQUID を構成する 2 つのジョセフソン接合は、それぞれ 4.2.3 で説明した等価回路によって表現することができる。したがって、これら 2 つのジョセフソン接合において、(4.5)(4.6)式と同様の式が以下のように成り立つ。

$$I_1 = I_c \sin \varphi_1 + \frac{V_1}{R_c} \quad (4.16)$$

$$V_1 = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_1}{dt} \quad (4.17)$$

$$I_2 = I_c \sin \varphi_2 + \frac{V_2}{R_c} \quad (4.18)$$

$$V_2 = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_2}{dt} \quad (4.19)$$

次に、等価回路内における各電流の関係について考える。図 4.17 では、4 つの電流を考えている。これらの電流のうち、SQUID に印加されるバイアス電流 I_b と遮蔽電流 I_s は、2 つのジョセフソン接合に流れる電流 I_1 , I_2 を用いて、それぞれ次のように表すことができる。

$$I_b = I_1 + I_2 \quad (4.20)$$

$$I_s = \frac{I_1 - I_2}{2} \quad (4.21)$$

(4.20)式は、2つのジョセフソン接合に流れる電流の総和がバイアス電流と等しくなることを表している。また、遮蔽電流は図 4.12 に存在する 2つのジョセフソン接合に等しく流れるループ電流であることから、(4.21)式のように I_1 と I_2 の差分を取り、2で割ることでその値が求まる。

続いて、電圧について考える。SQUID の等価回路において電圧を発生する素子は、2つのジョセフソン接合と超電導体リングのインダクタンスである。また、図 4.17 における左側と右側の経路の電圧は、SQUID の電圧と等しくなるため、次の関係が成り立つ。

$$V = V_1 + \frac{L}{2} \frac{dI_1}{dt} \quad (4.22)$$

$$V = V_2 + \frac{L}{2} \frac{dI_2}{dt} \quad (4.23)$$

(4.20)(4.22)(4.23)式とバイアス電流は常に一定であるという関係から、次の関係が成り立つ。

$$V = \frac{1}{2}(V_1 + V_2) \quad (4.24)$$

さらに、(4.17)(4.19)式を代入することで、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} V &= \frac{\Phi_0}{4\pi} \left(\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{d\varphi_2}{dt} \right) \\ &= \frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{d}{dt} (\varphi_1 + \varphi_2) \end{aligned} \quad (4.25)$$

このように、SQUID の電圧は 2つのジョセフソン接合の位相差を用いて表すことができる[48][49]。

ここで説明したように、dc-SQUID は等価回路で表すことができ、これらの等価回路方程式と磁束の量子化条件式だけでシミュレーションを行うことができる。しかしながら、この場合には(4.15)式のインダクタンスは常に一定の値であり、(4.16)式や(4.18)式の電流は線電流として取り扱われる。そのため、超電導体が有限の幅を持つ HTS-SQUID では等価回路解析をそのまま適用した場合には、大きな誤差を生じる可能性がある。

4.4.3 解析手法

ここでは、これまでに説明を行った磁束の量子化条件式およびジョセフソン接合の等価回路方程式をどのように有限要素法と組み合わせて解析を行う手法を提案し、その手法について説明する。

図 4.18 に解析手法のフローチャートを示し、以下で図 4.18 中の各処理に関して詳細を説明する。なお、以下では有限要素法と等価回路方程式から求めた値に対して、それぞれ fem, cir と添字をつけて表現している。

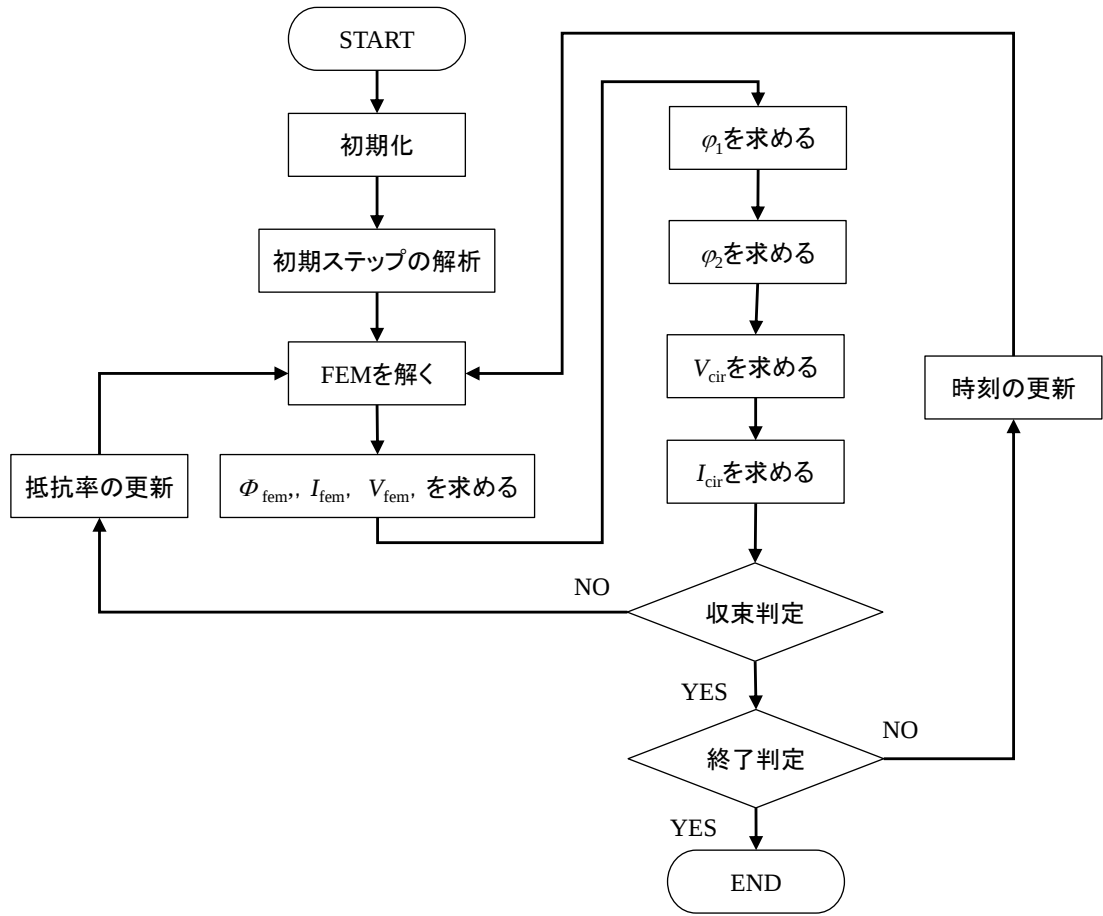


図 4.18 解析手法のフローチャート

1. 初期化を行う.
2. 初期ステップとして, 静磁界問題として FEM を解く.
3. 外部磁界を印加した動的な状態で FEM を解く.
4. FEM の結果から, SQUID リングに鎖交する磁束量 Φ_{fem} とジョセフソン接合の電圧 $V_{1\text{fem}}, V_{2\text{fem}}$, 電流 $I_{1\text{fem}}, I_{2\text{fem}}$ を求める.
5. ジョセフソン接合 1 の位相差を(4.26)式から求める.

$$\varphi_{1,t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V_{1\text{fem}} \Delta t + \varphi_{1,t-\Delta t} \quad (4.26)$$

ここで(4.26)式は(4.17)式の時間微分項に対して後退差分を適応して, 式を変形したものである.

6. ジョセフソン接合 1 の位相差と SQUID リングの鎖交磁束量の値を用いて, (4.27)式からジョセフソン接合 2 の位相差を求める.

$$\varphi_{2,t} = \varphi_{1,t} - 2\pi \frac{\Phi_{\text{fem}}}{\Phi_0} \quad (4.27)$$

ここで(4.27)式は、(4.15)の磁束の量子化条件の式を変形して得られたものである。
この式を用いることで、得られた解が量子化条件を満たすように求まる。

7. ジョセフソン接合 2 の電圧を(4.28)式から求める。

$$V_{2\text{cir}} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\varphi_{2,t} - \varphi_{2,t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (4.28)$$

ここで(4.28)式は、(4.19)式の時間微分項を後退差分に置き換えたものである。

8. (4.29)(4.30)式からジョセフソン接合の電流値を求める。

$$I_{1\text{cir}} = I_c \sin \varphi_{1,t} + \frac{V_{1\text{cir}} (= V_{1\text{fem}})}{R_c} \quad (4.29)$$

$$I_{2\text{cir}} = I_c \sin \varphi_{2,t} + \frac{V_{2\text{cir}}}{R_c} \quad (4.30)$$

9. FEM の結果と等価回路方程式から求めたジョセフソン接合の電流値を比較する。また、FEM の結果から求めた電圧値と等価回路方程式で求めた電圧値を比較する。3つの値が全て一致していれば 11.の処理へと進む。一致していなければ 10.の処理へ進む。
10. FEM 上のジョセフソン接合部の等価抵抗率を更新する。更新には、FEM と等価回路方程式の両方から求めたジョセフソン接合の電流値を使用する。更新式は、(4.31)(4.32)式を用いる。更新後、3.の処理へ戻る。

$$\rho_{1,\text{new}} = \rho_{1,\text{old}} \times \frac{I_{1\text{fem}}}{I_{1\text{cir}}} \quad (4.31)$$

$$\rho_{2,\text{new}} = \rho_{2,\text{old}} \times \frac{I_{2\text{fem}}}{I_{2\text{cir}}} \quad (4.32)$$

ここで、 ρ_1, ρ_2 は 2 つのジョセフソン接合部の等価抵抗率である。

11. 終了判定を行う。解析時刻が終了時刻に到達していれば終了し、そうでなければ時刻を更新し、3.の処理へ戻る。

上記の流れで解析を行い、等価回路方程式と磁束の量子化条件式を満たした状態で有限要素法の結果を求める。

以上で説明した方法を用いて、ジョセフソン接合の位相差と磁束の量子化を考慮した解析を行った。

4.4.4 解析結果

4.4.3 で説明した解析手法を用いて、解析を行った。この解析では、従来の解析と比較して、下記のような違いが発生すると考えられる。

1. 磁束の量子化を考慮するために、SQUID の等価回路を FEM に組み込んだことにより、外部磁界やバイアス電流等に時間的な変化がない場合でも、時間変化する位相差・電圧が得られる。
2. 等価回路方程式は有限要素法と組み合わせずにそのまま解くことも可能であるが、有限要素法と組み合わせることで、体積という概念が新たに取り入れられたことになり、電流が偏って流れるといった電流経路の表現が正確になり、解析精度が向上する。

