経済学研究54－1
北海道大学2004. 6

無限期間定常経済モデルにおける厚生経済学の第2基本定理と競争均衡の存在定理：一般的消費集合のケース

久 保 田 肇

目 次

1．はじめに

Lucas-Stoky（1989, Ch. 15）では，l_∞ を財空間として利用する経済モデルにおいて，厚生経済学の第 2 基本定理，所得移転を伴う準均衡や競争均衡，そして，l_1 - 価格の議論を行っているが，パレート最適配分の存在や所得移転を伴う準均衡や競争均衡の存在の議論は行っていない。そこで，本稿では，Lucas-Stoky（1989, Ch. 15）の議論を補完するために，根岸アプローチを利用した Magill（1981）の無限次元財空間モデルに基づいて，l_∞ を財空間として利用する無限期間定常経済モデルにおける競争均衡の存在定理の証明を行う[1)]。そして，均衡価格は最終的には l_1 から見つける[2)]。

ところで，通常は消費集合として非負象限が用いられ，また，各消費者が常に十分な水準の所得を実現させる個人強生存条件が用いられるが，本稿では，一般的な消費集合を用い，その際にはどのような条件が必要なのかを明確にする。更に，個人生存条件は仮定するが個人強生存条件は仮定せずに，既約性と経済全体での強生存条件を仮定して，競争均衡の存在を証明する。Boyd-McKenzie（1993）では財空間が $R^\infty(s^n)$ のケースにおいてエッジワース均衡アプローチに基づく議論を用いているが，一般的消費集合を仮定しているために，経済全体での強生産性条件の他に通常の既約性だけでは不十分で，それに 1 つ条件を加えた強既約性を用いている。Becker-Boyd（1997, Ch. 7）では，同様の議論を財空間が $l_\infty(\beta)$ のケースにおいて行っている[3)]。それに対して本稿では，根岸アプロー

1）Magill（1981）では L_∞（ある σ - 有限測度空間上で定義された本質的に有界な可測関数（の同値）族）を財空間として根岸アプローチに基づいて競争均衡の存在定理の証明を行っている。本稿では，議論を単純にするために，l_∞（全ての有界な数列の集合）を用いる。l_∞ は L_∞ において測度空間として自然数の集合 N，その冪集合，そして個別計算測度としたケースである。

2）Magill（1981）では，吉田 - Hewitt の分解定理を利用する Bewley（1972）を言及する事によって，均衡価格を L_1 から見つける議論の証明は行っていない。Lucas-Storky（1989）では，Bewley（1972）が利用した吉田 - Hewitt の分解定理を利用せずに，Prescott-Lucas（1972）に基づいて直接的に均衡価格を L_1 から見つける議論を行っている。本稿でも，Lucas-Storky（1989）と同様に，Bewley（1972）による吉田 - Hewitt の分解定理を利用せずに，直接的に均衡価格を l_1 から見つける議論を行う。

3）根岸アプローチに基づいて，$l_\infty(\beta)$ を財空間とする無限期間経済モデルにおける競争均衡の存在定理の証明は，別の機会で行う予定である。勿論，ここで β は長期的な経済成長率に対応しているが，$\beta>1$ が長期的に正の経済成長が可能な内生的経済成長モデルで議論されているケースに対応している。$l_\infty(\beta)$ の正確な定義は以下の注 6）で述べる。

チを用いるので，一般的消費集合を仮定しても強既約性ではなくて通常の既約性で十分であるが，それ以外に消費集合に条件を１つ課さなくてはいけないという事が判明する[4]。この点については，今までのところ触れられていないが，非負象限とは限らない一般的消費集合を仮定すると，エッジワース均衡アプローチでは強既約性が，根岸アプローチではこの消費集合に対する追加的な条件が，いずれにしても必要となるというのは興味深い事実である[5]。

2．モデル

この節では本稿で取り扱う無限次元財空間モデルについて述べる。まず，財空間としては全ての有界な数列からなる集合に一様収束ノルム $\| x \|_{\infty}=sup_{t\in N} | x_t |$ を与えたノルム空間 $l_{\infty}=\{x \in R^{\infty}: sup_{t\in N} | x_t |=\| x \|_{\infty}< \infty\}$ を用いる[6]。l_{∞} の点の大小関係は，$x=(x_t) \geqq 0 \Leftrightarrow x_t \geqq 0$, $\forall t \in N, x=(x_t) \geq 0 \Leftrightarrow x \geqq 0$ かつ $x \neq 0, x=(x_t) > 0 \Leftrightarrow x_t > 0 \quad \forall t \in N$, $x=(x_t) \gg 0 \Leftrightarrow x_t \geq \delta > 0$, $\forall t \in N$, $\exists \delta > 0$，と各々定義する[7]。そして，l_{∞} の $\| \cdot \|_{\infty}$ ノルムによる（ノルム）位相に関して連続な線形汎関数の集合 $(l_{\infty})^*$ が，N 上で定義された有界な有限加法的測度の集合 ba となり，この ba は全ての総和可能な数列の集合 l_1 を含む事が知られている[8]。本稿ではこの ba を一般的価格空間として利用する。また，$(l_{\infty})^*$ の点の大小関係は $\phi \in (l_{\infty})^*$，$\phi \geqq 0 \Leftrightarrow \phi(z) \geqq 0$ $\forall z \geqq 0$，$\phi \geq 0 \Leftrightarrow \phi \geqq 0$ かつ $\phi \neq 0$，$\phi > 0 \Leftrightarrow \phi(z) > 0$ $\forall z > 0$ と各々定義する。さらに $\| \phi \|^* = \sup\{ | \phi(x) | : \| x \| = 1\}$ によって $(l_{\infty})^*$ にノルム $\| \cdot \|^*$ を定義すると，$(l_{\infty})^*$ はノルム空間になる。この時 $\phi \geqq 0$ に対しては $\| \phi \|^* = \phi(e)$ となる。ここで $e=(1,1,\cdots) \in l_{\infty}$ である。

ところで，l_{∞} には $\| \cdot \|_{\infty}-$ ノルムによる（ノルム）位相が定義されているが，それとは別に，l_{∞} 上の線形汎関数として l_1 を利用した(*)弱位相 $\sigma(l_{\infty}, l_1)$ もあり，最終的には均衡価格が l_1 に含まれる事を示したいので，以下では基本的にこの(*)弱位相 $\sigma(l_{\infty}, l_1)$ を用いる。(*)弱位相 $\sigma(l_{\infty}, l_1)$ は，l_1 を l_{∞} 上の線形汎関数として看做した時に，l_1 を連続とするような最弱の線形位相として特徴付けられる[9]。

4）強既約性やこの消費集合に対する追加的な条件については，次節で詳しく述べる。

5）この条件やB-Mの強既約性については，無限期間モデルだけでなく，実は古典的有限次元財モデルにおいても必要である。

6）前節の「はじめに」で触れた $l_{\infty}(\beta)$ は，全ての高々 β の成長因子を持つ数列からなる集合に一様収束ノルム $\| x \|_{\infty}(\beta) = sup_{t\in N} | x_t / \beta^t |$ を与えたノルム空間で，$l_{\infty}(\beta)=\{x \in R^{\infty}: sup_{t\in N} | x_t / \beta^t | = \| x \|_{\infty}(\beta) < \infty\}$ と表される。

7）Bewley（1972）の記法に対応している。

8）ba の要素は，吉田 - Hewitt 分解定理によって，N 上の完全加法的測度と見なされる l_1 の要素と，N 上の純粋有限加法的測度 pfa に一意的に分解される。経済学的に，l_1 の価格は異時点間利子率の割引現在価値のような解釈が可能であるが，pfa の価格は無限の先の将来においてのみ価値を持つので，バブル項という解釈は可能である。吉田 - Hewitt 分解定理に関する経済学的な説明については，Lucas-Storky（1989, Ch. 15）や Giles-LeRoy（1991）参照。

9）ここで，線形位相空間とは，ベクトル和とスカラー積が連続となるように位相が定義された線形空間である。そして，(*)弱位相 $\sigma(l_{\infty}, l_1)$ と同様に，l_1 を l_{∞} 上の線形汎関数として看做した時に，l_1 を連続とするような最強の線形位相も考えられ，それがマッキィー位相 $\tau(l_{\infty}, l_1)$ である。これらの線形位相に関する特徴付けは，通常線形位相空間の双対性として議論されているが，一般均衡理論との関連では，MasColell-Zame（1991）において，そして，経済成長理論との関連では，Becker-Boyd（1997, Ch. 2）において，各々説明されている。Moore（1999, Ch. 11）でも経済理論との関連で必要最小限度の範囲で一般的に解説されているが，Aliprantis-Border（1999）において，経済理論で必要となる範囲でより数学的に詳細に解説されている。線形位相空間論については，英文では Robertson-Robertson（1973），Shaefer（1971），Rudin（1991）があり，特に，Aliprantis-Burkinnshaw（1985, Ch. 3）は要点が簡潔に纏まっていて良い。邦文では山中（1966, 第１章），越（1977），伊藤・小松（1977, 第３章）等がある。ただし，一般的な線形位相空間における(*)弱位相（やマッキィー位相）については，経済理論，特に一般均衡理論，との関連で邦文で解説されたものが皆無なので，本来は解説する必要があると考えられる。しかし，今回は基本的な結果に関す

次に，この経消には H 人の消費者が存在していて，消費集合 C^h とその上で定義された選好関係 R^h が与えられているとする[10]。ただし，消費集合 C^h については，McKenzie (1959, 81) に沿って消費集合から初期保有量を差し引いた取引集合を利用し，本稿では初期保有量は明示的には用いない。また，生産集合についても総生産集合 Y を中心的に用い，Arrow-Debreu-Hicks 型の個々の企業の生産集合は明示的には用いない[11]。そして，総消費集合を $C=\sum_{h=1}^{H} C^h$ とする。

まず，実行可能な配分の定義から始める。$(x^1,x^2,\cdots,x^H,y)=(\tilde{x},y)$ が配分というのを $x^h \in C^h\ \forall h=1,\cdots,H, y\in Y$ とし，更に配分 $(\tilde{x},y)$ が実行可能というのを $\sum_{h=1}^{H}x^h=y$ とする。そして，$F=\{(\tilde{x},y)\in \times_{h=1}^{H} C^h\times Y \mid \sum_{h=1}^{H}x^h=y\}$ を実行可能な配分の集合とする。次に，配分 $(\tilde{x},y)$ がパレート最適というのを次の二条件を満たす配分として定義する。

(i) 配分 $(\tilde{x},y)$ は実行可能，

(ii) 配分 $(\tilde{x'},y')$ が $x'^h R^h x^h\ \forall h=1,\cdots,H$ で $x'^k P^h x^k\ \exists k\in\{1,\cdots,H\}$ となっていれば $(\tilde{x'},y')$ は実行可能でない。

(ii) の最後の条件を次の (ii)$'$ にした $(\tilde{x},y)$ を弱パレート最適と定義する：

(ii)$'$ 配分 $(\tilde{x'},y')$ が $x'^h P^h x^h\ \ \forall h=1,\cdots,H$ となっていれば $(\tilde{x'},y')$ は実行可能でない。

もちろん，(ii)⇒(ii)$'$ なので $(\tilde{x},y)$ がパレート最適であれば弱パレート最適である。そして，$F^*=\{(\tilde{x},y)\in F \mid (\tilde{x},y)$ は弱パレート最適$\}$ を弱パレート最適な配分の集合とする。

最後に，$(\tilde{x},y,\tilde{m},p)$ が所得移転を伴った競争均衡を，次の三条件を満たす事として定義する。

① 配分 $(\tilde{x},y)$ は実行可能，$p\in(l_\infty)^*\backslash\{0\}, m^h\in R\ \ \forall h=1,\cdots,H$

② $p\cdot x^h\leqq m^h, x'^h P^h x^h \Rightarrow p\cdot x'^h>m^h\ \ \forall h=1,\cdots,H$

③ $p\cdot y'>p\cdot y\Rightarrow y'\notin Y, p\cdot y=\sum_{h=1}^{H}m^h$.

この時，$p\cdot y=p\cdot\sum_{h=1}^{H}x^h=\sum_{h=1}^{H}p\cdot x^h\leqq\sum_{h=1}^{H}m^h=p\cdot y$ より $p\cdot x^h=m^h\ \ \forall h=1,\cdots,H$ となっている事に注意する。また，②の最後の条件を次の②$'$ にした $(\tilde{x},y,\tilde{m},p)$ を所得移転を伴った準均衡と定義する：

②$'$ $p\cdot x^h\leqq m^h$, $x'^h P^h x^h\Rightarrow p\cdot x'^h>m^h\ \ \forall h=1,\cdots,H$.

もちろん，②や②$'$ において，$m^h=0\ \ \forall h=1,\cdots,H$ となっていれば $(\tilde{x},y,\tilde{m},p)$ を特に $(\tilde{x},y,p)$ として，競争均衡および準均衡と各々定義する。

次に，モデルの仮定を述べる。

(1)：C^h は非空，凸，$\sigma(l_\infty,l_1)$－閉，$C^h\subset((-b^h)+l_\infty^+)\ \ \exists b^h\in l_\infty^+$

(2)：選好関係 R^h は反射性，完備性，推移性を満たす。$R^h(x^h)=\{x'^h\in C^h \mid x'^h R^h x^h\}$ は凸，$\sigma(l_\infty,l_1)$－閉 $\forall x^h\in C^h$，$P^h(x^h)=\{x'^h\in C^h \mid x'^h P^h x^h\}$，$\sigma(l_\infty,l_1)$－開 $\forall x^h\in C^h$

(3)：$(x^h+z)P^h(x^h)\ \ \forall z\geq 0\ \ \forall x^h\in C^h$

(4)：Y は非空，原点を頂点とする凸錐，$\sigma(l_\infty,l_1)$－閉，$Y\cap l_\infty^+=\{0\}$

(5)：$\exists x_0^h\in(C^h\cap Y)\quad \forall h=1,\cdots,H, \sum_{h=1}^{H}x_0^h\in int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)$

(6)：$\forall(\tilde{x},y)\in F$，$x_h(\lambda_h)=(\lambda_h x_h+(1-\lambda_h)x_0^h)$，$\forall\lambda_h\in[0,1]\ \ \forall h=1,\cdots,H\Rightarrow(\widetilde{x(\lambda)},\sum_{h=1}^{H}x_h(\lambda_h))=((x_h(\lambda_h))_{h=1}^{H},\sum_{h=1}^{H}x_h(\lambda_h))\in F$

(7)：$(C\cap Y)$ は $\|\cdot\|_\infty$－有界

(8)：$\forall(\tilde{x},y)\in F$，$\forall(I^1,I^2)$，$I$ の (非自明な) 分割 $\Rightarrow\exists\overline{x^h}$，$h\in I^1$，$y'\in Y$，$z^h\in C^h$，$\alpha^h>0$，

る必要最小限度の説明だけにとどめ，より詳しい解説については，測度論と共に，機会があれば行いたいと考えている。

10) 通常のように，R^h から P^h や I^h を次のように定義する。$xP^hy\Leftrightarrow xR^hy$，かつ yR^hx ではない，と定義し，$xI^hy\Leftrightarrow xR^hy$ かつ yR^hx と定義する。実際には，R^h に対して完備性を仮定するので，$xP^hy\Leftrightarrow yR^hx$ ではない，となる。

11) 本稿では総生産集合 Y の凸錐を用いるが，Arrow-Debreu-Hicks 型の個々の企業の生産集合を用いる一般的凸生産ケースについては，企業家資源を導入することによって総生産集合 Y が凸錐のケースへ変換し，総生産集合 Y が凸錐のケースに帰着させる。この点については McKenzie (1959) 参照。

$h \in I^2, \sum_{h=1}^{H}\overline{x^h} = y' - y - \sum_{h \in I^2}\alpha^h z^h$,
$(x^h + \overline{x^h}) \in R^h(x^h)\ \forall h \in I^1$,
$(x^k + \overline{x^k}) \in P^k(x^k)\ \exists k \in I^1$.

(9)：$\forall x^h \in C^h, \exists z^h \in (c_0)^+, T \in N, (x^h(t) | -z^h(t+1)) \in C^h\ \ \forall t > T$，ここで $(c_0)^+ = \{x \in R_+^\infty | x_t \to 0\}$，$(x^h(t) | -z^h(t+1)) = (x_1^h, \cdots, x_t^h, -z_{t+1}^h, \cdots)$.

(10)：$\forall y \in Y, \exists z \in c_0, T \in N, (y(t) \mid z(t)) \in Y\ \ \forall t > T$，ここで，$(y(t) \mid z(t+1)) = (y_1, \cdots, y_t, z_{t+1}, \cdots)$.

これらの仮定の殆どは通常用いられる標準的な条件であるが，幾つかコメントを与えておく。まず，(1)における C^h は，下界（$-b^h$）を含むとは限らない一般的な消費集合であり，多くのケースでは $C^h = ((-b^h) + l_\infty^+)$ となっている。消費集合が下界を含むとは限らない一般的な消費集合は，一般的無限次元財空間のケースでは Back（1984, 88）が，財空間が $R^\infty(s^n)$ のケースでは Boyd-McKenzie (1993) が，また，財空間が $l_\infty(\beta)$ のケースでは Becker-Boyd (1997, Ch. 7）が，其々強調している。(2)は選好の連続性と弱凸性であり，$R^h(x^h)$ の $\sigma(l_\infty, l_1)$－閉性は選好の上半連続性を，また，$P^h(x^h)$ の $\sigma(l_\infty, l_1)$－開性は選好の下半連続性を其々表している。均衡価格を ba から見付けるだけであれば，選好の下半連続性としては実際には $P^h(x^h)$ の $\|\cdot\|_\infty$－開性のみで十分である事が知られている。選好の弱凸性である $R^h(x^h)$ の凸性は $P^h(x^h)$ の凸性と同値である[12]。R^h の推移性の下では，P^h と R^h の推移性が成立する[13]。

(3)は選好の単調性であるが，全ての時点での一様な消費量の増加でなくても，ある時点での消費量の増加が消費者にとって望ましいという事を表している。この時，$z \geqq 0$ とすると，$z^m = z + \frac{1}{m}e > z$ となるので $z^m \in P^h(x^h) \subset R^h(x^h)$ となるが，$\frac{1}{m}e \to 0$（$\|\cdot\|$ で $m \to \infty$ の時）より $z^m \to z$（$\|\cdot\|$で$m \to \infty$の時）となり，さらに $(x^h + z) \in R^h(x^h)$ は $\|\cdot\|$－閉集合なので，結局 $(x^h + z) \in R^h(x^h)$ となる。(4)では，Y が原点を頂点とする凸錐と仮定されているので，均衡における最大利潤は 0 となる。また，通常仮定される生産の無償処分の 1 つの表現である $-(l_\infty^+) \subset Y$ は仮定されていない[14]。そして，もしも $-(l_\infty^+) \subset Y$ が仮定されていれば，$int_{\|\cdot\|_\infty}(l_\infty^+) \neq \emptyset$ より $int_{\|\cdot\|_\infty}(Y) \neq \emptyset$ となる。この最後の $int_{\|\cdot\|_\infty}(Y) \neq \emptyset$ という生産集合の内点条件は後に凸集合の分離定理を利用する際に必要となるが，ここでは $-(l_\infty^+) \subset Y$ を仮定しないので，代わりに(5)において直接 $int_{\|\cdot\|_\infty}(Y) \neq \emptyset$ を仮定する。ところで，(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)$ は $\|\cdot\|_\infty$－位相より弱いので，(1)，(2)，(4)より，C^h，$R^h(x^h)$，Yは$\|\cdot\|_\infty$－閉で$P^h(x^h)$は$\|\cdot\|_\infty$－開となる。

(5)における $x_0^h \in (C^h \cap Y)$ は（個人）生存条件と呼ばれる条件で，Moore（1975）や McKenzie（1981）などの有限次元財空間経済モデルにおいては，既にこの（個人）生存条件を仮定せずに競争均衡の存在証明は行われている[15]。無限次元財空間経済モデルにおいては，未だこの個人生存条件を仮定しないケースでの競争均衡の存在証明は行われていない[16]。(5)の二番目

12) Debren (1959, pp. 59, 邦訳, pp. 100). また，選好の凸性は，$\alpha z^h + (1-\alpha)x^h \in P^h(x^h)\ \forall z^h \in P^h(x^h), \alpha \in (0,1)$，$\forall x^h \in C^h$ であり，付録において，選好の弱凸性は選好の連続性によって選好の凸性から導かれる事を示す。

13) 実際，$x^1 R^h x^2, x^2 P^h x^3$ として，$x^3 R^h x^1$ とすると，$x^1 R^h x^2$ と R^h の推移性より，$x^3 R^h x^2$ となるが，これは $x^2 P^h x^3$ に矛盾するので $x^3 R^h x^1$ とはならず，故に，R^h の完備性より$x^1 P^h x^3$となって，P^h と R^h の推移性が成立する。同様に，$x^1 P^h x^2, x^2 R^h x^3$ としても $x^1 P^h x^3$ となる。

14) もしも $-(l_\infty^+) \subset Y$ が仮定されれば，Y の凸性の下では $(Y - l_\infty^+) \subset Y$ となって無償処分が成立する。

15) ところで，$-(l_\infty^+) \subset Y$ が仮定されていれば無償処分が成立し，すると，$x_0^h \in C^h$ であれば $x_0^h = \sum_{k=1}^{H} x_0^k - \sum_{k \neq h} x_0^k \leq y_0 - \sum_{k=1}^{H} b^k \leq y_0$ となって $x_0^h \in Y$ となり，$x_0^h \in (C^h \cap Y)$ となるのでこの時には $x_0^h \in C^h$ だけでよい。

16) Bewley（1972）流の，収束する有限次元部分経済の均衡列（サブネット）の極限を用いる証明方法では，元経済において個人生存条件を仮定しなくても，有限次元部分経済において既約性を仮定する事によって，個人生存条件が結果として成立する。したが

の条件はこの経済が十分に生産的であるという事を表しており，準均衡において十分な所得額を保有する消費者が存在する事を保証する。そして，(8)の既約性によって全ての消費者が十分な所得額を保有することになる。また，(5)の$(\tilde{x_0}, \sum_{h=1}^{H} x_0^h)$は，(4)において$Y$が凸錐とされているので$\sum_{h=1}^{H} x_0^h \in Y$となって$(\tilde{x_0}, \sum_{h=1}^{H} x_0^h) \in F$となり，実行可能な配分である。ここでは，更にそれよりも強い条件である，$\sum_{h=1}^{H} x_0^h \in int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)$を仮定しており，故に，$\exists y_0 \in Y$，$\sum_{h=1}^{H} x_0^h \ll y_0$となる。勿論，$int_{\|\cdot\|_\infty}(Y) \neq \emptyset$なので，既に述べたように，この条件は後に凸集合の分離定理を利用する際に用いられる。ただし，個人生存条件は，パレート最適な配分の存在や所得移転を伴う準均衡の存在の議論では用いないので，(5)から個人生存条件を外した経済全体での強生産性に関する条件を次の(5')として独立させておく。

