HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	非成層期における沿岸海域の吹送流 ： 海底摩擦を考慮した水路モデルとBoxモデル
Author(s)	矢幅, 寛; 磯田, 豊
Citation	北海道大学水産科学研究彙報, 65(2), 61-76
Issue Date	2015-08-20
DOI	https://doi.org/10.14943/bull.fish.65.2.61
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/59781
Type	departmental bulletin paper
File Information	bull.fish.65.2.61.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北 大 水 産 彙 報
65(2), 61–76, 2015.
DOI 10.14943/bull.fish.65.2.61

非成層期における沿岸海域の吹送流
―― 海底摩擦を考慮した水路モデルと Box モデル ――

矢幅　　寛[1)]・磯田　　豊[1)]

(2015 年 2 月 16 日受付，2015 年 5 月 7 日受理)

Wind-driven current in coastal sea in the period of non-stratification
—— Channel and Box models with the bottom friction ——

Hiroshi YAHABA[1)] and Yutaka ISODA[1)]

Abstract

We re-examine the maintenance mechanism for the vortices in steady state, taking into consideration of the dissipation term including bottom stress : τ_b under the forced conditions with a constant and shear wind stress along the channel axis. In case of channel-topography without the bay-head, the flow pattern according to "dynamic balance" of $\tau_s = -\tau_b$ forms. Therefore, the vortices are never produced even by the vortices supply from uniform wind stress due to the bathymetry torque. We also compare two models based on a single-layer and a multi-layer, respectively. In case of closed box-topography, the essential flow pattern of vortices can be explained by "vorticity balance" of $curl(\tau_s/H) \sim -curl(\tau_b/H)$ (H is a depth), and the divergence term generates the lower mode shelf wave and distorts the position of vortices.

Key wards : Wind stress, Bottom stress, Dynamic balance, Vorticity balance

諸　　言

冬季季節風による湾内渦対の形成は，日本の内湾である東京湾 (Guo and Yanagi, 1995 ; 宇野木ら，1980) や噴火湾 (Inoue et al., 2000 ; 清水・磯田，1997) でも指摘されている。これらの研究の中で，一様風と水平シアー風の渦度供給の違いを指摘した Inoue et al. (2000) の研究は興味深い。彼らは噴火湾周辺の大気モデルを用いて，湾上の冬季季節風が強い水平シアーを伴っていること示した。そして，噴火湾のように小さな空間スケールの場合には，この水平シアー風によって，湾内に形成される渦対の符号 (正負の渦度) が反転する可能性もあることを指摘した。単層モデルにおいて，風強制 (Forcing) により湾内に供給される渦度は，風応力 τ_s の空間分布とお椀状の水深変化 H から次の二つの渦度供給項に分離できる。

$$\frac{1}{\rho_w} curl\left(\frac{\tau_s}{H}\right) = \frac{1}{\rho_w H} curl(\tau_s) + \frac{\tau_s}{\rho_w} curl\left(\frac{1}{H}\right) = F_{WSC} + F_{BT} \quad (1)$$

ここで，ρ_w は海水の密度，F_{WSC} で略した右辺第 1 項は風応力カール項 (WSC 項 : Wind stress curl)，F_{BT} で略した右辺第 2 項は風応力海底トルク項 (BT 項 : Bottom torque) と呼ばれる。Inoue et al. (2000) では，明らかに $F_{WSC} > F_{BT}$ となる強い水平シアー風と $F_{WSC} = 0$ となる一様風を噴火湾を模したモデル海に与えた定常計算結果を比較して，渦対渦度の符号反転を指摘している。モデル計算が定常に至るのは海底摩擦項の影響と考えられるが，渦対形成に関する彼らの議論は強制項 (渦度供給) にのみに注目しており，海底摩擦の効果はスピンアップ時間の見積もりに登場するにしかすぎない。我々は，Inoue et al. (2000) の研究を定常強制における渦対の維持にまで拡張するためには，逸散項 (Dissipation) である海底摩擦項との渦度バランスを考慮した議論が必要と考える。海底摩擦応力を τ_b としたとき，逸散される渦度は強制項である風応力 τ_s を τ_b に置き換えたものと全く同じ形になる (ただし，符号は風応力の場合と逆)。すなわち，

$$\frac{1}{\rho_w} curl\left(\frac{\tau_b}{H}\right) = \frac{1}{\rho_w H} curl(\tau_b) + \frac{\tau_b}{\rho_w} curl\left(\frac{1}{H}\right) = D_{BSC} + D_{BT} \quad (2)$$

ここでは，D_{BSC} で略した右辺第 1 項を海底摩擦応力カール項 (BSC 項 : Bottom stress curl)，D_{BT} で略した右辺第 2 項は海底摩擦応力による海底トルク項と呼ぶことにする。

本研究では単純なモデル海に一様風とシアー風を強制し，海底摩擦応力と渦度バランスした定常流に焦点を当て，渦対渦度の符号反転が Inoue et al. (2000) が指摘してい

[1)] 北海道大学大学院水産科学研究院海洋環境科学分野
(*Laboratory of Marine Environmental Science, Graduate School of Fisheries Sciences, Hokkaido University*)

る強制項である F_{WSC} と F_{BT} の大小関係に支配されているか否かを確認する。この確認過程を通して，単層モデルと多層モデルで表現される吹送流 (エクマン境界層を陽に表現できるか否かの違い) の整合性，風応力の方向が海岸線や等深線に直交する湾奥の有無による吹送流の違い，そして湾奥における渦度バランスについての議論を行う。

方 法 と 結 果

モデルの設定と計算条件

非成層期 (冬～春季) の西風 (東西風成分) を考慮し，東西 40 km (x 軸)，南北 30 km (y 軸) の矩形モデル海 (計算格子 1 km×1 km) を設定した。海底地形は沿岸の水深 10 m から湾中央の水深 50 m まで線形に増加する海底斜面とした。本研究では湾奥の有無に注目するため，東西側の開境界を Cyclic 条件で繋げ，湾奥が存在しない水路地形を想定した Cyclic-top. の地形と東西境界を閉じて海底斜面を設けた Box-top. の地形を用いた計算結果を比較する。なお, 計算は f 平面で行うために東西南北の区別はないが, 説明の都合上，モデル領域の南北斜面領域を S-area・N-area と呼び，Box-top. の東西斜面領域を E-area・W-area と呼ぶ (Fig. 1(b))。強制する西風はシアー風の有無を調べるため，西風が空間的に一様な風 (U-wind)，南北方向に平均した西風が零となり，湾中央を境界に北側で正の渦度，南側で負の渦度を供給するシアー風 (S-wind)，両者を重ね合わせた風 (U+S-wind) の 3 ケースを与えた (Fig. 1(a))。用いた数値モデルは POM であり，エクマン境界層を表現できる多層モデル結果を単層モデルではどのように解釈されるのかを調べるために，Cyclic-top. の計算においてのみ，多層モデル (σ 座標系の 10 層) を用いている。諸言で議論したように，風応力項が主に海底摩擦項とのバランスにより定常となる計算では非線形項の影響が小さいため，ここでは運動方程式における非線形項を無視した線形モデルを用いた。また，水平粘性境界層の影響も無視するために水平渦動粘性係数 A_m を零とし，コリオリパラメータ f ($=1.0\times10^{-4}$ s^{-1}) は一定とした。このような単層線形モデルの定常状態における渦度バランスは，(1)・(2) 式の略記号を用いると下記の式となる。

$$-fVHcurl\left(\frac{1}{H}\right)=[F_{WSC}+F_{BT}]+[D_{BSC}+D_{BT}] \quad (3)$$

ここで，V は流速ベクトルであり，左辺は海底斜面を横切る流れで発生する発散項 (Div 項)，右辺は風強制項と海底摩擦による逸散項である。この (3) 式は，定常状態において風強制項と渦度バランスできるのは逸散項もしくは発散項であることを示す。

本研究では解析的な扱いを容易にするために，逸散項には線形の海底摩擦項 rV (r は摩擦係数) を設定した。r の大きさは $r=7.5\times10^{-5}$ ms^{-1} を基本値とした。$f\neq0$ のとき，風強制で供給された渦度は発散項を介して陸棚波を励起し，この波は浅瀬を右手に見て伝播する。すなわち，渦度の供給場所から異なる場所への渦度の移動・分配が生じる。本研究では，このような渦度の移動・分配が十分に小さいとした極限を想定し，単層モデルにおける $f=0$ の計算も行った。それゆえ，$f=0$ と $f\neq0$ の両者の比較から，発散項の役割を議論することができる。計算時間ステップは CFL 条件を満たす 1 秒とし，設定した線形摩擦の場合には定常状態に至るまでの時間が 2 次摩擦の場合よりも多少長くなり，十分定常と判断された 50 日後の結果を示す。

以下の計算結果は，次の順序で示す。はじめに，Cyclic top. における U-wind と S-wind の風強制の計算結果から，湾奥が存在しない場合の渦度バランス (単層モデル) について議論する。さらに，付録 A・B において，この渦度バランスが多層モデルではどのように表現されるのかを示し，単層・多層モデルの整合性を議論する。次に，湾奥を考慮した Box top. を扱うが，はじめに，海底摩擦係数 r を基本値から変化させて，風強制項～逸散項の渦度バランスが卓越する場合と風強制項～発散項の渦度バランスが卓越する場合の数値実験を行い，両バランスの相違点を議論しておく。発散項を無視した $f=0$ の場合 (または，風強制項～逸散項の渦度バランスが卓越する場合) には，風応力と海底摩擦応力との単純な渦度バランスで定常の解析解を求めることができる。求めた解析解と数

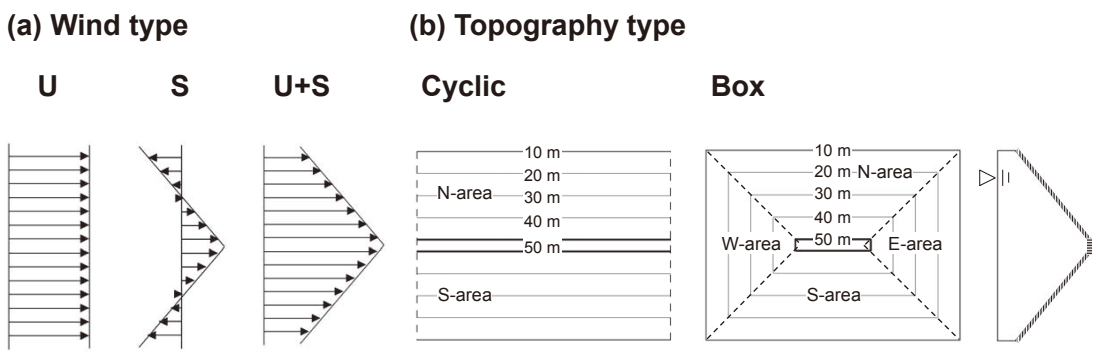

Fig. 1. (a) Model wind types of uniform (U), shear (S) and U+S wind stress. (b) Model configuration types of cyclic- and box-topography.

