



# HOKKAIDO UNIVERSITY

|                     |                                                                                                                                                                       |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Title               | Essays on some nonparametric boundary-bias-free density estimators [an abstract of entire text]                                                                       |
| Author(s)           | 五十嵐, 岳                                                                                                                                                                |
| Description         | この博士論文全文の閲覧方法については、以下のサイトをご参照ください。<br><a href="https://www.lib.hokudai.ac.jp/dissertations/copy-guides/">https://www.lib.hokudai.ac.jp/dissertations/copy-guides/</a> |
| Degree Grantor      | 北海道大学                                                                                                                                                                 |
| Degree Name         | 博士(経済学)                                                                                                                                                               |
| Dissertation Number | 甲第11640号                                                                                                                                                              |
| Issue Date          | 2015-03-25                                                                                                                                                            |
| Doc URL             | <a href="https://hdl.handle.net/2115/59368">https://hdl.handle.net/2115/59368</a>                                                                                     |
| Type                | doctoral thesis                                                                                                                                                       |
| File Information    | Gaku_Igarashi_summary.pdf                                                                                                                                             |



## 学位論文の要約

博士の専攻分野の名称：博士（経済学）

氏名：五十嵐 岳

## 学位論文題名

Essays on some nonparametric boundary-bias-free density estimators

（境界バイアスのないノンパラメトリック密度推定量に関する研究）

カーネル推定は、ノンパラメトリックに密度を推定する代表的な手法の1つである。しかしながら、推定対象の密度の台が閉区間や半無限区間のときに、境界付近でバイアスが0に収束せず一致性が欠如するという境界問題があり、このバイアスは境界バイアスと知られている。本論文では、非対称カーネル、及び、ベルンシュタイン多項式近似に基づいた境界バイアスのない密度推定量と、その改良について議論した。

1章では、まずノンパラメトリックに密度を推定する代表的なカーネル推定を概観し、その漸近性能を改良するいくつかのバイアス修正法を整理した後、本論文の中で問題意識とする境界バイアス問題を簡単な数値例により説明した。

Jin and Kawczak(2003)と Scaillet(2004)は、半無限区間 $[0, \infty)$ の台を持つような密度を推定するため、逆ガウス/相反逆ガウス/Birnbaum-Saunders 密度をカーネルに用いることを提案し、逆ガウス/相反逆ガウス/Birnbaum-Saunders カーネル推定量を議論している。2章では、彼らの推定量をそのまま採用するとき、逆ガウス/Birnbaum-Saunders カーネル推定量では常に境界付近で非常に小さな値をとり、さらに、相反逆ガウスカーネル推定量は境界付近で負の境界バイアスを持つため、推定対象の密度が境界で正の値を取る場合は、これらの推定量には境界問題が存在することを指摘した。そこで、その境界問題を回避するため、推定量を再定式化し、さらに、その再定式化した推定量が含まれる推定量の族として、混合変形ベッセルカーネル推定量を提案し、そのバイアス、分散、平均2乗誤差、平均積分2乗誤差の漸近公式を導出した。ここで、分散積分の主要項が共通であることから、積分2乗バイアスに関する考察を通じて、平均積分2乗誤差を小さくするためのパラメータの取り方も議論した。また、その考察を Chen(2000)のガンマカーネル推定量に対しても適用することから、平均積分2乗誤差を最小にするような新しいガンマカーネル推定量も提案し、その漸近正規性も示した。

対数正規カーネル推定量(Jin and Kawczak(2003))も、半無限区間 $[0, \infty)$ の台を持つ密度を推定するための非対称カーネル推定量である。3章では、彼らの対数正規カーネル推定量が境界付近でやはり非常に小さな値をとるため、推定対象の密度が境界で正の値をとるとき境界問題があることを指摘し、その境界

問題を回避するため，推定量を再定式化した．さらに，加重分布のアイデアにより，再定式化した推定量が含まれるような推定量の族として，加重対数正規カーネル推定量を定義し，そのバイアス，分散，平均 2 乗誤差，平均積分 2 乗誤差の漸近公式を導出し，平均積分 2 乗誤差を小さくするパラメータの取り方も議論した．

4 章では，半無限区間  $[0, \infty)$  の台を持つ密度を推定するための 1 つの非対称カーネル推定量であるガンマカーネル推定量 (Chen (2000)) に加え，2 章で議論した混合変形ベッセルカーネル推定量の特別な場合 (MIG) と，3 章で議論した加重対数正規カーネル推定量の混合 (MLN) を扱い，それら 3 つの推定量の平均積分 2 乗誤差のオーダーを，まず異なる平滑化パラメータを持つ 2 つの推定量の線形結合による加法型 (SS 型) バイアス修正から改良した．また，加法型で犠牲にする非負性を保持したまま，平均積分 2 乗誤差のオーダーを改良できる非負型 (TS 型，JF 型) バイアス修正を議論した．これら 3 種類の改良推定量に対するバイアス，分散，平均 2 乗誤差，平均積分 2 乗誤差の漸近公式を導出し，さらに最適な平滑化パラメータの比について考察した．SS 型と TS 型バイアス修正の場合，その比が 1 へ行くときの極限推定量が平均積分 2 乗誤差を漸近的に最小にすることも明らかにした．また，JF 型バイアス修正の場合，最適な比を取れば，TS 型バイアス修正よりも平均積分 2 乗誤差の意味で良くなることも示した．

ベータカーネル推定量 (Chen (1999)) は，単位区間  $[0, 1]$  に台を持つ密度を推定するための非対称カーネル推定量である．5 章では，加法型 (SS 型)，及び，非負型 (TS 型，JF 型) バイアス修正によってベータカーネル推定量の平均積分 2 乗誤差のオーダーを改良し，そのバイアス，分散，平均 2 乗誤差，平均積分 2 乗誤差の漸近公式を導出した．特に，平滑化パラメータの比が 1 へ行くときの極限推定量についても議論し，SS 型と TS 型バイアス修正では，極限推定量が平均積分 2 乗誤差を漸近的に最小にすることを明らかにして，JF 型バイアス修正では，最適な比を取るとき，TS 型バイアス修正よりも平均積分 2 乗誤差の意味で良くなることを示した．

ベルンシュタイン多項式近似に基づくベルンシュタイン推定量 (Vitale (1975)) も，単位区間  $[0, 1]$  に台を持つ密度を推定するための境界問題のない，ノンパラメトリック密度推定量である．6 章では，ベルンシュタイン推定量に対し，加法型 (SS 型)，及び，非負型 (TS 型) バイアス修正によって平均積分 2 乗誤差のオーダーを改良した．さらには，非負型バイアス修正で犠牲にする積分して 1 になる性質を回復させるため，リノーマライズ TS 型バイアス修正されたベルンシュタイン推定量も考察し，それらのバイアス，分散，平均 2 乗誤差，平均積分 2 乗誤差の漸近公式を導出した．最適な平滑化パラメータの比については，その比が 2 のとき，平均積分 2 乗誤差が漸近的に最小になることを示した．

各章では，数値実験，及び，実データ分析によって小標本のときの各推定量の性能を検証している．