(5')：$\exists \sum_{h=1}^{H} x_0^h \in (C \cap int_{\|\cdot\|_\infty}(Y))$

実際，次節で示すように，所得移転を伴った準均衡の存在定理では個人生存条件は必要なく，(5')の経済全体での強生産性条件だけで十分である。ただし，所得移転を伴った競争均衡の存在定理では，個人生存条件は必要なく，(5')の経済全体での強生産性条件だけで十分である一方で，(8)の既約性を強めた（本稿の意味での）強既約性(11)という条件を利用しなくてはならない[17]。

って，元経済において個人生存条件を仮定しなくても，元経済の均衡が有限次元部分経済の均衡列（サブネット）の極限として表現される事によって，個人生存条件を仮定しない経済での競争均衡の存在を示す事は出来る。しかし，個人生存条件を仮定しない経済で，元経済での既約性の成立のみを仮定して，有限次元部分経済での既約性の成立を仮定する事なく競争均衡の存在を示す事は，関連文献においてまだ示されていない。

17) 所得移転を伴わない準均衡の存在定理では個人生存条件が必要となって，(5')ではなくて(5)が必要になる。また，本稿の意味での強既約性は次節の条件(11)で与えられる。いずれにしても，これらの点に関する詳しい議論は次節以降で行う。

(6)であるが，今までの文献において指摘されていないので，本稿では詳しく説明する。生産の自由処分を仮定しない一般的な消費集合のケースにおいて，Boyd-McKenzie (1993) や Becker-Boyd（1997，Ch. 7）はエッジワース均衡アプローチを用いたが，そこでは等処遇コアー配分の存在を示す必要があり，そのために，以下で述べる(8)の既約性に付加的な条件を付け加えた強既約性を利用した[18]。そして，この強既約性に基づいて等処遇コアー配分の存在にとって必要となる等処遇命題の成立を示した。それに対して本稿では，エッジワース均衡アプローチではなく，根岸アプローチに基づいて生産の自由処分を仮定しない一般的な消費集合のケースを扱い，そのためには弱パレート最適な配分の存在を示す必要があり，この(6)がその際に必要となるのである。したがって，自由処分を仮定しない一般的な消費集合の下では，エッジワース均衡アプローチのケースにおいては，Boyd-McKenzie (1993) の強既約性において(8)の既約性に付加的な条件を付け加える必要がある一方，根岸アプローチのケースにおいては，エッジワース均衡アプローチで等処遇命題の成立のため必要となった強既約性で加えられた付加的条件の代わりに，この(6)が必要となるのである。その意味で，根岸アプローチのケースでは，(6)がエッジワース均衡アプローチのケースの強既約性で加えられた付加的条件の役割を演じるのである。この点は，今までの文献において特に指摘されていない。

そして，特に，消費集合が非負象限を平行移動して$C^h = (-b^h) + l_\infty^+$，$b^h \in l_\infty^+$と表現でき，選好の単調性と生産の自由処分が成立する場合には，この(6)も成立する。実際，このケースでは$(-b^h) \in (Y \cap C^h)$，$-b^h \leq x_0^h$，そして自由処分より$(-b^h) = x_0^h$ $\forall h = 1, \cdots, H$としてもよい

18) この条件については以下の(8)の説明においてより詳しく述べる。

事に注意すると，$\forall(\tilde{x},y)\in F$，$\forall\lambda_h\in[0,1]$ $\forall h=1,\cdots,H\Rightarrow\tilde{x}(\tilde{\lambda})=(x_h(\lambda_h))_{h=1}^{H}=(\lambda_h x_h+(1-\lambda_h)x_0^h)_{h=1}^{H}=(\lambda_h x_h+(1-\lambda_h)(-b^h))_{h=1}^{H}\leqq(\lambda_h x_h+(1-\lambda_h)x_h)_{h=1}^{H}=\tilde{x}$ となるので，$\sum_{h=1}^{H}x^h=y\in Y$ と自由処分より $(\tilde{x}(\tilde{\lambda}),y)\in F$ となって(6)も成立する。同様の事が強既約性でも成立するので，この意味で，自由処分を仮定しない一般的な消費集合のケースでは，エッジワース均衡アプローチにおいてBoyd-McKenzie (1993) の強既約性を，一方，根岸アプローチにおいても本稿の(6)を用いる必要があり，どちらも自由処分の下で消費集合として非負象限を平行移動したケースの一般化と考えることが出来る[19]。

(7)であるが，まず，実行可能な配分の集合 $F=\{(\tilde{x},y)\in\times_{h=1}^{H}C^h\times Y\mid\sum_{h=1}^{H}x^h=y\}$ を考えると，(1)と(4)より $\times_{h=1}^{H}C^h\times Y$ が直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－ 閉集合であり，更に，$\sum_{h=1}^{H}x^h=y$ はベクトル演算なので直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－ 連続であり，ゆえに，$F=(\times_{h=1}^{H}C^h\times Y)\cap(\sum_{h=1}^{H}x^h-y)^{-1}(0)$ より F は直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－ 閉集合となる。ところで，(1)より C^h は下に $\|\cdot\|_\infty$－ 有界であるが，(7)より F は上に $\|\cdot\|_\infty$－ 有界となるので結局 $\|\cdot\|_\infty$－有界となり，$\exists m>0,(\tilde{x},y)\in F\Rightarrow\|(\tilde{x},y)\|_\infty\leqq m$ となって，$\|\sum_{h=1}^{H}x^h\|_\infty=\|y\|_\infty\leqq m$ となる。したがって，アラオクルーの定理より，F は直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－ コンパクトになる。更に，$l_1$ は $\|\cdot\|_\infty$－ 位相で可分なので，(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$－ コンパクト集合上では(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$ は距離付け可能である。また，距離付け可能な空間ではコンパクト集合は点列コンパクトになるので，(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$－コンパクト集合は点列コンパクトになり，結局，直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－コンパクト集合は直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－点列コンパクト集合になる。したがって，$F$ は直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－点列コンパクト集合となり，$F$ の直積(*)弱 $(\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－) 点列には必ず直積(*)弱 $(\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－) 収束部分列が存在する[20]。また，$F$ の h 座標上への射影による像を $F^h=\{x^h\in C^h\mid\exists x^k\in C^k,\ \forall k\neq h,\ y\in Y,\ (\tilde{x},y)\in F\}$ とすると，$(\tilde{x}_0,\sum_{h=1}^{H}x_0^h)\in F$ より $x_0^h\in F^h$ となって $F^h\neq\emptyset$ であり，また，F の直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})$－コンパクト性と射影が直積位相で連続な事より F^h は(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$－コンパクトになる。すると，F^h 上では(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$－コンパクト性は距離付け可能であるが，コンパクトな距離空間は完備かつ可分なので第二可算的となり，結局 F^h 上では(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$ は第二可算的となる。そして，(2)とドブリュー(1964) の選好の連続効用関数表現定理より，R^h は F^h 上で((*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$－)連続効用関数によって表現可能となって，$\exists u^h:F^h\rightarrow R$，(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$－連続，$u^h(x^h)\geqq u^h(z^h)\Leftrightarrow x^h R^h z^h$ となる[21]。

---

19) 自由処分を仮定しない一般的な消費集合のケースにおける，エッジワース均衡アプローチのの強既約性と根岸アプローチの(6)の関係についてはまだ不明であるが，たとえ古典的有限次元財空間モデルにおいても興味深い話題であり，ここでは将来の課題として残しておく。

20) 一般的なコンパクト集合の点列には収束する部分有向点列が存在するが，それが部分列とは限らない事に注意。後に，$\sigma(ba,l_\infty)$－ 位相で(*)弱収束する価格点列 (π^n) を $\sigma(ba,l_\infty)$－ コンパクトな価格集合から取り出すが，この価格集合上で(*)弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)$ が距離付け可能とは限らないので，価格点列 (π^n) からは収束する部分有向点列がとれるが，それが部分列とは限らない。Magill (1981) では，価格点列 (π^n) からは収束する部分列が取れるとして議論しているが，実際には収束する有向部分列としなくてはいけない。点列からの収束する有向部分列の例については，例えば，Aliprantis and Border (1999, p. 29) 参照。

21) ドブリューの連続効用関数表現定理は，第二可算的な位相空間上で定義された完備性，推移性，連続性を満たす選好関係は連続関数によって表現可能という結果である。付録において，選好の凸性と選好の連続性の下での連続効用関数表現定理の証明を与える。Boyd-McKenzie (1993) や McKenzie (2002, Ch. 6) では，R^∞ のケースにおいて，同様の証明を与えている。$l^\infty(\beta)$ のケースの Becker-Boyd (1997, Ch. 7) では，最初から連続な効用関数の存在を仮定している。一般的な線形位相束空間で

また，この時，$(\widetilde{x_0}, \sum_{h=1}^{H} x_0^h) \in F$ より $x_0^h \in F^h$ で，また，$\sum_{h=1}^{H} x_0^h \ll y_0$ より，$\widetilde{x'} = (x_0^1, \cdots, x_0^{h-1}, x_0^h + (y_0 - \sum_{h=1}^{H} x_0^h), x_0^{h+1}, \cdots, x_0^H)$ とすれば $(\widetilde{x'}, y_0) \in F$ となって $x'^h = x_0^h + (y_0 - \sum_{h=1}^{H} x_0^h) (\gg x_0^h) \in F^h$ となる。更に，選好の単調性より $x'^h P^h z^h$ となるので，F^h の中には x_0^h よりも望ましい消費点が存在し，F^h 内の点がすべて無差別とはならない。

そして(8)の既約性であるが，これは有限次元財空間経済モデルと同様である。Boyd-McKenzie (1993)や Becker-Boyd (1997, Ch. 7) においてはエッジワース均衡アプローチを用いているため，(8)の既約性では不十分で次の強既約性を用いている：

$\forall(\tilde{x}, y) \in F, \forall(I^1, I^2), I$ の（非自明な）分割⇒ $\exists\tilde{z} = (z^h)_{h=1}^{H}, \sum_{h=1}^{H} z^h \in Y$, $z^h \in P^h(x^h)$ $h \in I^1$ $h \in I^2$ に対しては，もしも x^h が強個人合理的でしかも x^h が C^h の端点でなければ，$z^h \in C^h$，そうでなければ $z^h \in \alpha^h C^h$ $\exists\alpha^h > 0$ [22]。

特に，$h \in I^2$ に対する最初の条件が，デブリュー・スカーフ・エッジワース流の複製経済のコアー配分において，同じタイプの消費者の消費点が同程度に望ましくなるという等処遇命題の成立のために用いられる[23]。そして，$h \in I^2$ に対する二番目の条件が通常の既約性である。また，消費集合が非負象限を平行移動して $C^h = (-b^h) + l_\infty^+$, $b^h \in l_\infty^+ \backslash \{0\}$ と表現できて，しかも選好の単調性が成立する場合には，既に触れたように，この Boyd-McKenzie (1993) の強既約性が成立する[24]。ところで，Boyd-McKenzie (1993) の強既約性における $h \in I^2$ に対する最初の条件が成立する状況では，$z^h \in C^h$ $\forall h \in I$ となるので $(\tilde{z}, \sum_{h=1}^{H} z^h) \in F$ となり，実現可能な配分になっているが，一方，(8)の既約性や Boyd-McKenzie (1993) の強既約性における $h \in I^2$ に対する二番目の条件が成立する状況では，I^1 の状況を改善する配分が実行可能とは限らない。実際，$\sum_{h \in I^1} \overline{x^h} = y' - y - \sum_{h \in I^2} \alpha^h z^h$ より $y' = \sum_{h \in I^1} \overline{x^h} + \sum_{h=1}^{H} x^h + \sum_{h \in I^2} \alpha^h z^h = \sum_{h \in I^1} (x^h + \overline{x^h}) + \sum_{h \in I^2} (x^h + \alpha^h z^h)$ となるが，$y' \in Y$ であって，$\forall h \in I^1$ に対しては $(x^h + \overline{x^h}) \in C^h$ とはなっているが，$\forall h \in I^2$ に対して $(x^h + \alpha^h z^h) \in C^h$ となるとは限らず，したがって，$((x^h + \overline{x^h})_{h \in I^1}, (x^h + \alpha^h z^h)_{h \in I^2}, y') \in F$ となるとは限らないからである。

最後に，(9)と(10)であるが，通常これらは排除条件 (exclusion condition) と呼ばれている。前者は任意の消費点の十分に先の尾部を，0 に収束するある非正の数列で置き換えても，依然として消費集合に入っていて消費可能という事を表している。同様に，後者は任意の生産点の十分に先の尾部を 0 に収束するある数列で置き換えても，依然として生産集合に入っていて生産可能という事を表している。(9)は消費集合が非負象限を平行移動して $C^h = (-b^h) + l_\infty^+$, $b^h \in l_\infty^+ \backslash \{0\}$ と表現されている時には，$z^h = 0$ とすれば分かるように自動的に成立する。また，(10)は同一期間内の生産構造が投入・産出で表現されたマランヴォー型資本蓄積モデルの生産構造を持つモデルにおいては $z = 0$ で成立する事が示されている[25]。この $z = 0$ のケースでは，生産が何時でも瞬時に停止可能と解釈できるが，一方(10)では，生産を停止しようとすると瞬時に生産停止はできず，少しずつ減衰しなが

は，選好の単調性を利用した，消費点の範囲が閉区間上における Mas-Colell (1986) の単調表現定理があるが，ここでは F^h を考えるので一般的には閉区間とは限らず，選好の単調性に基づく単調表現定理を用いる事ができないので，代わりに選好の凸性（と選好の連続性）を用いる。詳しくは付録参照。

22) x^h が強個人合理的とは，$x^h \in P^h(z^h)$ $\forall z^h \in (C^h \cap Y)$ となる事で，x^h が C^h の端点ないというのは，$\alpha \in (0, 1)$, $x^h = \alpha z^1 + (1-\alpha) z^2$ となる $z^1, z^2 (z^1 \neq z^2) \in C^h$ が存在しない事である。

23) これをやや修正した条件が，McKenzie (2002, Ch. 5) では強既約性として用いられていて，その条件を本稿でも(11)として用いる。この条件(11)については次節で述べる。

24) この点については Boyd-McKenzie (1993) や Becker-Boyd (1997, Ch. 7) で述べられている。

25) Bewley (1972) や Becker-Boyd (1997, Ch. 3) 参照。

ら生産停止に向かって行くと解釈できる。

3．厚生経済学の第二基本定理

この節では，弱パレート最適な配分の存在と厚生経済学の第二基本定理の証明を行い，それに基づいて所得移転を伴った準均衡の存在を証明する。特に，生産の自由処分を仮定せず，非負象限を平行移動したものでない一般的な消費集合の下で，弱パレート最適な配分の集合 $F^* = \{(\tilde{x}, y) \in F \mid (\tilde{x}, y)$ は弱パレート最適$\}$ が非空になるために，(6)を用いる必要がある事を示す。

定理 1：(1), …, (5′), …, (7)の下では，この経済の弱パレート最適な配分の集合 F^* は非空，直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})-$ コンパクトである。

証明）先ず，(5′)より $(\widetilde{x_0}, \sum_{h=1}^H x_0^h) \in F$ なので $F \neq \emptyset$ である。今，$x'^h = x_0^h + (y_0 - \sum_{h=1}^H x_0^h)/H$ $(\in C^h), \forall h = 1, \cdots, H$ とすると，まず，(1)より C^h は凸なので，$x^h(\lambda^h) = \lambda^h x'^h + (1-\lambda^h) x_0^h \in C^h$ $\forall \lambda^h \in [0,1], \forall h = 1, \cdots, H$ となるが，$\sum_{h=1}^H x'^h = \sum_{h=1}^H (x_0^h + (y_0 - \sum_{h=1}^H x_0^h)/H) = \underline{y_0 \in Y}$ より，$(\widetilde{x'^h}, y_0) \in F$ となるので，(6)より，$(\widetilde{x^h(\lambda^h)}, \sum_{h=1}^H x^h(\lambda^h)) \in F^h, \lambda^h \in [0,1], \forall h = 1, \cdots, H$ となり，したがって，また，$x^h(\lambda^h) \in F^h$，$\lambda^h \in [0,1]$，$\forall h = 1, \cdots, H$ となる。ここで(6)を用いるのである。ところで，既に述べたように，ドブリュー(1964)の選好の連続表現定理より，R^h は F^h 上で(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)-$ 連続効用関数によって表現可能であり，$\exists u^h : F^h \to R$，(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)-$ 連続，$u^h(x^h) \geqq u^h(z^h) \Leftrightarrow x^h R^h z^h$ となるが，(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)$ は $\|\cdot\|_\infty-$ 位相より弱いので，u^h が $\sigma(l_\infty, l_1)-$ 連続ならば $\|\cdot\|_\infty-$ 連続である。勿論，$x^h(\lambda^h)$ は λ^h に関して $\|\cdot\|_\infty-$ 連続なので，結局，$g^h(\lambda^h) = u^h(x^h(\lambda^h))$ は λ^h $(\in [0,1])$ に関して連続になる。ここで，一般性を失うことなく $u^h(x_0^h) = 0, \forall h = 1, \cdots, H$ としておく。すると，$g^h(0) = u^h(x^h(0)) = u^h(x_0^h) = 0 < u^h(x'^h) = u^h(x^h(1)) = g(1) \equiv \overline{u^h}$ となるが，連続関数の中間値の定理より，$\forall \widehat{u^h} \in [0, \overline{u^h}], \exists \widehat{\lambda^h} \in [0,1]$，$g^h(\widehat{\lambda^h}) = \widehat{u^h}$ となる。勿論，これは $\forall h = 1, \cdots, H$ に対して成立する。すると，$\forall \tilde{u} (= (u^h)) \in R_+^H / \{0\}, \exists \alpha > 0, \alpha\tilde{u} \in [0, \overline{u}] \equiv \times_{h=1}^H [0, \overline{u^h}]$ となるので，結局，$\exists \lambda'^h \in [0,1], \alpha u^h = g^h(\lambda'^h) = u^h(x^h(\lambda'^h))$，$\forall h = 1, \cdots, H$ つまり，$\alpha\tilde{u} = g(\widetilde{\lambda'})$ となるが，(6)より $(\widetilde{x^h(\lambda'^h)}, \sum_{h=1}^H x^h(\lambda'^h)) \in F$ となるので，$\forall \tilde{u}$ $(= (u^h)) \in R_+^H \setminus \{0\}$，$F^{\tilde{u}} \equiv \{(\tilde{x}, y) \in F \mid u(\tilde{x}, y) = \alpha\tilde{u}, i.e, u^h(x^h) = \alpha u^h, \forall h = 1, \cdots, H, \exists \alpha > 0\} \neq \emptyset$ となる。したがって，どのような半正の効用配分に対しても，そのスケールを縮小すれば，必ず，そのスケールを縮小した効用配分を実現する実行可能な配分が存在する。$F^{\tilde{u}}$ はまた，$\tilde{u}$ の効用配分比を実現する実行可能な配分の集合と表現する事も出来る。この時，$u^h(x_0^h) = 0$，$u^h(x'^h) > 0$，$\forall h = 1, \cdots, H$ と $\alpha\tilde{u} \geqq 0$ より，$(\widetilde{x_0}, y_0) \notin F^{\tilde{u}}$ である。

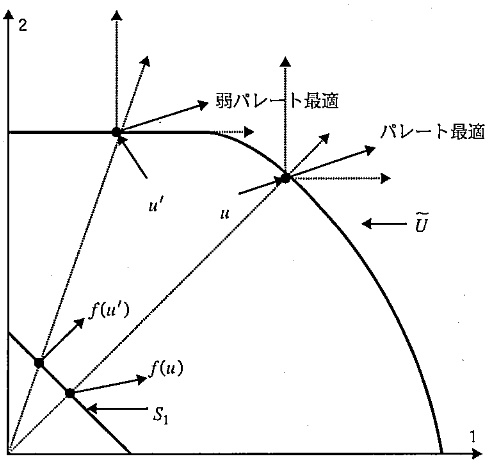
今，$\tilde{u} (= (u^h)), \widetilde{u'} (= (u'^h)) \notin R_+^H / \{0\}$ に対して，$\tilde{u} \leqq \widetilde{u'} \Leftrightarrow u^h \leqq u'^h$，$\forall h = 1, \cdots, H$ と定義して，$\tilde{u} \in R_+^H \setminus \{0\}$ を任意に一つ固定する。そして，$\{(\tilde{x}, y) \in F \mid u(\tilde{x}, y) \geqq u(\widetilde{x'}, y')\} (\neq \emptyset)$，$(\widetilde{x'}, y') \in F^{\tilde{u}}$ を考えると，効用関数（選好）の(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)-$ 連続性より，この集合は（F の）直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})-$ 閉集合であり，更に，F は直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})-$ コンパクト集合なので，結局，F の（$(\widetilde{x'}, y') (\in F^{\tilde{u}})$ に関する）直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})-$ 閉集合族である。ところで，$(\widetilde{x'}, y') \in F^{\tilde{u}}$ の定義より，$\exists \alpha' > 0, u(\widetilde{x'}, y') = \alpha' \tilde{u}$ となるので，任意有限個の $(\widetilde{x^k}, y^k) \in F^{\tilde{u}}$ に対して，$\exists \alpha^k > 0$，$u(\widetilde{x^k}, y^k) = \alpha^k \tilde{u}$，$k = 1, \cdots, K$ となり，故に，一般性を失うことなく，$\alpha^1 \leqq \cdots \leqq \alpha^K$ とすれば，$u(\widetilde{x^K}, y^K) = \alpha^K \tilde{u} \geqq \alpha^k \tilde{u} = u(\widetilde{x^k}, y^k), k = 1, \cdots, K$ となって $(\tilde{x}, y) \in \{(\tilde{x}, y) \in F \mid u(\tilde{x}, y) \geqq u(\widetilde{x^K}, y^K)\} \Rightarrow (\tilde{x}, y) \in \{(\tilde{x}, y) \in F \mid u(\tilde{x}, y) \geqq u(\widetilde{x^k}, y^k), k = 1, \cdots, K\}$ となる。したがって，$\{(\tilde{x}, y) \in F \mid u(\tilde{x}, y) \geqq u(\widetilde{x^K}, y^K)\} (\neq \emptyset) \subset \cap_{k=1}^K \{(\tilde{x}, y) \in F \mid u(\tilde{x}, y) \geqq u(\widetilde{x^k}, y^k)\}$ となる。これは，この直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})-$ 閉集合族が F 上で有限交差性を満たす事を示しており，F が直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})-$ コンパクト集