値計算結果を比較しながら，Box top. における U-wind, S-wind，U+S-wind の風強制の計算結果を順に議論する。

Cyclic 地形における一様風とシアー風の強制 ($f \neq 0$)

Cyclic top. で南北岸境界に平行な風強制の場合，岸に沿った方向の流速構造変化は全くなく，海底斜面を横切る方向にのみに流速構造変化が現れる。そこで，モデル海中央の南北ライン上における流速の東西成分 (u 成分) を抽出し，2 日毎の相対渦度 ζ (○印は N-area，△印は S-area) と流速の時間発達を Fig. 2 に示す。上段 (a) は $\tau_s = 20 \times 10^{-6}\ m^2 s^{-2}$ の U-wind (一様風)，下段 (b) は N-area に $curl\tau_s = 200 \times 10^{-5}\ Nm^{-2}$，S-area に $curl\tau_s = -200 \times 10^{-5}\ Nm^{-2}$ が供給される S-wind (シアー風) の結果である。U-wind (Fig. 2(a)) では風向き方向の流れが励起され，強制初期には水深の浅い沿岸側の流速が大きいものの，ほぼ定常状態となる 30 日後には Cyclic top. を横断する方向に流速が一様となる。それゆえ，強制初期には N-area で負の渦度，S-area で正の渦度が生成されるが，強制開始から約 5 日後をピークとして渦度が減少し始め，定常状態における渦度は零となる。S-wind (Fig. 2(b)) の場合，シアー風の渦度供給の符号に対応した渦度が N・S-area に供給され，約 30 日後に定常状態に達する。

十分に定常状態に達した 50 日後における U-wind と S-wind の計算結果を Figs. 3･4 に示す。両図の空間分布図はそれぞれ，(a) は流速ベクトル，(b) は相対渦度，強制項である F_{WSC} は (c1)，F_{BT} は (c2)，その合計を (c3) に示し，逸散項である D_{BSC} は (d1)，D_{BT} は (d2)，その合計を (d3) に示し，(e) は強制項と逸散項の合計である。なお，定常状態において，海底斜面を横断する流れ成分は零となるため，発散項は零となる。また，正 (+) の渦度及び渦度項は赤色，負 (−) の渦度及び渦度項は青色で表示している。

U-wind (Fig. 3) であるために (c1) $F_{WSC}=0$，定常状態では流速が一様となるために (b) $\zeta=0$，そして (d1) $D_{BSC}=0$ となる。強制項 (c2)-(c3) だけをみて判断すると，F_{BT} によって S・N-area それぞれに正・負の渦度が常に供給されていることを示す。しかし，モデル海における相対渦度の生成はない。これは，Cyclic top. の場合，供給される F_{BT} は逸散項の D_{BT} とバランスするためである。この $F_{BT} = -D_{BT}$ より，$\tau_s = -\tau_b$ が得られる。よって，$\tau_b = ru$ より，空間的に一様な τ_s の場合，流速 u も水深に関係なく空間

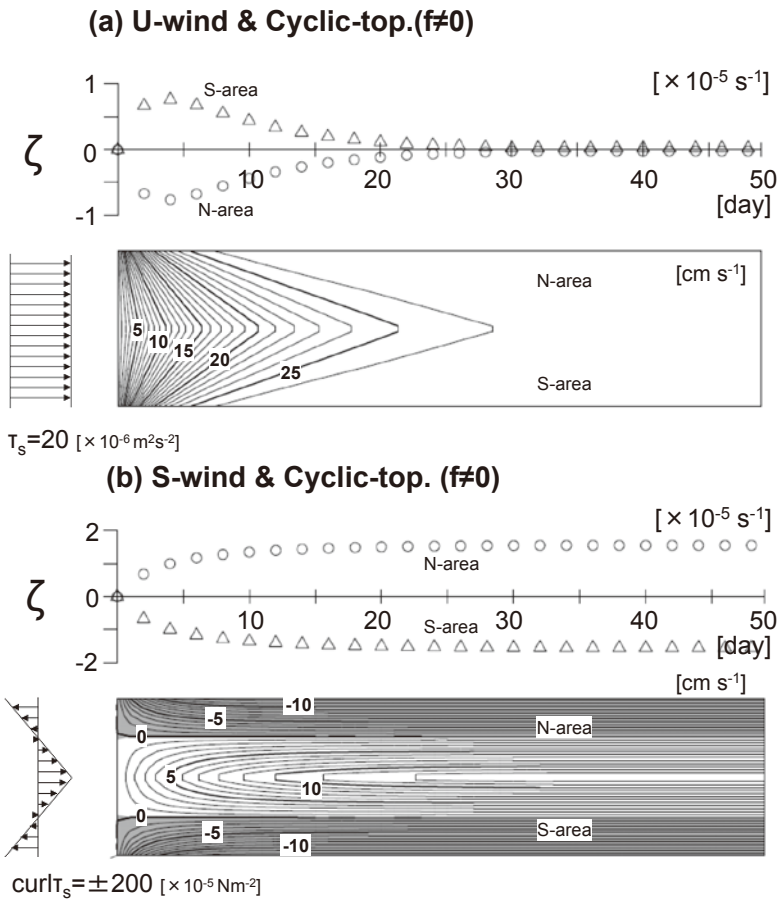

Fig. 2. Time series of spatial mean relative vorticity at each N- and S-area (upper) and the space-time diagram of alongshore velocity component u (lower) under the cyclic-topography and $f \neq 0$, in case of (a) U-wind ($\tau_s = 20 \times 10^{-6}\ m^2 s^{-2}$) and (b) S-wind ($curl\,\tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}\ Nm^{-2}$). The values of relative vorticity at N- and S-area are shown by open circles and open triangles, respectively.

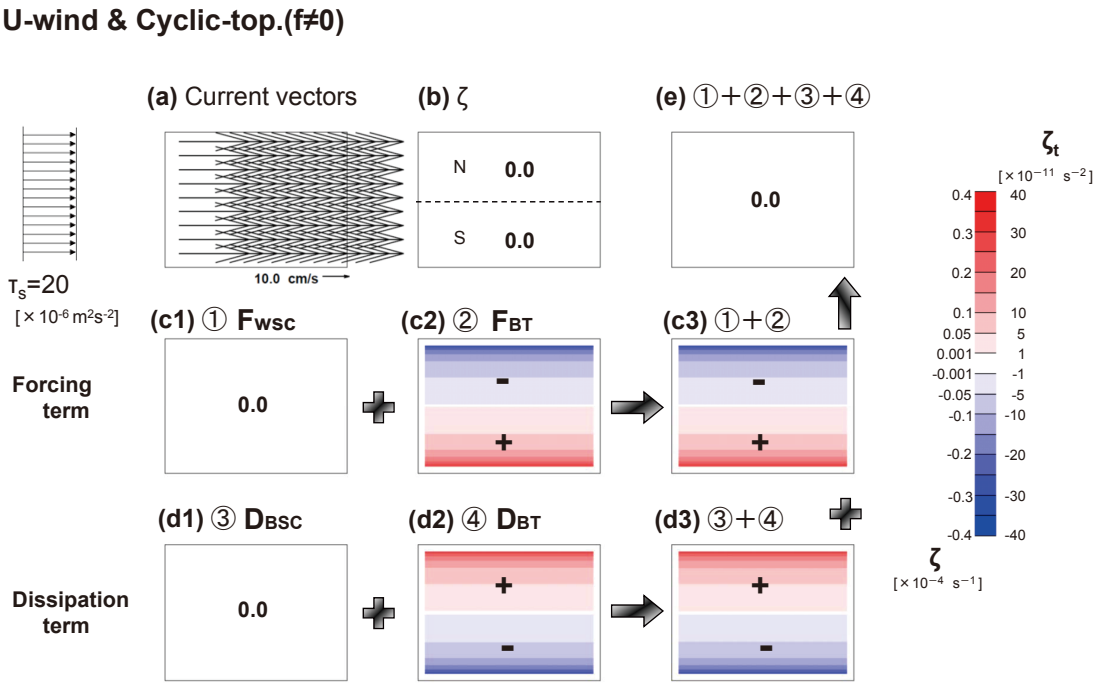

Fig. 3. Model results in steady state under the cyclic topography and U-wind ($\tau_s = 20 \times 10^{-6}$ m^{2}s^{-2}). Horizontal distributions of (a) current vectors, (b) relative vorticity. (c1) wind stress curl (F_{WSC}), (c2) wind stress bottom torque (F_{BT}), (c3) sum of F_{WSC} and F_{BT}, (d1) bottom stress curl (D_{BSC}), (d2) bottom stress bottom torque (D_{BT}), (d3) sum of D_{WSC} and D_{BT}, and (e) total sum of forcing and dissipation terms or the negative divergence term.

的に一様となることがわかる。エクマン境界層を表現できる多層モデルにおいても，単層と同じ$\tau_s = -\tau_b$の関係が得られる (付録 A)。ただし，この関係は表層エクマン流が内部領域に沈み込むことができる岸境界があるときのみ成り立つことに注意が必要である。本モデル結果は，水路地形のように湾奥が存在せず，逸散項を考慮した場合，強制項による渦度供給だけをみて，湾内に励起される渦流の有無を判断することは危険であることを示唆する。

S-wind (Fig. 4) の場合，付録 B の多層モデル結果に示すように，シアー風に伴うエクマンパンピングによりモデル海には直接，渦度が供給されると解釈されるため，U-wind のように岸境界の条件は重要ではない。強制項は逸散項とバランスし ((c1)(d1) より $F_{WSC} = -D_{BSC}$，(c2)(d2) より $F_{BT} = -D_{BT}$ となり，両バランスでは $F_{WSC} = -D_{BSC}$ の方が支配的)，発散項は零 (海底斜面を横断する流れは零) である。$\tau_s = -\tau_b$ の力学バランス (付録 B) から，風強制と同方向のシアー流 (a) が励起され，N・S-area ではそれぞれ正・負の渦度 (b) が生成されている。合計した強制項 (c3) の符号は渦流の渦度 (b) の符号と一致しているが，強制項の渦度供給は岸側ほど大きいのに対し，渦流の渦度は空間的に一様である。

Box 地形 ($f \neq 0$) における風強制項～逸散項と風強制項～発散項の渦度バランスについて

$f \neq 0$・Box-top. の条件で，U-wind ($\tau_s = 20 \times 10^{-6}$ m^{2}s^{-2}) と S-wind ($curl\tau_s = 200 \times 10^{-6}$ Nm^{-2}) の風強制に対して，海底摩擦係数 r を基本値の約 100 倍 ($r = 10^{-2}$ ms^{-1}) を設定した風強制項～逸散項の渦度バランスが卓越する計算と $r = 0$ ms^{-1} (逸散項が零) を設定した風強制項～発散項の渦度バランスが卓越する計算を行った。計算開始後 50 日における相対渦度の空間分布図を Fig. 5 に示す。

