HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	多孔質材料の水理定数評価のための室内透水試験法の理論
Author(s)	加藤, 昌治; 高橋, 学; 金子, 勝比古
Citation	Journal of MMIJ : journal of the Mining and Materials Processing Institute of Japan, 129(7), 409-417 https://doi.org/10.2473/journalofmmij.129.409
Issue Date	2013-07-01
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/59119
Type	journal article
File Information	MMIJ.129(2013).409-417.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Journal of MMIJ Vol.129 p.409－417 (2013)
©2013 The Mining and Materials Processing Institute of Japan

総説
Review

多孔質材料の水理定数評価のための室内透水試験法の理論 *

加藤昌治[1]　高橋　学[2]　金子勝比古[3]

Theory of Permeability Test Methods for Measuring Hydraulic Constants of Porous Media in Laboratory

by Masaji KATO[a], Manabu TAKAHASHI[b] and Katsuhiko KANEKO[c]

a. Assistant Professor, Division of Sustainable Resources Engineering, Faculty of Engineering, Hokkaido University, Nishi 8, Kita 13, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido, 060-8628, Japan (Corresponding author, E-mail: kato@geo-er.eng.hokudai.ac.jp)
b. Chief Senior Researcher, Institute for Geology and Geoinformation, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST), Site Central 7, 1-1-1 Higashi, Tsukuba, Ibaraki, 305-8567, Japan
c. Professor, Division of Sustainable Resources Engineering, Faculty of Engineering, Hokkaido University

This paper reviews the development history of permeability tests for measuring the hydraulic constants (hydraulic conductivity and specific storage) of porous materials in a laboratory, and systematizes the theories of the methods. The permeability test originated from sand filtration experiments carried out by Darcy in the 19th century. Techniques for measuring hydraulic constants were then devised and, at the same time or successively, the theory was established.

This paper presents the exact analytical solutions of six methods, including the constant head, falling head, flow pump, and transient pulse methods, with the same initial condition and different boundary conditions. Based on the analytical solutions, we demonstrated the variations in the hydraulic head distribution within a specimen and the variations in the sensitivity coefficients of the hydraulic head difference between both ends of a specimen in terms of the hydraulic constants and compressible storage at the upstream and downstream sides of the equipment during tests of the six methods. The results were used to characterize the test methods, in terms of the experiment time, experiment precision and error, and method selection.

KEY WORDS: Constant Head Method, Falling Head Method, Flow Pump Method, Transient Pulse Method, Analytical Solution, Hydraulic Conductivity, Specific Storage, Sensitivity Coefficient

1. は　じ　め　に

多孔質材料の特徴の一つは，その内部の空隙を経路として流体が移動できるということであり，言い換えると，多孔質材料は水理学的性質 (浸透性と貯留性) を有しているということにある。多孔質材料におけるこの水理学的性質は，力学的性質や熱的性質，化学的性質とともに，さまざまな理工学の分野において重要視されている。例えば，地球科学を始め，土木工学や地盤工学，応用地質学，地下水学，資源開発工学，そして化学工学や医療工学に至るまで必要不可欠なものとなっている。実際の問題をみてみると，トンネルなどの地下空洞の開削に伴う湧水[1)]や地下利用に起因する地盤沈下[2, 3)]，人間の経済活動に起因する土壌汚染や地下水汚染[4)]，採油や地熱開発あるいは鉱山開発などの鉱物・エネルギー資源の開発で遭遇する問題や課題[5-7)]，火山噴火や地震，岩盤崩落や地すべりにおける人間の生命と財産を守るための防災[8-10)]，放射性廃棄物の地層処分や二酸化炭素の地中貯留における課題[11, 12)]，浄水や工業分野・医療分野で用いられるろ過膜を用いた各種装置の開発[13-16)]など枚挙にいとまがない。

これらすべての分野において，多孔質材料を扱う上で重要となるのは，多孔質材料固有の流体輸送特性を理解しておくことである。透水試験は，このような多孔質材料の流体透過能力を直接実験的に評価するためのものであり，狭義には透過流体として水を採用した場合の多孔質材料の水理特性を評価する試験を指す。透水試験で得られる試料の水理定数には透水係数 (hydraulic conductivity) と比貯留率 (specific storage) とがある。実際の問題では，浸透流体が単相の液体水ばかりではなく，空気や水蒸気，石

*2013 年 2 月 4 日受付　2013 年 4 月 22 日受理
1. 正会員 北海道大学大学院 工学研究院 環境循環システム部門 助教
2. 正会員 産業技術総合研究所 地質情報研究部門 上級主任研究員
3. 正会員 北海道大学大学院 工学研究院 環境循環システム部門 教授
[著者連絡先] FAX: 011-706-6325 (北大・加藤)
E-mail: kato@geo-er.eng.hokudai.ac.jp
キーワード : 定水位法，変水位法，フローポンプ法，トランジェントパルス法，解析解，透水係数，比貯留率，感度係数

油，天然ガス，有機溶剤などの単相流体であったり，あるいはそれらが混ざり合った気液二相や液液二相，さらには三相以上の混相流体であったりと様々な性質・状態の流体が考えられる。しかし，本総説では，単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元単調浸透流に基づく透水試験法を中心に取り上げる。混相流を扱う試験を実施する場合でも，ここで述べる単相流体の理論が基本となる。

工学的な立場からは，対象とする材料や領域が高透水性であるほうが望ましい場合とそうでない場合とに分かれる。前者には石油や天然ガス，あるいは地熱流体の貯留層があり，後者には放射性廃棄物の地層処分における天然・人工バリアの役割や二酸化炭素の地中貯留におけるキャップロックの存在が挙げられる。しかし，いずれの場合においても，対象領域の水理的性質の評価は重要である。後者のように低透水性が望ましい場合においては遮水性という用語が用いられたりもするが，その評価のための試験法に違いはない。本論では踏み込めないが，工学的には透水性の制御を目指した研究や技術開発も行なわれている。

多孔質材料がもつ他の性質と比較すると，透水性には次の特徴がある。まず，多孔質材料の空隙構造に起因して，材料によって透水性が大きく異なる。透水係数では大きいものと小さいものを比較すると 10 桁以上の開きがある (Fig. A1)。そのため，試料の透水性によっては，ある透水試験手法が適用できないということも起こりうる。このことが，いくつもの透水試験法が考案された背景にある。

また，地盤や岩盤などの天然の多孔質材料を扱う場合には，材料自体の (とくに空隙構造の) 不均質性や異方性がそのまま透水性にも表れる。材料の不均質性に関しては，代表要素体積 (REV) に注意して供試体サイズを決定すれば，等価な均質多孔体として取り扱うことが可能となる。透水異方性に関しては，透水係数は 2 階のテンソル量であることを考慮して，流れの方向を明確にして透水試験を実施する必要がある。

さらに，多孔質材料の透水性は，応力条件や環境条件などの影響を受け，大きく変化しやすい。透水性は，多孔質材料の空隙の体積や形状および連結性の変化に敏感であり，それに起因して大きく変化する。透水性の有効応力依存性は，応力の変化によって空隙の状態も変化し，それに伴い透水性も変化すると解釈される。このとき，固体 (鉱物) 部分が弾性的に振る舞えば，透水性は有効応力によって可逆的に変化することとなる。一方，材料の破壊により割れができたり，鉱物の沈殿により目詰まりを起こしたりして，空隙構造が変化する場合もある。前者の場合は一般に透水性が高くなり，後者の場合は透水性が低下するが，いずれの場合も透水性は不可逆変化している。このような現象は，工学的な目的のために利用されることがある。前者は貯留層の浸透性向上のための水圧破砕であったり，後者は廃棄体周辺の天然バリアのセルフシーリングであったりする。

本論では，室内透水試験法について，その発展の歴史を振り返り，一般に用いられている透水試験法の理論について整理し，体系的な解説を試みる。そして，単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元流れに基づく 6 つの透水試験法の違いについて解説する。したがって，多相流体の浸透試験や単一き裂を対象とした透水試験は本論では取り扱わないものとする。