合なので，結局，$\cap_{(\widetilde{x'},y')\in F^{\tilde{u}}}\{(\tilde{x},y)\in F\,|\,u(\tilde{x},y)\geqq u(\widetilde{x'},y')\}\neq\emptyset$ となる。したがって，$(\widetilde{x''},y'')\in\cap_{(\widetilde{x'},y')\in F^{\tilde{u}}}\{(\tilde{x},y)\in F\,|\,u(\tilde{x},y)\geqq u(\widetilde{x'},y')\}$とすれば，$u^h(x''^h)<+\infty\ \forall_{h=1},\cdots,H\ \ u(\widetilde{x''},y'')\geqq u(\widetilde{x'},y')=\alpha'\tilde{u}\ \forall(\widetilde{x'},y')\in F^{\tilde{u}}$ となるので，$\alpha(\tilde{u})=sup\{\alpha(>0)|u(\widetilde{x'},y')=\alpha\tilde{u},(\tilde{x},y)\in F^{\tilde{u}}\}<\infty,\ \forall\tilde{u}\in R^H_+\backslash\{0\}$ となり，$u(\tilde{x},y)=\alpha\tilde{u},\ \exists\alpha>0,\ (\tilde{x},y)\in F^{\tilde{u}}\Rightarrow\alpha\in[0,\alpha(\tilde{u})]$ となる。すると，上限の性質より，$\exists\alpha^n>0,\ (\widetilde{x^n},y^n)\in F^{\tilde{u}},\ n=1,\cdots,\alpha^n\to\alpha(\tilde{u})\ (n\to\infty),\ u(x^n,y^n)=\alpha^n\tilde{u}$ となるが，$(\widetilde{x^n},y^n)\in F^{\tilde{u}}\subset F$ で F は直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})-$コンパクト集合でしかも距離付け可能なので，$\exists(\widetilde{x^*},y^*)\in F,\ (\widetilde{x^n},y^n)\to(\widetilde{x^*},y^*)$ となる。更に効用関数(選好)の(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)-$連続性より，$u(\widetilde{x^n},y^n)=\alpha^n\tilde{u}\to\alpha(\tilde{u})\tilde{u}=u(\widetilde{x^*},y^*)$ となって，$(\widetilde{x^*},y^*)\in F^{\tilde{u}}$ となるので，$F^{\tilde{u}}$ も直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1},l_1^{H+1})-$コンパクト集合(でしかも距離付け可能)となる。

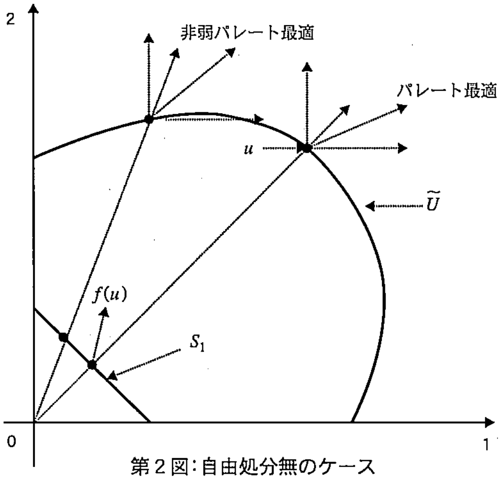
更に，$F^{\tilde{u}}\neq\emptyset$ の議論と同様の議論を用いると，以下のように，$(\widetilde{x^*},y^*)$ が弱パレート最適となる事も判る。実際，$(\widetilde{x^*},y^*)$ が弱パレート最適でないとすると，$\exists(\widetilde{x'},y')\in F,\ u(\widetilde{x'},y')>(\widetilde{x^*},y^*)=\alpha(\tilde{u})\tilde{u}$ となるが，まず，$\alpha'>\alpha(\tilde{u})$ を $u(\widetilde{x'},y')\geqq\alpha'\tilde{u}\geqq u(\widetilde{x^*},y^*)=\alpha(\tilde{u})\tilde{u}(\geq 0)$ となるように選ぶ。そして，$x^h(\lambda)=\lambda x'^h+(1-\lambda)x^h_0(\in C^h)\ \forall\lambda\in[0,1],\forall h=1,\cdots,H$ とすると，$u^h(\cdot)$ の(*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)-$連続性と$x^h(\lambda^h)$の(λ^hに関する)連続性より $g^h(\lambda^h)=u^h(x^h(\lambda^h))$ の $\lambda^h(\in[0,1])$ に関する連続性が成立する。そして，$g^h(0)=u^h(x^h(0))=u^h(x^h_0)\equiv 0\leqq\alpha'u^h\leqq u^h(x'^h)=u^h(x^h(1))=g^h(1)\equiv u'^h,\forall h=1,\cdots,H,\ g^{h'}(0)=u^{h'}(x^{h'}(0))=u^{h'}(x^{h'}_0)\equiv 0<\alpha'u^{h'}\leqq u^{h'}(x'^{h'})=u^{h'}(x^{h'}(1))=g^{h'}(1)\equiv u'^{h'},\ \exists h'\in\{1,\cdots,H\}$となるので，連続関数の中間値の定理より，$\exists\lambda'^h\in[0,1],g(\lambda'^h)=u^h(x^h(\lambda'^h))=\alpha'u^h,\forall h=1,\cdots,H$ となる。すると，(6)より，$(\widetilde{x^h(\lambda^h)},\sum_{h=1}^H x^h(\lambda^h))\in F\ \ \forall\tilde{\lambda}=(\lambda^h)\in[0,1]^H$ となるので，$(\widetilde{x^h(\lambda'^h)},\sum_{h=1}^H x^h(\lambda'^h))\in F$ であり，したがって，$u((\widetilde{x^h(\lambda'^h)},\sum_{h=1}^H x^h(\lambda'^h))=\alpha'\tilde{u}\geq u(\widetilde{x^*},y^*)=a(\tilde{u})\tilde{u}$ となる。しかし，$(\widetilde{x^h(\lambda'^h)},\sum_{h=1}^H x^h(\lambda'^h))\in F^{\tilde{u}}$ となるので，これは $\alpha'>\alpha(\tilde{u})=sup\{\alpha(>0)|u(\tilde{x},y)=\alpha\tilde{u},(\tilde{x},y)\in F^{\tilde{u}}\}$ より $\alpha(\tilde{u})$ の定義に矛盾し，結局，$(\widetilde{x^*},y^*)$ が弱パレート最適となる。したがって，$(\widetilde{x^*},y^*)\in\widetilde{F^*}=\{(\tilde{x},y)\in F\,|\,(\tilde{x},y)$ は弱パレート最適で $u(\tilde{x},y)\geq u(\widetilde{x_0},y_0)=0\}$ となって，$\widetilde{F^*}(\subset F^*)\neq\emptyset$ となる。*Q.E.D*

Magill (1981, p. 165) では，生産の自由処分から得られる効用の自由処分可能性という性質に基づいて，$u(\widetilde{x^*},y^*)=\alpha(\tilde{u})\tilde{u}$ がパレート最適となるという事を自明の事として述べている。しかし，本稿ではこの生産の自由処分を仮定していないので，この証明のように(6)に基づいた証明を与えなくてはならない。この証明より，生産の自由処分がなくてしかも一般的な消費集合のケースで，なぜ(6)が必要なのか明らかになったと思う。また，弱パレート適な配分の存在では，個人生存条件を含む(5)ではなくて，それを含まない(5)'だけで十分である事も，ここで再度指摘しておく。

今，$(\widetilde{x^0},y^0)$ を基準としたパレートフロンティアーを$\tilde{U}=u(\widetilde{F^*})=\{u(\widetilde{x^*},y^*)|(\widetilde{x^*},y^*)\in\widetilde{F^*}\}$ と定義すると，生産の自由処分がある通常のケースでは，$\tilde{U}$ が以下の第 1 図のようになっていて，境界部分に直線が含まれていてもよい。しかし，生産の自由処分がなく，一般的消費集合を用いる本稿のケースでは，$\tilde{U}$ が第 2 図のようになる可能性があり，その場合には弱パレ



第 1 図:自由処分有のケース



第２図：自由処分無のケース

ート最適な配分が（$\tilde{U}$の境界上で）部分的に存在しない可能性がある。そして後者のケースを排除するために(6)が必要となるのである。

$\tilde{U}$に関しては，先ず，uの((*)弱位相)$\sigma(l_\infty, l_1)$－連続性と$\widetilde{F^*}$の直積((*)弱位相)$\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})$－コンパクト性とにより$\tilde{U}$が$R^H$のコンパクト集合となり，そして，$(\widetilde{x^*}, y^*)\in\widetilde{F^*}\Rightarrow u(\widetilde{x^*}, y^*)=\alpha(\tilde{u})\tilde{u}\geq 0$より$\tilde{U}\geq 0$，つまり，$\tilde{U}\subset R_+^H\setminus\{0\}$となるが，実際には，$\tilde{U}$が$(H-1)$次元基本単体$S^{H-1}$と位相同型となる。

系：$(\widetilde{x_0}, y_0)$を基準としたパレートフロンティアー$\tilde{U}$は$(H-1)$次元基本単体S^{H-1}と位相同型となる。

証明）先ず，$f:\tilde{U}\to S^{H-1}$を$\tilde{u}(=(u^h))\in\tilde{U}\mapsto f(\tilde{u})=\tilde{u}/\sum_{h=1}^H u^h$と定義すると，既に注意したように，$\tilde{u}(=(u^h))\in\tilde{U}\Rightarrow\tilde{u}\geq 0$より$\sum_{h=1}^H u^h>0$となるので，$f(\tilde{u})=\tilde{u}/\sum_{h=1}^H u^h\in S^{H-1}$であり，作り方より$f$は$\tilde{U}$上で連続関数である。今，$\rho\in S^{H-1}$に対して，$(\rho)$を原点から$\rho$を通る直線とすると，$\widetilde{F^*}$の性質より，$\exists(\widetilde{x^*}(\rho), y^*(\rho))\in\widetilde{F^*}$，$\alpha(\rho)>0$に対して$u(\widetilde{x^*}(\rho), y^*(\rho))(=\tilde{u}(\rho))=\alpha(\rho)\rho\in((\rho)\cap\tilde{U})$となるが，すると，$f(u(\widetilde{x^*}(\rho), y^*(\rho)))=f(\tilde{u}(\rho))=\alpha(\rho)\rho/\sum_{h=1}^H\alpha(\rho)\rho^h=\alpha(\rho)\rho/(\alpha(\rho)\sum_{h=1}^H\rho^h)=\rho\in S^{H-1}$となるので，$f$は上への写像であり，既に述べたように，$\tilde{U}$が$(R^H$の$)$コンパクト集合なので，$f:\tilde{U}\to S^{H-1}$は位相同型写像となる。$Q.E.D$

次に，定理１でその存在が示された$((\widetilde{x_0}, y_0)$を基準とした）弱パレート最適な配分$(\widetilde{x^*}, y^*)\in\widetilde{F^*}$に対してそれを支持する価格が存在する事を示す。その際に凸集合に関する分離定理を利用するが，l_∞が無限次元のノルム空間なので，ここでの凸集合には($\|\cdot\|_\infty$に関する)内点の存在が必要となり，そこで(5')の$int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)\neq\emptyset$が重要になる。また，分離定理の結果得られる支持価格は$(l_\infty)^*\setminus\{0\}=ba\setminus\{0\}$に入るが，この時点ではそれが$l_1\setminus\{0\}$に入るかどうかはまだ不明であり，$l_1\setminus\{0\}$に入る事を示す議論は次節で行われる。

定理２：(1), ……, (5')の下では，弱パレート最適配分$(\widetilde{x^*}, y^*)(\in\widetilde{F^*})$には$(l_\infty)_+^*\setminus\{0\}$に属する支持価格が存在する。（厚生経済学の第二基本定理）

証明）先ず，$R(\tilde{x})=\sum_{h=1}^H R^h(x^h)$とすると，(2)より$R^h(x^h)$が凸なので$R(\tilde{x})$も凸になり，また，$Y$は(4)より凸で，更に，(5')より$int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)\neq\emptyset$なので$int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)$は非空で凸になる。今，定理１より$(\widetilde{x^*}, y^*)\in\widetilde{F^*}$とすると，弱パレート最適性と選好の単調性より$R(\widetilde{x^*})\cap int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)\neq\emptyset$となる。実際，$x\in(R(\widetilde{x^*})\cap int_{\|\cdot\|_\infty}(Y))$とすると，$\|\cdot\|_\infty$－内点の性質より$\exists\delta>0, (x+\delta e)\in(int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)\subset)Y$となるが，$x\in R(\widetilde{x^*})$より$x^h\in R^h(x^{*h})$ $h=1,\cdots,H$であり，選好の単調性より$(x^h+\delta e/H)\in P^h(x^h)$なので$(x^h+\delta e/H)\in P^h(x^{*h})$ $h=1,\cdots,H$となる。したがって，$(\widetilde{x^h+\delta e/H}, \tilde{x}+\delta e)$は$(\widetilde{x^*}, y^*)$を強パレート改善する実行可能な配分になるので，$(\widetilde{x^*}, y^*)$が弱パレート最適性である事に矛盾し，故に$R(\widetilde{x^*})\cap int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)\neq\emptyset$である。そこで$R(\widetilde{x^*})$と$int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)$に分離定理を適応すれば，$\exists\phi^*\in(l_\infty)^*/\{0\}(=ba/\{0\})$で，$\phi^*(x)>\phi^*(y)$ $\forall x\in R(\widetilde{x^*})$, $y\in int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)$となる。まず，$y_0=\sum_{h=1}^H x_0^h$を用いると，$\forall y\in Y$に対して，$(\lambda y_0+(1-\lambda)y)\in int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)$ $\forall\lambda\in[0,1]$となり，しかも，ϕ^*はl_∞上の$\|\cdot\|_\infty$－連続な線形汎関数なので$\phi^*((\lambda y_0+(1-\lambda)y))\to\phi^*((y))(\lambda\to 0)$となり，更に，$x\in R(\widetilde{x^*})$を任意に固定すると$\phi^*(x)>\phi^*$

$((\lambda y_0+(1-\lambda)y))$ $\forall\lambda\in[0,1]$ であるので，結局，$\phi^*(x)\geqq\phi^*(y)$ $\forall x\in R(\widetilde{x^*})$, $y\in Y$ となる。すると，$\sum_{h=1}^{H}x^{*h}=y^*$ なので $\phi^*(\sum_{h=1}^{H}x^{*h})=\phi^*(y^*)$ となって $\phi^*(x)\geqq\phi^*(\sum_{h=1}^{H}x^{*h})$ $\forall x\in R(\widetilde{x^*})$ かつ $\phi^*(y^*)\geqq\phi^*(y)$ $\forall y\in Y$ となる。そして，まず後者より y^* が ϕ^* の価格の下で Y 上の利潤最大化を実現しており，また前者より，$x'=x'^h+\sum_{k\neq h}x^{*k}$, $x'^h\in R^h(x^{*h})$ とすれば $\phi^*(x')\geqq\phi^*(\sum_{k=1}^{H}x^{*k})$より $\phi^*(x'^h)\geqq\phi^*(x^{*k})$ $\forall x'^h\in R^h(x^{*h})$ が成立して，x^{*h} は ϕ^* の価格の下で $(P^h(x^{*h})\subset)R^h(x^{*h})$ 上の支出最小化を実現している。したがって，ϕ^* は$(\widetilde{x^*},y^*)$の支持価格となっていて，$(\widetilde{x^*},y^*,\phi^*,\widetilde{\phi^*(x^{*h})})$ は所得移転を伴った準均衡である。更に，(3)より $z\geqq0$ に対して$(x^{*h}+z)\in R^h(x^{*h})$ となるので $\phi^*(x^{*h}+z)\geqq\phi^*(x^{*h})$ となって，$\phi^*(z)\geqq0$ となるが，$\phi^*\neq0$ なので $\phi^*\geq0$ となり，$\phi^*\in(l_\infty)^*_+\setminus\{0\}$ となる。$Q.E.D$

定理 1，2 を組み合わせれば次の結果を得られる。

系：(1), …, (5′), (6), (7)の下では，この経済には均衡価格が $(l_\infty)^*_+\setminus\{0\}$ に属する所得移転を伴った準均衡が存在する。(**所得移転を伴った準均衡の存在定理**)

この時，$0\in Y$ より $\phi^*(y^*)\geqq0$ であるが, Y が(4)より凸錐なので $\phi^*(y^*)>0$ とすると, $\gamma>1$ に対して $\gamma y^*\in Y$ となって，$\phi^*(\gamma y^*)=\gamma\phi^*(y^*)>\phi^*(y^*)=\phi^*(\sum_{h=1}^{H}x^{*h})\geqq\phi^*(y)$ $\forall x\in Y$ となるので，矛盾が起こる。したがって，$\phi^*(y^*)=0\geqq\phi^*(y)$ $\forall y\in Y$ である。また，(5′)より $y_0(=\sum_{h=1}^{H}x_0^h)\in int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)$ であるが，$\phi^*(y_0)=0$ とすると，$\phi^*\neq0$ より $\exists z\neq0$, $\phi^*(z)>0$ となり, 更に $\exists\delta'>0$, $(y_0+\delta z)\in(int_{\|\cdot\|_\infty}(Y)\subset)Y$ より $\phi^*(y_0+\delta' z)=\delta'\phi^*(z)>0$ となって，$0\geqq\phi^*(y)$ $\forall y\in Y$ に矛盾する。したがって，$\phi^*(y_0)<0$ となる。

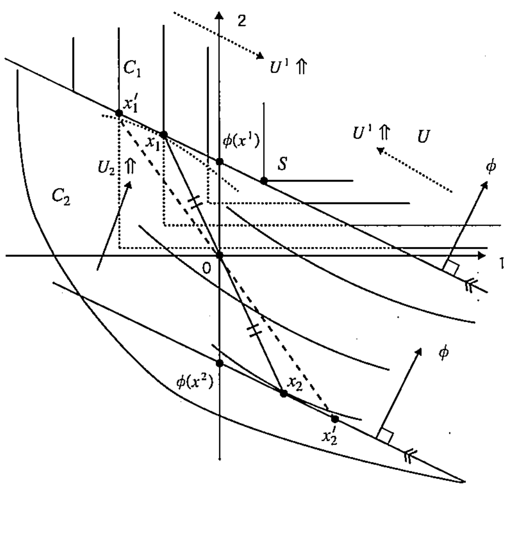
そこで，$\phi'^*=\phi^*/\|\phi^*\|^*$ を正規化された価格とすれば $\|\phi'^*\|^*=1$ となるので，(正規化された)価格集合を $\Pi=\{\phi\in(l_\infty)^*_+\setminus\{0\}\,|\,\|\phi\|^*=1\}$ と定義する。勿論，上の系より $\phi'^*\in\Pi$ である。更に，$\phi\in\Pi$ とすると，$\|\phi\|^*=1$ より $\Pi\subset\{\phi\in(l_\infty)^*(=ba)\,|\,\|\phi\|^*=1\}$となり，$\Pi$ は $(l_\infty)^*(=ba)$ の $\|\cdot\|^*-$ 有界な集合に含まれる。すると，$\|\cdot\|^*-$ 有界な集合は再びアラオグルーの定理より *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ コンパクトなので, Π は *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ コンパクト集合の部分集合であるが，*弱位相の定義より $\|\phi\|^*=\phi(e)=1$ が *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ 連続なので, Π は *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ コンパクト集合の *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ 閉部分集合であり，結局，Π も *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ コンパクト集合となる。ただし，l_∞ のケースとは異なり，*弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ コンパクト集合である Π 上においては *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)$ は距離付け可能とは限らず，Π 上の収束の議論において点列では不十分で，点列を一般化したネット（有向点列）を用いる必要がある。実際，Magill (1981, p. 167−8) では, Π の *弱位相 $\sigma(ba,l_\infty)-$ コンパクト性に基づいて，Π の点列から収束部分列が取れるという議論を用いているが，Π の点列から得られるのは収束するサブネット(部分有向点列)であって一般には収束部分列とは限らない。したがって Π の上の点列の収束を用いた Magill (1981, p. 167 - 8)の議論は実際には不正確で，明示的に点列を一般化したネット（有向点列）を用いなくてはいけないのである[26)]。

---

26) ここでネットやサブネットについての定義を述べておく。まず，Λ をある集合，$\succeq$ をその上で定義された反射性，推移性，歪対称性を満たす順序とし，更に，$\succeq$ が $\forall\lambda,\lambda'\in\Lambda$, $\exists\lambda''\in\Lambda$, $\lambda''\succeq\lambda,\lambda'$ という条件を満たすとする。この時に，$(\Lambda,\succeq)$ を有向集合と呼び，そして，ある位相空間 X における Λ で定義された写像 $\chi:\Lambda\to X$ をネット（有向点列）と呼んで，$(x^\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$ や単に (x^λ) 等と表現する。そして，(x^λ) が $x(\in X)$ の収束するのを $\forall U_x$, x の近傍，$\exists\lambda\in\Lambda$, $\forall\lambda'\succeq\lambda$, $x^{\lambda'}\in U_x$ と定義し, $x^\lambda\to x(\lambda\uparrow)$ と表現する。更に，別の有向集合 $(\Lambda',\succeq')$ に対して，$\exists$ 写像 κ: $\Lambda'\to\Lambda$ で $\gamma'\succeq'\gamma\to\kappa(\gamma')\succeq\kappa(\gamma)$, $\forall\lambda\in\Lambda$, $\exists\gamma\in\Lambda'$, $\kappa(\gamma)\succeq\lambda$ となっている時に，合成写像 $\chi\circ\kappa:\Lambda'\to X$ をネット（有向点列）(x^λ) のサブネット（部分有向点列）と呼び，$(x^{\lambda_\gamma})_{\gamma\in\Lambda'}$ や単に (x^{λ_γ}) 等と表現する。$\Lambda=N$ のケースが通常の点列であり，更に，$\Lambda'=N$ のケースが部分列である。勿論，$\Lambda=N$, $\Lambda'\neq N$ のケースもありえて, この時には, 部分列ではなくて，部分有向点列を用いる必要がある。詳しくは，例えば，Aliprantis–Border (1999) 参照。

ところで，$\phi^*(\sum_{h=1}^{H} x^{*h})=\phi^*(y^*)=0$ より，$\phi^*(\sum_{h=1}^{H} x^{*h})=0$ であるが，$\phi^*(x^{*h})=0\ \forall h=1,\cdots,H$ が成立するとは限らない。$\phi^*(x^{*h})=0\ \forall h=1,\cdots,H$ が成立するケースは次節で行う。また，$\phi^*(\sum_{h=1}^{H} x^{*h})=\phi^*(y^*)=0>\phi^*(y_0)=\phi^*(\sum_{h=1}^{H} x_0^h)$ なので，$\exists h'\in\{1,\cdots,H\}\ \phi^*(x^{*h'})>\phi^*(x_0^{h'})$ となり，(5')の下では，消費者全員というわけではないが，$\phi^*(x^{*h'})$ の支出額よりその額が小さい消費点を持つという安価点条件を満たす消費者が必ず存在する。すると，$x^{*h'}$ は ϕ^* の価格の下で $(P^{h'}(x^{*h'})\subset)R^{h'}(x^{*h'})$ 上の支出最小化を実現しているので，(2)より（$\phi^*(x^{*h'})$ の所得の下での）選好の最大化も実現する。これは以下の補題 1 で示される。すると，$\exists z>0$，$\phi^*(z)\leqq 0$ とすると，(3)の選好の単調性より，$(x^{*h'}+z)\in P^{h'}(x^{*h'})$ となるが，$\phi^*(x^{*h'}+z)\leqq\phi^*(x^{*h'})$ となって，（$\phi^*(x^{*h'})$ の所得の下での）選好の最大化と矛盾するので，実際には，$\forall z>0\rightarrow\phi^*(z)>0$ となり，$\phi^*>0$ となる。勿論，$z\geqq 0$ ならば $\|\cdot\|_\infty$ で $z^n(>0)\rightarrow z$ と出来るので，ϕ^* の $\|\cdot\|_\infty-$ 連続性より $\phi^*(z)\geqq 0$ となって $\phi^*\geqq 0$ となる。

