



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	A Study on Electromagnetic Field Analysis using Non-conforming Finite Element and Homogenization Methods
Author(s)	伊藤, 泰久
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第12407号
Issue Date	2016-09-26
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k12407
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/63377
Type	doctoral thesis
File Information	Yasuhisa_Ito.pdf



博士論文

非適合要素および均質化を用いた
電磁界解析に関する研究

**A Study on Electromagnetic Field Analysis using Non-conforming
Finite Element and Homogenization Methods**

伊藤 泰久

2016 年 7 月

北海道大学 大学院情報科学研究科
システム情報科学専攻

本論文は北海道大学に
学位授与の要件として提出した学位論文である.

伊藤 泰久

審査委員：	主査	五十嵐 一	教授
	副査	小笠原 悟司	教授
		北 裕幸	教授

非適合要素および均質化を用いた電磁界解析に関する研究

伊藤 泰久

概要

今日、電磁界解析は幅広い分野で使用されている。電磁界解析を使用することで、低コストで効率的な電気機器の開発が可能となっている。近年の技術発展や電力事情により、電気機器のさらなる高性能化が要求されており、その開発において電磁界解析の重要性はより一層高まっている。本論文では、高性能な電気機器を効率的に開発するための手法を2つ提案する。

1つは、非適合要素を用いた電磁界有限要素解析による電気機器の3次元形状最適化である。従来の3次元形状最適化は計算時間が長大になり実用的ではない。その原因は形状最適化手順の内、①機器形状に合わせた有限要素メッシュの作成と、②数値解析における連立方程式の求解である。提案手法は、①を最適化手順から省くことで3次元形状最適化の計算時間を短縮させる。従来の形状最適化では、電気機器1つに対し1つの有限要素メッシュを作成し、機器形状が変更される度に再度メッシュ生成を繰り返す。これに対し、提案手法では電気機器を複数の形状の集合と考え、それぞれの形状に対して独立した有限要素メッシュを作成する。最適化の際は、それぞれの有限要素メッシュを拡大・縮小させることで機器形状の変化を表現する。これにより、最適化の際に有限要素メッシュを再生成する手順を省くことができ、3次元形状最適化の計算時間を短縮できる。この提案手法をインダクタモデルの3次元形状最適化に適用し、その有用性と問題点を検討する。

2つは、電磁界解析を用いた圧粉磁芯の数値モデルの構築・検討である。圧粉磁芯とは、従来の磁性材料である鉄やフェライトなどを粒子状にし、粒子表面に非磁性体膜を施し圧縮もしくは焼結させたものである。従来の電気機器に用いられる電磁鋼板や積層鋼板に比べて渦電流損失が小さく、3次元形状を製作しやすい利点がある。圧粉磁芯材料を開発する際、従来では Ollendorff の式と呼ばれる理論式や磁気回路法を用いた等価式を用いて、構成される磁性材料から圧粉磁芯のマクロな磁気特性を推定している。しかし、これらの手法は精度良く推定できない問題がある。本論文では、上記2手法と電磁エネルギーに着目した均質化法を用いた電磁界有限要素解析による圧粉磁芯のマクロ磁気特性の推定手法を比較・検討し、各手法の有用性と問題点を検討する。また、実際に測定した圧粉磁芯のマクロ磁気特性と比較し、推定手法の問題点と改良を検討する。

キーワード：非適合有限要素法，圧粉磁芯，Ollendorff の式，均質化

目次

第 1 章 序論	1
1.1 電磁界解析の概要	1
1.2 非適合要素を用いた電磁界解析	2
1.2.1 有限要素解析を用いた 3 次元形状最適化の概要と問題点	2
1.2.2 研究目的	3
1.3 均質化を用いた電磁界解析	3
1.3.1 圧粉磁芯の概要と問題点	3
1.3.2 均質化	4
1.3.3 研究目的	4
1.4 本論文の構成	4
第 2 章 有限要素法を用いた電磁界解析	7
2.1 有限要素法の概要	7
2.2 有限要素方程式	7
2.2.1 電磁界解析の支配方程式	7
2.2.2 重み付き残差法	8
2.2.3 境界条件	9
2.3 有限要素の定義	9
2.3.1 一次四面体辺要素	10
2.3.2 一次六面体辺要素	13
2.4 有限要素方程式の離散化	15
2.4.1 一次四面体要素	15
2.4.2 一次六面体要素	16
2.5 求解	17

2.6 本章の総括	17
第3章 非適合要素を用いた電磁界解析.....	19
3.1 電気機器形状の最適設計の概要	19
3.2 3次元形状最適化の概要と問題点.....	20
3.3 3次元形状最適化の高速化	21
3.4 本章の研究目的	22
3.5 補間法による非適合有限要素法	22
3.5.1 Slave edge の消去.....	23
3.5.2 交点の検出.....	24
3.5.3 Slave-Master 行列.....	26
3.5.4 有限要素行列の修正.....	28
3.6 インダクタモデルへの適用	29
3.6.1 補間法を用いた非適合有限要素解析の解析精度の検討.....	30
3.6.2 メッシュデータによる解析精度への影響の検討	31
3.7 インダクタの3次元形状最適化	31
3.7.1 目的関数と最適化手法	32
3.7.2 最適化結果.....	34
3.8 結論.....	37
参考文献	38
第4章 圧粉磁芯の数理モデルの構築.....	39
4.1 圧粉磁芯の概要	39
4.2 複合材料の等価材料定数の算出方法	40
4.3 研究目的.....	41
4.4 マクロ磁気特性の算出手法	41
4.4.1 Ollendorff の式.....	41
4.4.2 磁気回路法による等価透磁率.....	44

4.4.3	均質化法を用いたマクロ磁気特性	48
4.5	解析結果：線形の場合	51
4.5.1	解析①：提案手法の妥当性の確認	52
4.5.2	解析②：単位セル領域の決定方法の影響の確認	54
4.5.3	解析③：磁性粒子形状とマクロ磁気特性の関係の確認	56
4.6	解析結果：非線形解析の場合	57
4.6.1	非線形有限要素方程式の導出	57
4.6.2	積み上げ構造における非線形解析	58
4.6.3	体心立方構造における非線形解析	61
4.7	インダクタ解析への応用	64
4.8	結論	65
	参考文献	67
第5章	圧粉磁芯の数値モデルの検討	69
5.1	マクロ磁気特性の推定の問題点	69
5.2	研究目的	69
5.3	断面図写真を用いた2次元有限要素解析	71
5.3.1	有限要素メッシュの作成	71
5.3.2	2次元節点有限要素解析	72
5.3.3	磁性粒子の不均一分布の影響の検討	75
5.4	磁氣的結合を考慮した推定	78
5.5	結論	83
	参考文献	87
第6章	総括	89
6.1	非適合要素を用いた電磁界解析	89
6.2	圧粉磁芯の数値モデルの構築	90
6.3	圧粉磁芯の数値モデルの検討	90

謝辭.....	93
研究業績.....	95

第 1 章 序論

本章では、本論文の研究背景と研究目的を示す。まず、1.1 節において電磁界解析の概要を述べる。次に、1.2 節で非適合要素を用いた電磁界解析について、1.3 節で均質化を用いた電磁界解析について述べる。1.4 節では、本論文の構成を示す。

1.1 電磁界解析の概要

今日の電気機器の開発・設計において、電磁界解析は盛んに利用されている。電磁界解析を用いて目に見えない電磁気現象を正確に把握することで、より高効率で高性能な電気機器を開発することができるからである。また、電磁界解析を用いることで試作実験の回数を減らすことができ、低コストかつ迅速な電気機器の開発が可能となる。実際に、モータやリアクタ、インダクタなどの電気機器や、無線通信におけるアンテナおよび電波の伝搬現象、医療用 MRI (Magnetic Resonance Imaging : 核磁気共鳴撮像) などの医療機器、人体における電磁気現象、超電導体の電磁気現象など電磁界解析の利用は多岐にわたっている。近年では、コンピュータの急速な高性能化と普及により、低廉なコンピュータでも 3 次元モデルの電磁界解析を行うことが可能となっている。

以下に、電磁界解析に用いられる代表的な手法をいくつか示す。解析対象の特徴を理解したうえで、各電磁界解析手法を適材適所で用いることにより、適切な電磁界解析を行うことが可能となる。

- ・有限要素法 (Finite Element Method: FEM)

解析対象を有限要素と呼ばれる単純な形状・性質の小領域 (三角形, 四面体, 六面体など) に分割し, 各要素の特性を近似的に表現した後, 微分方程式を用いてすべての要素を含む連立方程式を解くことにより, 解析対象の挙動を予測する手法である。様々な形状の要素を用いることにより, 複雑な形状を持った解析対象も解析可能となる利点がある。

- ・境界要素法 (Boundary Element Method: BEM)

解析対象の支配方程式から境界積分方程式を導出し, その方程式を解くことにより解析対象の挙動を予測する手法である。境界上の離散化のみで近似解が得られるので, 有限要素法と比べて離散化に必要な要素や節点の数が少なく済む利点がある。

・ FDTD 法 (Finite Difference Time Domain Method: FDTD Method)

Maxwell 方程式を直接, 空間・時間領域での差分方程式に展開して逐次計算を行うことにより, 時間応答で電磁場を予測する手法である. 複雑な形状や材質を扱うことが可能であるが, 空間を直方体セルに分割するため, 曲線で構成される解析対象には不向きである.

一般的に, よく用いられる電磁界解析手法は有限要素法である. 有限要素法は, 有限要素による形状表現力が優れているため, 曲線などを含む複雑な形状の電気機器の電磁界解析にも柔軟に対応できる利点がある. また, 支配方程式の係数行列がほとんどゼロになる疎行列かつバンド行列となるため, 複雑な解析対象であってもコンピュータの使用メモリや計算量が少なく済む場合が多い. 有限要素法と比較して, 境界要素法は支配方程式の係数行列がほとんどゼロにならない密行列になり, 解析対象が複雑になるとコンピュータの使用メモリや計算量が多くなってしまい, 電気機器の最適化問題などを行う際に大きな障害となる. FDTD 法は, 前述したように空間を直方体セルに分割する必要があるため, 曲線で構成される形状の電気機器の電磁界解析を行うには不向きであり, 有限要素法と比較して汎用性が低い.

有限要素法を用いた電磁界解析はこれまで数多くの事例が報告されており, 電気機器に発生する渦電流や磁気ヒステリシスなどの電磁気現象の影響, 電気機器の製造時における応力の影響などを考慮した有限要素解析も行われている. それらの解析は実験的検証も行われており, 有限要素法を用いた電磁界解析の信頼性は十分に立証されている.

1.2 非適合要素を用いた電磁界解析

1.2.1 有限要素解析を用いた 3 次元形状最適化の概要と問題点

近年, より高性能な電気機器の開発・設計を効率的に行うために, 電磁界解析と最適設計技術を組み合わせる研究が盛んに行われている. 電気機器における最適設計技術とは, 機器形状の寸法などを設計変数とし, トルクやインダクタンス, 機器の体積などの物理量を目的関数としたときに, 目的関数の値を最大化もしくは最小化することで, 電気機器の最適形状を導き出すことである. コンピュータを用いた最適設計技術の代表的な手法として, 勾配法や焼きなまし法, 遺伝的アルゴリズムなどがある.

有限要素法を用いた 3 次元電磁界解析と最適設計技術を組み合わせることで, 効率的に高性能な電気機器を得ようとする研究も行われており, 実際に有用な最適形状を得ることができることも報告されている. しかし, 3 次元有限要素解析を用いて電気機器の形状を最適化する 3 次元形状最適化には, 依然として多くの課題がある. その内の 1 つとして, 形状最適化の計算時間が長大になることが挙げられる. 以下に, 有限要素解析を用いた 3 次元形状最適化の一般的な手順を示す. (最適設計の

分野において、機器形状を設計変数とする最適化を「寸法最適化」と言い、「形状最適化」は異なる意味を示す。しかし、本論文においては、「寸法最適化」と「形状最適化」は同様の意味として扱う。）

- ①電気機器の形状の寸法を変化させる。
- ②機器形状とその周囲の空間に合わせた有限要素メッシュを作成する。
- ③作成された有限要素メッシュを用いて 3 次元電磁界解析を行う。
- ④最適化アルゴリズムによって最適寸法を保存もしくは更新し、①に戻る。

上記手順において、長大な計算時間の原因となるのは手順②の 3 次元有限要素メッシュを作成することであり、電気機器の形状が複雑になるほど有限要素メッシュの作成には時間がかかってしまう。比較的単純な構造を持つ解析対象であっても、有限要素解析を用いた 3 次元形状最適化の計算時間は一般的に 1 週間ほどかかり、より実用的な構造を持つ解析対象の場合は機器形状が複雑であるため、1 か月以上の計算時間を要することもある。

1.2.2 研究目的

第 3 章にて、有限要素解析を用いた 3 次元形状最適化の高速化を目的として、非適合要素を用いた有限要素解析による 3 次元形状最適化を提案する。提案手法では、非適合要素を用いることで 3 次元形状最適化の手順②を省くため、計算時間を短縮させることができる。この提案手法をインダクタモデルの 3 次元形状最適化に適用することで、提案手法の有用性と問題点を検討する。

1.3 均質化を用いた電磁界解析

1.3.1 圧粉磁芯の概要と問題点

より高効率で高性能な電気機器の開発のためには、電気機器の形状の最適設計だけでなく、電気機器に用いられる磁性材料の改善も必要である。これまでモータやリアクタなどに用いられる磁性材料には、電磁鋼板や積層鋼板が広く用いられている。しかし、電気機器の小型化や使用周波数の高周波化の需要により、さらなる材料特性の改善が求められている。

圧粉磁芯は、そのような需要に応える新たな磁性材料の 1 つとして注目されている。圧粉磁芯とは、従来の磁性材料である鉄やフェライトなどを粒子状にし、粒子表面に非磁性体膜を施し圧縮もしくは焼結させたものである。従来の電気機器に用いられる電磁鋼板や積層鋼板に比べて渦電流損失が小さく、3 次元形状を作成しやすい利点を有しており、電気機器の高効率化や小型化が期待されている。すでに、モータやリアクタ、インダクタなどには実用されている。

圧粉磁芯材料の設計の際、従来では Ollendorff の式と呼ばれる理論式や磁気回路法を用いた等価式を用いて圧粉磁芯のマクロな磁気特性を推定しているが、これら手法はいくつかの制限があり、また非線形磁気特性における有効性は明らかではない。圧粉磁芯は、構成される磁性粒子の密度や粒子径、粒子形状などにより、マクロな透磁率や渦電流損失が大きく変化することが報告されている。したがって、磁性粒子のミクロな物性値と圧粉磁芯のマクロな特性の関係を体系的に明らかにすることが強く望まれている。しかし、これまで圧粉磁芯に関する研究のほとんどは実験的検証であり、その関係性は依然として明らかにされていない。

1.3.2 均質化

圧粉磁芯や航空機に幅広く使用されている炭素繊維強化複合材料など、今日では複数の材料を混合させることで優れた特性をもつ複合材料を作成できることがわかっている。このような複合材料の特性を把握するにあたり、均質化という手法がよく用いられる。均質化とは、複数の材料から成る不均質な材料の物性値を、あたかも 1 つの材料から成る均質な材料の物性値であるように仮定する手法である。均質化を用いることで、複合材料の微視的（ミクロ）な挙動と巨視的（マクロ）な挙動の関係を明確にすることができる。

1.3.3 研究目的

第 4, 5 章にて、圧粉磁芯のマクロな磁気特性を推定する手法について比較・検討を行う。本論文では、Ollendorff の式、磁気回路法を用いた推定手法、均質化を用いた有限要素解析による推定手法の 3 つを比較・検討する。また、上記 3 手法の有用性を検討するために、非線形磁気特性の場合や実際の圧粉磁芯の断面図写真を用いた解析に適用する。

1.4 本論文の構成

本論文は、1.2 節と 1.3 節で記述した内容について研究を行った成果をまとめたものである。本論文は 6 章で構成されており、次章以降の概要を以下に示す。

第 2 章 有限要素法を用いた電磁界解析

本章では、本論文の中心となる有限要素法を用いた電磁界解析について詳細に説明する。まず、電磁気学の基本方程式である Maxwell 方程式より、電磁界解析の支配方程式を導く。次に、重み付き残差法により有限要素方程式を得る。その後、有限要素の定義を述べる。本論文では、第 3 章では四面体要素、第 4 章では六面体要素を用いるため、2 つの有限要素の定義を述べる。最後に、有限要素により離散化されたときの有限要素方程式を導く。

第 3 章 非適合要素を用いた電磁界解析

本章では、電気機器の 3 次元形状最適化の高速化について述べる。3.1 節から 3.4 節にかけて、電気機器形状の最適設計に関する概要と研究目的を述べる、3.5 節では補間法による非適合有限要素法を詳細に述べる。3.6 節でインダクタモデルへの適用、3.7 節で 3 次元形状最適化について詳細を述べる。3.8 節にて、本章をまとめる。

第 4 章 圧粉磁芯の数理モデルの構築

本章では、圧粉磁芯の数理モデルの構築について述べる。4.1 節から 4.3 節にかけて、圧粉磁芯とその数理モデルの概要と研究目的を述べる。4.4 節では、圧粉磁芯のマクロ磁気特性の推定手法を詳細に述べる。4.5 節から 4.7 節にかけて、数値解析結果を詳細に述べる。4.8 節で本章をまとめる。

第 5 章 圧粉磁芯の数理モデルの検討

本章では、4 章で示した圧粉磁芯の数理モデルの検討を行う。5.1 節から 5.2 節にかけて、圧粉磁芯のマクロ磁気特性の推定の問題点と研究目的を述べる。5.3 節では圧粉磁芯の断面図写真を用いた 2 次元有限要素解析の詳細を述べる。5.4 節では、磁性粒子の磁氣的結合を考慮した数値解析手法の詳細を述べる。5.5 節にて、本章をまとめる。

第 6 章 総括

本章では、本論文の総括を述べる。

第2章 有限要素法を用いた電磁界解析

本章では、本論文の中心となる有限要素法を用いた電磁界解析について詳細に説明する。まず、電磁気学の基本方程式である Maxwell 方程式より、電磁界解析の支配方程式を導く。次に、重み付き残差法により有限要素方程式を得る。その後、有限要素の定義を述べる。本論文では、第3章では四面体要素、第4章では六面体要素を用いるため、2つの有限要素の定義を述べる。最後に、有限要素により離散化されたときの有限要素方程式を導く。

2.1 有限要素法の概要

有限要素法 (Finite Element Method: FEM) とは、解析対象の形状や境界条件が複雑で事実上解析が不可能となるときに、近似解を数値計算により得る手法の一つである。有限要素法では、まず解析領域全体を有限要素と呼ばれる単純な形状・性質の小領域に分割する。そして、各要素に含まれる節点や辺上のポテンシャルなどを簡単な式で近似し、すべての要素を含む連立方程式を解くことにより、解析対象のポテンシャル分布などを求める。様々な形状の要素を用いることにより、複雑な形状を持った解析対象も分割可能となる利点がある。また、解析ごとに対象の形状や境界条件が異なっても全く同様の計算手法で解析できるため、容易に汎用的なプログラムを作成できる利点もある。これらの利点から、有限要素法は構造力学や流体力学、熱力学、電磁気学などの様々な分野で応用されている。

2.2 有限要素方程式

2.2.1 電磁界解析の支配方程式

まず、電磁気学の基本方程式である Maxwell 方程式を以下に示す。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

ただし、 $\mathbf{E}$ は電界、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 $\mathbf{H}$ は磁界、 $\mathbf{J}_0$ は外部電源の電流密度、 $\mathbf{J}_e$ は渦電流の電流密度、 $\mathbf{D}$ は電束密度、 ρ は電荷密度である。

いま、静磁界における Ampere の法則より(2.2)は[21]

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_0 \quad (2.5)$$

となる．ここで、(2.4)からベクトル公式

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (2.6)$$

より、磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を導入できる．つまり、磁束密度 $\mathbf{B}$ は

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.7)$$

と表わすことができる．磁界 $\mathbf{H}$ と磁束密度 $\mathbf{B}$ の構成方程式

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.8)$$

より、(2.7)、(2.8)を(2.5)に代入すると、静磁界における支配方程式

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_0 \quad (2.9)$$

を得られる[5]．ただし、 μ は磁気透磁率である．

2.2.2 重み付き残差法

(2.9)は、 $\mathbf{A}$ に関する関数であり、いま、 $\mathbf{J}_0$ が既知であるとする．そのとき、 $\mathbf{A}$ の近似値 $\mathbf{A}'$ を(2.9)に代入すると一般的に等しくはならず

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}' \right) - \mathbf{J}_0 = \mathbf{R} \neq 0 \quad (2.10)$$

となる残差 $\mathbf{R}$ が生じる．この $\mathbf{R}$ が対象とする解析領域 V 全体における積分値が0となれば、(2.9)が成立する．つまり

$$\int_V \mathbf{R} dV = 0 \quad (2.11)$$

である．ここで、(2.11)に任意の重み関数 $\mathbf{W}$ を用いて V における $\mathbf{R}$ の重み付き積分値を最小化すれば、(2.9)の $\mathbf{A}$ に限りなく近い $\mathbf{A}'$ を得ることができる．このような手法を重み付き残差法という．これを(2.10)に適用すると

$$\int_V \mathbf{W} \cdot \left\{ \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \right\} dV = \int_V \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (2.12)$$

を得る．ベクトル公式

$$\mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} - \nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \quad (2.13)$$

より

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{W}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV - \int_V \nabla \cdot \left\{ \mathbf{W} \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \right\} dV = \int_V \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (2.14)$$

と変形でき、左辺第2項はガウスの定理を適用すると

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{W}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV - \int_S \left\{ \mathbf{W} \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \right\} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (2.15)$$

となり、有限要素方程式を得ることができる。ただし、 S は解析領域の境界面、 $\mathbf{n}$ はその境界面上の外側法線ベクトルである。(2.12)では、未知数である $\mathbf{A}$ が二階微分の可能性まで要求されていたのに対し、(2.15)では微分の階数が一階と低くなっている。つまり、 $\mathbf{A}$ に要求される条件が弱くなっていることから、(2.15)は(2.12)の弱形式と呼ばれる。

2.2.3 境界条件

有限要素方程式を解くとき、領域の境界上では境界条件を与えて解く必要がある。Dirichlet 条件（固定境界条件）は、

$$\mathbf{A} \times \mathbf{n} = 0 \quad (2.16)$$

の条件を境界上で課すことで、境界上での磁束密度が

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.17)$$

を満たすように設定する。これにより、境界上における $\mathbf{A}$ の変化が 0 となるため、境界上の $\mathbf{A}$ の微分 ($\nabla \times \mathbf{A}$) が 0 となる。したがって、(2.15)の左辺第 2 項の境界項は 0 とすることができる。また、Neumann 条件（自然境界条件）は、

$$(\nabla \times \mathbf{A}) \times \mathbf{n} = 0 \quad (2.18)$$

という条件を与えることで、境界上の磁束密度が

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = 0 \quad (2.19)$$

を満たす。いま、(2.15)の左辺第 2 項は

$$\int_S \left\{ \mathbf{W} \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \right\} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S \left\{ \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \times \mathbf{n} \right\} \cdot \mathbf{W} dS \quad (2.20)$$

と変形できるので、Neumann 条件においてもこの境界項は 0 とすることができる。したがって、得られる有限要素方程式は

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{W}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV = \int_V \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (2.21)$$

となる。

2.3 有限要素の定義

有限要素法では、解析領域全体を有限要素と呼ばれる小領域に分割し、各要素内の物理量を簡単な関数で近似して解析を行う。有限要素の形状は、一般的に 2 次元解析であれば多角形、3 次元解析であれば多面体を用いることが多い。また、要素内の物理量を要素のどこに定義するかで有限要素法の種類も異なってくる。要素を構成する節点に未知数を定義するならば節点要素といい、節点上の各種物理量の方向成分を未知数とする。要素を構成する辺に未知数を定義するならば辺要素といい、物理量の各辺への射影成分を辺に沿って積分した値を未知数とする。さらに、各要素内の未知数を一次関数で近似して取り扱う要素を一次要素、二次関数で近似して取り扱う要素を二次要素と呼ぶ。

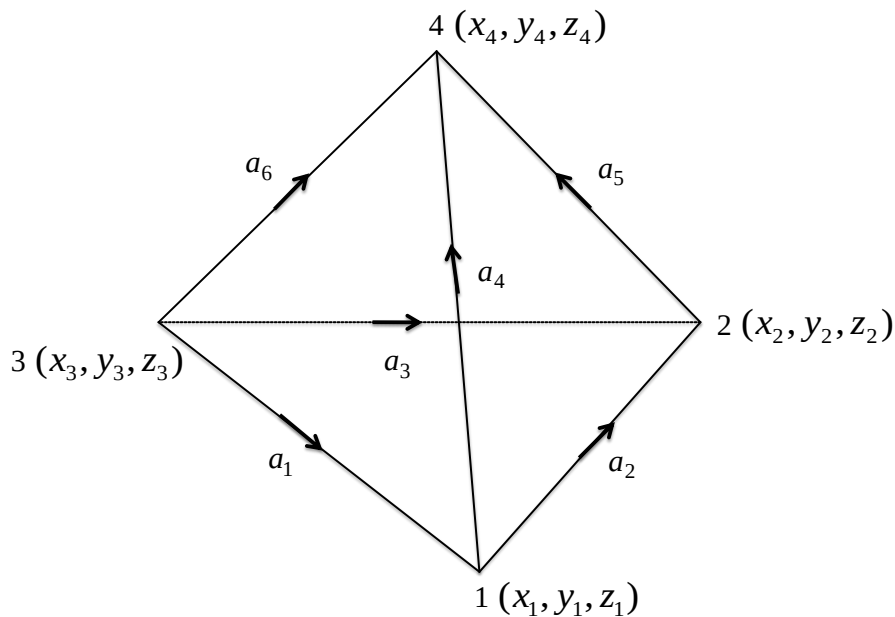


図 2.1 一次四面体要素

有限要素法を用いた電磁界解析では、未知数として磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ や磁界 $\mathbf{H}$ を選択する場合が多い。しかし、節点要素を用いて未知ベクトルを要素に定義したとき、節点要素では物理的に要求される未知ベクトルの不連続性をうまく表現できない欠点があり、それが原因で計算精度が悪くなる可能性がある。具体的には、磁界 $\mathbf{H}$ の法線成分は境界で不連続性を持つが、節点要素を用いて未知ベクトルを要素に定義するとそれを表現することができない。一方、辺要素ではその未知ベクトルの不連続性をうまく表現できる。

本論文では、有限要素の形状は四面体および六面体を用いる。また、一次辺要素を取り扱う。なお、二次辺要素などを用いた方が高い計算精度を得られるが、ここでは簡単のため一次要素を用いることにする。

2.3.1 一次四面体辺要素

一次四面体辺要素は、図 2.1 のように 4 つの節点、4 つの面、6 つの辺から構成される要素である。辺の向きは、矢印の向きと一致するように設定する。辺要素では、要素内の物理量の各辺への射影成分を辺に沿って積分した値を未知数と定義するので、辺 i ($i=1\sim 6$) の磁気ベクトルポテンシャル a_i を未知数とすると、次式を得る。

$$a_i = \int_i \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.22)$$

なお、 i ($i=1\sim 6$) は要素内で相対的につけたローカルな辺番号であり、 $\mathbf{s}$ は辺に沿った直線状のベクトルである。(2.22)で定義した 6 つの未知数 a_i を用いると、要素内の磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ は

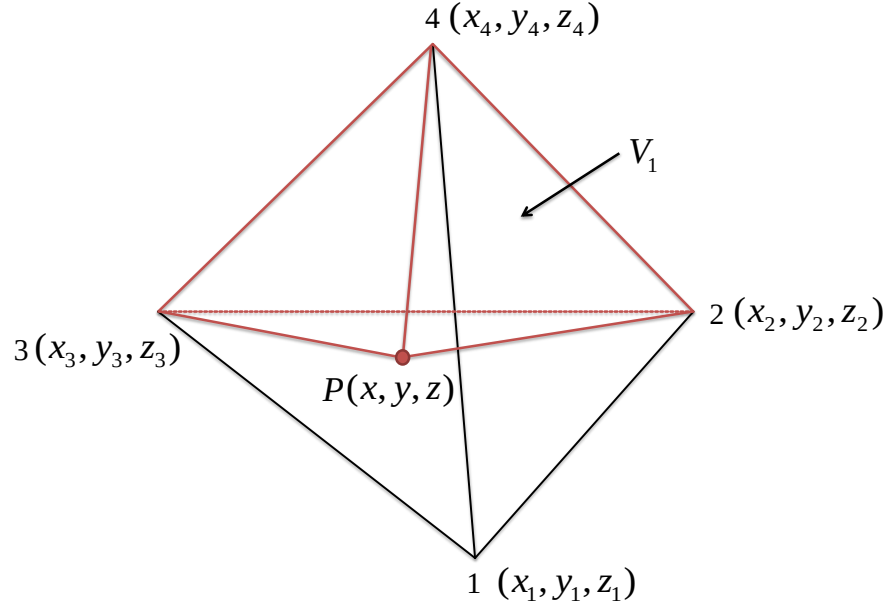


図 2.2 体積座標

$$\mathbf{A} \approx \sum_{i=1}^6 a_i \mathbf{N}_i \quad (2.23)$$

と離散化できる．ここで， $\mathbf{N}_i$ は辺 i のベクトル補間関数である．(2.23)は，要素内の磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を線形近似したものである．いま，辺 i の補間関数 $\mathbf{N}_i$ に体積座標

$$\lambda_\alpha = \frac{V_\alpha}{V} \quad (\alpha=1\sim 4) \quad (2.24)$$

を導入する．ただし， α は要素内で相対的につけたローカルな節点番号であり， V_α は図 2.2 に示すように頂点 α 以外の頂点と点 $P(x,y,z)$ がなす四面体の体積であり， V は要素全体の体積である．点 P が四面体内部にあるときは

$$0 \leq \lambda_\alpha \leq 1 \quad (2.25)$$

となり，四面体外部にあるときは

$$\lambda_\alpha = 0 \quad (2.26)$$

とする．つまり，点 P が頂点 α にあるときには

$$\lambda_\alpha = 1 \quad (2.27)$$

となり，頂点 α に向かい合う面にあるときには

$$\lambda_\alpha = 0 \quad (2.28)$$

となる．また，定義より

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1 \quad (2.29)$$

が成立するのは明らかである．

いま，体積座標を用いると点 P は

$$\begin{aligned}
x &= x_1\lambda_1 + x_2\lambda_2 + x_3\lambda_3 + x_4\lambda_4 \\
y &= y_1\lambda_1 + y_2\lambda_2 + y_3\lambda_3 + y_4\lambda_4 \\
z &= z_1\lambda_1 + z_2\lambda_2 + z_3\lambda_3 + z_4\lambda_4
\end{aligned} \tag{2.30}$$

と書くことができる．よって，(2.29)，(2.30)より座標系と体積座標系の関係は

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

と書くことができる．したがって，

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

となる．ただし，

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{vmatrix} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned}
a_k &= \sigma_k \begin{vmatrix} x_l & x_m & x_n \\ y_l & y_m & y_n \\ z_l & z_m & z_n \end{vmatrix}, \quad b_k = -\sigma_k \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_l & y_m & y_n \\ z_l & z_m & z_n \end{vmatrix}, \\
c_k &= \sigma_k \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_l & x_m & x_n \\ z_l & z_m & z_n \end{vmatrix}, \quad d_k = -\sigma_k \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_l & x_m & x_n \\ y_l & y_m & y_n \end{vmatrix}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

であり， $\{k,l,m,n\}$ は $\{1,2,3,4\}, \{2,1,3,4\}, \{3,1,2,4\}, \{4,1,2,3\}$ を表わし， $\sigma_1=\sigma_3=-\sigma_2=-\sigma_4=1$ である．ここで，(2.23)を成立させるために辺 i の補間関数 N_i は次式を満たすように決定する必要がある．

$$\int_e N_i \cdot ds = \begin{cases} 1 & (i=e) \\ 0 & (i \neq e) \end{cases} \tag{2.35}$$

ただし， e ($e=1\sim 6$) は i と同様に要素内で相対的につけたローカルな辺番号である．(2.35)は， N_i を辺 i 上で積分すると 1，その他の辺上で積分すると 0 になることを示している．(2.35)を用いて要素 E 内のベクトルポテンシャル $\mathbf{A}_E$ を線形近似すると，(2.23)より

