



# HOKKAIDO UNIVERSITY

|                     |                                                                                                                                       |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Title               | Essays on some nonparametric boundary-bias-free density estimators [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review] |
| Author(s)           | 五十嵐, 岳                                                                                                                                |
| Degree Grantor      | 北海道大学                                                                                                                                 |
| Degree Name         | 博士(経済学)                                                                                                                               |
| Dissertation Number | 甲第11640号                                                                                                                              |
| Issue Date          | 2015-03-25                                                                                                                            |
| Doc URL             | <a href="https://hdl.handle.net/2115/59367">https://hdl.handle.net/2115/59367</a>                                                     |
| Rights(URL)         | <a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/</a>             |
| Type                | doctoral thesis                                                                                                                       |
| File Information    | Gaku_Igarashi_abstract.pdf, 論文内容の要旨                                                                                                   |



## 学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（経済学）

氏名：五十嵐 岳

### 学位論文題名

Essays on some nonparametric boundary-bias-free density estimators

(境界バイアスのないノンパラメトリック密度推定量に関する研究)

カーネル推定は、ノンパラメトリックに密度を推定する代表的な手法の1つである。しかし、推定対象の密度の台が有界区間や半無限区間のとき、境界付近でバイアスが0に収束せず一致性がなくなるという境界問題があって、このようなバイアスは、境界バイアスと呼ばれている。本学位論文では、非対称カーネルやベルンシュタイン多項式近似に基づく、境界バイアスのないノンパラメトリック密度推定量と、その改良について議論した。1章では、カーネル推定量に対する平均積分2乗誤差の収束比の改良や境界問題について先行研究を概観した。

Scaillet (2004), Jin and Kawczak (2003)は、半無限区間 $[0, \infty)$ の台を持った密度を推定する、逆ガウス、相反逆ガウス、Birnbaum-Saunders 密度をカーネルに用いた、逆ガウス、相反逆ガウス、Birnbaum-Saunders カーネル推定量を議論している。これらは、通常のカーネル推定で用いられるカーネルが原点对称であるのに対して、非対称なカーネルを用いていることが特徴である。2章では、彼らの定義を採用するとき、逆ガウス、Birnbaum-Saunders カーネル推定量が境界付近で非常に小さな値をとり、さらに、相反逆ガウスカーネル推定量は境界付近で負の境界バイアスを持つため、推定対象の密度が境界で正の値を取るとき、これらの推定量には境界問題が存在することを指摘して、その境界問題を回避するために、推定量を再定式化した。さらに、その再定式化した推定量が含まれる推定量の族である混合変形ベッセルカーネル推定量を定義して、そのバイアス、分散、積分2乗誤差、平均積分2乗誤差を導出した。積分2乗バイアスに関する考察を通じて、平均積分2乗誤差を小さくするためのパラメータの取り方も議論した。また、その考察をChen (2000)のガンマカーネル推定量に対しても適用することで、平均積分2乗誤差をより小さくする、新たなガンマカーネル推定量も提案し、漸近的性質を議論した。

対数正規カーネル推定量は、Jin and Kawczak (2003)による、半無限区間 $[0, \infty)$ の台を持つ密度を推定する非対称カーネル推定量である。3章では、彼らによる対数正規カーネル推定量も境界付近で非常に小さな値をとるために、推定対象の密度が境界で正の値を取るとき境界問題があることを指摘して、その境界問題を回避するために推定量を再定式化した。さらに、加重分布のアイデアを用いて、

再定式化した推定量が含まれる推定量の族である加重対数正規カーネル推定量を定義し、そのバイアス、分散、積分2乗誤差、平均積分2乗誤差を導出し、平均積分2乗誤差を小さくするパラメータの取り方も議論した。

4章では、半無限区間 $[0, \infty)$ の台を持つ密度を推定する非対称カーネル推定量であるガンマカーネル推定量(Chen (2000))に加えて、本学位論文2章で議論した混合変形ベッセルカーネル推定量の特別な場合と、3章で議論した加重対数正規カーネル推定量の混合を統一的に扱い、それら3つの推定量の平均積分2乗誤差の収束比の改良を議論した。異なる平滑化パラメータを持つ2つの推定量の線形結合による加法型(SS型)バイアス修正に加えて、加法型では失われてしまう、非負性を保つ非負型(TS/JF型)バイアス修正を応用した、それらの改良推定量に対するバイアス、分散、積分2乗誤差、平均積分2乗誤差を導出した。さらに、最適な平滑化パラメータの比についても考察し、SS/T S型バイアス修正については、その比が1へ行くときの極限の推定量が平均積分2乗誤差を漸近的に最小にすることを明らかにした。また、J F型バイアス修正については、最適な比を取るとき、T S型バイアス修正よりも漸近的に小さな平均積分2乗誤差を持つことも明らかにした。

ベータカーネル推定量は、Chen (1999)による、単位区間 $[0, 1]$ に台を持つ密度を推定する非対称カーネル推定量である。5章では、加法型(SS型)バイアス修正及び非負型(TS/JF型)バイアス修正によりベータカーネル推定量の平均積分2乗誤差を改良して、そのバイアス、分散、積分2乗誤差、平均積分2乗誤差を導出した。また、平滑化パラメータの比が1へ行くときの極限の推定量についても議論し、SS/T S型バイアス修正では、極限の推定量が平均積分2乗誤差を漸近的に最小にすることを明らかにし、J F型バイアス修正では、最適な比を取るとき、T S型バイアス修正より漸近的に小さな平均積分2乗誤差を持つことを明らかにした。

ベルンシュタイン多項式近似に基づくベルンシュタイン推定量は、単位区間 $[0, 1]$ に台を持つ密度を対象とした境界問題のないノンパラメトリック密度推定量で、Vitale (1975)により議論されている。6章では、ベルンシュタイン推定量に対して、加法型(SS型)バイアス修正や、非負型(TS型)バイアス修正を応用して、平均積分2乗誤差の収束比を改良した。さらには、非負型バイアス修正では失われてしまう積分して1になる性質を回復させるため、リノーマライズT S型バイアス修正ベルンシュタイン推定量についても考察し、それら推定量のバイアス、分散、積分2乗誤差、平均積分2乗誤差を導出した。最適な平滑化パラメータの比についても考察して、その比が2のとき、平均積分2乗誤差が漸近的に最小になることを明らかにした。

各章では、数値実験や実データ分析により各推定量の有限標本における性能が検証された。