



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Theoretical Study of Quasiparticle Excitations in Bose-Einstein condensates [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	筒井, 和政
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第12365号
Issue Date	2016-06-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/62456
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Kazumasa_Tsutsui_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（理 学） 氏 名 筒井 和政

学 位 論 文 題 名

Theoretical Study of Quasiparticle Excitations in Bose-Einstein condensates
(ボーズ・アインシュタイン凝縮相における準粒子励起の研究)

ボーズ・アインシュタイン凝縮(BEC)とは、ボーズ統計に従う多粒子系において、ある温度を界に、系の巨視的な数の粒子が、最低の一粒子励起状態を占有する現象である。BEC は、 $U(1)$ 対称性の破れを示す典型的な相転移現象であり、現在、理論と実験の両面において、盛んに研究されている。理想気体における BEC は完全に解かれているものの、相互作用を取り込んだ系については、未だに多くの問題点が残されている。そこで、本論文では、相互作用を取り込んだ BEC 系の理論的研究の問題点を明らかにし、その検証を行っている。はじめに、先行研究とその問題点を以下にまとめる。

ボゴリュボフは、1947 年に、場の量子論を援用し、絶対零度近傍のボーズ気体について研究した。それによると、系の一粒子励起は、低波数極限で音波の分散を持つモードである（ボゴリュボフ・モード）。また、1958 年には、ペリヤエフにより、相互作用を取り込んだ摂動理論が開発された。そのような中で、BEC 系が満たすべき要請として、以下の二つの定理が証明された。

定理(i)：系の一粒子励起はギャップレスでなくてはならない
(ヒューゲンホルツ、パインズ、1959年)

“定理(ii)”：一粒子グリーン関数は、二粒子グリーン関数と極を共有する
(ガボレ、ノジュール、1964年)

ここで、定理(i)については、場の量子論におけるゴールドストーンの定理に他ならない。また、(ii)については、ボゴリュボフ・モードが、実際の集団励起モードそのものであることを主張している。しかしながら、ガボレ、ノジュールの“証明”は、BEC 系のファインマン図形に現れる特定の構造に起因して、骨格図形の定義に関する曖昧さがある。すなわち、その“証明”には疑問が残る。また、ボゴリュボフ理論は、絶対零度近傍でのみ妥当な近似を施している。そこで、有限温度系へ単純な拡張を試みると、定理(i)と矛盾する、ギャップを持つ一粒子励起モードを生じる(ハートリー・フォック・ボゴリュボフ理論)。また、そのようなギャップを消す近似(庄野近似)を施すと、系の動的保存則を破ってしまう。このような状況は、ホーエンベルグとマーティンによって、“conserving vs. gapless”のジレンマと表現された。このように、BEC 系の基礎理論は確かなものではなく、五十年あまりの間、未解決の問題が残されていた。

近年、上述のジレンマを解消する摂動展開理論(conserving-gapless 理論)が北によって提出された。この理論は、ペイムによる保存近似を BEC に拡張したものであり、定理(i)と、動的な保存則を同時に満たすという優位性を持っている。具体的には、BEC によって出現する、一連のファインマン図形を書き出し、その数値的重みを、定理(i)を満たすように決定するというものである。この理論によると、従来の考察から見落とされていた、一粒子可約な構造が自己エネルギーの中に現れ、特に系の一粒子励起は、ボゴリュボフ・モードとは本質的に異なることが指摘されている(バブリング・モード)。また、保存近似は、微小な摂動を印加し、その線形応答を取ることによって、二粒子グリーン関数を曖昧さなく構成できるという優位

性を持つ。**conserving-gapless** 理論によって構成された二粒子グリーン関数の極は、一粒子グリーン関数と異なる構造を持つ。すなわち、定理(ii)の内容は本質的に正しくないことが指摘されている(2010 年、北)。このような現状を受けて、筆者は、BEC の準粒子励起の詳細について着目し、**conserving-gapless** 理論と、ガボレとノジェールによる定理(ii)の正当性について検証を行った。その具体的な手順、および結果は以下の通りである。

はじめに、相互作用の弱い希薄なボーズ粒子系を仮定し、絶対零度における物理量の計算を、**conserving-gapless** 理論を用いて行った。具体的には、基底状態の内部エネルギーと、凝縮数密度を評価した。その結果、リー、ファン、ヤンによるこれらの物理量の表式に対して、一定の付加項をもたらすことがわかった。このような付加項の存在は、別グループのモンテカルロシミュレーションによっても示唆されている。次に、一粒子グリーン関数から、一粒子スペクトル関数を構成し、一粒子励起(バブリング・モード)の寿命を数値的に計算したところ、ボゴリュボフ理論の結果と異なり、寿命が系の s -波散乱長に比例し、有限であるという結果を得た。

次に、拡散モンテカルロ法を用いて、絶対零度におけるボーズ気体の準粒子励起について調べた。その際には、ファインマンらや、ギルヴィンらなどによって発展させられたモーメント法を用いた。モーメント法は、系の動的構造因子の周波数について、一次のモーメントを評価することによって、二粒子励起のスペクトルを決定することができる。この手法は、系の一粒子スペクトル関数に対しても容易に拡張することができる。本論文においては、このモーメント法を、さらに高次のモーメントへ拡張し、一粒子および二粒子励起の寿命についての表式を書き下し、それらの数値的な評価を行った。その結果、BEC 系の一粒子励起と、二粒子励起は互いに、定性的に異なる振る舞いを持つことがわかった。特に、一粒子励起の寿命は有限であり、ボゴリュボフ・モードとは異なることがわかった。これらのことは、**conserving-gapless** 理論の主張を支持するものであり、また、上述の定理(ii)を否定する結果である。