本研究では、まず 1 つ目を確認するために、外部磁界が印加されていない状態で時刻のみを進めていく解析を行った。次に、一定の外部磁界を印加した状態で解析を行った。解析モデルは、4.3.2 で説明したものを同じものを使用している。なお、SQUID には臨界電流値を上回る一定のバイアス電流を印加しており、常に電圧が発生する状態となっている。

外部磁界 0 の場合

外部磁界を印加していない状態で解析を行った。外部磁界が 0 の状態では、SQUID に遮蔽電流が流れないため、(4.15)式の量子化条件から、次の関係が得られる。

$$\varphi_1 = \varphi_2 \quad (4.33)$$

したがって、この条件ではジョセフソン接合 1, 2 の位相差ならびに電圧は常に等しい値を取ることになる。このことを踏まえて、解析結果を見ていく。

はじめに、ジョセフソン接合の位相差と SQUID の電圧について解析結果を見ていく。図 4.19 にジョセフソン接合の位相差の時間変化、図 4.20 に SQUID の電圧の時間変化を示す

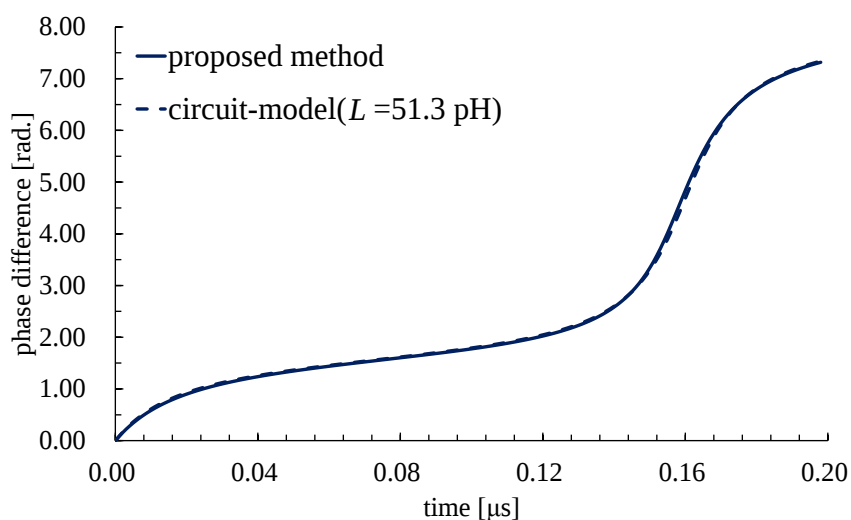
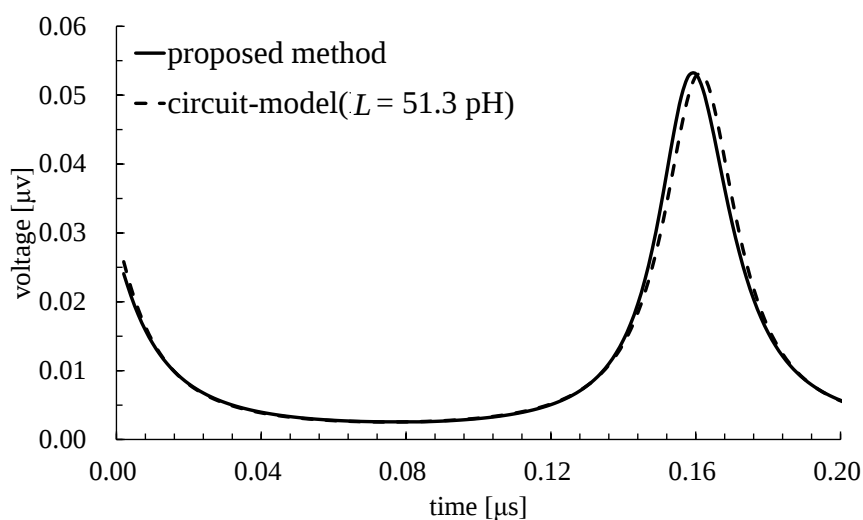
図 4.19 ジョセフソン接合の位相差の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0$)図 4.20 SQUID の電圧の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0$)

図 4.19, 図 4.20 のどちらも, 比較のために等価回路方程式をルンゲクッタ法[51]によって解いた結果も示している. 外部磁界が存在せず, バイアス電流などその他の条件にも一切の変化がないにも関わらず, 周期的に変化する位相差, 電圧が得られている. また, 本研究の手法による結果と等価回路方程式のみで解いた場合の結果はよく一致していることが分かる.

次に, 電流密度分布を見る. 外部磁界 0 の条件において, 遮蔽電流は流れないため, 2 つのジョセフソン接合に流れる電流は常に一定となる. 図 4.21 に電流密度分布を示す.

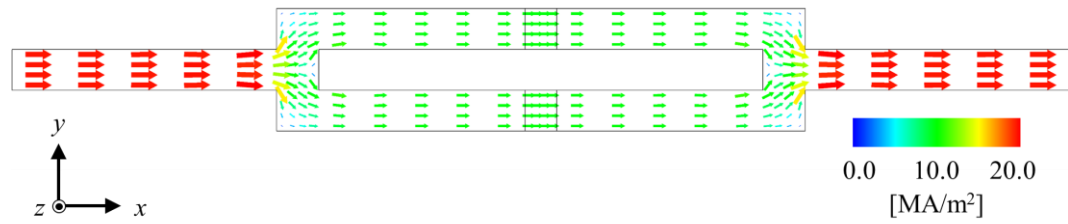
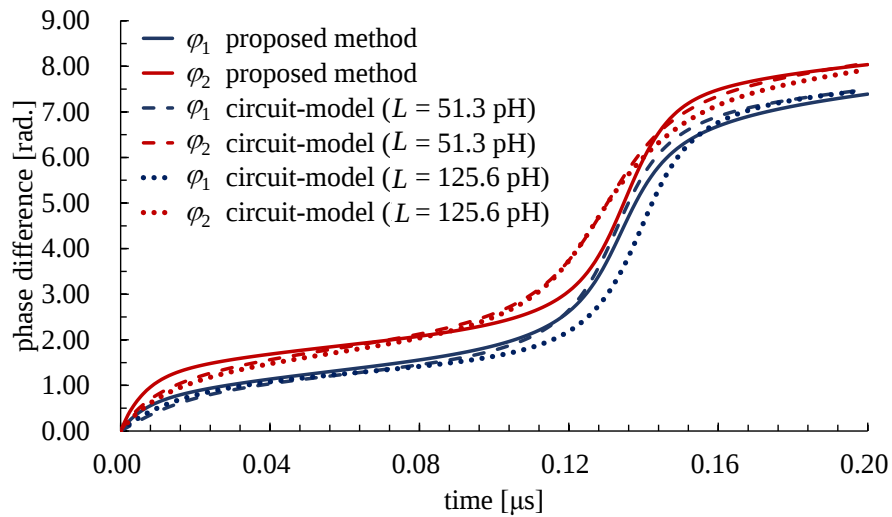
図 4.21 電流密度分布($\Phi_{\text{ext}} = 0$)

図 4.21 に示すように、ジョセフソン接合 1, 2 の電流密度値は等しく、直流のバイアス電流のみが流れることから電流が偏るといった現象は発生していない。また、図 4.19 および図 4.20 に示したようにジョセフソン接合部の位相差や電圧は時間とともに変化していくが、電流密度分布は時間が経過した場合にも一切変化しなかった。

外部磁界 $0.1\Phi_0$ の場合

続いて、一定の外部磁界 $0.1\Phi_0$ を印加した状態で解析を行った。この条件では、遮蔽電流が流れるため、外部磁界 0 のときの(4.33)式のような関係は成り立たない。解析手法に則って(4.15)式の量子化条件を満たすように 2 つのジョセフソン接合の位相差は求まる。

はじめに、ジョセフソン接合の位相差と SQUID の電圧について解析結果を見ていく。図 4.22 にジョセフソン接合の位相差の時間変化、図 4.23 に SQUID の電圧の時間変化を示す。

図 4.22 ジョセフソン接合の位相差の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0.1\Phi_0$)

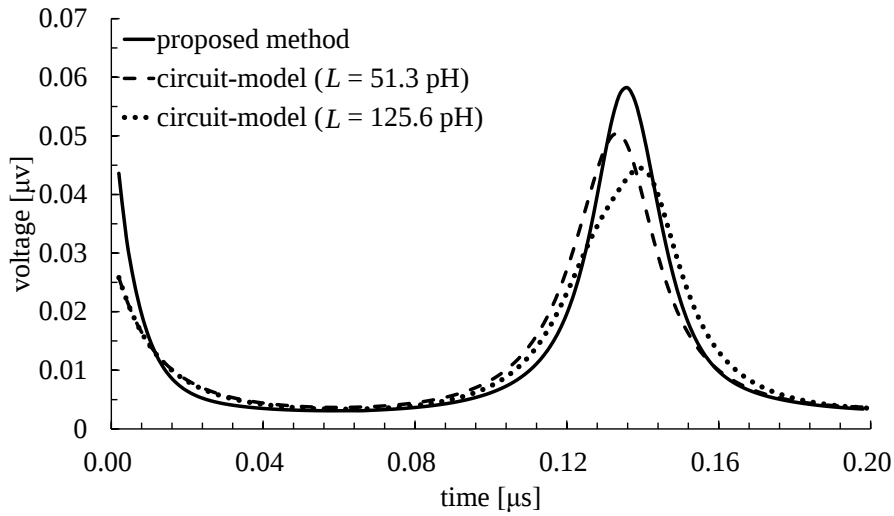
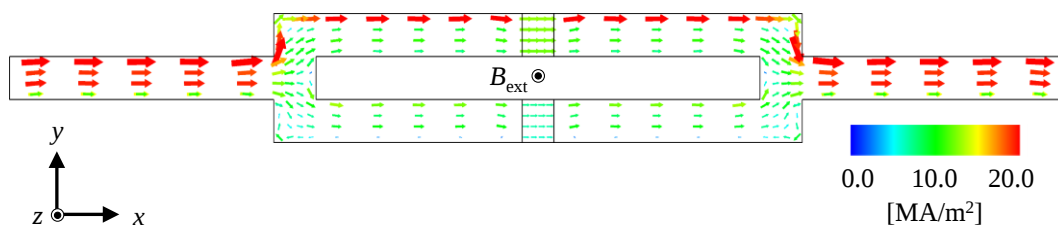
図 4.23 SQUID の電圧の時間変化($\Phi_{\text{ext}} = 0.1\Phi_0$)

図 4.22, 図 4.23 のどちらも, 比較のために等価回路方程式をルンゲクッタ法によって解いた結果も示している. 外部磁界が 0 の場合とは異なり, 2 通りのインダクタンス値を用いて解析を行っている. 外部磁界こそ印加されたもののその値は常に一定であり, バイアス電流などその他の条件にも一切の変化は無いにも関わらず, 周期的に変化する位相差, 電圧が得られている. しかしながら, 本研究の手法による結果と等価回路方程式のみで解いた場合の結果は一致しておらず異なっている. この違いについては, 後ほど考察を行う.