既に述べたように，(5')の下では消費者全員が $\phi^*(x^{*h'})$ の下で安価点条件を満たすというわけではないが，後に条件(11)として定式化される強既約性という条件の下では，所得移転を伴った準均衡において消費者全員に安価点条件が成立し，したがって，所得移転を伴った準均衡は所得移転を伴った競争均衡になる。以下でこの点について述べる。最初に，消費者全員に安価点条件が成立せず，所得移転を伴った準均衡が所得移転を伴った競争均衡にならない例を図示しておく[27]。



第 3 図：準均衡⇒競争均衡

第 3 図では，二人の消費者がいる純粋交換経済を表している。消費者 1 の消費集合 C^1 はその下方の境界の一部が点 S を通る線分となっていて，一方，消費者 2 の消費集合 C^2 はその下方の境界が第 3 象限と交わっている状況を考える。また，消費者 1 の無差別曲線は非負象限の境界部分を平行移動したものとし，その左下のコーナーが点 S に近い物がより望ましいとする。勿論，消費集合 C^1 の下方の境界が線分になっているので，点線で示されているように，点 S を通る線分の左下に位置する無差別曲線の部分は実現しない。一方，消費者 2 の無差別曲線は，通常のケースに対応して右上に位置するほどより望ましいとする。そこで今，原点を通る線分上で原点から対称的に位置している配分 (x^1, x^2) を考えると，それは実行可能であり，また，どちらかの消費者の厚生を悪化させない限り，もう一方の消費者の厚生を改善できないのでパレート最適である。しかし，その配分を支持する価格は x^1 と x^2 を通る平行線に直交しているベクトル ϕ であるが，その価格の下での消費者 1 の需要点は x^1 ではなくて点 S になるので，(x^1, x^2, ϕ) は所得移転を伴った準均衡であるが，所得移転を伴った競争均衡にはなっていない。これは，

27）基本的には，本稿での議論にあうように，Lucas-Stoky（1989，Ch. 15，Fig. 15. 3)）に修正を施した図である。

価格ベクトル ϕ の下では，消費者 1 の消費集合の中に，x^1 より支出額が小さくなる消費点が存在せず，安価点条件が成立していないからである。そして，以下の強既約性から判明する事であるが，この例では実は強既約性が満たされておらず，そのために，消費者 1 に安価点条件が成立しなくなっているのである。

まず，安価点条件があれば，支出最小化②′が選好最大化②になる事を示す。

補題 1：(1)と(2)の下で，

$\exists \overline{x^h} \in C^h, \phi^*(\overline{x^h}) < \phi^*(x^{*h})$ とすると，

$\phi^*(z^h) \geqq \phi^*(x^{*h})\ \forall z^h \in P^h(x^{*h})$

$\Rightarrow \phi^*(z^h) > \phi^*(x^{*h})\ \forall z^h \in P^h(x^{*h})$

証明）今，$\exists x'^h \in P^h(x^{*h}), \phi^*(x'^h) = \phi^*(x^{*h})$ とすると，$x^h(\lambda) = \lambda x'^h + (1-\lambda)\overline{x^h}\ \lambda \in (0,1)$ に対して $\phi^*(x^h(\lambda)) = \lambda\phi^*(x'^h) + (1-\lambda)\ \phi^*(\overline{x^h}) < \phi^*(x^{*h})\ \lambda \in (0,1)$ となるが，(2)より，$\exists \lambda' \in (0,1)$, $x^h(\lambda) \in P^h(x^{*h})\ \lambda \in (\lambda', 1)$ となるので，仮定より $\phi^*(x^h(\lambda)) \geqq \phi^*(x^{*h})\ \lambda \in (\lambda', 1)$ となって，矛盾が起こる。故に，そのような x'^h は存在せず，$z^h \in P^h(x^{*h}) \rightarrow \phi^*(z^h) > \phi^*(x^{*h})$ となる。$Q.E.D$

既に述べたように，各 x^{*h} は ϕ^* の価格の下で $(P^h(x^{*h}) \subset) R^h(x^{*h})$ 上の支出最小化を実現している。そして(5)′の下では，$\phi^*(x^{*h})$ の支出額よりその額が小さい消費点が存在するという安価点条件を満たす消費者が，消費者全員ではないが，必ず存在する。したがって，この補題 1 よりそのような消費者に対しては $\phi^*(x^{*h})$ の所得の下での選好の最大化も実現する。

そこで，定理 2 の系における所得移転を伴った準均衡が競争均衡となる，消費者全員に対して $\phi^*(x^{*h})$ の支出額よりその額が小さい消費点を持つ安価点条件が成立する状況を考える。ただし，$\exists \overline{x^h} \in C^h, \phi^*(\overline{x^h}) < \phi^*(x^{*h})$ という安価点条件は，成立する価格に大きく依存しているので，価格に依存しない形で条件を与えるのが望ましい。そこで，既に触れた Boyd-McKenzie (1993) の強既約性をやや強めた，McKenzie (2002, Ch. 5) の強既約性から通常の既約性を取除いた部分を，本稿での強既約性として採用する[28]。

(11)強既約性：$\forall(\tilde{x}, y) \in F, \forall(I^1, I^2), I$ の(非自明な)分割，$h \in I^2$ に対しては x^h が C^h 上で最悪でなければ，$i.e., \exists z^h \in C^h, x^h \in P^h(z^h)$ $\forall h \in I^2 \Rightarrow \exists(\tilde{x}', y') \in F, x'^h \in P^h(x^h)\ \forall h \in I^1$.

この強既約性(11)については，前節でも触れたが，幾つかの点で既約性(8)と異なっているので，その点についてまず述べる[29]。まず，配分 $(\tilde{x}', y')$ が実行可能である事を考慮すると，例えば，配分 $(\tilde{x}, y)$ がパレート最適な状況では，I^1 のグループの状況を改善するために I^2 のグループの状況を犠牲にするしかないので，もしも I^2 のグループの状況をそれ以上悪化させる事ができないならば，I^1 のグループの状況を改善する事もできない。そこで，強既約性(11)ではこの事を考慮して，$h \in I^2$ に対して，x^h が C^h 上で最悪になる状況を排除しているのである。また，既約性(8)では，既に述べたように，配分 $(\tilde{x}, y)$ に対して I^1 のグループの状況を改善する配分 $(((x^h + \overline{x^h})_{h \in I^1}, (x^k + \alpha_k z_k)_{h \in I^2}), y')$ が実行可能である事は要求されていないが，この強既約性(11)では，(B-M)の強既約性と同様に，配分 $(\tilde{x}, y)$ に対して I^1 のグループの状況を改善する配分 $(\tilde{x}', y')$ が実行可能である事を要求している。

そして，既約性(8)もこの強既約性(11)も，共に，((5)または(5)′の下で) 準均衡 ((8)では所得移転無，(11)では所得移転有) において，安価点条件をすべての消費者に対して成立させるので，準均衡を競争均衡に変換する時に利用されるのである。ただし，所得移転を伴った準均衡から競争均衡への変換で用いられる(5)′と(11)では，個人生存条件を必要としないが，所得移転

---

28) 本稿で用いる強既約性は，Moore (1999, Ch. 5) においても強既約性として用いられている。また，Florenzano (2003, Ch. 3) では，既約性に基づく準均衡から競争均衡への変換の議論を詳細に行っているので有益である。

29) $\forall(\tilde{x}, y) \in F$ としているが，実際には（弱）パレート最適な配分 $(\tilde{x}, y)$ のみが問題とされるので，$\forall(\tilde{x}, y) \in F^*$ を考えるだけで十分である。

を伴わない準均衡から競争均衡への変換で用いられる(5)と(8)では，個人生存条件を必要とするという違いがある。

補題2：(1)，……，(5')，(11)の下では，$(\widetilde{x^*}, y^*, \phi^*, \widetilde{\phi^*(x^{*h})})$ が所得移転を伴った準均衡で，しかも $\forall h \in I, x^{*h}$ は C^h 上で最悪でなければ，それは所得移転を伴った競争均衡である。

証明）　まず，$(\widetilde{x^*}, y^*, \phi^*, \widetilde{\phi^*(x^{*h})})$ が所得移転を伴った準均衡とすると，$\phi^*(\sum_{h=1}^{H} x^{*h}) = \phi^*(y^*) = 0 > \phi^*(y_0) = \phi^*(\sum_{h=1}^{H} x_0^h)$ であるので，(5')の下では，$\exists h' \in \{1, \cdots, H\}$　$\phi^*(x^{*h'}) > \phi^*(x_0^{h'})$ となって，$\phi^*(x^{*h'})$ の所得の下での安価点条件が成立する。すると，$x^{*h'}$ は ϕ^* の価格の下で $(P^{h'}(x^{*h'}) \subset) R^{h'}(x^{h'})$ 上の支出最小化を実現しているので，そのような消費者 h' については，補題2より，($\phi^*(x^{*h'})$ の所得の下での）選好の最大化も実現する。そこで，そのような消費者の集合を I^1 とし，$I^2 = I \setminus I^1 = \{h \in I \mid \phi^*(x^{*h}) \leq \phi^*(x^h) \quad \forall x^h \in C^h\} \neq \emptyset$ とする。仮定より，すべての消費者にとって，x^{*h} が C^h 上で最悪ではないので，$(\widetilde{x^*}, y^*)$ と (I^1, I^2) に(11)を適応すると，$\exists(\widetilde{x'}, y') \in F$，$x'^h \in P^h(x^h)$　$\forall h \in I^1$ となる。そして，$\sum_{h \in I^1} \phi^*(x'^h) = \phi^*(y') - \sum_{h \in I^2} \phi^*(x'^h)$ となるが，I^1 の消費者は $\phi^*(x^{*h})$ の所得の下で選好を最大化にしているので $z^h \in P^h(x^h) \Rightarrow \phi^*(z^h) > \phi^*(x^{*h})$ であり，故に，$\phi^*(x'^h) > \phi^*(x^{*h})$ $\forall h \in I^1$ となって，$\sum_{h \in I^1} \phi^*(x^{*h}) < \sum_{h \in I^1} \phi^*(x'^h)$ となる。また，I^2 の消費者は $\phi^*(x^{*h})$ の所得の下で安価点を保有しないので，$\phi^*(x^{*h}) \leq \phi^*(x'^h)$ $\forall h \in I^2$ であり，故に，$\sum_{h \in I^2} \phi^*(x^{*h}) \leq \sum_{h \in I^2} \phi^*(x'^h)$ となる。すると，$\sum_{h \in I^1} \phi^*(x^{*h}) < \sum_{h \in I^1} \phi^*(x'^h) = \phi^*(y') - \sum_{h \in I^2} \phi^*(x'^h) \leq \phi^*(y^*) - \sum_{h \in I^2} \phi^*(x^{*h}) = \sum_{h \in I^1} \phi^*(x^{*h})$ となって矛盾が起こるので，$I^2 = \phi$ となって $I = I^1$ となる。したがって，すべての消費者が $\phi^*(x^{*h})$ の所得の下で選好の最大化も実現する事になり，$(\widetilde{x^*}, y^*, \phi^*, \widetilde{\phi^*(x^{*h})})$ は所得移転を伴った競争均衡となる。
Q.E.D

さて，この結果に基づいて第3図を解釈してみる。配分 (x^1, x^2) では，確かに x^1 も x^2 も各々，C^1，C^2 の中で最悪にはなっていないが，$I^1 = \{2\}$，$I^2 = \{1\}$ として例えば (x_1', x_2') を考えてみれば分かるように，いくら消費者1が実行可能という制約下で x^1 を動かして消費者2を x^2 から改善しようとしても，そのような改善は不可能なのである。したがって，配分 (x^1, x^2) において強既約性の条件が不成立となり，結果として，$(x^1, x^2, \phi, \phi(x^1), \phi(x^2))$ は準均衡のままで競争均衡にはならないのである。関連文献では，この例を強既約性と関連付けて説明していないが，ここでの議論のように，強既約性と関連付けるとより深い理解が得られる。

ところで，所得移転を伴った準均衡 $(\widetilde{x^*}, y^*, \phi^*, \widetilde{\phi^*(x^{*h})})$ において，x^{*h} がすべての消費者にとって C^h 上で最悪でないとは限らないので，それを保証する条件を考える必要がある。ここでは，各消費者に対して，(5')の x_0^h よりも悪い消費点が存在する事を想定し，次の(5'')を利用する。

(5'')：$\exists \sum_{h=1}^{H} x_0^h \in (C \cap int_{\|\cdot\|_\infty}(Y) \neq \emptyset)$，更に，
　$\exists x_1^h \in C^h, x_0^h \in P^h(x_1^h)$ $\forall h \in I$

すると，定理1でその存在が保証されている弱パレート最適な配分$(\widetilde{x^*}, y^*)$は$\widetilde{x_0}$を基準にしているので，各消費者に対しては $x^{*h} \in R^h(x_0^h)$ となっている。選好の推移性より $x^{*h} \in R^h(x_0^h)$，$x_0^h \in P^h(x_1^h) \Rightarrow x^{*h} \in P^h(x_1^h)$ となり，x^{*h} が C^h 上で最悪ではない事になる。勿論，強既約性(11)で想定される配分が，すべて$\widetilde{x_0}$を基準にしてそれよりパレート優越しているとは限らないので，強既約性(11)で想定される配分をすべて$\widetilde{x_0}$を基準にした弱パレート最適な配分に制限した状況を考えなくてはならない。しかし一方で，定理1に基づいて以上で議論してきた配分 $(\widetilde{x^*}, y^*)$ については $(\widetilde{x^*}, y^*) \in \widetilde{F^*} = \{(\tilde{x}, y) \in F \mid (\tilde{x}, y)$ は弱パレート最適で $u(\tilde{x}, y) \geq u(\widetilde{x_0}, y_0)\}$ となっているので，実行可能な配分全体の集合 F ではなくてその部分集合である，$\widetilde{x_0}$を基準とした弱パレート最適な配分の集合$\widetilde{F^*}$について条件を課せばいい。そこで，強既約性(11)を次のように修正する。

(11′)：強既約性：$\forall(\tilde{x}, y) \in \widetilde{F^*}$, $\forall(I^1, I^2)$, I の(非自明な)分割，$h \in I^2$ にとって x^h が C^h 上で最悪でなければ，*i.e.*，$\exists x''^h \in C^h$，$x^h \in P^h(x^H)$　$\forall h \in I^2 \Rightarrow \exists(\widetilde{x'}, y') \in F$, $x''^h \in P^h(x^h)$　$h \in I^1$.

すると，(5″)と(11′)を利用し，更に，上で述べた事を考慮に入れて補題 2 と既に得た系を組み合わせると，次の結果を得る。

系：(1), …(5″)…, (7), (11′)の下では，この経済には均衡価格が $(l_\infty)^*_+ \setminus \{0\}$ に属する所得移転を伴った競争均衡が存在する。**(所得移転を伴った競争均衡の存在定理：個人生存条件無)**

この結果は個人生存条件を用いていない形になっているのが特徴的であり，個人生存条件が無い時の所得移転を伴った競争均衡の存在定理と考える事ができる[30]。勿論，この競争均衡の存在定理では所得移転を伴っているので，それとは別に，所得移転を伴わない競争均衡の存在定理も考える必要もあるが，そのケースは後に行う。以上の(5′)や(5″)を利用した結果では，(5)の前半部分の個人生存条件は利用していないが，後の所得移転を伴わない競争均衡の存在定理では，この(5)の前半部分の個人生存条件が必要となり，(5′)ではなくて(5)が必要となる。

さて，以上の結果で得られた所得移転を伴った準均衡価格や競争均衡価格は，$(l_\infty)^* = ba$ に属している事は示されたが，一般にはそれらの価格はバブル項を含んでいて l_1 に属するとは限らない。そこで次節において，ここで存在が保証された均衡価格からバブル項を排除して l_1 に属するような価格を構成し，しかも依然として準均衡価格や競争均衡価格になる事を示す。

4．l_1 −均衡価格の存在

前節の結果で示された所得移転を伴った準均衡価格や競争均衡価格は，$(l_\infty)^* = ba$ に属している事は示されたが，一般にはそれらの価格はバブル項を含んでいて l_1 に属するとは限らない。そこで，本節では，このような価格から l_1 に属するようにバブル項を排除した価格が依然として競争均衡価格である事を示す。ここでは，Prescott-Lucas (1972) の議論を適応した Lucas-Stoky (1989, Ch. 15) に従って議論を進め，$(l_\infty)^* = ba$ に属している価格から l_1 に対応している部分を実際に構成する。以上の議論で使われなかった(9)と(10)がその際に中心的な役割を担う事になる。

まず，$(l_\infty)^* = ba$ に属している価格から l_1 に対応している部分を構成する。

補題3：$\phi \in (l_\infty)^* \setminus \{0\}$ が $\phi(e^{\bar{t}}) \neq 0$　$\exists \bar{t} \in N$ となっているとして，$\varphi: l_\infty \to R$ を $\varphi(x) = \lim_{t\to\infty} \phi(x(t))$　$\forall x \in (l_\infty)$ と定義する。すると，$\varphi(x) = \sum_{t=1}^{\infty} p_t x_t$　$\exists p = (p_1, \cdots, p_t, \cdots) \in l_1$ と表現され，また，この時 $\varphi \in l_1 \setminus \{0\}$ となる。ここで，$x(t) = (x_1, \cdots, x_t, 0, \cdots)$ である。

証明) まず，$e^t(x) = (0, \cdots 0, x_t, 0 \cdots)(= x_t e^t)$ と定義する。最初に，$x = 0$ とすれば，$\phi(0(t)) = \phi((0, \cdots 0, 0, \cdots)) = 0$　$\forall t \in N$ なので，$\varphi(0) = \lim_{t\to\infty} \phi(0(t)) = 0$ となる。次に，$x \neq 0$ とすると，ϕ の線形性より $\phi(x(t)) = \phi((x_1, 0, \cdots 0) + \cdots + \phi((0, \cdots 0, x_t, 0 \cdots)) + \phi((0, \cdots 0, 0 \cdots))$ となるが，$\phi((0, \cdots 0, 0 \cdots)) = 0$ なので，$\phi(x(t)) = \phi((x_1, 0, \cdots 0) + \cdots + \phi((0, \cdots 0, x_t, 0 \cdots)) = \sum_{\tau=1}^{t} \phi(e^\tau(x))$　$\forall t \in N$ となる。今，$x' = (x'_t)$ を，$\phi(e^\tau(x)) \geq 0$ の時 $x'_t = x_t$ (故に，$\phi(e^\tau(x')) = \phi(e^\tau(x)) \geq 0$)，$\phi(e^\tau(x)) < 0$ の時 $x'_t = -x_t$ (故に，$\phi(e^\tau(x')) = -\phi(e^\tau(x)) \geq 0$)　$\forall t \in N$ として定義すれば，$x' \in l_\infty$ で，$\phi(x'(t)) = \sum_{\tau=1}^{t} \phi(e^\tau(x')) = \sum_{\tau=1}^{t} |\phi(e^\tau(x))| \geqq |\sum_{\tau=1}^{t} \phi(e^\tau(x))| = |\phi(x(t))| (\geq 0)$ となり，更に，ノルムと内積の関係より $|\phi(x(t))| \leqq \sum_{\tau=1}^{t} |\phi(e^\tau(x))| = \phi(x'(t)) \leq \|\phi\|^* \|x'\|_\infty < \infty$　$\forall t \in N$ となる。故に，数列 $(\sum_{\tau=1}^{t} |\phi(e^\tau(x))|)$ は単調増加で有界となるので有限の値に収束し，したがって，級数 $\sum_{\tau=1}^{t} \phi(e^\tau(x))$ は絶対収束する。そこで，その(有限値の)極限を $\sum_{\tau=1}^{\infty} \phi(e^\tau(x))$ と書くとすると，

30) 勿論，有限次元ユークリッド空間はここでのモデルの特殊ケースとみなせるので，この結果も成立する。

$\varphi(x) = \lim_{t\to\infty}\phi(x(t)) = \lim_{t\to\infty}\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(x)) = \sum_{\tau=1}^{\infty}\phi(e^{\tau}(x))\ \forall x \in l_{\infty}$ となる。この時，$x=(x_1, \cdots, x_T, 0, \cdots)$ であれば，$\varphi(x)=\lim_{t\to\infty}\phi(x(t))=\lim_{t\to\infty}\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(x))=\sum_{\tau=1}^{T}\phi(e^{\tau}(x))=\phi(x)$ となって，φ と ϕ は一致する事に注意すると，仮定より $\phi(e^{\bar{t}})\neq 0\ \exists\bar{t}\in N$ となっているので，$x=e^{\bar{t}}$ の時には $\varphi(e^{\bar{t}})=\phi(e^{\bar{t}})\neq 0$ となる[31)]。また，級数 $\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(x))$ が収束する事より，$\varphi(\alpha x+\beta y)=\lim_{t\to\infty}\phi((\alpha x+\beta y)(t)) = \lim_{t\to\infty}\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(\alpha x+\beta y)) = \lim_{t\to\infty}\sum_{\tau=1}^{t}\{\alpha\,\phi(e^{\tau}(x))+\beta\phi(e^{\tau}(y))\} = \lim_{t\to\infty}\{\alpha\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(x))\} + \lim_{t\to\infty}\{\beta\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(y))\} = \alpha\lim_{t\to\infty}\{\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(x))\} + \beta\lim_{t\to\infty}\{\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(y))\}=\alpha\varphi(x)+\beta\varphi(y)$ となるので，$\varphi: l_{\infty}\to R$ は l_{∞} 上の 1 つの線形汎函数である。更に，$|\phi(x(t))|\leq\|\phi\|^{*}\|x\|_{\infty}<\infty\quad\forall t\in N$ より $|\varphi(x)|=|\lim_{t\to\infty}\phi(x(t))|=|\sum_{\tau=1}^{\infty}\phi(e^{\tau}(x))|\leq\|\phi\|^{*}\|x\|_{\infty}<\infty$ となるので，φ は有界であり，故に，$\|\cdot\|_{\infty}$－連続である。したがって，$\varphi(e^{\bar{t}})=\phi(e^{\bar{t}})\neq 0$ となっている事を考慮すると，$\varphi\in(l_{\infty})^{*}\setminus\{0\}$ となる。ところでいま，$\varphi(e^{t})=\phi(e^{t})=p_t\quad\forall t\in N$ と定義すると，$\phi(x(t))=\phi(x_t e^{t})=x_t\phi(e^{t})=p_t x_t\quad\forall t\in N$ となるので，$\varphi(x)=\lim_{t\to\infty}\phi(x(t)) = \lim_{t\to\infty}\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(x)) = \sum_{\tau=1}^{\infty}\phi(e^{\tau}(x)) = \sum_{\tau=1}^{\infty}p_t x_t$ となるが，$x=e$ とすれば $\varphi(x)=\sum_{\tau=1}^{\infty}p_t$ となり，$p=(p_1, \cdots, p_t, \cdots)\in l_1\setminus\{0\}$ である。そして，$p\in l_1$ であるのでこれを $\varphi\in l_1$ と表現する。$Q.E.D$