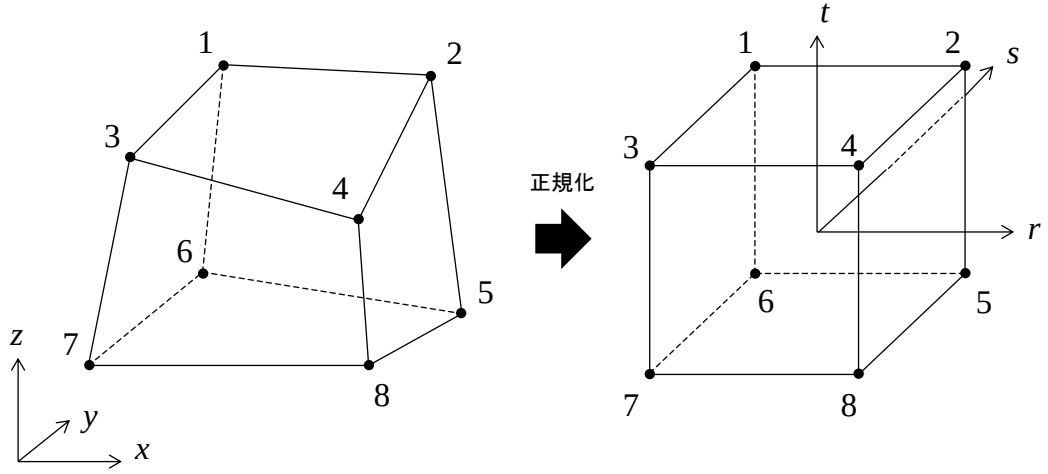


図 2.3 一次六面体要素

$$\mathbf{A}_E \approx a_1 \int \mathbf{N}_1 \cdot d\mathbf{s} + a_2 \int \mathbf{N}_2 \cdot d\mathbf{s} + \dots \quad (2.36)$$

と書くことができ、要素内のベクトルポテンシャル $\mathbf{A}_E$ をうまく補間できる。よって、補間関数 $\mathbf{N}_i$ は、辺 i 上でのみ接線成分を持ち、それ以外の边上では接線成分は 0 で法線成分のみ存在するという条件を満たす必要がある。このような条件を満たす補間関数 $\mathbf{N}_i$ は次のように定義することができる。

$$\mathbf{N}_i = \lambda_k \nabla \lambda_l - \lambda_l \nabla \lambda_k \quad (2.37)$$

ここで、 k, l はそれぞれ辺 i の始点の節点番号、終点の節点番号である。このような補間関数をベクトル基底関数という。

2.3.2 一次六面体辺要素

一次六面体要素は、8 つの節点と 12 つの辺、6 つの面で構成される要素である。図 2.3 に示すように一般的な六面体要素は実空間で歪んだ状態であるが、このような任意形状であると、未知ベクトルを離散化する際に使用する補間関数の近似式の導出が困難となる。そこで、全体座標系から局所座標系へ辺の長さが 2 となる立方体として正規化することで、補間関数の導出する。

一次四面体要素のときと同様に、図 2.4 のように要素内の物理量の各辺への射影成分を辺に沿って積分した値を未知数と定義するので、辺 i ($i=1\sim 12$) の磁気ベクトルポテンシャル a_i を未知数とすると、次式を得る。

$$a_i = \int_i \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.22)$$

一次六面体要素では未知数である辺が 12 個あるため、(2.22) で定義した 12 個の未知数 a_i を用いると、要素内の磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ は

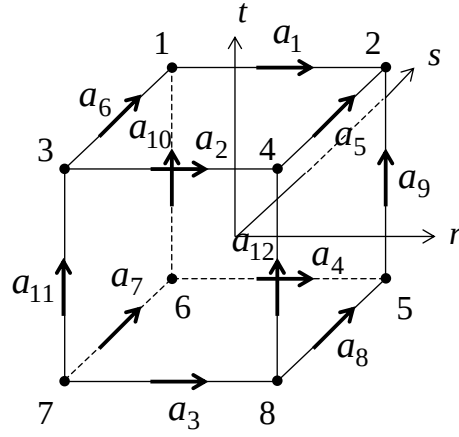


図 2.4 一次六面体辺要素

表 2.1 辺の局所座標

辺番号 i	r_i	s_i	t_i
1	-	1	1
2	-	1	-1
3	-	-1	1
4	-	-1	-1
5	1	-	1
6	-1	-	1
7	1	-	-1
8	-1	-	-1
9	1	1	-
10	-1	1	-
11	1	-1	-
12	-1	-1	-

$$A \approx \sum_{i=1}^{12} a_i N_i \quad (2.38)$$

と離散化できる．ただし， N_i は辺 i のベクトル補間関数であり，

$$N_i = \begin{cases} \frac{1}{8}(1+s_i s)(1+t_i t)\nabla r & \text{if } i=1\sim 4 \\ \frac{1}{8}(1+t_i t)(1+r_i r)\nabla s & \text{if } i=5\sim 8 \\ \frac{1}{8}(1+r_i r)(1+s_i s)\nabla t & \text{if } i=9\sim 12 \end{cases} \quad (2.39)$$

である．このときの r_i , s_i , t_i は表 2.1 に示す値となる．

2.4 有限要素方程式の離散化

有限要素方程式を再度以下に示す.

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{W}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV = \int_V \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (2.21)$$

本論文では, 重み関数 $\mathbf{W}$ に(2.37), (2.39)の補間関数 $\mathbf{N}$ を用いる. このように, 未知数を線形近似する際に用いた補間関数と同様のものを有限要素方程式の重み関数にも適用することをガラーキン法という. よって, (2.21)は

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dV = \int_V \mathbf{N} \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (2.40)$$

となる. 磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を離散化すると,

$$\sum_i a_i \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_j) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_i \right) dV = \int_V \mathbf{N}_j \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (2.41)$$

となる. ただし, i, j はグローバルな辺番号である. つまり, 有限要素方程式は解析領域のすべての辺について方程式を作成し, その連立方程式を解くことにより解を得る.

2.4.1 一次四面体要素

一次四面体要素の補間関数 $\mathbf{N}_i$ は, 次のようなベクトル基底関数で先ほど定義した.

$$\mathbf{N}_i = \lambda_k \nabla \lambda_l - \lambda_l \nabla \lambda_k \quad (2.37)$$

この補間関数 $\mathbf{N}_i$ の回転をとると, 次式が成り立つ.

$$\nabla \times \mathbf{N}_i = 2 \nabla \lambda_k \times \nabla \lambda_l = \frac{1}{3v} \mathbf{x}_{mn} \quad (2.42)$$

ここで, 辺 i は節点 $\{k, l\}$ で構成されているとし, $\mathbf{x}_{mn}$ は節点 m から n へ向かうベクトルで辺 i の対辺である. 節点 $\{k, l\}$ と $\{m, n\}$ の対応を表 2.2 に示す. なお, v は要素の体積である. よって, 6×6 の要素行列 $\mathbf{k}$ の成分 $k_{ii'}$ は

$$\begin{aligned} \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_i) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_{i'} \right) dv &= \frac{1}{3v} \mathbf{x}_{mn} \cdot \frac{1}{\mu} \frac{1}{3v} \mathbf{x}_{m'n'} \\ &= \frac{1}{\mu} \frac{1}{9v} \mathbf{x}_{mn} \cdot \mathbf{x}_{m'n'} \end{aligned} \quad (2.43)$$

と計算できる. したがって, 要素行列 $\mathbf{k}$ を全要素について重ね合わせることで有限要素行列 $\mathbf{K}$ を得ることができる.

(2.41)の右辺の電流項については, まず電流は連続性を持つため,

表 2.2 四面体要素の辺 $\{k, l\}$ と対辺 $\{m, n\}$

i	1	2	3	4	5	6
$\{k, l\}$	$\{1, 2\}$	$\{2, 3\}$	$\{1, 3\}$	$\{1, 4\}$	$\{2, 4\}$	$\{3, 4\}$
$\{m, n\}$	$\{3, 4\}$	$\{1, 4\}$	$\{4, 2\}$	$\{2, 3\}$	$\{3, 1\}$	$\{1, 2\}$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_0 = 0 \quad (2.44)$$

が成立する．よって，ベクトル公式

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (2.45)$$

より，強制電流密度 $\mathbf{J}_0$ を次式のように定義できる．

$$\mathbf{J}_0 = \nabla \times \mathbf{T} \quad (2.46)$$

ただし， $\mathbf{T}$ は電流ベクトルポテンシャルであり，要素内で一定とする．このとき，要素 E の辺 i の右辺は(2.41)より

$$\begin{aligned} \int_E \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J}_0 dv &= \int_E \mathbf{N}_i \cdot (\nabla \times \mathbf{T}) dv \\ &= \int_E \mathbf{T} \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_i) dv \end{aligned} \quad (2.47)$$

となる．(2.42)より，

$$\begin{aligned} \int_E \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J}_0 dv &= \int_E \mathbf{T} \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_i) dv \\ &= \frac{1}{3} \{\mathbf{T} \cdot \mathbf{x}_{mn}\} \end{aligned} \quad (2.48)$$

を得る．したがって， $\mathbf{T}$ を与え，それを全要素について重ね合わせることで右辺ベクトル $\mathbf{b}$ を得ることができる．

2.4.2 一次六面体要素

一次六面体要素のベクトル補間関数 $\mathbf{N}_i$ は

$$\mathbf{N}_i = \begin{cases} \frac{1}{8}(1+s_i s)(1+t_i t)\nabla r & \text{if } i=1 \sim 4 \\ \frac{1}{8}(1+t_i t)(1+r_i r)\nabla s & \text{if } i=5 \sim 8 \\ \frac{1}{8}(1+r_i r)(1+s_i s)\nabla t & \text{if } i=9 \sim 12 \end{cases} \quad (2.39)$$

と定義した．このベクトル補間関数は局所座標系で表されているので，(2.41)を局所座標系で表現し直すと

$$\sum_V \sum_i a_i \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_j) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_i \right) |J| dr ds dt = \sum_V \int_V \mathbf{N}_j \cdot \mathbf{J}_0 |J| dr ds dt \quad (2.49)$$

となり，各要素で積分を行い全要素 V についての総和を求めることで有限要素方程式を解くことができる．ただし， $|J|$ は x, y, z 座標を r, s, t 座標に座標変換して積分する際に現れるヤコビアンであり，

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{vmatrix} \quad (2.50)$$

である。

さらに、(2.49)の解析的な積分は簡単ではないため、本論文ではガウスの数値積分公式を用いて積分を計算している。なお、ガウス積分で用いる標本点は 4 個としている。

2.5 求解

有限要素行列 $\mathbf{K}$ と電流項 $\mathbf{b}$ を得ることで、未知数である磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の未知ベクトル $\mathbf{a}$ の連立方程式を立てることができる。

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (2.51)$$

この連立方程式の係数行列は対象行列になるため、ICCG 法を用いることで解析領域内の電磁界分布を得ることができる。

2.6 本章の総括

本章では、本論文の中心となる有限要素法を用いた電磁界解析について詳細に説明した。まず、電磁気学の基本方程式である Maxwell 方程式より、電磁界解析の支配方程式を導いた。次に、重み付き残差法により有限要素方程式を得た。その後、四面体要素と六面体要素を定義し、各有限要素による離散化された有限要素方程式を導いた。

第 3 章 非適合要素を用いた電磁界解析

本章では、電気機器の 3 次元形状最適化の高速化について述べる。3.1 節から 3.4 節にかけて、電気機器形状の最適設計に関する概要と研究目的を述べる、3.5 節では補間法による非適合有限要素法を詳細に述べる。3.6 節でインダクタモデルへの適用、3.7 節で 3 次元形状最適化について詳細を述べる。3.8 節にて、本章をまとめる。

3.1 電気機器形状の最適設計の概要

電気機器の高性能化の要求や近年の電力事情などから、電気機器の最適設計が強く望まれている。一般に、電気機器の最適設計は、設計者が数値解析を用いて機器形状などを試行錯誤的に最適化していく。しかし、このような最適設計手法は設計者が機器形状などを少しずつ変化させて何度も数値解析を行わなければならない、設計者への負担が大きく決して効率的とは言えない。このような背景から、近年では電気機器の最適設計の大部分をコンピュータに任せ、設計者の負担を減らす研究が盛んに行われている。電気機器の最適設計は、主に機器形状の最適化になるため構造最適化がよく行われている。構造最適化には、大きく 3 つの分類に分けることができる。①寸法最適化、②形状最適化、③形態 (位相、トポロジー) 最適化である[3.1]。寸法最適化は、最も簡単な構造最適化の手法であり、機器形状の長さや高さなどの寸法を設計変数として最適化を行う手法である。形状最適化は、機器形状の外形形状そのものを設計変数として最適化を行う手法である。形態 (位相、トポロジー) 最適化は、上記の 2 つの最適化手法と比べて非常に自由度が高い手法であり、機器形状だけでなく穴の数など位相をも設計変数として最適化を行う。

一方、電気機器の数値解析には電磁界解析が盛んに利用されている。電磁界解析を利用することで、実際に目には見えない電磁気現象を考慮した電気機器の設計が可能となり、より高性能な電気機器の開発を低コストで実現することができる。電磁界解析では、有限要素法が使用されることが多い。有限要素法は、支配方程式の係数行列がほとんどゼロになる疎行列かつバンド行列となるため、複雑な機器形状であっても使用メモリや計算量が少なく済む場合が多いからである。また、形状表現力が優れているため、複雑な電磁機器形状であってもコンピュータ上で表現することが可能である。近年では、コンピュータの性能向上により、3 次元空間での電磁界解析が低廉なコンピュータでも可能となり、その需要は急激に増加している。

これらの背景から、3 次元空間での電気機器の構造最適化の需要が高まっている。これが実現できれば、設計者の負担を大幅に減らしつつ、高精度な電気機器の開発

を効率的に行うことができるからである。しかし、電磁気現象は電気機器のみでなく空間にも及ぶため、有限要素法を用いた電磁界解析では有限要素メッシュを機器形状だけでなく、その周囲の空間にも用意しなければならない。これにより、3次元空間での有限要素法を用いた電磁界解析では有限要素メッシュの作成に時間がかかり、最も単純な構造最適化である寸法最適化でさえ実用的ではない計算時間になってしまうのが現状である。有限要素法を用いた電気機器の寸法最適化の計算時間は、一般的に1週間ほどかかるのが通常であり、機器形状が複雑なときは1か月以上時間を要することもある。

なお、これ以降本章では、「電気機器形状の寸法最適化」を「3次元形状最適化」と呼ぶことにする。最適設計の分野におけるそれとは異なるが、電磁界解析の分野においてこの呼称が一般的である。注意されたい。

3.2 3次元形状最適化の概要と問題点

有限要素法を用いた電気機器の3次元形状最適化は、一般的には次の手順を繰り返す。

- ①電気機器形状の寸法を変化させる。
- ②機器形状とその周囲の空間に合わせた有限要素メッシュを作成する。
- ③作成された有限要素メッシュを用いて電磁界解析を行う。
- ④最適化アルゴリズムによって最適寸法を保存もしくは更新する。

有限要素法を用いた電磁界解析の3次元形状最適化の問題点である長大な計算時間の原因は、主に2つある。1つ目は、電気機器の形状を有限要素メッシュに分割する②の手順である。複雑な形状を持つ電気機器の場合、形状表現のために多くの有限要素メッシュを要するため、作成時間が長くなるのは必然である。2つ目は、手順③の電磁界解析である。周波数を考慮した解析など、より精度の良い電磁界解析を行うほど解析時間は長くなる。さらに、複雑な機器形状により有限要素メッシュ数が増加すれば、それに比例して計算時間も増加してしまう。手順④の最適寸法を保存もしくは更新することは、使用メモリや計算量、計算時間において、いずれも手順②、③と比較するとほとんど小さいものである。長大な計算時間の原因とはならない。

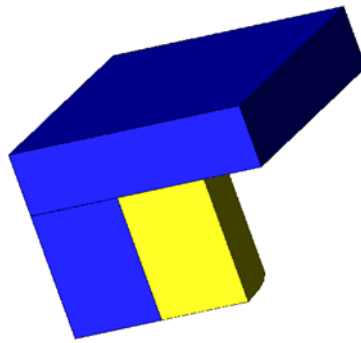


図 3.1 直方体と円柱から成る電気機器の 1/8 モデルの例

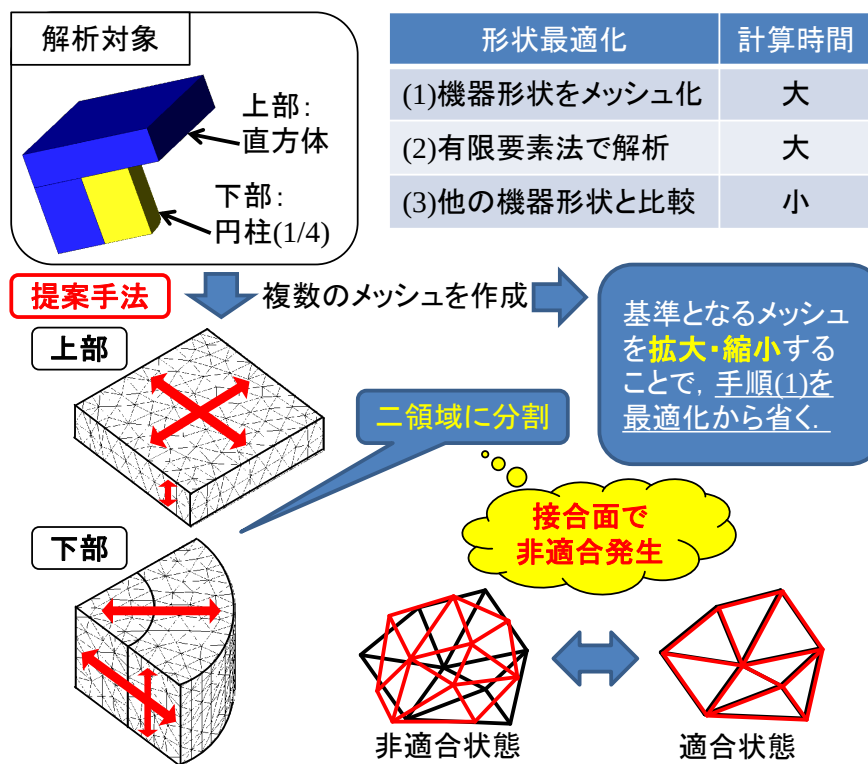


図 3.2 3次元形状最適化の高速化の概要

3.3 3次元形状最適化の高速化

3次元形状最適化を行う際、多くの電気機器が直方体や円柱など複数の形状で構成されており、最適化の課程でそれぞれの大きさは変化する。このとき、従来では電磁界解析に用いる有限要素メッシュは機器形状とその周囲の空気を含む領域で1つであり、最適化の課程において機器形状が変化する度に有限要素メッシュを再作成

しなければならない。この作成時間が 3 次元形状最適化の長大な計算時間の原因であることは、前節で述べた。

ここで、電磁界解析の解析領域である機器形状とその周辺の空気を複数の部分領域に分け、それぞれ有限要素メッシュを独立に作成し、それらを拡大・縮小することで機器形状の変化を表現できれば、有限要素メッシュの作成は最適化前の一度のみで済むので、3 次元形状最適化の計算時間の大幅な短縮が期待できる。

しかし、複数の有限要素メッシュを用いると、それぞれのメッシュの接合面でメッシュ形状が一致しない非適合と呼ばれる状態となるため、何らかの処方が必要となる。今日では、そのような非適合状態における有限要素法を用いた電磁界解析がいくつか提案されている。非適合有限要素法の代表的なものとして、不連続ガラーキン法を用いた有限要素法[3.2, 3.3]とモルタル有限要素法[3.4]がある。これらの手法は、それぞれの有限要素メッシュ間の接合面での磁束連続性を課す方法として、前者はペナルティ項、後者はラグランジュ未定乗数法を導入する。しかしながら、前者の手法にはペナルティ項に任意パラメータが存在し、解析精度がそのパラメータに依存してしまう欠点がある[3.5]。また、後者の手法では有限要素方程式の係数行列の対角項が 0 になるときがあり、解析には MINRES (Minimum residual) のような特別な線形計算法が必要である[3.6]。上記以外の方法として、それぞれの有限要素メッシュ間の接合面の一方の面上の辺に割り振られた未知数を、他方の面上の辺の未知数の線形和で表す手法が提案されている[3.7, 3.8]。本章では、この手法を補間法と呼ぶことにする。補間法は、不連続ガラーキン法やモルタル有限要素法で見られる問題点がなく、回転機のような連続物体の電磁界解析に対して有効性が示されている。

3.4 本章の研究目的

本章では、一次四面体辺要素を用いた補間法による非適合有限要素法を電磁界解析に適用する。また、簡単な機器形状を持つ電気機器の電磁界解析を行い、従来の有限要素法を用いた電磁界解析の結果と比較して、その手法の有用性と問題点を検討する。さらに、上記手法を用いた電磁界解析による 3 次元形状最適化を行い、その結果を検討する。

3.5 補間法による非適合有限要素法

3.3 節で述べたが、電磁界解析の解析領域である機器形状とその周辺の空気を複数の部分領域に分け、それぞれの有限要素メッシュを独立に作成し、それらを拡大・縮小することで機器形状の変化を表現できれば、有限要素メッシュの作成は最適化前の一度のみで済むので、寸法最適化の計算時間の大幅な短縮が期待できる。ここで、複数の有限要素メッシュを用いたとき、それぞれのメッシュの接合面でメッシュ形状が一致しない非適合と呼ばれる状態が発生する。本章では、それぞれの有限

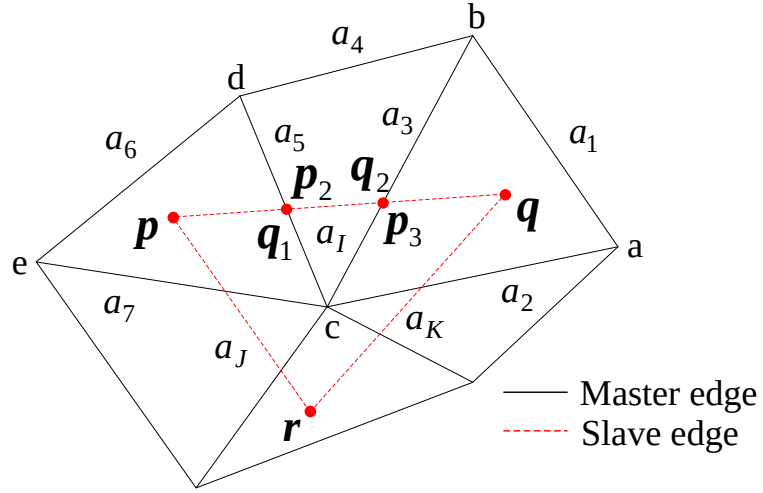


図 3.3 Slave edge I と Master edge

要素メッシュ間の接合面の一方の面上の辺に割り振られた未知数を，他方の面上の辺の未知数の線形和で表す補間法によって，磁束連続性を保証する．例えば，複数の有限要素メッシュ間の接合面が図 3.3 のような状態となっているときを考える．ここで，一方の有限要素メッシュの接合面上の辺を **Slave edge** と呼び，もう一方の有限要素メッシュの辺を **Master edge** と呼ぶことにする．いま，すべての **Slave edge** を **Master edge** に関して従属の関係をつくることであれば，**Slave edge** を消去することが可能となり，磁束の連続性を保証することができる．

3.5.1 Slave edge の消去

e を **Master edge** の総数， E を **Slave edge** の総数とし，全てのメッシュデータの辺の総数を $e+E$ 個とすると，未知数である磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の解ベクトル $\mathbf{a}$ は次式のように表わすことができる．

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_e, a_{e+1}, \dots, a_{e+E}]^t \quad (3.1)$$

いま，図 3.3 のような場合について考える．ここで， I ($1 \leq I \leq E$)， J ($1 \leq J \leq E$)， K ($1 \leq K \leq E$) は **Slave edge** 番号であり，グローバルな番号である． $\mathbf{p}$ ， $\mathbf{q}$ ， $\mathbf{r}$ はそれぞれの **Slave edge** を構成する節点ベクトルであり， $\mathbf{p}_2$ ， $\mathbf{p}_3$ は **Slave edge I** と **Master edge** で構成される三角形との交点の始点ベクトル， $\mathbf{q}_1$ ， $\mathbf{q}_2$ は終点ベクトルを表わしている．また， $a \sim e$ はグローバルな節点番号である．ここで，**Slave edge** で構成される三角形 pqr を貫く磁束 Φ_s は

$$\Phi_s = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.2)$$

である．磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ は三角形の辺それぞれに定義されているため，(3.2)は次式のように表わすことができる．

$$\Phi_s = a_I \int \mathbf{N}_I \cdot d\mathbf{s} + a_J \int \mathbf{N}_J \cdot d\mathbf{s} + a_K \int \mathbf{N}_K \cdot d\mathbf{s} \quad (3.3)$$

このとき，Slave edge I に注目し，これを Master edge を用いて表わすと，

$$\begin{aligned} a_I &= \int_{(p,q)} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \\ &= a_5 \int_{(p,q_1)} \mathbf{N}_5 \cdot d\mathbf{s} + a_6 \int_{(p,q_1)} \mathbf{N}_6 \cdot d\mathbf{s} + a_7 \int_{(p,q_1)} \mathbf{N}_7 \cdot d\mathbf{s} \\ &\quad + a_3 \int_{(p_2,q_2)} \mathbf{N}_3 \cdot d\mathbf{s} + a_4 \int_{(p_2,q_2)} \mathbf{N}_4 \cdot d\mathbf{s} + a_5 \int_{(p_2,q_2)} \mathbf{N}_5 \cdot d\mathbf{s} \\ &\quad + a_1 \int_{(p_3,q)} \mathbf{N}_1 \cdot d\mathbf{s} + a_2 \int_{(p_3,q)} \mathbf{N}_2 \cdot d\mathbf{s} + a_3 \int_{(p_3,q)} \mathbf{N}_3 \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (3.4)$$

となる．よって，(3.4)は次式のように表わすことができる．

$$a_I = \sum_k \sum_{j=1}^3 a_j^k \int_{(p_k,q_k)} \mathbf{N}_j \cdot d\mathbf{s} \quad (3.5)$$

ただし， k, j はそれぞれグローバルな要素番号，接合面上の三角形のローカルな Master edge 番号である．(3.5)により，Slave edge I を Master edge で表わすことができ，Slave edge I を消去することが可能になる．同様に Slave edge J, K も Master edge で表わすことができるので，Slave edge を消去しても(3.3)の磁束 Φ_s が保証される．したがって，これにより複数の有限要素メッシュ間の接合面における磁束連続性を保証することができる．

3.5.2 交点の検出

交点 (p_k, q_k) を検出するにあたり，Slave edge I と Master edge で構成される三角形とが交わるパターンは図 3.4 のように四通り考えられる．これを踏まえた交点 (p_k, q_k) の検出アルゴリズムを以下に示す．

- (i) Slave edge I と Master edge で構成される三角形の交点の数 N_{int} を計算する．
- (ii) $N_{int}=0$ で Slave edge I が三角形の内部にあるとき， $p_k=p$ ， $q_k=q$ とする．
- (iii) $N_{int}=1$ のとき，
 - (iii-i) p が三角形の内部にあるとき， $p_k=p$ ， $q_k=q'$ とする．
 - (iii-ii) q が三角形の内部にあるとき， $p_k=p'$ ， $q_k=q$ とする．
- (iv) $N_{int}=2$ のとき，
 - (iv-i) (p,p') の距離 $< (p,q')$ の距離のとき， $p_k=p'$ ， $q_k=q'$ とする．
 - (iv-ii) (p,p') の距離 $> (p,q')$ の距離のとき， $p_k=q'$ ， $q_k=p'$ とする．

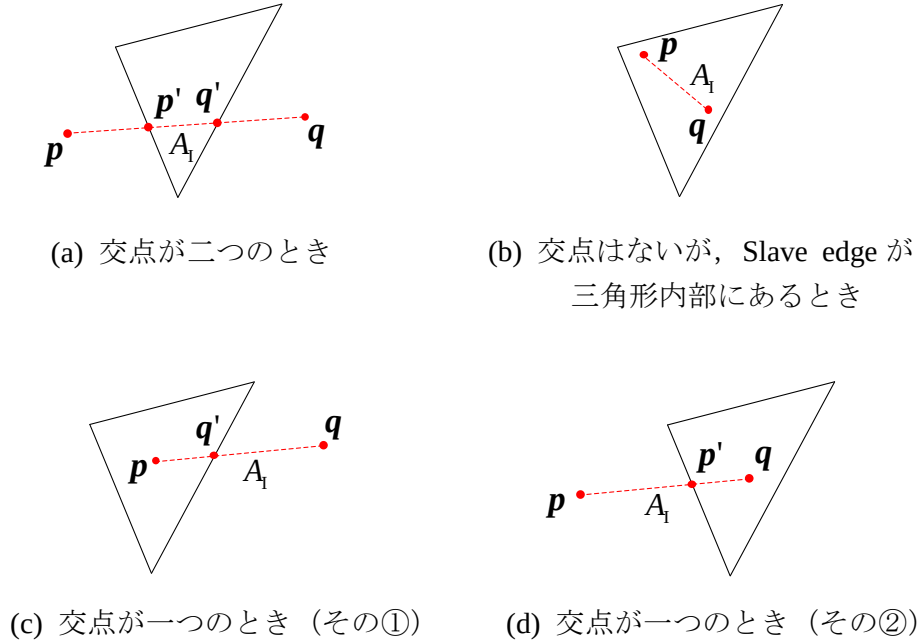


図 3.4 Slave edge I (赤線) と Master edge (黒線) で構成される三角形の交点の検出パターン

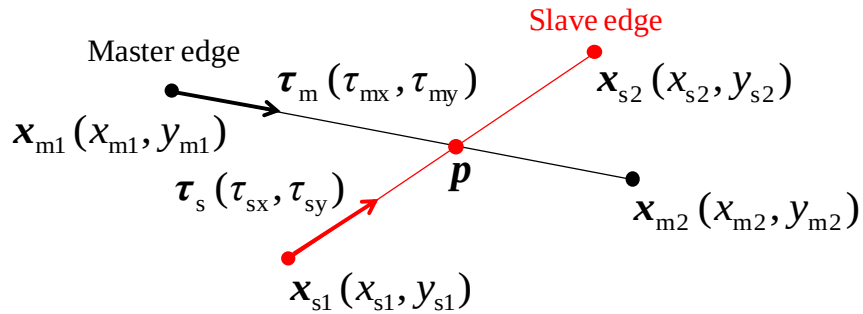


図 3.5 Slave edge と Master edge の交点

このアルゴリズムを各 Slave edge に対して, Master edge で構成される三角形のすべてとの交点を探索することにより, すべての Slave edge が(3.5)のように表わすことができる.

