



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	初等トポス理論の射程 : 集合・圏・論理 [論文内容及び審査の要旨]
Author(s)	深山, 洋平
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(文学)
Dissertation Number	甲第12041号
Issue Date	2015-12-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/60483
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Yohei_Fukayama_review.pdf, 審査の要旨



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（文学）

氏名： 深 山 洋 平

主査 特任教授 中 戸 川 孝 治
審査委員 副査 教 授 山 田 友 幸
副査 特任教授 小 野 芳 彦

学位論文題名

初等トポス理論の射程：集合・圏・論理

本論文の観点と方法については、次のような特徴がある。数学の対象（幾何学的図形、自然数、計算可能な関数等）は時間・空間の中で位置を指定することはできない。このような手で触れることの出来ない対象を、論理的な思考をたよりに考察するとき、主語概念を一般化して到達される抽象的実体としての集合を基にするか。あるいは、複数の実体の間に成りたつ関係を一般化して到達する、圏論における射（Arrows）を基にして考察するか。すなわち、集合を基にするか、圏を基にするか、現代の数学の哲学および論理学の哲学においては考察の方途が2つにわかれる。本論文は、後者、即ち、圏論を基にする方途が、どこまで論理や数学の基礎の諸問題に対処できるか、その射程を見届けようとすることを目指している。トポスは、1970年に、F.W. Lawvereにより導入された圏論における一つの理論である。初等トポス（elementary topos）とは、第1階述言語でトポスが記述されることを意味しており、「第1階」のかわりに「初等」をもちいる用法は、A. Tarskiの集合論的意味論および科学方法論に由来する。当該研究領域における本論文の研究成果としては、次の5点をあげることができる。(1) カントール素朴集合論、公理的集合論の体系 ZF、vNBG、MK (Morse and Kelley) さらに、トポス理論をもふまえたうえで、ボルツァーノの「総体」(Inbegriff) は、もっとも規定の少ない、それゆえもっとも多様な構造を含みうるものとして特徴づけられることを指摘し、「総体」は、集合、クラス、トポスよりさらに規定が少ないことを示した。(2) 表題に“Cantor’s lauter Einsen” というフレーズを含む、ローヴェアの1994年論文の難渋なテキストの解明に成功し、制約の少ない「多様な空間」としての圏 $\mathcal{M}$ に、2重の抽象作用を施してえられる超限無限基数の圏との間に随伴関手が存在することを示すローヴェアの結果の方法論的な意義を明らかにした。すなわち、圏 $\mathcal{M}$ は、ローヴェアの掲げる研究テーマ Sets within Geometry の幾何で扱われる空間、より広い意味では、ガウス・リーマン以来の微分幾何で考察される「多様体」へと通底することが確認された。(3) 部分構造化された様相論理を、Yasugi and Oda が古典論理をもちいて解明していた Two Wise Girls Puzzle に適用し、より詳細な分析を得た。すなわち、従来の加法的選言の排中律のみしか扱えない古典論理では、排中律は経験とは離れてしまうのに対し、部分構造化された様相論理の排中律においては、経験領域の変化のなかに潜む認知構造の状態遷移の一端が、積法的選言と認知様相に関わる排中律の使用の分析をとおして顕在化することを示した。(4) 部分構造化された様相論理の意味論を構築するその他のアプローチ（可能世界の到達可能関係による方法、位相的方法、代数的方法等）において、到達された各頂点の諸結果を比較参照している。(5) 部分構造化された様相論理にたいして、トポス理論による意味論を構築する過程で、トポスが resource conscious ではないことを示した。さらに、原子論理式について圏論による意味論を構築し、一般の論理式についての圏論的意味論を構築するには、resource conscious でないトポスを使用する限り困難であることを示すことに成功した。これらの諸成果が得られた本論文に関する委員会の所見は次の通りである。本論文では、トポス以外の圏論的手法を用いて部分構造化された様相論理へ圏論的意味論を構築できるか、については準備的な考察を与えるにとどまっている。しかしながら、トポスの射程に焦点をあてる本論文で申請者が到達した他の諸結果を考慮すれば、

トポス以外の手法の可能性についても、申請者はさらなる研究の進展をもたらすことが十分に期待できる。以上の審査の結果、本審査委員会では、全員一致して、申請者・深山洋平氏に博士（文学）の学位を授与することが妥当であるとの結論に達した。