この時，$\phi\geqq 0$ であれば $z\geqq 0$ に対して $z(t)\geqq 0\ \forall t\in N$ となるので $\phi(z(t))\geqq 0\ \forall t\in N$ となり，したがって $\varphi(z)=\lim_{t\to\infty}\phi(z(t))\geqq 0$ となるので $\varphi\geqq 0$ である。ここでは各 p_t や $x_t\ \forall t\in N$ が実数 R のケースを示したが，一般的なノルム空間のケースは Prescott-Lucas (1972) や Lucas-Stoky (1989, Ch. 15) において取り扱われている。そして，一般的な（σ－有限的）測度空間上の有限加法的測度を，その可算加法的測度と純粋有限加法的測度に分解する定理は Yosida-Hewitt の分解定理（1972）として知られている[32)]。

前節の二つの系における所得移転を伴った準均衡や競争均衡の存在定理では，その均衡価格が $(l_{\infty})^{*}=(ba)$ に属している事が示されていて，その $(l_{\infty})^{*}$ に属している均衡価格にこの補題を適応すれば，l_1 に対応する価格が見つかる。そして，その l_1 に対応する価格でも支出最小化や選好の最大化，そして利潤最大化が依然として成立している事を示せば，この l_1 に対応する価格も準均衡価格や競争均衡価格となる。それを示すために，ここで(9)や(10)が必要となるのである。

命題 1：(1), ……, (4), (5′), (9), (10)の下では，$(x^{*}, y^{*}, \phi^{*}, \widetilde{\phi^{*}(x^{*h})})$ が所得移転を伴った準均衡であり，$\phi^{*}(e^{\bar{t}})\neq 0\ \exists\bar{t}\in N$ となっていれば，φ^{*} を ϕ^{*} に対して補題 3 を適応して得られる l_1－価格とすると，$(\tilde{x}^{*}, y^{*}, \varphi^{*}, \widetilde{\varphi^{*}(x^{*h})})$ も所得移転を伴った準均衡となる。また，$(\tilde{x}^{*}, y^{*}, \varphi^{*}, \widetilde{\varphi^{*}(x^{*h})})$ が所得移転を伴った競争均衡において，ϕ で各消費者が安価点条件を満たせば，$(\tilde{x}^{*}, y^{*}, \varphi^{*}, \widetilde{\varphi^{*}(x^{*h})})$ も所得移転を伴った競争均衡となる。また，この時 $\phi^{*}\geqq 0$ ならば $\varphi^{*}\geqq 0$ である。

証明）　$(\tilde{x}^{*}, y^{*}, \phi^{*}, \widetilde{\phi^{*}(x^{*h})})$ を所得移転を伴った準均衡とする。まず，(5′)によって，ϕ^{*} の価格の下で安価点条件を満たす消費者がいるが，

31) ここでは，$x=e^{t}$ の時に $\varphi(e^{t})=\phi(e^{t})\neq 0$ となる事を利用しているが，$e^{\bar{t}}$ でなくても，ある期間から先の座標が全て0になる $z=(z_1, \cdots, z_T, 0, \cdots)\ \exists T\in N$ に対して，$\phi(z)\neq 0$ であれば，$\varphi(z)=\lim_{t\to\infty}\phi(z(t))=\lim_{t\to\infty}\sum_{\tau=1}^{t}\phi(e^{\tau}(z))=\sum_{\tau=1}^{T}\phi(e^{\tau}(z))=\phi(z)\neq 0$ となって，$\varphi\neq 0$ となる。ただし，$z\gg 0$ では $\sum_{\tau=1}^{T}\phi(e^{\tau}(z))=\phi(z)=0$ となる可能性があり，その時には，$x=e^{\bar{t}}$ の時に $\varphi(e^{\bar{t}})=\phi(e^{\bar{t}})\neq 0$ とならないかもしれないので，選好の単調性(3)としては，各時点での消費量の増加が望ましいことを利用しているのである。

32) Yosida-Hewitt (1972) の原論文では束理論を用いて証明を行っている。Dunfor-Schwaltz (1958) にも別証があり，日本語による証明は吉田 (1976) において行われている。有限加法的測度に関しては，詳しくは Bhaskara Rao (1983) 参照。$(l_{\infty}(\beta))^{*}$ のケースでも，同様に，$l_1(\beta)$ とある種のバブル項に分解できると思われるが，これについては，$(l_{\infty}(\beta))^{*}$ のケースを考察する時に取り扱う予定である。

その消費者は，準均衡の定義より，$\phi^*(x^{*h})$ の所得の下で支出最小化を実現しているので，補題 1 より，その消費者 h は $\widetilde{\phi^*(x^{*h})}$ の所得の下で選好の最大化を実現している。すると，その消費者については(3)の選好の単調性より $\phi^*(e^t)>0\ \forall t\in N$ となり，ϕ^* は補題 3 の条件を満たしていて，$\varphi^*\in(l_1)^+\backslash\{0\}$ となる[33]。

最初に，$x^h\in R^h(x^{*h})\Rightarrow\varphi^*(x^h)\geq\phi^*(x^{*h})$ を示す。まず，$x^h\in P^h(x^{*h})$ ならば(9)より $\exists z^h\in(c_0)^+$, $T\in N,\forall t>T,(x^h(t)|-z^h(t+1))\in C^h$ となるが，$z^h-z^h(t+1)=(0,\cdots,0,-z^h_{t+1},\cdots)\to 0$ ((*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$) となるので，$(x^h(t)\,|-z^h(t+1))\to x^h$ ((*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$) となる。すると，$x^h\in P^h(x^{*h})$ と $P^h(x^{*h})$ が(2)より (C^h において) (*)弱位相 $\sigma(l_\infty,l_1)$ー開集合である事より，$\exists T'\in N$, $\forall t>T'$, $(x^h(t)\,|-z^h(t+1))\in P^h(x^{*h})$ となる。ϕ^*での支出最小化より $\phi^*((x^h(t)\,|-z^h(t+1)))\geq\phi^*(x^{*h})\ \forall t>T'$ である。$\phi^*((x^h(t)|-z^h(t+1)))=\phi^*((x^h(t))-\phi^*(z^h-z^h(t))$ であるが，$\phi^*(z^h-z^h(t))=\sum_{\tau=t+1}^{\infty}p_t\,z^h_t\to 0(t\to\infty)$ なので，$\lim_{t\to\infty}\phi^*((x^h(t)|-z^h(t+1)))=\lim_{t\to\infty}\phi^*((x^h(t))=\varphi^*(x^h)$ であり，$\varphi^*(x^h)\geq\phi^*(x^{*h})$ となる。また，$x^h\in I^h(x^{*h})$ のケースでは，選好の単調性より $(x^h+e/m)\in P^h(x^{*h})\ \forall m\in N$ となるので $\varphi^*(x^h+e/m)=\varphi^*(x^h)+\varphi^*(e/m)=\varphi^*(x^h)+\varphi^*(e)/m\geq\phi^*(x^{*h})$ となるが、$\varphi^*(e)/m=(\sum_{\tau=t}^{\infty}p_t)/m=\|\varphi^*\|_1/m\to 0(m\to\infty)$ なので $\varphi^*(x^h)\geq\phi^*(x^{*h})$ となる。

次に，$y\in Y\Rightarrow\varphi^*(y)\leq\phi^*(y^*)$ を示す。(10)より $y\in Y$ とすると $\exists z\in c_0$, $T\in N$, $\forall t>T$, $(y(t)|z(t+1))\in Y$ となるので，ϕ^* での y^* の利潤最大化条件より $\phi^*(y(t)|z(t+1))\leq\phi^*(y^*)\ \forall t>T$ となるが，$\phi^*((y(t)|z(t+1)))=\phi^*(y(t))+\phi^*(z-z(t+1))$ で，$\phi^*(z-z(t+1))=\sum_{\tau=t+1}^{\infty}p_t\,z_t\to 0(t\to\infty)$ なので，$\lim_{t\to\infty}\phi^*((y(t)|z(t+1)))=\lim_{t\to\infty}\phi^*((y(t))=\varphi^*(y)$ となり、故に，$\phi^*(y(t)|z(t+1)\leq\phi^*(y^*)\ \forall t>T$ と $\lim_{t\to\infty}\phi^*((y(t)|z(t+1)))=\varphi^*(y)$ より $\varphi^*(y)\leq\phi^*(y^*)$ となる。

ところで，$x^{*h}\in R^h(x^{*h})$ より $\varphi^*(x^{*h})\geq\phi^*(x^{*h})$, $h=1,\cdots,H$ なので $\sum_{h=1}^{H}\varphi^*(x^{*h})\geq\sum_{h=1}^{H}\phi^*(x^{*h})$ であり，また，$y^*\in Y$ より $\varphi^*(y^*)\leq\phi^*(y^*)$ となるが，実行可能性より $\sum_{h=1}^{H}x^{*h}=y^*$ なので $\sum_{h=1}^{H}\varphi^*(x^{*h})=\varphi^*(\sum_{h=1}^{H}x^{*h})=\varphi^*(y^*)$, $\sum_{h=1}^{H}\phi^*(x^{*h})=\phi^*(\sum_{h=1}^{H}x^{*h})=\phi^*(y^*)$ となり，結局，$\sum_{h=1}^{H}\varphi^*(x^{*h})=\varphi^*(y^*)=\phi^*(y^*)=\sum_{h=1}^{H}\phi^*(x^{*h})$ となって，$y\in Y\Rightarrow\varphi^*(y)\leq\varphi^*(y^*)$, 更に，$\varphi^*(x^{*h})=\phi^*(x^{*h})$ となって，$x^h\in R^h(x^{*h})\Rightarrow\varphi^*(x^h)\geq\varphi^*(x^{*h}),h=1,\cdots,H$ となって，$(x^*,y^*,\varphi^*,\varphi^*(x^{*h}))$ も所得移転を伴った準均衡となる。

また，$(\tilde{x}^*,y^*,\phi^*,\widetilde{\phi^*(x^{*h})})$ が所得移転を伴った競争均衡ならば，それは所得移転を伴った準均衡なので，上で示した結果によって $(\tilde{x}^*,y^*,\varphi^*,\widetilde{\varphi^*(x^{*h})})$ も所得移転を伴った準均衡となるが，更に，$\varphi^*(x^{*h})$ で各消費者が安価点条件を満たせば，補題 1 より支出最小化は選好の最大化となる。実際，仮定より $\phi^*(x^{*h})$ で各消費者が安価点条件を満たすので，上で示した $\phi^*(x^{*h})=\varphi^*(x^{*h})$ より $\varphi^*(x^{*h})$ でも各消費者が安価点条件を満たし，選好の最大化が成立する。したがって，$(\tilde{x}^*,y^*,\varphi^*,\widetilde{\varphi^*(x^{*h})})$ も所得移転を伴った競争均衡となる。*Q.E.D*

以上の証明では，$\phi^*(x^{*h})=0$ の値の大きさは本質的ではないので，$\phi^*(x^{*h})=0$ で所得移転を伴なわないケースでも $\phi^*(x^{*h})=\varphi^*(x^{*h})$ より $\varphi^*(x^{*h})=0$ となって，所得移転を伴わない準均衡や競争均衡でも同様な結果が成立する。また，所得移転を伴った準均衡のケースでは，$\phi^*\neq 0$ であっても $\varphi^*\neq 0$ が成立するとは限らないので，$\phi(e^{\bar{t}})\neq 0\ \exists\bar{t}\in N$ という条件を課して，$\varphi^*\neq 0$ を保証しているのであるが，Lucas-Storky (1989, Ch. 15) においては，この条件が欠けているので $\varphi^*=0$ を排除できない。しかし，$\phi(e^{\bar{t}})\neq 0\quad\exists\bar{t}\in N$ という条件は，所得移転を伴った競争均衡のケースでは，選好の最大化である需要条件と選好の単調性(3)と(5')より保証される。この時には，$\phi(e^t)=0\ \forall t\in N$ となる事はな

33) 実際には，各消費者が各時点での消費の増加が望ましいという条件ではなく，ある時点での消費の増加がのぞましいという条件で十分である。

く，必ず $\phi(e^{\bar{t}})\neq 0\ \exists\bar{t}\in N$ が成立する。

この命題を，前節で得られた所得移転を伴った準均衡や競争均衡の存在定理に適応すれば，以下の結果が得られる。

系：(1), …, (5'), …, (7), (9), (10)の下では，この経済には均衡価格が $(l_1)^+\setminus\{0\}$ に属する所得移転を伴った準均衡が存在する。また, (1), …(5'')…, (7), (9), (10), (11')の下では，この経済には均衡価格が $(l_1)^+\setminus\{0\}$ に属する所得移転を伴った競争均衡が存在する。(所得移転を伴った均衡の存在：l_1 − 価格のケース)

証明）まず，最初のケースは，(1), …, (5'), …, (7)によって所得移転を伴った準均衡が存在し，更に，(3), (5')が仮定されていて命題 1 の条件も満たされるので，価格が l_1 に属する所得移転を伴った準均衡が存在する。2 番目のケースは，(1), …(5''), …(7), (11')によって所得移転を伴った競争均衡が存在するが，更に，(3), (5'), (11')が仮定されていているので，その均衡価格から構成された l_1 に属する価格 φ^* に対しても命題 1 の条件が満たされ，結局，l_1 に属する価格 φ^* において所得移転を伴った競争均衡となる。この時均衡価格は $\phi^*\geqq 0$ なので $\varphi^*\geqq 0$ であり, $\varphi^*\neq 0$ なので $\varphi^*\in(l_1)^+\setminus\{0\}$ となる。$Q.E.D$

本節までは，個人生存条件を不必要とする所得移転を伴った準均衡や競争均衡の存在を議論したが，次節では，所得移転を伴なわない準均衡や競争均衡の存在を議論し，そこでは，個人生存条件が必要となる事を示す。

5．競争均衡の存在

前節までで，厚生経済学の第 2 基本定理に基づいて，所得移転を伴った準均衡や競争均衡の存在を示したが，本節では，所得移転を伴わない競争均衡の存在を示す。そのためには，弱パレート最適配分の中から，その支持価格で評価した所得額がゼロとなるようなものを見つければよい。そこで先ず，弱パレート最適配分に対してその支持価格で評価した所得移転額を，弱パレート最適な配分からの効用比を表す基本単体上から定義される写像と見なすと，その写像が閉対応で凸値である事を示す。そして，その事に基づいて作成した写像に対して R^H における角谷の不動点定理を適応し，その不動点では所得移転を伴なっていない事を示す。

最初に，この所得移転写像の定義を与える。先ず, $\pi:\widetilde{F^*}\to\Pi$ を $(\tilde{x},y)\mapsto\pi(\tilde{x},y)=\{\phi\in\Pi\setminus\{0\}\mid x'^h\in R^h(x^h)\to\phi(x'^h)\geqq\phi(x^h)\ h=1,\cdots H,\ y'\in Y\to\phi(y')\leqq\phi(y)\}$ によって定義する。$\pi(\tilde{x},y)$ は（$\widetilde{x_0}$ を基準にした）弱パレート最適な配分 $(\tilde{x},y)$ 対する支持価格の集合であり，定理 2 の厚生経済学の第 2 基本定理より, $\pi(\tilde{x},y)\neq\emptyset\ \forall(\tilde{x},y)\in\widetilde{F^*}$ である。また，市場清算条件より $\sum_{h=1}^{H}\phi(x^h)=\phi(y)$ となるが，本稿で前提としている(4)の下では $\sum_{h=1}^{H}\phi(x^h)=\phi(y)=0$ となる。この時, $\pi(\tilde{x},y)$ は凸になる。実際, $\phi,\phi'\in\pi(\tilde{x},y),\ \alpha\in(0,1)$ として，$\alpha\phi+(1-\alpha)\phi'$ を考えると, $(l_\infty)^*=ba$ は線形空間なので，$\alpha\phi+(1-\alpha)\phi'\in(l_\infty)^*=ba$ であり，更に, $\phi,\phi'\geqq 0$ より $\|\alpha\phi+(1-\alpha)\phi'\|^*=\|\alpha\phi+(1-\alpha)\phi'\|^*=(\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')(e)=\alpha\phi(e)+(1-\alpha)\phi'(e)=1$ となるので, $\alpha\phi+(1-\alpha)\phi'\in\Pi\setminus\{0\}$ である。また, $\phi(\phi')\in\pi(\tilde{x},y)$ より, $x'^h\in R^h(x^h)\to\phi(x'^h)\geqq\phi(x^h)(\phi'(x'^h)\geqq\phi'(x^h))h=1,\cdots,H,\ y'\in Y\to\phi(y')\leqq\phi(y)(\phi'(y')\leqq\phi'(y))$ となる。すると, $\phi(x'^h)\geqq\phi(x^h)$ と $\phi'(x'^h)\geqq\phi'(x^h)$ より, $(\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')(x'^h)=\alpha\phi(x'^h)+(1-\alpha)\phi'(x'^h)\geqq\alpha\phi(x^h)+(1-\alpha)\phi'(x^h)=(\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')(x^h)$, また, $\phi(y')\leqq\phi(y)$ と $\phi'(y')\leqq\phi'(y)$ より, $(\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')(y')=\alpha\phi(y')+(1-\alpha)\phi'(y')\leqq\alpha\phi(y)+(1-\alpha)\phi'(y)=(\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')(y)$ となるので, $\alpha\phi+(1-\alpha)\phi'$ は $(\tilde{x},y)$ での支持価格の条件を満たす。したがって, $\alpha\phi+(1-\alpha)\phi'\in\pi(\tilde{x},y)$ となって $\pi(\tilde{x},y)$ は凸である。

次に，$\triangle:\widetilde{F^*}\to R^H$ を, $(\tilde{x},y)\mapsto\triangle(\tilde{x},y)=\{(\phi(x^1),\cdots,\phi(x^H))\in R^H\mid\phi\in\pi(\tilde{x},y)\}$ によって定義する。$\triangle(\tilde{x},y)$ は（$\widetilde{x_0}$ を基準にした）弱パレート最適な配分 $(\tilde{x},y)$ をその支持価格で評価した時の各消費者の所得移転額のベクトルであり，一般には正の値と負の値が混じっている。

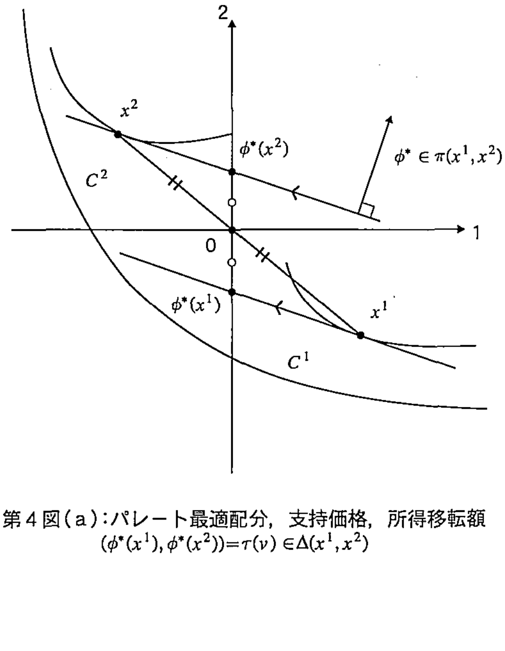
この時，$t\in\Delta(\tilde{x},y)$ であれば，$\exists\phi\in\pi(\tilde{x},y)(\subset\Pi)$，$t^h=\phi(x^h)\quad\forall h=1,\cdots,H$ となり，$\Delta(\tilde{x},y)$ は凸集合になる。実際，$t,t'\in\Delta(\tilde{x},y)$，$\alpha\in(0,1)$ に対して，$\alpha t+(1-\alpha)t'$ を考えると，$\exists\phi,\phi'\in\pi(\tilde{x},y)$，$t^h=\phi(x^h)$，$t'^h=\phi'(x^h)\quad h=1,\cdots,H$ となるが，すると，$\alpha t^h+(1-\alpha)t'^h=\alpha\phi(x^h)+(1-\alpha)\phi'(x^h)=(\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')(x^h)\quad h=1,\cdots,H$ となり，既に述べたように，$\pi(\tilde{x},y)$ の凸性より $(\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')\in\pi(\tilde{x},y)$ なので，$\alpha t+(1-\alpha)t'=((\alpha\phi+(1-\alpha)\phi')(x^h))\in\Delta(\tilde{x},y)$ となって，$\Delta(\tilde{x},y)$ は凸である。

更に，$\gamma:S^{H-1}\to\widetilde{F^*}$ を $\nu\mapsto\gamma(\nu)=\{(\tilde{x},y)\in\widetilde{F^*}\mid f(\tilde{u}(\tilde{x},y))=\nu\}$ によって定義する。$\gamma(\nu)$ は効用比が ν となるような（$\widetilde{x_0}$ を基準にした）弱パレート最適な配分 $(\tilde{x},y)$ の集合であり，u の連続性と定理 1 の系の f の連続性により γ も連続である。そして，$\tau:S^{H-1}\to R^H$ を，$\nu\mapsto\tau(\nu)=\Delta(\gamma(\nu))=(\Delta\circ\gamma)(\nu)$ によって定義する。$\tau(\nu)$ は効用比が ν となるような（$\widetilde{x_0}$ を基準にした）弱パレート最適な配分 $(\tilde{x},y)$ をその支持価格で評価した時の各消費者の所得移転額のベクトルの集合となる。ところで，$t\in\tau(\nu)$ とすると，$\exists(\tilde{x},y)\in\widetilde{F^*}$，$t^h=\phi(x^h)\quad\forall h=1,\cdots,H$，$\exists\phi\in\pi(\tilde{x},y)$ となるが，(4)より $\sum_{h=1}^H\phi(x^h)=\phi(y)=0$ となる。更に，$(\tilde{x},y)\in\widetilde{F^*}\to x^h\in F^h$ となるが，(1)，(4)，(5)より $\exists\beta(<\infty),x^h\in F^h\to\|x^h\|<\beta\ \forall h=1,\cdots,H$ となるので，$|t^h|=|\phi(x^h)|\leq\|\phi\|^*\cdot\|x^h\|<\beta$ となって，$\sum_{h=1}^H|t^h|\leq H\beta=\zeta(>0)$ となる。そこで，$T=\{t\in R^H\mid\sum_{h=1}^H t^h=0,\sum_{h=1}^H|t^h|\leq\zeta\}$ と定義すると，$\tau(\nu)\subset T\quad\forall\nu\in S^{H-1}$ となって，T は所得移転可能領域を表している。もちろん，$\tau:S^{H-1}\to T$ となる。