2. 室内透水試験法の発展の歴史

透水試験手法の発展の歴史は，フランスの水道技師 Henry Darcy が実施した砂ろ過の室内実験 [17] に端を発する。その後，水理地質学・地下水理学を始めとして，地下水を含んだ地盤の挙動を扱う土質力学，石油や天然ガスの地下での移動や貯留を扱う油層工学，各種工業装置における透過流動現象を扱う化学工学など多くの分野に応用され，技術の進歩とあいまって発展してきた。その過程で出版された多孔質媒体の流体輸送特性を主要テーマとした著述は数多い [18-24]。以下では，円柱形試料の軸方向一次元流れの理論に基づく室内透水試験に焦点をあて，歴史を振り返ることにする。

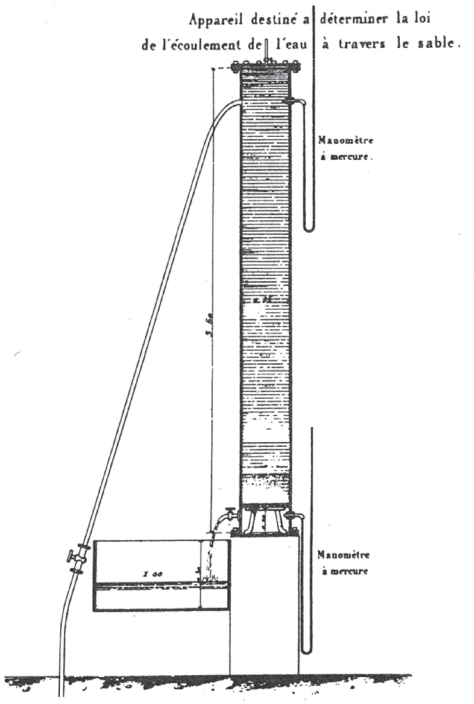

Fig.1　The apparatus used by Darcy in the development of Darcy's law[17].

最初に透水試験を実施したのはフランスの水道技師 Henry Darcy である [17]。彼は，1855 ～ 1856 年にかけて透水試験を実施し，砂層に浸透する水の流量と動水勾配との間に比例関係のあることを見出した。その時に使用された試験装置は Fig. 1 のようである。試験手法としては，上流側と下流側境界における水頭を一定に保つ定水位法と後に命名される手法を採用している。このとき実験的に得られた流量と動水勾配との関係が現在 Darcy の法則と呼ばれているものであり，式 (1) で与えられる。定水位法は，比較的透水性の高い試料に対して，現在広く一般に使われる試験法となっている。

$$Q = KA\frac{h_u - h_d}{l} \quad \cdots\cdots (1)$$

ここで，Q は流量［L^3T^{-1}］であり，A と l がそれぞれ試料の断面積［L^2］と高さ［L］である。h_u と h_d はそれぞれ試料の上流側と下流側での間隙水頭［L］を表す。K は，流量 Q と動水勾配 ($h_u - h_d$) / l を関係づける比例定数であり，「透水係数」と呼ばれている。透水試験は，狭義にはこの透水係数を求める試験と言える。

20 世紀に入り，土質力学の父と言われる Karl Terzaghi によって圧密試験器と透水試験器とを組み合わせた装置が考案された [25]。Terzaghi は，実験試料として透水性の低い粘土を取り扱っていたので，透水試験法としては Darcy の手法 (定水位法) を改良した変水位法を提案している。最初の変水位試験は 1919 年に実施されている [26]。その原理と装置図，そして実験結果は，Terzaghi の著書 [25] に収められている。その後，Terzaghi は変水位法専用の透水試験装置 (Fig. 2) も製作している [27]。しかし，これらの

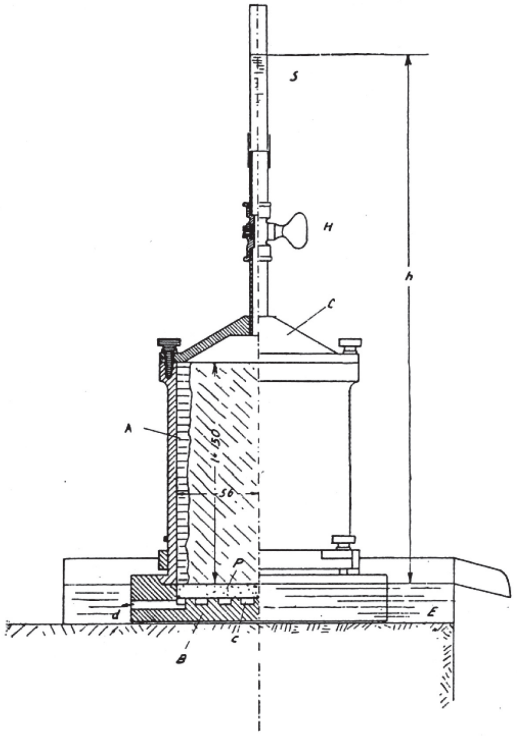

Fig.2　Falling (variable) head permeameter for testing the permeability of soils developed by Terzaghi[25].

文献には解析解に関する記述はなく，また，ほとんどの土質力学の教科書において解析解の原典が記されていない。その理由は定かではないが，微分方程式が簡単に解けるものだったからかもしれない。今日広く使用されている解析解 (式 (2)) は，マサチューセッツ工科大学での Terzaghi の教え子の一人である Gilboy の著した論文 [28] に見られる。そのため，この解に名前を付けるとすれば，Terzaghi − Gilboy の式というのがふさわしいのではなかろうか。

$$K=\frac{al}{At}\ln\frac{H_u-h_d}{h_u-h_d} \quad \cdots\cdots (2)$$

ここで，t［T］は試験時間であり，試験開始時とその後の任意の時間 t に対応した上流側水頭の値が，それぞれ H_u［L］(初期水頭) と h_u［L］である ($H_u \geq h_u$)。この式の特徴は，式中に流量 Q を含まないことである。そのため，実際の実験においては流量 Q を計測する必要はなく，試料の断面積 A［L^2］と試料の高さ l［L］，スタンドパイプの内空断面積 a［L^2］を知っていれば，試験開始時と任意の時間 t だけ経過した後の上流側水頭 H_u と h_u を測定することにより，式 (2) から試料の透水係数 K［LT^{-1}］を求めることができる。

この頃から，油層工学の分野においても，地下における流体流動現象の解明の要求から浸透試験が盛んにおこなわれるようになる。Muskat and Botset[29] は，多孔質材料の透気試験の実施に際して，未固結地盤だけではなく岩石を対象とした試験を初めて実施した。岩石の透気試験では，円柱形供試体の軸方向流れの試験を実施するとともに，円筒形供試体に対して放射状流れを発生させる試験法も提案し，その試験の実施に成功している。また，試験に供したのは砂岩であるが，層理に平行な方向と垂直な方向で浸透性に違いのあること (つまり浸透異方性) を明らかにしている。Wyckoff et al.[30] は，Darcy の名を使い，「darcy」という浸透率の単位を提案した。この工学単位は，これ以後広く受け入れられ，様々な分野で使用されるようになっている。その後，

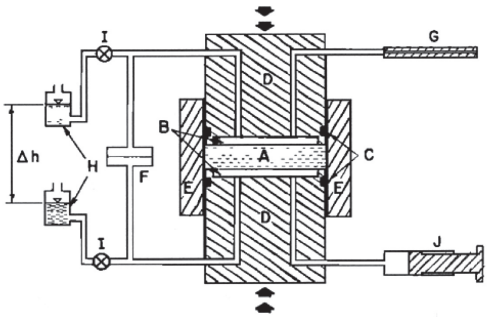

Fig.3　Apparatus used in flow pump permeability experiments by Olsen[34].