また, Slave edge と Master edge の交点を検出するアルゴリズムを以下に示す. 図 3.5 のような場合を考える. ここで, p , x_{s1} , x_{s2} , τ_s , x_{m1} , x_{m2} , τ_m はそれぞれ交点の位置ベクトル, Slave edge の始点ベクトル, 終点ベクトル, 単位ベクトル, Master edge の始点ベクトル, 終点ベクトル, 単位ベクトルを表わしている. Slave edge と Master edge の辺の長さをそれぞれ l_s , l_m とすると

$$(\tau_{sx}, \tau_{sy}) = \frac{1}{l_s}(x_{s2} - x_{s1}, y_{s2} - y_{s1}) \quad (3.6)$$

$$(\tau_{mx}, \tau_{my}) = \frac{1}{l_m}(x_{m2} - x_{m1}, y_{m2} - y_{m1}) \quad (3.7)$$

である。いま、変数 s, t を用いると各辺の始点 $\mathbf{x}_{s1}, \mathbf{x}_{m1}$ から交点 $\mathbf{p}$ までの距離は次式のように表現できる。

$$\begin{cases} x_{m1} + sl_m\tau_{mx} = x_{s1} + tl_s\tau_{sx} \\ y_{m1} + sl_m\tau_{my} = y_{s1} + tl_s\tau_{sy} \end{cases} \quad (3.8)$$

つまり、

$$\begin{bmatrix} l_m\tau_{mx} & -l_s\tau_{sx} \\ l_m\tau_{my} & -l_s\tau_{sy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{s1} - x_{m1} \\ y_{s1} - y_{m1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} &= \frac{1}{D} \begin{bmatrix} l_m\tau_{mx} & -l_s\tau_{sx} \\ l_m\tau_{my} & -l_s\tau_{sy} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_{s1} - x_{m1} \\ y_{s1} - y_{m1} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{D} \begin{bmatrix} l_s\tau_{sx}(y_{s1} - y_{m1}) - l_s\tau_{sy}(x_{s1} - x_{m1}) \\ l_m\tau_{mx}(y_{s1} - y_{m1}) - l_m\tau_{my}(x_{s1} - x_{m1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

となる。ただし、

$$D = \det \begin{vmatrix} l_m\tau_{mx} & -l_s\tau_{sx} \\ l_m\tau_{my} & -l_s\tau_{sy} \end{vmatrix} \quad (3.11)$$

である。よって、変数 s, t が次式を満たすとき Slave edge と Master edge が交点を持つ。

$$0 \leq s \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (3.12)$$

3.5.3 Slave-Master 行列

交点 $(\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k)$ が検出できると、(3.5)が計算可能となる。具体的に、次式のように与えられる。

$$\int_{(\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k)} \mathbf{N}_j \cdot d\mathbf{s} = \frac{\mathbf{q}_k - \mathbf{p}_k}{|\mathbf{q}_k - \mathbf{p}_k|} \cdot \left(\nabla \lambda_n \int_{(\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k)} \lambda_m d\mathbf{s} - \nabla \lambda_m \int_{(\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k)} \lambda_n d\mathbf{s} \right) \quad (3.13)$$

ただし、 j ($1 \leq j \leq e$), m, n はそれぞれ Master edge 番号、辺 j の始点の節点番号、辺 j の終点の節点番号である。また、

$$\int_{(\mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k)} \lambda_m d\mathbf{s} = \frac{|\mathbf{p}_k - \mathbf{q}_k|}{2} (\lambda_m(\mathbf{p}_k) + \lambda_m(\mathbf{q}_k)) \quad (3.14)$$

で与えられる。ここで、 λ は面積座標

$$\lambda_\alpha = \frac{S_\alpha}{S} \quad (\alpha = 1 \sim 3) \quad (3.15)$$

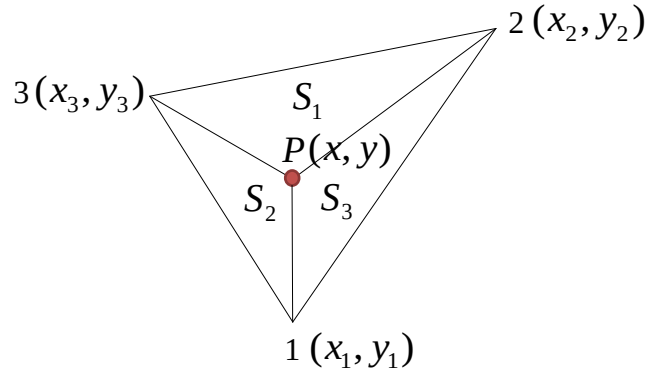


図 3.6 面積座標

を導入することで得られる．ただし， α ($\alpha=1\sim 3$) は三角形内で相対的につけたローカルな節点番号であり， S_α は図 3.6 に示すように頂点 α 以外の頂点と点 $P(x,y)$ がなす三角形の面積であり， S は三角形全体の面積である．点 P が三角形内部にあるときは

$$0 \leq \lambda_\alpha \leq 1 \quad (3.16)$$

となり，三角形外部にあるときは

$$\lambda_\alpha = 0 \quad (3.17)$$

とする．つまり，点 P が頂点 α にあるときには

$$\lambda_\alpha = 1 \quad (3.18)$$

となり，頂点 α に向かい合う辺上にあるときには

$$\lambda_\alpha = 0 \quad (3.19)$$

となる．また，定義より

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad (3.20)$$

が成立するのは明らかである．いま，面積座標を用いると点 P は

$$\begin{aligned} x &= x_1\lambda_1 + x_2\lambda_2 + x_3\lambda_3 \\ y &= y_1\lambda_1 + y_2\lambda_2 + y_3\lambda_3 \end{aligned} \quad (3.21)$$

と書くことができる．よって，(3.20)，(3.21)より座標系と面積座標系の関係は

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

と書くことができる．この逆の関係を求めると

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

となる．ただし， S は三角形の面積であり，

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 & y_2 - y_3 & x_3 - x_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 & y_3 - y_1 & x_1 - x_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 & y_1 - y_2 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

である.

これにより, (3.5)は次式のように表わすことができる.

$$a_I = \sum_k C_{Ik} a_k \quad (3.25)$$

ただし, k ($1 \leq k \leq e$), C_{Ik} はそれぞれ Master edge 番号, Slave edge と Master edge との従属関係を表わした行列 C の I 行 k 列成分である. ここで行列 C を Slave-Master 行列と呼ぶことにする.

3.5.4 有限要素行列の修正

第2章で述べた有限要素方程式は, 次式である.

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (2.51)$$

マスター辺に関する有限要素方程式を

$$G(\tilde{\mathbf{a}}) \equiv \mathbf{K}(\tilde{\mathbf{a}}) - \mathbf{b} = 0 \quad (3.26)$$

とおく. ただし,

$$K_i = \sum_{j=1}^e a_j \int_V \nu(\mathbf{a}) \text{rot} \mathbf{N}_i \cdot \text{rot} \mathbf{N}_j dV, \quad (3.27)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{a}}, \quad (3.28)$$

$$b_i = \int_V \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J}_0 dV \quad (3.29)$$

であり, $1 \leq i \leq e+E$, ν は磁気抵抗率, $\mathbf{J}_0$ は強制電流密度である. (3.26) に Newton-Raphson 法を適用すると,

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \tilde{\mathbf{a}}} \Delta \tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{b} - \mathbf{K}(\tilde{\mathbf{a}}) \quad (3.30)$$

となる. ここで, (3.28) より

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \tilde{\mathbf{a}}} = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{a}} \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \tilde{\mathbf{a}}} = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{a}} \frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{a}}} (\mathbf{C}\tilde{\mathbf{a}}) = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{a}} \mathbf{C} \quad (3.31)$$

と変形して(3.30)の両辺に左から $\mathbf{C}^t$ を掛けると,

$$\mathbf{C}^t \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{a}} \mathbf{C} \Delta \tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{C}^t (\mathbf{b} - \mathbf{K}(\tilde{\mathbf{a}})) \quad (3.32)$$

の方程式が得られる. (3.32)の各成分は, 具体的に

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_i}{\partial a_k} &= \int_V (\nu(\mathbf{a}) \nabla \times \mathbf{N}_i) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_k) dV \\ &+ \sum_{j=1}^{e+E} a_j \int_V \frac{\partial \nu(\mathbf{a})}{\partial a_k} (\nabla \times \mathbf{N}_i) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_j) dV \end{aligned} \quad (3.33)$$

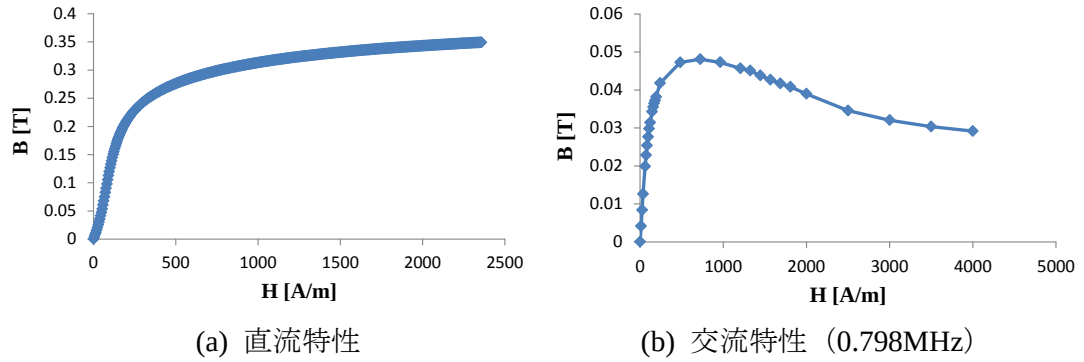


図 3.7 磁性体の磁気特性

より求められる。また,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial v(\mathbf{a})}{\partial a_k} &= \frac{\partial v(\mathbf{a})}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial a_k} \\
 &= \frac{\partial v(\mathbf{a})}{\partial B^2} \frac{\partial}{\partial a_k} \left\{ \sum_{l=1}^{e+E} \sum_{n=1}^{e+E} a_n a_l (\nabla \times \mathbf{N}_l) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_n) \right\} \\
 &= \frac{\partial v(\mathbf{a})}{\partial B^2} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{e+E} a_n (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_n) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

で与えられる。ただし、 $\partial v(\mathbf{a})/\partial B^2$ はインダクタコアに用いられる磁性材料の磁気特性の値であり、それを図 3.7 に示す。(a)は直流特性、(b)は 0.798MHz における交流特性である。これらより、直流に微小交流信号が重畳した場合のインダクタンスを求める。

3.6 インダクタモデルへの適用

解析モデルを図 3.8 に示す。解析モデルは直方体と円柱で構成されているため、本解析で用いるメッシュデータは、上部磁性体と空気領域を含む解析領域上部のメッシュデータと、中心磁性体とコイル・空気領域を含む解析領域下部のメッシュデータの 2 つのメッシュデータを用いて解析を行う。なお、それぞれのメッシュデータの要素数はほぼ同等になるように作成し、解析領域上部のメッシュデータのメッシュ接合面の辺を Slave edge とした。

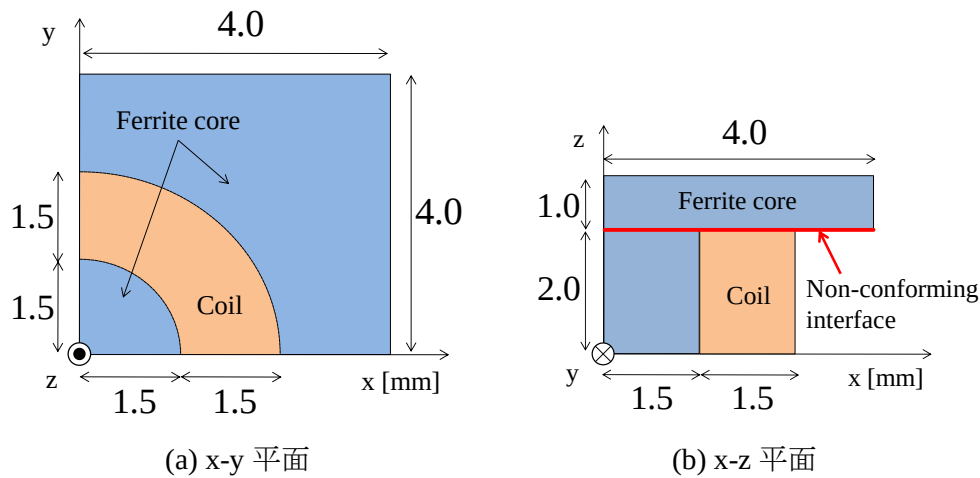


図 3.8 解析に用いるインダクタモデル

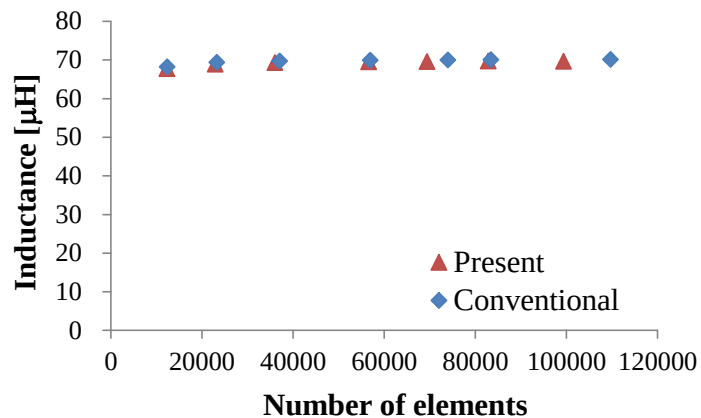


図 3.9 インダクタンス値の解析結果

3.6.1 補間法を用いた非適合有限要素解析の解析精度の検討

補間法を用いた非適合有限要素解析の解析精度を検討するために、補間法を用いた非適合有限要素解析で求めたインダクタンス値と、従来の有限要素解析で求めたインダクタンス値を算出し、比較する。比較結果を図 3.9 に示す。図 3.9 より、補間法を用いた非適合有限要素解析で求めたインダクタンス値は従来の有限要素解析で求めたインダクタンス値とほぼ同様の値であることがわかる。これより、補間法を用いた非適合有限要素解析の解析精度は、従来の有限要素解析の解析精度と同等であると言える。

図 3.10 に総要素数と ICCG 法の反復回数の関係を示す。ICCG 法の反復回数に着目したとき、非適合有限要素解析では有限要素解析と比較して、反復回数が増加する傾向が読み取れる。このことから、補間法を用いた非適合有限要素解析は、解の安定性が従来手法よりやや欠けていると考えられる。その原因として、(3.32)において

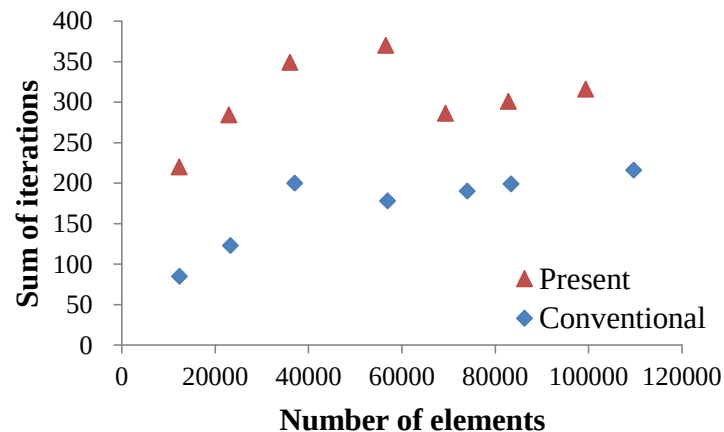


図 3.10 総要素数と ICCG 法の反復回数の関係

有限要素方程式を修正したとき、従来の有限要素行列と比べて行列の性質が悪化することが考えられる。つまり、修正された有限要素行列が疎行列やバンド行列の性質をやや失うために、解析結果に不安定性が残り解の収束性も悪くなったといえる。また、解析に用いるメッシュデータの形状にも原因はあると考えられる。解析領域上部と解析領域下部で要素数が大きく異なると、解析結果や解の収束性に影響があることがわかった。しかしながら、どのようなメッシュ形状が悪化の原因なのかという詳細な原因は、本研究では明らかにできなかった。この点については、さらなる検討が必要である。

3.6.2 メッシュデータによる解析精度への影響の検討

ここまでの非適合有限要素解析の結果は、2つのメッシュデータの要素数がほぼ同等のときの場合であった。そこで、解析精度と使用するメッシュデータの関係について調査するために、2つのメッシュデータのうち一方を要素数の少ない荒いメッシュデータを用い、もう一方を要素数の多い細かいメッシュデータを用いて解析を行う。解析結果を表 3.1 に示す。これより、異なる要素数のメッシュデータを用いると、誤差が大きくなる、または反復回数が増加する傾向が見られる。これらの結果から、使用するメッシュデータの要素数のバランスによって、解析精度に影響が出ることがわかる。本解析を行うときには、上記のことを考慮した上で解析を行わなければならない。

3.7 インダクタの3次元形状最適化

形状最適化を行うインダクタモデルを図3.11に示す。これは、直方体の上部磁性体と円柱の中心磁性体、コイルの3つの領域から成っている。解析では、直方体状の上部磁性体と空気領域を含む部分領域と円筒形状の中心磁性体とコイル、空気領域を含む部分領域の2つを考え、それぞれ独立にメッシュを生成した。このため、 $z=R_2[m$

表 3.1 異なる要素数のメッシュデータを使用した解析結果

解析番号	解析領域上部の メッシュデータの 要素数[個]	解析領域下部の メッシュデータの 要素数[個]	誤差[%]	反復回数[回]
1	10340	769	1.74	177
2	1748	11637	4.40	110
3	10340	2849	1.06	145
4	2234	18621	7.56	87

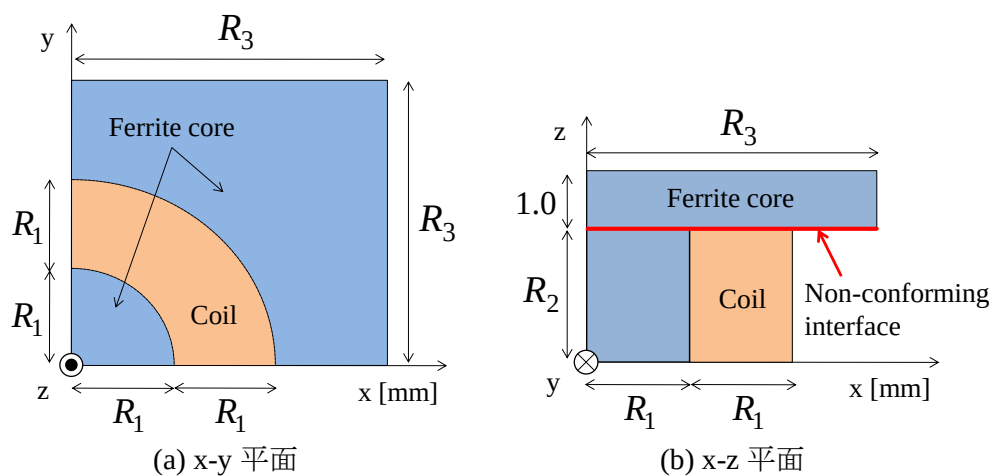


図 3.11 3次元形状最適化に用いるインダクタモデル

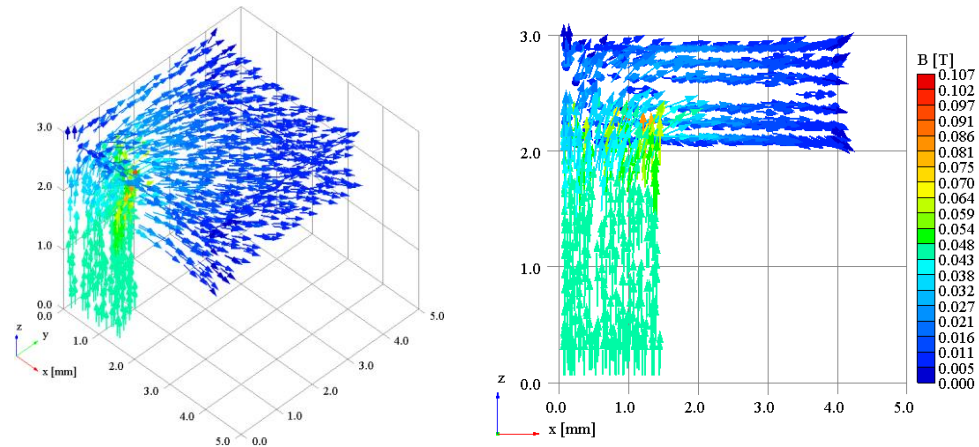
m]の平面でメッシュの非適合が発生する．最適化の際は，それぞれのメッシュを個別に拡大・縮小することにより，モデル形状を変化させる．

3.7.1 目的関数と最適化手法

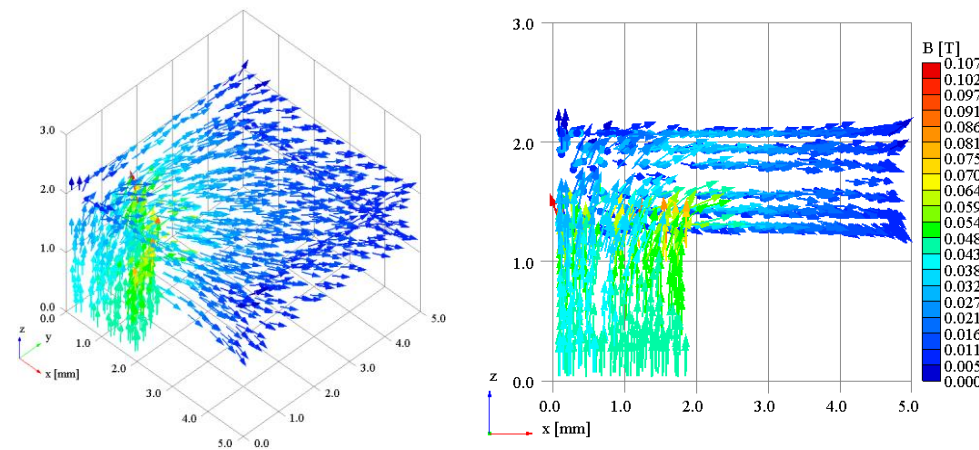
インダクタコイルに直流成分に交流の信号成分を重畳した電流を流すことを想定する．よって，設定する目的関数には微小信号におけるインダクタンスと直流電流に微小信号を重畳させたインダクタンスにそれぞれ目標値を与える．具体的に，DC バイアス電流 0.2A でのインダクタンス $L_{AC1}[\text{H}]$ を $100\mu\text{H}$ ，DC バイアス電流 1.0A でのインダクタンス $L_{AC2}[\text{H}]$ を $80\mu\text{H}$ 以上となるように設定する．また，インダクタの外寸体積ができるだけ小さくなる条件も考慮する．これらより，適合度 f を

$$f = -\left\{L_{AC1} \times 10^6 - 100\right\} + 10^8 W^2 H + \text{penalty} \rightarrow \max \quad (3.35)$$

とする． f を最大化させて最適解を導く．ここで， 10^8 は重み係数，第 3 項の penalty は $L_{AC2} < 80\mu\text{H}$ ならば $\text{penalty} = 80 - L_{AC2} \times 10^6$ ，それ以外ならば $\text{penalty} = 0$ とする．また， $W, H [\text{m}]$ はそれぞれ磁性体全体の幅と高さであり， $W = R_3 \times 10^{-3}$ ， $H = (R_2 + 1.0) \times 10^{-3}$ である．ただし，上部磁性体の幅が中心磁性体とコイルを合わせ



(a) Reference model



(b) Optimized solution

図 3.12 インダクタの磁束密度分布

表 3.2 最適解の特性

Fitness	L_{AC1}	L_{AC2}	$10^8 W^2 H$	R_1	R_2	R_3
-5.03	100.0	90.1	5.03	1.92	1.19	4.80

た幅よりも小さいとき($R_3 < 2R_1$), $W = 2R_1 \times 10^{-3}$ とする[3.9]. さらに, コイルの巻数は 20 とした.

使用する最適化手法は, インダクタンスや体積など実数値が多く含まれる目的関数を考慮して, それらの効果が直接的に解に現れやすい実数値型遺伝的アルゴリズム(Real-Coded Genetic Algorithm, RGA)を用いた[3.10].

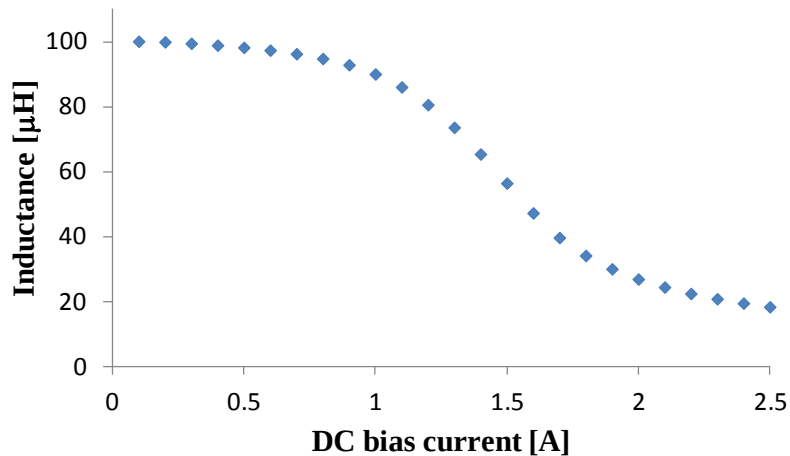


図 3.13 最適解のバイアス電流依存特性

3.7.2 最適化結果

最適化を行う際のパラメータ変数は、図 3.11 より R_1 , R_2 , R_3 の 3 つであり、それぞれ $R_1 = 1.5$, $R_2 = 2.0$, $R_3 = 4.0$ [mm] の状態から 0.5 ~ 1.5 倍の拡大・縮小を行った。つまり、 $0.75 \leq R_1 \leq 2.25$, $1.0 \leq R_2 \leq 3.0$, $2.0 \leq R_3 \leq 6.0$ の制限を設けた。また、RGA の世代数は 50 とし、最適化には 20 通りの乱数を用いた。

図 3.12 にインダクタの磁束密度分布、表 3.2 に最適解の特性を示す。最適化前のモデルと比べて、最適解では R_1 が増加、 R_2 が減少、 R_3 が増加した。ここで、図 3.13 に最適解のインダクタンスのバイアス電流依存特性を示す。これより、最適解は目的関数に設定された要求を満たしていることがわかる。本解析で得られた最適解は、中心磁性体の半径が比較的大きく、インダクタの高さが低く、上部磁性体の幅が大きいという特徴を持つことがわかった。この特徴は文献[3.9]で報告されている二次元の最適解と定性的に一致している。

また、最適化を異なる乱数シードで行うと L_{AC2} が $80\mu\text{H}$ 以上の解も得られた。しかし、これらは最適解と比べて R_1 , R_3 が大きく外寸体積が大きいため、適合度は小さくなっている。このように、 L_{AC2} を大きくするためには、中心磁性体の半径(R_1)と上部磁性体の幅(R_3)を大きくすればよいことがわかった。これは、磁性体体積が増加することにより磁気飽和が緩和されるためである。しかし、インダクタサイズの観点から中心磁性体を無制限に大きくすることはできない。加えて、コイル半径が増大するとコイルの抵抗も増加してしまう。本最適化においては、コイルの断面積に関する項を評価関数に入れていないため、今後、コイルの断面積を考慮するために問題設定を改めて検討する必要がある。

3.7.3 メッシュデータの縮尺における解析精度への影響の検討

最適化において、独立した複数のメッシュをそれぞれ拡大・縮小することにより最適解を導いているが、このときそれぞれのメッシュに異なる倍率をかけているた

め、メッシュの端の空気領域は図 3.14(b)~(d)に示すような段差を持つ。このような段差の存在により、インダクタンス値の解析精度に影響が現れないのかを検討する必要がある。

そこで、段差がある場合のインダクタンスと、段差のない場合(解析領域を部分領域に分けない場合)のインダクタンスを比較する。具体的には、

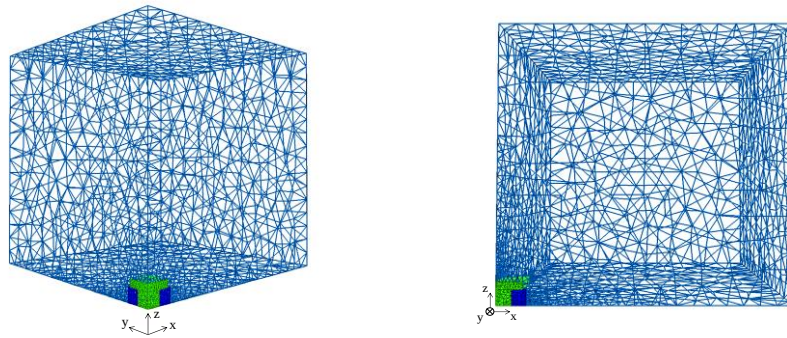
- (A)上部磁性体を含むメッシュの倍率が 1.2 で中心磁性体とコイルを含むメッシュの倍率が 0.8 のとき(R_1 を 0.8 倍, R_3 を 1.2 倍),
- (B)上部磁性体を含むメッシュの倍率が 1.3 で中心磁性体とコイルを含むメッシュの倍率が 0.7 のとき(R_1 を 0.7 倍, R_3 を 1.3 倍),
- (C)(A)の逆のとき(R_1 を 1.2 倍, R_3 を 0.8 倍),

以上の場合を想定してインダクタンスを比較した。ただし、いずれの場合も R_2 は 1.0 倍で基準値のままであり、空気領域の大きさは上部磁性体を含むメッシュは $10R_3$ 、中心磁性体とコイルを含むメッシュは $20R_1$ である。また、電流値は 0.2A、コイルの巻数は 20 である。図 3.14 にそれぞれの場合のメッシュの全体図を示す。

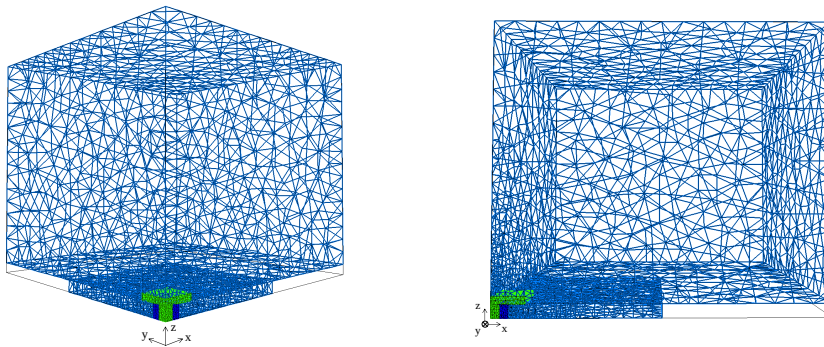
表 3.3 に解析結果を示す。これより、すべての場合において誤差が 2%以内に収まり、メッシュの拡大・縮小によって発生する空気領域に段差があってもインダクタンスの計算精度に大きな影響はないことがわかった。ただし、今回の結果は基準となるメッシュを作成するときに形状の大きさの 10 倍の空気領域をあらかじめ確保したため、誤差を小さくできたと考えられる。もし基準となるメッシュの空気領域が十分に確保されていないと、空気領域における磁束を完全に表現することができず、誤差は増加すると考えられる。特に、上部磁性体から下部磁性体を含むメッシュの空気領域までの距離が十分に確保できていなければ、誤差は無視できないほどの大きさとなってしまう。したがって、解析の際は倍率の範囲を考慮したうえで基準となるメッシュの空気領域を確保する必要がある。

表 2 インダクタンス比較

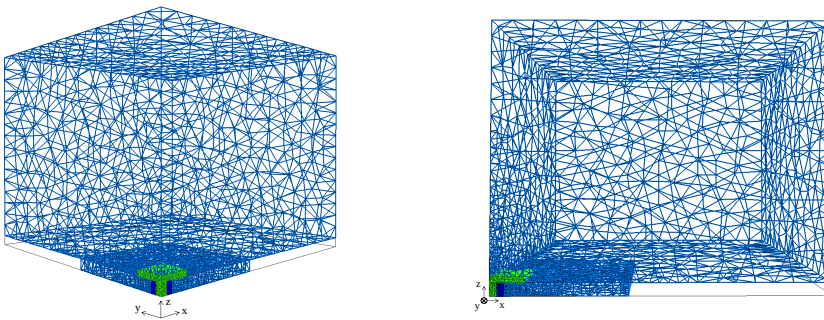
Model	A	B	C
Inductance [μH]	75.79	76.34	43.48
Error against Conventional [%]	1.11	0.66	0.83



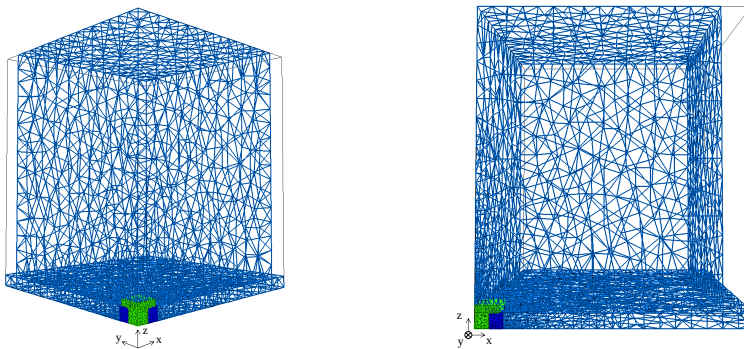
(a) Mesh of reference model



(b) Mesh of model A



(c) Mesh of model B



(d) Mesh of model C

図 3.14 解析モデルのメッシュ

3.8 結論

現在，電磁機器の開発・設計において，電磁界解析を用いた解析・設計最適化が盛んに行われており，そのうち設計最適化によく用いられる代表的な手法の一つが有限要素法である．設計最適化を行う電磁機器は様々な形状で構成されることが多いため，各形状別にメッシュデータを作成して解析を行うのが望ましいときがある．しかし，複数のメッシュデータを用いると形状の接合面でメッシュデータを適合する必要がある，解析における作業工程が多くなってしまう．

そのため，本章では複数のメッシュデータを用いながらもメッシュデータの適合を必要とせずに解析が行える補間法を用いた非適合有限要素解析を行った．そして，従来の有限要素解析と比較して補間法を用いた非適合有限要素解析の有用性と問題点を検討した．

その結果，従来の有限要素解析とほぼ同等の解析結果と磁束密度分布を得ることができ，補間法を用いた非適合有限要素解析の有用性を確認できた．しかし，従来の有限要素解析と比べて有限要素行列の性質が悪化する傾向があり，それが原因で解の安定性と収束性が悪化することがわかった．また，解析に用いるメッシュデータの形状や要素数のバランスなども原因の一つと考えられ，さらなる有用性を求めるならばこの点の詳細を究明する必要がある．

さらに，上記手法を用いた電磁界解析によるインダクタの3次元形状最適化を行い，その結果を検討した．結果として，設定した要件を満たすインダクタ形状を得ることができ，補間法を用いた非適合有限要素解析による3次元形状最適化の有用性を示した．

本章では，補間法を用いた非適合有限要素解析には簡単な解析モデルを適用したのみである．したがって，今後はより複雑な解析モデルへの適用を行い，高次元での有用性を確認する必要がある．また，メッシュデータの形状や要素数のバランスと解の安定性，収束性の関係を検討する必要もある．

参考文献

- [3.1] 山川 宏, 他: 最適設計ハンドブックー基礎・戦力・応用ー, 朝倉書店 (2003) .
- [3.2] P.Houston, I.Perugia, D.Schotzau: “Mixed Discontinuous Galerkin Approximation of the Maxwell Operator”, SIAM J. Numer. Anal. 42, pp.434-459, 2004.
- [3.3] P.Houston, I.Perugia, D.Schotzau: “Nonconforming Mixed Finite-Element Approximations to Time-Harmonic Eddy Current Problems”, IEEE Trans. Magn., vol.40, no.2, pp.1268-1273, 2004.
- [3.4] F.Rapetti, Y.Maday, F.Bouillault, A.Razek: “Eddy current calculations in three-dimensional moving structures”, IEEE Trans. Magn., vol.38, no.2, pp.613-616, 2009.
- [3.5] S.Ausserhofer, O.Biro, K.Preis: “Discontinuous Galerkin FiniteElements in Time Domain Eddy-Current Problems”, IEEE Trans. Magn., vol.45, no.3, pp.1300-1303, 2002.
- [3.6] T.Matsuo, Y.Ohtsuki, M.Shimasaki: “Efficient linear solvers for mortar finite-element method”, IEEE Trans. Magn., vol.43, no.4, pp.1469-1472, 2007.
- [3.7] C.Golovanov, J.L.Coulomb, Y.Marechal, G.Meunier: “3D Mesh Connection Techniques Applied to Movement Simulation”, IEEE Trans. Magn., vol.34, no.5, pp.3359-3362, 1998.
- [3.8] H.Kometani, S.Sakabe, A.Kameari: “3-D Analysis of Induction Motor with Skewed Slots Using Regular Coupling Mesh”, IEEE Trans. Magn., vol.36, no.4, pp.1769-1773, 2000.
- [3.9] K.Watanabe, F.Campelo, Y.Iijima, K.Kawano, T.Matsuo, T.Mifune, H.Igarashi: “Optimization of Inductors Using Evolutionary Algorithms and Its Experimental Validation”, IEEE Trans. Magn., vo.46, no.8, pp.3393-3396, 2010.
- [3.10] F.Herrea, M.Lozano, J.L.Verdegay: “Tackling real-coded genetic algorithms: Operators and tools for behavioural analysis”, Artificial Intelligence Review, vol.12, pp.265-319, 1998.

