HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	国定教科書（第2 期版）の使用時期における分数の定義の導入に関する実践的研究の動向 ： 初等数学としての分数論の形成に注目して
Author(s)	岡野, 勉
Citation	教授学の探究, 30, 89-112
Issue Date	2016-02-04
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/60686
Type	departmental bulletin paper
File Information	AN10116428-30 (7).pdf



Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学大学院教育学研究院
教 育 方 法 学 研 究 室
教授学の探究，第30号
2016年1月

国定教科書（第２期版）の使用時期における分数の定義の導入に関する実践的研究の動向

—— 初等数学としての分数論の形成に注目して ——

岡　野　　勉
（新潟大学教育学部）

目　次

0. はじめに 89
　0. 1. 課題と目的 89
　0. 2. 先行研究 93
　0. 3. 対象 95
　0. 4. 方法 97
　0. 5. 構成 98
1. 実践的研究の動向に見る、初等数学としての分数論の形成 99
　1. 1.《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期の早期化 99
　1. 2. 数としての分数の成立根拠を示す説明 101
　1. 3. 定義を根拠・理由とする分数の性質の説明 102
　1. 4. 初等数学としての分数論の形成 104
2. 国定教科書（第３期版）に見る、初等数学としての分数論の存在形態 105
　2. 1.《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期の早期化 105
　2. 2. 数としての分数の成立根拠を示す説明 106
　2. 3. 定義を根拠・理由とする分数の性質の説明 107
3. おわりに 108

0. はじめに

0. 1. 課題と目的

0. 1. 1. 基本的な枠組み

本論文の課題は、国定教科書（第２期版）の使用時期に取り組まれた分数の定義の導入に関する実践的研究の動向が備えていた特徴を解明すると同時に、国定教科書（第３期版）における、その存在形態を解明することである。

分数を定義する方法として、《分割分数の論理》に依拠する方法$\left(\frac{b}{a} \underset{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \div a) \times b = \frac{1}{a} \times b\right)$、《商分数の論理》に依拠する方法$\left(\frac{b}{a} \underset{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \times b) \div a = b \div a\right)$、２通りの方法がある。ただし、両者は独立かつ同等な方法であると同時に、《同一性》を備えている。従って、例えば、《分割分数の論理》に依拠する方法によって分数を定義した場合においても、この方法による定義と、《商分数の

論理》に依拠する方法による定義との《同一性》$\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \div a) \times b = (1 \times b) \div a\right)$を示す説明が必要になる（逆の場合についても、この点は同じである）。この説明によって、はじめて、数としての分数の成立を、その根拠・理由を備えた形で示すことが可能になるからである（《初等数学としての分数論》）。逆に、この点に関する説明を欠落させた場合には、数としての成立根拠・理由が示されない結果とならざるを得ない（《学校数学としての分数論》）(1)。

上記 2 つの分数論は、明治検定期算術教科書（1886（明治 19）年から、1904（明治 37）年における国定教科書の使用開始前までの時期）において、その歴史的な原型が形成された。その時期区分を次に示す(2)。

(1) 第Ⅰ期・前期：《初等数学としての分数論》を基礎として、《分割分数の論理》に依拠した定義に続く形で《商分数の論理》に依拠した定義が導入され、2 通りの方法による定義の《同一性》を示す説明が行われていた時期（1886（明治 19）年頃から 1893（明治 26）年頃まで）。

(2) 第Ⅰ期・後期： 2 通りの方法による定義の《同一性》を示す説明の欠落、《商分数の論理》に依拠した定義の位置付けの後退の形態により、《初等数学としての分数論》に対する部分的な変容、《学校数学としての分数論》の端緒の形成が進行する時期（1894（明治 27）年頃から 1900（明治 33 年）頃まで）。

(3) 第Ⅱ期：2 通りの方法による定義の《同一性》を示す説明について、導入過程における重要な構成要素としての位置付け、多様な方法による説明の試みにより、第Ⅰ期・前期の教科書において形成されていた《初等数学としての分数論》の継承・発展が図られる時期（1901（明治 34）年頃から 1904（明治 37）年における国定教科書の使用開始前まで）。

《学校数学としての分数論》は、明治検定期（第Ⅰ期・後期）の教科書において、その原型が形成された後、国定教科書を経て、現在の学習指導要領・教科書へと継承されている。この分数論は、《分割分数の論理》に依拠した定義を基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論であり、現在の学校教育における常識的・通念的な分数論として成立するに至っている。

これに対して、《初等数学としての分数論》は、明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書においてその原型が形成された後、第Ⅱ期の教科書において、その継承・発展が図られた。その後、国定教科書を経て、現在に至っている。ただし、第Ⅱ期の教科書に見られた特徴は、現在の学習指導要領・教科書には継承されていない。その継承・発展を図り、《初等数学としての分数論》による教育内容・教材構成の今日的な形態を解明することは、現在においても重要な研究課題として存在している(3)。

上記の見方によれば、《学校数学としての分数論》についても、《初等数学としての分数論》についても、その歴史的な形成過程において、国定教科書は、明治検定期の算術教科書と学習指導要領・教科書との間に位置しているだけでなく、両者を媒介する存在として重要な意味を備えている。従って、国定教科書における分数論の基本的性格を解明することにより、明治検定期と現在との関連を具体的な形で示す可能性が拓かれる。同時に、数学教育の歴史における分数論の展開、少なくともその重要な部分が明らかになると期待される。

0．1．2．国定教科書（第３期版）に見る、《初等数学としての分数論》への著しい接近

上記の課題について、筆者は、特に、《商分数の論理》に依拠した定義の位置づけに注目する方法により、国定教科書（第１期版、第２期版、第３期版、第３期改訂版）における分数の定義の導入過程を対象とする分析を試みた。その結果、特に、国定教科書（第３期版）おいて、《商分数の論理》に依拠した定義に対して重要な位置が付与されるに至っていることを示した。それは次の４点による(4)。

(1) 分数に関する主要な教育内容としての位置付け
(2) 《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性からの独立
(3) 《分割分数の論理》に依拠した定義の導入に直ちに続く形による導入
(4) 《分割分数の論理》に依拠した定義との《同一性》を示す説明の存在

国定教科書（第１期版）において、《商分数の論理》に依拠した定義は、第１章「分数」においてではなく、第２章「歩合算、附．小数と分数の関係」において、《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性に従属した形で位置付けられていた（高等小学校、第２学年)。分数については、《分割分数の論理》に依拠した定義が示されるに止まり、《商分数の論理》に依拠した定義に対しては、分数に関する主要な教育内容としての位置が付与されていなかったのである。

これに対して、国定教科書（第２期版）においては、《商分数の論理》に依拠した定義が第１章「分数」（尋常小学校、第６学年）に位置付けられる形に改訂された。ただし、項目としては、その第13項目「分数の除法（その１)」、あるいは、第21項目「分数を小数に直すこと」に位置付けられ、《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性に従属した形で、あるいは、《分数÷整数》の計算規則との関連において、その特殊な場合として、位置付けられていた。この点に加え、導入時期においても、《分割分数の論理》に依拠した定義（第２項目「分数の意義及び書き方」）との間に著しい乖離が存在していた。

国定教科書（第３期版）において、《商分数の論理》に依拠した定義は、第１章「分数」、第１項目「意義」（尋常小学校、第６学年）に位置付けられ（(1))、《分数→小数の変形方法》に関する説明の必要性からは独立した形（(2))、および、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義に直ちに続く形で(5)、導入されるに至った（(3))。この点に加え、《分割分数の論理》に依拠した分数の定義との《同一性》を示す説明が存在する（(4))。なお、上記４点は国定教科書（第３期改訂版）へと継承されている（尋常小学校、第５学年)。

上記の事実は、国定教科書の改訂過程において、《商分数の論理》に依拠した分数の定義に対して、より重要な位置が付与されるに至ったこと、同時に、国定教科書を基礎付けていた分数論が、《学校数学としての分数論》から《初等数学として分数論》へと著しく接近したことを示す事実として注目に値する。

0．1．3．師範学校からの意見報告に見る《初等数学としての分数論》

次に、国定教科書における分数論の展開、特に国定教科書（第３期版）における《初等数学としての分数論》への著しい接近に関連する重要な歴史的要因として、師範学校からの意見報告が注目される。

師範学校からの意見は、「高等師範学校及び府県師範学校の附属小学校に於ける該書使用の経験により、其の分量、程度、材料等の適否」について[6]、1912（明治 45、大正元）年から 1916（大正 5）年にかけて報告された。この意見に対しては、1918（大正 7）年から 1922（大正 11）年にかけて進められた国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）において、その「基礎」[7]資料として重要な位置が付与された。

分数の定義の導入過程について、師範学校から報告された意見は次の内容を備えていた[8]。

(1) 《商分数の論理》に依拠した定義について、その導入時期を早期化することを要請する意見が報告されていた。
(2) 定義の導入過程において、《整数除法における剰余の表記》との関連に注目する観点から、国定教科書における順序の構成を逆転させ、《商分数の論理》に依拠した定義を、《分割分数の論理》に依拠した定義に先行させる意見が報告されていた。
(3) 《商分数の論理》に依拠した定義と《分割分数の論理》に依拠した定義との《同一性》を示す説明により、数としての分数の成立根拠を明確な形で示す必要性が指摘されていた。
(4) 早期化を要請する根拠・理由として、分数に関する教育内容、および、分数の前後に位置付けられている教育内容との相互関連に対する注目が存在していた。特に、《分数の性質》について、《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明が提案されていた。