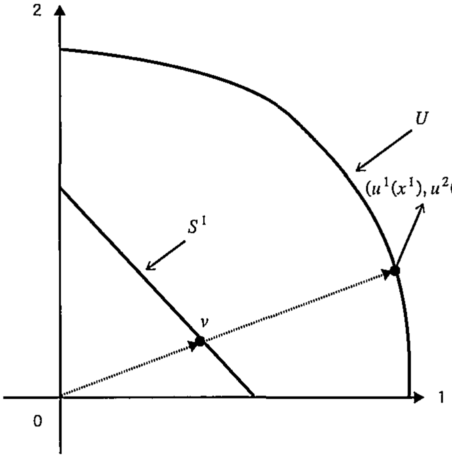
最後に，$\rho:S^{H-1}\times T\to S^{H-1}$ を，$(\nu,t)\mapsto\rho^h(\nu,t)=[\nu^h+max(0,-t^h/\zeta)]/[1+\sum_{k=1}^H max(0,-t^k/\zeta)]\quad h=1,\cdots,H$ によって定義する。この写像は所得移転額のベクトルに応じて消費者の効用配分比を変更する写像であり，所得移転されている消費者の効用を相対的に引下げる操作を表している。この写像については，分母が $[1+\sum_{k=1}^H max(0,-t^k/\zeta)]>0$ 正となるので，$(S^{H-1}\times T)$ 上で問題なく定義でき，故に，ρ は連続関数である。

以上の $\pi(\tilde{x},y)$，$\Delta(\tilde{x},y)$，$\gamma(\nu)$，$f(\tilde{u}(\tilde{x},y))$ の関連は第 4 図(a)，(b)，(c)で図示されている。(b)図の効用配分 ν に対応する弱パレート最適配分を(a)図の $\tilde{x}=(x^1,x^2)$ とすると，原点を通る直線上で対称的に位置しているため実行可能で，x^1 や x^2 での無差別曲線の接線を考えれば，それらに直交するベクトルが支持価格 ϕ^* である事が分かる。そして，その支持価格 ϕ^* の下での消費点 x^1 や x^2 の評価額のベクトル $(\phi^*(x^1),\phi^*(x^2))$ が $\tau(\nu)$ であり，$\phi^*(x^1)+\phi^*(x^2)=0$ より図(c)の T の領域で原点を通る 45° 線上に位置するのである。$\tau(\nu)$ は，したがって，(b)図の効用配分から(a)図の対応する弱パレート最適配分の支持価格を通じて(c)図に移されているのである。

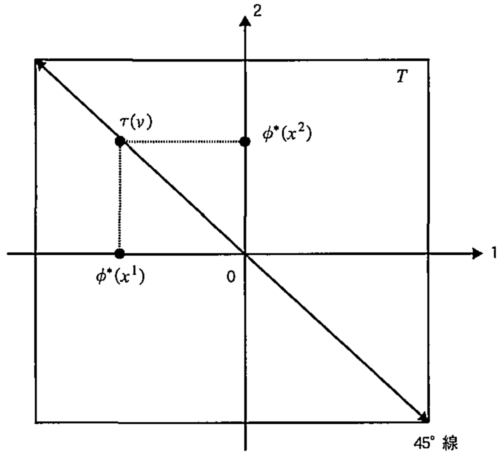
ところで，所得移転が無い状態では ρ に基づく効用配分が不変になるので，以下では，$(\rho\times\tau):S^{H-1}\times T\to S^{H-1}\times T$ という写像を考え，この写像に不動点が存在して，その不動点では所得移転が無くて効用配分が不変になる事を示す。ここでは，有限人の消費者しか存在しておらず，これら ρ および τ 写像は有限次元



第 4 図（a）：パレート最適配分，支持価格，所得移転額
$(\phi^*(x^1),\phi^*(x^2))=\tau(\nu)\in\Delta(x^1,x^2)$



第４図(ｂ)：パレートフロンティアー，弱パレート最適配分，効用配分比　$f(u(x^1,x^2))=\nu$



第４図(ｃ)：所得移転ベクトル，効用配分比 $\tau(\nu)=(\phi^*(x^1),\phi^*(x^2))\in T$

で定義されているので，写像 $(\rho\times\tau)$ の不動点の存在には有限次元ユークリッド空間における角谷の不動点定理を適応すればよい。したがって，$\bar{\rho}$ が連続関数なので τ が凸値で閉対応になっている事を示せばよい。それが次の補題である。

補題４：(1), …, (5'), (6), (7)の下では，写像 $\tau: S^{H-1}\to R^H$ は閉対応で凸値である。

証明） 最初に，凸値である事を示す。まず，$\nu\in S^{H-1}$ として $(\tilde{x},y),(\widetilde{x'},y')\in\gamma(\nu)$ とすると，$f(\tilde{u}(\tilde{x},y))=f(\tilde{u}(\widetilde{x'},y'))=\nu$ となるが，$\widetilde{F^*}$ と f の作り方より $\tilde{u}(\tilde{x},y)=\tilde{u}(\widetilde{x'},y')$ となって，$u^h(x^h)=u^h(x'^h)$ $h=1,\cdots,H$ となる。そこで，$\phi\in\pi(\tilde{x},y)$ とすると，支持価格の性質より，$u^h(z^h)\geqq u^h(x^h)\to\phi(z^h)\geqq\phi(x^h)$ $h=1,\cdots,H$となる。すると，$u^h(x^h)=u^h(x'^h)$ より，$u^h(z^h)\geqq u^h(x'^h)(=u^h(x^h))\to\phi(z^h)\geqq\phi(x'^h)$ $h=1,\cdots,H$ となり，もちろん，$u^h(x^h)\geqq u^h(x'^h)\to\phi(x^h)\geqq\phi(x'^h)$ $h=1,\cdots,H$ となる。また，$u^h(x'^h)\geqq u^h(x^h)\to\phi(x'^h)\geqq\phi(x^h)$ $h=1,\cdots,H$ となるので，$\phi(x'^h)=\phi(x^h)$ $h=1,\cdots,H$ となる。すると，利潤最大化条件より $0=\phi(y)\geqq\phi(y')=\phi(\sum_{h=1}^H x'^h)=\phi(\sum_{h=1}^H x^h)=\phi(y)=0$ となるので，結局，$\phi(x'^h)=\phi(x^h)$ $h=1,\cdots,H$, $\phi(y')=\phi(y)=0$ となる。したがって，ϕ は$(\widetilde{x'},y')$の支持価格であって，$\phi\in\pi(\widetilde{x'},y')$ となる。この議論は $(\tilde{x},y)$ と$(\widetilde{x'},y')$ の役割を交換しても成立するので，結局，$\pi(\tilde{x},y)=\pi(\widetilde{x'},y')$ となり，$\nu\in S^{H-1}$ に対しては $(\tilde{x},y)\in\gamma(\nu)$ に対する $\pi(\tilde{x},y)$ が同一になり，選んだ $(\tilde{x},y)$ には依存しない。また，$\phi(x'^h)=\phi(x^h)$ $h=1,\cdots,H$ なので，その定義より$\Delta(\tilde{x},y)=\Delta(\widetilde{x'},y')$ となる。そこで，$\nu\in S^{H-1}$ として $t,t'\in\tau(\nu)$ とすると，$\exists(\tilde{x},y),(\widetilde{x'},y')\in\gamma(\nu)$, $t\in\Delta(\tilde{x},y)$, $t'\in\Delta(\tilde{x},y)$ となるが，$\exists\phi\in\pi(\tilde{x},y)$, $\phi'\in\pi(\widetilde{x'},y')$, $t^h=\phi(x^h)$, $t'^h=\phi'(x'^h)$ $h=1,\cdots,H$であり，更に，$\Delta(\tilde{x},y)=\Delta(\widetilde{x'},y')$ かつ $\pi(\tilde{x},y)=\pi(\widetilde{x'},y')$ となるので，結局，$\phi,\phi'\in\pi(\widetilde{x'},y)$, $t,t'\in\Delta(\widetilde{x'},y)$ と出来る。そこで，$\alpha\in(0,1)$ に対して，$\alpha t+(1-\alpha)t'$ を考えると，既にその定義の所で示した $\Delta(\tilde{x},y)$ の凸性より，$\alpha t+(1-\alpha)t'\in\Delta(\tilde{x},y)\subset\Delta(\gamma(\nu))=\tau(\nu)$ となるので，$\tau(\nu)$は凸である。

次に，τ が閉対応である事を示す。$Gr(\tau)\subset R^{2H}$ なので，点列を用いて，$(\nu^n,t^n)\in Gr(\tau)=\{(\nu,t)\in S^{H-1}\times T,\ t\in\tau(\nu),\ \nu\in S^{H-1}\}$, $(\nu^n,t^n)\to(\bar{\nu},\bar{t})\in S^{H-1}\times T\Rightarrow(\bar{\nu},\bar{t})\in Gr(\tau)$ を示せば良く，更に，$(\bar{\nu},\bar{t})\in Gr(\tau)$ には，$\exists(\bar{\tilde{x}},\bar{y})\in\gamma(\bar{\nu})$, $\bar{\phi}\in\pi(\bar{\tilde{x}},\bar{y})$ で$\overline{t^h}=\bar{\phi}(\overline{x^h})$ $h=1,\cdots,H$を示せば良い。まず，$(\nu^n,t^n)\in Gr(\tau)$ より $t^n\in\tau(\nu^n)$ $\forall n=1,\cdots$なので，$\exists(\widetilde{x^n},y^n)\in\gamma(\nu^n)$, $\phi^n\in\pi(\widetilde{x^n},y^n)$ で $t^{hn}=\phi^n(x^{hn})$ $h=1,\cdots,H$ $\forall n=1,\cdots$ である。また，$(\widetilde{x^n},y^n)\in\gamma(\nu^n)$

$\subset\widetilde{F^*}$ と $\widetilde{F^*}$ の直積(*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})-$ 点列コンパクト性より，一般性を失う事なく，$\exists(\tilde{\bar{x}},\bar{y})\in\widetilde{F^*}$，$(\widetilde{x^n}, y^n)\to(\tilde{\bar{x}},\bar{y})$ ((*)弱位相 $\sigma(l_\infty^{H+1}, l_1^{H+1})$ で)と出来る。さて，$\pi(\widetilde{x^n}, y^n)\subset\Pi=\{\phi\in(ba)^+ \mid \|\phi\|^*=1\}$ で Π が (*)弱位相 $\sigma(ba, l_\infty)-$ コンパクト集合なので，既に触れたように，アラオグルーの定理より，点列 $\{\phi^n\}$ には収束するサブネット(部分有向点列) $\{\phi^{n_\lambda}\}_{n_\lambda\in\Lambda}$ が存在し，(*)弱位相 $\sigma(ba, l_\infty)$ で $\phi^{n_\lambda}\to\bar{\phi}(\in\Pi)(\lambda\uparrow)$ となる[34]。ここでは，一般的には収束部分列が取れるとは限らず，収束するサブネットしか取れない事に注意する。もちろん，部分列はサブネットの一例ではあるが，逆は成立しない。また，収束するネットのサブネットも同一の極限に収束するので，$(\widetilde{x^{n_\lambda}}, y^{n_\lambda})\to(\tilde{\bar{x}},\bar{y})(\lambda\uparrow)$ となる。

ところで，有限次元のケースでは，点列 $\{\phi^n\}$ から取れるサブネットとして部分列を用いてよいので $\phi^{n_k}\to\bar{\phi}(k\to\infty)$ と出来て，内積 (ϕ, x) の(両変数に関する）連続性より $x^{n_k h}\to\overline{x^h}, \phi^{n_k}\to\bar{\phi}, t^{n_k h}\to\overline{t^h}, t^{n_k h}=\phi^{n_k}(x^{n_k h})\Rightarrow\overline{t^h}=\bar{\phi}(\overline{x^h})$ となり，$\bar{t}\in\tau(\bar{v})$ は容易に示す事が出来る。しかし，l_∞ は無限次元のケースであり，内積 (ϕ, x) の各変数に関する連続性は成立するが，有限次元のような両変数に関する $(\sigma(l_\infty, l_1)\times\sigma(ba, l_\infty)-)$ 連続性は一般には成立しないので，この有限次元の議論は適応できない。そこで次のような議論を用いる[35]。先ず，$(\widetilde{x^{n_\lambda}}, y^{n_\lambda})\in\gamma(v^{n_\lambda})$ より $f(u(\widetilde{x^{n_\lambda}}, y^{n_\lambda}))=v^{n_\lambda}$ となるが，$(\widetilde{x^{n_\lambda}}, y^{n_\lambda})\to(\tilde{\bar{x}},\bar{y})(\in\widetilde{F^*})(\lambda\uparrow)$，$v^{n_\lambda}\to\bar{v}(\lambda\uparrow)$，$f$ と u の(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)-$ 連続性より $f(u(\tilde{\bar{x}},\bar{y}))=\bar{v}$ となって $(\tilde{\bar{x}},\bar{y})\in\gamma(\bar{v})$ となるので，$\bar{\phi}\in\pi(\tilde{\bar{x}},\bar{y})$ で $\overline{t^h}=\phi(\overline{x^h})$ $h=1,\cdots,H$ を示せばよい。そこでまず，$\bar{\phi}\in\pi(\tilde{\bar{x}},\bar{y})$ について考えるが，これには，$\bar{\phi}$ が $(\tilde{\bar{x}},\bar{y})$ の支持価格である事を示せばいい。そこで，$z^h\in P^h(\overline{x^h})$ と $\delta\in(0, 1)$ に対して $z^{hn_\lambda}=(z^h+\delta^{n_\lambda}e)$ とすると，選好の単調性より $z^{hn_\lambda}\in P^h(z^h)$ となり，更に，$\lambda\uparrow\Rightarrow n_\lambda\to\infty$ より，$\delta^{n_\lambda}\to 0(\lambda\uparrow)$ となるので，$\|z^{hn_\lambda}-z^h\|_\infty=\delta^{n_\lambda}\|e\|_\infty=\delta^{n_\lambda}\to 0(\lambda\uparrow)$ となる[36]。

すると，ノルム収束すれば弱収束するので，$z^{hn_\lambda}\to z^h$ ((*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)$ で)$(\lambda\uparrow)$である。さて，$z^h\in P^h(\overline{x^h})$ であるが，$x^{hn_\lambda}\to\overline{x^h}(\lambda\uparrow)$と選好の連続性より，$\exists\bar{\lambda}\in\Lambda, \forall\lambda\succeq\bar{\lambda}, z^h\in P^h(x^{hn_\lambda})$ となるので，$\phi^{n_\lambda}\in\pi(\widetilde{x^{n_\lambda}}, y^{n_\lambda})$ の定義より，$\phi^{n_\lambda}(z^h)\geq\phi^{n_\lambda}(x^{hn_\lambda})=t^{hn_\lambda}$ $\forall\lambda\succeq\bar{\lambda}$ $h=1,\cdots,H$ となる[37]。また，$y\in Y$ とすれば $0=\phi^{n_\lambda}(y^{n_\lambda})\geq\phi^{n_\lambda}(y)$ $\forall\lambda\succeq\bar{\lambda}$ であるが，(*)弱位相 $\sigma(ba, l_\infty)$ の定義より $\phi^{n_\lambda}(y)\to\bar{\phi}(y)(\lambda\uparrow)$なので $0\geq\bar{\phi}(y)$ となり，特に $y=\bar{y}$ として $0\geq\bar{\phi}(\bar{y})$ を得る。そして，ノルムの定義と $\phi\in\Pi\to\|\phi\|\leq 1$ より，$|\phi^{n_\lambda}(z^{hn_\lambda})-\bar{\phi}(z^h)|\leq|\phi^{n_\lambda}(z^{hn_\lambda})-\phi^{n_\lambda}(z^h)|+|\phi^{n_\lambda}(z^h)-\bar{\phi}(z^h)|\leq\|\phi^{n_\lambda}\|^*\cdot\|z^{hn_\lambda}-z^h\|_\infty+|(\phi^{n_\lambda}-\bar{\phi})(z^h)|\leq\|z^{hn_\lambda}-z^h\|_\infty+|(\phi^{n_\lambda}-\bar{\phi})(z^h)|$ となるが，既に述べたように，$\|z^{hn_\lambda}-z^h\|_\infty\to 0(\lambda\uparrow)$であり，また，(*)弱位相 $\sigma(ba, l_\infty)$ の定義より $(\phi^{n_\lambda}-\bar{\phi})(z^h)\to 0(\lambda\uparrow)$ なので，上式の右辺→0となり，結局，$|\phi^{n_\lambda}(z^{hn_\lambda})-\bar{\phi}(z^h)|\to 0(\lambda\uparrow)$ $h=1,\cdots,H$ となる。すると，$\phi^{n_\lambda}(z^{hn_\lambda})\to\bar{\phi}(z^h)(\lambda\uparrow)$ で $\phi^{n_\lambda}(z^h)\geq\phi^{n_\lambda}(x^{hn_\lambda})=t^{hn_\lambda}$ $\forall\lambda\succeq\bar{\lambda}$，$t^{hn_\lambda}\to\overline{t^h}(\lambda\uparrow)$ $h=1,\cdots,H$ なので，$\bar{\phi}(z^h)\geq\overline{t^h}$ となり，結局，$z^h\in P^h(\overline{x^h})\Rightarrow\bar{\phi}(z^h)\geq t^h$ $h=1,\cdots,H$ が成立する。この時，$z^h\in R^h(\overline{x^h})$ として，$z_m^h=z^h+e/m$ とすれば，選好の単調性より $z_m^h\in P^h(z^h)$ となるので，選好の推移性より $z_m^h\in P^h(\overline{x^h})$ $\forall m\in N$ となり，今

34) このサブネット $\{\phi^{n_\lambda}\}_{\lambda\in\Lambda}$ は，定義によって，$\forall n\in N$，$\exists\lambda\in\Lambda, n<n_\lambda$ となっていて，$\lambda\uparrow\Rightarrow n_\lambda\to\infty$ となる事に注意。勿論，$(\Lambda,\succ)$ は $(N,>)$ と一般には異なる有向集合である。Magill (1981) では，このサブネット $\{\phi^{n_\lambda}\}_{\lambda\in\Lambda}$ を使わなくてはいけない議論で，単なる部分列 $\{\phi^{n_k}\}$ を使っているので不正確である。ただし，$\lambda\uparrow$ と $k\to\infty$ では議論にそれ程大きな差異は無い。

35) これが，Bewley (1972) や Magill (1981) による議論である。

36) 点列から構成されたサブネットの性質より，$\forall n\in N, \exists\lambda_n\in\Lambda, \forall\lambda\succ\lambda_n, n_\lambda\geq n$ となるので，$\lambda\uparrow\to n_\lambda\uparrow\infty$ となる。

37) 一般には，$\bar{\lambda}\in\Lambda$ は h に依存して $\overline{\lambda^h}$ であるが，$\succeq$ の順序で一番大きい $\overline{\lambda^h}$ を $\bar{\lambda}$ とすればよい。ここで h は有限個なので，$\succeq$ の順序で一番大きい $\overline{\lambda^h}$ は確かに存在する。

示した事より，$\overline{\phi}(z_m^h)=\overline{\phi}(z^h)+\overline{\phi}(e/m)=\overline{\phi}(z^h)+\overline{\phi}(e)/m\geq\overline{t^h}\ \forall m\in N$ となるので，$m\to\infty$とすれば$\overline{\phi}(z_m^h)\to\overline{\phi}(z^h)$となって，$z^h\in R^h(\overline{x^h})\Rightarrow\overline{\phi}(z^h)\geq\overline{t^h}\ h=1,\cdots,H$を得る。特に，$\overline{x^h}\in R^h(\overline{x^h})$とすれば，$\overline{\phi}(\overline{x^h})\geq t^h\ h=1,\cdots,H$を得る。

ところで，$(\bar{\bar{x}},\bar{y})\in\widetilde{F^*}$より$(\bar{\bar{x}},\bar{y})$は実現可能で$\sum_{h=1}^H\overline{x^h}=\bar{y}$となるので，$\overline{\phi}(\sum_{h=1}^H\overline{x^h})=\overline{\phi}(\bar{y})(\leq 0)$となるが，$t^{n_\lambda}\to\bar{t}$，$0=\phi^{n_\lambda}(y^{n_\lambda})=\sum_{h=1}^H\phi(x^{hn_\lambda})=\sum_{h=1}^H t^{hn_\lambda}$より，$0=\sum_{h=1}^H\overline{t^h}$である。更に，$\overline{t^h}\leq\overline{\phi}(\overline{x^h})\ h=1,\cdots,H$より$\sum_{h=1}^H\overline{t^h}\leq\sum_{h=1}^H\overline{\phi}(\overline{x^h})=\overline{\phi}(\sum_{h=1}^H\overline{x^h})$なので，結局，$0=\sum_{h=1}^H\overline{t^h}\leq\sum_{h=1}^H\overline{\phi}(\overline{x^h})=\overline{\phi}(\sum_{h=1}^H\overline{x^h})=\overline{\phi}(\bar{y})\leq 0$が成立し，$\overline{t^h}\leq\overline{\phi}(\overline{x^h})\ h=1,\cdots,H$と$\overline{\phi}(\bar{y})=0$となる。したがって，最終的に，$\sum_{h=1}^H\overline{x^h}=\bar{y}$, $z^h\in R(\overline{x^h})\Rightarrow\overline{\phi}(z^h)\geq\overline{\phi}(\overline{x^h})=\overline{t^h}\ h=1,\cdots,H$，$y\in Y\Rightarrow\overline{\phi}(y)\leq\overline{\phi}(\bar{y})=0$が成立するので，$\overline{\phi}\in\pi(\bar{\bar{x}},\bar{y})$と$\overline{\phi}(\overline{x^h})=\overline{t^h}\ \ h=1,\cdots,H$が成立し，$\bar{t}\in\tau(\bar{v})$，つまり，$(\bar{v},\bar{t})\in Gr(\tau)$となる。したがって，$\tau$は閉対応である。$Q.E.D$