Wyckoff and Botset[31] は，気液二相流れの実験をおこない，液体の飽和度に依存した流体個々の浸透率 (つまり相対浸透率) の存在について明らかにした。Klinkenberg[32] は，気体に対する多孔体の浸透率が液体に対するそれよりも大きくなるという現象 (現在では Klinkenberg 効果と呼ばれている) を実験的に明らかにし，その理由や条件について考察した。また，Fatt and Davis[33] は，砂岩を供試体として窒素ガスの透気試験を実施し，浸透率は応力に依存すること (浸透率の応力依存性) を示した。

1960 年代には二つの主要な透水試験手法が提案されている。一つがフローポンプ法であり，もう一つがトランジェントパルス法である。

フローポンプ法は，粘土の透水性評価のために Olsen[34] によって提案された手法である。本手法の試験装置を Fig. 3 に示す。Olsen[34] に述べられているように，定常流れでのデータを使用する場合，定水位法と同じダルシーの式 (式 (1)) を直接適用できる。異なる点は，定水位法では試料の両端の水頭を固定していたのに対して，フローポンプ法においては送水ポンプを使用して流量を一定に制御していることである。実験における初期条件を試料全体において水頭一定の平衡状態として，実験開始直後の非定常流れデータも取り扱いたい場合には，試料の比貯留率や装置のコンプライアンスも必要となる。装置のコンプライアンスを無視した場合の解析解は Morin and Olsen[35] に，それを考慮した厳密解は Esaki et al.[36] に示されている。厳密解を用いれば，透水係数と比貯留率の両方を求めることができる。

なお，下流側の境界条件は一定水頭であるが，実際の実験においては下流側の貯留槽の容積を大きくして，実質上一定水頭と扱っていることが多い。後に，下流側の境界条件を一定容積 (一定貯留量) とした場合の厳密解が Song et al.[37] によって導出されている。

トランジェントパルス法は，高封圧・高間隙圧条件下における花崗岩の透水性評価のために Brace et al.[38] が提案した手法である。彼らは，装置の圧縮貯留量に比べて試料の貯留量が無視できる場合に適用可能な近似解を示した。本手法の装置を Fig. 4 に示す。後にパルス法の厳密解を導出したのは Hsieh et al.[39] である。実験データの解析においては，Brace et al.[38] では近似解を用いて差圧の減衰の片対数プロットの傾きから浸透率を求め，Lin[40] は数値解法で，Neuzil[41] は厳密解に基づいた図解法により，Zhang et al.[42] は厳密解に基づいた解析的な方法で透水係数と比貯留率を評価している。現在では，トランジェントパルス法は比較的短時間で低透水性岩石の透水性を評価できる確立された手法となっている。Brace et al.[38] が導入した近似式を次式に示す。

$$\frac{h_u-h_d}{H}=\exp\left\{-\frac{KAt}{l}\left(\frac{1}{S_u}+\frac{1}{S_d}\right)\right\} \quad \cdots\cdots (3)$$

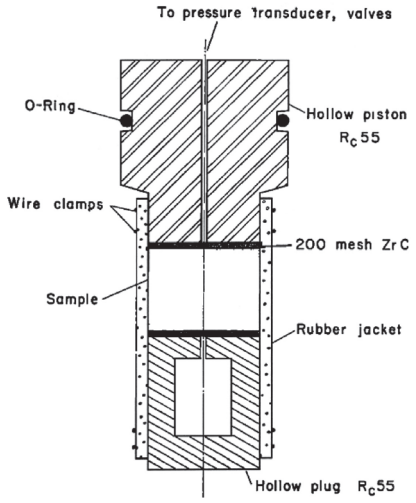

Fig.4　Experimental arrangement of transient pulse method developed by Brace et al.[38]

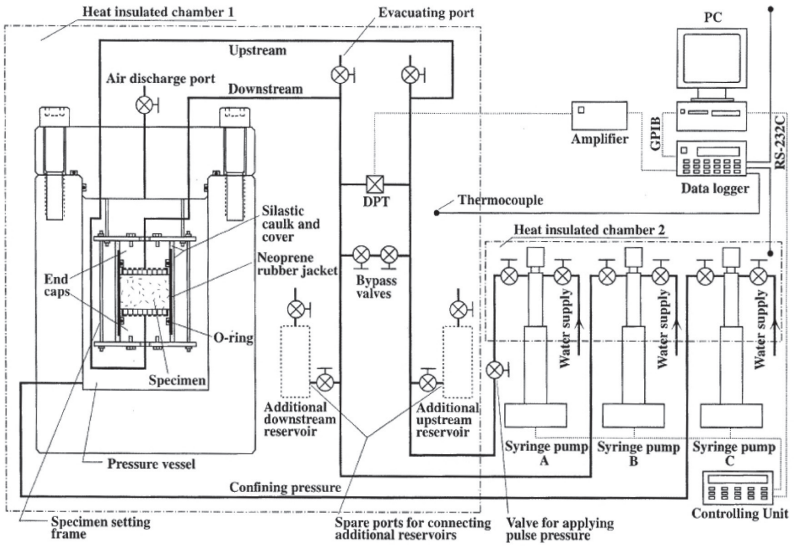

Fig.5　Schematic of the versatile laboratory permeability test system for rocks developed by Zhang et al.[45]

ここで，H はパルス水頭 (初期水頭差) ［L］を表し，h_u および h_d はそれぞれパルス水頭負荷後時間 t ［T］だけ経過したときの上流側および下流側の貯留槽内の水頭［L］で，この水頭差の減衰曲線から供試体の透水係数 K ［LT^{-1}］を評価できる。l と A はそれぞれ供試体の高さ［L］と断面積［L^2］を表す。なお，Brace et al.[38] の式では水の圧縮率と貯留槽容積が使われているが，式 (3) では上流側と下流側の装置の圧縮貯留量［L^2］である S_u と S_d を使用した。その理由は，これら装置の圧縮貯留量を実験的に求めておけば，貯留槽の容積や水の圧縮率を必要とせず，装置のコンプライアンスも考慮できるので精度よく透水係数の評価ができるからである [43]。

なお，Walls et al.[44] はトランジェントパルス透水試験において改良した解析解を示しているが，それは供試体の上流側の境界条件を一定容積 (一定貯留量) ではなく一定圧力としているため，厳密にはトランジェントパルス法の解とは言えない。しかしながら，上流側の貯留槽の容積を大きくすることにより，トランジェントパルス試験における実験初期データの処理においては実用上有効であろう。

張ら [45] は，ここまでに述べた複数の透水試験手法を一つの岩石供試体に対して適用可能な試験装置を製作し (Fig. 5)，砂岩と花崗岩を供試体として透水試験を実施している。その結果は，試験手法ごとに評価された水理定数に違いがみられてはいるものの，精度の高い実験を実施するために考慮すべき点を示唆している。

これまでに述べた試験法では，間隙流体の挙動は上流側から下流側への一方向の単調流れであったが，Kranz et al.[46] によって提案されたオシレーション法 (間隙圧振動法) は間隙圧の押し引きを正弦波状に供試体に与える手法である。この手法は，供試体の変形に伴う連続的な浸透性の変化を扱うような実験に適している。なお，Kranz et al.[46] と同時期に Fisher[47] も同じ原理の試験手法を考案している。

最近，Song and Renner[48] が，試料の上流側の間隙圧を直線的に増加させるという線形加圧法を提案している。この手法は，流量を制御するための高価なシリンジポンプを必要とせず，精度よく透水係数と比貯留率を評価できるようである。

3. 透水試験法の理論

3・1　支配方程式と初期・境界条件

本章では，均質な飽和多孔質材料を対象とし，1 次元浸透流に基づく室内透水試験法を取り扱うこととする。その場合，基礎となるのは，次式で表される 1 次元水頭拡散方程式である。

$$\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{K}{S'}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=0 \quad \cdots\cdots (4)$$

ここで，h は供試体内の水理水頭［L］であり，時間 t と 1 次元座標 x の関数である。すなわち，$h(x,t)$ と表すことができて，$t \geq 0$，$0 \leq x \leq l$ より，$x = 0$ は供試体の下流側端面，$x = l$ は上流側端面に位置し，l は供試体の長さでもある。K と S' は供試体の水理定数で，それぞれ透水係数［LT^{-1}］と比貯留率［L^{-1}］を表している。微分方程式 (4) を，それぞれの試験法に合った境界条件を考慮して解けば，それぞれの試験法に対応する解析解が得られる。なお，水頭拡散方程式の導出や水理水頭および水理定数の解説は Appendix 1 ～ 3 に掲載したので，そちらを参照されたい。