上記の特徴（特に(1)(3)(4)）に示されている通り、師範学校からの意見報告の内容には、国定教科書を基礎付けていた分数論を、《学校数学としての分数論》から《初等数学としての分数論》へと転換させる方向性が含まれていた。国定教科書の改訂において、(1)(3)は採用されたけれども、(2)(4)は採用されない結果に終わった。この結果は、国定教科書の改訂において、意見報告の内容が部分的な形で摂取されるに止まったことを示している。

ただし、意見報告が備えていた上記の特徴は、師範学校において、国定教科書に対する批判的な検討が進められていたことを示している。教育実践の現場から、国定教科書の使用経験を基礎とする形で、教科書に対する批判的な意見が報告されていたのである。

0．1．4．算術教育の実践的研究の動向に対する注目

次に、師範学校からの意見報告の内容については、当時における算術教育の実践的研究の動向との間に、何らかの意味における関連性を備えた形で存在していたと考えることが可能である。本論文においては、この点に注目する。

当時における算術教育の実践的研究の動向を出発点とするならば、それが、師範学校からの意見報告を経て、国定教科書の改訂に採用されるに至ったと考えることが可能である。ただし、先に指摘した通り、師範学校からの意見報告については、すべての意見が国定教科書の改訂に採用されたわけではなかった。重要な内容を含んだ意見であるにも関わらず、採用されない結果に終わった意見も存在したのである。

同じ点は、実践的研究の動向についても予想される。すなわち、当時における算術教育の実践的研究の動向についても、それが備えていた特徴が、すべて、師範学校からの意見報告を経て、国定教科書の改訂に採用されるに至ったわけではない。重要な内容を含んだ特徴であるにも関わらず、師範学校からの意見として報告されることも、国定教科書の改訂に採用されるこ

ともなかった。そのような結果に終わった特徴も存在すると予想される。

上記の予想が正しいとすれば、当時における算術教育の実践的研究の動向は、どのような特徴を備えていたのかが問題となる。この問題の解明により、当時における教育実践研究と国定教科書との関係、具体的には、実践的研究の動向を出発点とし、師範学校からの意見報告を経て、国定教科書の改訂における採用へと至る過程を、採用に至らなかった場合を含めた形で、示す可能性が拓かれる。

上記の見方により、本論文においては、当時における算術教育の実践的研究の動向が備えていた特徴を解明すると同時に、それを基礎として、この可能性に対するアプローチを試みる。それにより、当時における教育実践と教科書との関係について、その一端を示すことを目的とする。算術教育の実践的研究の動向については、《初等数学としての分数論》、すなわち、「学問としての数学を教える」ことに対する志向性を備えた分数論が形成されていたことを示す。

0. 2. 先行研究

先に述べた通り、本論文においては、国定教科書（第 3 期版）における教育内容構成に重要な変化を与えた要因として、国定教科書（第 2 期版）の使用時期における実践的研究の動向を位置付け、その特徴を解明することを課題とする。それでは、先行研究においては、国定教科書（第 3 期版）における教育内容構成の変化について、具体的に、どのような点が指摘されているのか。当該の変化を与えた要因として何が注目されているのか。ここでは、上記 2 点を主要な観点とし、特に後者に重点を置いた形で、先行研究に対する検討を加える。先行研究としては、中谷太郎の研究[9]、桜井恵子の研究[10]を対象とする。

まず、中谷太郎の研究においては、国定教科書（第 3 期版）における教育内容構成の変化について、次の 5 点が指摘されている。

> 第一に、「1 年で実物観察や作業をふやした」。第二に、「1 年・2 年は計算問題だけ」でなく、「各課ごとに応用問題を示した」。第三に、「3 年以上にも暗算の問題がおかれた」。第四に、「諸等数の複雑なものは整理し」た。第五に、「図絵やグラフをいくらか採り入れた」。

上記の変化を与えた要因として、「第一次世界大戦を契機とする社会情勢の変化」、「大正デモクラシーを背景とする教育思潮の動向」、「臨時教育会議（大正 6 年設置）を中心とした国家主義的教育政策の強行」、「国際的な数学教育改造運動」が指摘されている。変化の結果については、総括的に、次の見方が示されている。

> けれども、これらの動向も第 3 期版に本質的な変革をもたらすには至らなかったのである。黒表紙教科書は、時代の激流の中で岩のように動かなかったと言えよう。しかし、表面的には、実地の経験や改造運動の主張をある程度採り入れたと思われる次のような修正［上記 5 点］が行われた。

先に引用した教育内容構成の変化（「修正」）との関連については、第五の点について、「新傾向の影響と見られよう」と指摘されている。ここで、「新傾向」とは、「国際的な数学教育改造運動」を意味すると見られる。

上記の引用に見られる「実地の経験」には、本論文が対象とする、国定教科書（第 2 期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向が含まれていると考えることが可能である。そして、国定教科書（第 3 期版）の編集においては、この「実地の経験」が、「表面的には」「ある程度」採用されたとする見方が示されている。

ただし、中谷太郎の研究においては、国定教科書（第 2 期版）の使用時期における実践的研究それ自体を対象とする検討が行われているわけではない。従って、その動向と、国定教科書における教育内容構成の変化との関連についても、具体的な検討が行われているわけではない。「岩のように動かなかった」とする見方に見られる通り、中谷太郎の研究においては、黒表紙教科書の性格に関する「本質的な変革」の有無が重要な問題とされている。そして、この問題に対する解として、「時代の激流」（数学教育に関連する直接的な要因としては「国際的な数学教育改造運動」）にも関わらず、「本質的な変革」が起こらなかったことが強調されている。

次に、桜井恵子の研究においては、「世界的な数学教育改造運動」を主要な要因とし、「全国訓導協議会の場における、文部省督学官や東京高師［東京高等師範学校］教授の発言」についても要因に含めた形で、国定教科書の改訂（第 2 期版、第 3 期版、第 3 期改訂版）における教育内容構成の変容過程が辿られている。国定教科書（第 3 期版）における教育内容構成については、次の引用に見られる通り、「大きな変化」の存在が指摘されている。

> このように第三期国定算術書では、実測に関する図やグラフが大量に入り、方程式の解法の使用がみられる。また諸等数指導が一部軽減されるなどの大きな変化がみられた。

この内、特に「実測」に関連して、国定教科書の問題に、「具体的なものから『自ら発見』させる教育方法」―― 長方形の辺と面積を子どもに測定・計算させ、その結果に関する考察によって、「長さ及び幅を各々2 倍すれば面積は 4 倍するものなること」、すなわち、《面積の複比例構造》を発見させることを意図する教育方法 ―― の存在が注目され、この点に「数学教育改造運動の影響」が指摘されている。合わせて、「この教育方法の受容がわずかにとどまったのは、国枝［元治］、黒田［稔］ら東京高師［教授］の考えも影響している」と指摘されている。

中谷太郎の研究においても、桜井恵子の研究においても、国定教科書における教育内容構成の変化に関する重要な要因として「国際的な数学教育改造運動」が位置付けられており、この点において共通する方法が採用されている。そして、その運動が、国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）に対して与えた影響について、「表面的には」、「ある程度」採用された、あるいは、「わずかにとどまった」、逆な見方によれば、大きな、あるいは、「本質的な変革をもたらすには至らなかった」とする見方が示されている。

これに対して、本論文においては、国際的な数学教育改造運動と国定教科書における教育内容構成の変化を直接的な形で関連付ける方法は採用しない。その関連を具体的に解明するためには、両者を媒介する様々な要因に対する注目が必要である。この立場から、本論文においては、国定教科書（第 3 期版）における教育内容構成に重要な変化を与えた要因として、国定教科書（第 2 期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向を位置付ける。同時に、その特徴を、特定の教育内容に即した形で具体的に解明する。それにより、当時における教育実践と国定教科書との関連について、その一端を示すことを目的とする。

数学教育改造運動の展開と国定教科書における教育内容構成の変化の関連については、桜井

恵子の先行研究において注目されている東京高等師範学校のスタッフの発言、本論文において検討の対象とする実践的研究の動向に加え、国内的あるいは国際的な諸要因を対象とする多面的な研究の必要性が予想される(11)。それにより、両者の関連を、より具体的な内実を備えた形で示す可能性が拓かれる。この点については今後の課題とする。

なお、先の引用に見られる通り、中谷太郎の研究においても、桜井恵子の研究においても、国定教科書の改訂による教育内容構成の変化が検討の対象とされている。しかしながら、本論文が対象とする分数の定義の導入過程における変化は検討の対象に含まれていない。しかしながら、この点については、国定教科書（第 2 期版）の『修正趣意書』（文部省）において、「尋常小学算術書第 6 学年用の修正の主なるもの」の一つとして位置付けられ、「分数第二の意義を第一の意義の直後に授くることとしたること」と明記されている(12)。先行研究においては、この記述の重要性が理解されていない。

0. 3. 対象

先に述べた通り、分数の定義の導入過程に注目すべき特徴が見られたのは、国定教科書（第 3 期版）においてであった。国定教科書（第 3 期）の編集作業は、1918（大正 7）年から 1922（大正 11）年にかけて進められた。この編集作業については、文部省による次の説明がある (13)。

> 第 3 次の編纂　第 2 次の編纂を了へて、茲に 7、8 年を経過し、この間、年々、高等師範学校及び各府県師範学校をして、実地使用上の経験に基づきて、其の意見を報告せしめ、其の報告を基礎とし、又別に専門家の批評、教育雑誌の論議をも参酌して、時世の要求に合する様に修正して（以下省略）。

上記の説明によれば、国定教科書（第 3 期）の編集作業は、師範学校からの意見報告を「基礎」とすると同時に、「又別に専門家の批評、教育雑誌の論議をも参酌」する形で進められた。本論文においては、特に後者に注目し、その具体的な内実を研究の対象とする。