第4章 圧粉磁芯の数理モデルの構築

本章では、圧粉磁芯の数理モデルの構築について述べる。4.1 節から 4.3 節にかけて、圧粉磁芯とその数理モデルの概要と研究目的を述べる。4.4 節では、圧粉磁芯のマクロ磁気特性の推定手法を詳細に述べる。4.5 節から 4.7 節にかけて、数値解析結果を詳細に述べる。4.8 節で本章をまとめる。

4.1 圧粉磁芯の概要

電磁機器のより一層の省エネルギー化を進めていくためには、電磁機器の機器形状についての改善だけでなく、電磁機器を構成する材料についても特性向上を行う必要性がある。

現在、電磁機器に広く用いられている材料は電磁鋼板である。電磁鋼板は、鉄やコバルト、ニッケルなどのコストの面で有利な磁性体を混合して磁気的な性質を調節した鉄板であり、モータなどの鉄心として利用されている。電子機器を使用する際、交流磁界が電磁機器の鉄心を通るとき、渦電流損やヒステリシス損などの電力損失が発生する。これを鉄損と呼び、これが少なければより高効率で省エネルギーな電磁機器となる。特に、鉄損の一つである渦電流損失は PWM 駆動に使用される高い周波数では顕著となり、渦電流損失を抑えることが電磁機器の性能向上に直結する。これまで、渦電流損失を低減するために薄い電磁鋼板に絶縁膜を施したものを何層にも重ねた積層鋼板が多く用いられてきた。しかし、電子機器の周波数帯域が高くなっており、また電磁機器の高効率化が要求されているため、さらなる渦電流損失の削減が求められている。

電磁機器の新しい磁性コア材料として注目されているのが、圧粉磁心である。圧粉磁心とは、図 4.1 に示すように電磁鋼板や積層鋼板を構成している材料を一度粒子状にして、磁性粒子の表面に非磁性体かつ絶縁体の膜を形成させ、機器形状に合わせるように焼き固めて再び成形したものである。この圧粉磁心は磁性粒子に非磁性体かつ絶縁体の膜を施すため、従来の積層鋼板よりも渦電流損失が少なく、また粒子状から成形するため三次元形状を製作しやすい利点を持っている[4.1, 4.2]。したがって、従来の電磁機器と比べて高効率化や省エネルギー化、小型化が可能となり、今後、モータやリアクトルなどに限らず、変圧器などのエネルギー機器にも広く使用されることが予想される[4.3, 4.4]。しかし、圧粉磁心は磁性粒子の密度や粒子径、粒子形状などにより、その透磁率や渦電流損失が大きく異なることが実験的に知ら

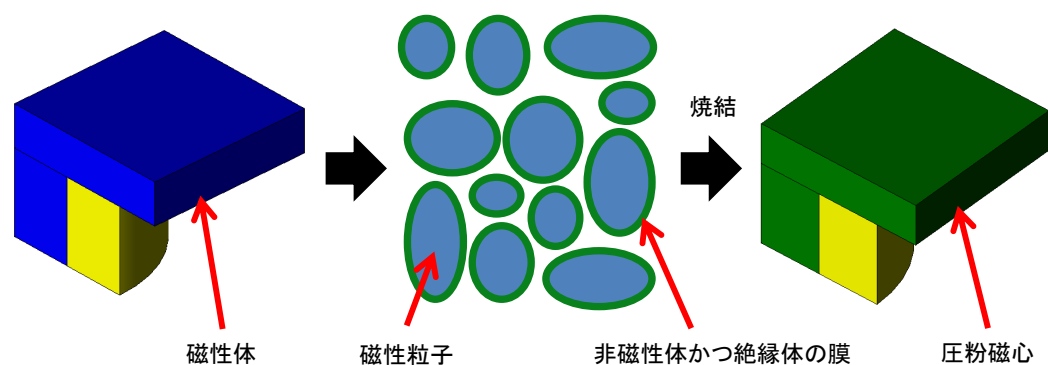


図 4.2 圧粉磁心の概要

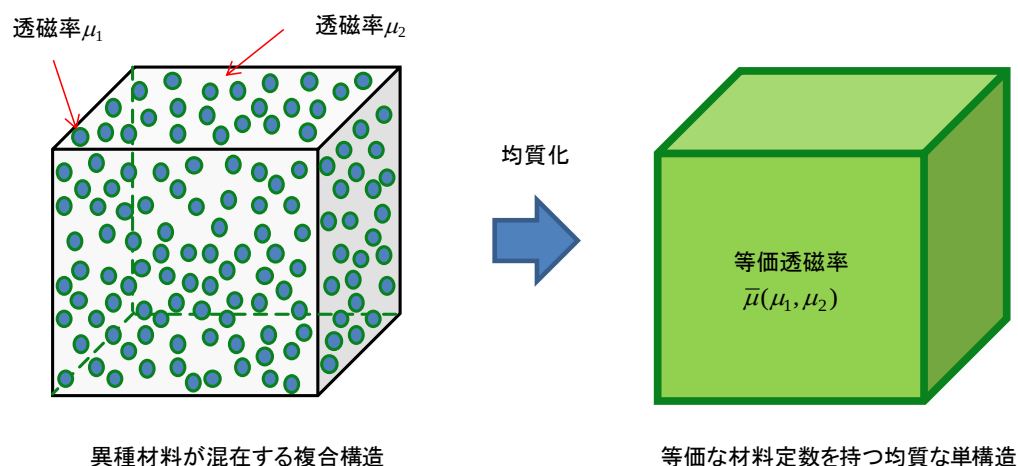


図 4.2 均質化法の概要

れている[4.5]. そのため, ただ磁性体を粒子状にするのではなく, 粒子密度や粒子径, 粒子形状を最適化して圧粉磁芯を構成しなければ, 高効率で省エネルギーな電磁機器は開発できない. だが, 粒子密度や粒子径などのパラメータから透磁率, 渦電流損失を予想する理論が存在しないため, 最適なパラメータを発見できず, 圧粉磁心の開発が困難に直面していた.

4.2 複合材料の等価材料定数の算出方法

圧粉磁心のような複合材料の電磁界解析技術は, 近年広く求められている. 例えば, カーボンファイバーなどに用いられるエポキシ樹脂の特性解析もその一つである[4.6]. そのような複合材料を電磁界解析する際によく用いられる手法が, 図 4.2 に示す均質化法である. 均質化法とは, 圧粉磁心のような異種材料が混在する複合構造を等価な材料定数を持つ均質な単構造に置き換える手法のことである[4.7]. これ

は、応用力学の分野において複合材料の弾性解析などで使われてきたモデリング手法である。これらの数値解析に使用される気体や粒子などの混合媒質の等価材料定数は古くから研究されており、代表的なものとして **Maxwell-Garnett** の式や **Bruggeman** の式が挙げられる[4.8-4.10]。さらに、磁性粒子の集合体の直流透磁率を表わす理論式が **Ollendorff** により提案され[4.11]、今日までこれらの理論式によって導き出された磁性粒子の集合体の等価透磁率や等価導電率などの等価材料定数が数値解析に用いられてきた[4.12]。しかし、これらの理論式には粒子形状が球状であることを仮定している。また回転機やパワーインダクタなどでは磁気飽和が発生するため、磁気的非線形性の考慮が必要であるが、上記の理論式では非線形特性を考慮に入れていない。また、磁気回路に基づく等価透磁率の算出法が提案されている[4.13]。しかし非線形磁気特性がある場合の本法の有効性は明らかではなかった。このような理由から、より広く応用できる等価材料定数の算出方法を新しく構成することが望まれていた。

4.3 研究目的

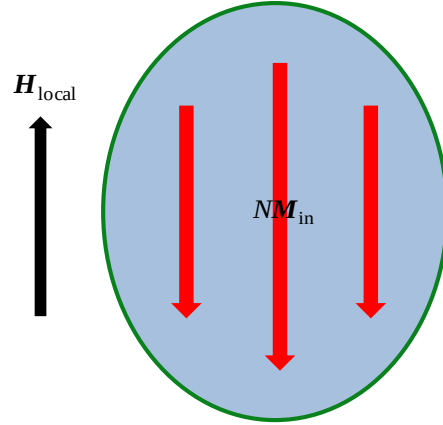
和木氏らは上記の問題を解決するため、有限要素法を用いた圧粉磁芯の等価透磁率評価法を提案した[4.14, 4.15]。本法では、圧粉磁心のマクロ磁気特性を算出する提案手法では、圧粉磁心の磁性粒子構造に周期性を仮定し、分布した磁性体から構成される単位セルにおける磁気エネルギーが均質化された単位セルの磁気エネルギーに等しいという要請から、マクロ磁気特性を算出する。従来の等価材料定数の算出方法と比較して、粒子形状の制約を設けず、磁気エネルギーからマクロ磁気特性を算出することで粒子間の相互作用や非線形磁気特性も考慮できるので、渦電流損失や磁気ヒステリシスの特性解析への拡張も期待できる。一方、**Ollendorff** の式や磁気回路法による等価透磁率の算定は、有限要素方程式を解く必要がなく、簡易な方法として有用である。しかしこれらの方法と有限要素法による方法との比較がなされておらず、それらの適用限界は未知であった。本研究では、有限要素法による等価透磁率の算出法と、**Ollendorff** の式および磁気回路法による方法を比較検討し、後者二つの方法の適用限界を明らかにすることを目的とする。

4.4 マクロ磁気特性の算出手法

4.4.1 Ollendorff の式

まず、従来の等価材料定数の算出方法の一つである **Ollendorff** の式を導出する。

いま、図 4.3 に示すような非磁性体かつ絶縁体の膜を持つ磁性体粒子からなる圧粉磁芯を考える。粒子は、局所磁界 $\mathbf{H}_{\text{local}}$ 中に置かれている。ただし、 $\mathbf{H}_{\text{local}}$ は外部磁界 $\mathbf{H}_0$ とは異なる。この $\mathbf{H}_{\text{local}}$ は、 $\mathbf{H}_0$ とその粒子を取り除いたときにできる巨視的な磁

図 4.3 局所磁界 H_{local} 中に置かれている磁性粒子

化 $\bar{\mathbf{M}}$ による磁界 $N\bar{\mathbf{M}}$ からなる．ここで, N は粒子の形状で決まる反磁界係数である．すなわち,

$$\mathbf{H}_{\text{local}} = \mathbf{H}_0 + N\bar{\mathbf{M}} \quad (4.1)$$

である．さて, $\mathbf{H}_{\text{local}}$ により磁性粒子中に発生する磁界 $\mathbf{H}_{\text{in}}$ は粒子の磁化 $\mathbf{M}_{\text{in}}$ による反磁界により減少するので,

$$\mathbf{H}_{\text{in}} = \mathbf{H}_{\text{local}} - N\mathbf{M}_{\text{in}} \quad (4.2)$$

となる．図 4.3 に示すように, $\mathbf{H}_{\text{in}}$ は N が小さくなるほど, つまり粒子の形状が $\mathbf{H}_{\text{local}}$ に対して細長くなるほど $\mathbf{M}_{\text{in}}$ の影響が小さくなり, $\mathbf{H}_{\text{local}}$ に近い値を取る．さらに, $\mathbf{M}$ の定義より

$$\mathbf{M}_{\text{in}} \equiv \frac{\mathbf{B}_{\text{in}}}{\mu_0} - \mathbf{H}_{\text{in}} = (\mu_r - 1)\mathbf{H}_{\text{in}} \quad (4.3)$$

である．ただし, μ_r は粒子の比透磁率である．(4.2), (4.3)より

$$\mathbf{M}_{\text{in}} = \frac{(\mu_r - 1)}{1 + N(\mu_r - 1)} \mathbf{H}_{\text{local}} \quad (4.4)$$

となる．(4.4)の $\mathbf{M}_{\text{in}}$ は粒子の磁化であるので, 非磁性体かつ絶縁体の部分を含めてこれを巨視的に平均すると

$$\bar{\mathbf{M}} = f\mathbf{M}_{\text{in}} = \frac{f(\mu_r - 1)}{1 + N(\mu_r - 1)} \mathbf{H}_{\text{local}} \quad (4.5)$$

となる．ただし, f は磁性体の体積充填率である．(4.1)を(4.5)に代入すると

$$\bar{\mathbf{M}} = \frac{f(\mu_r - 1)}{1 + N(\mu_r - 1)} (\mathbf{H}_0 + N\bar{\mathbf{M}}) \quad (4.6)$$

となるので, $\bar{\mathbf{M}}$ について解くと

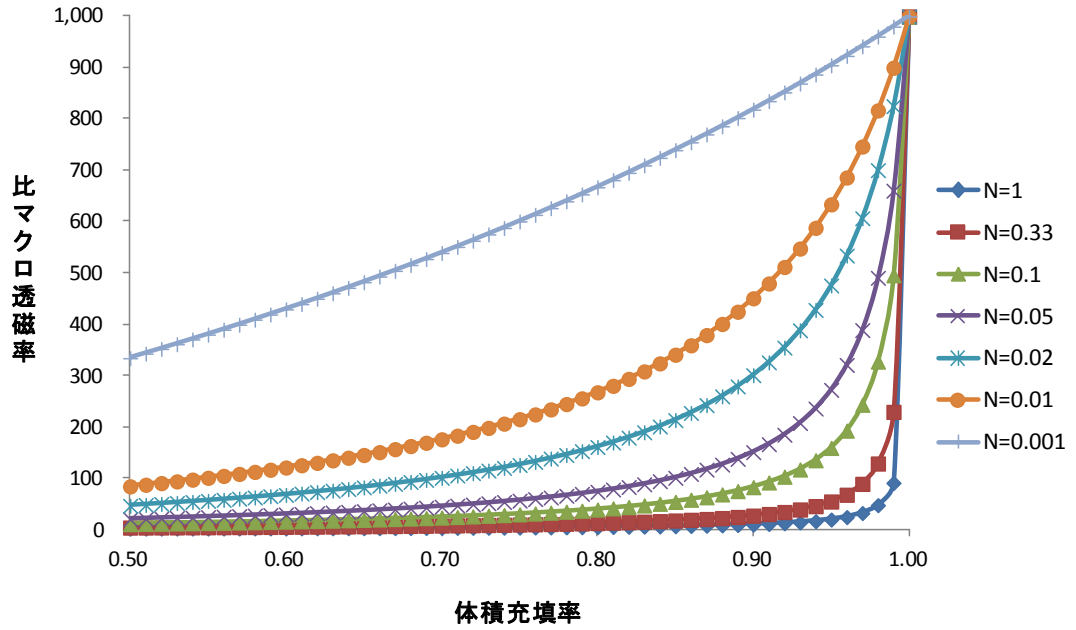


図 4.4 磁性粒子の比透磁率が 1000 のときの反磁界係数 N に関する
体積充填率と比マクロ透磁率の関係

$$\bar{M} = \frac{f(\mu_r - 1)}{1 + N(1 - f)(\mu_r - 1)} H_0 \quad (4.7)$$

となる。したがって、巨視的な透磁率 $\bar{\mu}$ は

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \mu_0 (\bar{H} + \bar{M}) \\ &= \mu_0 \frac{1 + (\mu_r - 1)\{f + N(1 - f)\}}{1 + N(1 - f)(\mu_r - 1)} H_0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

より

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \mu_0 \frac{1 + (\mu_r - 1)\{f + N(1 - f)\}}{1 + N(1 - f)(\mu_r - 1)} \\ &= \mu_0 + f \frac{\mu_0(\mu_r - 1)}{1 + N(1 - f)(\mu_r - 1)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

となる。ただし、 μ_0 は真空の透磁率である。本論文では、(4.9)を Ollendorff の式とする。

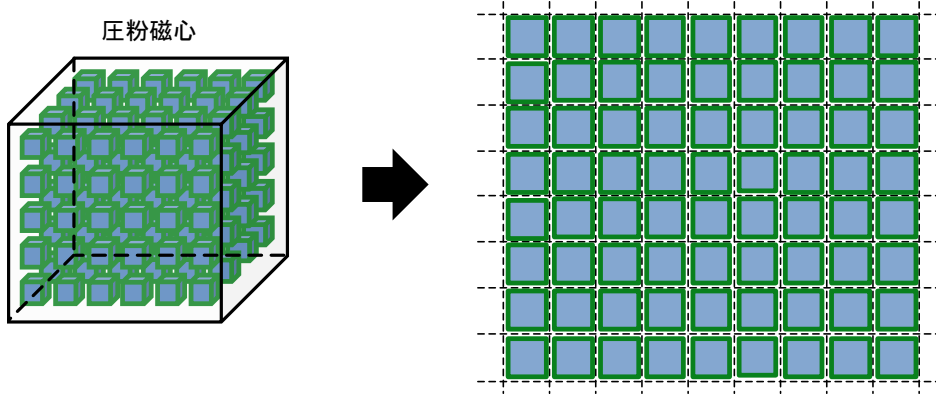


図 4.4 積み上げ構造の磁性粒子分布を持つ圧粉磁心

4.4.2 磁気回路法による等価透磁率

圧粉磁心を構成する磁性粒子が均一かつ周期的に分布していると仮定し、その分布が図 4.4 に示すような状態であるときを考える．この磁性粒子の分布構造を積み上げ構造と呼ぶことにする．図 4.2 に示すように、強制磁束密度 $\mathbf{B}_0$ が $+z$ 軸方向に印加されたときのある一つの磁性粒子に着目する．このとき、磁性粒子内の磁気抵抗 R_p は

$$R_p = \frac{d_z}{\mu_m d_x d_y} \quad (4.10)$$

と表現することができる．ただし、 μ_m は磁性粒子の透磁率である．また、磁性粒子間の空気ギャップの磁気抵抗 R_{gz} は

$$\begin{aligned} R_{gz} &= \frac{\frac{\delta}{2}}{\mu_0 d_x d_y} \\ &= \frac{\delta}{2\mu_0 d_x d_y} \end{aligned} \quad (4.11)$$

である．これらは直列接続とみなせるので、合成抵抗 R は

$$\begin{aligned} R &= R_p + 2R_{gz} \\ &= \frac{d_z}{\mu_m d_x d_y} + \frac{\delta}{\mu_0 d_x d_y} \\ &= \frac{\mu_0 d_z + \mu_m \delta}{\mu_0 \mu_m d_x d_y} \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる．ここで、Ampere の法則

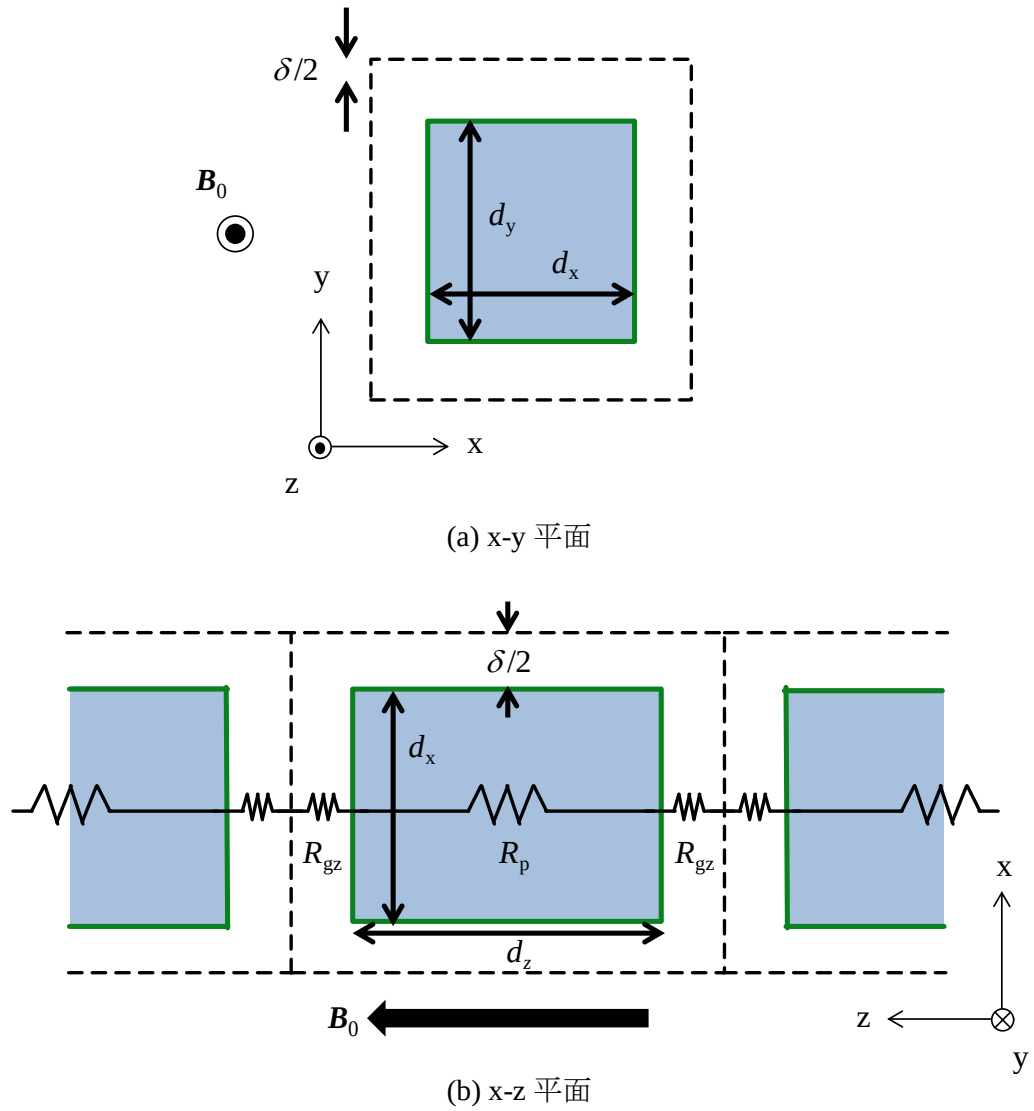


図 4.5 積み上げ構造の磁性粒子モデルにおける磁気回路

$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = RBS \quad (4.13)$$

より

$$H(d_z + \delta) = (R_p + R_{gz})B(d_x + \delta)(d_y + \delta) \quad (4.14)$$

と表わすことができるので、積み上げ構造のときの磁気回路法による等価透磁率は

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \frac{B}{H} \\ &= \frac{d_z + \delta}{(d_x + \delta)(d_y + \delta)} \frac{1}{(R_p + 2R_{gz})} \\ &= \frac{d_z + \delta}{(d_x + \delta)(d_y + \delta)} \frac{\mu_0 d_z + \mu_m \delta}{\mu_0 \mu_m d_x d_y} \end{aligned} \quad (4.15)$$

となる。ただし、 S は磁束密度 B が通り抜ける面積である。

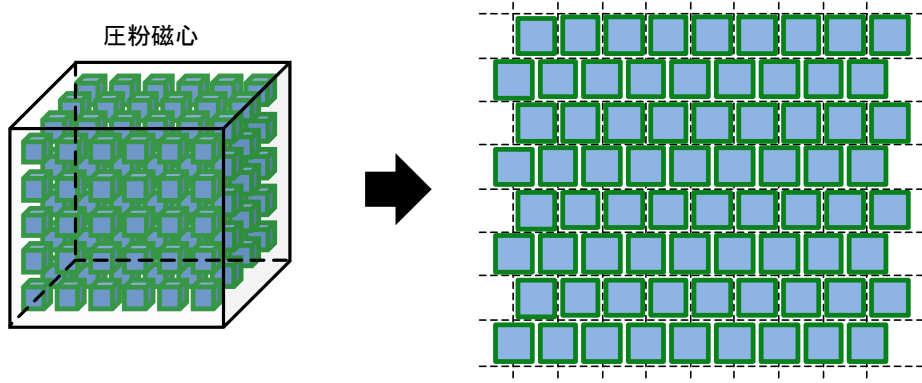


図 4.6 体心立方構造の磁性粒子分布を持つ圧粉磁心

次に、圧粉磁心の磁性粒子の分布が図 4.6 に示すような状態を考える．この磁性粒子の分布構造を体心立方構造と呼ぶことにする．この分布構造のある一つの磁性粒子に着目したとき、図 4.2 に示すように $\mathbf{B}_0$ が $+z$ 軸方向に印加されたときの磁性粒子内の磁気抵抗は

$$R_p = \frac{d_z}{\mu_m d_x d_y} \quad (4.16)$$

となる．また、磁性粒子間の空気ギャップ^oの磁気抵抗は、 z 軸方向成分が

$$\begin{aligned} R_{gz} &= \frac{\frac{\delta}{2}}{\mu_0 d_x d_y} \\ &= \frac{\delta}{2\mu_0 d_x d_y} \end{aligned} \quad (4.17)$$

であり、 y 軸方向において隣接した磁性粒子間での磁気抵抗 R_{gy} は

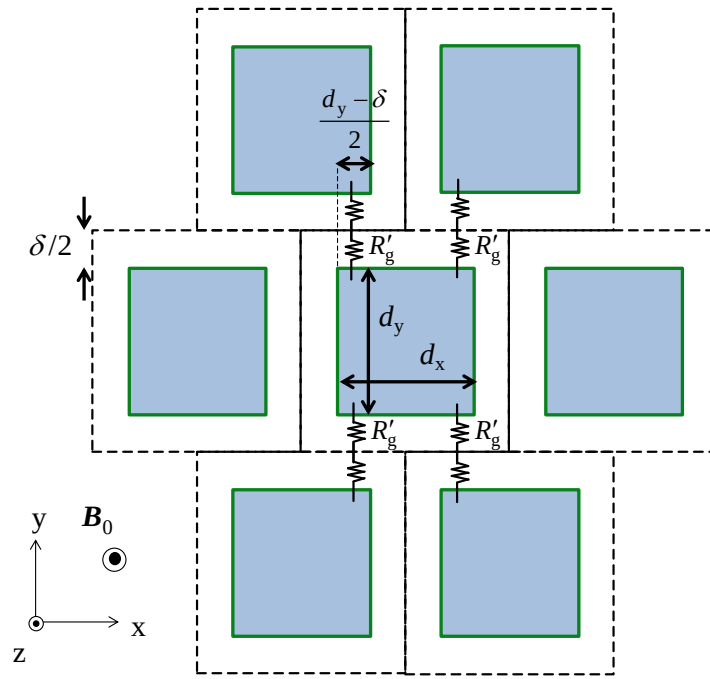
$$\begin{aligned} R_{gy} &= \frac{2(2R'_g) + R'_p}{4} \\ &= \frac{2 \times 2 \times \frac{\delta}{2}}{\mu_0 \left(\frac{d_z - \delta}{2} \right) \left(\frac{d_x - \delta}{2} \right)} + \frac{d_z}{\mu_m \frac{d_x}{2} \left(\frac{d_y - \delta}{2} \right)} \\ &= \frac{2\delta}{\mu_0 (d_z - \delta)(d_x - \delta)} + \frac{d_z}{\mu_m d_x (d_y - \delta)} \end{aligned} \quad (4.18)$$

となる．ここで、 R_{gz} と R_{gy} は並列接続とみなせるので

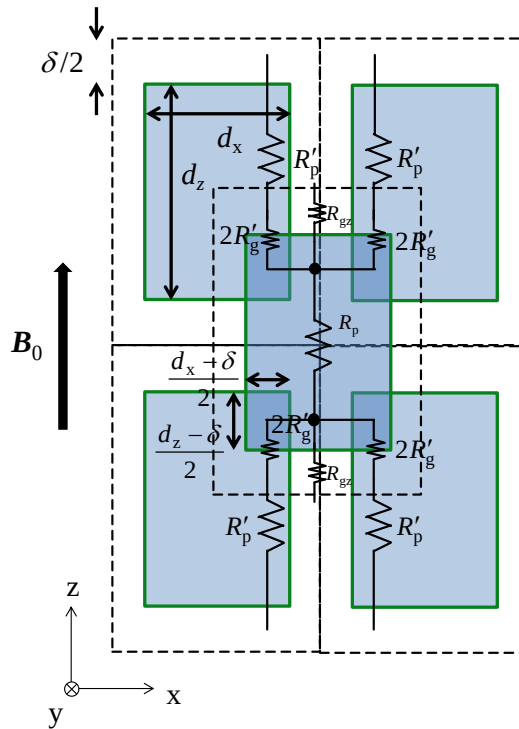
$$R_{gy} || 2R_{gz} = \frac{2R_{gy}R_{gz}}{R_{gy} + 2R_{gz}} \quad (4.19)$$

より、 R は

$$R = R_p + R_{gy} || 2R_{gz} \quad (4.20)$$



(a) x-y 平面



(b) x-z 平面

図 4.7 体心立方構造の磁性粒子モデルにおける磁気回路

となる．Ampere の法則より

$$H(d_z + \delta) = RB(d_x + \delta)(d_y + \delta) \quad (4.21)$$

と表わすことができるので，体心立方構造のときの磁気回路法による等価透磁率は

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \frac{B}{H} \\ &= \frac{d_z + \delta}{(d_x + \delta)(d_y + \delta)} \frac{1}{R} \end{aligned} \quad (4.22)$$

となる．

4.4.3 均質化法を用いたマクロ磁気特性

圧粉磁心を構成する磁性粒子が均一かつ周期的に分布していると仮定し，図 4.8 に示すように分布した磁性粒子から構成されるある領域における磁気エネルギーが均質化された単位セルの磁気エネルギーに等しいという要請から，マクロ磁気特性を算出する[4.14, 4.15].