次に, 電流密度分布を見る. 外部磁界が印加されているため, 遮蔽電流が流れる. このとき, 遮蔽電流は周期的に変化し, 電流の向きも変化する. 複数の時刻における SQUID の電流密度分布を図 4.24 に示す.

(a) $t = 0.00 \mu\text{s}$

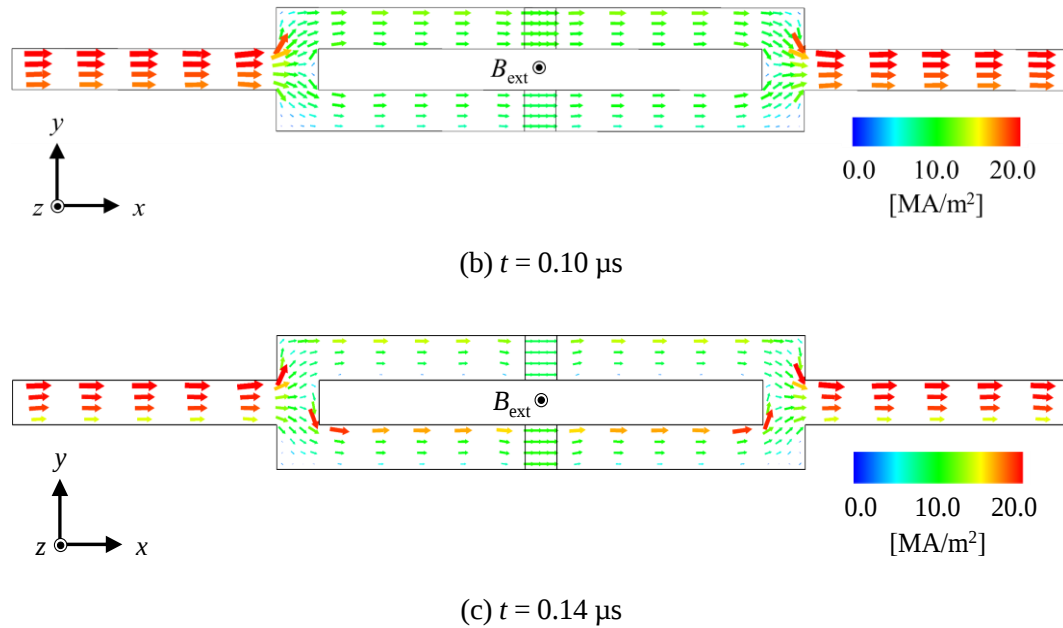
図 4.24 電流密度分布($\Phi_{\text{ext}} = 0.1\Phi_0$)

図 4.24(a)に時刻 $0 \mu\text{s}$, (b)に時刻 $0.10 \mu\text{s}$, (c)に時刻 $0.14 \mu\text{s}$ における電流密度分布がそれぞれ示されている。これらの解析において、外部磁界は紙面手前方向に一定値が印加されている。外部磁界が印加されると、初期時刻では図 4.24(a)のように、SQUID リングに時計回りの遮蔽電流が流れ、外部磁界を打ち消そうとする。その後、時間とともに遮蔽電流はその大きさと向きが変化する。図 4.22(b)では遮蔽電流はほぼ 0 となり、図 4.21 に示した状態に近くなっている。しかし、図 4.24(c)になると遮蔽電流は反時計回りとなり図 4.24(a)とは逆転している。このように、電流の流れ方が時間とともに変化する事が確認できた。

4.4.5 解析結果の考察

これまでに示した解析結果に関して、考察を行う。はじめに、等価回路方程式を単体で解いた解析結果と本研究で提案している手法で得られた結果について比較を行う。外部磁界が 0 の条件での解析では両者の結果はほぼ一致していたが、外部磁界を印加した場合の解析では、両者の結果は一致していない。この結果には、電流の経路が影響していると考えられる。外部磁界が 0 の場合には遮蔽電流が流れず、電流が偏るといった現象は発生せず、常に電流の経路は変化しない。そのため、SQUID のインダクタンス値は、形状から求められる値と常に一致していると考えられる。

図 4.25 に示すような矩形ループコイルのインダクタンスは、(4.34)式で計算できる[52].

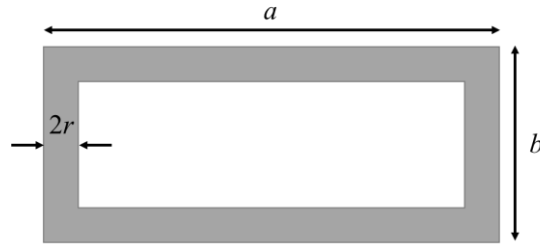


図 4.25 矩形ループコイル

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left[b \ln \frac{a}{r} + a \ln \frac{b}{r} \right] \quad (4.34)$$

ここで, a , b , r はコイルの長辺, 短辺, 幅の半分の長さである. (4.34)式に現在の SQUID の寸法を代入して計算すると, 51.3 pH となる. 等価回路方程式を単体で解く場合には, この値を用いている.

外部磁界が 0 の場合には, 電流が偏ることはいないため, 有限要素法においても(4.34)式で求めたインダクタンスとなると考えられる. このことから, 外部磁界が 0 の場合において, 有限要素法と等価回路を組み合わせた解析と等価回路単体での解析には, 位相差の時間的な変化などに違いが発生しないと考えられる. ただし, 有限要素法を組み合わせている場合には, 磁束密度分布などの空間的な分布を確認することもできる.

次に, 外部磁界が $0.1\Phi_0$ の場合について考える. この場合にも, SQUID の形状には変化が無いいため, 形状から計算されるインダクタンスは 51.3 pH となる. しかしながら, 図 4.20 および図 4.21 に示しているように, 等価回路方程式を単体で解いた結果と有限要素法と組み合わせた解析では, 結果が異なっている. この原因としては, 図 4.22 に示したように電流経路に偏りが生じていることが考えられる. 遮蔽電流は, 端部に集中的に流れるため, 有限要素法での解析において実際のインダクタンス値はより大きな値となる. そこで, (4.34)式を用いて電流が端部のみに流れた場合のインダクタンス値を求めたところ, 125.6 pH となり約 2.5 倍となった. 図 4.20 および図 4.21 にはこのインダクタンス値を用いて解析を行った結果も示している. これらの結果, 特に図 4.21 の電圧を比較すると, 有限要素法と等価回路を組み合わせた解析から得られた結果は, 2 通りのインダクタンス値での等価回路方程式単体での解析結果の中間に位置している. このことから, 有限要素法を組み合わせることで電流経路の変化を表現できるようになったことで, 解析途中において, 実効的なインダクタンス値が変化していると考えられる. 結果として, SQUID におけるより正確な量子的振る舞いを考慮することができた.

4.4.6 磁束電圧特性

前項において、解析結果として dc-SQUID における波動関数の位相差および電圧の時間変化を求めた。しかしながら、実際の SQUID の測定においては、図 4.20 や図 4.23 のように変化する電圧の瞬時値ではなく、電圧の平均値が測定される。電圧の平均値は、次式のように求めることができる。

$$\tilde{V} = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt \quad (4.35)$$

ここで、 T は周期である。本研究では、印加する外部磁束量を変化させて複数回の解析を行い、それぞれの場合において時間平均電圧を求めた。図 4.26 に結果を示す。図 4.26 を見ると、外部磁束量が 0 の場合に最も時間平均電圧は小さくなっている。また、外部磁束量の大きさが増加するに連れて、時間平均電圧は大きくなっていることが分かる。また、このとき周期の変化を図 4.27 に示す。