本章では円柱形供試体の軸方向単調一次元流れに基づいた透水試験手法を扱うことにすれば，試料両端の境界条件を基準にして透水試験法を分類すると Table 1 のようになる。この表では，3 通りの境界条件が取り扱われている。それらを具体的な式の形にしてここに示す。

まず下流側の境界条件を見ると，一定水頭と一定容積 (一定貯留量) の 2 通りがある。前者は，一定値を 0 として次のように表される。

$$h(0,t)=0,\ t\geq 0 \quad \cdots\cdots (5)$$

一方，後者は，h_d を下流側貯留槽内の水頭として，次のように表すことができる。

$$h(0,t)=h_d(t),\ t\geq 0 \quad \cdots\cdots (6)$$

$$\frac{S_d}{KA}\frac{dh_d}{dt}-\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0}=0,\ t>0 \quad \cdots\cdots (7)$$

$$h_d(0)=0 \quad \cdots\cdots (8)$$

ここで，S_d は下流側貯留槽の圧縮貯留量を表している。

つぎに上流側の境界条件を見ると，一定水頭と一定容積，さらに一定流量の 3 通りが挙げられている。これらを式で表すと以下

Table 1 Classification of permeability test methods according to the boundary conditions.

Test method	Downstream condition	Upstream condition
Constant head[17]	Const. head	Const. head
Falling head[25]	Const. head	Const. volume (Const. storage)
Flow pump[34]	Const. head	Const. flow rate
Modified constant head	Const. volume (Const. storage)	Const. head
Transient pulse[38]	Const. volume (Const. storage)	Const. volume (Const. storage)
Modified flow pump[37]	Const. volume (Const. storage)	Const. flow rate

のようになる。一定水頭については，

$$h(l,t)=H,\ t\geq 0 \quad \cdots\cdots (9)$$

と表され，ここに H は実験開始直後の供試体両端間の水頭差を表している。つづいて一定容積については，

$$h(l,t)=h_u(t),\ t\geq 0 \quad \cdots\cdots (10)$$

$$\frac{S_u}{KA}\frac{\partial h_u}{\partial t}+\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=l}=0,\ t>0 \quad \cdots\cdots (11)$$

$$h_u(0)=H \quad \cdots\cdots (12)$$

と表され，ここに h_u は上流側貯留槽内の水頭であり，S_u は上流側貯留槽の圧縮貯留量を表している。式 (11) 中の S_u は，変水位法以外の閉じたシステムで使用するものである。一方，従来の変水位試験のときには，S_u をスタンドパイプの断面積 a に置き換えればよい。最後に，上流側の境界条件が一定流量の場合には，

$$h(l,t)=h_u(t),\ t\geq 0 \quad \cdots\cdots (13)$$

$$\frac{S_u}{KA}\frac{dh_u}{dt}+\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=l}=\frac{Q}{KA},\quad t>0 \quad \cdots\cdots (14)$$

$$h_u(0)=0 \quad \cdots\cdots (15)$$

と表され，ここに Q は流量 (一定値) である。

なお，初期条件については，すべての試験法において，次のような同じ条件を採用する。

$$h(x,0)=0,\ 0<x<l \quad \cdots\cdots (16)$$

3・2 解析解

本節では，軸方向 1 次元浸透流に基づいた室内透水試験法の理論解を示す。Table 1 に挙げた 6 つの透水試験法について，前節で述べた初期・境界条件を用いて微分方程式 (4) を解くことにより，供試体内の水頭分布の時間変化を表す解析解を導き出すことができる。水頭拡散方程式は熱伝導型の微分方程式であるので，多くの研究者は Carslaw and Jaeger[49] を参考にして解析解を導いている。得られる解は無限級数の和の形で表され，ここで取り扱ういずれの解も収束性はよい。以下に，6 つの透水試験法について順に説明する。

(1) 定水位法　本法は，供試体の両端間に一定の水頭差を与え，このとき発生する流量を測定し，Darcy 則から供試体の透水係数を評価する方法である。式 (16) の初期条件と式 (5) と (9) で表される境界条件を採用して，微分方程式 (4) を解くと，定水位法の解析解が次式で表される[49]。

$$\frac{h(x,t)}{H}=\xi+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos(m\pi)}{m\pi}\exp\left(-m^2\pi^2\alpha\right)\sin(m\pi\xi) \quad \cdots\cdots (17)$$

ここで，$\xi=x/l$，$\alpha=Kt/l^2S'$ であり，ξ は供試体内の無次元位置を表し，α は無次元時間を表している。

(2) 変水位法　本法は，元来，流体が供試体を浸透することによるスタンドパイプでの水位の低下から供試体の透水係数を評価する方法であった。この原理を閉じたシステムで実現するには，供試体の両端に設置した貯留槽の一方 (上流側) の水頭を瞬時に増大させ，その減衰から水理定数を評価することができる。この条件で解析解を導くには，式 (16) の初期条件と式 (5) と式 (10) ～ (12) の境界条件を用いて微分方程式 (4) を解けばよい。ここで得られる解析解は次式のようである。

$$\frac{h(x,t)}{H}=2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\sin\left(\phi_m\xi\right)}{\left(1+\beta+\dfrac{\phi_m{}^2}{\beta}\right)\sin\phi_m} \quad \cdots\cdots (18)$$

ここで，ξ と α は前述のとおりであり，今回初めて $\beta=S'Al/a$ を導入した。これは，装置の圧縮貯留量に対する供試体の圧縮貯留量の比を表す。なお，ϕ_m は次の非線形方程式の根である。

$$\tan\phi=\frac{\beta}{\phi} \quad \cdots\cdots (19)$$

なお，変水位法の解析解 (18) は，後述するトランジェントパルス法の解析解において，下流側の貯留槽容積を無限大にした場合に等しい。

(3) フローポンプ法　本法は，供試体の上流側貯留槽に流入する流体の流量を一定に保ち，この流量によって供試体の両端間に生じる水頭差を測定し，供試体の水理定数を評価する方法である。この方法でも，前の二つの方法と初期条件と下流側の境界条件は同じであり，上流側の境界条件だけを変える。すなわち，微分方程式 (4) を解くときに使用する初期・境界条件は，式 (16)，式 (5)，そして式 (13) ～ (15) となる。ここで得られる解析解は次式で表される[36]。

$$\frac{h(x,t)}{H}=\xi-2\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\sin\left(\phi_m\xi\right)}{\phi_m\left(1+\beta+\dfrac{\phi_m{}^2}{\beta}\right)\cos\phi_m} \quad \cdots\cdots (20)$$

式中の ξ，α，β は前述のとおりである。ここでも，ϕ_m は非線形方程式 (19) の根である。また，H については，フローポンプ法では $H=h(l,\infty)=Ql/KA$ と考える。

(4) 定水位法 (下流側定容積条件)　本法は，定水位法の下流側境界条件を定圧から定容積に変えたものである。試験法としてはあまりメリットをもたないため，著者の知る限り，決まった名称はもっていないようである。そこで，括弧の中に下流側境界条件を入れて試験法の名称に使用しておく。この手法では，上流側端面を一定圧に保ち，下流側端面に設置した貯留槽の圧力の増加による水頭差の経時変化から供試体の水理定数を評価する。これまで同様，初期条件に式 (16) を用い，境界条件に関しては，下流側には式 (6) ～ (8) を，上流側には式 (9) を用いる。これらの境界条件で微分方程式 (4) を解くと，本法の解析解は次式で表される。

$$\frac{h(x,t)}{H}=1-2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\left(\frac{\beta}{\gamma\phi_m}\cos\phi_m\xi-\sin\phi_m\xi\right)}{\phi_m\cos\phi_m+\left(1+\frac{\beta}{\gamma}\right)\sin\phi_m} \quad \cdots\cdots (21)$$

