HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	自己組織化臨界ダイナミクスによるフラクタル・ネットワークの構造形成［論文内容及び審査の要旨］
Author(s)	渡邉, 章友
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第12298号
Issue Date	2016-03-24
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/61632
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Akitomo_Watanabe_abstract.pdf, 論文内容の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学　位　論　文　内　容　の　要　旨

博士の専攻分野の名称　　博士（工学）　　氏名　渡邉 章友

学　位　論　文　題　名

自己組織化臨界ダイナミクスによるフラクタル・ネットワークの構造形成
(Formation mechanism of fractal complex networks by self-organized critical dynamics)

細胞内の化学反応や民衆の意見形成、株価の推移、気候変動など、系全体としての挙動が構成要素の性質から単純に理解できないような複雑系が、我々の身の周りには多数存在する。従来研究の多くでは、ユークリッド距離が定義されるような実空間に埋め込まれた複雑系の性質を理解するための研究が行われてきた。しかしながら、近年、要素間のトポロジカルな関係のみが意味を持つ複雑系である複雑ネットワークの性質を解明するための試みが盛んに行われるようになっている。離散的な構成要素 (ノード) と要素間の関係 (エッジ) さえ定義されれば、どのような系でもネットワークとして表し得るため、多様な複雑系が複雑ネットワークの観点から研究され始めている。その概念の一般性ゆえ、複雑ネットワークの静的および動的性質に対する理解は、自然現象のみならず社会現象にも遍在する複雑さに潜む普遍法則の発見と、その起源解明に極めて重要な役割を果たす。現実の複雑ネットワークの構造は、ノード間を結ぶ最短経路に含まれるエッジ数である平均ノード間距離がノード数の対数程度に比例するスモールワールド構造と、平均ノード間距離がノード数のベキ乗に比例するフラクタル構造に大別できる。現実のスモールワールド・ネットワークの形成過程を模したモデルはこれまでに数多く提案されているし、この性質の起源がネットワーク内に存在するショートカット・エッジの存在にあることも既に明らかにされている。フラクタル・ネットワークを形成する数理モデルもこれまでに幾つか提案されてきたが、現実のネットワークがどのようなメカニズムによってフラクタル性を獲得するかについては未だに理解が得られていない。また、幾つかの現実ネットワークにおいては、スモールワールド構造とフラクタル構造の間の構造的クロスオーバーが観測されているが、それがどのような機構で起こるのか、さらにはどのような条件下でフラクタル (或いはスモールワールド) なネットワークが形成されるのかという基本的問題も未解明のまま残されている。一方、海岸線の形状や河川の分岐構造のようなユークリッド空間に埋め込まれた通常のフラクタル構造は、系が自発的に平衡系臨界点へ向かう非平衡ダイナミクス、すなわち自己組織化臨界性 (SOC: self-organized criticality) を示すダイナミクスによって形成されるものと考えられている。このことを踏まえると、複雑ネットワークにおけるフラクタル性も何らかの SOC ダイナミクスによって発現している可能性がある。

本論文では、ネットワークの内部自由度と構造との相互依存関係を通じてネットワーク構造自身の時間発展が SOC を示すようなモデルを、世界に先駆けて構築する。その上で、複雑ネットワークのフラクタル性発現メカニズムを明らかにする。また、モデルの時間発展を詳細に検討することにより、フラクタル構造からスモールワールド構造へのクロスオーバー機構の解明を試みる。本論文におけるモデル構築では、現実ネットワークの形成過程が考慮される。具体的には、電力網や企業間取引ネットワーク等、何らかの機能を有するネットワークにおける過負荷故障カスケード過程と、新規ノード参入による成長過程とを合わせた時間発展モデルを構築する。これら機能性ネットワークにおける機能は、電力網における電流や取引ネットワークにおける負債の流れのように、通常何らかの「流れ」によって実現されている。しかし、これらの「流れ」は同時に機能性ネットワークに対する負荷にもなり、ノード上の負荷の値がそのノードの耐性を超えると過負荷故障を起こすことになる。或るノードが過負荷故障を起こすと、そのノードの負荷が他のノードへ迂回することになり、これに起因してさらなる過負荷故障が引き起こされる可能性がある。この過負荷故障

カスケードの過程をモデル化するために、本研究では負荷のランダムウォーカー・モデルを採用した。構造が固定されたネットワーク上での過負荷故障カスケードに関する従来研究によると、負荷低減パラメータと呼ばれるモデル・パラメータがある臨界値より小さい場合には、全ノード数に比例する数のノードがカスケード故障を起こすような大規模崩壊が起こり、臨界値より小さいと小規模のカスケードしか起こらないことが明らかにされている。また、臨界負荷低減パラメータにおけるカスケード (臨界カスケード) 直後のネットワーク構造にはフラクタル性が見られることも明らかになっている。そこで本研究では、上述の過負荷故障カスケード過程に加えて、新規ノード参入による成長プロセスを採り入れることにより、成長によるノード数の増加とカスケードによる崩壊を繰り返しながらネットワーク構造が変化し続ける非平衡モデルを構築し、フラクタル・ネットワークが現れる可能性を探った。研究の結果、ネットワーク構造の時間発展ダイナミクスは SOC を示し、臨界カスケードの直後に形成されたネットワークにはフラクタル性が現れ、直前のネットワークはスモールワールド性を示すことが明らかになった。また、臨界カスケード直後からの時間発展に伴い、フラクタル構造からスモールワールド構造へのクロスオーバーが起こることが検証された。さらに本研究では、構造クロスオーバーが起こる理由や SOC が発現するためのパラメータの条件についての議論も行われている。本論文は全 8 章から構成されており、各章の概要は以下の通りである。

第 1 章は序論であり、本論文の主題である自己組織化臨界性に基づくフラクタル・ネットワークの構造形成に関する研究の背景を概説する。

第 2 章では、従来研究によって明らかにされている複雑ネットワークの構造的性質を詳しく説明する。

第 3 章では、スモールワールド性とフラクタル性について詳しく述べ、これらの性質を有するネットワーク形成の数理モデルと両構造のクロスオーバーについて説明する。

第 4 章では、ユークリッド空間に埋め込まれたフラクタル構造が SOC ダイナミクスによって形成されることを説明し、SOC と関連する様々なネットワーク・モデルを紹介する。また、いずれの既存モデルもネットワーク構造に対する SOC モデルではないことが述べられ、本論文の目的を改めて示す。

第 5 章では、構造が固定されたネットワーク上での触媒反応ダイナミクスの SOC モデルを詳細に調べ、SOC の普遍クラスが構造的不均一性に依存しないという本研究の一つの成果について述べられる。

第 6 章では、従来研究で提唱された過負荷故障カスケードのモデルを紹介する。ここで説明される内容は、本研究で行われるモデル構築や得られた結果の理解のための基礎となるものである。

第 7 章では、成長と過負荷故障カスケードに基づいたネットワーク構造の時間発展モデルを提案する。また、このモデルによるネットワーク構造形成ダイナミクスが SOC を示し、形成されるネットワークがフラクタル性を有することが明らかにされる。さらに、同一のダイナミクスによってスモールワールド・ネットワークも形成されることを示し、フラクタル構造からスモールワールド構造へのクロスオーバー・メカニズムが説明される。

第 8 章は結論である。本研究により得られた知見をまとめるとともに、今後の課題についても述べる。