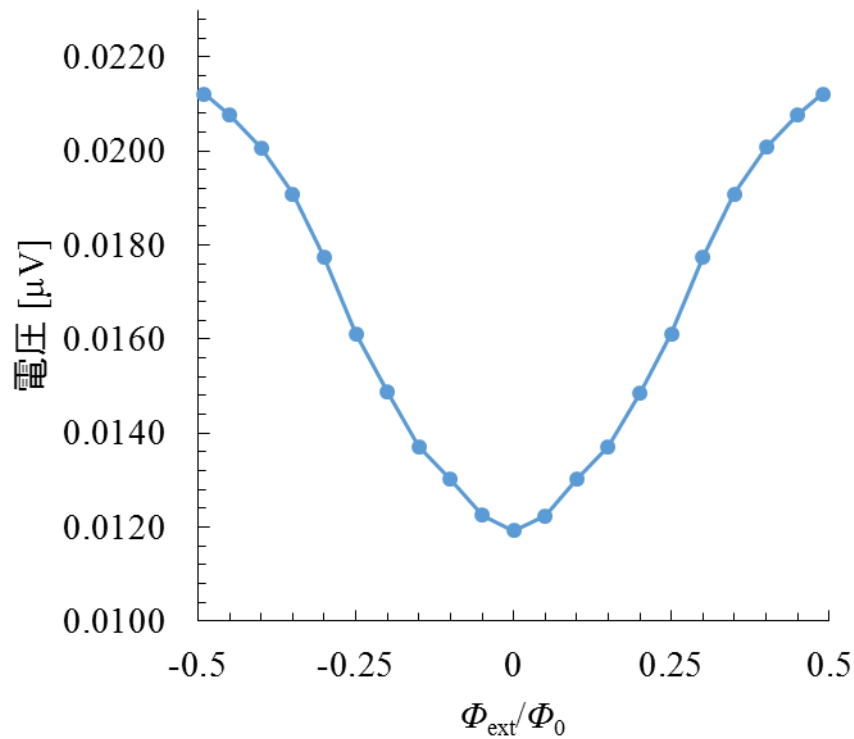


図 4.26 dc-SQUID の Φ -V 特性

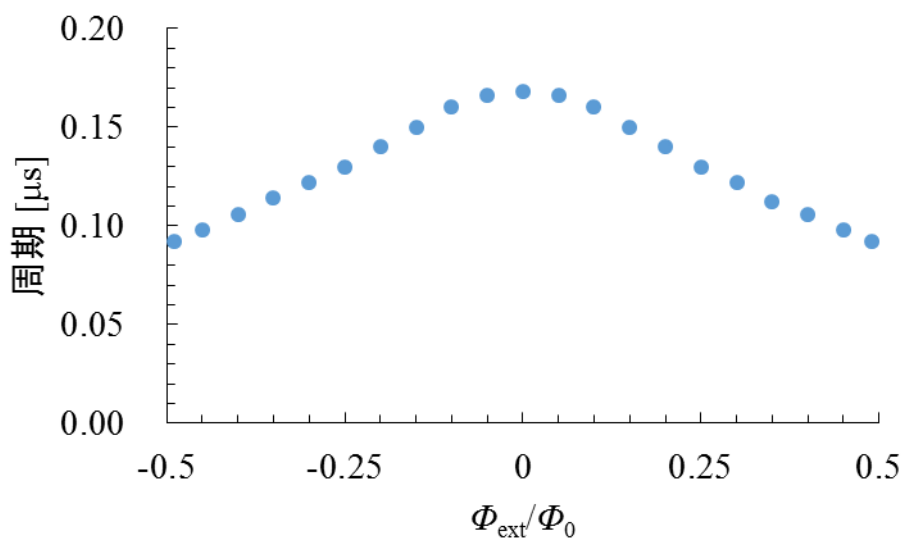


図 4.27 周期の変化

図 4.27 に示すように、外部磁束量が 0 の場合に周期が最も長く、外部磁束量の大きさが増えるに連れて周期が短くなっている。これら図 4.26 および図 4.27 の結果は、予想していた通りとなっており、本解析では SQUID の現象を正しく表現できていると考えられる。

4.5 まとめ

本章では、ジョセフソン接合の等価回路方程式を有限要素法と組み合わせた解析を行った。はじめに、SQUID のジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析を行った。この解析では、ジョセフソン接合における現象の表現をより正確にすることで、SQUID における現象の表現を向上させることを目的とした。しかしながら、非線形性を考慮しただけでは、SQUID の動作の表現として不十分であった。この結果を受けて、ジョセフソン接合における波動関数の位相差までを考慮した解析を行った。以下に、本章で述べた内容の概要を記す。

1. まず、ジョセフソン接合について、ジョセフソン効果、現象を表現するための基本式について説明を行った。また、ジョセフソン接合の特性を表現するために用いられる等価回路について説明を行い、等価回路方程式に関しても説明を行った。その後、等価回路方程式を条件に応じて変形し、ジョセフソン接合における波動関数の位相差や電圧がどのような挙動を示すのかを説明した。また、4.3 で考慮する非線形性電流電圧特性が等価回路方程式から、どのように導出できるのかを述べた。
2. 次に、ジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析を行った。ジョセフソン接合の非線形電流電圧特性について説明し、有限要素法と組み合わせるために用いた簡略化したモデルについても説明を行った。さらに、解析モデルおよび解析手法について説明を行った。本章における解析では、現象を複雑化させないために第3章とは異なり、ピックアップループを含まない SQUID のみを対象として解析を行った。その後、解析を行った結果を示し、考察を行った。この解析手法を用いたことで、ジョセフソン接合の状態が超電導状態から常電導状態、あるいはその逆へと変化する様子を表現することができた。これによって、SQUID に鎖交する磁束量が不連続に増加し、磁束が SQUID に侵入する瞬間のみジョセフソン接合が電圧を発生する様子が見られた。しかしながら、解析結果において不連続に SQUID に侵入する磁束量が、磁束量子単位よりも小さくなっていた。この原因について検討を行ったところ、SQUID における磁束の量子化を考慮する必要があることが判明した。
3. 4.3 で提案した解析手法で得られた結果について考察を行ったところ、磁束の量子化を考慮することが SQUID の動作を正確に表現するためには不可欠であるということが明らかになった。これを受けて、解析内において磁束の量子化を考慮することを考えた。本節では、まず超電導リングにおける磁束の量子化と、SQUID における磁束の量子化についてその違いを含めて説明を行った。磁束の量子化を考えるためには、SQUID に含まれるジョセフソン接合の位相差を考慮することが必要となる。そこで、ジョセフソン接合の位相差を考慮するために導入する SQUID の等価回路について説明を行った。ジョセフソン接合単体の挙動は、4.3 で説明を行った内容と同じであるが、SQUID として考えると違いも多いため、その部分を中心に説明を行った。次に、これらの磁束の量子化条件式と SQUID の等価回路方程式を有限要素

法とどのように組み合わせるかについて解析手法を説明した．この解析手法を用いて、2つの条件で解析を行った結果について示した．

まず、外部磁界を印加していない状態で解析を行った．この状態でも SQUID には臨界電流値以上のバイアス電流を印加しているため、常に電圧が発生する．このとき、発生する電圧は外部磁界やバイアス電流に変化がないにもかかわらず、周期的に変化する．磁束の量子化条件式および等価回路方程式を新たに組み合わせたことにより、この現象が解析上でも確認できた．次に、一定の外部磁界を印加した状態で解析を行った．このとき、超電導体のマイスナー効果によって外部磁界を打ち消すために遮蔽電流が流れるが、この遮蔽電流の大きさと方向が周期的に変化する．この様子が解析上で確認できた．また、有限要素法を用いたことにより、電流が偏って流れるという現象を表現できるようになった．これにより、解析内で SQUID の実効的なインダクタンス値が変化することを表現できた．この解析によって、SQUID 内部の現象を等価回路方程式のみで解く場合よりも正確に表すことが可能となった．また、印加する外部磁束量の値を変更し、時間平均電圧を求めることで SQUID の磁束電圧特性を求めた．

第5章 総括

本章では、本研究で得られた成果をまとめ、今後の課題を述べて、本論文の総括とする。

近年、液体窒素温度で動作し、システム全体の小型化が可能であることや測定対象までの距離を短くできるといった特徴から、HTS-SQUID の研究開発が盛んに行われている。HTS-SQUID には銅酸化物超電導体が用いられ、LTS-SQUID に用いられる金属系超電導体と比較した場合に加工が難しく、作製された超電導体が幅広になるという特徴がある。超電導体がある程度の幅を持つ HTS-SQUID では、時間的に内部の電流経路が変化し、実効的なインダクタンス値が変化する。そのため、既存の等価回路を用いた数値シミュレーション手法をそのまま適用することが困難となっている。

本論文では、上記の背景を受けて、HTS-SQUID を対象とした数値シミュレーション手法を提案している。SQUID は、波動関数の位相差といった量子的な現象を、マクロに観測できるという大きな特徴がある。そのため、マクロ的な観点と量子的な観点の両方を踏まえたシミュレーションを行った。まず、SQUID のマクロ的な内部現象を表現するために、有限要素法を用いた数値シミュレーションを行った。その後、量子的な現象を考慮し、それを反映したマクロ的なレベルでの解析を実現するために、SQUID に含まれるジョセフソン接合の特性を考慮した数値シミュレーションを行った。

以下に、各章毎に内容を要約したものを記す。

第2章 「dc-SQUID マグネトメータの概要」

第2章では、第3章以降において具体的な解析手法および解析結果を述べる前に、SQUID に関する基本的な事柄について説明を行った。以下に、第2章で述べた内容を記す。

1. SQUID の概要として分類について説明を行った。SQUID は、動作可能温度によって LTS SQUID と HTS SQUID に分類され、ジョセフソン接合の数によって rf-SQUID と dc-SQUID に分類されることを説明した。
2. SQUID が磁界を検出する原理について述べた。SQUID では外部磁界が印加されると、ゼロ電圧電流の最大値が変化し、電流電圧特性が変化する。電流電圧特性が変化すると、印加している一定のバイアス電流に対して電圧を発生するようになる。この出力電圧を測定することで、SQUID の磁束量を求めることが可能となる。

3. SQUID の問題点について述べた. SQUID は, 高感度であるという利点を持つ一方, 数百 nT の磁界にさらされた場合にも動作が不安定となるという問題がある. その原因として, 超電導体内の特性が悪い部分に磁束がとらわれる磁束トラップが挙げられる. この磁束トラップによってノイズが増加し, 安定動作が行えなくなる. そのため, 磁気シールドルームを用いて SQUID を保護した状態で使用することが一般的となっている.
4. dc-SQUID マグネットメータについて説明を行った. まず, SQUID の感度を向上させるために用いられるピックアップループの形式について述べた. 次に, 本研究で扱う dc-SQUID マグネットメータの形状について説明を行い, ピックアップループから dc-SQUID への磁束の伝達について説明した.
5. 超電導薄膜磁気シールドについて説明を行った. まず, 超電導薄膜磁気シールドが提案された経緯について説明を行い, 超電導薄膜磁気シールドを用いることによる影響について述べた. また, 2 種類の超電導薄膜磁気シールドの形状についても説明を行った.