ここで，ξ, α, β は前述のとおりであり，$\gamma=S_d/S_u$ が新たに加わった。この γ は，上流側貯留槽の圧縮貯留量に対する下流側貯留槽の圧縮貯留量の比である。また，ここでは，ϕ_m は次の非線形方程式の根である。

$$\tan\phi=\frac{\beta}{\gamma\phi} \quad \cdots\cdots (22)$$

解析解 (21) は，下流側貯留槽の容積を無限大にした場合，前述した定水位法の解析解と等しくなる。

(5) トランジェントパルス法　本法は，供試体の両端にそれぞれ圧力貯留槽を設置し，一方の貯留槽 (上流側) に瞬時に圧力パルスを与え，その後の供試体両端間の水頭差の減衰から供試体の水理定数を評価する方法である [38]。試験時間が短くて済むことから，低透水性岩石の透水試験には有用である。初期条件は式 (16) を，下流側境界条件は式 (6) ～ (8)，上流側境界条件は式 (10) ～ (12) を用いて微分方程式 (4) を解くと，トランジェントパルス法の解析解は次式で表される [39]。

$$\frac{h(x,t)}{H}=\frac{1}{1+\beta+\gamma}+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\left[\cos\phi_m\xi-\frac{\gamma\phi_m}{\beta}\sin\left(\phi_m\xi\right)\right]}{\left(1+\beta+\gamma-\frac{\gamma\phi_m{}^2}{\beta}\right)\cos\phi_m-\phi_m\left(1+\gamma+\frac{2\gamma}{\beta}\right)\sin\phi_m} \quad \cdots\cdots (23)$$

ここで，ϕ_m は次の非線形方程式の根である。

$$\tan\phi=\frac{\phi(\gamma+1)}{\frac{\gamma\phi^2}{\beta}-\beta} \quad \cdots\cdots (24)$$

(6) フローポンプ法 (下流側定容積条件)　本手法は，フローポンプ法の下流側境界条件を定圧から定容積に変えたものであり，固有の名称を持たないため，下流側境界条件をそのまま試験法の名称に使用しておく。上流側貯留槽に流入する流体の流量を一定に保ち，そのとき供試体の両端間に生じる水頭差の経時変化から供試体の水理定数を評価する方法である。初期条件と下流側境界条件は方法 (4)，(5) と同じである。上流側の境界条件については，方法 (3) (フローポンプ法) と同じ式 (13) ～ (15) を用いる。これらの初期・境界条件で微分方程式 (4) を解くと，解析解は以下のように得られる [37]。

$$\frac{h(x,t)}{\mathrm{H}}=\frac{\alpha+\frac{\xi^2}{2}+\frac{\gamma\xi}{\beta}}{1+\frac{(\gamma+1)}{\beta}}-\frac{1+\frac{3(\gamma+1)}{\beta}+\frac{6\gamma}{\beta^2}}{6\left\{1+\frac{(\gamma+1)}{\beta}\right\}^2}+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\exp\left(-\alpha\phi_m{}^2\right)\left(\cos\phi_m\xi-\frac{\gamma\phi_m}{\beta}\sin\phi_m\xi\right)}{\phi_m{}^2\left(\frac{\gamma\phi_m{}^2}{\beta^2}-1\right)\cos\phi_m+\phi_m\left(\frac{\gamma\phi_m{}^2}{\beta^2}+\frac{\phi_m{}^2(\gamma+1)}{\beta}+1\right)\sin\phi_m} \quad \cdots\cdots (25)$$

ここで，ϕ_m は非線形方程式 (24) の根である。上式は，下流側の貯留槽容積を無限大にした場合，前述したフローポンプ法の解析解と等しくなる。

3・3　透水試験中の水頭分布の時間変化

前節では，6 通りの透水試験法の解析解を導き出した。この解析解を用いて，透水試験中の供試体内部の水頭分布の経時変化を Fig. 6 に示す。円柱供試体を軸方向に 5 等分して，下流側端面から上流側端面に向かって 0.0L (下流側端面)，0.2L，0.4L，0.6L，0.8L，1.0L (上流側端面) としている。それぞれの解析解のパラメータには，同じ数値を代入して，異なる試験法同士でも，水頭分布の時間変化の比較ができるように配慮した。さらに，Fig. 6 では横軸の時間も縦軸の水頭も無次元化してあり，それぞれの試験法の特徴をわかりやすくしている。今回理論曲線を描く際に使用した数値は，実際の供試体や試験装置を参考に次のように決めた。供試体としては岩石を想定し，その透水係数は 5×10^{-10} m/s，比貯留率は $1\times10^{-6}\,\mathrm{m}^{-1}$，供試体のサイズは直径 5 cm で高さ 2.5 cm，上流側貯留槽の圧縮貯留量は $7\times10^{-10}\,\mathrm{m}^2$，下流側の圧縮貯留量は $6\times10^{-9}\,\mathrm{m}^2$，フローポンプ法における流量は 5×10^{-3} mL/min とした。ただし，変水位法におけるスタンドパイプの断面積には，上流側貯留槽の圧縮貯留量を用いている。

今回パラメータに与えた値の中で，上流側貯留槽の圧縮貯留量を小さめに設定しているので，Fig. 6 (a) の定水位法の水頭分布が，急な立ち上がりの後ほぼ平行線となっている。このことは，Fig. 6 (e) のトランジェントパルス法の水頭変化にも見ることができる。すなわち，上流側と下流側の水頭が中央の 0.5 付近で平衡になるのではなく，0.1 近くで平衡となっていることからもわかる。Fig. 6 (a) からは，他の手法に比べて，いち早く定常流れが達成しているかのようにも見えるが，岩石を供試体とした実際の定水位試験においては，上流側と下流側両方を安定して一定圧に制御することは難しく，理論曲線のようにうまくはいかない。

定水位法以外の手法で試験時間の比較をしてみると，Fig. 6 (b) の変水位法と Fig. 6 (e) のトランジェントパルス法がほぼ同じ早さで平衡状態に達していることがわかる。両者をよく比べると，トランジェントパルス法のほうが若干早く平衡状態となっている。透水試験を実施する場合，水理定数の評価に完全な平衡状態は必要ではないが，長時間の実験には様々な因子が影響を及ぼす可能性があるので，平衡状態に達するまでの時間は短いに越したことはない。

なお，Fig. 6 (f) のフローポンプ法 (下流側定容積条件) を見ると，水頭差は一定となっているが，水頭自体は増加の一途を辿っている。これは，下流側が定容積条件のために，上流から流入している流体で間隙圧が増加し続けるからである。理論上はどこまでも上がることは可能であるが，封圧をかけた実際の実験では，間隙圧が封圧を上回ることはできないので，間隙圧が封圧に近づいたら実験終了となる。また，この実験にはもう一つ問題がある。試験中，間隙圧が単調に増加していくので，有効封圧が単調に減少し，それに伴い供試体の透水性が増大することになる (透水性の有効封圧依存性)。これは他の手法にはないことなので注意が必要である。

3・4　感度解析

3・2 節で 6 通りの透水試験法の解析解を示した。解析解があれば，解析的に水理定数の感度解析が可能となる。感度係数は，パラメータをわずかに変化させたときに注目している解がどのくらい変化するのかを表す指標である。実験データから水理定数を評価する場合を考えると，感度係数の絶対値が大きければ大きいほど，その評価の精度が上がることになる。これまで，フローポンプ法については徳永・亀谷 [50] により，トランジェントパルス法については Wang and Hart [51] によって感度解析が行なわれている。