逸散項が卓越する場合 (Fig. 5(a))，渦度の符号は異なるが，両ケースとも定常状態に至ることができ，相対渦度が正負の渦対が形成されている。この結果は，後述される $f = 0$・Box-top. の計算と定性的には同じ (Fig. 7(b) と Fig. 10(b)) である。一方，発散項が卓越する場合 (Fig. 5(b)) は，いずれのケースも定常状態 (風強制項～発散項の渦度バランス) には至らず，振動 (波動伝播) が継続する結果となる。それゆえ，Fig. 5(b) はスナップショット的な渦度分布を示している。正負の渦度は岸沖方向の狭い帯状に分布し，浅瀬を右手にみた波動伝播を示唆するように，Box の中心に向かう反時計回りの螺旋を描いている。また，このような螺旋状の渦度分布は，高次モードの陸棚波 (岸沖方向に多くの節をもつ波) の伝播で形成されていると解釈される。よって，適度な海底摩擦がある場合には高次モードの陸棚波ほど減衰が大きく，岸沖方向に節の少ない低モードの陸棚波の伝播が支配的となることが推測される。

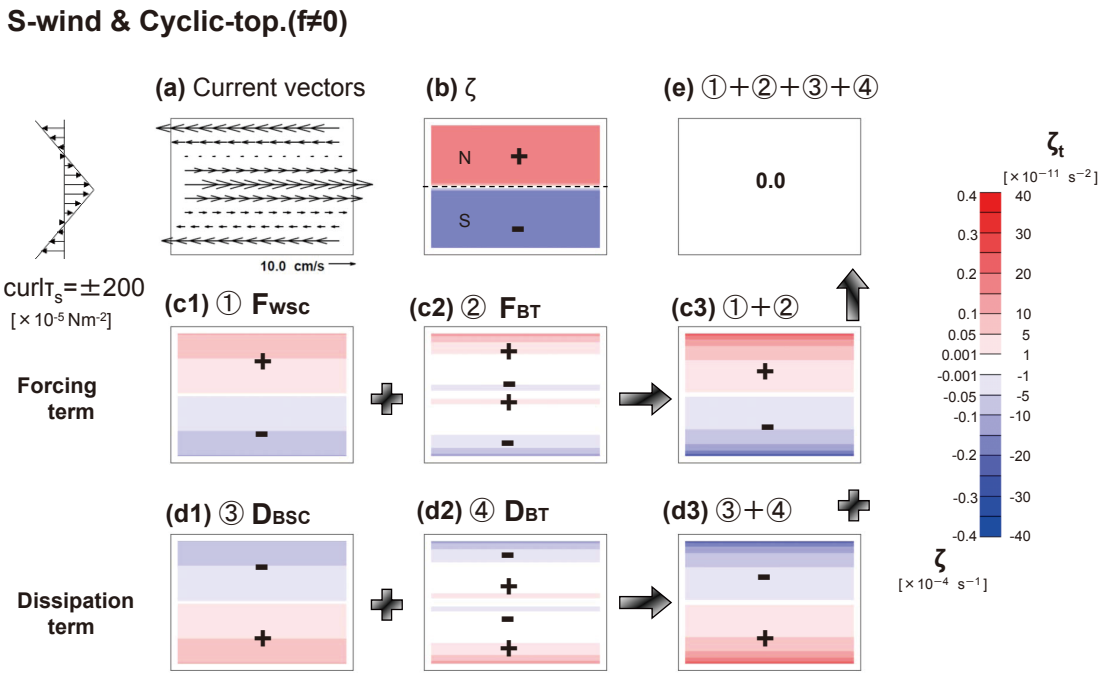

Fig. 4. The same as Fig. 3, but the forcing of S-wind ($curl\ \tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}$ Nm^{-2}).

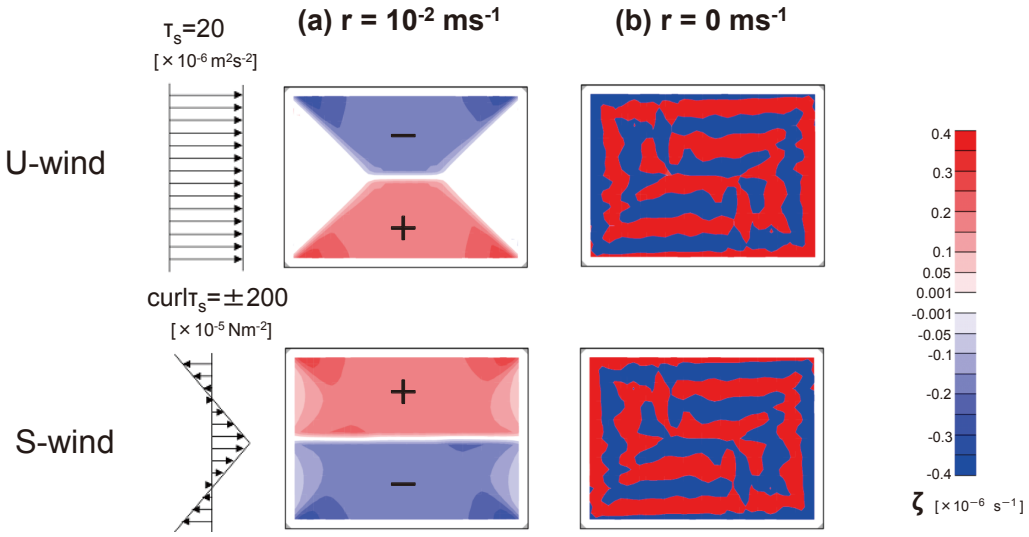

Fig. 5. Horizontal distributions of relative vorticity after 50 days in cases of bottom friction coefficient of (a) $r=10^{-2}$ ms^{-1} and (b) $r=0$ ms^{-1}, under the box topography with U-wind ($\tau_s = 20 \times 10^{-6}$ m^{2}s^{-2}) and S-wind ($curl\ \tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}$ Nm^{-2}) forcing.

以下のモデル計算では，基本値の海底摩擦係数を用いるため，$f \neq 0$ の計算において Fig. 5(a) と Fig. 5(b) の中間的な結果が得られる。少なくとも，閉じた Box 地形に風強制が継続される場合，定常状態の渦度バランスが議論できるのは，逸散項が存在しているためである。よって，発散項に関しては，低次モードの陸棚波伝播によって渦対がどの程度の歪み，強制項～逸散項の基本バランスに加えて発散項がどのように関与しているか，という視点での議論となる。

Box 地形 ($f=0$) における風強制解析解

本節では発散項 (渦度の移動・分配) を無視した $f=0$ の場合 (または，逸散項が卓越する場合) における定常解を解析的に求めておく。この場合，渦度バランスは (3) 式より，

$$F_{WSC} + F_{BT} = -(D_{BSC} + D_{BT}) \qquad (4)$$

となる。略記号の表示から ρ_w を消去し，元の式に戻すと，

$$curl\left(\frac{\tau_s}{H}\right)=-curl\left(\frac{\tau_b}{H}\right) \tag{5}$$

となる。ここでは，モデル海中央の南北断面上のτ_b分布を求めるが，N·S-area では対象な解となるため，N-area の解だけを計算する。原点$y=0$を北側沿岸 (水深h_0) に設定し，最大水深h_mとなるモデル海中央までの距離を$y=L$としたとき，x軸方向の変数変化を無視すれば，(5) 式は常微分方程式で表わされて，

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{\tau_s+\tau_b}{H}\right)=0 \tag{6}$$

となる。この式を海底摩擦応力τ_bについて解く。(6) 式を変数分離して積分をすると

$$\int\frac{d(\tau_s+\tau_b)}{\tau_s+\tau_b}=\int\frac{1}{H}\frac{dH}{dy}dy \tag{7}$$

となる。海底地形は$H(y)=h_0+sy$，海底斜面の傾斜$s=(h_m-h_o)/L$であるので，(7) 式の解は

$$\tau_b(y)=\left\{\left(\frac{\tau_{b0}+\tau_{s0}}{h_0}\right)s-\frac{d\tau_s}{dy}\right\}y+\tau_{b0} \tag{8}$$

となる。ここで，τ_{b0} (未知)，τ_{s0} (既知) はそれぞれ$x=0$におけるτ_b，τ_sの境界値である。いま我々は，湾奥が存在する Box 地形を考えているので，$y=0\sim L$の範囲において流量の収支がとれていなければならない。$\tau_b=ru$を (8) 式に代入して，

$$\int_0^L uHdy=0 \tag{9}$$

を整理すれば，次式で表される未知数τ_{b0}が求まる。

$$\tau_{b0}=\left[\left(-\frac{2h_m^2}{h_0}+h_m+h_0\right)\tau_{s0}+L\frac{d\tau_s}{dy}(2h_m+h_0)\right]\Big/ \left[2\left(\frac{h_m^2}{h_0}+h_m+h_0\right)\right] \tag{10}$$

本研究では，モデル計算結果と解析解を比較するため，$y=0\sim L$における渦度ζの平均値を求めておく。すなわち，

$$\bar{\zeta}=\frac{1}{L}\int_0^L\frac{\partial u}{\partial y}dy=\frac{A}{r} \tag{11}$$

ここで，

$$A=\left\{\left(\frac{\tau_{b0}+\tau_{s0}}{h_0}\right)s-\frac{d\tau_s}{dy}\right\} \tag{12}$$

である。(11) (12) 式の解析解は，一様風 ($d\tau_s/dy=0$) であっても，湾奥が存在する場合 (Box 地形)，横断面全体の流量収支が零となる条件から渦流が形成される ($\zeta\neq0$) ことを示す。なお，水路地形が想定される Cyclic top. の定常バランスからは，$\tau_s=-\tau_b$の関係式が導かれた。一方，湾奥が存在する Box top. の定常バランスは，$\tau_s=-\tau_b$ の「応力バランス」ではなく，海底地形変化を含む「渦度バランス」((5) 式) でしか表現されないことに大きな違いがある。

Box 地形における一様風強制

Fig. 6(a) は Box top・U-wind ($\tau_s=20\times10^{-6}$ m^{2}s^{-2}) の条件で，$f=0$と$f\neq0$における流速ベクトルと流跡線の定常分布図である。灰色領域は負の渦度の範囲を示す。Cyclic top. の計算とは異なり，$f=0$では N·S-area それぞれに時計回り・反時計回りの渦対が形成されている。$f\neq0$では発散項 (陸棚波の励起) による渦度の移動・分配 (浅瀬を右手にみる伝播) が生じるため，$f=0$でみられた渦対は反時計回りに移動している。流速の大きさは，$f\neq0$よりも$f=0$の方が大きい。

Box top. の南北方向中央線 CL (Center line) に沿った N·S-area 内の平均渦度を求め，西風応力の変化に対する平均渦度の大きさをプロットすると Fig. 6(b) になる。丸印が N-area 平均の渦度，三角印が S-area 平均の渦度であり，黒抜きが$f=0$の場合，白抜きが$f\neq0$の場合である。図中の実線と点線は，(11) (12) 式から予測される S・N-area の平均渦度の解析値である。$f=0$の場合，解析値の上に数値計算値がほぼプロットされている。$f\neq0$の数値計算値は，$f=0$の 2 割程度の大きさである。これは N·S-area それぞれで強制項によって励起された正負の渦流 ($f=0$の結果に相当) 領域に，波動伝播によって反対側の area から渦度が移動・分配されるため，異符号の渦度の重なり合いが生じ，その結果として，$f\neq0$の渦度が低下したと考えられる。