まず，磁性粒子が線形磁気特性を持つと仮定する．磁性粒子が含まれる領域 V を単位セルと呼ぶ．この単位セルの磁気エネルギー W は

$$\begin{aligned} W &= \int_V \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} dV \\ &\approx \int_V \frac{1}{2} H B dV \\ &\approx \sum_e \frac{1}{2} \frac{B_e^2}{\mu_e} \Delta v_e \end{aligned} \quad (4.23)$$

と近似できる．ただし， e は微小領域番号， μ_e は微小領域 e の透磁率， Δv_e は微小領域 e の体積である．また，均質化された磁界 $\bar{H}$ による磁気エネルギー W' は

$$\begin{aligned} W' &= \int_V \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} dV \\ &\approx \frac{1}{2} \bar{H} \bar{B} V \\ &\approx \frac{V}{2} \frac{\bar{B}^2}{\bar{\mu}} \\ &\approx \frac{V}{2\bar{\mu}} \left(\frac{1}{V} \sum_e B_e \Delta v_e \right)^2 \\ &= \frac{1}{2V\bar{\mu}} \left(\sum_e B_e \Delta v_e \right)^2 \end{aligned} \quad (4.24)$$

と近似できる．したがって， $W=W'$ より線形磁気特性におけるマクロ透磁率は

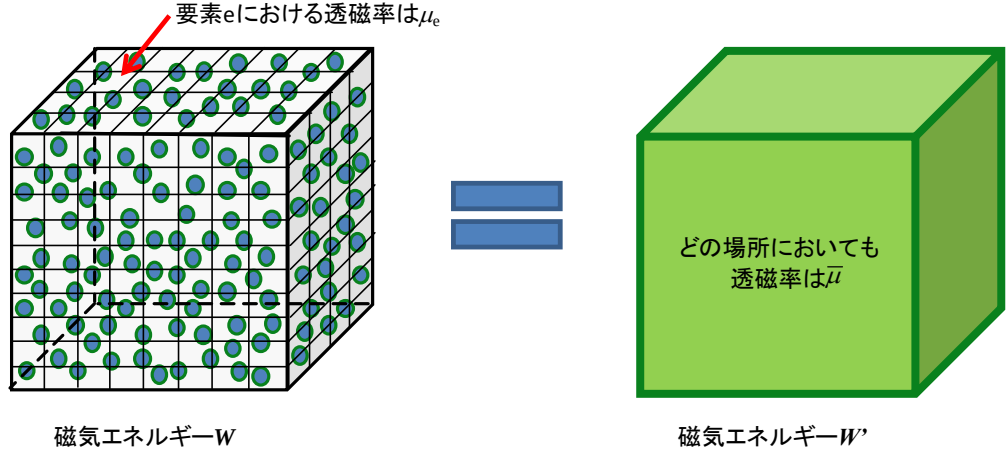


図 4.8 均質化法を用いた圧粉磁芯のマクロ磁気特性の算出方法の概要

$$\bar{\mu} = \frac{\left(\sum_e B_e \Delta v_e \right)^2}{V \sum_e \frac{B_e^2}{\mu_e} \Delta v_e} \quad (4.25)$$

と表現することができる。

次に、磁性粒子が非線形磁気特性を持つと仮定する。非線形マクロ透磁率は、マクロ磁気特性 $\bar{H}(\bar{B})$ を導くことで算出することができるため、 $\bar{H}(\bar{B})$ を導出していく。線形磁気特性のときと同様に、単位セルの蓄積される W は、図 4.9 より

$$\begin{aligned} W &= \int_V \int_0^{B_0} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} dV \\ &= \int_V \int_0^{B_0} \frac{B}{\mu(B)} dB dV \\ &\approx \sum_e \int_0^{B_0} \frac{B_e}{\mu(B_e)} dB_e \Delta v_e \\ &= \sum_e \left(\int_0^{B_1} \frac{B_e}{\mu(B_e)} dB_e + \cdots + \int_{B_{s-1}}^{B_0} \frac{B_e}{\mu(B_e)} dB_e \right) \Delta v_e \\ &= \sum_e \sum_{t=1}^s \Delta W_e^t \end{aligned} \quad (4.26)$$

と近似できる。ただし、 s は 0 から外部磁界 B_0 までの分割数であり

$$B_0 = B_s \quad (4.27)$$

である。また、

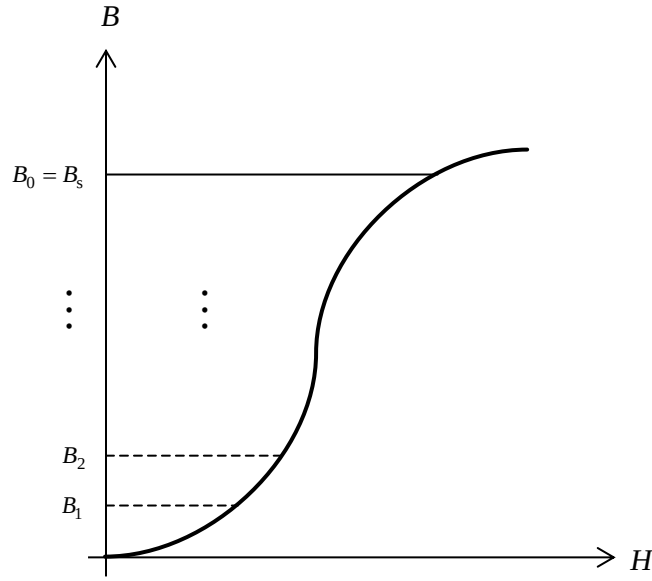


図 4.9 非線形磁気特性の磁気エネルギーの算出方法

$$\begin{aligned}\Delta W_e^t &= \int_{B^{t-1}}^{B^t} \frac{B_e}{\mu(B_e)} dB_e \Delta v_e \\ &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{B_e^t}{\mu(B_e^t)} + \frac{B_e^{t-1}}{\mu(B_e^{t-1})} \right) (B_e^t - B_e^{t-1}) \Delta v_e.\end{aligned}\quad (4.28)$$

と近似する．さらに， $\bar{H}$ による W' は

$$\begin{aligned}W' &= \int_V \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} dV \\ &\approx \int_0^{B_0} \bar{H}(\bar{B}) d\bar{B} V \\ &= \left(\int_0^{B_1} \bar{H}(\bar{B}) d\bar{B} + \dots + \int_{B_{s-1}}^{B_0} \bar{H}(\bar{B}) d\bar{B} \right) V \\ &= \sum_{t=1}^s \Delta W'^t\end{aligned}\quad (4.29)$$

と近似できる．ただし，

$$\begin{aligned}\Delta W'^t &= \int_{B^{t-1}}^{B^t} \bar{H}(\bar{B}^t) d\bar{B}^t V \\ &\approx \int_{B^{t-1}}^{B^t} \bar{H}(\bar{B}^t) (\bar{B}^t - \bar{B}^{t-1}) V\end{aligned}\quad (4.30)$$

であり

$$\bar{B}^t = \frac{1}{V} \sum_e B_e^t \Delta v_e. \quad (4.31)$$

と近似する．したがって， $W=W'$ より非線形磁気特性におけるマクロ磁気特性 $\bar{H}(\bar{B})$ は、一般に

$$\bar{H}(\bar{B}^p) = \frac{2 \left(\sum_e \sum_{t=1}^p \Delta W_e^t - \sum_{t=1}^{p-1} \Delta W'^t \right)}{V(\bar{B}^p - \bar{B}^{p-1})} - \bar{H}(\bar{B}^{p-1}) \quad (4.32)$$

と表現できることがわかる．ただし， $1 \leq p \leq s$ である．

4.5 解析結果：線形の場合

まず，3.4 節で述べた圧粉磁芯のマクロ磁気特性を算出する提案手法の妥当性を確認するために，線形磁気特性を仮定していくつかの解析を行い，従来のマクロ磁気特性の算出方法である Ollendorff の式と磁気回路法によるマクロ磁気特性と比較する．

解析対象は，図 4.10 に示すような立方磁性粒子が均一かつ周期的に分布している圧粉磁芯とする．さらに，磁性粒子の分布構造は積み上げ構造とする．いま，圧粉磁芯の構成する磁性粒子は周期的に分布していると仮定しているため，圧粉磁芯に一定の強制磁束密度 $\mathbf{B}_0$ を印加するとすべての磁性粒子において同様の磁界分布となる．したがって，実際の解析ではこの積み上げ構造中のある一つの磁性粒子とその周囲の空気ギャップを含む一周期領域のみを解析対象とし，その領域の境界に適切な境界条件を設定することで，すべての磁性粒子における磁界分布を得ることが可能となり，それにより圧粉磁芯全体のマクロ磁気特性を算出することができる．よって，解析モデルは一周期領域とし，その領域を単位セルとする．

解析対象における線形有限要素方程式を導出する．いま，解析対象のような電流が存在しない静磁界を考えると，支配方程式は

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = 0 \quad (4.33)$$

で与えられる．ただし， μ は磁性粒子の透磁率， $\mathbf{A}$ は磁気ベクトルポテンシャルである．いま，辺要素のベクトル補間関数を用いて $\mathbf{A}$ を離散化すると(3.5)と同様に有限要素方程式

$$\sum_j a_j \int_V \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_j \right) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_i) dV = 0 \quad (4.34)$$

が得られる．ただし， V は解析領域， i, j は辺番号である．ここで，

$$K_{ij} = \int_V (\nabla \times \mathbf{N}_i) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_j \right) dV \quad (4.35)$$

とすると，(4.34)は

$$\mathbf{K} \mathbf{a} = 0 \quad (4.36)$$

となる．いま， $\mathbf{B}_0$ を与える磁気ベクトルポテンシャルを $\mathbf{a}_0$ とすると

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}' \quad (4.37)$$

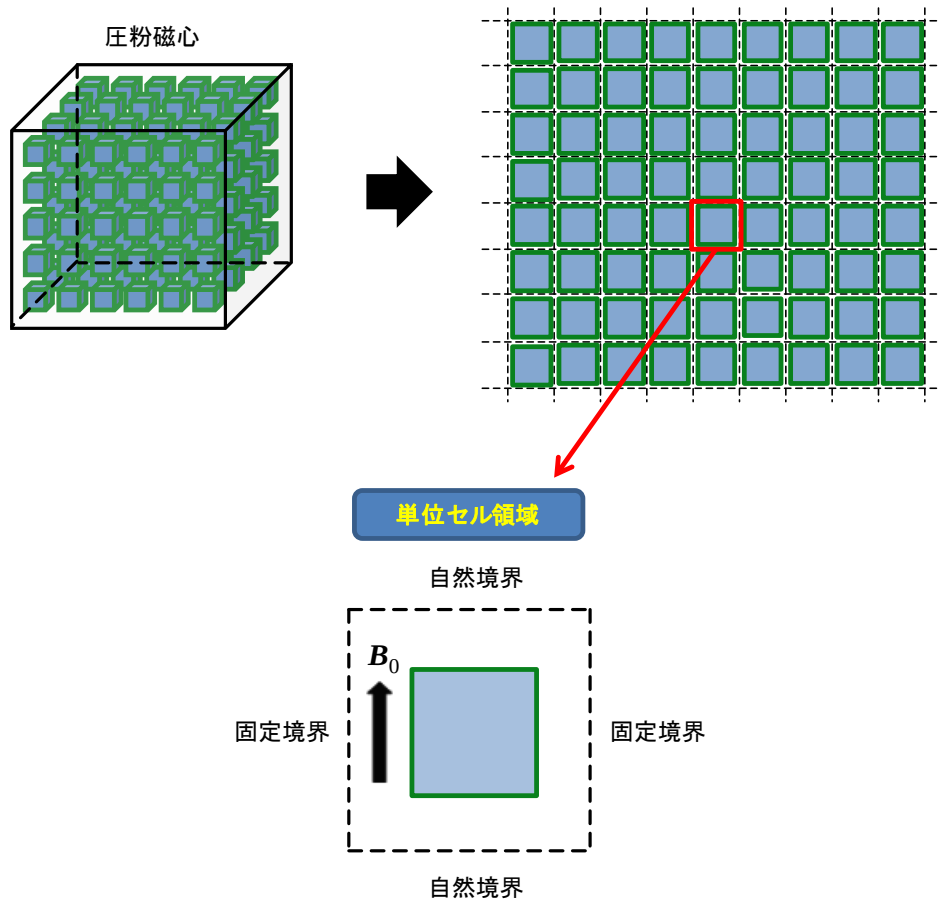


図 4.10 積み上げ構造の磁性粒子分布を持つ圧粉磁心の単位セル領域の概要①

と表わすことができる．ここで， $\mathbf{a}'$ は応答磁界を表わす磁気ベクトルポテンシャルである．よって，(4.36)は

$$\mathbf{K}'\mathbf{a}' = -\mathbf{K}\mathbf{a}_0 \quad (4.38)$$

とすることができ，この線形有限要素方程式を解く．ただし， $\mathbf{K}'$ は境界条件を適用した有限要素行列である．本解析における境界条件は， $\mathbf{B}_0$ に対して垂直な面に自然境界条件，平行な面に固定境界条件($\mathbf{a} \times \mathbf{n} = 0$)を適用する．

4.5.1 解析①：提案手法の妥当性の確認

図 4.11 の解析モデル①を用いて，セル領域の電磁界解析によるマクロ磁気特性算出法と，Ollendorff の式および磁気回路法により得られるマクロ磁気特性を比較する．具体的な解析条件として，強制印加磁束密度 $\mathbf{B}_0$ は+z 軸方向成分のみを有し， $B_0=1.0\text{T}$ を与える．磁性粒子の比透磁率は 1000 とし， $d_x=d_y=d_z=50\mu\text{m}$ として空気ギャップ δ の大きさを変化させることで圧粉磁心の体積充填率とマクロ透磁率の関係を解析する．なお，Ollendorff の式に用いられる反磁界係数 N は，本解析では立方磁

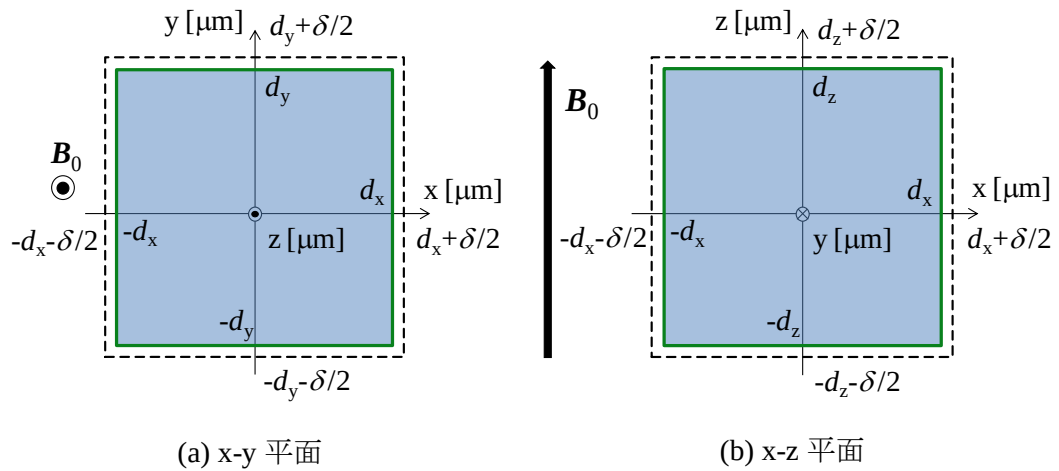


図 4.11 解析モデル①

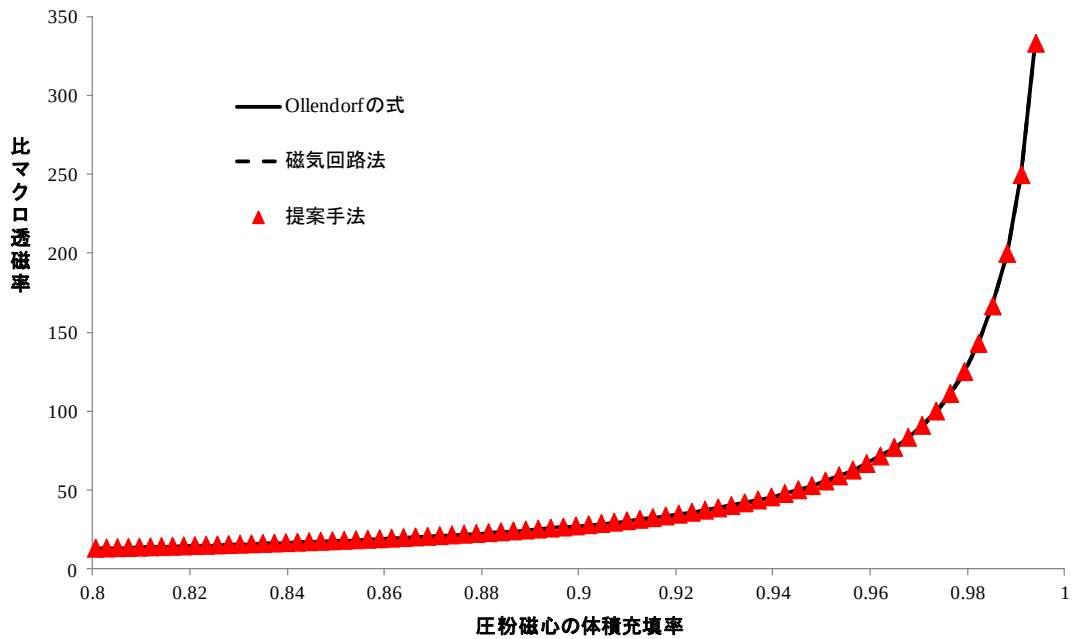


図 4.12 解析①における算出方法の比較結果

性粒子が球に近い反磁界係数を有していると仮定して $N=1/3$ を用いる．本解析は線形磁気特性の解析であり，上記の条件より Ollendorff の式と磁気回路法，提案手法によるマクロ磁気特性がすべて同様のマクロ磁気特性になることが予想できる．

図 4.12 に解析結果を示す．横軸は圧粉磁心の体積充填率，縦軸は比マクロ透磁率である．これより，提案手法によるマクロ透磁率は Ollendorff の式と磁気回路法によるマクロ透磁率とほぼ一致した．したがって，粒子形状が線形磁気特性を持ち，かつ球に近い場合には，三者はほぼ等しいマクロ透磁率を与えることがわかった．

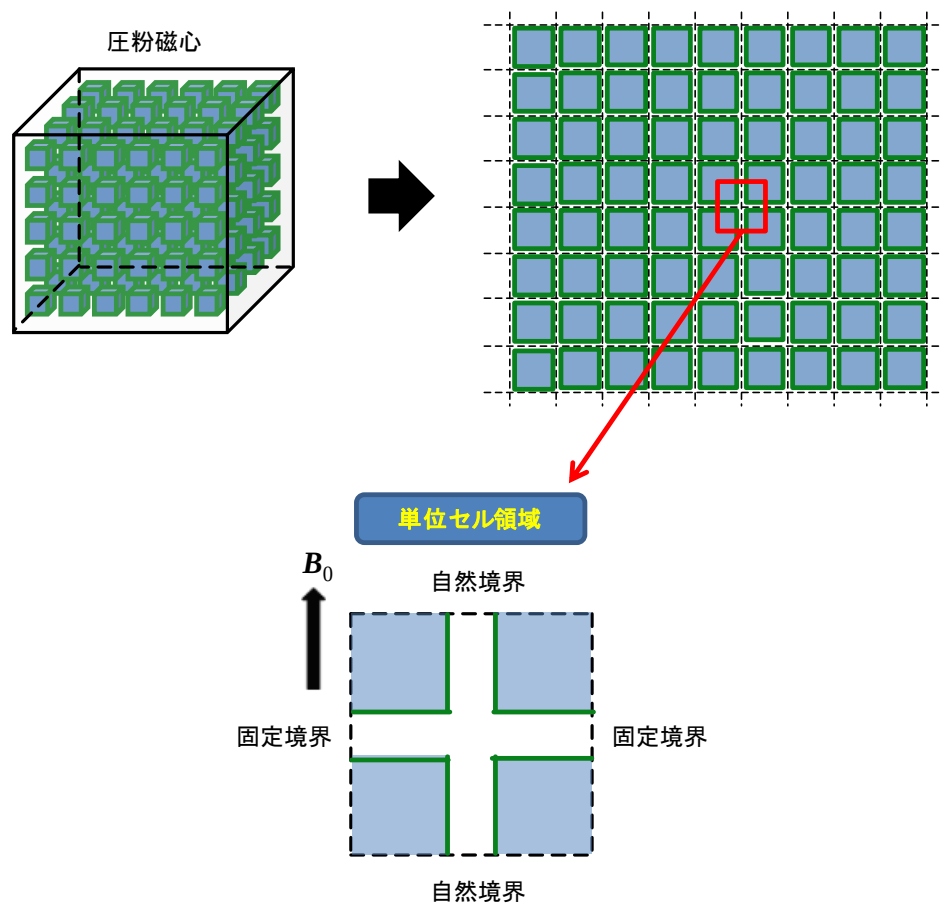


図 4.13 積み上げ構造の磁性粒子分布を持つ圧粉磁心の単位セル領域の概要②

4.5.2 解析②：単位セル領域の決定方法の影響の確認

解析①では、図 4.11 に示すように、ある一つの磁性粒子とその周囲の空気ギャップを含む領域を一周期の単位セルとして解析を行った。しかし、圧粉磁心が図 4.13 に示すような積み上げ構造の磁性粒子分布であるとき、図 4.13 に示すようにある四つの磁性粒子とそれに囲まれた空気ギャップを含む領域でも周期性を認めることができる。このような単位セル領域の決定方法の違いによって、提案手法によるマクロ磁気特性がどのような影響が表れるかを確認する。解析モデルは図 4.14 に示す解析モデル②とし、解析条件は解析①と同様とする。本解析は圧粉磁心の磁性粒子の積み上げ構造による分布構造は同じであるため、単位セル領域の決定方法が異なってもマクロ磁気特性は同様になることが予想できる。

図 4.15 に解析結果を示す。横軸は圧粉磁心の体積充填率、縦軸は比マクロ透磁率である。これより、解析①と同じ結果が得られていることがわかる。したがって、同じ磁性粒子の分布構造であれば一周期における単位セル領域の決定方法はマクロ磁気特性に影響を与えないことが確認できた。

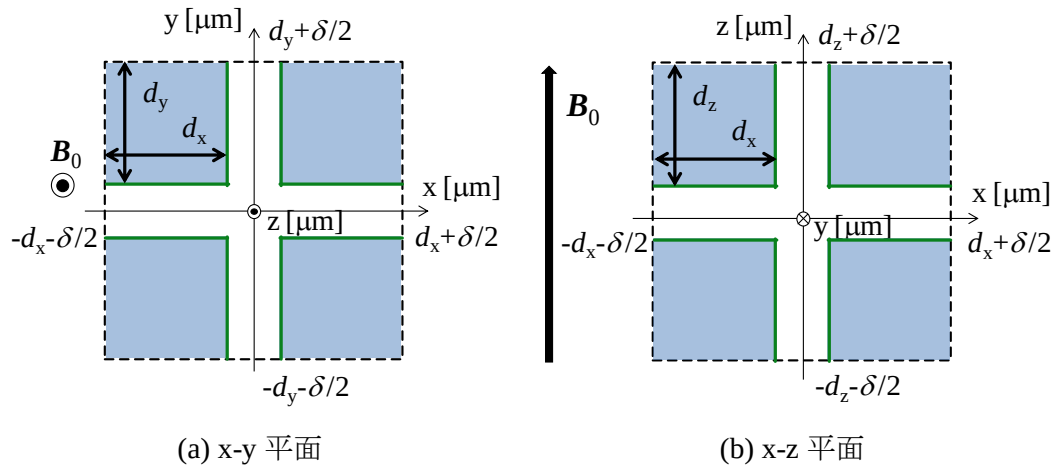


図 4.14 解析モデル②

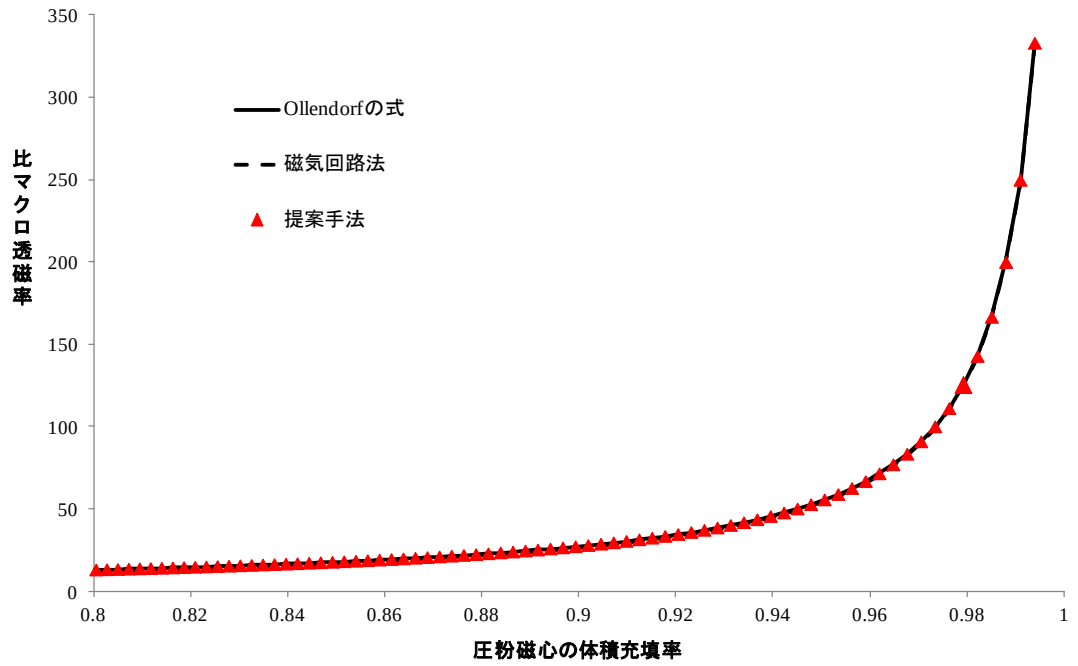


図 4.15 解析②における算出方法の比較結果

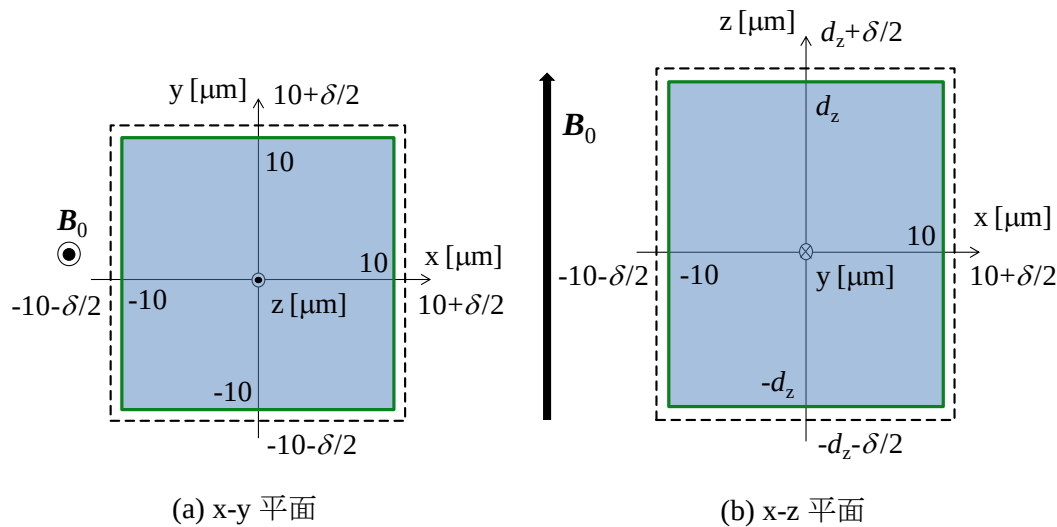


図 4.16 解析モデル③

4.5.3 解析③：磁性粒子形状とマクロ磁気特性の関係の確認

上で述べたように、Ollendorff の式には反磁界係数と呼ばれる磁性粒子形状に依存する係数 N が考慮されており、磁性粒子形状を考慮したマクロ磁気特性の算出が可能となっている。磁気回路法によるマクロ磁気特性も磁気抵抗を計算する際に磁性粒子の大きさが必要となるため、自然に磁性粒子形状を考慮することができる。そこで、提案手法においてもマクロ磁気特性に磁性粒子形状の変化の影響が表れるかを確認する。具体的には、図 4.16 に示す解析モデル③において z 軸方向成分の磁性粒子の大きさ d_z を大きくしていき、強制印加磁束密度に対して磁性粒子を徐々に細長い形状に変化させたときの提案手法によるマクロ磁気特性を解析する。合わせて Ollendorff の式と磁気回路法によるマクロ磁気特性と比較する。解析条件は解析①と同様にし、圧粉磁心の体積充填率を 0.90 と一定になるように空気ギャップ δ を設定して解析を行う。

図 4.17 に解析結果を示す。横軸は磁性粒子の z 軸方向成分の大きさ、縦軸は比マクロ透磁率である。これより、すべての算出方法において強制印加磁束密度 B_0 に対して磁性粒子が細長くなるとマクロ透磁率が增加することが確認できる。 B_0 に対して磁性粒子が長くなることで反磁界の影響が減少し比マクロ透磁率が增加することが表現できていることがわかる。したがって、提案手法においても磁性粒子形状の変化の影響がマクロ磁気特性に表れることを確認することができた。また、Ollendorff の式によって得られた比マクロ透磁率は磁気回路法と提案手法に比べて大きな値となった。これは、磁気回路法と提案手法では磁性粒子の大きさからマクロ磁気特性を算出しているが、Ollendorff の式は反磁界係数としてしか磁性粒子の形状を考慮できないことが原因と考えられる。

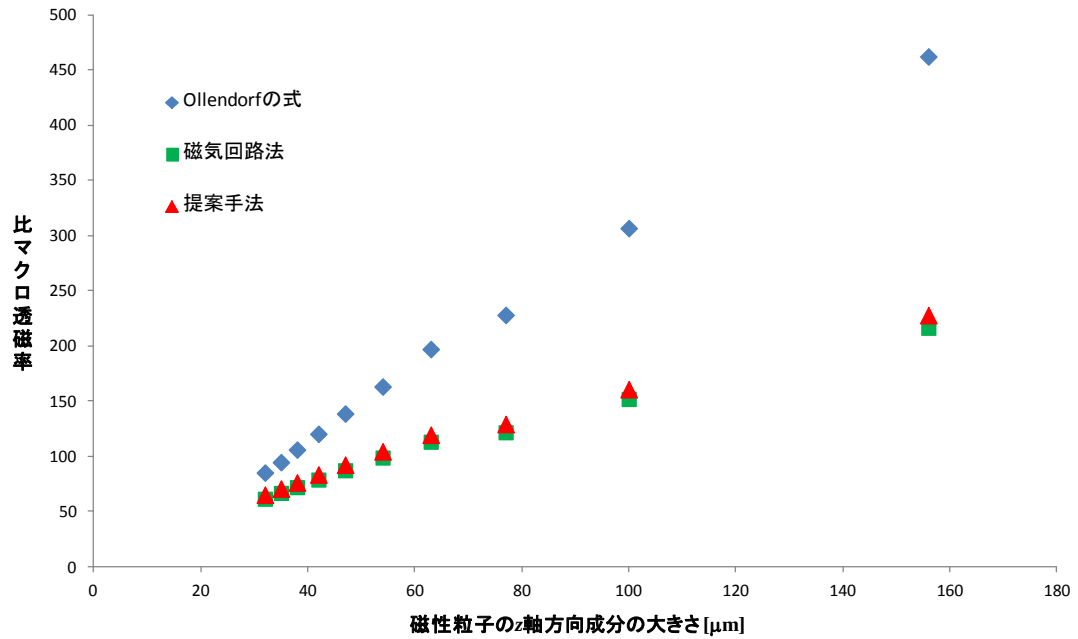


図 4.17 解析③における算出方法の比較結果

4.6 解析結果：非線形解析の場合

3.4 節で述べたように、Ollendorff の式や磁気回路法などによる従来のマクロ磁気特性の算出方法は非線形磁気特性を考慮しておらず、それが圧粉磁芯のマクロ磁気特性を把握する上で問題であった。しかし、有限要素法によるマクロ磁気特性の算出方法は磁気エネルギーを使用するため、非線形磁気特性を考慮することができる。このため、従来のマクロ磁気特性の算出方法と比較して有用性が高いことが期待される。以下では、これら三者の解析法を非線形解析へ適用した場合の結果を比較する。

4.6.1 非線形有限要素方程式の導出

3.5 節で導出した線形有限要素方程式をもとに、非線形有限要素方程式を導出する。いま、

$$\mathbf{G} \equiv \mathbf{K}\mathbf{a} = 0 \quad (4.39)$$

とし、応答磁界 $\mathbf{a}'$ の微小変化 $\Delta\mathbf{a}'$ に関して Newton-Raphson 法を適用すると

$$\mathbf{G}_i(\mathbf{a}' + \mathbf{a}_0 + \Delta\mathbf{a}') \approx \mathbf{G}_i(\mathbf{a}') + \sum_k \frac{\partial \mathbf{G}_i(\mathbf{a}')}{\partial a'_k} \Delta a'_k = 0 \quad (4.40)$$