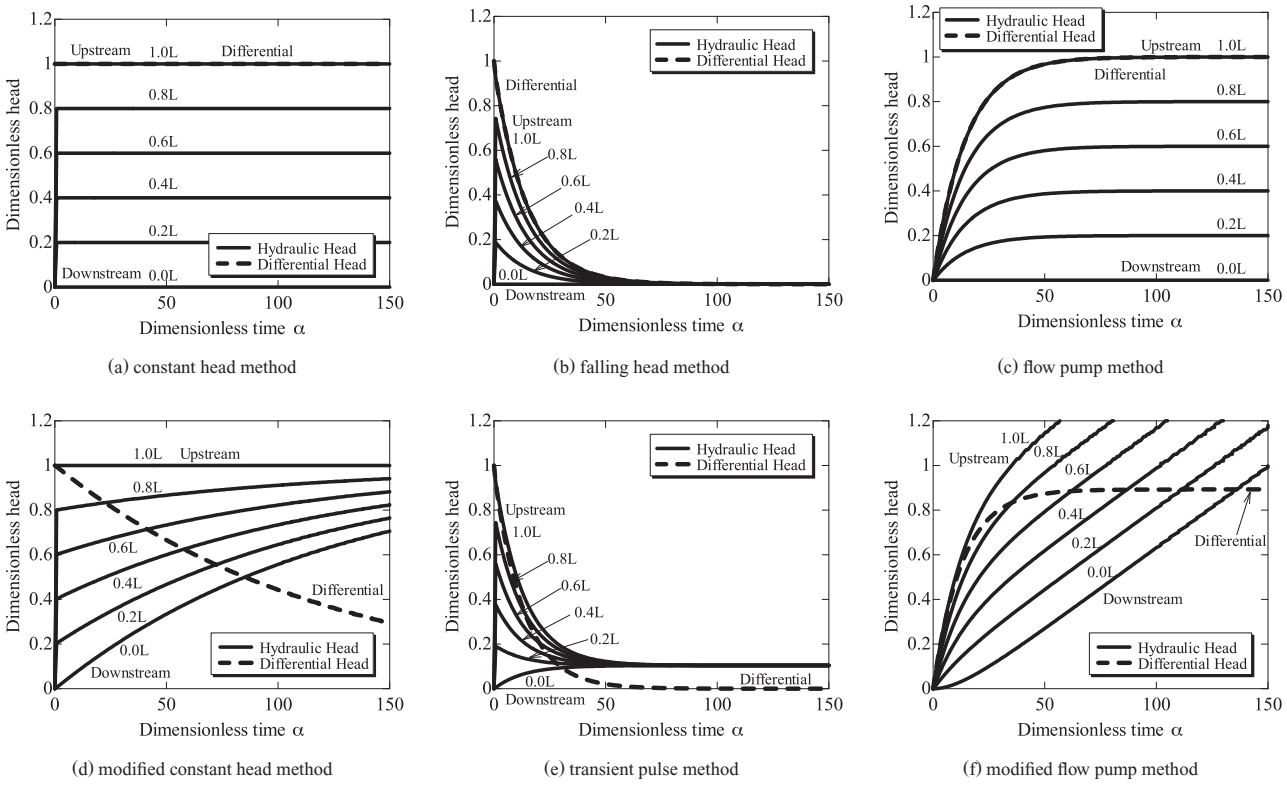

Fig.6　Variation of hydraulic head distribution within a specimen during permeability tests.

本論では，水理定数 (透水係数と比貯留率) および上流・下流側貯留槽の圧縮貯留量の水頭差への感度を評価してみた。今回は，3・3 節に掲載したパラメータの値でしか感度解析を行なっていないが，詳細な検討が必要な場合には，パラメータスタディと組み合わせて感度解析を実施しなければならない。感度係数の計算方法は Appendix 4 を参照されたい。今回の感度係数の計算結果を Fig. 7 に示す。Fig. 7 では，手法同士の比較ができるように，横軸には無次元時間 α をとり，縦軸の感度係数についてはスケールを同じにして示してある。

まず，ここでは，水理定数などの水頭差への感度を求めているので，Fig. 7 (a) にあるように定水位法では水頭差が一定となっていて，すべての感度係数が 0 となってしまっている。そのため，定水位法はここでの議論から除外する。

Fig. 7 (b) と (e) の組および Fig. 7 (c) と (f) の組は，それぞれ上流側の境界条件が同じなので，感度係数のグラフも似たような形をしている。ただし，上流でも下流でも境界条件に一定水頭を含む場合には，一定水頭となっている貯留槽の圧縮貯留量の感度は 0 となっている。

透水係数と比貯留率の感度を比較すると，どの手法においても，透水係数の感度係数のほうが比貯留率のそれに比べて桁違いに大きな値を示している。今回計算に使用したパラメータにも影響を受けているが，このことは本質的なことを意味する。透水係数は流体が間隙を流れていれば評価できるが，比貯留率は多孔質材料の変形性に関係しているので，その材料が変形するくらい急激な間隙圧変化が必要となる。トランジェントパルス法と変水位法の初期条件が間隙圧を瞬時に増加させるので，相対的にではあるが，他の手法に比べて，実験開始時において比貯留率の感度係数に微小な変化が表れている。

上述したように，透水試験において水理定数の評価の精度を上げるためには，感度係数の絶対値が大きくなっている区間の実験データを重視する必要がある。そのため，透水試験の実施に際して感度解析を行なうことは，実験精度の検証と向上のために有効である。感度解析に基づく実際の透水試験結果の誤差の評価は加藤ら [43] を参照されたい。また，供試体の透水性によって，どの試験法を選択すべきかも感度解析から知ることができる。

4. お わ り に

本論では，室内透水試験の発展の歴史を概観し，単相流体で飽和した多孔質材料の 1 次元単調浸透流に基づく 6 つ透水試験法の理論を無次元化して整理し，体系的に解説した。透水試験の理論では，供試体内の水頭分布だけでなく，感度係数も示し，それぞれの試験の特徴を比較した。その中で，試験時間や水理定数の評価の精度に関して議論した。

透水試験は，研究者の好奇心と技術者の必要性から発展してきた。そして現在では，高透水性の未固結地盤から低透水性の粘土質岩・結晶質岩への適用，大気圧条件から高拘束圧・高間隙圧・低動水勾配条件への進展，単相の液体から気体そして二相および三相流体への適用，ポンプやセンサーの高精度化による実験自体の精度の向上，そして Darcy の法則も経験則から理論的な裏付けをもった法則への昇華という流れとなっている。

謝辞　　貴重な資料である Darcy の原典は，北大附属図書館および北大工学部図書室の永山裕子氏の助けを借り，ノースウェスタン大学の図書館から借用した。3 章の透水試験法の理論解の検討は，北大大学院生 (当時) の山田淳司氏が修士論文研究の中で行なった内容を含んでいる。論文の作成に際して，北大大学院工学研究院の川崎了准教授には日々励まされた。これらの方々に謝意を表する。

References

1) R. Höfle, J. Fillibeck and N. Vogt: Acta Geotechnica, **3** (2008), 309-316.