Figs. 3·4 と同じ表示で，$f=0$・Box-top.·U-wind における流速ベクトルと相対渦度の分布，強制項と逸散項の関係を Fig. 7 に示す。まず，強制項は Box の東西の斜面域を除いて，Cyclic top.·U-wind の場合 (Fig. 3) と同じである。すなわち，(c1) $F_{WSC}=0$，(c2) N-area で$F_{BT}<0$，S-area で$F_{BT}>0$となる。一方，Box 内に渦対が形成されているために，逸散項は Cyclic top.・U-wind の場合とは大きく異なるが，合計した強制項 (c3) と合計した逸散項 (d3) はほぼバランスしている。流速ベクトル分布 (a) から，Box 内全体に渦対が形成されているようにみえるが，(b) が示す正負の渦度は N·S-area の斜面上に限定されおり，E·W-area の斜面上の渦度はほぼ零である。このような$F_{BT}=-(D_{BSC}+D_{BT})$の渦度バランスは Box 地形における渦対を解釈するための基本バランスとなる。そこで，この計算は$f=0$であるが，逸散項が発散項よりも十分に大きい場合の計算と解釈し，$f\neq0$の多層モデルにおいて，この渦度バランスをどのように解釈すればよいのかを付録 C に示す。

Fig. 7 と同様に，$f\neq0$・Box-top.·U-wind における流速ベクトルと相対渦度の分布，強制項と逸散項の関係を Fig. 8 に示す。強制項 (c1)-(c3) は，$f=0$の場合 (Fig. 7) と全く同じである。$f\neq0$の場合，発散項による渦度の移動・分配が生じるため，合計した強制項 (c3) と合計した逸散項 (d3) はバランスしていない。その差 (e) は，逆符号の発散項 ($-Div$) に対応する。発散が生じるためには，海底斜面を横切る流れが存在している。流速ベクトル分布 (a) をみる

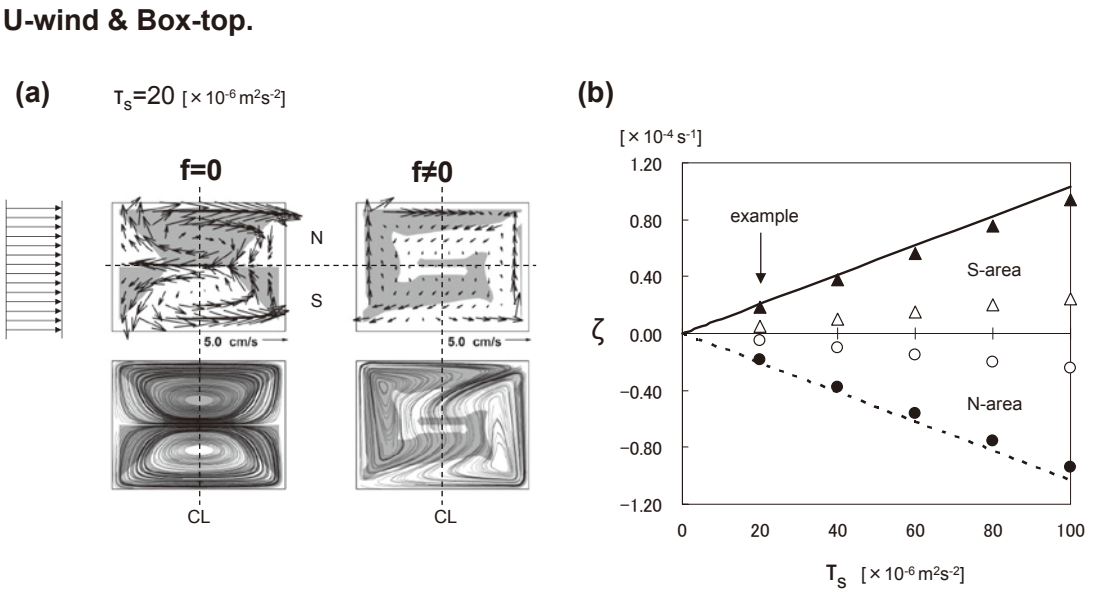

Fig. 6. Model results in steady state under the box topography and U-wind. (a) Current vectors (left) and trajectory lines of model particles (right) in cases of $f=0$ and $f\neq 0$ when $\tau_s = 20\times10^{-6}$ m^{2}s^{-2}. The area with negative vorticity is shaded. (b) The relationship between the strength of wind stress and the spatial mean relative vorticity at each N- and S-area along the north-southward center line (CL). Analytical solutions at N- and S-area are shown by dotted and solid lines, respectively. Calculated values at N- and S-area are shown by symbols of circles (● : $f=0$, ○ : $f\neq 0$)and triangles (▲ : $f=0$, △ : $f\neq 0$), respectively.

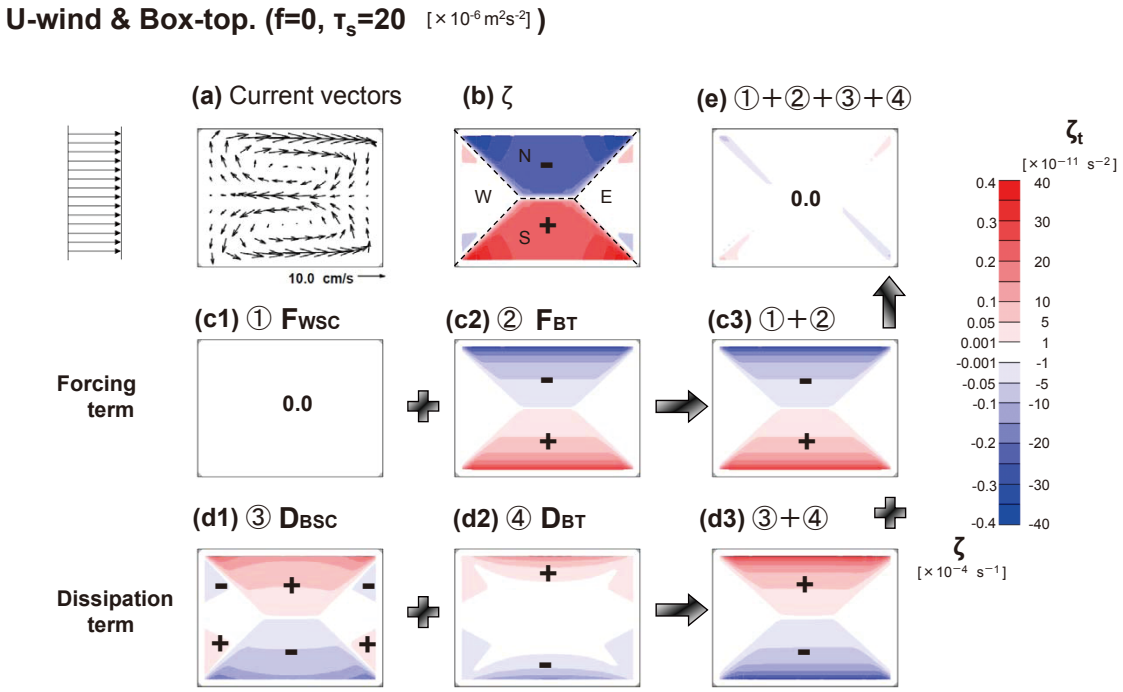

Fig. 7. The same as Fig. 3, but for U-wind ($\tau_s = 20\times10^{-6}$ m^{2}s^{-2}) with box topography and $f=0$.

と，N·E-area では沖合向き流 (黒矢印で強調)，S·W-area では岸向き流 (灰色矢印で強調) となっている。渦度分布 (b) は S-area で岸向き流，E-area で沖向き流が一つの渦流を形成して $\zeta>0$ を示し，N·W-area も同様に $\zeta<0$ となる一つの渦流となっている。ここでは，$\zeta>0$ となる S·E-area の渦流に関する渦度バランスについて議論する (N·W-area は符号が逆の議論となる)。E-area では $F_{WSC}=F_{BT}=0$ であることから，$D_{BSC}+D_{BT}=Div$ の渦度バランスとなり，北向き流が逸散項 (海底摩擦) によって減衰し，沖向き流が生じているという Arrested Topographic Wave (ATW) で理解さ

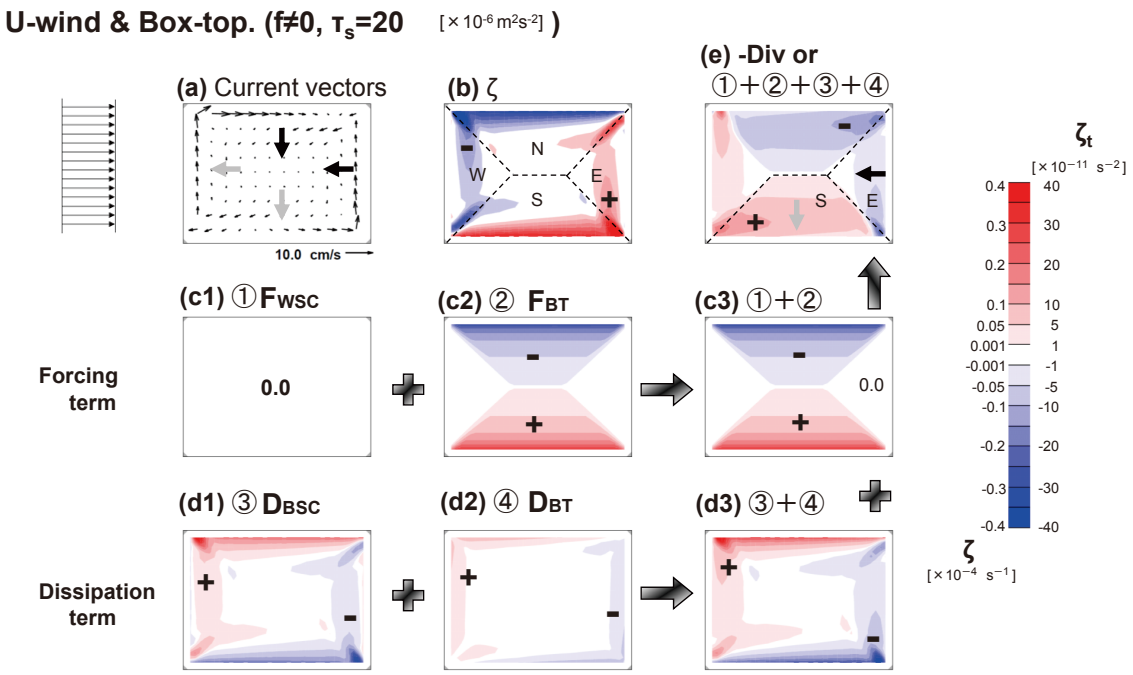

Fig. 8. The same as Fig. 7, but for $f \neq 0$.