時期については、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期、すなわち、1910（明治 43）年度から 1921（大正 10）年度までの時期を主要な対象とする(14)。

上記の時期に見られる「専門家の批評、教育雑誌の論議」として、本論文においては次の 6 点を主要な対象とする（順序は発表時期による。（ ）内に著者の所属を記した）。

(1) 宮内與三郎（東京府青山師範学校附属小学校）・今宮齊（同左）『国定算術教材及教授法の研究』廣文堂書店、1912（大正元）年。
(2) 肥後盛熊（東京高等師範学校附属小学校）「分数教授上の主要問題」『教育研究』第 101 号、東京高等師範学校附属小学校初等教育研究会編、大日本図書、1912（大正元）年 8 月。
(3) 安東寿郎（東京高等師範学校附属小学校）・肥後盛熊校訂・足立亀次郎（京都府修斉小学校）著『教科書を縦に見たる算術教授の新研究』明治出版協会、1915（大正 4）年。
(4) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年。
(5) 後藤胤保（東京高等師範学校附属小学校）『算術教授の実際（尋常小学第 6 学年）』明治出版協会、1917（大正 6）年。

(6) 岡村良馬（高知県立高等女学校長）『小学校に於ける算術新研究』賓文館、1917（大正6）年[15]。

本論文においては、上記6点に示された分数教授に関する実践的研究の動向を主要な対象とする。教育内容としては、分数の定義に対象を限定する。

ここでは、当時における算術教育の実践的研究について、次の3点を確認しておきたい。

第一に、当時においては、算術教授の困難性、あるいは、成績の不良が問題とされていた。「初等教育に於ける算術教授難の嘆聲は、今猶旧の如くにして、実際上の成績もまた他教科に比して劣等の地位にあるものの如く」（以下省略）[16]。「算術科は諸教科中最も教え難く且最も成績の悪い教科であるかのように云はれて居るやうであります」[17]。

第二に、算術教授の困難性の克服に向けた研究が、実践的あるいは組織的な形で進められていた。「国定教科書教材整理の必要は実際教育界の輿論となれり。余等夙に此感を抱き、数年来、之が実験研究を重ね、今や漸く一成案を得たり」[18]。「全校職員が協心努力して、以て理論と実際との背離を深究し、尚両者の並行を実験に徴して更に討議し、以て学校の意見を確立すると同時に、本県に於ける連合教育研究会に発表することに定め、教育実際家の為めに、些か他山の石たらんことを期している」[19]。

第三に、当時の研究においては、国定教科書との関連が重視されていた。「[国定教科書の]教材を一々調査し、修正加除すべき点を明にし、欠けたる所は補正すべき実例を一々摘示し、必要ならざる教材は削除せしこと」を「本研究の主眼」とした[20]。「実際、之［国定教科書］を活用してその実績を挙げんとするには、尚巨細の注意と工夫とが必要と認める。之を以て本書は編纂者の趣旨をも酌み、自己の経験を基礎として記述したものである」[21]。

特に、次の記述においては、当時の分数教授が直面していた課題が具体的かつ明確な形で指摘されている[22]。

> 元来、分数教授は、小学校に於ては勿論、中学校に於ても、甚だ困難な者であると言はれてゐる。（中略）吾人の見る所を以つてすれば、従来の分数教授は、（中略）其の意義、性質並に計算の理由等を最も粗略にし、直ちに計算の形式を授け、機械的に之を暗記せしめるといふ風な教法を多く採ったではないか。習った者は、分数の加減は通分して後に分子に就いて行ひ、分母は旧のままにしておけばよいといふことは知っておる。掛算は分母の積を分母とし、分子の積を分子とし、割算は除数を転倒して掛ければよいことは承知しておる。併し何故にそれで正しきかという理に至っては更に知らないのである。（中略）分数の計算は出来ても、事実問題が解けないのは、全く斯の如く教授の方法が目的と相反していたからである。

演算の意味（「意義」）、および、計算規則の成立根拠（「何故にそれで正しきかという理」）に関する説明・理解を欠落させた形で、計算規則とその適用方法だけが「教授」され、その結果、子どもに対しては、それを「機械的」に「暗記」させているとして、当時の分数教授が批判されている。ここで批判の対象となっている問題点は当時の国定教科書における教育内容構成の形態に起因すると同時に、今日においても未だ克服されるに至っていない。本論文において見る分数教授の実践的研究は、このような問題点に対する批判を基礎とし、その克服を課題として取り組まれた研究の一端である。

なお、当然のことではあるけれども、分数教授の実践的研究は、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期だけでなく、国定教科書（第 3 期版、第 3 期改訂版）が使用されていた時期においても継続的に取り組まれている(23)。ただし、分数の定義の導入過程に関する限り、国定教科書（第 3 期版）と国定教科書（第 3 期改訂版）との間に特に重要な変化は存在しない。この点によれば、この時期に取り組まれた実践的研究の動向については、主として、国定教科書（第 4 期版）との関連において位置付けることが適当なのかも知れない(24)。この見方の適切性を含め、国定教科書（第 3 期版、第 3 期改訂版）が使用されていた時期に取り組まれた実践的研究の動向の検討については、今後の課題とする。本論文においては、国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）において分数の定義の導入に見られた変化に注目する立場から、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期に研究の対象を限定する。

0. 4. 方法

前節において述べた通り、本論文の対象は、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期に取り組まれた分数教授、具体的には、分数の定義の導入に関する実践的研究の動向である。ここで、当該の動向については、《分数の定義・意味の説明》に関する基本的な観点・方法、すなわち、《分数論》に基礎付けられていたと考えることが可能である。本論文においてはこの見方により、次の視点に従って分数論を検討する。

(1) 分数の定義について、《分割分数の論理》に依拠する方法$\left(\frac{b}{a} \underset{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \div a) \times b = \frac{1}{a} \times b\right)$、《商分数の論理》に依拠する方法$\left(\frac{b}{a} \underset{\text{def.}}{\leftrightarrow} (1 \times b) \div a = b \div a\right)$、2 通りの方法を区別する。

(2) 上記2通りの方法に依拠した定義は、その導入過程において、どのように位置付けられ、どのような順序に従っているか。特に、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の位置付けに注目する。

(3) 分数の、数としての成立根拠に関する重要な問題として、2 通りの方法に依拠する定義の《同一性》$\left(\frac{b}{a} \leftrightarrow (1 \div a) \times b = (1 \times b) \div a\right)$を示す説明が存在するか否かに注目する(25)。

(4) 定義の位置付けを明らかにするために、分数の教育内容について、《分割分数の論理》に依拠した定義、あるいは、《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明が行われているか。仮に行われている場合には、上記 2 通りの方法に依拠した定義が同等な形で適用されているか否かに注目する。

次に、上記の視点との関係から、本論文においては、《分数論》について、《初等数学としての分数論》、《学校数学としての分数論》を設定する（関連する視点を（　）内に記す）。

《初等数学としての分数論》とは、算数・数学教育の目的として「学問としての数学を教えること」に対する肯定的・積極的な立場を、《学校数学としての分数論》とは、この立場に対する否定的・消極的な立場を、それぞれ基礎とする形で設定された分数論である(26)。

《初等数学としての分数論》においては、分数を定義する 2 通りの方法、すなわち、《分割分数の論理》に依拠する方法、《商分数の論理》に依拠する方法は、同等かつ《同一性》を備えた方法として位置付けられる。この分数論は、両者の《同一性》に関する説明により、分数

の、数としての成立を、その根拠・理由を備えた形で示す必要性を示している（視点(2)、(3)）。

上記に加え、本論文においては、次の点を《初等数学としての分数論》の条件に含める。それは、分数の性質について、その成立を、分数の定義を根拠・理由とする方法によって示す必要性、少なくとも、その可能性に対する注目が含まれている点である（視点(4)）[27]。

これに対して、《学校数学としての分数論》においては、《分割分数の論理》に依拠した定義が基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した定義が副次的あるいは付加的な方法による定義として位置付けられる（視点(2)）。同時に、上記 2 通りの方法に依拠した定義が《区別》されるに止まり、両者の《同一性》は説明の対象には含まれない（視点(3)）。

《学校数学としての分数論》は、2008（平成 20）年版の学習指導要領を含め、これまでに発行された学習指導要領に共通する形で存在している。本論文が対象とする、国定教科書（第 2 期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究においても、《学校数学としての分数論》に基礎付けられた動向が存在する[28]。ただし、この点に関する検討は今後の課題とする。

0. 5. 構成

本論文においては、まず、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期に取り組まれた分数の定義の導入に関する実践的研究の動向が備えていた特徴として、次の 3 点を明らかにする。次に、それを根拠として、当該の動向において、《初等数学としての分数論》が形成されていたことを示す（第 1 章）。（（　）内には、対応する章節および検討の視点を記した）。

第一に、《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、その導入時期の早期化に対する要請が存在していた（第 1 節、視点(2)）。第二に、数としての分数の成立根拠を示す説明として、《分割分数の論理》、《商分数の論理》、2 通りの方法に依拠した分数の定義の《同一性》を示す説明の必要性が指摘されていた（第 2 節、視点(3)）。第三に、分数の定義を根拠・理由とする方法によって、《分数の性質》を説明する可能性・有効性が注目され、具体的な形で説明が提案されていた（第 3 節、視点(4)）。上記 3 点に渡る特徴により、当時における実践的研究の動向において《初等数学としての分数論》が形成されていた（第 4 節）。