既に述べた様に，有限次元のケースでは点列(ϕ^n)から取れるサブネットを部分列としてよいので$\phi^{n_k}\to\overline{\phi}(k\to\infty)$と出来，更に，内積$(\phi,x)$の（両変数に関する）連続性より$x^{n_k h}\to\overline{x^h}$，$\phi^{n_k}\to\overline{\phi}$, $t^{hn_k}\to\overline{t^h}$, $t^{hn_k}=\phi^{n_k}(x^{hn_k})\Rightarrow\overline{t^h}=\overline{\phi}(x^h)$となるので，上の証明とは違って，$\bar{t}\in\tau(\bar{v})$は容易に直接的に示す事が出来る。しかし，$l_\infty$は無限次元のケースであり，内積$(\phi,x)$の各変数に関する連続性は成立するが，有限次元のような両変数に関する$(\sigma(l_\infty,l_1)\times\sigma(ba,l_\infty)-)$連続性は一般には成立しないので，この有限次元の議論は適応できず，したがって，$|\phi^{n_\lambda}(z^{hm_\lambda})-\overline{\phi}(z^h)|\to 0(\lambda\uparrow)\ h=1,\cdots,H$となる事を示すのに，上の証明のように，迂回的な間接的手法を用いるのである[38]。

これで，効用配分と所得移転に関する写像の性質が得られたので，それらから構成される直積写像$(\rho\times\tau):S^{H-1}\times T\to S^{H-1}\times T$に角谷の不動点定理が適応できる。そして，この写像の不動点では所得移転が無くて効用配分比が不変になり，したがって，この不動点が所得移転を伴わない準均衡になる。ただし，その際に，以下の証明で見るように(5)の前半部分の個人生存条件が必要になる。

定理 3：(1), ……, (7)の下では，この経済には均衡価格が$(l_\infty)^*\setminus\{0\}$に属する（所得移転を伴わない）準均衡が存在する。**（所得移転を伴わない準均衡の存在定理：ba − 価格のケース）**

証明）補題 3 より，所得移転写像$\tau:S^{H-1}\to T$が凸値な閉対応で，また，$\rho:S^{H-1}\times T\to S^{H-1}$が連続関数なので凸値な閉対応である。すると，写像$(\rho\times\tau):S^{H-1}\times T\to S^{H-1}\times T$は二つの凸値な閉対応の直積となるが，二つの凸値な閉対応の直積もまた凸値な閉対応となるので，$(\rho\times\tau):S^{H-1}\times T\to S^{H-1}\times T$は凸値な閉対応であり，角谷の不動点定理を適応する事が出来る。いま，その不動点を$(v^*,t^*)\in S^{H-1}\times T$とすれば，$(v^*,t^*)\in(\rho\times\tau)(v^*,t^*)=\rho(v^*,t^*)\times\tau(v^*)$となるので，$v^*\in\rho(v^*,t^*)$, $t^*\in\tau(v^*)$となる。示したい事は$t^*=0$である。まず，後者より，$\exists(\widetilde{x^*},y^*)\in\widetilde{F^*}$, $\phi^*\in\pi(x^*,y^*)$, $f(u(\widetilde{x^*},y^*))=v^*$, $\phi^*(x^{*h})=t^{*h}\ h=1,\cdots,H$であり，また，前者より，$v^{*h}=[v^{*h}+\max(0,-t^{*h}/\zeta)]/[1+\sum_{k=1}^H\max(0,-t^{*k}/\xi)]\ h=1,\cdots,H$となる。そこで今，$\sigma=\sum_{k=1}^H\max(0,-t^{*k}/\zeta)(\geq 0)$とおくと，所得移転の実行可能性より$\sum_{h=1}^H t^{*k}=0$なので，$\rho>0(=0)\Leftrightarrow t^{*k}\neq 0\ \exists k\in\{1,\cdots,H\}(t^{*k}=0\ \forall k=1,\cdots,H)$である。そして，所得移転のない準均衡が$t^{*k}=0\ \forall k=1,\cdots,H$となっている$\sigma=0$のケースに対応しているので，$(v^*,t^*)$が所得移転のない準均衡になっている事を示すには，$\sigma>0$とならない事を示せばいい。

そこで，$\sigma>0$とすると，$(1+\sigma)v^{*h}=[v^{*h}+\max(0,-t^{*h}/\zeta)]\ h=1,\cdots,H$となるので，$\sigma v^{*h}=\max$

---

38) この事は，ϕの範囲を$\sigma(ba,l_\infty)-$コンパクト集合上に制限すれば，内積(x,ϕ)が両変数に関して$\|\cdot\|\times\sigma(ba,l_\infty)$で連続であるという事を表している。例えば，Aliprantis-Border(1999, Theorem 6.46, Corollary 6.47) 参照。勿論，内積(x,ϕ)が$\sigma(l_\infty,l_1)\times\sigma(ba,l_\infty)-$コンパクト集合上で，両変数に関して$\sigma(l_\infty,l_1)\times\sigma(ba,l_\infty)-$連続という事は一般には成立しない。

$(0,-t^{*h}/\zeta)$ $h=1,\cdots,H$となる。そして，$v^{*h}\geq 0$であるが，$v^{*h}=0$のケースでは$\sigma v^{*h}=\max(0,-t^{*h}/\zeta)=0$より$-t^{*h}/\zeta\leq 0$となるので$t^{*h}\geq 0$となる[39]。また，$v^{*h}>0$のケースでは$\sigma v^{*h}=\max(0,-t^{*h}/\zeta)>0$より$-t^{*h}/\zeta>0$となって$t^{*h}<0$となる。勿論，$v^{*}\in S^{H-1}$より$\exists h\in\{1,\cdots,H\}$で$v^{*h}>0$となるので$t^{*h}<0$となる。故に，$\sum_{k=1}^{H}t^{*k}=0$より$\exists k\in\{1,\cdots,H\}\setminus\{h\}$で$t^{*k}>0$となり，$\sigma v^{*k}\max(0,-t^{*k}/\zeta)=0$より$v^{*k}=0$となる。ところで，$f(u(\tilde{x}^{*},y^{*}))$の定義より，$f(u(\tilde{x}^{*},y^{*}))=(u^{h}(x^{*h})/\sum_{h'=1}^{H}u^{h'}(x^{*h'}))=v^{*}$なので，$v^{*k}=0$より$u^{k}(x^{*k})=0$となる。更に，$u^{k}(\cdot)$は(5)の$x_0^k$を基準に定義されているので，結局，$x^{*k}I^{k}x_0^k$となって，$x_0^k\in R(x^{*k})$が成立する。すると，$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*},t^{*})$が準均衡なので，$\phi^{*}(x_0^k)\geq\phi^{*}(x^{*k})=t^{*k}>0$となるが，(5)の$x_0^k$は個人生存条件$x_0^k\in(C^{k}\cap Y)$を満たしているので，利潤条件より$0=\phi^{*}(y^{*})\geq\phi^{*}(x_0^k)$となって$0\geq\phi^{*}(x_0^k)>0$となり，矛盾が起こる。したがって，$\sigma>0$のケースは起こらず，$\sigma=0$のケースのみが起こる。故に，$t^{*}=0$となって$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*},t^{*})$が所得移転を伴わない通常の準均衡$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*})$となる。$Q.E.D$

Magill (1981, Lemma 3. 5, p. 168) の証明では，$v^{*h}=0$のケースで$\sigma v^{*h}=max(0,-t^{*h}/\zeta)=0$より$t^{*h}=0$としているが，実際には，$t^{*h}\geq 0$しか示せない。非負象限を消費集合として使用しているAliprantis *et al.* (1989) でも，このケースで$t^{*h}\geq 0$しか示しておらず，本稿のように，(5)の前半部分の個人生存条件に対応する条件$(0\in C^{h})$を利用する事で$t^{*}=0$を示している。勿論，この$\sigma>0$のケースで(5)の前半部分の個人生存条件を利用することなく，$t^{*h}=0$を示せるのであれば，(5)の個人生存条件の部分を利用する事なく，(5')だけで$t^{*}=0$を示せる。すると，個人生存条件を仮定せずに，$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*},t^{*})$が所得移転を伴わない通常の準均衡$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*})$となる事を，示せるのである[40]。

さて，ここではまだ$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*})$が所得移転を伴わない通常の準均衡であって，$x^{*h}$での支出最小化の成立しか示せていない。第 3 節では，$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*},t^{*})$が選好の最大化を満たす（所得移転を伴わない）通常の競争均衡となる事を示すためには，（経済全体での強生産性条件と）強既約性を利用して安価点条件の成立をすべての消費者に保証する事によって，選好の最大化を保証した。ここでは（経済全体での強生産性条件と）通常の既約性(8)を利用して（$\phi^{*}(x^{*h})=t^{*h}=0$での）安価点条件がすべての消費者で成立して選好の最大化が成立する事を示す。まず，前節の補題 2 に対応する結果が通常の既約性(8)の下で成立する事を示す。

補題 5：(1), ……, (5), (8)の下では，$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*})$が所得移転を伴わない準均衡であれば，それは所得移転を伴わない競争均衡である。

証明）まず，$(\tilde{x}^{*},y^{*},\phi^{*})$が所得移転を伴わない準均衡とすると，補題 1 では$\phi^{*}(x^{*h})$の値に特別の制限がなされてはいないので，ここでの$\phi^{*}(x^{*h})=0$のケースでもその結果が成立し，(1)と(2)が仮定され，$\exists w^{h}\in C^{h},\phi^{*}(w^{h})<0$ $(=\phi^{*}(x^{*h}))$（安価点条件）が成立すれば，$\phi^{*}(z^{h})\geq 0$ $\forall z^{h}\in P^{h}(x^{*h})\Rightarrow\phi^{*}(z^{h})>0$ $\forall z^{h}\in P^{h}(x^{*h})$となる。そして，準均衡では利潤最大化が成立しており，ここでは(5)より内点条件が成立しているので，$\phi^{*}(\sum_{h=1}^{H}x^{*h})=\phi^{*}(y^{*})=0>\phi^{*}(y_0)=\phi^{*}(\sum_{h=1}^{H}x_0^h)$となって，$\exists k\in\{1,\cdots,H\}$, $0(=\phi^{*}(x^{*k}))$

39) Magill (1981, Lemma 3. 5, p. 168) の証明では，$v^{*h}=0$のケースで$\sigma v^{*h}=\max(0,-t^{*h}/\zeta)=0$より$t^{*h}=0$となるとしているが，実際には，ここで行ったように，$t^{*h}\geq 0$しか示せない。

40) もちろん，もしも$t^{*h}\geq 0$だけでなく$t^{*h}=0$となるのであれば，(5)の個人生存条件なしで$t^{*h}=0$となるという事なので，この証明より個人生存条件を仮定せずに所得移転を伴わない準均衡の存在が示せる事になる。R^{n}のケースでは，根岸アプローチを用いたMoore (1975) によって，個人生存条件を仮定せずに所得移転を伴わない準均衡の存在を示しているが，無限次元財空間モデル，少なくともl_{∞}では，この点についてはより詳細な分析がまだなされていない。この点については，別の機会に行ないたいと考えている。

$>\phi^*(x_0^k)$ となり，$0(=\phi^*(x^{*k}))$ の所得の下での安価点条件が成立する。すると，準均衡の下では x^{*k} は ϕ^* の価格の下で $R^k(x^{*k})(\supset P^k(x^{*k}))$ 上の支出最小化を実現しているので，補題 1 より，そのような消費者 k については，($\phi^*(x^{*k})=0$ の下での) 選好の最大化も実現する。

そこで，そのような消費者の集合を I^1 とし，$I^2=I\setminus I^1=\{h\in I\mid 0\leqq\phi^*(x^h)\ \forall x^h\in C^h\}\neq\emptyset$ とする。勿論，$k\in I^1$ より $I^1\neq\emptyset$ である。今，$(\widetilde{x}^*, y^*)$ と，(I^1, I^2) に既約性(8)を適応すると，

$$\exists\bar{x}^h,\ h\in I^1,\ y'\in Y, z^h\in C^h,\ \alpha_h>0,\ h\in I^2$$
$$\textstyle\sum_{h\in I^1}^{H}\bar{x}^h=y'-y^*-\sum_{h\in I^2}\alpha^h z^h,$$
$$(x^{*h}+\bar{x}^h)\in R^h(x^{*h})\ \forall h\in I^1,$$
$$(x^{*k}+\bar{x}^k)\in P^k(x^{*k})\ \exists k\in I^1$$

となる。すると，$(x^{*h}+\bar{x}^h)\in R^h(x^{*h})\ \forall h\in I^1$ なので，選好の単調性と支出最小化より，$\phi^*(x^{*h}+\bar{x}^h)\geqq 0\quad\forall h\in I^1$ である。更に，定義より I^1 に属する消費者は安価点条件を満たしているので支出最小化は選好の最大化になり，故に，$(x^{*k}+\bar{x}^k)\in P^k(x^{*k})$ より $\phi^*(x^{*k}+\bar{x}^k)>0\ k\in I^1$ となる。したがって，

$$\textstyle\sum_{h\in I^1}\phi^*(x^{*h}+\bar{x}^h)$$
$$\textstyle=\sum_{h\in I^1}\phi^*(x^{*h})+\sum_{h\in I^1}\phi^*(\bar{x}^h)$$
$$\textstyle=\sum_{h\in I^1}\phi^*(\bar{x}^h)>0$$

となる。ところで，$\sum_{h=1}^{H}\bar{x}^h=y'-y^*-\sum_{h\in I^2}\alpha^h z^h$ と利潤最大化条件からの $\phi^*(y')-\phi^*(y^*)\leqq 0$ より

$$\textstyle\phi^*(\sum_{h\in I^1}^{H}\bar{x}^h)=\phi^*(y'-y^*-\sum_{h\in I^2}\alpha^h z^h)$$
$$\textstyle=\phi^*(y')-\phi^*(y^*)-\sum_{h\in I^2}\alpha^h\phi^*(z^h)$$
$$\textstyle\leqq-\sum_{h\in I^2}\alpha^h\phi^*(z^h)$$

となるが，$0<\phi^*(\sum_{h\in I^1}^{H}\bar{x}^h)$ なので $\sum_{h\in I^2}\alpha^h\phi^*(z^h)<0$ となり，$\phi^*(z^{h'})<0\ \exists h'\in I^2$ となる。しかし，I^2 の定義より $0\leqq\phi^*(x^{h'})\ \forall x^{h'}\in C^{h'}$ なので $0\leqq\phi^*(x^{h'})$ でなくてはならず，結局，矛盾が起こって $I^2=\emptyset$ となり，故に，$I=I^1$ となる。したがって，すべての消費者が $0(=\phi^*(x^{*h}))$ の下で安価点条件を満たす事になって選好の最大化を実現し，$(\widetilde{x}^*, y^*, \phi^*)$ は所得移転を伴わない競争均衡となる。$Q.E.D$

この結果は McKenzie (1959) に負うので，ここでは McKenzie の補題と呼んでおく[41]。

さて，本節で示された結果を組み合わせると次の結果を得る。

定理 4：(1), ……, (8)の下では，この経済には均衡価格が $(l_\infty)^*_+\setminus\{0\}$ に属する所得移転を伴わない競争均衡が存在する。**（所得移転を伴わない競争均衡の存在定理：$ba-$ 価格のケース）**

証明） 定理 3 と補題 5 を組み合わせれば良い。$Q.E.D$

この結果で示された競争均衡価格は一般にはバブル項を含んでいて l_1 に属するとは限らない。しかし，前節で議論した結果を適応すれば，ここで存在が保証された価格からバブル項を排除した l_1 に属する価格が，依然として競争均衡価格であり，結局次の結果が成立する。

定理 5：(1), ……, (10)の下では，この経済には均衡価格が $l_1^+\setminus\{0\}$ に属する所得移転を伴わない競争均衡が存在する。**（所得移転を伴わない競争均衡の存在理由：l_1- 価格のケース）**

証明） 定理 4，命題 1，そして，補題 5 を組み合わせれば良い。まず，定理 4 より(1), …, (5), (6), (7), (8)によって競争均衡が存在し，更に，(5)が仮定されているので(5')が成立する。更に，(3), (4), (5')も成立しているので命題 1 の前半部分の条件も満たされて，価格が $l_1^+\setminus\{0\}$ に属する準均衡が存在する。そして，この $l_1^+\setminus\{0\}$ に属する準均衡価格 φ^* において既約性(11)と(5)を用いれば，補題 5 よりこの $l_1^+\setminus\{0\}$ に属する準均衡価格 φ^* では各消費者に対して安価点条件が成立し，補題 1 より選好の最大化が成立する。したがって，同じ $l_1^+\setminus\{0\}$ に属する価格 φ^* が競争均衡価格となる。$Q.E.D$

この結果は，財空間が l_∞ で消費集合が非負象限よりも一般化されたケースにおいて得られている。財空間が L_∞ で消費集合を非負象限としたケースで均衡価格が L_1 に属する最初の結

41) Debreu (1962) においてもこの結果が示されている。Florenzano (2003, Ch. 3) では，既約性の幾つかの形式に基づく準均衡から競争均衡への変換の議論を詳細に行っている。

果は，Bewley（1972，定理２）によって，生産のExclusion条件に基づいてYosida-Hewittの分解定理を利用して確立されている。その後，Back（1984）は，財空間がL_∞で消費集合を非負象限よりも一般化したケースで，Rader（1967）やMajumdar（1972）によって最適資本蓄積論における効率価格表現の議論において用いられたMixture条件を消費や生産に利用してバブル項がゼロになる事を示し，この条件下では$(L_\infty)^* = ba$に属する均衡価格はL_1に属するという結果を確立している[42]。

6．終わりに

Lucas-Stoky（1989，Ch. 15）では無限期間経済モデルでの厚生経済学の基本定理は扱われたが，その経済のパレート最適配分の存在や競争均衡の存在は示されていない。厚生経済学の第２基本定理で利用したバナッハ空間の凸集合の分離定理は，内点問題という煩わしい問題はあるが，それ以外は有限次元空間における議論から類推できるのに対して，本稿の議論からも分かるように，パレート最適配分の存在や競争均衡の存在証明では，アラオグルーの定理等で必要になる弱位相などの線形位相空間における双対性に関する基礎知識を必要とする。したがって，Lucas-Stoky (1989) では測度論やそれに伴うマルコフ過程論等の議論で既にかなり数学的に高度な理解を要求していたので，それ以上の更なる数学的に高度な議論は重荷になりすぎると判断し，その結果として，パレート最適配分や競争均衡の存在の議論が欠ける事になったと思われる。本稿の結果はLucas-Stoky（1989，Ch. 15）において扱われた経済におけるパレート最適配分や競争均衡の存在定理に対応しているので，したがって，Lucas-Stoky (1989，Ch. 15) において欠けていた大事な問題を補完したのである。ただし，Lucas-Stoky（1989，Ch. 15)では，本稿で扱ったl_∞を財空間とする離散的経済以外に，L_∞を財空間とする連続的経済も扱っているが，後者の経済におけるパレート最適配分や競争均衡の存在の議論も，l_∞を用いた本稿での議論とほぼ同様に行う事が出来る[43]。

本稿では，l_∞とl_1をそれぞれ財空間と価格空間として利用し，個人生存条件の下で一般的な消費集合を用いた無限期間経済モデルにおける競争均衡の存在定理の証明を，根岸アプローチに基づいて行った。しかし，本稿のモデルにおけるエッジワース均衡アプローチに基づく競争均衡の存在証明は行っていない。勿論それは，Becker-Boyd（1997，Ch. 7）において財空間がl_∞ (β)のケースでエッジワース均衡アプローチを用いた議論をしているので，そのケースでβ=1とすればl_∞のケースの結果が得られると考えられるからである。しかし，Becker-Boyd (1997, Ch. 7) では, Boyd-McKenzie (1992) の条件と同様に，消費集合から生産集合を差し引いた集合を用いて定義された(8)と(11)に対応する条件を利用している。一方，本稿では消費集合や生産集合を独立に利用した条件を用いて定義した(6)と(8)を利用して，(11)の代わりに(6)と(8)を用いている。したがって，財空間が有限次元か無限次元かに係らず，(11)と(6)の関係をより深く分析する必要もあると思われる。

また，古典的有限次元財空間モデルにおいては，Moore（1975）によって根岸アプローチに基づいて個人生存条件が仮定されていないケースで競争均衡の存在定理の証明が行われ，その後McKenzie（1981）によって，更に選好の推移性を仮定しないケースにおいても競争均衡の

42）Exclusion条件やMixture条件についてはKubota (1998) も参照せよ。

43）l_∞のケースとL_∞のケースには一つ違いがある。l_∞のケースでは均衡価格をl_1から見つける議論で(9)と(10)を利用して，それらが遠い将来での消費や生産の停止可能性と解釈できる。一方L_∞のケースでは，均衡価格をL_1から見つける議論において対応する条件の解釈が経済学的にやや難しいのである。これらの点については，詳しくはKubota (1998) 参照。

存在定理の証明が行われた。そして，個人生存条件がなくても既約性があれば十分である事が示された。しかし，無限次元財空間モデルにおいては，未だ個人生存条件が本質的に仮定されていないケースでの競争均衡の存在定理の証明は行われていない。Moore（1975）の有限次元財空間のケースと同様に，既約性の下では，根岸アプローチによってその証明が可能なのではないかと考えられるので，その結果を無限次元財空間モデルへ拡張する事が望まれる。そのためにも，まず l_∞ と l_1 をそれぞれ財空間と価格空間のケースでその結果を示す事も興味深いと思われるが，それは別の機会に譲る[44]。

ところで，Boyd-McKenzie（1992）によって強調されたように，財空間として l_∞ を利用するということは最初から選べる選択として非有界な数列が排除されているので，経済主体に対して予算制約等の経済的制約以外に追加的な制約を付加している事になる。資源の実行可能性から，市場均衡として実現する配分では，結果として経済主体が有界な数列を選択する事になるかもしれないが，経済主体は最初から非有界な数列を選択肢から排除しているとは考えられず，経済主体に選択肢として非有界な数列も可能としておいて，市場均衡として実現する際には価格調整の結果，経済主体が有界な数列を選択するという解釈も可能である。したがって，そのケースでは全ての数列から成る空間である R^∞ を財空間として用いる事になる。

そして，R^∞ を財空間として用いて，個人生存条件の下で一般的な消費集合を用いた無限期間経済モデルにおける競争均衡の存在定理の証明が，Boyd-McKenzie（1992）によってエッジワース均衡アプローチに基づいて行なわれている。本文でも何度も触れたように，そこでは既約性よりもきつい条件である強既約性が用いられている。強既約性の中で通常の既約性と異なる部分は，エッジワース均衡の存在に関わる部分で用いられたのであるが，本稿のような根岸アプローチではエッジワース均衡アプローチを利用していないので，強既約性の中でエッジワース均衡アプローチで必要となる条件を置き換えている仮定(6)の下では，通常の既約性のみで十分と思われる。したがって，本稿のような根岸アプローチを用いて，仮定(6)と通常の既約性のもとで，R^∞ を財空間として用い，個人生存条件の下で一般的な消費集合を用いた無限期間経済モデルにおける競争均衡の存在定理の証明を行う事も，興味深いと思われる。

ただし，R^∞ を財空間として用いてエッジワース均衡アプローチを利用している，Peleg-Yaari（1970）や Boyd-McKenzie（1992）では，直接的に分離定理を適応するのでなく，分離定理を適応しながら近似するという議論を用いており，その際に，価格集合の定義で用いられる点をエッジワース均衡配分という事実に基づいて上手く構成している。一方，本稿のような根岸アプローチを用いると，パレート最適な配分を動かす事になるので，価格集合の定義で用いられる点をパレート最適な配分から独立に上手く構成しなくてはならず，それが上手く構成できるかどうかは現時点では不明である。しかし，いずれにしてもこの問題についても別の機会で考察したいと考えている。