れる。S-area の浅瀬側では強制項の $F_{BT}>0$ が逸散項 ($D_{BSC}+D_{BT}$)<0 よりも絶対値として大きく，その残差である $F_{BT}>0$ と発散項 $Div<0$ がバランスしている。S-area の沖合側では流れが弱いため，強制項 $F_{BT}>0$ と発散項 $Div<0$ のバランスが支配的である。このように，S-area では主として $F_{BT}>0$ の風強制が岸向き流を励起していると理解される。

Box 地形におけるシアー風強制

Fig. 9(a) は Box top.・S-wind ($curl\tau_s$ ＝200×10^{-6} Nm^{-2}) の条件で，$f=0$ と $f\neq0$ における流速ベクトルと流跡線の定常分布図である。灰色領域は負の渦度の範囲を示す。$f=0$ ではシアー風による渦度供給の符号に対応した渦対が N·S-area に形成されている。S-wind の $f\neq0$ では，$f\neq0$ の U-wind と同様に，発散項による渦度の移動・分配が逆符号の強制渦度と重ね合わさるため，渦対が反時計回りに移動し，流速の大きさも $f=0$ の場合よりも小さくなる。S-wind のシアーの大きさに対する N・S-area の平均渦度の解析値と計算値 (CL 上) をプロットすると Fig. 9(b) となる。図の表示は Fig. 6(b) と同じである。$f=0$ の計算値は解析値で予測され，$f\neq0$ の数値計算値は U-wind と同様に，$f=0$ の 2 割程度の大きさである。

U-wind の場合と同様に，Box top.·S-wind における流速ベクトルと相対渦度の分布，強制項と逸散項の関係を Fig. 10 に $f=0$ の場合，Fig. 11 に $f\neq0$ の場合を示す。$f=0$ (Fig. 10) の強制項と逸散項の渦度バランスは，渦度が直接供給されるため，$F_{WSC}\sim-D_{BSC}$ ((c1) と (d1)) が支配的である。また，強制渦度 F_{WSC} は E・W-area の斜面上にも渦度 ζ (b) が供給されている点が U-wind の場合とは異なる。S-wind で $f\neq0$ の場合 (Fig. 11), N·E-area では岸向き流 (灰色矢印), S·W-area では沖向き流 (黒矢印) となり，N・W-area で ζ >0 となる渦流，S・E-area で ζ<0 となる渦流が形成されている。ここでは，ζ<0 となる S·E-area の渦流に関する渦度バランスについて議論する。先に述べたように，E-area の北側には強制渦度 $F_{WSC}>0$ が直接供給されるため，それとバランスする発散項は $Div<0$ となり，対応する流向は岸向きとなる。E-area の南側は $F_{WSC}<0$ と $D_{BSC}>0$ がバランスし，発散項 Div はほぼ零となる。S-area 全域で卓越する渦度供給は，逸散項を差し引いても $F_{WSC}>0$ となり，それと $Div>0$ がバランスするため，対応する流向は沖向きとなる。

Box top. を扱った本節と前節をまとめると次のようになる。まず，U-wind においてモデル海に渦対が形成される理由は湾奥が存在するためである。言い換えれば，湾を横断する方向の流量収支が零となる条件が渦対を発生させる。この条件をもとに，強制項 ＝ 逸散項の渦度バランスから求めた解析解は，$f=0$ の計算結果を予測できた。また，$f=0$ で U-wind の強制項は F_{BT} のみ，S-wind の強制項は F_{WSC} が支配的である。$f\neq0$ の場合，強制項 (逸散項との差で残る成分) と発散項が渦度バランスした渦対が形成され，U-wind の渦対は $F_{BT}\sim Div$，S-wind の渦対は $F_{WSC}\sim Div$ の渦度バランスによって説明される。ただし，ここでの発散項は，海底斜面上で一つの渦流を形成する岸沖流から生じている。すなわち，この渦流は海底摩擦による低次モードの陸棚波の励起を示唆しており，その意味では逸散項が関与した強制項と発散項の渦度バランスである。

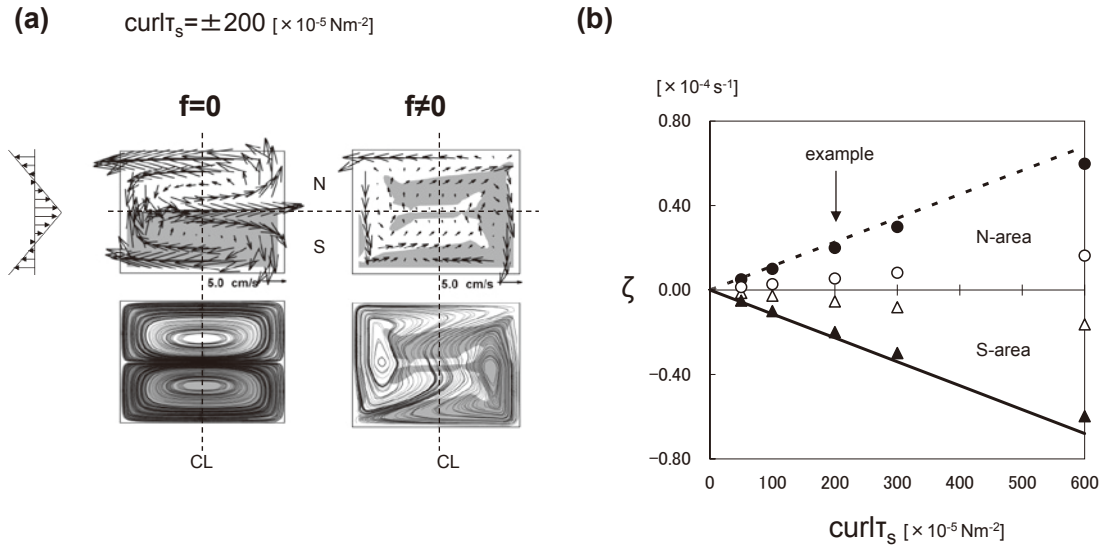

Fig. 9. The same as Fig. 6, but for S-wind forcing. Example case in Fig. 9(a) is the forcing of $curl\,\tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}$ Nm^{-2}. Fig. 9(b) shows the relationship between the strength of wind stress curl and the spatial mean relative vorticity at each N- and S-area.

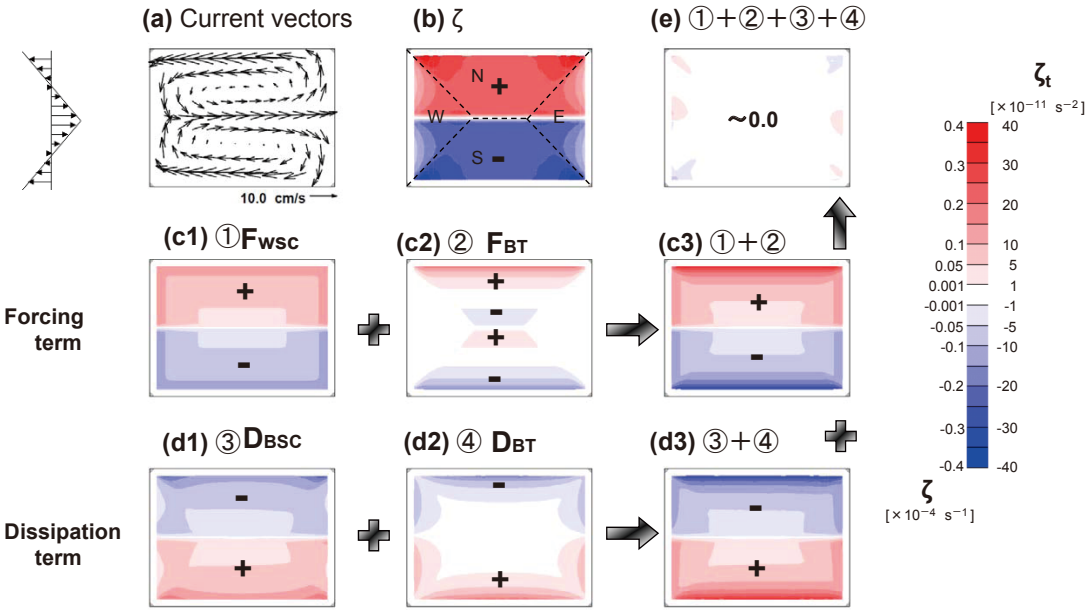

Fig. 10. The same as Fig. 7, but for S-wind ($curl\,\tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}$ Nm^{-2}) with box topography and f=0.

Box 地形における一様風＋シアー風強制

ここで扱っているモデルの運動方程式は線形であるため，一様風の解とシアー風の解は線形重ね合わせが可能性である。一様風として，冬季陸奥湾の平均風に相当するτ_s =20×10^{-6} m^{2}s^{-2} を固定値とし，この一様風に大きさが変化するシアー風を重ね合わせた強制を考えた。陸奥湾の代表的なシアー風の大きさは $curl\,\tau_s = \pm 100 \times 10^{-5}$ Nm^{-2} であり，これをケース A とする。その 2 倍・3 倍のシアー風としたケースをそれぞれケース B・C とする。

$curl\,\tau_s$ を ±0 から 600×10^{-5} Nm^{-2} まで変化させたとき，f=0 の解析解と計算値 (CL 上) を Fig. 12(b) に示した。図

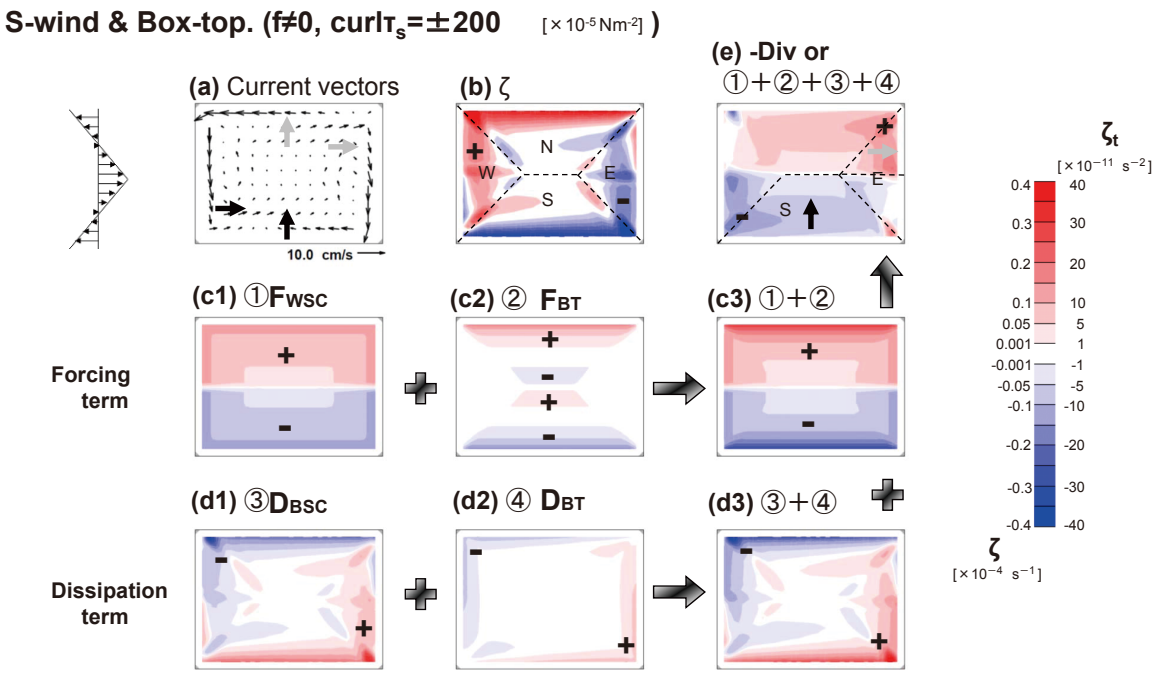

Fig. 11. The same as Fig. 10, but for $f \neq 0$.