次に、第 1 章の結果を基礎として、分数の定義の導入に関する実践的研究の動向が備えていた特徴と国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）との関係に対するアプローチを試みる。具体的には、上記 3 点に渡る特徴が、師範学校からの意見報告を経て、国定教科書の改訂における採用に至る過程を、採用されない結果に終わった場合を含めた形で、明らかにする（第 2 章）。

終わりに、今日における分数教授の問題状況との関連を示すことにより、今後の研究課題を明らかにする（第 3 章）。

本論文において用いた資料には、旧漢字、片仮名によって記述されている資料が含まれる。ただし、引用にあたっては、読みやすさを考え、部分的に現代の漢字、平仮名に改めると同時に、必要に応じて句読点を補った。傍点等による強調はすべて省略した。引用文における／は原文における改行、［　］は筆者による注記であることを示す。本文における《　》は、教育内容、および、教育内容構成の論理、特徴、基本的観点等を表現する重要な用語、その他、特に強調を必要とする重要な用語であることを示す。

1. 実践的研究の動向に見る、初等数学としての分数論の形成

1. 1.《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期の早期化

国定教科書（第 2 期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究において、《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、その導入時期の早期化に対する要請が存在していた。ここでは、まず、この点を示す。次に、この点に関連して、第一に、国定教科書における順序の構成との関連、第二に、早期化を必要とする根拠・理由について見る。

野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論においては、上記の要請が次の形で示されている（なお、当時において、「分数第一の意義」は《分割分数の論理》に依拠した定義を意味する用語として、「分数第二の意義」は《商分数の論理》に依拠した定義を意味する用語として、それぞれ、一般的に用いられていた）(29)。

> 教科書［第 2 期版］は分数第一の意義のみを偏重し、諸種の計算を殆ど教授し終るまで第二の意義を授けず、27 頁、［第 21 項目］分数を小数に直す所にて初めて第二の意義を教授することゝなるも、かくては第二の意義に関する観念、甚だ不確実に、分数と云ひば児童は直ちに第一の意義を思ひ出す如き結果に終るべし。然るに、第二の意義は、比、歩合算の観念の基礎をなすものにして、其の重要なること、決して第一の意義に劣るものにあらず。故に、早く第二の意義を授けて、充分、此観念を明瞭ならしむをよしとす。
>
> 且つ、第二の意義を知るときは、これに依り、分数の形を変ふること、及び諸計算の意義法則を説明する等、便利甚た多し。依て此所［第 5 項目「分数の形を変ふること」］に於て之を授く。

後藤胤保の分数論、宮内與三郎・今宮齊の分数論においても、同じ要請が次の形で示されている(30)(31)。

> 分数の意義に就ては、教科書に掲げたるが如き、
>
> Ⅰ．1 を幾つかに等分せるものを幾つか採りたるものなり。
>
> Ⅰ．分子を分母にて割りたるものなり。
>
> 此の外、第二の意義より、分母この数にて倍すれば、分子尚の数となるものなるとも考へられる。何れも分数の計算を理解し、これを実際に活用せしむる上に極めて重要なる意義で、望むらくは、成るべく早くより何れの意義をも明らかにして、その一種のみに偏することなからしめたいのである。

> 第二の意義は、教科書に於ては略分数の計算に習熟したる後、即ち「分数を小数に直すこと」［第 21 項目］の教授に於て授くることになって居るが、これは少しく遅きに失すると思ふ。教授上の種々なる便宜より考ふれば、第一の意義を充分に了得したる後、直ちに之を授くるがよい。本書に於ては、分数の形を変ふること［第 5 項目］の教授に入るの前に於て、之を授くることとして居る。

はじめに述べた通り、国定教科書（第 2 期版）において、2 通りの方法による分数の定義の導入時期には著しい乖離が存在していた。《分割分数の論理》に依拠した定義（「第一の意義」）は、第 1 章「分数」、第 2 項目「分数の意義及び書き方」において、《商分数の論理》に依拠した定義（「第二の意義」）は、第 1 章「分数」、第 13 項目「分数の除法（その 1）」、あるいは、第 21 項目「分数を小数に直すこと」において、それぞれ、導入されていた（0．1．2）。

上記の引用においては、国定教科書（第 2 期版）に見られる分数論が、「第一の意義のみを偏重」する分数論であり、この分数論に従った教授によれば、「分数と云ひば児童は直ちに第一の意義を思ひ出す如き結果に終るべし」と批判されている。従って、「早く第二の意義を授けて、充分、此観念を明瞭ならしむをよしとす」、「望むらくは、成るべく早くより何れの意義をも明らかにして、その一種のみに偏することなからしめたい」として、《商分数の論理》に依拠した定義について、その導入時期の早期化に対する要請が示されている。

1．1．1．国定教科書における順序の構成との関連

それでは、上記の要請においては、《商分数の論理》に依拠した定義を、具体的に、どの時期（教科書における章、項目）に導入することが要請されていたのか。それは、国定教科書において構成されていた順序と、どのような関係にあるのか。この点について次に見よう。

先の引用に示されている通り、野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論においては第 5 項目「分数の形を変ふること」、宮内與三郎・今宮齊の分数論においては「分数の形を変ふることの教授に入るの前」へと、それぞれ、早期化することが要請されている。

後藤胤保の分数論においては、「成るべく早く」とされるに止まり、導入する項目が明記されていない。ただし、順序の構成については、「本学年［第 5 学年］に於ても最初暫くは教科書の如く第一の場合だけについて十分明確なる観念を授けることにしてよいと思ふ」とされている(32)。まず、《分割分数の論理》に依拠した定義を導入し、それに関する「十分明確なる観念を授け」た後に、《商分数の論理》に依拠した定義を導入するとされているのである。なお、順序の構成については、野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論、宮内與三郎・今宮齊の分数論においても同じ見方が示されている(33)(34)。次の引用を見よう。

> 先づ、分数第一の意義を復習し、次に第二の意義を授く。
>
> 第一の意義が十分に了解せられ、簡易なる計算の練習を行った後には、分数の意義を拡張して、所謂第二の意義を授くる。

《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期の早期化は、国定教科書（第 2 期版）における順序の構成を前提とした形で要請されていた。それを逆転させることまでは要請の内容に含まれていない。

1．1．2．早期化を必要とする根拠・理由

早期化を要請する根拠・理由としては次の 2 点が示されている。第一に、「これに依り、分数の形を変ふること、及び諸計算の意義法則を説明する等、便利甚た多し」（野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論）、「何れも分数の計算を理解し、これを実際に活用せしむる上に極

めて重要なる意義」である（後藤胤保の分数論）として、《分数の性質》、および、《四則演算》の説明における可能性・有効性。第二に、「比、歩合算の観念の基礎をなす」（野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論）として、《比》との関連性、統一的な理解の可能性（1．1）。なお、第二の点については、《比》に加え、《除法》との関連に関する指摘が存在する(35)。

第二意義を授けると分数の意義が大いに明らかになり、児童の観念も充実して来る。例令、（中略）4 分の 3 という分数の数値が明らかに分かるようになる。従って、左［次］の関係がよく会得せられる。

実　÷　法　　＝　商
（分子）÷（分母）＝（分数）

上記、第一の点は、《教育内容となる概念・法則の成立を、定義を根拠・理由とする方法によって示そうとする観点》に、第二の点は、《教育内容の相互関連に対する注目》に、それぞれ、基礎付けられた指摘である。同時に、両者とも、現在においても積極的な検討に値する内容を含んでいる(36)(37)。なお、第一の点については、その具体的な内容・方法について、後に検討を加える（1．3）。

1．2．数としての分数の成立根拠を示す説明

国定教科書（第 2 期版）の使用時期に取り組まれた分数教授の実践的研究、それを基礎付けていた分数論においては、数としての分数の成立根拠を示す説明として、《分割分数の論理》に依拠する方法、《商分数の論理》に依拠する方法、2 通りの方法による定義について、両者の《同一性》を示す説明の必要性が指摘されている(38)。

前節において見た通り、野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論においては、「何れの意義をも明らかにして、その一種のみに偏することなからしめたい」とされていた（1．1）。この見方によれば、「仮に、5 分の 12 とは、『1 を 5 つに分けたのを 12 とる』、『12 を 5 等分したるもの』とも両様に頭に映ずる様になる」ことが要請される(39)。この要請に応えるためには、その基礎あるいは前提として、2 通りの方法による定義の《同一性》を示す説明が必要になる。

この点について、足立亀次郎の分数論においては、2 通りの方法による定義として、「分数の二意義」、すなわち、「（甲）1 を幾つかに等分したるものを幾つか集めたるもの。（乙）分子を分母にて割りたるもの」が並列されるに止まり、両者の《同一性》については説明されていない(40)。肥後盛熊の分数論も、この点において共通する特徴を備えている(41)。

これに対して、岡村良馬の分数論においては、両者の《同一性》について、「分数の二つの定義は矛盾なく、しかも同一事実を表すことを知れり」とする見方が示されている。ただし、それを示す説明の方法は提案されていない(42)。これに対して、野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論、宮内與三郎・今宮齊の分数論においては、両者の《同一性》について、《長さ》（線分図）を用いた説明の方法が提案されている。まず、前者について見よう(43)。

先づ、分数第一の意義を復習し、次に第二の意義を授く。即ち、

$\frac{2}{3}$ とは 2 を 3 にて割りたる数、$\frac{2}{5}$ とは 2 を 5 にて割りたる数

なることを授けて、次の練習をなす。

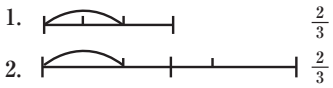
(1) $\frac{5}{6}$、$\frac{3}{8}$、$\frac{4}{9}$、$\frac{2}{7}$ は如何なることか。