と近似でき、非線形有限要素方程式を得ることができる。ここで、 i, k は辺番号であり、各成分の詳細は

$$\frac{\partial G_i(\mathbf{a})}{\partial a'_k} = \int_V \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_k \right) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_i) dV + \sum_j a_j \int_V \frac{\partial v(\mathbf{a})}{\partial a'_k} (\nabla \times \mathbf{N}_j) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_i) dV \quad (4.41)$$

より求められる．ただし，

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(\mathbf{a})}{\partial a'_k} &= \frac{\partial v}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial a'_k} \\ &= \frac{\partial v}{\partial B^2} \frac{\partial}{\partial a'_k} (\mathbf{B}' + \mathbf{B}_0)^2 \\ &= \frac{\partial v}{\partial B^2} \frac{\partial}{\partial a'_k} (B'^2 + 2\mathbf{B}' \cdot \mathbf{B}_0 + B_0^2) \\ &= \frac{\partial v}{\partial B^2} \left(\frac{\partial B'^2}{\partial a'_k} + 2 \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial a'_k} \cdot \mathbf{B}_0 \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

であり

$$\begin{aligned} \frac{\partial B'^2}{\partial a'_k} &= \frac{\partial}{\partial a'_k} \left[\left\{ \sum_l a'_l (\nabla \times \mathbf{N}_l) \right\} \cdot \left\{ \sum_m a'_m (\nabla \times \mathbf{N}_m) \right\} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial a'_k} \left\{ \sum_l \sum_m a'_l a'_m (\nabla \times \mathbf{N}_l) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_m) \right\} \\ &= 2 \sum_m a'_m (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_m), \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} &2 \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial a'_k} \cdot \mathbf{B}_0 \\ &= 2 \frac{\partial}{\partial a'_k} \left\{ \sum_n a'_n (\nabla \times \mathbf{N}_n) \right\} \cdot \left\{ \sum_h a_{0h} (\nabla \times \mathbf{N}_h) \right\} \\ &= 2 \sum_h a_{0h} (\nabla \times \mathbf{N}_k) \cdot (\nabla \times \mathbf{N}_h) \end{aligned} \quad (4.44)$$

で与えられる．(4.43)と(4.44)の l, m, n, h は辺番号， $\partial v(\mathbf{a})/\partial B^2$ は圧粉磁心に用いられる材料の BH 曲線から計算する．図 4.18 に本研究で用いる磁性粒子の磁気特性を示す．

4.6.2 積み上げ構造における非線形解析

図 4.11 に示す圧粉磁心の磁性粒子の分布が積み上げ構造である解析モデル①を用いて非線形解析を行い，提案手法による算出方法でマクロ磁気特性を算出する．さらに，Ollendorff の式と磁気回路法による算出方法で算出したマクロ磁気特性と比較する．具体的な解析条件は，+z 軸方向成分のみを有する $\mathbf{B}_0$ を 0T から 0.35T まで与え， $d_x=d_y=d_z=50\mu\text{m}$ として圧粉磁心の磁性粒子の体積充填率を 0.90 の一定にして解析を行う．なお，Ollendorff の式と磁気回路法によるマクロ磁気特性は，図 4.18 に示す磁性粒子の磁気特性から透磁率を求め，その値を，マクロ磁気特性を算出するそれぞれの式へ代入することで非線形解析におけるマクロ磁気特性を算出する．また，反磁界係数は $N=1/3$ とする．

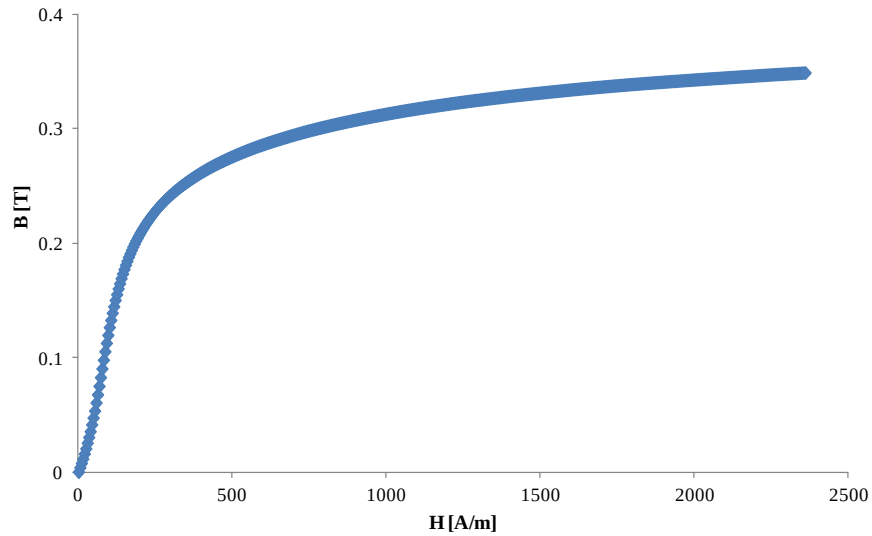


図 4.18 磁性粒子の磁気特性

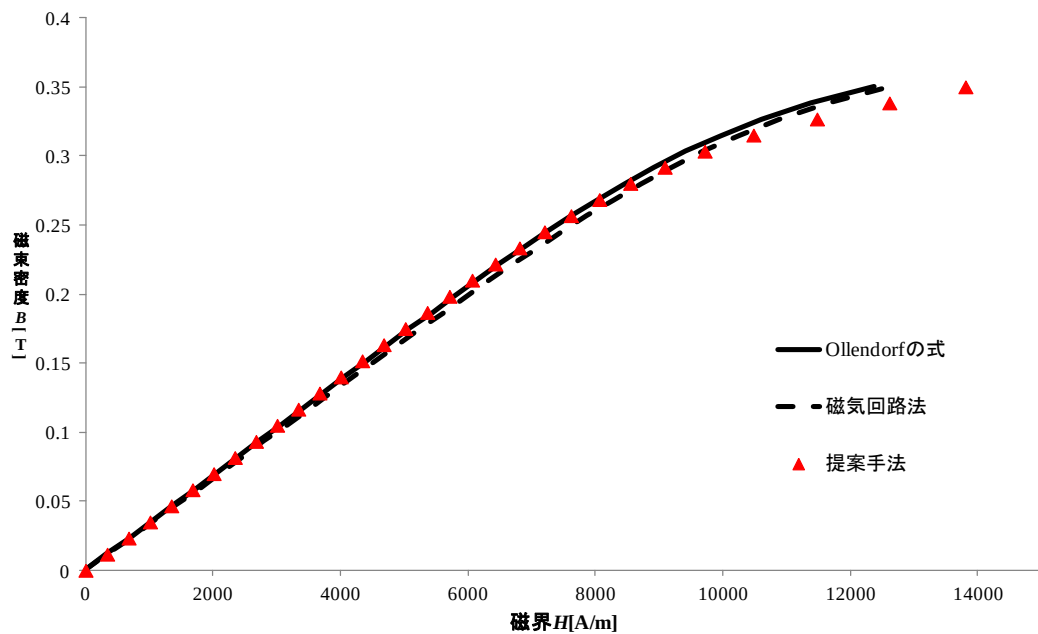


図 4.19 $N=1/3$ のときの積み上げ構造における非線形解析結果
(圧粉磁心の体積充填率：0.90)

図 4.19 に解析結果を示す。これより、Ollendorff の式と磁気回路法、有限要素法によるマクロ磁気特性は、ほぼ等しいことがわかる。Ollendorff の式と磁気回路法による算出方法は非線形磁気特性を考慮していないが、有限要素法による算出方法は有限要素法によって非線形磁気特性を考慮しているため、これらの結果は正しいマクロ透磁率であると考えられる。したがって、Ollendorff の式はこれまで一般に非線形

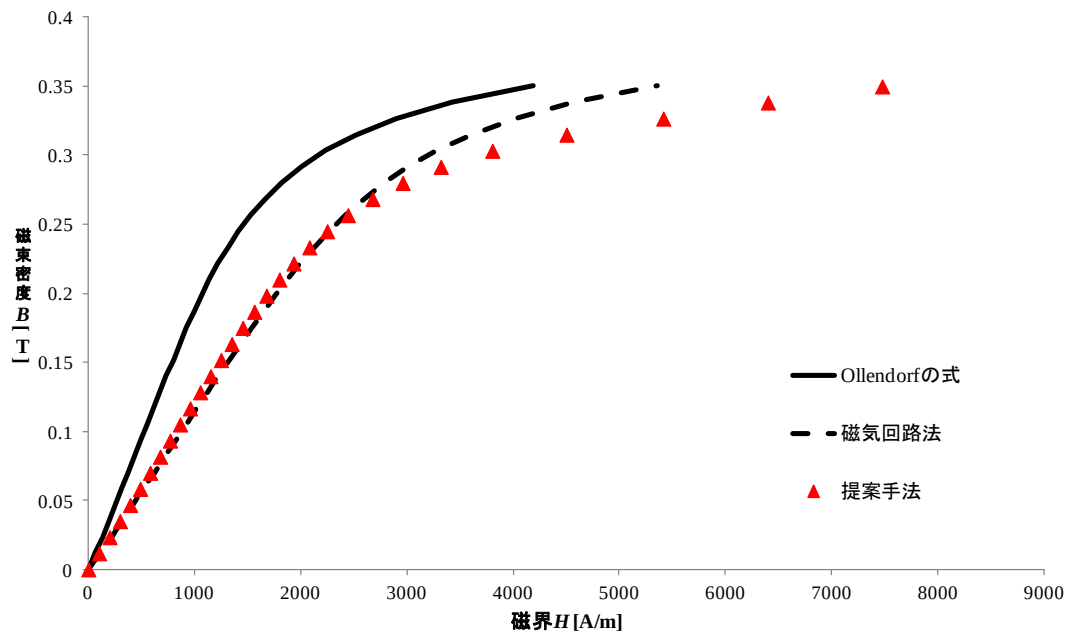


図 4.20 $N=0.05$ のときの積み上げ構造における非線形解析結果
(圧粉磁心の体積充填率：0.90)

磁気特性への適用ができないという認識があったが、本解析の結果においては良好な結果が得られている。

次に、図 4.16 に示すように強制印加磁束密度に対して磁性粒子を細長い形状に変化させて同様の解析条件で非線形解析を行う。このとき、 $d_z=54 \mu\text{m}$ とし反磁界係数は $N=0.05$ である。その解析結果を図 4.20 に示す。これより、Ollendorff の式によるマクロ磁気特性は、有限要素法と磁気回路法によるマクロ磁気特性と比較して大きな透磁率が得られたことがわかる。また、磁気回路法によるマクロ磁気特性も磁界 H が大きくなるほど提案手法との相対差が大きくなっていることがわかる。いま反磁界係数を $1/3$ から 0.05 に小さくしたことにより、反磁界の影響が減少し磁性粒子を貫く磁束が増加したと考えられる。磁束が増加すると磁性粒子内での磁気飽和が発生しやすくなるので、マクロ透磁率が低下することが予想できる。しかし、Ollendorff の式と磁気回路法による算出方法は導出過程において非線形磁気特性を考慮していないため、磁性粒子の磁気飽和状態を十分に表現できないことが考えられる。それが原因で Ollendorff の式と磁気回路法によるマクロ透磁率は十分に減少せず、有限要素法と比べて高いマクロ透磁率になったと考えられる。それに対し、有限要素法は磁気エネルギーからマクロ磁気特性を算出しているため、磁性粒子の磁気飽和状態を十分に表現することができ、その効果も解析結果から読み取れる。

以上から、Ollendorff の式と磁気回路法による方法は、粒子が球に近い場合には磁気飽和が起きても有限要素法とほぼ等しいマクロ磁気特性を与えるが、粒子が磁束方向に扁平で、磁気飽和が起きやすい場合には、誤差を与えることがわかった。

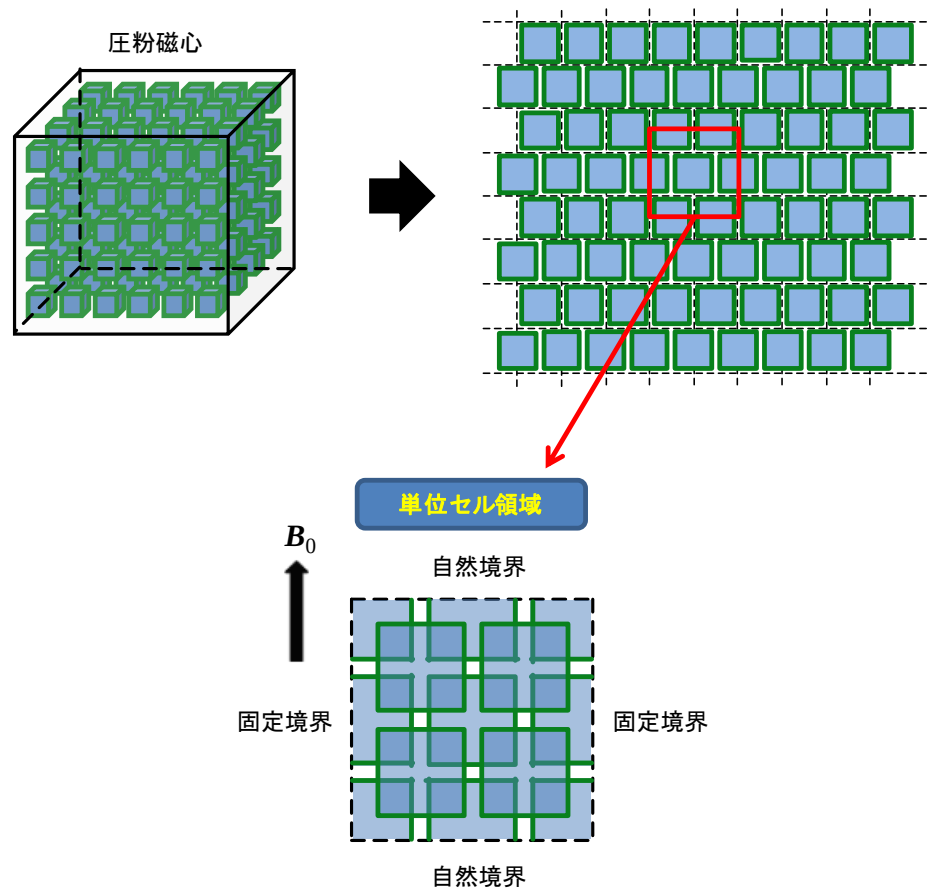


図 4.21 体心立方構造の磁性粒子分布を持つ圧粉磁心の単位セル領域の概要

4.6.3 体心立方構造における非線形解析

解析対象を図 4.21 に示すような立方磁性粒子が均一かつ周期的に分布していると仮定された圧粉磁心とし、磁性粒子の分布構造が体心立方構造のときを考える。積み上げ構造の磁性粒子分布のときと同様に一周期領域を解析対象とし、図 4.22 に示した解析モデルにおいて非線形解析を行う。解析条件は積み上げ構造の解析と同様にし、 $N=1/3$ のときと $N=0.05$ のときの非線形解析を行う。

図 4.23 に $N=1/3$ のときの解析結果を示す。まず、Ollendorff の式によるマクロ磁気特性は積み上げ構造のときと同様の結果である。これは、積み上げ構造のときと体心立方構造のときの違いが Ollendorff の式においては表わすことができないためである。この解析結果は積み上げ構造のときの解析結果と同様に、Ollendorff の式と磁気回路法、有限要素法によるマクロ磁気特性はすべて同様の特性が得られていることがわかる。しかし、積み上げ構造のときと比べて算出方法間の相対差が大きい。これは、体心立方構造は積み上げ構造よりも磁性粒子に磁束が通りやすい構造であり、その分磁気飽和の発生が早まるため、磁気飽和状態の表現能力の差が顕著に表

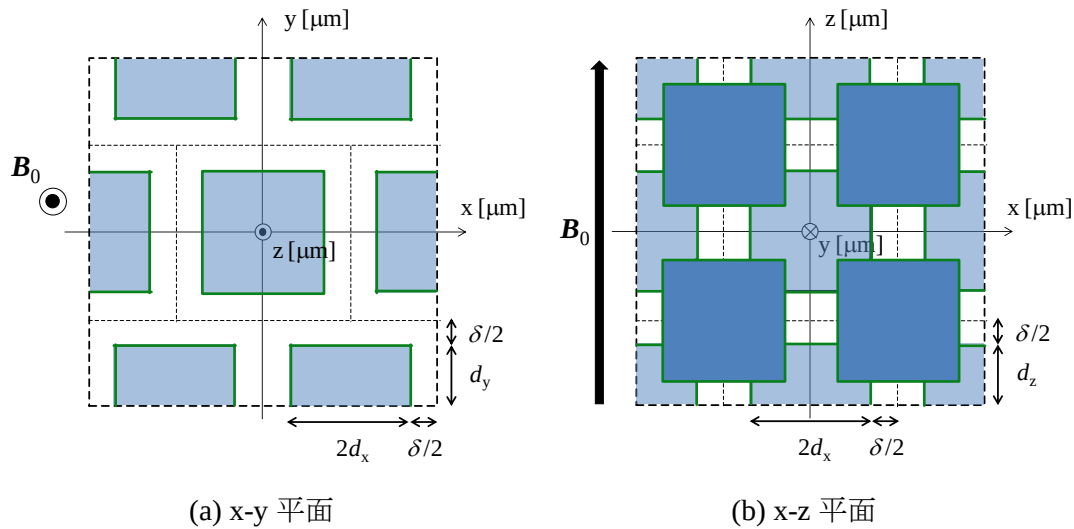


図 4.22 体心立方構造分布の解析モデル

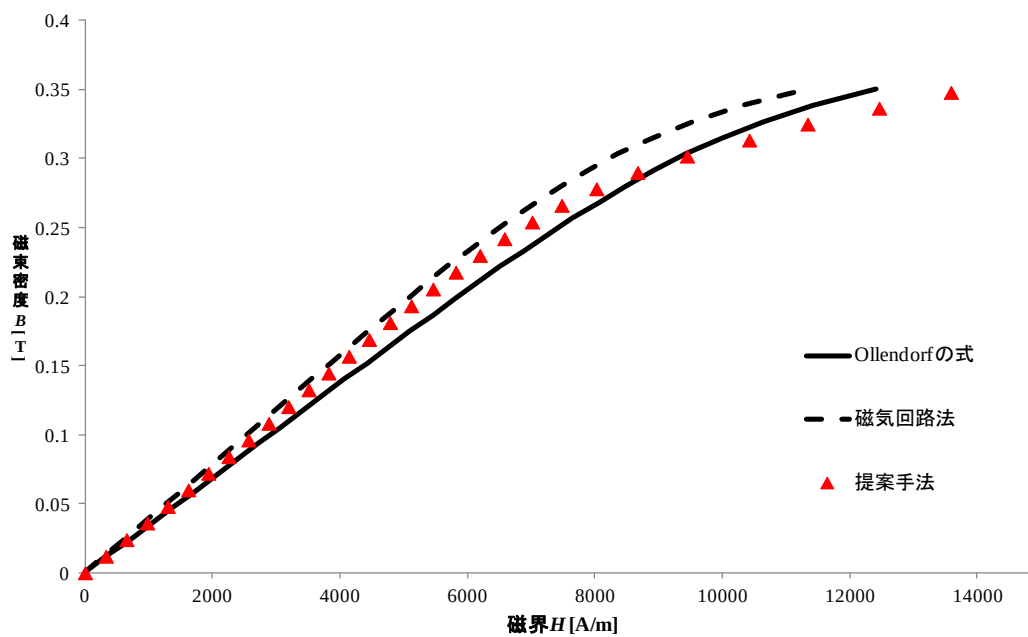


図 4.23 $N=1/3$ のときの体心立方構造における非線形解析結果
 (圧粉磁心の体積充填率 : 0.90)

れた結果だと考えられる．Ollendorff の式と磁気回路法によるマクロ磁気特性よりも有限要素法によるマクロ磁気特性の磁気飽和が開始する磁界 H の値が小さいことが、その要因を表わしている．

図 4.24 に $N=0.05$ のときの解析結果を示す．Ollendorff の式によるマクロ磁気特性は、 $N=1/3$ のときと同様に積み上げ構造のときと同様の結果である．また、磁界 H が

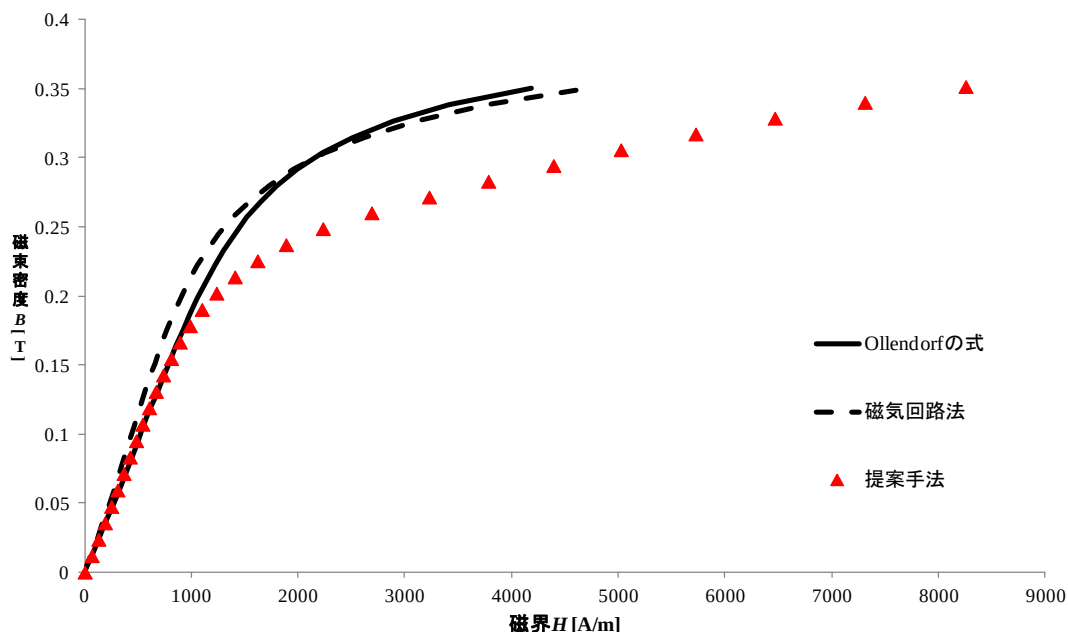


図 4.24 $N=0.05$ のときの体心立方構造における非線形解析結果
(圧粉磁芯の体積充填率：0.90)

小さいときは磁気回路法と提案手法と同様の特性であるが、 H が大きくなると想定差が大きくなり反磁界の影響が減少することで磁気飽和が発生しやすい現象を表現できていないことがわかる。次に、磁気回路法によるマクロ磁気特性は、積み上げ構造のときと異なり Ollendorff の式によるマクロ磁気特性と同様の結果となった。これは、上に述べた磁気回路法による算出方法において体心立方構造であると積み上げ構造のときと比べて磁気抵抗が増加する効果が表れたためである。それにより、磁気回路法によるマクロ透磁率は積み上げ構造のときと比較して増加したと考えられる。しかし、こちらも磁気飽和の影響を表現できないため、 H が小さいときは有限要素法と同様の特性であるが、 H が大きくなると磁気飽和を表現できず有限要素法と大きく異なる値となった。それらに対して、有限要素法によるマクロ磁気特性は、磁界 H が大きくなると早い段階で磁気飽和の影響が表れマクロ透磁率が低下する解析結果となった。これは、体心立方構造は積み上げ構造と比べて磁性粒子に磁束が通りやすい構造であり、それにより磁気飽和が発生しやすい現象を考慮できていることが要因であると考えられる。加えて、反磁界の影響が減少することを考慮できるため、このような早い段階で磁気飽和が発生しマクロ透磁率が低下する解析結果となったと考えられる。

したがって、これらの解析結果から有限要素法によるマクロ磁気特性は従来の算出方法によるマクロ磁気特性と比較して、より詳細に反磁界の影響と磁気飽和の影響を考慮できることが確認できた。磁気飽和の表現は、今後、磁気ヒステリシスへ

の拡張を考慮したときに非常に重要となるため、その点において有用性を確認することができたのは非常に意味がある。

4.7 インダクタ解析への応用

圧粉磁心を用いた電磁機器における問題点として、製作の際の応力の影響で磁性粒子の密度にばらつきが生じることが挙げられる。その密度のばらつきがあると、所望の性能が得られず欠陥品となり、製造コストの増大や商品の信頼性にかかわる問題へとつながる。しかし、磁性粒子の密度のばらつきが電磁機器の性能にどれほどの影響を及ぼすのかを解析した事例はまだない。また、製造する製品によっては必ずしも均一な密度である必要がなく、場所によっては密度を低くすることでコストを抑える場合も考えられる。このような場合においても電磁機器のどの部分の密度を低くすれば性能を維持しつつコストを抑えられるかを解析した事例がない。

このような背景から、本論文で提案した算出方法によって算出されたマクロ磁気特性を実際の圧粉磁心を用いた電磁機器の解析に適用することで、応用可能であることを示す。具体的には、磁性粒子の分布が積み上げ構造のときの提案手法によって算出されたマクロ磁気特性を用いて、圧粉磁心を用いたインダクタの密度のばらつきを考慮した解析を行い、密度のばらつきがインダクタンスに影響することを示す。解析モデルは図 4.25 に示すインダクタであり、インダクタを構成する圧粉磁心のうち、インダクタの中心部分は磁性粒子の体積充填率が高く、突起部分は磁性粒子の体積充填率が低い状態を考える。インダクタのコイル巻数を 1、流れる電流は 1A、用いるマクロ磁気特性は体積充填率 0.90 と 0.80, 0.70 の 3 種類とする。

表 3.1 に解析結果を示す。これより、圧粉磁心の密度のばらつきがあるインダクタは、密度のばらつきがないインダクタと比較してインダクタンスが小さくなることがわかる。このように、有限要素法によりマクロ磁気特性を求めることにより、磁性粒子密度のばらつきを考慮したインダクタ解析が可能となる。

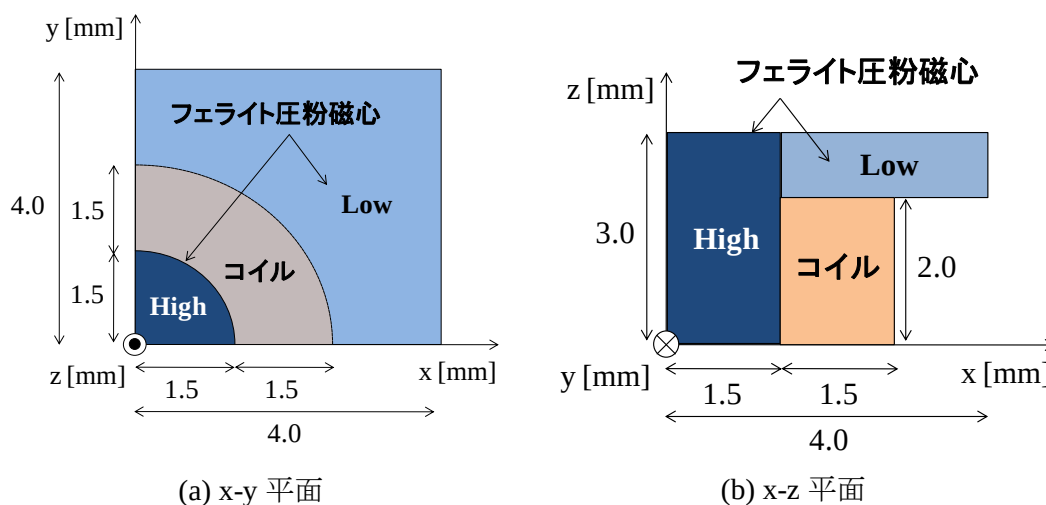


図 4.25 インダクタ解析モデル

表 3.1 インダクタ解析結果

High 領域	Low 領域	インダクタンス[μH]
磁性粒子	磁性粒子	0.1750
0.90	0.90	0.0798
0.90	0.80	0.0698
0.90	0.70	0.623

4.8 結論

本章では、圧粉磁心の磁性粒子の密度や粒子径、粒子形状と、圧粉磁心全体のマクロな透磁率や渦電流損失などの磁気特性の関係を明らかにすること、また電磁界解析技術を使用することでそれらのパラメータ間の関係を調査し、圧粉磁心のための等価材料定数を算出する式を導き出すことを目的として、その基礎検討である圧粉磁心のマクロ磁気特性、つまり等価材料定数を数値計算する手法を比較・検討した。比較した手法は、Ollendorf の式と磁気回路法、そして有限要素法の3つである。

まず、線形磁気特性を仮定したとき、それぞれの手法でマクロ磁気特性を算出した結果、有限要素法によって算出されたマクロ磁気特性が Ollendorf の式と磁気回路法によるマクロ磁気特性とほぼ一致した。また、同様の磁性粒子分布構造であれば単位セル領域の決定方法によらず、同様のマクロ磁気特性が得ることを示した。さらに、磁性粒子形状とマクロ磁気特性の関係も明らかにした。

次に、非線形磁気特性を考慮したとき、それぞれの手法によってマクロ磁気特性を算出した結果、反磁界の影響が強いときは磁性粒子が積み上げ構造と体心立方構造のどちらの場合においても、3手法とも同様の結果が得られた。ただし、より磁性

粒子に磁束が通りやすい体心立方構造のときは算出方法間の相対差が大きくなった。これは、磁束が通りやすい分、磁気飽和の発生が早まるためであり、有限要素法を使用した算出方法はその現象をよく表現できていた。それに対して、反磁界の影響が弱いときはより 3 手法の相対差が顕著になった。有限要素法によるマクロ磁気特性は従来の算出方法によるマクロ磁気特性と比較して、より詳細に反磁界の影響と磁気飽和の影響を考慮できることが確認できた。

今後は、以下に挙げる課題を究明していく必要がある。

- ・より妥当性のある等価材料定数の算出方法を確立するために、実際に圧粉磁芯を測定した物性値と推定値を比較・検討しなければならない。
- ・渦電流損失や磁気ヒステリシスを考慮した解析へと拡張することで、磁性粒子のパラメータとそれらとの関係を明らかにしていかなければならない。
- ・圧粉磁芯を製作する際の応力の影響も考慮した解析へと拡張することで、より詳細な推定を可能にする必要がある。

参考文献

- [4.1] H. Shokrollahi, K. Janghorban, “Soft magnetic composite materials (SMCs),” J. Mater. Process. Technol., 189, pp. 1-12, 2007.
- [4.2] G. Q. Lin, Z. W. Li, Linfeng Chen, Y. P. Wu, C. K. Ong, “Influence of demagnetizing field on the permeability of soft magnetic composites,” J. Magn. Magn. Mater., vol. 305, pp. 291-295, 2006.
- [4.3] Y. G. Guo, J. G. Zhu, Z. W. Lin and J. J. Zhong, “Measurement and Modeling of Core Losses of Soft Magnetic Composites Under 3-D Magnetic Excitations in Rotating Motors,” IEEE Trans. Magn., vol. 41, no. 10, pp. 3925-3927, 2005.
- [4.4] M. Przybylski, B. Ślusarek, J. Gromek, “Brushless DC Motor with a Bonded Permanent Magnet and Powder Magnetic Core”, XIX International Conference on Electrical Machines, pp. 1-4, 2010.
- [4.5] 繁田 進, 大島 泰雄, 赤岩 功太, “粒子形状が圧粉磁心の直流重畳特性に及ぼす影響とそのモデル化,” J. Magn. Soc. Jpn., 35, 436-442, 2011.
- [4.6] M. Y. Koledintseva, J. Drewniak and R. DuBroff, “Modeling of Shielding Composite Materials and Structures for Microwave Frequencies,” PIER B, vol. 15, pp. 197-215, 2009.
- [4.7] 寺田 賢二郎, 菊池 昇: 均質化法入門, 丸善株式会社 (2003).
- [4.8] J. C. M. Garnett, “Colors in Material Glasses and Metal Films,” Trans. Roy. Soc., vol. 53, pp. 385-420, 1904.
- [4.9] A. Sihvola, “Electromagnetic Mixing Formulas and Applications,” IEE ELECTROMAGNETIC WAVES SERIES 47, 1999.
- [4.10] D. A. G. Bruggeman, “Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen, I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen,” Annalen der Physik, 5. Folge, Band 24, pp. 636-664, 1935.
- [4.11] F. Ollendorf, “Magnetostatik der Massekerne,” Arch. f. Elektrotechnik., 25, pp. 436-447, 1931.
- [4.12] D. POLDER and J. H. VAN SANTEN, “THE EFFECTIVE PERMEABILITY OF MIXTURES OF SOLIDS,” Phys. XII, no. 5, pp. 257-271, 1946.
- [4.13] F. Mazaleyrat, V. Leger, R. Lebourgeois, and R. Barrue, “Permeability of Soft Magnetic Composites From Flakes of Nanocrystalline Ribbon,” IEEE Trans. Magn., vol. 38, no. 5, pp. 3132-3134, 2002.
- [4.14] H. Waki, H. Igarashi and T. Honma, “Estimation of Effective Permeability of Magnetic Composite Materials,” IEEE Trans. Magn., vol. 41, no. 5, pp. 1520-1523, 2005.