第3章 「超電導薄膜磁気シールドに関する検討」

第3章では, 有限要素法を用いて SQUID マグネットメータおよび超電導薄膜磁気シールドの数値解析を行った内容を述べた. これらの解析では, SQUID 内部の現象を明らかにすることと, 超電導薄膜磁気シールドの効果を検証することを目的とした. また, 最適化アルゴリズムを用いて超電導薄膜磁気シールドの形状最適化を行った. 以下に, 第3章で述べた内容の概要を記す.

1. 解析手法である有限要素法に関して, 説明を行った. 電磁界解析において用いられるマクスウェル方程式を示し, それをもとにした定式化について説明を行った. また, SQUID を解析するにあたり一般的な定式化とは異なる部分についても説明を行った. さらに, 超電導体の解析において, その E - J 特性を考慮するために用いられる仮想導電率について説明を行った.
2. SQUID マグネットメータの数値解析を, 有限要素法を用いて行うにあたり, メッシュ分割に用いる要素形状に関して検討を行った. はじめに, 四面体要素を用いて解析を行ったが, メッシュ分割に問題があり, 得られた結果が予想と異なっていた. 要素数を増加させることで対処することも検討したが, 同等の要素数で精度が高いことが知られており, 薄膜の分割に適していると考えられる六面体要素を用いて解析を行い, 現象が正しく表現できていることを確認した. このようにして, 解析に使用する要素形状を検討した.

また, マクロ的なレベルでのジョセフソン接合の表現方法についても検討を行った. その結果, ジョセフソン接合を等価抵抗として扱うことで, マクロ的なレベル

における現象が予想や実験と同様となった．この解析を行ったことにより，実験では測定することが不可能である SQUID マグネトメータ内部における電流経路が初めて明らかとなった．

3. 超電導薄膜磁気シールドを使用することで SQUID マグネトメータが受ける影響についての検証を行った．超電導薄膜磁気シールドの効果を検証するために，SQUID マグネトメータのみの解析モデルと四角形シールドと十字型シールドの2種類を取り付けた解析モデルを作成し，解析を行った．実験では，超電導薄膜磁気シールドの使用によって SQUID の感度パラメータである有効捕獲面積が増加することが確認されている．本研究では，すべての解析モデルに対して同様の外部磁界を印加した状態で解析を行い，SQUID に鎖交する磁束量を求めることにより，SQUID への磁束の伝達効率が向上しているかを求めた．解析を行った結果，四角形シールドを用いた場合には SQUID に伝達される磁束量の増加は1%に留まったが，十字型シールドを用いた場合には23%増加した．この結果は，四角形シールドの増加率が低いものの，十字型シールドでは実験とおおよそ一致しており，超電導薄膜磁気シールドを使用することで，SQUID の感度が向上することが数値解析によって確認できたと考えられる．また，四角形シールドを用いた場合の増加率が少ないことについて考察を行うことで，超電導薄膜磁気シールドが与える影響について新たな知見を得た．
4. 超電導薄膜磁気シールドの効果をより向上させるために，最適化アルゴリズムを用いて最適化を行った．まず，使用した最適化アルゴリズムである PSO について説明を行った．また，最適化にあたりメッシュの影響を受けにくくなるように改良を加えた改良 PSO 法について，そのコンセプト等を述べた．さらに，目的関数と設計変数について説明を行った．最適化を行った結果，目的関数値には5%程度の増加が見られた．

第4章 「ジョセフソン接合の特性に関する検討」

第4章では，等価回路方程式をもとにして SQUID のジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析を行った．この解析では，ジョセフソン接合における現象の表現をより正確にすることで，SQUID における現象の表現を向上させることを目的とした．しかしながら，非線形性を考慮しただけでは，SQUID の動作の表現として不十分であったため，ジョセフソン接合における波動関数の位相差までを考慮した解析を行った．以下に，第4章で述べた内容の概要を記す．

1. まず，ジョセフソン接合について，ジョセフソン効果，現象を表現するための基本式について説明を行った．また，ジョセフソン接合の特性を表現するために用いられる等価回路について説明を行い，等価回路方程式に関しても説明を行った．その後，等価回路方程式を条件に応じて変形し，ジョセフソン接合における波動関数の

位相差や電圧がどのような挙動を示すのかを説明した。また、次節において考慮する非線形性電流電圧特性が等価回路方程式から、どのように導出できるのかを述べた。

2. 次に、ジョセフソン接合の非線形性を考慮した解析を行った。ジョセフソン接合の非線形電流電圧特性について説明し、有限要素法と組み合わせるために用いた簡略化したモデルについても説明を行った。さらに、解析モデルおよび解析手法について説明を行った。本章における解析では、現象を複雑化させないために第3章とは異なり、ピックアップループを含まない SQUID のみを対象として解析を行った。その後、解析を行った結果を示し、考察を行った。この解析手法を用いたことで、ジョセフソン接合の状態が超電導状態から常電導状態、あるいはその逆へと変化するに様子を表現することができた。これによって、SQUID に鎖交する磁束量が不連続に増加し、磁束が SQUID に侵入する瞬間のみジョセフソン接合が電圧を発生する様子が見られた。しかしながら、解析結果において不連続に SQUID に侵入する磁束量が、磁束量子単位よりも小さくなっていた。この原因について検討を行ったところ、SQUID における磁束の量子化を考慮する必要があることが判明した。この磁束の量子化の考慮は、次節で述べる。
3. 前節の解析手法で得られた結果について考察を行ったところ、磁束の量子化を考慮することが SQUID の動作を正確に表現するためには不可欠であるということが明らかになった。これを受けて、解析内において磁束の量子化を考慮することを考えた。本節では、まず超電導リングにおける磁束の量子化と、SQUID における磁束の量子化についてその違いを含めて説明を行った。磁束の量子化を考えるためには、SQUID に含まれるジョセフソン接合の位相を考慮することが必要となる。そのため、続いて SQUID の等価回路について説明を行った。ジョセフソン接合単体の挙動は、4.3 で説明を行った内容と同じであるが、SQUID として考えると違いも多いため、その部分を中心に説明を行った。次に、これらの磁束の量子化条件式と SQUID の等価回路方程式を有限要素法とどのように組み合わせるかについて解析手法を説明した。この解析手法を用いて、2つの条件で解析を行った結果について示した。

まず、外部磁界を印加していない状態で解析を行った。この状態でも SQUID には臨界電流値以上のバイアス電流を印加しているため、常に電圧が発生する。このとき、発生する電圧は外部磁界やバイアス電流に変化がないにもかかわらず、周期的に変化する。磁束の量子化条件式および等価回路方程式を新たに組み合わせたことにより、この現象が解析上でも確認できた。次に、一定の外部磁界を印加した状態で解析を行った。このとき、超電導体のマイスナー効果によって外部磁界を打ち消すために遮蔽電流が流れるが、この遮蔽電流の大きさと方向が周期的に変化する。この様子が解析上で確認できた。また、有限要素法を用いたことにより、電流が偏って流れるという現象を表現できるようになった。これにより、解析内で SQUID の実効的なインダクタンス値が変化することを表現できた。この解析によって SQUID 内部の現象を等価回路方程式のみで解く場合よりも正確に表すことが可能

となった。また、印加する外部磁束量の値を変更し、平均電圧を求めることで SQUID の磁束電圧特性を求めた。この結果から、SQUID の現象を正しく表現できていると判断できた。

上記のような内容について述べた。また、今後の課題として下記のような事柄が考えられる。

1. 本研究では、HTS-SQUID を対象とした数値シミュレーション手法として、従来の等価回路解析に有限要素法を組み合わせた解析を行うことで、量子的な現象を反映したマクロ的なレベルでの解析を行うことを提案した。今後は、HTS-SQUID の動作やノイズの発生に影響する、ミクロ的な現象である磁束線 1 本 1 本の挙動を考慮した解析を行うことで HTS-SQUID の動作をより正確に表現することが必要であると考えられる。

以上のように、本論文では、HTS-SQUID を対象とした数値シミュレーション手法を提案した。まず、マクロ的な観点から、dc-SQUID マグネットメータおよび超電導薄膜磁気シールドを対象として、超電導体の特性を考慮した解析を行うことで、超電導薄膜磁気シールドの効果を解析的に検証することができ、新たな知見を得ることができたと考える。また、有限要素法と等価回路方程式、磁束の量子化条件式を組み合わせた解析を行うことで、量子的な現象を考慮したマクロ的な現象の解析を行い、HTS-SQUID における現象をより正確に表現することができたと考える。このように HTS-SQUID を対象として、数値解析を行うというアプローチは前例がなく、本研究で得られた結果は、将来的により詳細な HTS-SQUID の数値シミュレーションを実現するために役立つものと期待している。

付録 A バイアス電流・外部磁界の印加方法

ここでは、有限要素法におけるバイアス電流および外部磁界の印加方法について述べる。A.1 ではバイアス電流の印加方法、A.2 では外部磁界の印加方法について述べる。

A.1 バイアス電流の印加方法

有限要素法を用いて SQUID の解析を行うことを考えた場合、3.2.4 において説明したように SQUID 内部の抵抗率が変化するため、一般的な強制電流を与える方法を用いることができない。そこで、解析領域の境界面上から一定の電流が流入・流出するという条件を与え、SQUID 内部においては電流を表現する電気スカラーポテンシャルをフリーにして解析を行うという方法を使用している。以下で詳しく説明する。

第 3 章において導出した支配方程式のうち、電荷の保存則を考える。

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = \operatorname{div}(\mathbf{J}_b + \mathbf{J}_s) = 0 \quad (\text{A.1})$$

3.2.4 において、(A.1)式中のバイアス電流項は再掲する(3.15)式を用いて、次のように変形を行った。

$$\mathbf{J}_b = -[\sigma_s] \operatorname{grad} \phi_b \quad (\text{0.1})$$

これによって、バイアス電流密度を電気スカラーポテンシャルで表している。この処理は、SQUID 内部において適応されるが、解析領域の境界面上においては、電流密度をそのままの形で保ったまま式変形を行う。

まず、(A.1)式にガラーキン法を適用する。

$$G_{di} = \iiint_V N_i \operatorname{div}(\mathbf{J}_b + \mathbf{J}_s) dV = 0 \quad (\text{A.2})$$