の表示は Fig. 6(b) と同じである。$curl\,\tau_s$ =0 の計算結果は，U-wind の場合である Fig. 7 (f=0) と Fig. 8 ($f \neq 0$) に対応し，N・S-area はそれぞれ正負の渦度をもった渦対が形成される。S-wind 成分の $curl\,\tau_s$が大きくなるにつれて，U-wind の渦対とは逆符号の渦度供給が顕著となる。それゆえ，N・S-area の渦度の絶対値は次第に小さくなり，ケース B の $curl\,\tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}$ Nm^{-2} 付近でほぼ零，さらにシアー風が大きくなると渦対渦度の符号が逆転する。f=0 の計算値が解析値と一致し，$f \neq 0$ の値が小さくなることは，前節までの議論と同じである。

f=0 (上段) と $f \neq 0$ (下段) におけるケース A～C の流速ベクトルと流跡線を Fig. 12(a) に示す。f=0 のケース A では，N･S-area に F_{BT} 強制が支配的な正負の渦対，E･W-area に F_{WSC} 強制が支配的な渦対が形成されている (渦度バランスの図は省略)。f=0 のケース B では，後述するように，N･S-area の流れは十分に小さく，E･W-area に F_{WSC} 強制が支配的な渦対が形成されている。f=0 のケース C では，渦対渦度の符号が反転し，F_{WSC} が支配的な大きな渦対が一つ形成されている (渦度バランスの図は省略)。U+S-wind においても，$f \neq 0$ は f=0 に比べて流速が小さく，発散項によって反時計回りに移動した渦対が形成されていることは，U-wind や S-wind の計算結果と同じである。

ケース A は U-wind が支配的な渦度バランス，ケース C は S-wind が支配的な渦度バランスとなるため，ここでは渦対渦度の符号が反転する境界領域にあるケース B の渦度バランスについてのみ議論する。前節までと同様に，Box top.・U+S-wind における流速ベクトルと相対渦度の分布，強制項と逸散項の関係を Fig. 13 に f=0 の場合，Fig. 14 に $f \neq 0$ の場合を示す。ケース B において f=0 と $f \neq 0$ の強制項の特徴は，F_{WSC} は南北領域全体に正負の渦度が直接供給されることを示し，F_{BT} は N･S-area のみの渦度供給となることである。そして，N･S-area における両者の強制項は逆符号でほぼ同じ分布を示すため，合計した強制項は E･W-area の F_{WSC} のみとなる。f=0 (Fig. 13) の渦度バランスは，強制項がほぼ零となる N･S-area の流れが小さくなるために，E･W-area における $F_{WSC} \sim -D_{BSC}$ (c3) (d3) のみが支配的となる。それゆえ，E･W-area それぞれに正負の渦度をもった渦対 (b) が形成される。$f \neq 0$ (Fig. 14) の場合，E･W-area における $F_{WSC} \sim Div$ が支配的な渦度バランス (c3) (e) となる。それゆえ，F_{WSC}>0 では岸向き流，F_{WSC}<0 では沖向き流となり，E･W-area では渦対ではなく，それぞれ時計回りと反時計回りの渦流 (a) (b) が形成される。

以上の結果から，U+S-wind において，湾内における渦対渦度の符号反転は Inoue et al. (2000) が指摘したように，F_{WSC} と F_{BT} の大小関係が重要であることが確認された。ただし，風向と直交する湾奥では F_{WSC} が支配的となる渦流が別途形成されることに注意が必要である。さらに，本研究で扱ったモデルは，線形海底摩擦を仮定し，海底斜面は一様勾配，風応力も一定値のシアーを設定することにより，F_{WSC} と F_{BT} が完全にバランスできる強制項を見積もることができている。励起される流れの大きさによって海底摩擦が変化する 2 次摩擦 (非線形性) や現実的な海底地形の場合には，強制項 F_{WSC} と F_{BT} のバランスだけで渦対渦度の符号反転を判断できない場合もあることには注意が必要である。

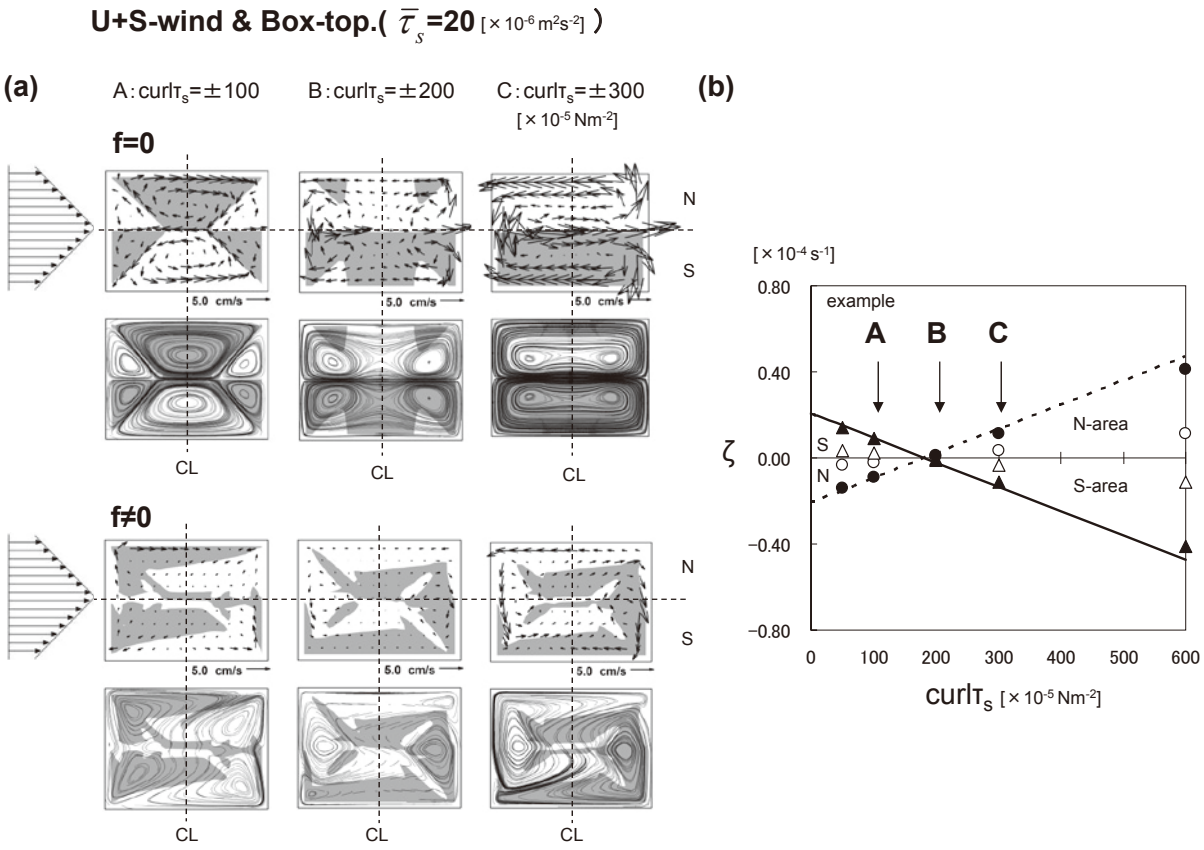

Fig. 12. The same as Fig. 9, but for U+S-wind forcing. Example cases of A, B and C in Fig. 12(a) are the forcing of $curl\,\tau_s = \pm$ 100, 200 and 300 × 10^{-5} Nm^{-2}, respectively.

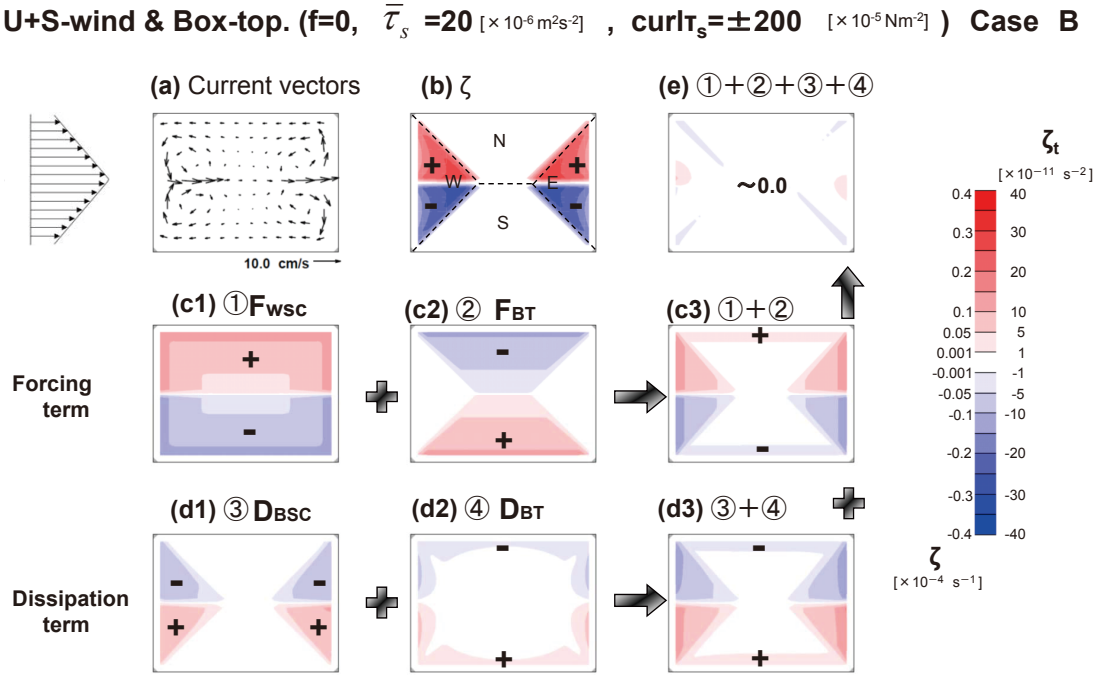

Fig. 13. The same as Fig. 10, but for U+S-wind ($curl\,\tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}$ Nm^{-2}) with box topography and f=0.