44) 既に触れたように，無限次元財空間モデルにおいても，Bewley（1972）流の部分経済列による近似という手法を用いれば，部分経済既約性の仮定の下では，個人生存条件を仮定しなくても，無限次元財空間の元経済における準均衡の存在が示せ，更に元経済での既約性を仮定すれば，元経済の競争均衡の存在も示せる。しかし，内積の結合連続性の非成立という理由のために，Bewley（1972）流の部分経済列による近似という手法で，部分経済既約性の仮定をせずに無限次元財空間の元経済における準均衡の存在が示せるかどうかは，今のところ不明である。

付録（選好の凸性に基づいた連続効用関数表現定理）

第 2 節で弱パレート最適な配分の存在を示すために，ドブリューの連続効用関数表現定理を利用して選好が連続効用関数表現される事を

用いた。Mas-Colell (1986) では閉区間[a,b] ($a \leqq b$)上における選好の単調性に基づいた連続効用関数表現定理が与えられているが，第 2 節での F^h 上での連続効用関数表現では，F^h が閉区間[a,b] ($a \leqq b$)という形状になっているとは限らないので，選好の単調性だけでなく以下の選好の凸性(2')も利用する必要がある。

(2'): $y\in P^h(x),\ \alpha\in(0,1)\Rightarrow \alpha y+(1-\alpha)x\in P^h(x)$

この連続効用関数定理は Boyd-McKenzie (1992) や McKenzie (2002, Ch. 2)においても示されていて，そこでは $P^h(x^h)$ の凸性と $R^h(x^h)=cl_{C^h}(P^h(x^h))$ という選好の局所非飽和条件を利用している。この選好の局所非飽和条件は選好の単調性から導かれるが，凸性(2')からも導かれる。

ここで，選好の凸性(2')に基づいた連続効用関数表現を示しておく。

定理：選好の連続性と凸性(2')の下では，R^h は F^h 上で連続効用関数によって表現可能である。

証明）$\exists u^h: F^h\to R$，(*)弱位相$\sigma(l_\infty,l_1)$－連続，$u^h(x^h)\geqq u^h(z^h)\Leftrightarrow x^hR^hz^h$ となる事を示せばよい。まず，R^h の(*)弱位相$\sigma(l_\infty,l_1)$－連続性により F^h 上に選好に関して最大点と最小点が存在する事を示す。今 F^h 上に選好に関して最大点がないとすると，$\forall x^h\in F^h$，$\exists z^h\in F^h$，$z^h\in P^h(x^h)$，つまり，$x^h\in(P^h)^{-1}(z^h)$ となる。選好の連続性(2)より，$(P^h)^{-1}(z^h)$ は(*)弱位相$\sigma(l_\infty,l_1)$－開集合なので，$\{(P^h)^{-1}(z^h):z^h\in F^h\}$ は F^h の開被覆となり，F^h の(*)弱位相$\sigma(l_\infty,l_1)$－コンパクト性により，$\exists z_1^h,\cdots,z_m^h\in F^h$，$F^h\subset\cup_{i=1}^m(P^h)^{-1}(z_i^h)$ となる。すると，R^h の推移性と完備性より R^h と P^h の推移性が成り立ち，$\{z_i^h,\cdots z_m^h\}$ の中に最大元があり，それを z_1^h とすると，$z_1^h\in R^h(z_i^h)$, $\forall i=2,\cdots,m$ となる。すると，再び R^h と P^h の推移性より $z_1^h\in R^h(z_i^h)$ と $x^h\in(P^h)^{-1}(z_i^h)$ $\forall x^h\in F^h$ なので $z_1^h\in R^h(x^h)$ $\forall x^h\in F^h$ となって，$z_1^h\in F^h$ が選好に関して最大点となり，前提に矛盾する。ゆえに，F^h 上には選好に関する最大点が存在する。同様に，F^h 上に選好に関して最小点がないとすると，$\forall x^h\in F^h$，$\exists z^h\in F^h$，$x^h\in P^h(z^h)$ となるが，選好の連続性(2)より $P^h(z^h)$ は(*)弱位相$\sigma(l_\infty,l_1)$－開集合なので，$\{P^h(z^h):z^h\in F^h\}$ は F^h の開被覆となり，F^h の(*)弱位相$\sigma(l_\infty,l_1)$－コンパクト性より，$\exists z_1^h,\cdots,z_m^h\in F^h$，$F^h\subset\cup_{i=1}^m P^h(z_i^h)$ となる。すると，R^h の推移性と完備性より R^h と P^h の推移性が成り立つので，$\{z_1^h,\cdots,z_m^h\}$ の中に最小元があり，それを z_1^h とすると，$z_i^h\in R^h(z_1^h)$，$\forall i=2,\cdots,m$ となるが，すると，再び R^h と P^h の推移性より $z_i^h\in R^h(z_1^h)$ と $x^h\in P^h(z_i^h)$　$\forall x^h\in F^h$ なので $x^h\in R^h(z_i^h)$　$\forall x^h\in F^h$ となって，$z_1^h\in F^h$ が選好に関して最小点となり，前提に矛盾する。故に，F^h 上には選好に関する最小点も存在する。

そこで，選好に関する最大点と最小点をそれぞれ a^h, b^h とすると，$x_0^h\in F^h$，$x'^h=x_0^h+(y_0-\sum_{h=1}^H x_0^h)(\gg x_0^h)\in F^h$，$x'^h\in P^h(x_0^h)$ より $a^hR^hx'^h$，$x'^hP^hx_0^h$，$x_0^hR^hb^h$ となって，$a^hP^hb^h$ となり，$a\neq b$ である。そこで，$u^h(a^h)=1$, $u^h(b^h)=0$ とし，更に，$x^hR^ha^h$ のケースでは $u^h(x^h)=u^h(a^h)$，$b^hR^hx^h$ のケースでは $u^h(x^h)=u^h(b^h)$ とする。そして，$a^hP^hx^h$, $x^hP^hb^h$ となる $x^h(\in F^h)$ を任意に 1 つ選び，$J^+=\{\alpha\in[0,1]:\alpha a^h+(1-\alpha)b^h\in R^h(x^h)\}$，$J^-=\{\alpha\in[0,1]:\alpha a^h+(1-\alpha)b^h\in(R^h)^{-1}(x^h)\}$ とする。$a^h\in P^h(x^h)$ と $b^h\in(P^h)^{-1}(x^h)$ より $1\in J^+$，$0\in J^-$ となって J^+，$J^-\neq\emptyset$ である。また，選好の完備性より $[0,1]=J^-\cup J^+$ であり，選好の連続性より J^-，J^+ は閉集合なので，$[0,1]$ が連結集合である事より，$J^+\cap J^-=$ とはなれず，$J^+\cap J^-\neq\emptyset$ となる。そして，$\tau\in J^+\cap J^-$ ならば $(\tau a^h+(1-\tau)b^h)I^hx^h$ となる事に注意する。今，$\tau,\tau'\in J^+\cap J^-$ とすると，一般性を失う事なく $\tau<\tau'$ として，$z=(\tau a^h+(1-\tau)b^h)I^h(x^h)$, $z'=(\tau'a^h+(1-\tau')b^h)I^h(x^h)$ とおく。すると，zI^hz' で $z'\in(z,a^h)$ となり，$a^hP^hx^h$ と zI^hx^h より a^hP^hz となって，選好の凸性(2')より $z'P^hz$ となるが，これは zI^hz' に矛盾するので $\tau=\tau'$ となり，$J^+\cap J^-$ は一つの実数 τ からなる事が分かる。それを $\tau^h(x^h)$ として，この値を利用して $u^h(x^h)=\tau^h(x^h)$ として，関数 u^h:

$F^h \to [0,1]$ を定義する。

次に，関数 $u^h: F^h \to [0,1]$ が R^h に対応する効用関数，つまり，$u^h(x) \geqq u^h(x') \Leftrightarrow xR^h x'$ である事を示す。そのためには，$u^h(\cdot)$ の定義より $xR^h x' \Leftrightarrow \tau^h(x) \geqq \tau^h(x')$ となる事を示せばよい。まず，$xR^h x'$ の時に $\tau^h(x) < \tau^h(x')$ となったとすると，$\tau^h(\cdot)$ の定義より，$xI^h(\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h)$，$x'I^h(\tau^h(x')a^h + (1-\tau^h(x'))b^h)$ となって，$xR^h x'$ と選好の推移性より，$(\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h)R^h(\tau^h(x')a^h + (1-\tau^h(x'))b^h)$ となる。しかし，$\tau^h(x) < \tau^h(x')$ より $\tau^h(x') \in (\tau^h(x), 1)$ なので $(\tau^h(x')a^h + (1-\tau^h(x'))b^h) \in ((\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h), a^h]$ となるが，選好の凸性より，$(\tau^h(x')a^h + (1-\tau^h(x'))b^h)P^h(\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h)$ となるので矛盾が起こり，故に，$xR^h x' \Rightarrow \tau^h(x) \geqq \tau^h(x')$ となる。次に，$\tau^h(x) \geqq \tau^h(x')$ の時に $x'P^h x$ となったとすると，$x'P^h x$ より $x'R^h x$ となる事に注意すると，既に示した事より $\tau^h(x') \geqq \tau^h(x)$ となって $\tau^h(x) = \tau^h(x')$ となるが，すると，$(\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h) = (\tau^h(x')a^h + (1-\tau^h(x'))b^h)$ となって，勿論，$(\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h)I^h(\tau^h(x')a^h + (1-\tau^h(x'))b^h)$ となる。すると，$\tau^h(\cdot)$ の定義より，$xI^h(\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h)$, $x'I^h(\tau^h(x')a^h + (1-\tau^h(x'))b^h)$ となるので選好の推移性より $xI^h x'$ となるが，これは矛盾であり，故に，$\tau^h(x) \geqq \tau^h(x') \Rightarrow xR^h x'$ となる。したがって，$xR^h x' \Leftrightarrow \tau^h(x) \geqq \tau^h(x')$ となって，$u^h(x) \geqq u^h(x') \Leftrightarrow xR^h x'$ となり，関数 $u^h: F^h \to [0,1]$ が R^h に対応する効用関数である。この時，$u^h(x) = u^h(x') \Leftrightarrow xI^h x'$ となるので，$u^h(x) > u^h(x') \Leftrightarrow xP^h x'$ となる事にも注意する。

最後に，u^h の(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)$－連続性を示すが，$u^h(x) > u^h(x') \Leftrightarrow \tau^h(x) > \tau^h(x') \Leftrightarrow xP^h x'$ と $xI^h(\tau^h(x)a^h + (1-\tau^h(x))b^h)$ となる事より，$(u^h)^{-1}((-\infty, \tau)) = (u^h)^{-1}([0,\tau)) = (\tau^h)^{-1}([0,\tau)) = \{x \in F^h : \tau(x) < \tau\} = \{x \in F^h : (\tau a^h + (1-\tau)b^h)P^h(\tau(x)a^h + (1-\tau(x))b^h)\} = \{x \in F^h : (\tau a^h + (1-\tau)b^h)P^h x\} = (P^h)^{-1}((\tau a^h + (1-\tau)b^h))$ となるが，$(P^h)^{-1}((\tau a^h + (1-\tau)b^h))$ は選好の連続性より(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)$－開集合なので，u^h は上半連続である。同様に，$(u^h)^{-1}((\tau, \infty)) = (u^h)^{-1}((\tau, 1]) = (\tau)^{-1}((\tau, 1]) = \{x \in F^h : \tau < \tau(x)\} = \{x \in F^h : (\tau(x)a^h + (1-\tau(x))b^h)P^h(\tau a^h + (1-\tau)b^h)\} = \{x \in F^h : xP^h(\tau a^h + (1-\tau)b^h)\} = P^h((\tau a^h + (1-\tau)b^h))$ となるが，$P^h((\tau a^h + (1-\tau)b^h))$ は選好の連続性より(*)弱位相 $\sigma(l_\infty, l_1)$－開集合なので，u^h は下半連続である。したがって，u^h は連続である。$Q.E.D$

最後に，本文では選好の弱凸性(2)を仮定したが，次の補題でこれが選好の連続性の下では選好の凸性(2′)から導かれる事も示しておく。

補題：(2)の選好の連続性下では，選好の凸性(2′)より(2)の選好の弱凸性が成立する。

証明） $y, y' \in R^h(x)(y \neq y')$ で $(y, y') \backslash R^h(x) \neq \emptyset$ とすると，ある $z \in (y, y') \backslash R^h(x)$ が存在して $x \in P^h(z)$ となって $z \in (P^h)^{-1}(x)$ となるが，$(P^h)^{-1}(x)$ は開集合で (y, y') は（非空な）開区間なので (y, y') 上で z に十分に近い z' に対しても $z' \in (P^h)^{-1}(x)$ となって $x \in P^h(z')$ となる。一般性を失う事なく $z' \in (z, y')$ とすると，R^h と P^h の推移性によって $y' \in R^h(x)$ と $x \in P^h(z)$ より $y' \in P^h(z)$ となり，更に P^h の凸性より $z' \in P^h(z)$ となる。ところで，$z' \in (z, y')$ より $z \in (y, z')$ となるが，同様に R^h と P^h の推移性によって $y \in R^h(x)$ と $x \in P^h(z')$ より $y \in P^h(z')$ となるので再び P^h の凸性より $z \in P^h(z')$ となって $z' \in P^h(z)$ に矛盾する。故に $[y, y'] \subset R^h(x)$ となって $R^h(x)$ は凸集合である。$Q.E.D$

この付録の連続効用関数定理は選好の凸性(2′)から導かれたが，$P^h(x^h)$ の凸性と $R^h(x^h)$ の凸性は同値なので，この選好の凸性(2′)の方が，Boyd-McKenzie（1992）や McKenzie（2002, Ch. 2）の連続効用関数定理の条件である $R^h(x^h)$ の凸性（と $R^h(x^h) = cl_{C^h}(P^h(x^h))$）よりも，条件としてはきつくなっている。

参考文献

[1] Aliprantis, C. D. and O. Burkinshaw. (1985): *Positive Operators*. (Academic Press, Orlando)

[2] Aliprantis, C. D., D. J. Brown, and O. Burkinshaw. (1987 a): "Edgeworth equilibria." *Econometrica* 55, p. 1109 - 1138.

[3] ———. (1987 b): "Edgeworth equilibrium in production economies." *Journal of Economic Theory* 43, p. 252 - 291.

[4] ———. (1989): *Existence and Optimaility of Competitive Equilibria*. (Springer-Verlag, New York)

[5] Aliprantis, C. D. and K. Border. (1999): *Infinite Dimensional Analysis, 2 nd ed*. (Springer-Verlag, New York)

[6] Accinelli (2002): "Existence of GE: are the case of non-existence a cause for serious worry" in *General Equilibrium* ed. by F. Petri and F. Hahn, (Loutledge, London).

[7] Arrow, K. J. and G. Debreu. (1954): "Existence of an equilibrium for a competitive economy." *Econometrica* 22, p. 265 - 290.

[8] ——— and F. Hahn. (1971): *General Competitive Analysis*. (Holden-Day, San Francisco) 邦訳『一般競争分析』, 福岡正夫・川又邦夫訳　岩波書店　1978

[9] Back, K. (1984): "Existence of equilibria in economies with subsistence requirements and infinitely many commodities." Discussion Paper No. 633. Northwestern University.

[10] ———. (1988): "Structure of consumption sets and existence of equilibria in infinite dimensional spaces." *Journal of Mathematical Economics* 22, p. 61 - 71.

[11] Becker, R. (1991 a): "An example of the Peleg and Yaari economy." *Economic Theory* 1, p. 200 - 204.

[12] ——— (1991 b): "The fundamental theorems of welfare economics in infinite commodity spaces." in *Equilibrium Theory with Infinitely Many Commodities*. ed. by M. Ali Kahn and N. Yannelis., p. 74 - 101, (Springer, New York).

[13] Becker, R. and J. H. Boyd Ⅲ. (1997): *Capital Theory, Equilibrium Analysis, and Recursive Utility*. (Blackwell, Massachusetts)

[14] ———, H. Bercoviciand C. Foias. (1993): "Weak Pareto optimality and the approximate support property." *Journal of Mathematical Economics* 22, p. 61 - 71.

[15] Bewley, T. (1969): "A Theorem on the existence of competitive equilibria in a market with a finite number of agents and whose commodity space l_∞." in *Equilibrium Theory with Infinitely Many Commodities*. ed. by M. Ali Kahn and N. Yannelis, 1991, p. 74 - 101, (Springer, New York)

[16] ———. (1972): "Existence of equilibria in economies with infinitely many commodities." *Journal of Economic Theory* 4, p. 514 - 540.

[17] Bhaskara Rao, K. P. S., and M. Bhaskara Rao. (1983): *Theory of Charges*. (Academic Press, London)

[18] Boyd, J. H. Ⅲ. and L. W. McKenzie. (1993): "The existence of competitive equilibrium over infinite horizon with production and general consumption sets." *International Economic Review* 34, p. 1 - 20.

[19] Debreu, G. (1954): "Valuation equilibrium and Pareto optimal." *Proceedings of National Academy of Science* 40, p. 588 - 594.

[20] ———. (1959): *Theory of Value*. (Wiley, New York) 邦訳『価値の理論』, 丸山徹訳　東洋経済新報社　1981

[21] Florenzano, M. (2003): *General Equilibrium Analysis*. (Kluwer Academic Press, Boston)

[22] Gale, D. and A. Mas-Colell. (1975): "An equilibrium existence theorem for a competitive model without ordered preferences." *Journal of Mathematical Economics* 6, p. 9 - 15.

[23] Giles, C., and S. F. Leroy. (1992): "Bubbles and charges." *International Economic Review* 33, p. 323 - 339.

[24] Hildenbrand, W. and A. P. Kirman. (1988): *Equilibrium Analysis*. (North-Holland, Amsterdam)

[25] 伊藤清三・小松彦三郎 (1977)：『解析学の基礎』岩波書店.

[26] Jones, L. (1992)： "Equilibrium in competitive infinite dimensional setting." in *Advances in Economic Theory ： Sixth World Congress* ed. by J. J. Laffont. (Cambridge University Press, Boston)

[27] ———— and R. Manuelli. (1990)： "A convex model of equilibrium growth." *Journal of Political Economy* 98, p. 1008 - 1038.

[28] 越　昭三(1977)：『線形位相入門』サイエンス社.

[29] Kubota (1997)： "On the existence of competitive equilibria in production economies over an infinite horizon: the discrete-time case." WP. No. 44, Dept of Econ. Shiga University, Hikone, Japan.

[30] Kubota (1998)： "On the existence of competitive equilibrium in production economies with infinitely many commodities and general consumption Sets." WP. No. 51, Dept of Econ. Shiga University, Hikone, Japan.

[31] Le Van, C. and Rose-Anne Dana. (2003)： *Dynamic Programming in Economics*. (Kluwer Academic Press, Boston)

[32] Lucas, R. and Stoky, N. (1989)： *Recursive Methods in Economic Dynamics*. (Harvard University Press Boston)

[33] ——————————— (2002)：*Solution Manual for Recursive Methods in Economic Dynamics*. (Harvard University Press Boston)

[34] Magill, M. (1981)： "An equilibrium existence theorem." *Journal of Mathematical Analysis and Application* 84, p. 162 - 169.

[35] McKenzie, L. W. (1959)： "On the existence of general equilibrium for a competitive equilibrium." *Econometrica* 27, p. 54 - 71

[36] ———————. (1981)： "The classical theorem on existence of competitive equilibrium." *Econometrica* 49, p. 819 - 841.

[37] ———————. (1999)： "The core and competitive equilibria in finite economies." *in Trade, Theory, and Econometrics*. ed. by J. C. Moore et al. (Rout Ledge, London), p. 275 - 289.

[38] ———————. (2002)： *Classical General Equilibrium Theory* (MIT Press, MA).

[39] Mas-Colell, A. (1986)： "A price equilibrium existence problem in topological vector lattice." *Econometrica* 54, p. 1039 - 1054.

[40] Mas-Colell, A. and Zame, W. (1991)： "Equilibrium theory in infinite dimensional spaces." in *A Handbook of Mathematical Economics* Vol. 4 ed. by W. Hildenbrand and H. Sonnenshcein. (North-Holland, Amsterdm)

[41] Moore, J. (1975)： "The existence of 'compensated equilibrium' and the structure of the Pareto efficiency frontier." *International Economic Review* 16, p. 267 - 300.

[42] ————. (1999)： *Mathematical Methods for Economic Theory* 1, 2. (Springer, NY)

[43] Negishi, T. (1960)： "Welfare economics and existence of an equilibrium for a competitive economy." *Metroeconomica* 12, p. 92 - 97.

[44] 根岸隆 (1965)：『価格と配分の理論』, 東洋経済新報社.

[45] Negishi, T. (1972)： *General Equilibrium Theory and International Trade*. (North-Holland, Amsterdam)

[46] Peleg, B., and M. E. Yaari. (1970)： "Markets with countably many commodities." *International Economic Review* 11, p. 369 - 377.

[47] Prescott, E. C., and R. E. Lucas. (1972)： "Price systems in infinite dimensional space." *International Economic Review* 13, p. 416 - 422.

[48] Rebelo, S. (1990)： "Long run policy analysis and long run growth." *Journal of Political Economy* 99, p. 500 - 521.

[49] Robertson A. P. and W. Robertson: (1973) *Topological Vecor Space 2 nd ed*. (Cambridge University Press, London)

[50] Rudin R. (1991)： *Functional Analysis 2 nd ed*. (McGraw-Hill, Boston)

[51] Shaeffer (1971)： *Topological Vector Space*. (Springer-Varlag, New York)

[52] Shafer, W. J. and H. Sonnenschein. (1975): "Equilibrium in abstract economies without ordered preferences." *Journal of Mathematical Economics* 3, p. 135 - 137.

[53] 山中　健 (1965):『線形位相空間論と一般間数』, 共立出版.

[54] 矢野　誠 (1994):「一般均衡理論の動学的展開—安定性とカオスをめぐって」岩井克人・伊藤元重編『現代の経済理論』東大出版会.

[55] Yosida, K. (1980): Functional Analysis (6 th ed.) (Springer-Verlog, Berlin).

[56] ———— and E. Hewitt. (1952): "Finitely additive measures." *Transactions of the American Mathematical Society* 72, p. 46 - 66.

[57] 吉田耕作 (1944):「線形作用素」岩波書店.

[58] ——— (1951):「位相解析 I」岩波講座基礎数学, 岩波書店.

[59] ——— (1976):「測度と積分」岩波講座基礎数学, 岩波書店.

[60] Zame, W. R. (1987): "Competitive equilibrium in production economies with an infinite dimensional commodity space." *Econometrica* 55, p. 1075 - 1108.