(A.2)において、第 2 辺第 2 項は通常の渦電流解析と同様の式変形を行うため、ここでは第 1 項のみを考える。第 1 項を(A.3)式のベクトル公式と、(A.4)のガウスの発散定理を用いて変形し、(A.5)式を得る。

$$\operatorname{div}(\phi \mathbf{a}) = (\operatorname{grad} \phi) \cdot \mathbf{a} + \phi \operatorname{div} \mathbf{a} \quad (\text{A.3})$$

$$\iiint_V \operatorname{div} \mathbf{c} dV = \iint_S \mathbf{c} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{A.4})$$

$$G_{di}(\text{第1項}) = -\iiint_V \operatorname{grad} N_i \cdot \mathbf{J}_b dV + \iint_S N_i \mathbf{J}_b \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (\text{A.5})$$

ここで、(A.5)式の第2辺第1項は体積積分項であり、(3.15)式を用いて電気スカラーポテンシャルを未知数とする形に変形して、遮蔽電流項と同化させる。そのため、第2項のみが境界面上からの電流の流入・流出を表現するための項となる。この項は、四面体要素においては(A.6)式、六面体要素においては(A.7)式のように変形される。

$$\iint_S N_i J_b \cdot n dS = J_b \cdot n \iint_S N_i dS = \begin{cases} \frac{J_b \cdot n}{3} \Delta & i \in S \\ 0 & i \notin S \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$\iint_S N_i J_b \cdot n dS = J_b \cdot n \iint_S N_i dS = \begin{cases} \frac{J_b \cdot n}{4} \Delta & i \in S \\ 0 & i \notin S \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

これらの(A.6)(A.7)式を図 A.1 を用いて説明する。

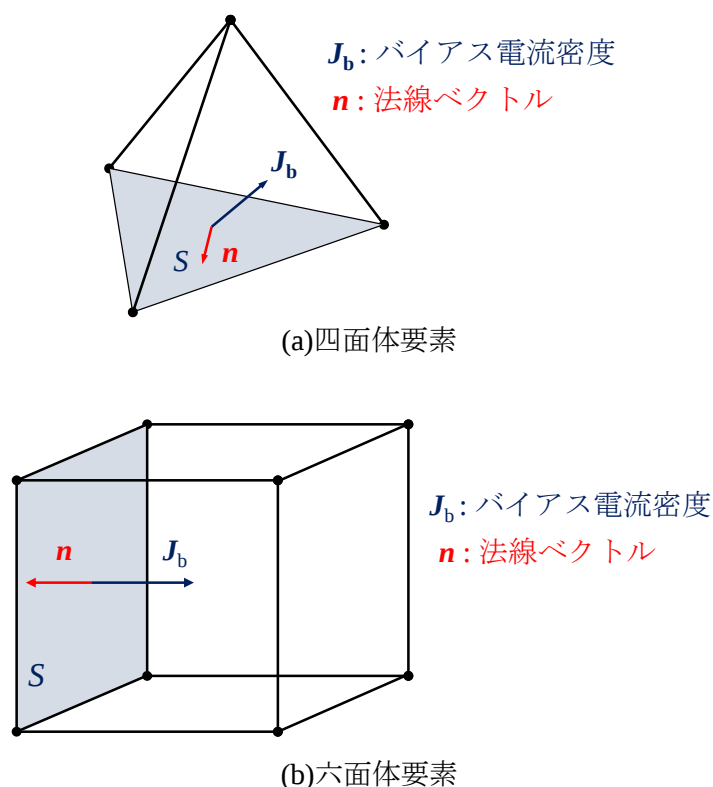


図 A.1 バイアス電流の流入・流出する要素

図 A.1 はバイアス電流が流入・流出する面を有する要素を示しており、色付けされた面が該当する面である。(A.6)では、四面体要素の色付けされた面を構成する3節点にバイアス電流密度と面の法線ベクトルの内積を等分して与えており、(A.7)では4節点に対して同様の処理を行っている。このようにして、領域の境界から、流入・流出するバイアス電流を表現している。

A.2 外部磁界の印加方法

次に、外部磁界の印加方法について説明する．本研究では第 3 章で述べた SQUID マグネトメータおよび超電導薄膜磁気シールドの解析において周期的に変化する外部磁界を、第 4 章における dc-SQUID の解析では一定の外部磁界を印加して解析を行っている．本研究では、境界条件を用いて外部磁界を解析モデルに印加している．以下で、その方法を説明する．

磁界を印加する際に用いる基本的な式は、次式である．

$$\oint_c \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Phi \quad (\text{A.8})$$

ここで、 Φ は磁束量、 c は積分経路、 $\mathbf{l}$ は積分経路に沿ったベクトルである．この(A.8)式は、境界で囲まれた領域を通る磁束量 Φ は、磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を積分経路 c に沿って積分することで求められるということを表している．

解析モデルの境界上の面に対して(A.8)式を用いて任意の磁束量を与えることによって、一様な磁界が印加された状態を表現することができる．解析モデルに対して、 z 軸方向に一様な磁界を印加する場合には、図 A.2 のように各面に対して境界条件を設定する．

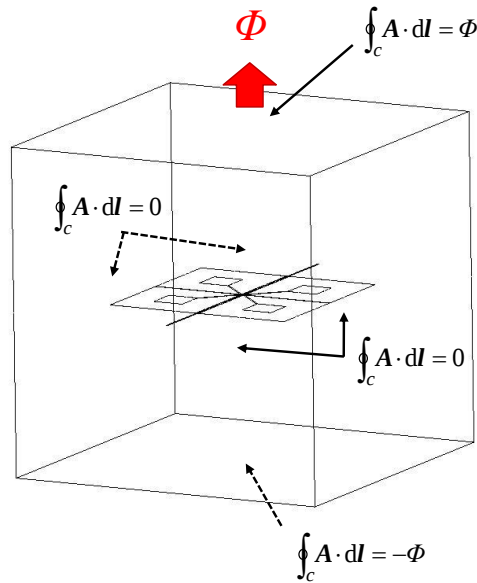


図 A.2 境界条件の設定

図 A.2 に示すように、(A.8)式の右边が解析モデルの上面では Φ 、下面では $-\Phi$ 、その他の側面では 0 となるように値を与えることで、 z 軸正方向に一様な磁界が印加された状態を表現する．解析モデルのそれぞれの面に対しては、上記のように磁束量の値を設定すればよい．続いて、より局所的にそれぞれの面を構成する要素における(A.8)式を考える．図 A.3 に示すような任意の要素の面を考える．

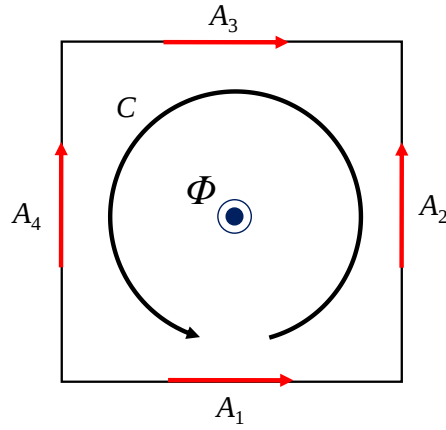


図 A.3 任意の要素の面上におけるポテンシャル

図 A.3 では、六面体要素の場合を例として考えており、1つの面は4辺で構成される。図中における $A_{1,2,3,4}$ は各辺の磁気ベクトルポテンシャルを接線方向に辺上で積分した値である。この面に対して、(A.8)式を考えると次のようになる。

$$A_1 + A_2 - A_3 - A_4 = \Phi \quad (\text{A.9})$$

この(A.9)式から、次の行列が得られる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \\ \Phi \\ -\Phi \\ -\Phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

このようにして、行列を境界上のすべての面を構成する要素で求め、足し合わせる。このとき、 Φ の値をz軸方向に単位磁界(1 T)となるように設定する。この足しあわせた行列を、ソルバで解くことで、単位磁界を印加する場合の境界条件の値が求まる。求めた境界条件の値に係数をかけることで、任意の大きさの磁界を表現することができる。本研究では、この係数を変化させることで、周期的に変化する磁界や任意の大きさの磁界を表現している、

付録 B 磁束の量子化条件

ここでは、dc-SQUID における磁束の量子化条件式の導出について述べる．B.1 でフラクソイドについて説明を行い，B.2 において dc-SQUID における磁束の量子化条件式の導出を行う．

B.1 フラクソイド

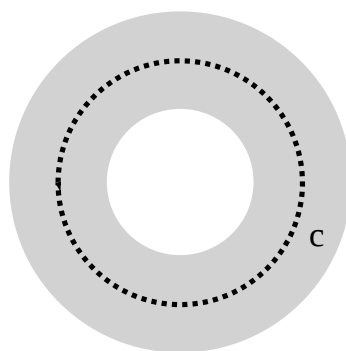
ここでは、フラクソイドについて説明を行う．GL(Ginzburg-Landau)理論によると、超電導電子電流密度は、(B.1)のように与えられる．

$$\mathbf{j} = -\frac{|\psi|^2 e}{m} (\hbar \nabla \theta + 2e\mathbf{A}) \quad (\text{B.1})$$

ここで、 $\hbar$ はプランク定数を 2π で割った値であり、 e は電気素量、 m^* は超電導電子の質量、 ψ は巨視的波動関数、 θ は位相、 $\mathbf{A}$ はベクトルポテンシャルである．この式の第 1 項が波動関数の位相の勾配による電流であり、ジョセフソン接合をトンネルして流れる電流はこの項からもたらされる．(B.1)式を変形すると、次式が得られる．

$$\nabla \theta = -\frac{1}{\hbar} \left[\frac{m}{|\psi|^2 e} \mathbf{j} + 2e\mathbf{A} \right] \quad (\text{B.2})$$

ここで、図 B.1 のような、超電導リングを考え、その内部に閉曲線 c を取る．



超電導リング

図 B.1 超電導リングと内部の閉曲線 c

$\nabla\theta$ を閉曲線 c に沿って積分すると、次式のように 2π の整数倍とならなければならない。

$$\oint_c \nabla\theta \cdot d\mathbf{s} = 2\pi n \quad (\text{B.3})$$

ここで、 $d\mathbf{s}$ は閉曲線 c に沿った線素片ベクトルであり、 n は整数である。この(B.3)式に、(B.2)式を代入すると次式が得られる。

$$\oint_c \left(\frac{m}{2|\psi|^2 e^2} \right) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} + \oint_c \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = n\Phi_0 \quad (\text{B.4})$$