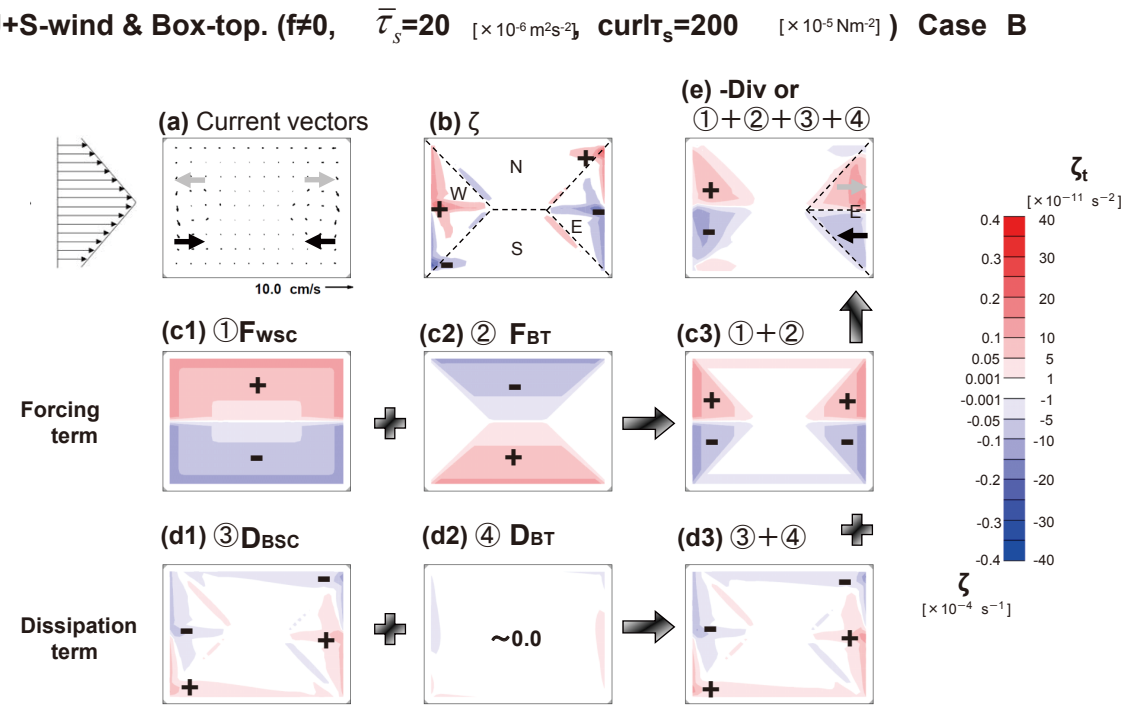

Fig. 14. The same as Fig. 13, but for $f \neq 0$.

お わ り に

本研究では単純な矩形モデル海に一様風・シアー風を強制し，逸散項 (海底摩擦項) を考慮することにより，定常状態における渦対の渦度バランスを調べた。その結果，$f \neq 0$ における渦対の基本的な渦度バランスは，「逸散項が関与して低次モードの陸棚波となった波動伝播を表現する発散項」と「逸散項とのバランスを差し引いた残差である風強制項」である。このとき，一様風強制では正 (負) の風応力海底トルク項が岸 (沖) 向き流の発散項とバランスした渦対形成，シアー風強制では正 (負) の風応力カール項が岸 (沖) 向き流の発散項とバランスした渦対形成となる。水深が非常に浅い内湾の場合，逸散項は発散項よりも卓越すると考えられる。このときの力学は $f=0$ (発散項が零) の極限状態に近づき，「風強制項＝逸散項」の基本的な渦度バランスに従った渦対が形成される。なお，逸散項がない場合，定常バランスは存在しない。一様風にシアー風を重ね合わせた場合，$f=0 \cdot f \neq 0$ の両ケースにおいて，風応力カール項と風応力海底トルク項の大小関係により，渦対渦度の符号反転が起こり得る。ただし，渦対が形成されることも，シアー風によって渦対渦度の符号反転が起こることも，湾奥が存在するような閉じた地形 (横断面全体の流量が零となる条件) に限られる。例えば，湾奥が存在しない水路地形 (本研究では Cyclic 地形) の場合，風応力カール項と海底トルク項の大小には全く関係なく，「風応力 ＝ 海底摩擦応力」の応力バランスを満たす定常流が形成される。

付録 A. U-wind の多層モデル

エクマン境界層を表現できる多層モデルの Cyclic 地形において，U-wind 強制の場合，表層エクマン層における輸送量と海底エクマン層における輸送量とが等しくなることで定常状態の吹送流が形成されることが想定される。前者の輸送は風応力 τ_s で駆動され，後者の輸送は内部領域の地衡流 u_g で駆動される。表層エクマン層の輸送量を Q_W，海底エクマン層の輸送量を Q_B とすると，解析的に，両者はそれぞれ，

$$Q_W = \frac{\tau_s}{f},\ Q_B = \frac{1}{2} h_E u_g \qquad \text{(a1)}$$

となる。ここで h_E は海底エクマン層の厚さ，f はコリオリのパラメータである。鉛直渦動粘性係数を K_v とすると，h_E は次式で表される。

$$h_E = \sqrt{\frac{2K_v}{f}} \qquad \text{(a2)}$$

K_v と線形海底摩擦係数 r との関係は，Gill (1982) より，

$$\sqrt{\frac{K_v f}{2}} \approx r \qquad \text{(a3)}$$

で近似される。(a2) (a3) 式を (a1) 式の Q_B に代入し，$\tau_b = r u_g$ の関係式を用いて整理すると，

$$Q_B = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2K_v}{f}}\, u_g = \sqrt{\frac{K_v f}{2}\frac{1}{f^2}}\, u_g = \frac{r u_g}{f} = \frac{\tau_b}{f} \qquad \text{(a4)}$$

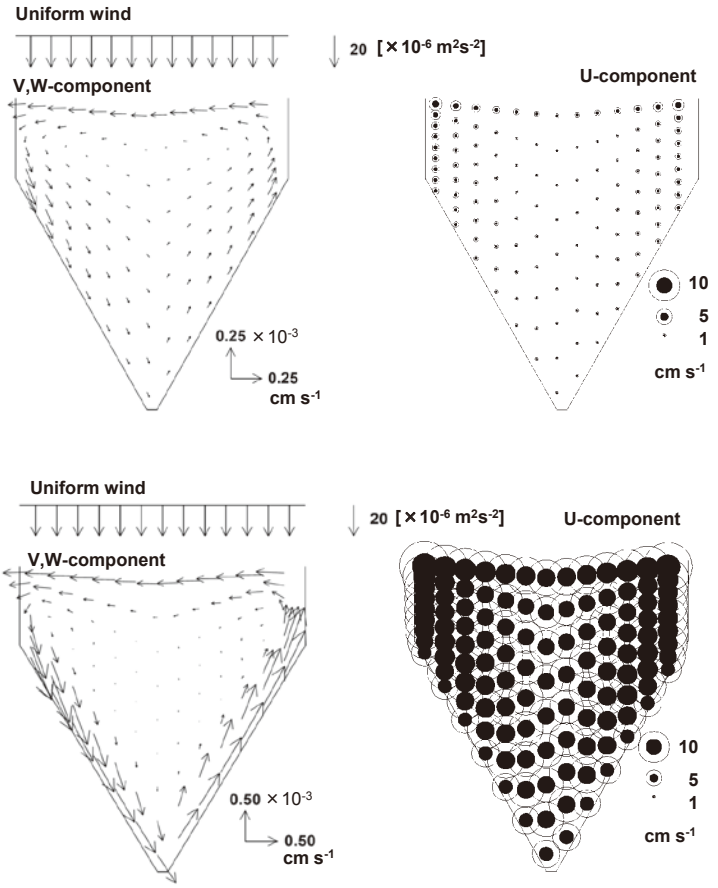

Fig. A1. Vertical distributions of v-w (y, σ) and u (y, σ) along the cross-section of CL on day 1 (upper) and day 100 (lower) for the multi-layer model (10 levels) under the cyclic topography and U-wind ($\tau_s = 20 \times 10^{-6}$ m^{2}s^{-2}).

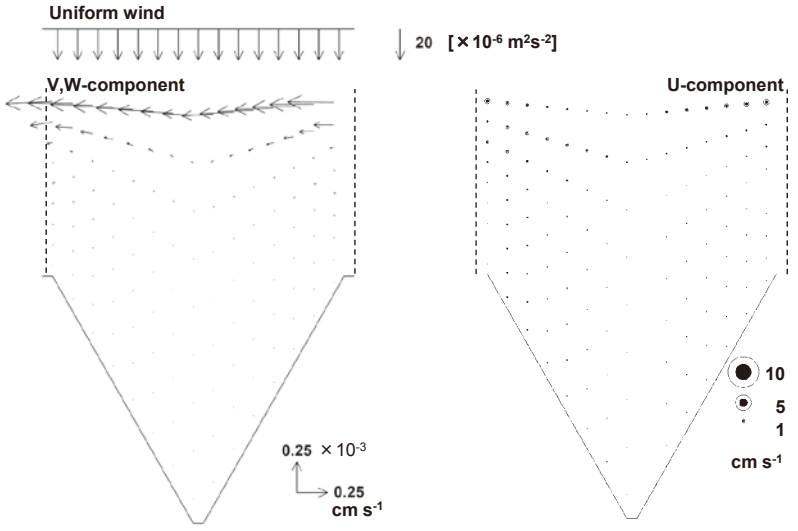

Fig. A2. The same as Fig. A1, but the result on day 100 for the case with the open boundary conditions along the north and south boundaries.