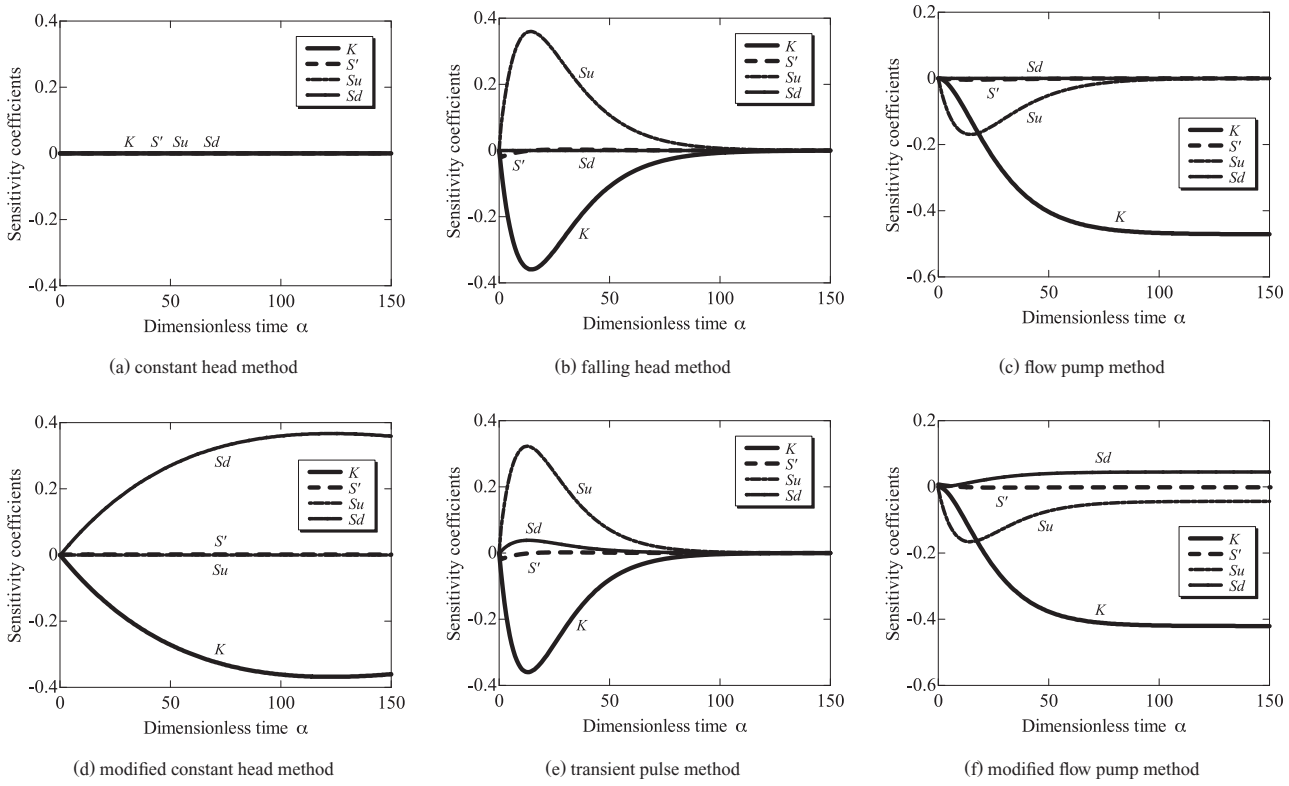

Fig.7　Variation of sensitivity coefficients during permeability tests.

2) S. J. Schatzel, C. Ö. Karacan, H. Dougherty and G. V.R. Goodman: Eng. Geol., **127** (2012), 65-74.
3) Y.-S. Xu, L. Ma, S.-L. Shen and W.-J. Sun: Hydrogeol. J., **20** (2012), 1623-1634.
4) C. N. Mulligan, R. N. Young and B. F. Gibbs: Eng. Geol., **60** (2001), 193-207.
5) T. A. Moore: Int. J. Coal Geol., **101** (2012), 36-81.
6) J. Liu: Int. J. Coal. Geol., **87** (2011), 175-189.
7) R. G. Allis: Geothermics, **29** (2000), 455-478.
8) B. Scheu, U. Kueppers, S. Mueller, O. Spieler and D. B. Dingwell: J. Volcanol. Geotherm. Res., **175** (2008), 110-119.
9) D. R. Faulkner, C. A. L. Jackson, R. J. Lunn, R. W. Schlische, Z. K. Shipton, C. A. J. Wibberley and M. O. Withjack: J. Struct. Geol., **32** (2010), 1557-1575.
10) Y. Matsushi, T. Hattanji and Y. Matsukura: Geomorphol., **76** (2006), 92-108.
11) A. W. Miller and Y. Wang: Environ. Sci. Technol., **46** (2012), 1981-1994.
12) J. Song and D. Zhang: Environ. Sci. Technol., **47** (2013), 9-22.
13) S. Caré, R. Crane, P. S. Calabró, A. Ghauch, E. Temgoua and C. Noubactep: Clean Soil Air Water, **41** (2012), 275-282.
14) Y. Qi, K. B. Thapa and A. F. A. Hoadley: Chem. Eng. J., **171** (2011), 373-384.
15) N. Porcelli and S. judd: Sep. Purif. Technol., **71** (2010), 137-143.
16) A. Jonquières, R. Clément and P. Lochon: Prog. Polym. Sci., **27** (2002), 1803-1877.
17) H. Darcy: *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, (Victor Dalmont, Paris, 1856), 647p.
18) M. Muskat: *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*, (McGraw-Hill, New York, London, 1937), 763p.
19) A. E. Scheidegger: *The Physics of Flow Through Porous Media*, 3rd ed., (University of Toronto Press, Toronto, 1974), 353p.
20) R. E. Collins: *Flow of Fluids Through Porous Materials*, (Reinhold, New York, 1961), 270p.
21) J. Bear: *Dynamics of fluids in porous media*, (American Elsevier, New York, 1972), 764p.
22) F. A. L. Dullien: *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*, 2nd ed., (Academic Press, San Diego, 1992), 574p.
23) P. M. Adler: *Porous Media: Geometry and Transports*, (Butterworth-Heinemann, Boston, 1992), 544p.
24) J. H. Cushman: *The Physics of Fluids in Hierarchical Porous Media: Angstroms to Miles*, (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997), 467p.
25) K. Terzaghi: *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*, (Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 1925), 399p.
26) R. E. Goodman: *Karl Terzaghi: The Engineer as Artist*, (ASCE Press, 1999).
27) K. v. Terzaghi: Die Wasserwirtschaft, **23** (1930), 318-330.
28) G. Gilboy: Proc. Am. Soc. Civil Engineers, **57** (1931), pp.1165-1188.
29) M. Muskat and H. G. Botset: Physics, **1** (1931), 27-47.
30) R. D. Wyckoff, H. G. Botset, M. Muskat and D. W. Reed: Rev. Sci. Instrum., **4** (1933), 394-405.
31) R. D. Wyckoff and H. G. Botset: Physics, **7** (1936), 325-345.
32) L. J. Klinkenberg: API Drilling and Production Practice, **2** (1942), 200-213.
33) I. Fatt and D. H. Davis: Petrol. Trans. AIME, **195** (1952), 329.
34) H. W. Olsen: Water Resources Research, **2** (1966), 287-295.
35) R. H. Morin and H. W. Olsen: Water Resour. Res., **23** (1987), 1461-1470.
36) T. Esaki, M. Zhang, A. Takeshita and Y. Mitani: Geotech. Testing J., **19** (1996), 241-246.
37) I. Song, S. C. Elphick, I. G. Main, B. T. Ngwenya, N. W. Odling and N. F. Smyth: J. Geophys. Res., **109** (2004), B05207, doi:10.1029/2003JB002395.
38) W. F. Brace, J. B. Walsh and W. T. Frangos: J. Geophys. Res., **73** (1968), 2225-2236.
39) P. A. Hsieh, J. V. Tracy, J. D. Bredehoeft and S. E. Silliman: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **18** (1981), 245-252.
40) W. Lin: J. Geophys. Res., **87** (B2) (1982), 1055-1060.
41) C. E. Neuzil, C. Cooley, S. E. Sillman, J. D. Bredehoeft and P. A. Hsieh: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **18** (1981), 253-258.
42) M. Zhang, M. Takahashi, R. H. Morin and T. Esaki: Geotech. Testing J., **23** (2000), 91-99.
43) M. Kato, M. Takahashi and K. Kaneko: Journal of MMIJ, **129** (2013), 472-478.
44) J. D. Walls, A. M. Nur and T. Bourbie: J. Petrol. Technol., **34** (1982), 930-936.
45) M. Zhang, M. Takahashi, T. Esaki and H. Endo: Jour. Japan Soc. Eng. Geol., **43** (2002), 83-91.
46) R. L. Kranz, J. S. Saltzman and J. D. Blacic: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **27** (1990), 345-352.
47) G. J. Fischer: *Fault Mechanics and Transport Properties of Rocks, A Festschrift in Honor of W.F. Brace* (B. Evans and T. Wong, Eds.), (Academic Press, London, 1992), pp. 187-211.
48) I. Song and J. Renner: Geophys. J. Int., **164** (2006), 685-696.
49) H. S.Carslaw and J. C. Jaeger: *Conduction of Heat in Solids* (2nd ed.), (Oxford, London, 1959), 510p.
50) T. Tokunaga and H. Kameya: Journal of MMIJ, **119** (2003), 497-500.
51) H. F. Wang and D. J. Hart: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **30** (1993), 1173-1176.
52) H. F. Wang: *Theory of Linear Poroelasticity with Applications to Geomechanics and Hydrogeology*, (Princeton Univ. Press, Princeton and Oxford, 2000), 287p.
53) S. Yamamoto: *Chikasuigaku Yougo Jiten*, (Kokon Shoin, Tokyo, 1986), 141p.
54) M. K. Hubbert: J. Geol., **48** (1940), 785-944.