ここで、上式の左辺第 2 項は次のように変形することができる。

$$\oint_c \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \int_S (\text{rot}\mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \Phi \quad (\text{B.5})$$

ここで、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 Φ は超電導リング内の磁束である。なお、式変形にはストークスの定理を用いた。(B.5)式を(B.4)式に代入すると、次式が得られる。

$$\oint_c \left(\frac{m}{2|\psi|^2 e^2} \right) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} + \Phi = n\Phi_0 \quad (\text{B.6})$$

この(B.6)式の左辺をフラクソイドと呼び、この(B.6)式がフラクソイドの量子化を表している。なお、閉曲線 c をロンドンの侵入長より深い位置にとると、 $\mathbf{j} = 0$ となるため、次式が得られる。

$$\Phi = n\Phi_0 \quad (\text{B.7})$$

この(B.7)式は磁束の量子化を表している。

B.2 dc-SQUID における磁束の量子化

dc-SQUID における磁束(フラクソイド)の量子化条件式を導出する．図 B.2 のような dc-SQUID を考える．

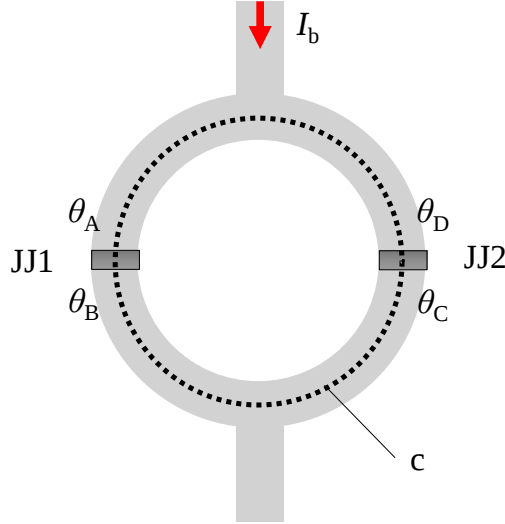


図 B.2 dc-SQUID と内部の閉曲線 c

ここで，図中の $\theta_{A,B}$ はジョセフソン接合 1 の両端の位相， $\theta_{C,D}$ はジョセフソン接合 2 の両端における位相である．B.1 節と同じように， $\nabla\theta$ を閉曲線 c に沿って積分する．

$$\oint_c \nabla\theta \cdot ds = 2\pi n = (\theta_B - \theta_A) + (\theta_C - \theta_B) + (\theta_D - \theta_C) + (\theta_A - \theta_D) \quad (B.8)$$

上式の第 1 項，第 3 項はジョセフソン接合を横切る位相差であり，次式となる．

$$(\theta_B - \theta_A) = -\varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_A^B \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (B.9)$$

$$(\theta_C - \theta_D) = \varphi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_C^D \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (B.10)$$

また，第 2 項，第 4 項は，超電導体内部の位相差であり，次式となる．

$$(\theta_C - \theta_B) = -\frac{2\pi}{\Phi_0} \int_B^C \left(\frac{m}{2|\psi|^2 e^2} \right) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_B^C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (B.11)$$

$$(\theta_A - \theta_D) = -\frac{2\pi}{\Phi_0} \int_A^D \left(\frac{m}{2|\psi|^2 e^2} \right) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_A^D \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{B.12})$$

(B.9)式から(B.12)式までを(B.8)式に代入すると次式となる.

$$\begin{aligned} \oint_c \nabla \theta \cdot d\mathbf{s} &= 2\pi n \\ &= -\varphi_1 + \varphi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_B^C \left(\frac{m}{2|\psi|^2 e^2} \right) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_A^D \left(\frac{m}{2|\psi|^2 e^2} \right) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint_c \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

ここで, 閉曲線 c をロンドンの侵入長より深い位置であるとする, $\mathbf{j} = 0$ となるため, 次式のようになる.

$$\oint_c \nabla \theta \cdot d\mathbf{s} = 2\pi n = -\varphi_1 + \varphi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint_c \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{B.14})$$

また, 右辺の第 3 項の周回積分に, (B.5)式を代入する.

$$\oint_c \nabla \theta \cdot d\mathbf{s} = 2\pi n = -\varphi_1 + \varphi_2 - 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (\text{B.15})$$

この式を変形すると, 次式が得られる.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n + 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (\text{B.16})$$

この(B.16)式が dc-SQUID における磁束の量子化条件式である. このようにして, dc-SQUID の磁束の量子化式が導出できる.

参考文献

- [1] J. Clarke, A. Braginski, “The SQUID handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID systems,” Wiley-VCH, 2004.
- [2] 塚田 啓二, 山口 巖:「心磁図の読み方」, コロナ社, 2006.
- [3] 原 宏, 栗城 真也:「脳磁気科学 SQUID 計測と医学応用」, オーム社, 1997.
- [4] K. Kobayashi, M. Yoshizawa, and Y. Uchiyama, “Wide Dynamic Range Analog FLL System Using High-Tc SQUID for Biomagnetic Measurements,” IEEE Trans. Magn., vol. 47, no. 10, pp. 2871-2873, Oct. 2011.
- [5] T. Oida, M. Tsuchida, and T. Kobayashi, “Direct Detection of Magnetic Resonance Signals in Ultra-Low Field MRI Using Optically Pumped Atomic Magnetometer With Ferrite Shields: Magnetic Field Analysis and Simulation Studies,” IEEE Trans. Magn., vol. 48, no. 11, pp. 2877-2880, Nov. 2012.
- [6] H. Dong, Y. Zhang, H. -J. Krause, X. Xie, and A. Offenhäusser, “Low field MRI detection with tuned HTS SQUID magnetometer,” IEEE trans. Appl. Supercond., vol. 21, no. 3, pp. 509-513, Jun. 2011.
- [7] Y. Hatsukade, Y. Shinyama, K. Yoshida, T. Kage, Y. Takai, M. Aly-Hassan. A. Nakai, H. Hamada, and S. Tanaka, “SQUID NDE on Braided Carbon Fiber Reinforced Polymers With Middle-End Fibers Under Step-by-Step Tensile Loading,” IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 23, no. 3, Jun. 2013, Art. No. 1603205.
- [8] S. Tanaka, H. Fujita, Y. Hatsukade, T. Nagaishi, K. Nishi, H. Ota, T. Otani, and S. Suzuki, “Detection of metal contaminants in food using high Tc SQUIDs magnetometer,” Key Engineering Materials, vols. 321-323, pp. 1163-1167, Oct. 2006.
- [9] Y. Hatsukade, K. Hayashi, M. Takemoto and S. Tanaka, “Determination of the robustness of an HTS SQUID magnetometer covered with a superconducting film shield in an ac magnetic field,” *Supercond. Sci. Technol.* vol. 22, no. 11, Nov. 2009, Art. No. 114010.

- [10] 廿日出 好, 小林 義幸, 黒澤 龍一, 田中 三郎:「磁場に対する HTS dc-SQUID の臨界電流変化の抑制に関する研究」, 2011 年度春季低温工学・超電導学会 概要講演集, p.123, 2011.
- [11] 廿日出 好, 吉田 圭介, 鹿毛 孝浩, 鈴木 健史, 田中 三郎:「通常環境中で移動可能な HTS-SQUID マグネットメータの開発 ロボット式非破壊検査装置への応用を目指して」, 低温工学, vol. 49, No. 8, pp. 439-445, 2014.
- [12] S. Adachi, A. Tsukamoto, T. Hato, J. Kawano, and K. Tanabe, “Recent Developments of High-Tc Electronic Devices with Multilayer Structures and Ramp-Edge Josephson Junctions,” IEICE Trans. Electron., vol. E95-C, no. 3, pp. 337-346, Mar. 2012.
- [13] 山本 昌, 菅原 昌敬, 塚本 修巳, 山口 貢, 山本 充義:「電気学会大学講座 超電導工学(改訂版)」, オーム社, 1988.
- [14] 松下 照男, 長村 光造, 住吉 文夫, 圓福 敬二:「超伝導応用の基礎」, 米田出版, 2004.
- [15] 松田 瑞史, 栗城 真也:「SQUID の原理とシステム化技術」, 応用物理, vol. 71, no. 12, pp. 1534-1537.
- [16] 小林俊一:「物性測定の進歩 II SQUID, SOR, 電子分光」, 丸善株式会社, 1996.
- [17] 松下 照男:「磁束ピンニングと電磁現象」, 産業図書, 1994.
- [18] O. C. ツィエンキーヴィッツ:「基礎工学におけるマトリックス有限要素法」, 培風館, 1975.
- [19] 高橋則雄:「三次元有限要素法 磁界解析技術の基礎」, オーム社, 2006.
- [20] 高橋則雄:「磁気工学の有限要素法」, 朝倉書店, 2013.
- [21] 本間 利久, 五十嵐 一, 川口 秀樹:「数値電磁力学」, 森北出版, 2002.
- [22] 棚橋 隆彦:「電磁熱流体の数値解析」, 森北出版, 1995.
- [23] 小柴 正則:「基礎からの電磁気学」, 培風館, 1998.
- [24] 宮 健三, 吉田 義勝:「超電導の数理と応用」, 養賢堂, 1997.