となる。$Q_W = -Q_B$ より，$\tau_s = -\tau_b$ の関係が得られ，これは単層モデルにおける $F_{BT} = -D_{BT}$ の渦度バランスから導かれる関係式と同じである。言い換えれば，定常状態において，単層モデルの F_{BT} は多層モデルの「表層エクマン流」を意味し，単層モデルの D_{BT} は多層モデルの「海底エクマン流」を意味している，と解釈される。なお，逸散項 (海底摩擦項) がないとき，表層エクマン流を意味するとした F_{BT} は，表層エクマン流が岸境界の湧昇・沈降流

を介して海底斜面を横切る流れを励起し，相対渦度 (収束発散) を生じさせる。このような状態を想定して，F_{BT} は一般的には「風応力海底トルク項」と呼ばれている。このように，F_{BT} が二つの意味をもつことは，次の式変形からも理解される。表層エクマン流を鉛直平均した岸沖成分流速を V としたときの力学バランスは，

$$-fV = \frac{\tau_s}{\rho_w H} \tag{a5}$$

と表現される。両辺に $H \cdot curl(1/H)$ を乗ずれば，

$$-fVHcurl\left(\frac{1}{H}\right) = \frac{\tau_s}{\rho_w} curl\left(\frac{1}{H}\right) \tag{a6}$$

となる。すなわち，鉛直平均した表層エクマン流の力学バランスは，Div (発散項)$=F_{BT}$ (風応力海底トルク項) の渦度バランスと同じ意味である。

ここでは 10 層の多層モデル (Cyclic top.) を用いて，U-wind 強制の計算結果を Fig. A1 に示す。鉛直渦動粘性係数 K_v は 10^{-3} m^{2}s^{-1} の一定値とし，上段は強制初期 (1 日後)，下段はほぼ定常状態の 100 日後，左側が v-w 流速ベクトル，右側が u 流速 (風強制方向) の各鉛直断面分布図である。強制 1 日後，表層エクマン流はすでに形成されており，この流れは岸境界から湧昇・沈降して内部境界の流れに繋がっている。内部領域の流れは海底斜面を上り下りすることにより，正負の渦度を生成し，斜面上には水平シアー流が形成されている。このような強制初期の遷移状態においては，単層モデルの F_{BT} は「風応力海底トルク項」の意味合いが強い。20 日後の定常状態では表層エクマン層と海底エクマン層の流れが繋がってしまい，内部領域には殆ど流れがなくなる。このような定常状態では，単層モデルの F_{BT} は「表層エクマン流」の意味合いが強い。このとき，Fig. 3(a) の単層モデルでもみられたように，u 流速は水平的に一様となり，それゆえ，海底エクマン流も一様流となることが理解できる。

このモデル計算で示されたように，表層エクマン流と海底エクマン流が繋がり，単層モデルと同じ$\tau_s = -\tau_b$ の関係が得られるのは，表層エクマン流が岸境界を介して湧昇・沈降できるからである。そこで，この岸境界を放射条件とした U-wind の多層モデル計算を行い，20 日後の計算結果を Fig. A2 に示す。表示は Fig. A1 と同じである。岸境界がないため，表層エクマン流のみが計算され，内部領域への渦度の供給もない。ここでは示さないが，単層モデルで同様の計算を行うと，$\tau_s = -\tau_b$ の関係を満たす風向きに水平一様流が計算されてしまう。よって，岸境界から十分に離れたところに海底地形を有するような数値計算において，表層エクマン流を陽に表現できない単層モデルを用いて議論することは危険な場合がある。逆に言えば，岸境界に取り囲まれた内湾の数値計算に単層モデルを用いることは許されるであろう。

付録 B　S-wind の多層モデル

Cyclic top.・S-wind の場合，多層モデルでは表層・海底の両エクマン層におけるエクマンパンピング量の収支から，U-wind の場合と同様の $\tau_s = -\tau_b$ の関係を導くことができる。表層エクマン層下部の鉛直速度を w_{es}，海底エクマン層上部の鉛直速度を w_{eb} とすると解析的に，両者はそれぞれ，

$$w_{es} = \frac{curl\tau_s}{f},\ w_{eb} \approx h_E \zeta_g \tag{b1}$$

となる。ここで，ζ_g は内部領域の地衡流 u_g がもつ相対渦度である。今，$\zeta_g = \partial u_g / \partial y$ で表すことができるので，(a2) (a3) 式を (a1) 式の w_{eb} に代入し，$\tau_b = ru_g$ の関係式を用いて整理すると，

$$w_{eb} \approx \sqrt{\frac{2K_v}{f}} \frac{\partial u_g}{\partial y} = 2\sqrt{\frac{K_v f}{2}} \frac{1}{f^2} \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{1}{f} 2r \frac{\partial u_g}{\partial y}$$
$$= \frac{1}{f} \frac{\partial (ru_g)}{\partial y} = \frac{curl\tau_b}{f} \tag{b2}$$

となる。$w_{es} = -w_{eb}$ より，S-wind の場合，$curl\,\tau_s =$

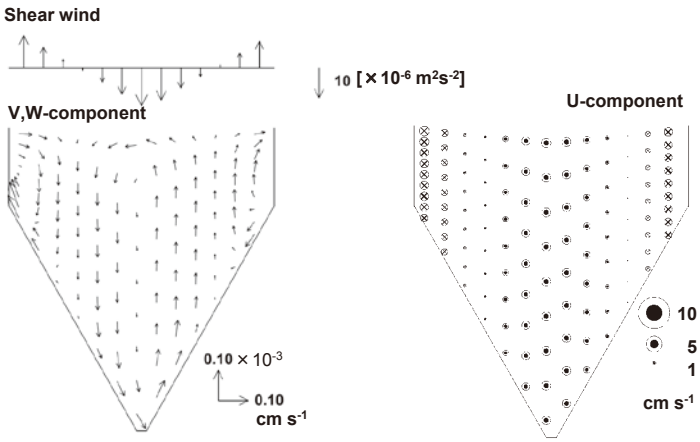

Fig. B.　The same as Fig. A1, but the result on day 100 for S-wind ($curl\,\tau_s = \pm 200 \times 10^{-5}$ Nm^{-2}).

$-curl\,\tau_b$，もしくは$\tau_s = -\tau_b$の関係が成り立つ。この関係式は，単層モデルにおける$F_{WSC}=-D_{BSC}$の渦度バランスから導かれる関係式と同じである。すなわち，定常状態において，単層モデルのF_{WSC}は多層モデルの「表層エクマンパンピング」による渦度生成を意味し，単層モデルのD_{BSC}は多層モデルの「海底エクマンパンピング」による渦度生成を意味している，と解釈される。

U-wind と同様に，10 層の多層モデル (Cyclic top.) を用いて，Fig. A1 と同じ表示で，S-wind 強制による 100 日後の計算結果を Fig. B に示す。*v*-*w* 流速ベクトル図は，表層エクマン層から海底エクマン層に繋がった鉛直流があることを示している。この鉛直流は，S-wind によって励起された *u* 流速が風場と同じ符号 (方向) のシアー流となることで維持されている。それゆえ，S-wind の場合は U-wind の場合とは異なり，岸境界の存在は重要ではなく，また，定常状態では内部領域における渦柱の伸縮がないために (表層・底層のエクマンパンピングによる鉛直流が繋がっているだけなので)，定常状態となることが理解される。

付録 C　単層渦度バランス $F_{BT}=-(D_{BSC}+D_{BT})$ の多層モデルにおける解釈

付録 A・B の解釈をもとに，F_{BT} が「表層エクマン流」もしくは「風応力海底トルク項」, D_{BT} が「海底エクマン流」, D_{BSC} が「海底エクマンパンピング」を意味していると解釈した場合，南側斜面域の鉛直断面内における流れの模式図を Fig. C に示す。Box 地形では，湾奥が存在するために，浅い水深では風強制と同じ方向，深い水深では風強制とは逆方向の流れが励起される。このような水平シアー流は，海底エクマン流の形成と同時に，鉛直上向きのエクマンパンピングを生じさせる。岸向きの表層エクマン流は岸境界で沈降し，岸近傍では海底エクマン流に繋がる。よって，岸近傍において，「表層エクマン流」量とバランスする「海底エクマン流」量分が$F_{BT}\sim -D_{BT}$の渦度バランスに相当する。鉛直上向きの海底エクマンパンピングは内部領域の水柱を常に縮ませるセンス (負の渦度の生成) にあるが，この水柱は深い水深側 (沖向き) へ移動させられる (水柱が伸びるセンス，すなわち，「風応力海底トルク項」による正の渦度の生成)。両者がちょうどバランスした状態が$F_{BT}\sim -D_{BSC}$の渦度バランスに相当する。

後述される U-wind・$f\neq 0$ の場合 (発散項を考慮した場合)，F_{BT} は $D_{BSC}+D_{BT}$ よりも大きくなる。両者の残差 $F_{BT}>0$ は，(a2) 式より，岸向きの鉛直平均エクマン流 $V<0$ を意味する。多層モデルでは単なる岸向きの表層エクマン流であるが, 単層モデルでは (a2) 式で表現される *Div* (発散項)$=F_{BT}$ (風応力海底トルク項) の渦度バランスとなる。また，シアー風を考慮した場合には F_{WSC} 項が登場し，上記の解釈に「表層エクマンパンピング」による水柱伸縮の渦度生成が加わるだけである。

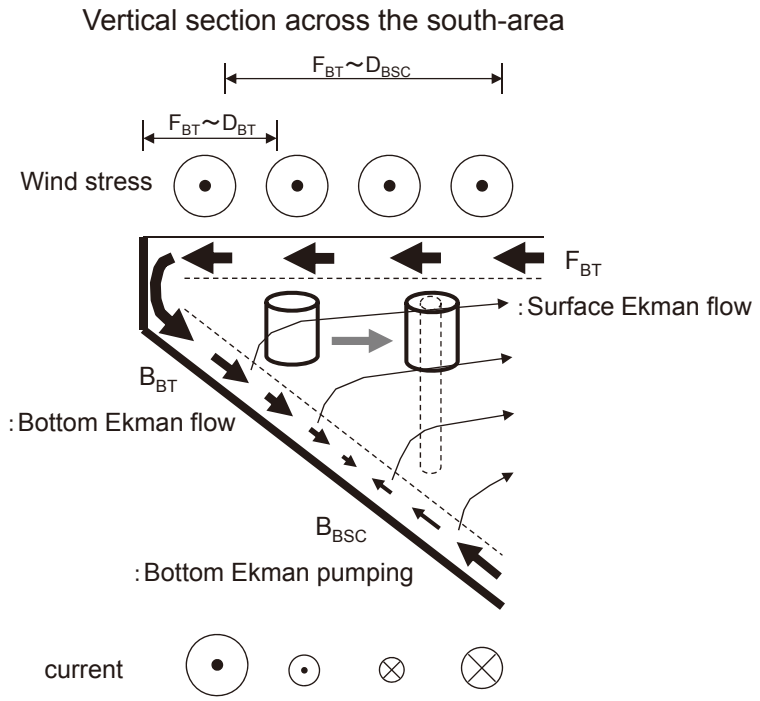

Fig. C.　Vertical section of shelf topography ; showing a schematic flow pattern for the multi-layer model when $F_{BT}=-(D_{BSC}+D_{BT})$ for single-layer model.

参 考 文 献

Guo, X. and Yanagi, T. (1995) Wind-driven current in Tokyo Bay, Japan during winter. *La mer*, **33**, 89-101.

Gill, A.E. (1982) Atmosphere-Ocean Dynamics. *International Geophysics series*, **30**, 331-332.

Inoue, J., Kawashima, M., Ohshima, K.I., Fujiyoshi, Y. and Maruyama, K. (2000) Wind Fields over Funka Bay and Their Effect on Water Circulation in the Bay. *Journal of Oceanography*, **56**, 507-515.

清水 学・磯田 豊 (1997) 冬季噴火湾におけるスケトウダラ卵の輸送過程. 水産海洋研究, **61**, 134-143.

宇野木早苗・岡崎守良・長島秀樹 (1980) Tech. Rep. No.4, 理研海洋物理研 262 pp.