(2) $1\div3$、$3\div4$、$5\div8$ を分数にて云へ。

次に、第一の意義と第二の意義とを比較して知らしむ。

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2}{3}=1\div3\times2\\ \frac{2}{3}=2\div3\end{array}\right\}$$ 二様の意義あることを明らかにす。

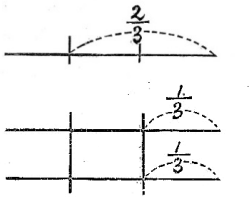
尚、図解により、ある量の $\frac{2}{3}$ は第一第二何れの意義によるも変りなきことを理解せしむべし。



「何れの意義によるも変りなきことを理解せしむ」る必要性が指摘されている点に加え、《長さ》（線分図）を用いた説明の方法が提案されている点が注目される。

次に、宮内與三郎・今宮齊の分数論においても、同じ方法による説明が提案されている(44)。

これまでは、分数とは、単位を分母にて等分したる部分を分子だけ集めたもの、即ち $\frac{2}{3}$ は 1 を 3 等分したる 2 部分であるといふ様に考へて居るのであるが、これだけにては分数の意義として甚不完全である。それ故、ここに第二の意義、即ち、分数は分母にて分子を割りたる数なりといふことを授くる。（中略）



この二つの考は非常に異なっている。（中略）然しながら、其の結果は共に 3 分の 2 であって、其値は少しも違はない。故に、3 分の 2 は、1 を 3 つに分けた 2 つ部分と考へる外に、2 を直ちに 3 で割ったものであるとも考へられると説明するのである。

1. 3. 定義を根拠・理由とする分数の性質の説明

先に見た通り、《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期の早期化については、それを要請する根拠・理由として、《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする方法によって《分数の性質》、《四則演算》に関する説明を行う可能性・有効性が示されていた（1. 1）。

ここでは、《分数の性質》に関する説明に対象を限定し(45)、その具体的な内容について検討を加える。

この点については、次の記述が注目される(46)。

第二の意義を知るときは、これに依り、分数の形を変ふること、及び諸計算の意義法則を説明する等、便利甚た多し。

この見方により、「分数の形を変ふること」、即ち、《分数の性質》に関する具体的な説明の方法が、《商分数の論理》に依拠した分数の定義を根拠・理由とする形で示されている。説明の対象とされている教育内容を次に示す(47)。

(1) 「分母分子に等しき数を掛くるも値の変らざること」（《倍分の原理》）
(2) 「分母分子を等しき数にて割るも値は変らざること」（《約分の原理》）
(3) 「整数を化して分数となすこと」
(4) 「帯分数を仮分数に直すこと」
(5) 「仮分数を帯分数に直すこと」

1. 3. 1.《倍分・約分の原理》に関する説明

ここでは、まず、(1)(2)、すなわち、《倍分・約分の原理》に関する説明を見よう。

次の引用は、野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎による、「分母分子に等しき数を掛くるも値の変らざること」（《倍分の原理》）に関する説明である(48)。

$\frac{2}{3}=2\div3$

$2\div3=(2\times2)\div(3\times2)=4\div6\quad 2\div3=(2\times3)\div(3\times3)=6\div9$

故に、$\frac{2}{3}=\frac{2\times2}{3\times2}=\frac{4}{6}$、又 $\frac{2}{3}=\frac{2\times3}{3\times3}=\frac{6}{9}$

以上の如くにして、分母子に等しき数を掛くるも値の変らざることを授け（中略）る。

上記の引用について注意が必要な点は、《倍分の原理》$\left(\frac{b}{a}=\frac{b\times m}{a\times m}\right)$が、《商分数の論理》に依拠した定義に加え、《除法の簡約法則》$((a\times m)\div(b\times m)=a\div b)$を根拠・理由とする方法によって説明されている点である。ただし、上記の引用に見られる通り、この法則は適用されるに止まる。法則それ自体は示されていない。整数除法の教育内容としても構成されていない(49)。

これに対して、岡村良馬による次の説明においては、「今、除法に於ては、法及び実を同数にて割るも、又之に同数を掛けるもその商は変らず。故に」として、この法則およびその適用が示されている。ただし、法則の成立を示す説明は存在しない。整数除法の教育内容としても構成されていない(50)。

尚、第二定義により、「分数の値を変へずして其の分母子を変へること」を説明せば次の如し。

$\frac{6}{15}=6\div15$

今、除法に於ては、法及び実を同数にて割るも、又之に同数を掛けるも其の商は変らず。故に、

$6\div15=(6\div3)\div(15\div3)=2\div5=\frac{2}{5}$ ／ $6\div15=(6\times2)\div(15\times2)=12\div30=\frac{12}{30}$

即ち、$\frac{6}{15}=\frac{6\div3}{15\div3}=\frac{2}{5}$ ／ $\frac{6}{15}=\frac{6\times2}{15\times2}=\frac{12}{30}$

1. 3. 2.《整数→分数の変形方法》に関する説明

野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎は、(3)「整数を化して分数となすこと」について、《商分数の論理》（「第二の意義」）、《分割分数の論理》（「第一の意義」）、2 通りの方法による定義を根

拠・理由とする説明を提案している(51)。

3を化して5を分母に有する分数となすこと。

3は、第二の意義より、3を1にて割りたる$\frac{3}{1}$と考ふることを得べし。

即ち、3=$\frac{3}{1}$ の分母子に等しき数を掛け、$\frac{3\times5}{1\times5}=\frac{15}{5}$を得。

第一の意義によりすれば、分母を5とするときは、1=$\frac{5}{5}$、3は $\frac{5\times3}{5}=\frac{15}{5}$

なお、(4)「帯分数を仮分数に直すこと」については、(3)を用いることにより説明可能である。

1．3．3.《仮分数→帯分数の変形方法》に関する説明

岡村良馬は、(5)「仮分数を帯分数に直すこと」について、2通りの方法による定義を根拠・理由とする説明を提案している(52)。

分子が分母の倍数ならざる仮分数を帯分数に直すには、分子を分母にて割り、其の商を整数部とし、之に余を分子とし、旧の分母を其のまま分母とする分数を附くべし。例へば、$\frac{19}{3}$を帯分数に直せば、19÷3＝6余1なるを以て、$6\frac{1}{3}$となる。次の如し。

$$\frac{19}{3}=\frac{6\times3+1}{3}=\frac{6\times3}{3}+\frac{1}{3}=6+\frac{1}{3}=6\frac{1}{3}$$

又、1を3等分したるもの19を18と1とに分てば、其の18は6に等し。故に、$\frac{19}{3}$は$6+\frac{1}{3}$即ち$6\frac{1}{3}$に等し。

注意　仮分数を整数又は帯分数に直すことは、分数第二定義に依れば理解し易し。

上記の引用において、「例へば（中略）次の如し」として示された説明が《商分数の論理》（「第二定義」）に依拠した定義を根拠・理由とする説明に、「又」として示された説明が《分割分数の論理》（「第一定義」）に依拠した定義を根拠・理由とする説明に、それぞれ、該当する。

《倍分・約分の原理》については《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明が、《整数→分数の変形方法》、《仮分数→帯分数の変形方法》については、分数を定義する2通りの方法を根拠・理由とする説明が、いずれも具体的な形で提案されている。

ただし、《倍分・約分の原理》については、《商分数の論理》に依拠した定義に加え、《除法の簡約法則》が、説明の根拠・理由として用いられている。この点には注意が必要である。それ以前において、この法則の成立を示す説明が行われているわけでないからである。

1．4.《初等数学としての分数論》の形成

前節までの検討により、国定教科書（第2期版）の使用時期に取り組まれた分数の定義の導入に関する実践的研究の動向は次の3点に渡る特徴を備えていたことが示された。

(1) 《商分数の論理》に依拠した分数の定義について、その導入時期の早期化に対する要請が存在していた。
(2) 数としての分数の成立根拠を示す説明として、《分割分数の論理》に依拠する方法、《商分数の論理》に依拠する方法、2 通りの方法による定義について、両者の《同一性》を示す説明の必要性が指摘されていた。
(3) 分数を定義する 2 通りの方法を根拠・理由として《分数の性質》を説明する可能性・有効性が注目され、具体的な形で説明が提案されていた。

上記 3 点に渡る特徴の存在は、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期に取り組まれた分数の定義の導入に関する実践的研究において、《初等数学としての分数論》、すなわち、「学問としての数学を教える」ことに対する積極的・肯定的な見方に基礎付けられた分数論が形成されていたことを示している。

2. 国定教科書（第 3 期版）に見る、初等数学としての分数論の存在形態
── 実践的研究の動向および師範学校からの意見報告との関連に注目して ──

第 1 章において示した 3 点に渡る特徴の存在により、当時における実践的研究の動向と国定教科書の改訂との関係、すなわち、分数の定義の導入に関する実践的研究を出発点とし、師範学校からの意見報告を経て、国定教科書の改訂における採用に至る過程を、採用に至らなかった場合を含め、具体的な形で示す可能性が示された。第 2 章においては、この可能性に対するアプローチを試みる。方法としては、第 1 章の成果に加え、先行研究の成果に依拠しながら、実践的研究の動向が備えていた 3 点に渡る特徴が、師範学校からの意見報告、および、国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）においては、どのような形で成立していたか、あるいは、成立していなかったかを、それぞれの特徴に即した形で示す。それにより、国定教科書（第 3 期版）における《初等数学としての分数論》の存在形態を、実践的研究の動向が備えていた特徴、師範学校からの意見報告の内容との関連を含んだ形で、明らかにする。

