



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Essays on some nonparametric boundary-bias-free density estimators [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	五十嵐, 岳
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(経済学)
Dissertation Number	甲第11640号
Issue Date	2015-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/59367
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Gaku_Igarashi_review.pdf, 審査の要旨



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（経済学）

氏名：五十嵐 岳

審査委員	主査 教授	柿沢 佳秀
	副査 教授	長谷川 光
	副査 教授	鈴川 晶夫

学位論文題名

Essays on some nonparametric boundary-bias-free density estimators

(境界バイアスのないノンパラメトリック密度推定量に関する研究)

本論文は、推定対象である密度関数の台が閉区間または半無限区間である場合を扱っている。背景として Rosenblatt (1956) を先駆けとする通常のカーネル推定量の平均積分 2 乗誤差のオーダーを改良することは重要だが、収束比が速くなるように高次カーネルを使用してしまうときには推定量の非負性の条件を犠牲にするため、Terrell and Scott (1980) や Jones and Foster (1993) のような TS/JF の積型改良も提案され、非負性を保持したままで平均積分 2 乗誤差のオーダーを改良可能であることが知られている。しかしながら、通常のカーネル推定量には、推定密度の台が実数全体でなければ、すなわち、推定密度の台が閉区間または半無限区間の場合、境界バイアスという問題から境界付近で一致性を失うという致命的な問題がある。そのため、前半の第 2 章と第 3 章にて、境界バイアスのない密度推定量を提案し、さらに、後半の第 4 章、第 5 章、第 6 章にて、平均積分 2 乗誤差のオーダーを改良する話題を推定密度の台が半無限区間（第 4 章）または閉区間（第 5 章と第 6 章）の場合で議論している。

第 1 章（序章）は、ノンパラメトリックに密度関数を推定する代表的なカーネル推定を概観し、その漸近性能を改良するいくつかのバイアス修正法を整理した上で、本論文で問題意識とする境界バイアスについて説明し、Jin and Kawczak (2003) と Scaillet (2004) により提案された 4 つの推定量の問題点をまず簡単な数値実験で指摘している。

第 2 章と第 3 章は、Jin and Kawczak (2003) と Scaillet (2004) により提案された推定量の境界バイアス問題を回避するため彼らの推定量の定義を見直し、さらに、再定義された推定量を含むような推定量族を 2 つ提案している。それらを混合変形ベッセル (MMB) カーネル推定量、及び、重み付きの対数正規 (WLN) カーネル推定量と呼び、それらの 2 つの推定量族に対する漸近バイアス・分散・平均 2 乗誤差・平均

積分 2 乗誤差の漸近公式を厳密に導出し、漸近正規性も証明している．なお、第 2 章の後半では、Chen(2000)のガンマ(G)カーネル推定量を再考察し、平均積分 2 乗誤差の漸近公式の主要項を最小にするような新しいガンマカーネル推定量も提案して、それが混合変形ベッセルカーネル推定量、及び、重み付き対数正規カーネル推定量のそれぞれの族の中でのベストな推定量と平均積分 2 乗誤差の意味で漸近同等であることを示している．さらに、シミュレーション実験からガンマカーネル推定量、及び、重み付き対数正規カーネル推定量の小標本特性を調べている．

第 4 章、第 5 章、第 6 章では、いくつかの推定量の平均積分 2 乗誤差のオーダーの改良について議論している．第 4 章では、第 2 章、及び、第 3 章で考察した 3 つの非対称カーネル推定量(G, MIG, WLN)に対して、加法型、または、TS/JF の積型の意味でバイアス修正したときのバイアス修正された非対称カーネル推定量を提案し、その漸近バイアス・分散・平均 2 乗誤差・平均積分 2 乗誤差の漸近公式を厳密に導出し、漸近正規性を証明している．さらに、第 2 章と第 3 章で扱われた推定量の中には、仮に本章と同じバイアス修正法を施したとしても、平均積分 2 乗誤差のオーダーの改良に至らない場合があることを指摘している．一方、第 5 章と第 6 章では、対象とする推定密度の台を閉区間として、Vitale(1975)のベルンシュタイン多項式近似に基づくベルンシュタイン推定量、及び、Chen(1999)のベータカーネル推定量を扱い、第 4 章での諸結果に並行した漸近バイアス・分散・平均 2 乗誤差・平均積分 2 乗誤差の漸近公式を厳密に導出し、漸近正規性を証明している．さらに、各章の最後で、シミュレーション実験から提案されたバイアス修正推定量の小標本特性を調べており、特に、加法型と JF 積型のバイアス修正推定量の積分 2 乗誤差について、一方が常に良いということはないことを確認している．

なお、第 3 章と第 6 章では、提案した密度推定量の応用例として実データの分析も行っており、各章の末には、全ての結果の証明が、関連する技術的補題とともに収録されている．

本博士論文の大部分の構成が、査読付きの国際的な専門雑誌

- (1)Journal of Nonparametric Statistics(2014)
- (2)Statistics and Probability Letters(2014)
- (3)Communications in Statistics -Theory and Methods(2014 年 9 月にアクセプト)
- (4)Journal of Statistical Planning and Inference(2015)

に掲載済またはアクセプトされた論文に基づいており、提出された学位請求論文の数理統計学、とりわけ、ノンパラメトリックな関数推定の分野への貢献を高く評価した．以上より、審査委員会は、全会一致で、本論文が博士（経済学）の学位授与に値するものと判断した．