- [4.15] H. Waki, H. Igarashi and T. Honma, “Estimation of Non-Linear Effective Permeability of Magnetic Materials with Fine Structure,” *Physica B*, vol. 372, pp. 383-387, 2006.

第5章 圧粉磁芯の数理モデルの検討

本章では、4章で示した圧粉磁芯の数理モデルの検討を行う。5.1節から5.2節にかけて、圧粉磁芯のマクロ磁気特性の推定の問題点と研究目的を述べる。5.3節では圧粉磁芯の断面図写真を用いた2次元有限要素解析の詳細を述べる。5.4節では、磁性粒子の磁氣的結合を考慮した数値解析手法の詳細を述べる。5.5節にて、本章をまとめる。

5.1 マクロ磁気特性の推定の問題点

4章において、圧粉磁芯のマクロ磁気特性を算出する手法をいくつか示した。Ollendorffの式や磁気回路法を用いた等価式は、一般に圧粉磁芯のマクロな磁気特性の推定に用いられているが、実際に製作した圧粉磁芯のマクロな磁気特性を測定すると、推定値と大きく異なる値が出てきてしまう問題がある。例えば、図5.1に示す断面図を持つ圧粉磁芯は、測定によって体積充填率が86.6%、マクロ比透磁率が45であることがわかっている。いま、これらの測定値をOllendorffの式

$$\bar{\mu}_r = 1 + f \frac{(\mu_r - 1)}{1 + N(\mu_r - 1)} \quad (5.1)$$

に代入し、磁性粒子の形状が球と想定して（つまり、反磁界係数 $N=1/3$ とする。）磁性粒子の比透磁率 μ_r を逆算して求めると、比透磁率 μ_r の値がマイナスとなってしまう。ただし、 $\bar{\mu}_r$ はマクロ比透磁率、 f は体積充填率、 μ_r は磁性粒子の比透磁率である。仮に、圧粉磁芯を構成する磁性粒子の比透磁率 μ_r を100、形状を球と（反磁界係数 $N=1/3$ ）仮定すると、体積充填率86.6%のとき、Ollendorffの式から得られる圧粉磁芯のマクロ比透磁率 $\bar{\mu}_r$ は16.8となり、測定値とは大きくかけ離れた値となる。また、磁性粒子形状を球（反磁界係数 $N=1/3$ ）、体積充填率86.6%のとき、図5.2に示すようにどんなに磁性粒子の比透磁率 μ_r を大きくしても圧粉磁芯のマクロ比透磁率は20.4以上となることはない[5.1]。

5.2 研究目的

本章では、上記問題を究明するために、図5.1に示す圧粉磁芯の断面図写真から有限要素モデルを作成し、2次元有限要素解析を行う。また、その解析結果を用いて4章で示した均質化法によるマクロ比透磁率の推定を行い、Ollendorffの式により推定されたマクロ比透磁率、測定値と比較・考察を行う。

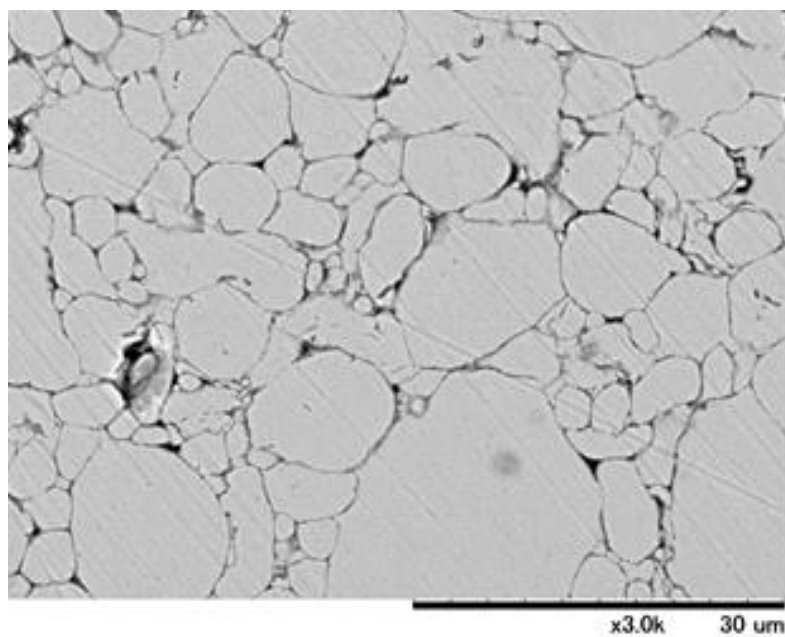


図 5.1 圧粉磁芯の断面図写真
($70\mu\text{m} \times 52.4\mu\text{m}$, 体積充填率 86.6%, マクロ比透磁率 45)

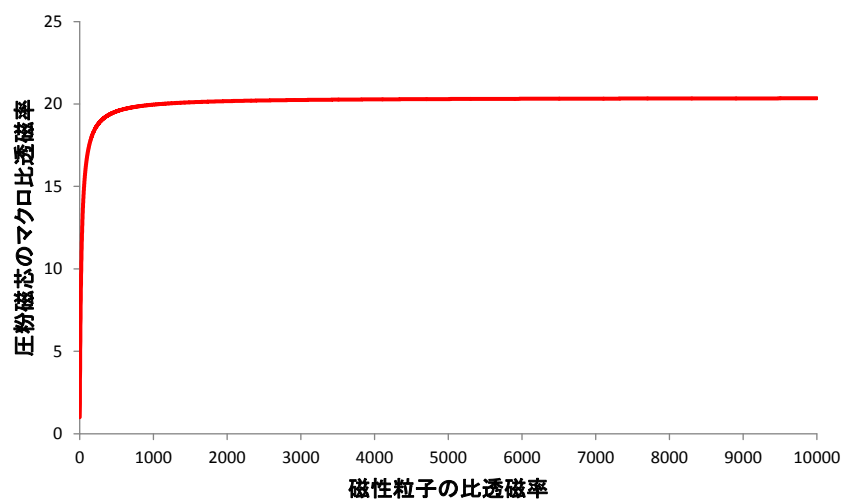


図 5.2 Ollendorff の式により算出した圧粉磁芯のマクロ比透磁率
(体積充填率 86.6%, 反磁界係数 $N=1/3$)

表 5.1 圧粉磁芯の断面図写真のデータ情報

ファイルサイズ	1.27 MB
画像の幅	1280 pixel
画像の高さ	1040 pixel
1 画素あたりの色数	8 bit

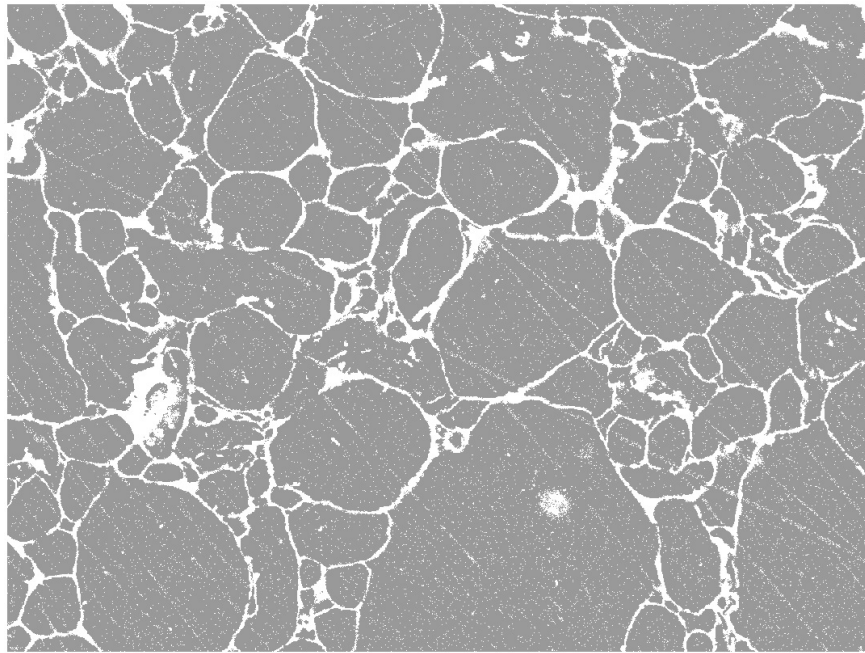


図 5.3 断面図写真より作成した有限要素メッシュ
(しきい値 175)

また、上記考察から得られた要因を考慮した新たなマクロ比透磁率の推定手法を提案し、その有用性と問題点について検討する。

5.3 断面図写真を用いた 2 次元有限要素解析

5.3.1 有限要素メッシュの作成

圧粉磁芯の断面図写真から有限要素解析を行うためには、まず有限要素メッシュを作成しなければならない。本解析では、圧粉磁芯の断面図写真から有限要素メッシュを作成する。

まず、図 5.1 に示す断面図写真の画像データは **bmp** 形式ファイルであるため、バイナリファイルより表 5.1 に示すような画像の幅と高さの画素数を得ることができる。また、それぞれの画素の色の大きさから、その画素が磁性体であるか非磁性体であるかを判別する。断面図写真の画像データでは、表 5.1 より 1 画素あたりの色数が 8 bit であるため、画素の色の大きさは 10 進数表記で 0～255 である。したがって、あるしきい値よりその値が大きければ磁性体、そうでなければ非磁性体と判別する。なお、しきい値は有限要素メッシュの体積充填率が測定値と同じ 86.6%となるように値を設定する。

次に、1 画素あたり 2 つの三角形メッシュが含まれるように有限要素メッシュを作成する。つまり、本解析で使用する 2 次元有限要素メッシュの要素数は、1,280 pixel

$\times (1,040 - 81) \text{ pixel} \times 2 = 2,455,040$ 個であり, この要素数は微細構造の解析を行うのに十分な要素数である. ただし, 81 pixel は図 5.1 の画像データ下部の白い部分の高さであり, その部分は有限要素メッシュに含まれていない.

図 5.3 にしきい値を 175 にしたときの有限要素メッシュを示す. グレーが磁性体, 白が非磁性体領域 (空気領域) である. 充填率は 86.6% である. 図 5.1 の元画像と比較して, いくつかの斜線のような多少のノイズは認められるものの, おおむね断面図写真を再現している有限要素メッシュが作成できている.

次節から行う 2 次元有限要素解析は, 図 5.3 の有限要素メッシュを用いて行っていく.

5.3.2 2 次元節点有限要素解析

上記の有限要素メッシュを用いて 2 次元有限要素解析を行う [5.2]. 本解析では, 節点有限要素法を用いて静磁界線形解析を行う.

静磁界解析を行うので, マクスウェル方程式は以下ようになる.

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (5.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5.3)$$

いま, (5.3) より

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (5.4)$$

とベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を導入できる. また, 線形解析を行うので

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (5.5)$$

の構成方程式より, 支配方程式

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = 0 \quad (5.6)$$

が得られる.

いま, 図 5.3 の横方向を x 方向成分, 縦方向を y 方向成分と考える. 図 5.3 の解析モデルに強制印加磁界

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{i}_x \text{ or } B_0 \mathbf{i}_y \quad (5.7)$$

を課す. このとき, $\mathbf{B}$ は x もしくは y 方向成分のみとするため

$$\mathbf{A} = A_z \mathbf{i}_z \quad (5.8)$$

と $\mathbf{A}$ は z 方向成分しか持たなくなる. これを (5.6) に適用すると

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\partial A_z}{\partial y} \mathbf{i}_x - \frac{\partial A_z}{\partial x} \mathbf{i}_y \quad (5.9)$$

より

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.10)$$

となる.

未知数である A_z をメッシュデータの節点数 n で

$$A_z \approx \sum_{j=1}^n A_j N_j \quad (5.11)$$

と離散化する. ただし, N は節点補間関数である. これを(5.10)に代入して Galerkin 法を適用すると

$$\sum_j A_j \int_s N_i \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right\} dS = 0 \quad (5.12)$$

が得られる. ここで, 部分微分の式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) = \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) \quad (5.13)$$

より, (5.12)は

$$\begin{aligned} & \sum_j A_j \int_s \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right\} dS \\ & - \sum_j A_j \int_s \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right\} dS = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

となる. さらに, (5.14)の第1項は境界項であり0になるので, 解くべき有限要素方程式は

$$\sum_j A_j \int_s \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right\} dS = 0 \quad (5.15)$$

となる.

2次元有限要素解析は, 図5.3の有限要素メッシュに+y軸方向に強制印加磁界1.0Tを課して行う. なお, 図5.1に示す圧粉磁芯の材料特性は, 体積充填率86.6%, マクロ比透磁率45である. これらをもとに Ollendorff の式から磁性粒子の比透磁率を逆算すると-39となり, 物理的意味を消失する. (反磁界係数が1/3のとき) したがって, 本解析では磁性粒子の比透磁率を100と仮定する. このとき, Ollendorff の式より推定されたマクロ比透磁率は16.81である.

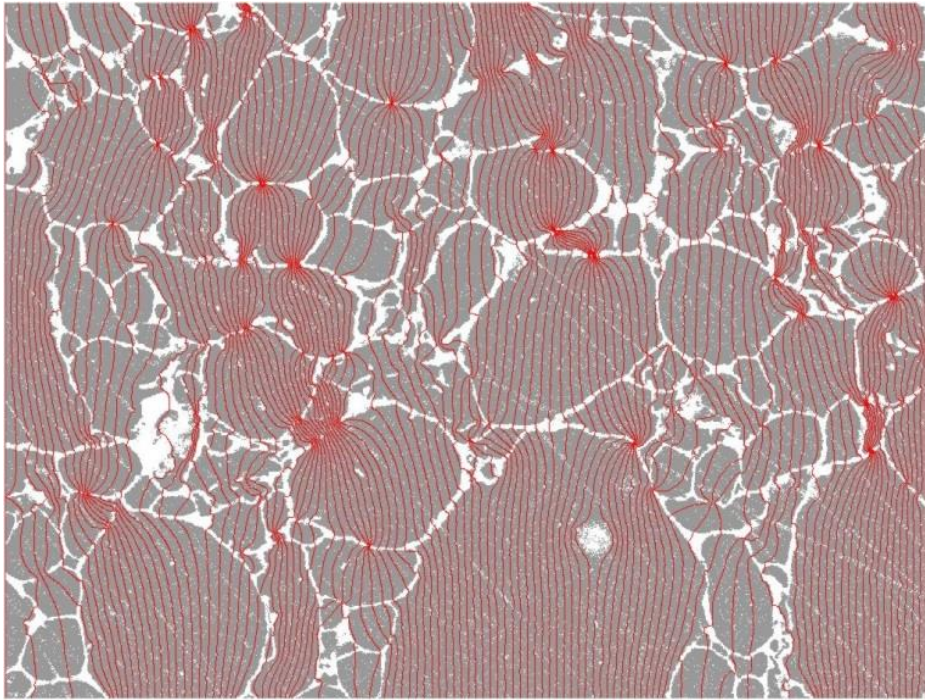


図 5.4 $B_0=1.0$ (y 成分のみ)のときの磁束線分布
(体積充填率 86.6%, マクロ比透磁率 39)

2次元有限要素解析の結果，得られた磁束線分布を図 5.4 に示す．図 5.4 から，磁性粒子が物理的に結合している部分，もしくは磁性粒子間が極端に近い部分で磁束が集まりやすくなっていることがわかる．空気ギャップが大きいところには磁束線が集まらないことも確認できる．これは，明らかに不均一な磁束線分布である．

この磁束線分布をもとに，マクロ比透磁率を算出する．算出方法は，4章で示した磁気エネルギーについて均質化法を適用した手法である．その結果，マクロ比透磁率は 39 となった．この値は，Ollendorff の式により算出したマクロ比透磁率 16.81 の 2 倍以上の値である．しかし，依然として測定値の 45 とは誤差が生じている．この原因は，本解析が 2 次元解析のため 3 次元方向成分の変化を考慮できていないことが考えられる．

2つの推定値に差が生まれた要因として，磁性粒子が不均一に分布していることの考慮の有無が考えられる．Ollendorff の式によるマクロ透磁率の推定は，磁性粒子の透磁率と体積充填率，粒子形状に依存する反磁界係数のみを用いるため，磁性粒子が不均一に分布している効果は考慮されない．それに対して，4章で示した均質化法を用いた推定手法は有限要素解析の結果を用いているため，磁性粒子の透磁率と体積充填率以外にも磁性粒子が不均一に分布している効果も考慮している．つまり，磁性粒子が不均一に分布しているがゆえに発生した磁束の不均一な分布の影響を，

Ollendorff の式は考慮できないが、均質化法を用いた推定手法であれば考慮できていると考えられる。

したがって、これらの結果より磁性粒子が不均一に分布していることが圧粉磁芯のマクロ磁気特性に大きな影響を与えていることが考えられる。この影響の発生経緯は、以下のように考えられる。

- ①圧粉磁芯を構成する磁性粒子が不均一に分布しているため、磁性粒子が物理的に接近している部分が存在する。さらに、圧粉磁芯の製作過程における応力や焼結の影響によって、磁性粒子が物理的に結合している部分が生じる。
- ②上記により局所的に体積充填率が増加し、磁界を印加すると磁束が集中しやすい部分が発生する。
- ③それらが複数個所に発生することにより、磁性粒子が均一に分布している場合と比較して、磁束が通りやすい部分が発生する。
- ④磁束の最大値が、磁性粒子が均一に分布している場合と比較して大きくなり、磁束密度の最大値も大きくなる。
- ⑤したがって、マクロ比透磁率が増加する。

つまり、磁性粒子が不均一に分布していることで、体積充填率が実効的に大きくなっていると言える。それは Ollendorff の式からも考えられ、磁性粒子の比透磁率を 100、マクロ比透磁率を 39 としたとき、体積充填率を逆算すると 95.49%と算出され、明らかに実際の体積充填率（86.6%）より大きい。これらの結果から、Ollendorff の式を用いて圧粉磁芯のマクロ透磁率を算出する場合は、体積充填率は単純な体積比ではなく、磁性粒子の不均一な分布を考慮した実効的な値を用いなくてはならないことがわかる。

5.3.3 磁性粒子の不均一分布の影響の検討

これまでの結果・考察より、磁性粒子が不均一に分布していることが圧粉磁芯のマクロ磁気特性に大きな影響を与えていることがわかった。上記の影響をより詳細に明らかにするために、圧粉磁芯の断面図写真を修正して、改めて 2 次元有限要素解析を行う。

図 5.4 の磁束線分布より、磁性粒子が物理的に結合している部分、もしくは磁性粒子間が極端に近い部分で磁束が集まりやすくなっていることがわかった。これらの磁束の集中により、圧粉磁芯のマクロ磁気特性が変化していることが推察できる。したがって、磁性粒子が物理的に結合している部分、もしくは磁性粒子間が極端に近い部分を意図的に除去した状態で有限要素解析を行うことで、上記以外で圧粉磁芯のマクロ磁気特性に影響を及ぼしている要因を考察していく。

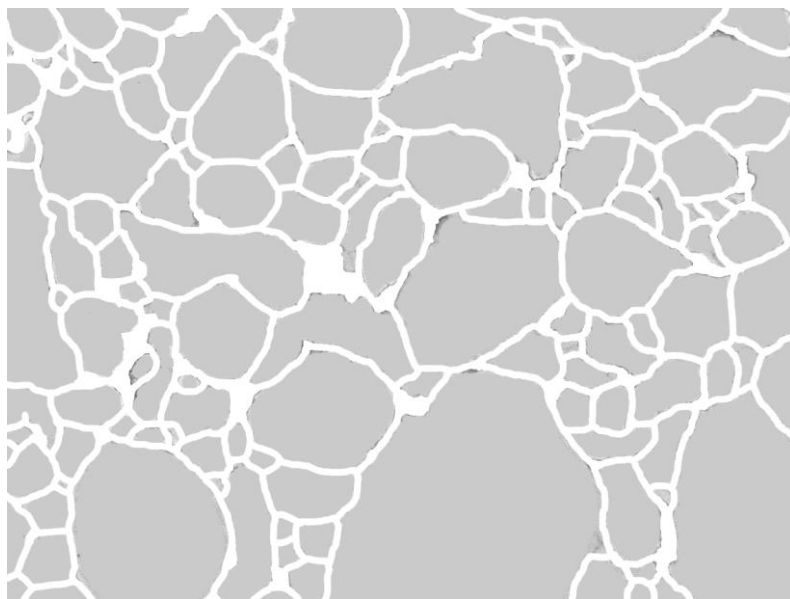


図 5.5 修正された圧粉磁芯の断面図写真

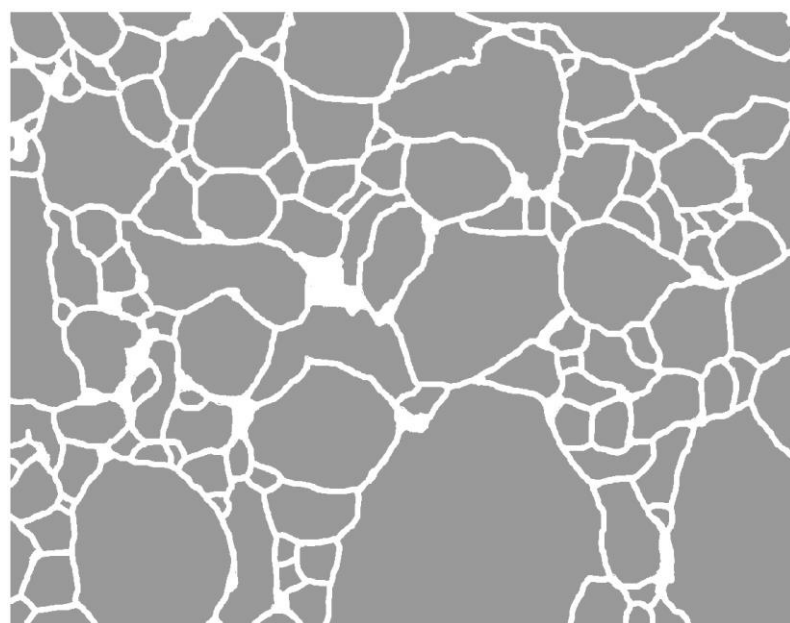


図 5.6 修正された断面図写真より作成した有限要素メッシュ
(体積充填率 82.7%)

まず，図 5.1 に示す圧粉磁芯の断面図写真を画像加工ソフト **GIMP** で修正する．画像の修正は，磁性粒子が物理的に結合している部分や磁性粒子間の距離が極点に近い部分を除去するように行う．つまり，非磁性体領域（空気領域）が理想的な状態

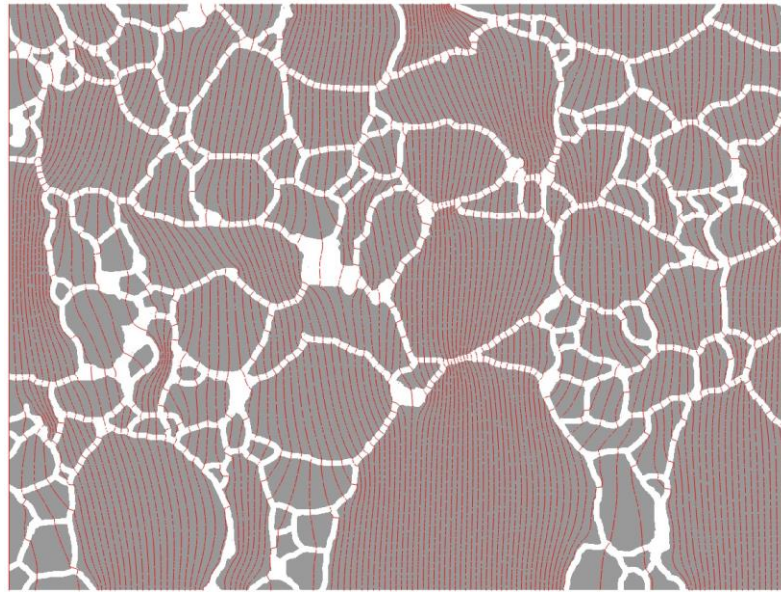


図 5.7 $B_0=1.0$ (y 成分のみ)のときの磁束線分布
(体積充填率 82.7%, マクロ比透磁率 13.6)

で分布しているように画像を修正する．また，図 5.1 の画像には多くの場所で斜線や磁性粒子内部に非磁性体領域が多数存在するなどのノイズが入っているため，それらも除去した．図 5.5 に修正した圧粉磁芯の断面図写真を示す．また，図 5.5 の画像から有限要素メッシュを作成し，磁性体領域と非磁性体領域（空気領域）を区別した画像を図 5.6 に示す．画像を修正した結果，得られた有限要素メッシュの体積充填率は，82.7%になった．

次に，図 5.6 の有限要素メッシュを使用して 2 次元静磁界線形解析を行う．解析条件は，先ほどの解析と同じように図 5.6 の有限要素メッシュに $+y$ 軸方向に強制印加磁界 1.0T を課し，磁性粒子の比透磁率を 100 とする．

上記の有限要素メッシュを用いた有限要素解析により得られた磁束線分布を図 5.7 に示す．図 5.7 より，磁性粒子が物理的に結合している部分や極端に近い部分を除去したときの磁束線分布は，図 5.4 の磁束線分布と比較すると，磁束が集中している部分がかなり少なくなり，均一な磁束線分布が得られたことがわかる．数か所で磁束が局所的に集中していることが確認できるが，その密度は図 5.4 と比べると小さいことがわかる．

得られた磁束線分布から磁気エネルギーを用いた均質化法によりマクロ比透磁率を算出した結果を表 5.2 に示す．また，比較のために，体積充填率 82.7%，磁性粒子の比透磁率 100，反磁界係数 $N=1/3$ のときの Ollendorff の式により算出されたマクロ比透磁率も表 5.2 に示す．表 5.2 より，磁気エネルギーを用いた均質化法により算出されたマクロ比透磁率は，Ollendorff の式により算出されたマクロ比透磁率と同様の

表 5.2 マクロ比透磁率の比較結果

算出方法	マクロ比透磁率
Ollendorff の式 ($N=1/3$)	13.203
磁気エネルギーを用いた均質化法	13.569

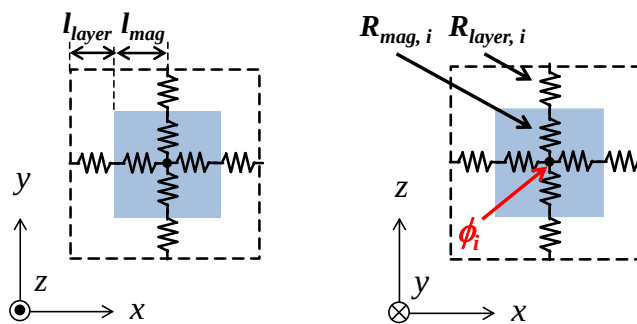
値が得られた。いま、図 5.6 の有限要素モデルは図 5.3 と同様に磁性粒子が不均一に分布している。それにもかかわらず Ollendorff の式により算出したマクロ比透磁率と同様の値が得られたということから、磁性粒子の不均一な分布の影響のうち、圧粉磁芯のマクロ磁気特性に影響を与える因子は「磁性粒子が物理的に結合している部分や極端に接近している部分」が支配的であると考えられる。

また、図 5.6 の有限要素モデルには、様々な形状をしている磁性粒子が存在しており、それぞれ異なる反磁界係数を持っていることが考えられる。それにもかかわらず、反磁界係数を $N=1/3$ のみとしたときの Ollendorff の式により算出したマクロ透磁率と同様の値が得られたことから、圧粉磁芯を構成する磁性粒子の形状はマクロな視点で見たとき、平均的に球であると推察できる。しかし、図 5.7 は 2 次元有限要素解析の結果であり、3 次元方向への磁束の変化を考慮していないので、上記を完全に結論づけることはできない。さらに、粒子形状が球に近い磁性粒子がどれほどの割合で存在したときに、マクロな視点で平均的に球と見なせるのかを定量的に明らかにする必要がある。これを明らかにすることで、Ollendorff の式を用いることができる条件をさらに詳細に明らかにできると考えられる。

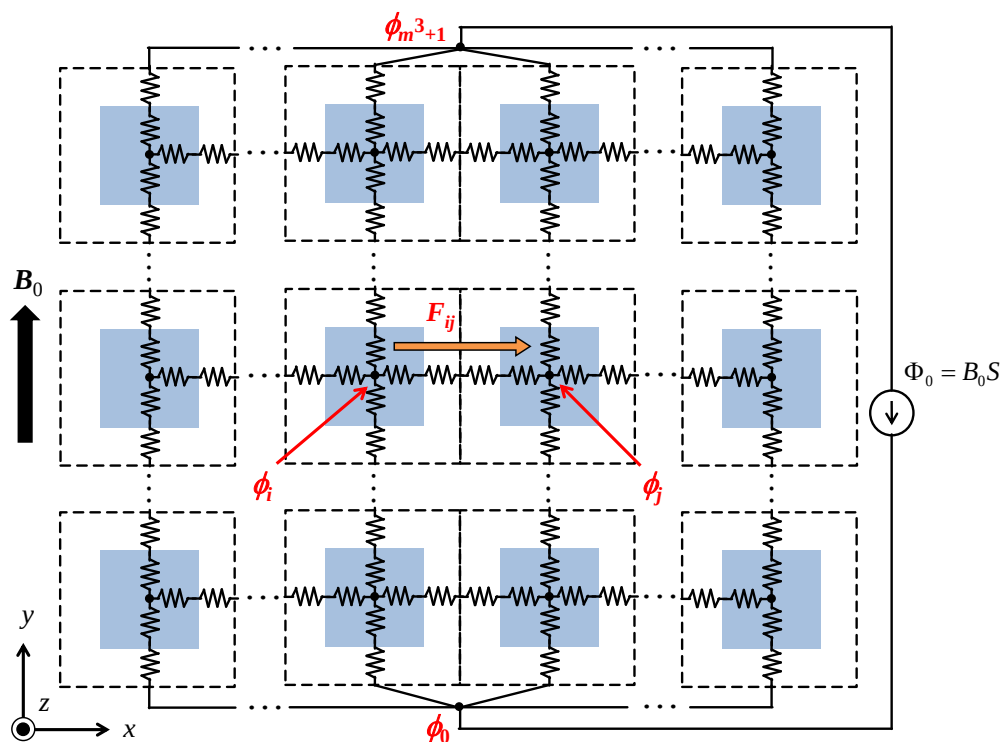
これらの結果から、磁性粒子が物理的に結合している部分や極端に接近している部分が圧粉磁芯のマクロ比透磁率を増加させる因子であることがわかった。しかし、これらの部分は圧粉磁芯のマクロ比透磁率を増加させる効果を持つと同時に、渦電流損失を増加させる原因になることも予測できる。したがって、圧粉磁芯の設計の際には、損失を許容して磁気特性を向上させる部分と、磁気特性の向上よりも損失の増加を防ぐ部分を考慮すると、より効率の良い圧粉磁芯を製作できる。

5.4 磁氣的結合を考慮した推定

前節で、圧粉磁芯の構成する磁性粒子が結合している部分や極端に接近している部分が、マクロ磁気特性を向上させる因子であると考えられることを述べた。前節の解析は 2 次元有限要素解析であったため、上記の結論をより定性的に実証するためには 3 次元モデルを考慮した解析を行わなければならない。しかし、実際の圧粉磁芯から 3 次元モデルを作成することは非常に困難であり、作成できたとしても解



(a) 単位セルに設定する磁気抵抗



(b) x-y 平面の断面図

図 5.8 磁気回路法による圧粉磁芯の3次元モデル

析時間が膨大になることや解が得られないことなどが考えられ、解析の実現性が低い。

本節では、圧粉磁芯を構成する磁性粒子が物理的に結合している部分や接近している部分を3次的に考慮でき、かつ解析時間が短く解が得られる新たな数値解析手法を提案する。提案する数値解析では、磁気回路法を用いる。