結論を先取りする形になるけれども、検討に進む前に、本章における検討の結果を表に示す（次ページ参照）。表の内容については、本章の全体を通して説明することになる。

2. 1.《商分数の論理》に依拠した分数の定義の導入時期の早期化

《商分数の論理》に依拠した定義の導入時期の早期化に対する要請は、師範学校からの意見報告においても、例えば、「教授時期を繰上げられたし」（島根県師範学校）、「教授時期を今少し早め」（山口県師範学校）等の形によって示されていた。

国定教科書（第 2 期版）において、2 通りの方法による分数の定義は著しい時間的乖離を含んだ形で導入されていた。すなわち、《分割分数の論理》に依拠した定義は、第 1 章「分数」、第 2 項目「分数の意義及び書き方」において、これに対して、《商分数の論理》に依拠した定義は、第 1 章「分数」、第 13 項目「分数の除法（その 1）」、または、第 21 項目「分数を小数に直すこと」において、それぞれ、導入されていた。

国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）においては、師範学校からの意見報告

に示された上記の要請が、「分数第二の意義（中略）の教授は、従来遅きに失すとの説あり」（修正趣意書）として注目の対象となった。その結果、国定教科書（第 3 期版）においては、《商分数の論理》に依拠した定義が、《分割分数の論理》に依拠した定義と同じ項目（第 1 章「分数」、第 1 項目「意義」）において、それに直ちに続く形で導入されるに至った。

表．分数の定義の導入に関する実践的研究の動向、師範学校からの意見報告と国定教科書の改訂の関連

対象／特徴	国定教科書（第 2 期版）	実践的研究の動向	師範学校からの意見報告	国定教科書（第 3 期版）
(1) 《商分数の論理》に依拠した定義の導入時期	《分割分数の論理》に依拠した定義の導入時期との著しい乖離	早期化に対する要請	早期化に対する要請	早期化
(2) 2 通りの方法による定義の《同一性》を示す説明	無	説明の必要性に関する指摘	説明の必要性に関する指摘	有
(3) 定義を根拠・理由とする《分数の性質》の説明	無	説明の必要性に関する指摘	説明の必要性に関する指摘	無
① 約分・倍分の原理	無	《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明	無	無
② 仮分数→帯分数の変形方法	無	2 通りの方法による定義を根拠・理由とする説明	《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明	無
③ 整数→仮分数の変形方法	無	2 通りの方法による定義を根拠・理由とする説明	可能性として存在	無

2. 2. 数としての分数の成立根拠を示す説明

《分割分数の論理》、《商分数の論理》、2 通りの方法に依拠した定義の《同一性》を示す説明により、数としての分数の成立根拠を示す必要性についても、師範学校からの意見報告においては、例えば、「分数に二つの意義あることを明瞭に授くる様にしたし」（埼玉県女子師範学校）、「両義の結果は何れも相等しきものなるを児童に知得せしめざるべからず」（京都府女子師範学校）等の形によって示されていた。

国定教科書（第 2 期版）においては、2 通りの方法による定義の《同一性》が説明の対象から除外されていた。これは、国定教科書（第 2 期版）が、《学校数学としての分数論》、すなわち、《分割分数の論理》に依拠した定義を基本的あるいは主要な方法による定義、《商分数の論理》に依拠した定義を副次的あるいは付加的な方法による定義とする分数論に基礎付けられていたことを意味する。これに対して、国定教科書（第 3 期版）においては、《商分数の論理》に依拠した定義が《分割分数の論理》に依拠した定義と同じ項目（第 1 章「分数」、第 1 項目「意義」）において導入されると同時に、両者の《同一性》を示す説明が行われる形に改訂された。

特徴(1)(2)に関する上記の事実は、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期に取り組まれた分数の定義の導入に関する実践的研究の動向が備えていた特徴(1)(2)が、師範学校からの意見報告を経て、国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）において採用されるに

至ったことを示している。

特徴(1)(2)は、国定教科書（第 2 期版）が使用されていた時期に取り組まれた分数の定義の導入に関する実践的研究において、《初等数学としての分数論》が形成されていたことを示す重要な特徴であった。上記の事実は、「学問としての数学を教える」ことに対する積極的・肯定的な見方に基礎付けられた分数論が、師範学校からの意見報告を経て、国定教科書の改訂において採用されるに至ったことを示している(53)。当時においては、算術教育の目的が、「学問としての数学を教える」ことに対する消極的・否定的立場を基礎とする形で設定されていた(54)。上記の事実は、この点との関連においても注目に値する。国定教科書の分数論においては、「学問としての数学」に対する積極的・肯定的な立場が成立していたのである。

2. 3. 定義を根拠・理由とする分数の性質の説明

《分割分数の論理》に依拠する方法、《商分数の論理》に依拠する方法、2 通りの方法による分数の定義を根拠・理由とする方法によって分数の教育内容を説明する可能性・有効性についても、師範学校からの意見報告においては、例えば、「『分数の形を変ふること』、『分数の乗除』等の形式は、之［「分数第二の意義」］より導かれたし」（茨城県師範学校）等の形で指摘され、説明の具体的な提案が行われている。この事実は、上記の特徴(3)が、師範学校からの意見報告に採用されたことを示している。

この点に関連して、ここでは、「分数の形を変ふること」（《分数の性質》）に関する説明について、師範学校からの意見報告の内容をより具体的に検討してみよう。それにより、分数の定義の導入に関する実践的研究の動向（第 1 章）が、師範学校からの意見報告には見ることができない独自の特徴を備えていたことが明らかになる。

先に見た通り、分数の定義の導入に関する実践的研究においては、《分数の性質》については、《約分・倍分の原理》、《整数→仮分数の変形方法》、《仮分数→帯分数の変形方法》、上記 3 点に関する教育内容が、分数の定義を根拠・理由とする方法による説明の対象とされていた（1. 3）。

これに対して、師範学校からの意見報告においては、上記 3 点に関する教育内容すべてが説明の対象とされているわけではない。第一に、《仮分数→帯分数の変形方法》については、分数の定義を根拠・理由とする方法による説明の内容が具体的な形で示されている。これに対して、第二に、《整数→仮分数の変形方法》については、当該の方法による説明の可能性が間接的な形で示されるに止まり、説明の内容が具体的な形で示されているわけではない。第三に、《約分・倍分の原理》は説明の対象として位置付けられていない。

次に、説明の方法においても、師範学校からの意見報告においては、《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする方法が注目の対象となり、それを用いた説明が具体的な形で提案されていた。これに対して、《分割分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする方法については特に注目されていなかった。この点については、《商分数の論理》による定義の導入時期を早期化する要請（先に見た特徴(1)）との関連において、すなわち、当該の定義を根拠・理由とする方法に注目し、その可能性・有効性を強調することが重要であると考えられた結果として理解することが可能である。

これに対して、第 1 章において見た通り、分数の定義の導入に関する実践的研究の動向においては、《倍分・約分の原理》については《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とす

る説明に止まっていたけれども（1．3．1）、《整数→分数の変形方法》（1．3．2）、および、《仮分数→帯分数の変形方法》（1．3．3）については、《商分数の論理》、《分割分数の論理》、2通りの方法を根拠・理由とする説明が、いずれも具体的な形で提案されている。

上記の事実が示す通り、師範学校からの意見報告とは異なり、分数の定義の導入に関する実践的研究には、説明の対象においても、方法においても、独自の特徴が含まれていた。第一に、対象においては、《仮分数→帯分数の変形方法》に加え、《整数→仮分数の変形方法》、《約分・倍分の原理》が含まれていた。第二に、方法においては、《整数→分数の変形方法》、《仮分数→帯分数の変形方法》について、《商分数の論理》、《分割分数の論理》、2通りの方法による定義を根拠・理由とする方法が試みられていた。より広範囲に渡る教育内容について、多様な方法による説明が提案されていたのであり、この点に、師範学校からの意見報告には見ることができない独自の特徴が示されている(55)。

先に指摘した通り、師範学校からの意見報告においては、《商分数の論理》に依拠した定義に注目し、この定義を根拠・理由とする方法による説明の可能性・有効性を強調する必要性が存在していた。この点について、当時における実践的研究の成果に依拠するならば、《仮分数→帯分数の変形方法》だけでなく、《整数→分数の変形方法》、《約分・倍分の原理》についても、《商分数の論理》に依拠する方法による説明の可能性・有効性を具体的な形で提案することは可能であり、同時に、必要でもあった。しかしながら、この点に関する提案は行われない結果に終わった。

次に、上記の結果との関連については不明であるが、国定教科書の改訂において、《分数の性質》の説明に関する上記の特徴は、いずれの教育内容についても採用されない結果に終わった。

《約分・倍分の原理》については、国定教科書（第2期版）においても(56)、国定教科書（第3期版）においても(57)、《分割分数の論理》に依拠した定義、および、《量に対する等分と倍の性質》に依拠し、線分図（《長さ》）を教材とする方法によって、説明されている。第1章において具体的に検討した通り、分数の定義の導入に関する実践的研究の成果として提案されていた説明においては、《商分数の論理》に依拠した定義に加え、《除法の簡約法則》が、その重要な構成要素として位置付けられていた（1．3．1）。上記の結果は、この点に起因する。すなわち、《約分・倍分の原理》については、《除法の簡約法則》を用いた説明よりも、《量》を用いた説明の方がより容易に説明・理解が可能であると考えられたと予想される。なお、《整数→分数の変形方法》、《仮分数→帯分数の変形方法》に関する説明においても、この点に関連する重要な変化は存在しない。特徴(3)に関する限り、国定教科書の改訂は、師範学校からの意見報告、および、当時における実践的研究の成果を摂取しない形で進められたのである。