Appendix

Appendix 1：水頭拡散方程式の導出

水頭拡散方程式は，多孔体内における間隙流体に関する質量保存の式であり，以下のように書き表される[52)]。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\nabla\cdot\boldsymbol{q}=Q \quad \cdots\cdots (A1)$$

ここで，ζは単位バルク体積の多孔体における間隙流体の体積増加率（無次元）である。$\boldsymbol{q}$は単位時間当たり単位断面積を通過する流体の体積（比流束ベクトル）[LT^{-1}]である。Qは単位時間当たり単位バルク体積における湧き出し量[T^{-1}]を表す。ζにつ

いては，等方多孔弾性体が非拘束等方応力状態に置かれた場合，次式のように書き表される。

$$\zeta = S'h \quad \cdots\cdots (A2)$$

ただし，h は水理水頭［L］，S'は比貯留率（本論では非拘束比貯留率）［L^{-1}］を表す。また，Darcy の法則より $\boldsymbol{q}$ については以下のように表される。

$$\boldsymbol{q} = -\boldsymbol{K}\cdot\nabla h \quad \cdots\cdots (A3)$$

ただし，$\boldsymbol{K}$は透水係数テンソル［LT^{-1}］である。したがって，式 (A2)，(A3) を式 (A1) に代入すると，次式で表される水頭拡散方程式が得られる。

$$S'\frac{\partial h}{\partial t} - \nabla\cdot\left(\boldsymbol{K}\cdot\nabla h\right) = Q \quad \cdots\cdots (A4)$$

ここで，湧き出しがないとして (Q=0)，上式をそのまま 1 次元問題に適用すれば，次式が得られる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{K}{S'}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \quad \cdots\cdots (A5)$$

上式が飽和多孔体における間隙流体の一次元流れの支配方程式であり，熱伝導型の微分方程式として表されている。円柱形供試体の軸方向流れに基づいた透水試験法はすべてこの式を基礎式としている。なお，式 (A5) は Terzaghi の 1 次元圧密理論 [25] の式と同じ形をしているが，Terzaghi の圧密試験と静水圧下における透水試験とは供試体の境界条件（拘束条件）が異なるため，比貯留率の意味が違うので注意が必要である (Appendix 3)。

Appendix 2：水理水頭

本論では，透水試験法の理論式の表現において，統一的に水理水頭 (hydraulic head) を用いている。水理水頭 h は時間と空間の関数であり，その意味するところは，

水理水頭（全水頭）＝圧力水頭 ＋ 重力水頭（位置水頭）……(A6)

である [53]。間隙水の流れは圧力と重力によって支配されており，それらの作用をまとめて水頭として扱うことができる。すなわち，間隙水の流れは動水勾配（水理水頭の傾き）によって決まると言い換えられる。これが Hubbert[54] の水理ポテンシャルの考え方である。

Appendix 3：水理定数

本論では，水理定数として透水係数 (hydraulic conductivity) K と比貯留率 (specific storage) S'を統一的に使用している。

透水係数は，多孔体内の水の流れやすさを表す 2 階のテンソル量［LT^{-1}］である (Appendix 1 も参照)。厳密な定義では，「常温・大気圧条件下で，多孔体内において，単位動水勾配当たり単位時間に単位断面積を通過する水の量」となる。したがって，透水係数の次元は「LT^{-1}」で，SI 単位系では「m/s」という単位を使用する。この透水係数には，多孔体の空隙の幾何構造と浸透水の物性が含まれている。

厳密な定義からすると，多孔体を浸透する流体が常温の水でない場合には透水係数は使えないことになる。例えば，水が高温・高圧状態の場合，あるいは水以外の液体（石油や有機溶剤など）の場合，気体（空気や天然ガスなど）の場合には，多孔体の流体輸送特性をどのように評価すればよいのか。このようなときには，浸透率（固有透過度）(intrinsic permeability) k を導入することができる。この浸透率 k は，流体の物性に依存しない多孔体固有の（空隙の幾何構造のみに依存する）物性値である。透水係数 K は，常温・大気圧下においては，浸透率 k (L^2) を用いて次のように書き表すことができる。

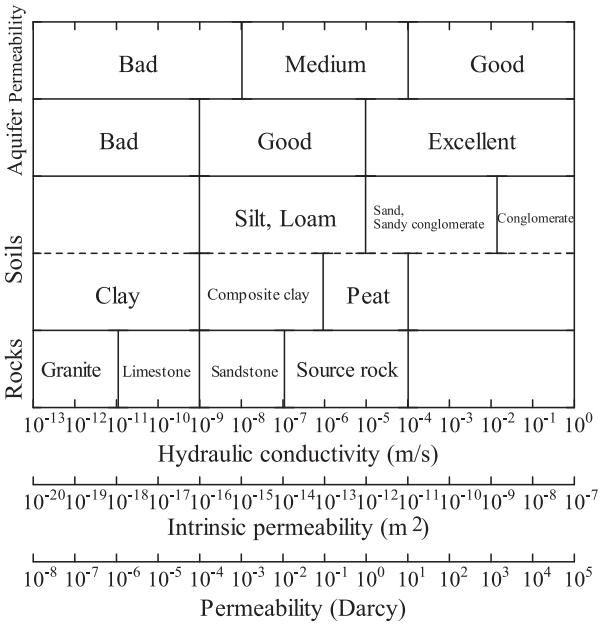

Fig.A1 Approximate unit conversion between hydraulic conductivity and permeability (modified from Yamamoto[53]).

$$K = \frac{\rho g}{\mu}k \quad \cdots\cdots (A7)$$

ただし，ρ は流体の密度［ML^{-3}］，μ は流体の粘性係数［$ML^{-1}T^{-1}$］，g は重力加速度［LT^{-2}］である。なお，浸透率 k の次元は「L^2」であり，SI 単位系では「m^2」，工学単位系では Darcy の名をとり「darcy」[30] あるいは「d」が使われている。透水係数と浸透率の単位の違いによる換算は，おおよそ Fig. A1 のようである。

本論で使用している比貯留率S'は，非拘束比貯留率 (3 次元比貯留率ともいう)［L^{-1}］であり [52]，多孔体の体積弾性率と空隙率および流体の圧縮率の関数である。式 (A5) の中に表れる透水係数と比貯留率の比 K/S'は水頭拡散率［L^2T^{-1}］と呼ばれている。

Appendix 4：感度係数の計算

多孔質材料の水理定数（透水係数と比貯留率）や装置の上流・下流側圧縮貯留量の水頭差に対する感度係数は，各透水試験法の水頭の解析解が得られているので，それぞれ以下の式で解析的に計算される [49, 51]。

$$\frac{K}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial K} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial\left(\ln K\right)} \quad \cdots\cdots (A8)$$

$$\frac{S'}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S'} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial\left(\ln S'\right)} \quad \cdots\cdots (A9)$$

$$\frac{S_u}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S_u} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial\left(\ln S_u\right)} \quad \cdots\cdots (A10)$$

$$\frac{S_d}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial S_d} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Delta h(\alpha)}{\partial\left(\ln S_d\right)} \quad \cdots\cdots (A11)$$

ここで，時間と水頭差は無次元化して扱っている。これらの式から，感度係数も時間の関数であることがわかる。なお，感度係数の計算は，実験データの解析においてヤコビアンを計算するときに付随するので，それを利用することが可能である [43]。