- [25] 大崎 博之:「超電導体中の電磁現象のシミュレーション」, 日本 AEM 学会誌, vol. 9, no. 3, pp. 314-321, 2001.
- [26] Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “Magnetic shield effect simulation of superconducting film shield covering directly coupled HTS dc-SQUID magnetometer,” *Physica C*, Vol. 471, Issues 21-22, pp. 1253-1257, Nov. 2011.
- [27] H. Tsuboi, M. Tanaka, K. Ikeda, and K. Nishimura, “Computation results of the TEAM workshop Problem 7 by finite element methods using tetrahedral and hexahedral elements,” *J. Materials Processing Tech.*, vol. 108, no. 2, pp. 237-240, Jan. 2001.
- [28] Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, Yoshimi Hatsukade, and Saburo Tanaka, “Characteristic Analysis of Directly Coupled HTS dc-SQUID Magnetometer With Superconducting Film Magnetic-Shield Considering Josephson-Junction Resistance,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 48, No.2, pp. 571-574, Feb. 2012.
- [29] Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “Magnetic shielding simulation of superconducting film shield covering directly coupled HTS dc-SQUID magnetometer,” *Physics Procedia*, Vol. 36, pp. 138-143, 2012.
- [30] Naoya Terauchi, So Noguchi, Hajime Igarashi, Yoshimi Hatsukade, and Saburo Tanaka, “Parameter optimization of superconducting film magnetic-shield covering HTS SQUID magnetometer,” *Proceeding of Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism*, Ghent, Belgium, p. 92, Sep. 2012.
- [31] Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “A Modified PSO Method using Multiple Finite Element Meshes for Minimizing Mesh Influence on Optimal Solution,” *Proceeding of the 16th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, Annecy, France, May 2014.
- [32] J. Kennedy and R. Eberhart, “Particle Swarm Optimization,” *IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942-1948, 1995.
- [33] K. Watanabe, Y. Iijima, K. Kawano, H. Igarashi, “Voxel Based Finite Element Method Using Homogenization,” *IEEE Trans. Magn.*, vol.48, no.2, pp. 543-547, 2012.
- [34] K. Yamazaki and Y. Kato, “Optimization of High-Speed Motors Considering Centrifugal Force and Core Loss Using Combination of Stress and Electromagnetic Field Analyses,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, pp. 2181-2184, May 2013.

-
- [35] K. Watanabe, F. Campelo, Y. Iijima, K. Kawano, T. Matuso, T. Mifune, and H. Igarashi, "Optimization of Inductors Using Evolutionary Algorithms and Its Experimental Validation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 8, pp. 3393-3396, Aug. 2010.
- [36] S. Noguchi, T. Miyamoto, and S. Matsutomo, "Meaning of the Rational Solution Obtained by Game Theory in a Multi-Objective Electromagnetic Apparatus Design Problem," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, p. 7016004, Feb. 2014.
- [37] D. Woo, I. Kim, D. Lim, J. Ro, and H. Jung, "Cogging Torque Optimization of Axial Flux Permanent Magnet Motor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, pp. 2189-2192, May 2013.
- [38] D. Wang, X. Wang, and S. Jung, "Reduction on Cogging Torque in Flux-Switching Permanent Magnet Machine by Teeth Notching Schemes," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 11, pp. 4228-4231, Nov. 2012.
- [39] D. Arthur and S. Vassilvitskii, "k-means++: The Advantages of Careful Seeding," In *Proceedings of the eighteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms*, pp. 1027-1035, 2007.
- [40] D. Prober, S. Slusky, R. Henry, L. Jackel, "Simulation of I-V curves of small Josephson tunnel junctions with finite capacitance," *J. Appl. Phys.*, vol. 52, no. 6, Jun. 1981.
- [41] Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, "Numerical simulation of SQUID magnetometer considering equivalent circuit of Josephson junction," *Physics Procedia* to be published.
- [42] Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, "Numerical Simulation of dc SQUID taking into account Quantum Characteristic of Josephson Junction," *IEEE Trans. Magn.* to be published.
- [43] B. Josephson, "Possible new effects in superconductive tunneling," *Phys. Lett.*, vol. 1, no. 7, pp. 251-253, Jul. 1962.
- [44] P. Anderson, and J. Rowell, "Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 10, no. 6, pp. 230-232, Mar. 1963.
- [45] J. Rowell, "Magnetic field dependence of the Josephson tunnel current," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 11, no. 5, pp. 200-202, Sep. 1963.
- [46] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2nd ed., McGraw-Hill, Inc., 1996.

- [47] D. E. McCumber, "Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconducting Weak-Link Junctions," J. Appl. Phys., vol. 39, pp. 3133-3138, Jun. 1968.
- [48] 御子柴 宣夫, 鈴木 克生 : 「超伝導物理入門」, 培風館, 1995.
- [49] C. Tesche and J. Clarke, "dc SQUID: Noise and Optimization," Journal of Low Temperature Physics, vol. 29, nos. 3-4, pp. 301-331, 1977.
- [50] A.バローネ, G.パテルノ : 「ジョセフソン効果の物理と応用」, 近代科学社, 1988.
- [51] 三井 斌友, 小藤 俊幸, 齋藤 善弘 : 「微分方程式による計算科学入門」, 共立出版, 2004.
- [52] H. Ott, Electromagnetic Compatibility Engineering, 1st ed., Wiley, 2009, pp. 776-778.

謝辞

本研究の遂行にあたり、本当に多くの方々にお世話になりました。ここに深く感謝の意を評します。

本論文をまとめるにあたり、終始暖かい激励とご指導、ご鞭撻をいただきました北海道大学大学院情報科学研究科 野口 聡准教授に心より深く感謝申し上げます。野口准教授には、研究室配属から6年間という長きにわたり、超電導解析の研究に関しまして多くのご指導を頂きました。研究の進め方、考え方、まとめ方だけでなく研究以外にも今後の人生に役立てられる様々なことをご教示いただきました。さらに、研究を行う環境を整備していただき、研究の遂行を滞りなく行わせていただいたことに心より感謝申し上げます。

学位論文審査におきまして、貴重なご指導とご助言を頂きました北海道大学大学院情報科学研究科 五十嵐一教授、北裕幸教授に心より感謝申し上げます。先生方のご助言のおかげで、本論文の完成度が高まりました。重ねて御礼申し上げます。特に、五十嵐教授には、日頃から数々の有益な御助言・御検討をして頂きました。本当にありがとうございますございました。

本研究の遂行にあたり、室蘭工業大学大学院工学科 渡邊浩太准教授には数値解析技術や計算機の管理などにおいてご指導頂きました。心より感謝申し上げます。

SQUID の研究にあたり、近畿大学工学部電子情報工学科 廿日出好准教授には実験データのご提供、解析結果へのご指摘・ご助言など様々な面でご協力いただきました。心より感謝申し上げます。

研究環境の整備にご尽力頂きました技術職員の阿部正雄氏、今井適氏に厚く御礼申し上げます。また、斉藤尚代女史には研究室の雑務を肩代わりしていただき、研究遂行に専念できる環境を支えていただきました。心より感謝申し上げます。

明るい雰囲気のもとで研究させて頂き、数々のご助言、ご協力を頂きました電磁工学研究室の後輩、同輩、先輩の皆様に御礼申し上げます。

最後に、博士課程への進学を許し、勉学・研究に対する姿勢を学ぶ機会を与えてくれた両親に深く感謝します。

2015 年 3 月
寺内 直也

研究業績

論文

1. Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “Magnetic shield effect simulation of superconducting film shield covering directly coupled HTS dc-SQUID magnetometer,” *Physica C*, Vol. 471, Issues 21-22, pp. 1253-1257, Nov. 2011.
2. Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, Yoshimi Hatsukade, and Saburo Tanaka, “Characteristic Analysis of Directly Coupled HTS dc-SQUID Magnetometer With Superconducting Film Magnetic-Shield Considering Josephson-Junction Resistance,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 48, No.2, pp. 571-574, Feb. 2012.
3. Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “Numerical Simulation of dc SQUID taking into account Quantum Characteristic of Josephson Junction,” *IEEE Trans. Magn.* to be published.

査読付国際会議プロシーディング

1. Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “Magnetic shielding simulation of superconducting film shield covering directly coupled HTS dc-SQUID magnetometer,” *Physics Procedia*, Vol. 36, pp. 138-143, 2012.
2. Naoya Terauchi, So Noguchi, Hajime Igarashi, Yoshimi Hatsukade, and Saburo Tanaka, “Parameter optimization of superconducting film magnetic-shield covering HTS SQUID magnetometer,” *Proceeding of Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism*, Ghent, Belgium, p. 92, Sep. 2012.
3. Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “Numerical simulation of SQUID magnetometer considering equivalent circuit of Josephson junction,” *Physics Procedia*, Vol. 58, pp. 200-203, 2014.
4. Naoya Terauchi, So Noguchi, and Hajime Igarashi, “A Modified PSO Method using Multiple Finite Element Meshes for Minimizing Mesh Influence on Optimal Solution,”

Proceeding of the 16th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Annecy, France, May 2014.

講演

1. 寺内 直也, 野口 聡, 五十嵐 一, “超電導薄膜シールド付きSQUIDの磁気感度特性に関する研究,” 平成22年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会, 2010年10月.
2. 寺内 直也, 野口 聡, 五十嵐 一, “シールド付ダイレクトカップル型HTS dc-SQUIDマグネトメータの磁気シールド特性解析,” 第19回MAGDAカンファレンス, 2010年11月.
3. 寺内 直也, 野口 聡, 五十嵐 一, “シールド付ダイレクトカップル型HTS dc-SQUIDマグネトメータの特性解析,” 第83回 2010年秋季低温工学・超電導学会, 2010年12月.
4. 寺内 直也, 野口 聡, 五十嵐 一, 廿日出 好, 田中 三郎, “ダイレクトカップル型HTS dc-SQUIDマグネトメータの有限要素解析の精度検討,” 第84回 2011年春季低温工学・超電導学会, 2011年5月.
5. 寺内 直也, 野口 聡, 五十嵐 一, “超電導薄膜磁気シールド付SQUIDマグネトメータのシールド形状最適化,” 平成24年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会, 2012年10月.
6. 寺内 直也, 野口 聡, 五十嵐 一, “等価回路を用いたジョセフソン接合の電流-電圧特性シミュレーション,” 平成25年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会, 2013年10月.
7. 寺内 直也, 野口 聡, 五十嵐 一, “ジョセフソン接合の位相差を考慮したdc-SQUIDの数値シミュレーション,” 平成26年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会, 2014年10月.
8. N. Terauchi, S. Noguchi, H. Igarashi, “Numerical Simulation of dc-SQUID by FEM Coupling with Circuit Equation Taking into Account Phase Difference of Josephson Junction,” 27th International Symposium on Superconductivity, Tokyo, Japan, Nov. 2014.