3．おわりに

国定教科書（第2期版）が使用されていた時期に取り組まれた分数の定義の導入に関する実践的研究の動向が備えていた特徴（第1章）は、いずれも、今日の学校数学には継承されていない。学習指導要領（2008（平成20）年版）においては、《分割分数の論理》に依拠する方法、《商分数の論理》に依拠する方法、2通りの方法に依拠した分数の定義が、順に、第3学年、

第 5 学年、複数の学年に渡って分散する形で位置付けられている。導入時期における時間的な乖離が、国定教科書（第 2 期版）よりも拡張された形で現在に至っているのである。この点に加え、数として分数の成立根拠について、2 通りの方法による定義の《同一性》を示す説明を欠落させている。

今日においては、国定教科書（第 2 期版）とは異なった形で、《学校数学としての分数論》が成立しているのである。その特徴、根拠を示すためには、国定教科書（第 3 期版、第 3 期改訂版）の使用時期における分数教授の実践的研究の動向を、国定教科書（第 4 期版）に見られる分数論と関連付けた形で解明する研究が必要になるだろう。今後の課題としたい。

《註》

(1) 「分数論」とは、《分数全般に関する教育内容構成、および、その構成要素となる、分数の定義、性質、大小関係、四則演算（加法、減法、乗法、除法）に関する教育内容構成の基本的観点の総体》を意味する用語である（広義）。ただし、本論文においては、《分数の定義・意味の説明》に限定し、その基本的な観点・方法を意味する用語として用いる（狭義）。なお、この意味における使用例として次を参照。遠山啓『教師のための数学入門（数量編）』国土社、1960 年。「二つの自然数の関係」であるとする見方（いわゆる「割合分数」）に対置する形で、「連続量の抽象的表現」であるとする見方（「量分数」）が示されている（第 9 章「分数論」）。

(2) 岡野勉「明治検定期算術教科書における分数論の展開」、博士（教育学）学位論文、北海道大学、2012 年、第 6 章「分数の定義の導入過程 ── 《分割分数の論理》と《商分数の論理》の同一性を示す説明に注目して」。初出は、同「明治検定期算術教科書における分数の教育内容構成 ── 第 I 期・前期における定義から加法・減法までを対象として」『カリキュラム研究』第 10 号、日本カリキュラム学会、2001 年。同「明治検定期算術教科書における分数の導入過程 ── 意味付け・説明の方法に注目して」『教育方法学研究』第 25 巻、日本教育方法学会、1999 年。

(3) この課題に対する取り組みとして、授業書「新しい数－分数」（2014 年改訂版）による授業が、2014 年 10 月～11 月、北海道岩見沢市立幌向小学校、第 4 学年において、櫻田和也教諭によって実施されている。その結果については次を参照。大田邦郎・里城智仁「授業書『新しい数－分数』（2014 年改訂版）について」『教授学の探究』第 30 号、北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室、2016 年。

(4) 岡野勉「黒表紙教科書における分数論の基本的性格 ── 定義の導入過程を主要な対象として」『教授学の探究』第 29 号、北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室、2015 年。本論文において、黒表紙教科書における分数の定義の導入過程については、この論文の成果に依拠する。

(5) この点について、国定教科書の編纂趣意書には次の説明がある。「分数第二の意義（分数は分子を表す数を分母を表す数にて割りたるものなること）の教授は、従来遅きに失すとの説ありたるを以て、第一の意義（分数は 1 を分母を表す数に等分したるものを分子を表す数だけ集めたるものなること）を授けたる後、引続きて授くることとしたり」（第 2 章「分数の教授」）。文部省編纂『尋常小学算術書教師用児童用修正趣意書』国定教科書共同販売所、1924（大正 13）年、74～75 ページ。仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成』第 12 巻、編纂趣意書 2、東京書籍、1983 年、118～119 ページ。この説明に見られる「遅きに失すとの説」とは、師範学校からの意見報告、あるいは、当時における分数教授の実践的研究において主張された「説」を指すと予想される。

(6) 『国定教科書意見報告彙纂』第 1 輯、文部省図書局、1913（大正 2）年、日本図書センター、1981 年、「凡例」。

(7) 帝都教育研究会編『国定教科書編纂趣意書集成』教育書院、1932（昭和 7）年、「算術科」、3 ページ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所収。

(8) 岡野勉「師範学校からの意見報告と国定算術教科書の改訂 ── 初等数学としての分数論に対する志向性とその帰結」『数学教育史研究』第 15 号、日本数学教育史学会、2015 年。本論文において、国定教科書における分数の定義の導入過程に関する師範学校からの意見報告の内容、および、国定教科書の改訂（第 2 期版から第 3 期版への改訂）との関連については、この論文の成果に依拠する。

(9) 中谷太郎著・上垣渉編『日本数学教育史』亀書房・日本評論社、2010 年、83～84 ページ。

(10) 桜井恵子『近代日本算術教育史 ── 子どもの「生活」と「主体性」をめぐって』学術出版会、2014 年、85～100

ページ。

(11) イギリスにおける数学教育改造運動の展開については、近年、大下卓司により、一連の研究成果が発表されている。例えば次を参照。大下卓司「イギリスにおける数学教育改造運動に関する一考察 ── Circular711 に着目して」『数学教育史研究』第 13 号、日本数学教育史学会、2013 年。同「戦間期イギリスにおける幾何学教育の展開 ── 1923 年および 1939 年における数学協会による報告書に着目して」『教育方法学研究』第 40 巻、日本教育方法学会、2015 年。

(12) 文部省編纂『尋常小学算術書教師用児童用修正趣意書』国定教科書共同販売所、1924（大正 13）年、第 1 章「修正要項」、74 ページ。仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成』第 12 巻、編纂趣意書 2、東京書籍、1983 年、118 ページ。

(13) 帝都教育研究会編『国定教科書編纂趣意書集成』教育書院、1932（昭和 7）年、「算術科」、3 ページ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所収。

(14) 国定教科書（第 2 期版）は、1910（明治 43）年度から、すべての学年において使用が開始された。これに対して、国定教科書（第 3 期版）は、1918（大正 7）年度から、学年進行の形で使用が開始された。第 6 学年用の教科書は 1922（大正 11）年度から使用が開始された。従って、第 6 学年に関する限り、1921（大正 10）年度までは国定教科書（第 2 期版）が使用されていたことになる。

(15) 同書の性格については、「小学教育の参考に供せん」ことを目的として、「国定算術書に準拠し、その材料は主として該書を引用」しながら、「数理の系統を明かにし、かつ之を平易に解説せんことに努めたり」と説明されている（「凡例」）。本文において確認した第三の点（国定教科書との関連の重視）が指摘されている。

(16) 宮内輿三郎・今宮齊『国定算術教材及教授法の研究』廣文堂書店、1912（大正元）年、瀧澤菊太郎「序」、1 ページ。

(17) 安東寿郎『最新算術教授法』良明堂、1915（大正 4）年、「序」、2～3 ページ。次の引用には、本文において確認した第二の点（研究の形態）との関連において、同書の性格が示されている。「余は近来小学算術教授実際家が、全く自己の創案に成る、而して実験を基礎とした教授法を公にするものの日に多きを加ふるを、大によろこび且つ祝するものである。而して、余もまた之れ等の人にならって、聊か自己の意見を発表して見たいと思ふのである」（2 ページ）。

(18) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、「序」。

(19) 福岡県立小倉師範学校附属小学校編『実地活用を主としたる国定算術書各題目の実際的研究』大同館、1915（大正 4）年、波多野俊夫「緒言」、3 ページ。

(20) 足立亀次郎『教科書を縦に見たる算術教授の新研究』明治出版協会、1915（大正 4）年、「本研究の主眼」。

(21) 後藤胤保『算術教授の実際（尋常小学第 6 学年）』明治出版協会、1917（大正 6）年、「凡例」、1 ページ。

(22) 阪田閖蔵・時本要『教材本位・個性開発実験的算術教授法』隆文館、1917（大正 6）年、415～416 ページ。

(23) 国定教科書（第 3 期版、『尋常小学算術書』）は、1918（大正 7）年度から 1924（大正 13）年度までの時期において、国定教科書（第 3 期改訂版、『尋常小学算術書』）は、1925（大正 14）年度から 1934（昭和 9）年度までの時期において、それぞれ、使用された。なお、国定教科書（第 3 期改訂版）においては、分数の定義が導入される学年が第 6 学年（第 3 期版）から第 5 学年に変更された。

(24) 国定教科書（第 4 期版、『尋常小学算術』）は、1935（昭和 10）年度から、学年進行により、使用が開始された。

(25) 数としての分数は、1 に対する《等分操作》と《倍操作》の結果として定義される。同時に、数としての分数の成立は、上記 2 つの操作の《交換可能性》によって根拠付けられる。

(26) 算数・数学教育の目的設定の歴史的展開については、「学問としての数学」を志向する立場とそれを否定する立場、2 つの立場の相互対立および相互浸透の過程として記述することが可能である（須田勝彦「算数・数学科の教育方法」『現代教育方法事典』日本教育方法学会、図書文化社、2004 年、263～264 ページ。同「算数教科書論」『教授学の探究』第 1 号、北海道大学教育学部教育方法学研究室、1983 年）。同時に、上記 2 つの立場は《分数論》においても具体的な形で成立する。本論文は、この命題を仮説として設定している。