まず、図5.8に示すように磁性粒子1つとその周囲の非磁性体領域（空気領域）を含む領域を単位セルとし、それが均一にかつ周期的に分布している圧粉磁芯を考え

る．単位セルには，磁性粒子に 6 つの磁気抵抗，その周囲の非磁性体領域に 6 つの磁気抵抗，合計して単位セルに 12 個の磁気抵抗を定義する．その単位セルを $m \times m \times m$ 個用いて立方体状に並べたものを圧粉磁芯とする．この圧粉磁芯に印加磁界 $\mathbf{B}_0$ を課したとき，磁束の連続性より

$$\sum_i \Phi_i + \Phi_0 = 0 \quad (5.16)$$

が成立するはずである．ここで， i, j 番目の単位セルに着目したとき， i, j における起磁力 F_{ij} は次式で表すことができる．

$$F_{ij} = \int_{C_{ij}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \phi_i - \phi_j \quad (5.17)$$

ただし， $\mathbf{H}$ は磁界， ϕ は磁気スカラーポテンシャルである．また，起磁力は同様に次式で表すことができる．

$$F_{ij} = \int_{C_{ij}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \approx 2 \left(\frac{l_{mag}}{\mu_{mag} S} + \frac{l_{layer}}{\mu_{layer} S} \right) \Phi_{ij} \equiv 2R_{ij} \Phi_{ij} \quad (5.18)$$

これは，キルヒホフの第 1 法則に従うものである．ただし， μ_{mag} ， μ_{layer} はそれぞれ磁性粒子の透磁率，非磁性体領域の透磁率， S は磁性粒子の断面積である．つまり，

$$\sum_{j=1}^6 \frac{\phi_i - \phi_j}{R_{ij}} + \Phi_0 = 0. \quad (5.19)$$

したがって，(5.17)と(5.18)が等しいとおくと，圧粉磁芯のマクロ比透磁率は次式で推定できる．

$$\bar{\mu}_r = \frac{LB_0}{\mu_0(\phi_0 - \phi_{M+1})} \quad (5.20)$$

ただし， L は圧粉磁芯の長さで， $L=2(l_{mag}+l_{layer})m$ ， $M=m^3$ である．

次に，(5.20)によるマクロ比透磁率の推定手法の妥当性を確認する．解析条件を $l_{mag}=3.0\mu\text{m}$ ， $l_{layer}=0.147\mu\text{m}$ ， $m=100$ ，体積充填率 86.6%とし，前節と同様に図 5.8 の 3 次元モデルに+y 軸方向に強制印加磁界 1.0T を課す．磁性粒子の比透磁率を 100 と仮定したとき，算出されるマクロ比透磁率の値と Ollendorff の式により算出されるマクロ比透磁率の値を比較する．なお，単位セルに含まれる磁性粒子は立方体としているため，立方体は球と同様の反磁界係数を持つと仮定し，Ollendorff の式では $N=1/3$ を用いる．解析結果を表 5.3 に示す．表 5.3 より，マクロ比透磁率は同様の値が得られており，(5.20)によって算出されるマクロ比透磁率は妥当であると言える．

表 5.3 算出されたマクロ比透磁率（妥当性の確認）

推定手法	マクロ比透磁率
Ollendorff の式 ($N=1/3$)	16.85
磁気回路法 (式(5.20))	16.24

次に、前節の最後に行った解析と同様の解析を本手法でも行う。前節で、磁性粒子が物理的に結合している部分や接近している部分を除去したとき、磁性粒子が不均一に分布していても有限要素法を用いて算出したマクロ比透磁率は、Ollendorff の式により算出されたマクロ比透磁率と同様の値が得られた。したがって、磁気回路法を用いた提案手法においても同様の結果が得られるか確認する。提案手法において、磁性粒子が不均一に分布している状態を次のように表現する。まず、対数席分布に従う乱数 λ を発生させ、その数値を単位セルの 1 次元方向の非磁性体領域の一方の長さとする。つまり、 $l_{layer}^1 = \lambda$ とする。ただし、 $0 < \lambda < 2l_{layer}$ である。一方の長さが決まると、もう一方の長さも決定できる。つまり、 $l_{layer}^2 = 2l_{layer} - \lambda$ となる。これを単位セルのすべての次元方向に対して、そしてすべての単位セルに対して行う。ここで、磁性粒子は $l_{mag}=3.0\mu\text{m}$ の立方体のままであるため、圧粉磁芯の体積充填率は 86.6%と一定のままに保たれている。これにより、磁性粒子が物理的に結合している部分や接近している部分を除去しつつ、磁性粒子が不均一に分布している圧粉磁芯を表現でき、その状態の圧粉磁芯のマクロ比透磁率を算出できる。

解析の結果、圧粉磁芯のマクロ比透磁率は17.423と算出され、表5.3の Ollendorff の式により算出されたマクロ比透磁率と同様の値が得られた。これは、前節と同様の結果であり、磁性粒子が不均一に分布しているだけでは圧粉磁芯のマクロ磁気特性は向上しないことが改めて推察できる。この結果からも、(5.20)によるマクロ比透磁率の推定は妥当であると言える。

ここから、前節では困難であった磁性粒子が物理的に結合している部分や接近している部分を 3 次的に考慮する解析を行う。まず、磁性粒子が物理的に結合している部分や接近している部分、つまり磁氣的に結合している状態を次のように表現する。図5.8で定義した単位セルにおける磁気抵抗を、図5.9のような並列回路を構成するように再定義する。図5.9のように単位セルに磁気抵抗を設定することで、単位セル間の磁気抵抗値は

$$R_{ij} = \frac{1}{1/R_{ij}^1 + 1/R_{ij}^2 + \dots + 1/R_{ij}^n} \quad (5.21)$$

と算出できる。そして、一様分布に従う乱数を発生させ、その乱数がしきい値 P_{th} より小さいとき、 R_{layer} の値を 0 にすることで磁性粒子の磁氣的結合を考慮した解析を行う。つまり、磁性粒子が磁氣的に結合している部分は、単位セル間で短絡することになる。これらの手法により、磁性粒子の磁氣的結合を 3 次的に考慮したとき

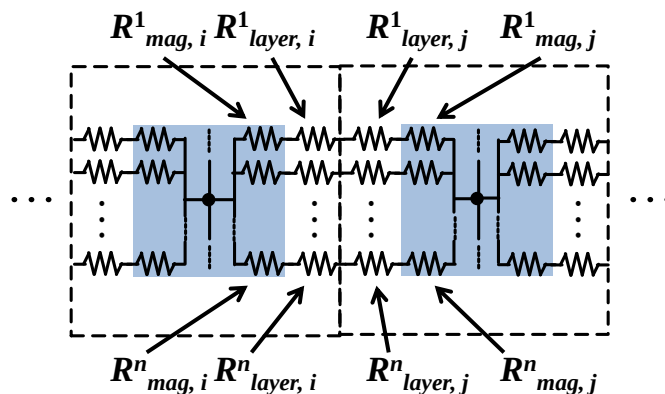
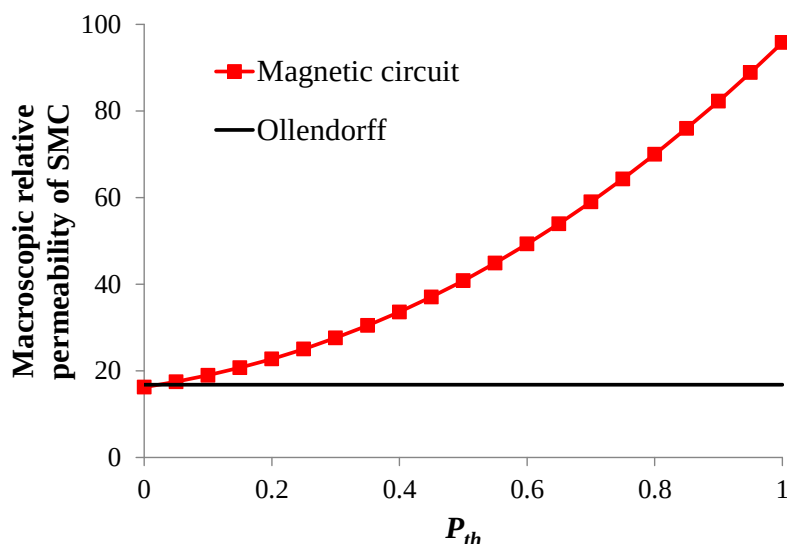


図 5.9 磁性粒子の磁氣的結合を考慮した解析における単位セルの磁気抵抗

図 5.10 しきい値 P_{th} を変化させたときのマクロ比透磁率

の圧粉磁芯のマクロ比透磁率を算出する。

図 5.10 にしきい値 P_{th} を変化させたときに(5.20)によって算出されたマクロ比透磁率を示す。 $P_{th}=0$ のとき、つまり磁性粒子が均一かつ周期的に分布している圧粉磁芯のとき、マクロ比透磁率の推定値は Ollendorff の式により算出された推定値と同様の値が得られている。また、 $P_{th}=1$ のとき、つまり単位セルが磁性粒子のみで構成され、解析対象が圧粉磁芯ではなく均質化された磁性材料であるとき、マクロ比透磁率の推定値はおおよそ 100 となり、解析条件である磁性粒子の比透磁率と同様となった。これらの結果から、図 5.9 のように磁気抵抗を定義した場合でも提案手法の妥当性は確認できる。

ここで、図 5.10 より $P_{th}=0.55$ のとき、測定値（マクロ比透磁率 45）と同様のマクロ比透磁率が算出されることがわかる．このときの磁束密度分布を図 5.11 に示す．考察のために、 $P_{th}=0.55$ のときの磁束密度分布も合わせて示す．図 5.11 より、それぞれの磁束密度分布を比較すると、 $P_{th}=0.55$ のときは不均一な、 $P_{th}=0.2$ のときは均一な磁束密度分布が得られていることがわかる．磁束密度分布の不均一さは、 P_{th} が大きくなるに従い顕著になっていく．そして、図 5.10 より P_{th} が大きくなるに従いマクロ比透磁率も大きな値が得られていることから、磁束の不均一な分布が圧粉磁芯のマクロ透磁率を増加させていることがわかる．したがって、磁束の不均一な分布を引き起こす磁性粒子の磁氣的結合は、圧粉磁芯のマクロ比透磁率を増加させることを本解析により結論づけることができる．

図 5.12 に P_{th} が異なるときの体積充填率とマクロ比透磁率の関係を示す．また、図 5.13 に Ollendorff の式により算出したマクロ比透磁率と提案手法により算出したマクロ比透磁率の比を示す．図 5.13 より、 $P_{th}=0.2$ のときに最もその比が顕著になることがわかる．

本節の解析では、しきい値 P_{th} は解析者によって指定しなければならなかったが、おそらくこの値は図 5.1 のような圧粉磁芯の断面図写真から決定できる値であると考えられる．今後は、 P_{th} の値を断面図写真から決定するための手法を確立する必要がある．さらに、マクロ比透磁率だけでなく渦電流を考慮した数値解析へと拡張していく必要もある．

5.5 結論

本章では、4 章で示した圧粉磁芯の数理モデルの検討を行った．実際の圧粉磁芯の断面図写真を用いて有限要素メッシュを作成し、それを 2 次元有限要素解析を行うことで、Ollendorff の式により算出されるマクロ透磁率と測定値の誤差の原因を明らかにした．その原因は、磁性粒子が不均一に分布している影響であると推察した．これらの影響をより詳細に明らかにするために、圧粉磁芯の断面図写真を磁氣的結合が除去されるように修正し、同様に 2 次元有限要素解析を行った．その結果、磁性粒子が不均一に分布しているだけでは圧粉磁芯のマクロ磁気特性は向上せず、向上のためには磁性粒子が磁氣的に結合している部分が必要であることを明らかにした．

上記のことを定性的に実証するためには、3 次元モデルでの数値解析が必要であるが、実際の圧粉磁芯から 3 次元有限要素モデルを作成するのは非常に困難である．したがって、有限要素モデルを作成する必要がなく、かつ 3 次元モデルで磁性粒子の磁氣的結合を考慮できる新たな数値解析手法を提案した．提案手法は磁気回路法を用いて圧粉磁芯を 3 次元モデル化し、磁性粒子の磁氣的結合は乱数により磁気抵抗を 0 にすることで表現した．提案手法による解析の結果、3 次元モデルにおいても

磁性粒子の磁氣的結合が圧粉磁芯のマクロ比透磁率を増加させていることがわかった。これにより、磁性粒子の磁氣的結合が圧粉磁芯のマクロ磁気特性を向上させることを定性的に実証することができた。

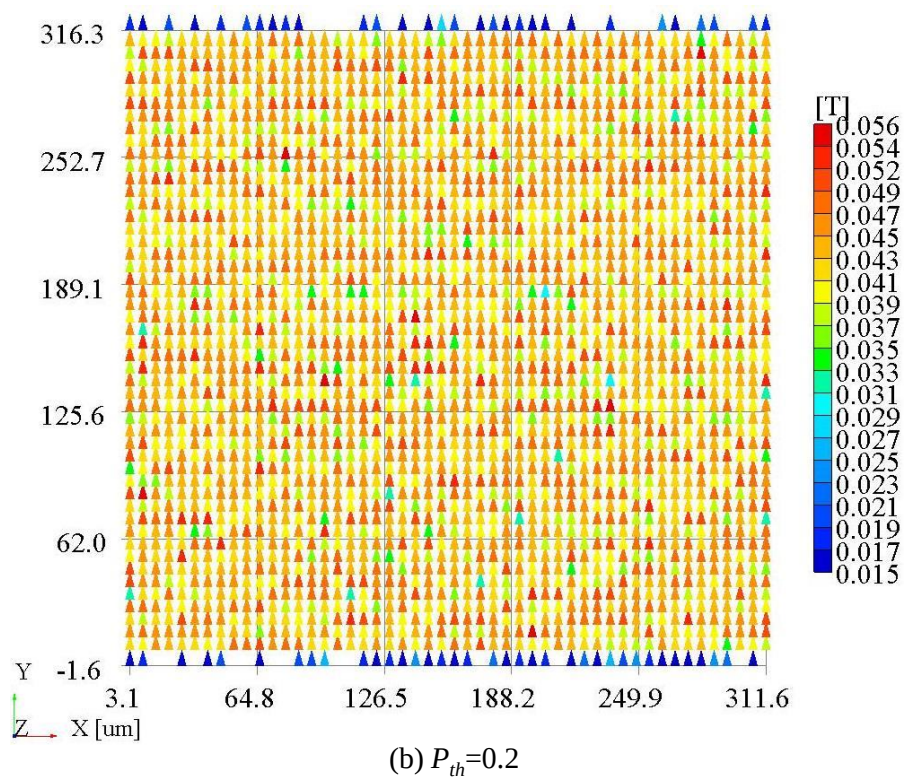
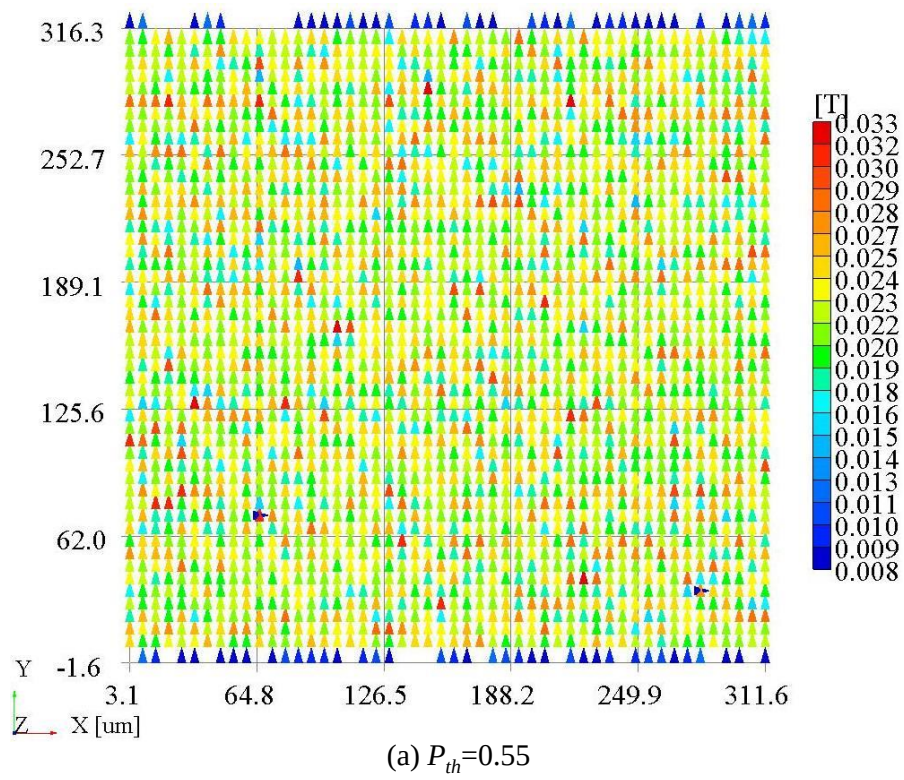


図 5.11 磁束密度分布

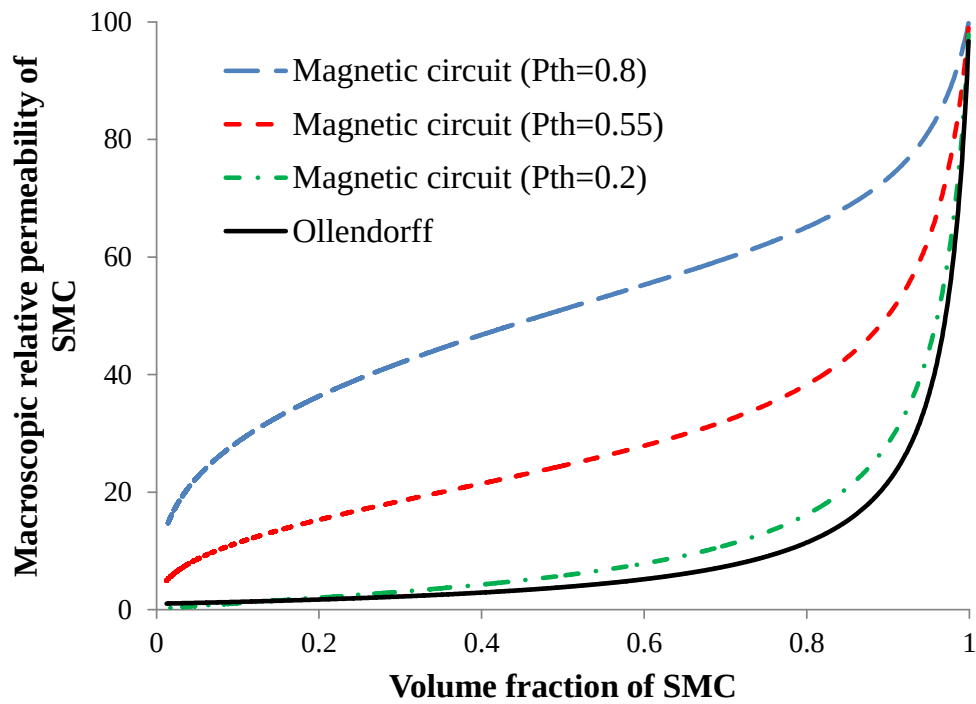


図 5.12 体積充填率とマクロ比透磁率の関係

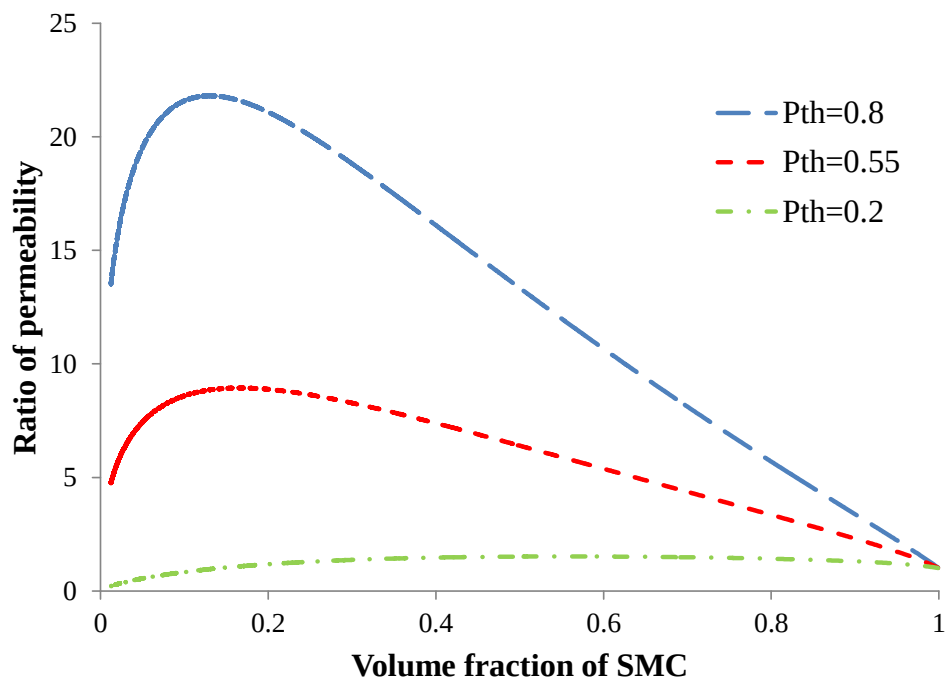


図 5.13 Ollendorff の式により算出したマクロ比透磁率との比

参考文献

- [5.1] T. Sato, S. Aya, H. Igarashi, M. Suzuki, Y. Iwasaki and K. Kawano, “Loss Computation of Soft Magnetic Composite Inductors Based on Interpolated Scalar Magnetic Property,” IEEE Tran. Magn., vol. 51, no. 3, 8001704, 2015.
- [5.2] C. Cyr, P. Viarouge, S. Clenet and J. Cros, “Methodology to Study the Influence of the Macroscopic Structure of Soft Magnetic Composites on Their Global Magnetization Curve,” IEEE Trans. Magn., vol. 45, no. 3, pp. 1178-1181, 2009.

第 6 章 総括

本章では、本論文の総括を述べる。6.1, 6.2, 6.3 節にそれぞれ 3, 4, 5 章の総括と今後の課題について述べる。

6.1 非適合要素を用いた電磁界解析

3 章では、非適合要素を用いた電気機器の 3 次元形状最適化の高速化について述べた。従来の 3 次元形状最適化は計算時間が長大になり実用的ではない。その原因は形状最適化手順の内、①機器形状に合わせた有限要素メッシュの作成と、②数値解析における連立方程式の求解である。提案手法では、①を最適化手順から省くことで 3 次元形状最適化の計算時間を短縮させた。従来の形状最適化では、電気機器 1 つに対し 1 つの有限要素メッシュを作成し、機器形状が変更される度に再度メッシュ生成を繰り返す。これに対し、提案手法では有限要素メッシュを作成する機会を最適化前の 1 度のみとする。提案手法では、電気機器を複数の形状の集合と考え、それぞれの形状に対して独立した有限要素メッシュを作成する。例えば、円柱と直方体から成る電気機器の場合、円柱の有限要素メッシュと直方体の有限要素メッシュの 2 つを作成する。最適化の際には、機器形状が変更されたとき、それぞれの有限要素メッシュを拡大・縮小させることで形状変化を表現する。これにより、最適化の際に有限要素メッシュを再生成する手順を省くことができ、3 次元形状最適化の計算時間を短縮できる。このとき、複数の有限要素メッシュ間の接合面でメッシュ形状が一致しない非適合状態が発生するが、一方の面上の辺に割り振られた未知数を他方の面上の辺の未知数の線形和で表す手法により、メッシュ間の磁束連続性を保証する。この提案手法をインダクタモデルの 3 次元形状最適化に適用し、その有用性と問題点について検討した。その結果、非適合要素を用いた電磁界有限要素解析の解析精度を保ちつつ、3 次元形状最適化を行えることを確認した。さらに、遺伝的アルゴリズムによって得られた最適解は先行研究と同様の特徴を持った電気機器形状となることを確認し、提案手法の有用性について示した。

今後の課題として、より複雑な解析モデルに提案手法を適用し、その有用性を示す必要がある。また、メッシュデータの形状や要素数と解の安定性・収束性の関係を検討する必要がある。

6.2 圧粉磁芯の数理モデルの構築

4章では、電磁界解析を用いた圧粉磁芯の数理モデルの構築について述べた。圧粉磁芯とは、従来の磁性材料である鉄やフェライトなどを粒子状にし、粒子表面に非磁性体膜を施し圧縮もしくは焼結させたものである。圧粉磁芯材料の設計の際、従来では Ollendorff の式と呼ばれる理論式や磁気回路法を用いた等価式を用いて圧粉磁芯のマクロな磁気特性を推定しているが、これら手法はいくつかの制限があり、また非線形磁気特性における有効性は明らかではなかった。そこで、電磁エネルギーに着目した均質化法を用いた電磁界有限要素解析による圧粉磁芯のマクロ磁気特性の推定手法を用いて、上記の推定手法が非線形磁気特性のときにどれほど有効性があるのかを確認した。均質化法とは、複数の材料から成る複合材料の物性値が、あたかも 1 つの材料から成る単一材料の物性値であるように仮定する手法であり、複合材料の等価材料定数を決定する際によく用いられる。その結果、磁性粒子が線形磁気特性を持つときは従来手法の Ollendorff の式や磁気回路法による手法は、有限要素法により算出したマクロ磁気特性と同様の結果が得られることを確認した。磁性粒子が非線形磁気特性の場合は、磁性粒子の形状が立方体であるときは Ollendorff の式、磁気回路法、有限要素手法により推定手法は同様の結果が得られることがわかった。しかし、磁性粒子が一方向に長く反磁界係数が小さくなる形状になると、Ollendorff の式や磁気回路法による推定手法は磁気飽和の表現が十分にできず、有効性がなくなること示した。それに対して、有限要素法を用いた推定手法は、磁気飽和を十分に表現できていると考えられ、他手法より有用性があることも示した。

今後の課題として、より妥当性のある等価材料定数の算出方法を確立するために、実際の圧粉磁芯の測定値と比較・検討を行う必要がある。また、渦電流損失や磁気ヒステリシス、応力を考慮した数値解析へと拡張する必要がある。

6.3 圧粉磁芯の数理モデルの検討

5章では、4章で示した圧粉磁芯の数理モデルの検討を行った。Ollendorff の式や磁気回路法を用いた等価式は、一般に圧粉磁芯のマクロな磁気特性の推定に用いられているが、実際に製作した圧粉磁芯のマクロな磁気特性を測定すると、推定値と大きく異なる値が出てきてしまう問題がある。この原因を究明するために、実際の圧粉磁芯の断面図写真から有限要素モデルを作成し、2次元有限要素解析を行った。その結果、圧粉磁芯を構成する磁性粒子の不均一な分布がマクロ磁気特性に大きな影響を及ぼしていることがわかった。また、その影響の内、支配的な因子は磁性粒子が磁氣的に結合している部分の効果であることも示した。これらの効果を定性的に実証するためには 3次元モデルでの解析が必要であるが、実際の圧粉磁芯から 3次元有限要素モデルを作成することは非常に困難である。したがって、磁気回路法を用いて新たなマクロ比透磁率の推定手法を提案した。提案手法は、3次元で圧粉磁芯を構成する磁性粒子の磁氣的結合をモデル化でき、かつ短時間でマクロ比透磁率

を推定できる．解析の結果，断面図写真を用いた 2 次元有限要素解析と同様の結論を導くことができ，磁性粒子が磁氣的に結合している部分は圧粉磁芯のマクロ磁気特性を向上させる効果があることを定性的に示した．

今後の課題として，提案手法を非線形解析・渦電流解析へと拡張する必要がある．

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々に大変お世話になりました。ここに感謝の意を表します。

本論文をまとめるにあたり、常に温かいご指導を賜り、その全般にわたって終始熱心にご指導いただきました、北海道大学大学院情報科学研究科システム情報科学専攻 五十嵐一教授に熱く御礼申し上げます。五十嵐教授には、研究活動に限らず日々の生活や体調にも気にかけてくださり、感謝の念に堪えません。心より感謝いたします。

さらに、日頃から数々の有益な御助言、御検討をしていただいた、北海道大学情報が科学研究科システム情報科学専攻 野口聡准教授、現室蘭工業大学 渡邊浩太准教授に厚く御礼申し上げます。

また、Ollenforf の式の論文に関し、富士通株式会社 上原裕二氏、古屋篤史氏、太陽誘電株式会社 河野健二氏より御助言をいただきました。ここに深謝の意を表します。

そして、研究活動に関わる事務手続き全般を引き受けてくださり、研究遂行に専念できる環境を支えていただきました齊藤尚代女史、研究環境の整備にご協力・ご尽力いただきました今井適氏に感謝を申し上げます。さらに、常に明るい雰囲気のもとで研究させていただき、数々の御助言、御協力をいただいた同研究室の皆様に厚く御礼申し上げます。

最後に、私の博士課程進学に理解を示してくださり、様々な面で支援していただいた両親に心から感謝いたします。

研究業績

査読付き学術論文

- [1] Hajime Igarashi, Yuta Watanabe, and Yasuhisa Ito, "Why Error Correction Methods Realize Fast Computations," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 2, pp. 415-418, 2012.
- [2] Yasuhisa ITO, Hajime IGARASHI, Kota WATANABE, Yosuke IIJIMA, Kenji KAWANO, "Non-conforming finite element method with tetrahedral elements," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 49, no. 1-4, pp. 739-745, 2012.
- [3] Yasuhisa Ito and Hajime Igarashi, "Computation of Macroscopic Electromagnetic Properties of Soft Magnetic Composite," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 1953-1956, 2013.
- [4] Yasuhisa Ito, Hajime Igarashi, Michiaki Suzuki, Yoshiki Iwasaki, and Kenji Kawano, "Effect of Magnetic Contact on Macroscopic Permeability of Soft Magnetic Composite," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, article#: 9400804, DOI: 10.1109/TMAG.2015.2489227, 2016.

学会発表（国際会議，査読付き）

- [1] Yasuhisa ITO, Hajime IGARASHI, Kota WATANABE, Yosuke IIJIMA, Kenji KAWANO, "Non-conforming Finite Element Method with Tetrahedral Elements," *The 15th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics (ISEM2011)*, Napoli, Italy, September, 2011.
- [2] Yasuhisa Ito, Hajime Igarashi, "Computation of Macroscopic Electromagnetic Properties of Soft Magnetic Composite," *The 15th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2012)*, Oita, Japan, November, 2012.
- [3] Yasuhisa Ito, Hajime Igarashi, "Homogenized Magnetostatic Analysis of Periodic Structure with Anisotropy," *The 19th COMPUMAG Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Budapest, Hungary, June-July, 2013.
- [4] Yasuhisa Ito, Hajime Igarashi, Michiaki Suzuki, Yoshiki Iwasaki, and Kenji Kawano, "Computation of Macroscopic Magnetic Properties of Soft Magnetic Composite

Considering Non-uniformity," *The 20th COMPUMAG Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Montreal, Canada, June-July, 2015.

学会発表（国内会議，査読無し）

- [1] 伊藤泰久，五十嵐一，渡辺浩太，” 非適合有限要素法による静磁界解析，” 平成 23 年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会講演論文集（CD-ROM），函館，2011 年 10 月．
- [2] 伊藤泰久，五十嵐一，渡辺浩太，飯島洋祐，河野健二，” 非適合有限要素法を用いたインダクタの三次元形状最適化，” 電気学会研究会資料，SA-12-026，RM-12-026，大阪，2012 年 1 月．
- [3] 伊藤泰久，五十嵐一，” 有限要素法による圧粉磁心のマクロ磁気特性の解析，” 電気学会研究会資料，SA-12-106，RM-12-121，函館，2012 年 9 月．
- [4] 伊藤泰久，五十嵐一，” 有限要素法による圧粉磁心のマクロ透磁率の解析，” 平成 24 年度電気・情報関係学会北海道支部大会講演集（CD-ROM），札幌，2012 年 10 月．
- [5] 五十嵐一，伊藤泰久，佐藤孝洋，河野健二，鈴木理明，” 渦電流を考慮した圧粉磁芯のマクロ磁気特性，” 電気学会研究会資料，SA-14-075，RA-14-091，宇都宮，2014 年 9 月．
- [6] 五十嵐一，佐藤佑樹，伊藤泰久，” 渦電流を考慮したマクロ磁気特性－細線の解析，” 電気学会研究会資料，SA-15-032，RA-15-024，沖縄・宮古島，2015 年 3 月．

競争的資金の獲得

- [1] 日本学術振興会科学研究費補助金（特別研究員奨励費）
2014 年度：1,000,000 円，2015 年度：800,000 円
研究題目：電磁機器の解析・最適化のための圧粉磁心の数理モデルに関する研究
特別研究員（DC2）・工学，課題番号：26・1503

賞罰

- [1] 「平成 24 年度精密工学会北海道支部 学生奨励賞」受賞，2013 年 3 月 25 日．
- [2] 「平成 24 年電気学会産業応用部門研究会 優秀論文発表賞」受賞，2013 年 3 月 31 日．