(27) この点については、国定教科書に先行する、明治検定期算術教科書において注目の対象となり、その具体化が試みられていた（岡野勉「分数の定義を根拠とする分数の性質の説明 ── 明治検定期・第Ⅱ期の算術教科書を対象として」『新潟大学教育学部研究紀要』第 3 巻、第 2 号、自然科学編、2011 年）。この試みは、《教育内容となる概念・法則の成立を、定義を根拠・理由とする方法によって示そうとする観点》に基礎付けられており、現在においても、その積極的な継承・発展を図る必要がある。特に、国定教科書に対しては、明治検定期算術教科書における試みの成果がどのような形で継承されているかが問われる。

(28) 《学校数学としての分数論》に基礎付けられた動向の存在を示す事実としては、次の 4 点が注目される。第一に、《分割分数の論理》、《商分数の論理》、2 通りの方法に依拠した分数の定義に関する難易度の区別の設定（視点(2)）、第二に、2 通りの方法に依拠した分数の定義の《同一性》に関する説明の欠落（視点(3)）、第三に、《分割分数の論理》に依拠した定義から《商分数の論理》に依拠した定義へ進む形による順序の構成（視点(2)）、第四に、第三の形による順序の構成の根拠・理由としての、2 通りの方法による定義と《四則演算に関する教育内容構成との関連付け》。

(29) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、296～297 ページ。

(30) 後藤胤保『算術教授の実際（尋常小学第 6 学年）』明治出版協会、1917（大正 6）年、10～11 ページ。

(31) 宮内輿三郎・今宮齊『国定算術教材及教授法の研究』廣文堂書店、1912（大正元）年、660～661 ページ。同書においても、序章において確認した次の 3 点が指摘されている。①算術教育の困難性、②実践的な研究の形態、③国定教科書との関連の重視。①については序章において引用した。②③を示す記述を次に引用しておく。「本書中の意見は、主として余等が職を奉ずる東京府青山師範学校附属小学校に於ける実際教授の経験より得たる知識に基くものなり」（②、「緒言」、3 ページ）。「本書は、尋常小学校に於て算術を教授せんとする人々の参考に資せんがため、文部省編纂の算術教科書を基礎として、各学年に於ける教材と教授法とを研究したるものなり」（③、同上、1 ページ）。

(32) 後藤胤保『算術教授の実際（尋常小学第 6 学年）』明治出版協会、1917（大正 6）年、11 ページ。

(33) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、297 ページ。

(34) 宮内輿三郎・今宮齊『国定算術教材及教授法の研究』廣文堂書店、1912（大正元）年、663 ページ。

(35) 肥後盛熊「分数教授上の主要問題」『教育研究』第 101 号、東京高等師範学校附属小学校初等教育研究会編、大日本図書、1912（大正元）年 8 月、27 ページ。

(36) 第一の点については、国定教科書に先行する、明治検定期算術教科書においても注目の対象となり、その具体化が試みられていた。岡野勉「分数の定義を根拠とする分数の性質の説明 ── 明治検定期・第Ⅱ期の算術教科書を対象として」『新潟大学教育学部研究紀要』第 3 巻、第 2 号、自然科学編、2011 年。

(37) 第二の点については、明治初期の算術教科書に同じ見方が示されていた。須田勝彦は、塚本明毅『筆算訓蒙』（1869（明治 2）年）における除法の教育内容構成について次の点を指摘している。「除法の記号として：、÷、／（分数表記）の 3 種が用いられていることはそれ自体興味深いことである。この 3 つの記号は現行の教科書においていずれも用いられているのだが、÷と／については分数が商を表すものであることの指導以前は、異なるものとして扱われている。さらにこれらと：との関係は『比』と『比の価』として区別される。区別よりも、同一性を見ることの方が重要ではなかろうか」（須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導 ── 塚本明毅『筆算訓蒙』を中心にして」『教授学の探究』第 15 号、北海道大学教育学部教育方法学研究室、1998 年、15 ページ）。

(38) 2 通りの方法による定義の《同一性》に関する説明の必要性に関する指摘が、必ずしも、両者に対する同等の位置付けを前提としていたわけではない。本文において見た通り、野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎の分数論においては、2 通りの方法による定義に対して同等の位置が付与されていると見ることが可能である。これに対して、宮内輿三郎・今宮齊の分数論においては、「分数の真義は、勿論第二義にある」とされている（宮内輿三郎・今宮齊『国定算術教材及教授法の研究』廣文堂書店、1912（大正元）年、660 ページ）。2 通りの方法による定義の《同一性》に関する説明の必要性が、《商分数の論理》に依拠した定義に対する、基本的な方法としての位置付けを前提とした形で、指摘されている。

(39) 肥後盛熊「分数教授上の主要問題」『教育研究』第 101 号、東京高等師範学校附属小学校初等教育研究会編、大日本図書、1912（大正元）年 8 月、27 ページ。

(40) 足立亀次郎『教科書を縦に見たる算術教授の新研究』明治出版協会、1915（大正 4）年、306 ページ。

(41) 肥後盛熊「分数教授上の主要問題」『教育研究』第 101 号、東京高等師範学校附属小学校初等教育研究会編、大日本図書、1912（大正元）年 8 月、26～27 ページ。

(42) 岡村良馬『小学校に於ける算術新研究』寶文館、1917（大正 6）年、81 ページ。

(43) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、297～298 ページ。

(44) 宮内輿三郎・今宮齊『国定算術教材及教授法の研究』廣文堂書店、1912（大正元）年、663～664 ページ。

(45) 《分数乗法・除法の計算規則》についても、《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明の可能性・有効性が注目されていた。《分数乗法の計算規則》については、例えば、野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎が、「第二の意

義を知るときは、これに依り、（中略）諸計算の意義法則を説明する等、便利甚た多し」として、《商分数の論理》に依拠した定義を根拠・理由とする説明を提案している（野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、297 ページ、305 ページ）。《分数除法の計算規則》については、例えば、足立亀次郎が、国定教科書（第 2 期版）による説明を次のように批判している。「教科書に於て算法を器械的に授け、其の結果を乗算に依り検算するものとしたれども、斯くすれば児童は何となく物足らぬ感を抱かしむるの欠点あり」。この見方から、《商分数の論理》に依拠した分数の定義を根拠・理由とする方法により、「算法の理」の「会得」、「発見」を意図した説明を提案している（足立亀次郎『教科書を縦に見たる算術教授の新研究』明治出版協会、1915（大正 4）年、318 ページ）。しかしながら、上記の説明には次の 2 点において理解を困難にする部分が含まれていた。第一に、《演算における数の関係》、すなわち、乗法においては、《乗数と積との関係》、除法においては、《除数と商との関係》が、説明の根拠・理由として重要な位置を占めていた。第二に、それにも関わらず、上記の関係の成立それ自体は説明の前提とされ、説明の対象としては位置付けられていなかった。上記の説明が国定教科書の改訂において採用されない結果に終わった原因・理由についても、上記 2 点にあると考えることが可能である。なお、この点は当時においても指摘されていた。「この方法は、分数第二の意義を知らぬ児童には、説明しても分らない。又第二の意義を授けた後としても、数の価値の差異の認識、即ち比の考が明瞭になっていなければ、とても了解が出来ない。従って、この程度の児童に説明するとしては（中略）六ヶ敷い」（宮内輿三郎・今宮齊『国定算術教材及教授法の研究』廣文堂書店、1912（大正元）年、674～675 ページ）。

(46) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、297 ページ。

(47) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、298～302 ページ。

(48) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、298～299 ページ。

(49) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、第 2 編「教授法」、第 2 章「尋常科第 2 学年」、第 3 節「第 3 学期（除法）」。

(50) 岡村良馬『小学校に於ける算術新研究』實文館、1917（大正 6）年、81 ページ、および、第 1 編「整数及小数」、第 3 章「四則」、第 4 節「除法」。

(51) 野口秀敏・井上賢次・宮田福次郎『小学校に於ける算術教材並に教授法』敬文館、1915（大正 4）年、301 ページ。

(52) 岡村良馬『小学校に於ける算術新研究』實文館、1917（大正 6）年、86 ページ。

(53) この事実は、同時に、師範学校からの意見報告が、当時における実践的研究の動向を国定教科書の改訂に結び付ける媒介として重要な役割を果たしていたことを示している。

(54)「算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ生活上必須ナル知識ヲ与ヘ兼テ思考ヲ精確ナラシムルヲ以テ要旨トス」。「小学校令施行規則」（1900（明治 33）年）、『明治以降教育制度発達史』第 4 巻、文部省内教育史編纂会、龍吟社、1938 年、62 ページ。

(55) 師範学校からの意見報告においては、定義の導入過程について、国定教科書における順序の構成を逆転させること、すなわち、《分割分数の論理》に依拠した定義に先行する形で、《商分数の論理》に依拠した定義を導入することが提案されている。この点については、本文における指摘とは逆に、分数の定義の導入に関する実践的研究の動向には見ることができない、師範学校からの意見報告が備えていた独自の特徴として位置付けることが可能である。

(56)『尋常小学算術書』第 6 学年、教師用、第 1 章「分数」、第 5 項目「分数の形を変ふること」、1910（明治 43）年度以降使用、仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成』第 8 巻、教師用書 4、算数編、東京書籍、1983 年、626 ページ、所収。

(57)『尋常小学算術書』第 6 学年、教師用、第 1 章「分数」、第 5 項目「約分」、1921（大正 10）年 9 月、文部省、東京書籍。

《付記》

本論文は、2013～2015 年度、日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究(C)）「初等数学の教育内容構成に関する実験的・歴史的研究 ── 分数教授の歴史と構想」（課題番号 25381016、研究代表者、岡野　勉）による研究成果の一部である。