



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ジェット下に形成される気泡流中の気泡-乱流間相互作用及び酸素輸送機構
Author(s)	新井田, 靖郎
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第11453号
Issue Date	2014-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k11453
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/64927
Type	doctoral thesis
File Information	Yasuo_Niida.pdf



ジェット下に形成される気泡流中の気泡 - 乱流間相
相互作用及び酸素輸送機構

Oxygen Transfer in Bubble-Laden Turbulence
Generated by Splashing Jets

新井田 靖郎

平成 25 年度博士論文

目次

第 1 章	序論	7
1.1	背景	7
1.2	既往の研究	11
1.2.1	大気 - 海洋間気体輸送に関する既往の研究	11
1.2.2	砕波帯内の混入気泡に関する既往の研究	14
1.3	本論文の目的と構成	20
	参考文献	23
第 2 章	気泡流中の物理モデル	27
2.1	はじめに	27
2.2	気泡流中の個々の気泡運動と乱流間の相互作用	29
2.2.1	実験装置と実験条件	29
2.2.2	気泡の高速画像計測	29
2.2.3	Super resolution particle image velocimetry	32
2.2.4	結果	33
2.3	確率微分方程式を用いた乱流中の気泡運動追跡モデル	42
2.3.1	Basset-Bousinesq-Oseen 方程式	42
2.3.2	気泡の抗力係数	46
2.3.3	Langevin 方程式	50
2.3.4	数値計算法	53
2.3.5	結果	54
2.4	気泡-乱流 two-way 確率モデル	57
2.4.1	気泡流れ場に対する運動方程式	57
2.4.2	Large Eddy Simulation	58
2.4.3	乱流中の気泡運動	62
2.4.4	Level - set 法	62

2.4.5	数値計算法	64
2.4.6	計算条件	68
2.4.7	数値計算結果	68
2.5	結論	76
参考文献		79
第 3 章 気泡からの酸素輸送フラックスモデル		81
3.1	はじめに	81
3.2	Levich (1962) の理論	82
3.2.1	移流拡散方程式	82
3.2.2	球形粒子からの物質輸送	83
3.2.3	気泡の場合	85
3.2.4	理論の適用範囲	86
3.3	蛍光励起画像計測による溶存気体濃度測定原理	86
3.3.1	溶存二酸素炭素濃度測定原理	86
3.3.2	溶存酸素濃度測定原理	87
3.4	実験方法	88
3.4.1	実験のセットアップと計測領域の光学特性	88
3.4.2	キャリブレーションカーブ	92
3.4.3	気泡位置の特定	94
3.5	実験結果	95
3.6	酸素輸送フラックスモデル	98
3.7	結論	103
参考文献		105
第 4 章 ジェット下のエアレーション		107
4.1	はじめに	107
4.2	既往の研究	107
4.3	ジェット下の気泡混入過程	108
4.3.1	実験方法	108
4.3.2	結果	109
4.4	ジェット下の渦	115
4.4.1	計算方法	115
4.4.2	計算結果	115

4.5	ジェット下の気泡混入モデル	116
4.5.1	気泡混入条件	116
4.5.2	混入気泡の径	125
4.5.3	混入気泡数	126
4.5.4	数値計算法	129
4.5.5	数値計算結果	129
4.6	結論	131
参考文献		135
第 5 章	気泡流中の力学機構に基づく酸素輸送フラックスモデル	137
5.1	はじめに	137
5.2	基礎方程式	137
5.3	計算条件	138
5.4	計算結果	139
5.5	結論	142
参考文献		143
第 6 章	結論	145
付録 A	基礎方程式	149
A.1	連続式	149
付録 B	座標変換	153
付録 C	気泡流からの酸素輸送測定	157
C.1	溶存酸素濃度空間分布	157
付録 D	気泡流からの酸素輸送測定	169
D.1	実験条件	169
D.2	結果と考察	170
D.2.1	一様な気泡サイズをもつ気泡群からの酸素輸送	170
D.2.2	高流量下での気泡群からの酸素輸送	172
付録 E	ダムブレイクによる気泡混入過程	181

第 1 章

序論

1.1 背景

海岸工学はノルマンディー上陸作戦における波浪予測に端を発する比較的新しい学問である (堀川, 1973). もちろんそれ以前にも, 港湾施設の設計・建設を主たる目的とした港湾工学が存在していたし, 波の理論的な研究に関しては Gerstner や Airy, Stokes, Boussinesq らによって 19 世紀には行われていた (Lamb, 1932). しかし, 第二次世界大戦における上陸作戦には波の発生や, 風による波浪の発達, 浅水変形, 砕波過程, および波と物体との相互作用に関するそれまで以上の深い理解が必要とされ, このときの研究が戦後, 海岸工学の確立へと結実していく事となる. この様な背景を持つ海岸工学は, 波や流れなどの本質を解明するための理学的学問と技術開発を通じてそれらの力に対抗する手段を研究する学問とが統合された学際的な色合いを強く持っている.

一方, 18 世紀における産業革命以来の世界的な人口増加や急激な工業化, それに付随する大量の排出物質による各種環境問題は 20 世紀後半にはより顕在化し, 社会一般に広く認知され, 様々な学問領域で環境問題を調査研究する動きが本格化する. 海岸工学分野においても環境問題に関する研究が活発に行われるようになり, 現在では, 「環境の保護と利用」も海岸工学の主要な目的となっている. そもそも海岸工学が研究の対象とする沿岸域は気圏, 水圏, 地圏が交り合う地球上で最も豊かな生態系を形成している場であると同時に, 人間活動が最も活発に行われている場所でもあり環境問題が発生しやすい地域であるといえる.

この沿岸域の特徴的な現象の一つに砕波現象がある. 砕波現象は流速が波速を上回ることによって波が崩れる現象であり, 沿岸域では恒常的に観察される (図 1.1 参照). 砕波時には砕波ジェットへの水面への着水によって海中に様々なサイズの大量の気泡が混入し (図 1.5 参照), それらの気泡群は以下に示す海岸工学に関連する様々な問題に直結している.



図 1.1 実海域において観測される碎波の様子.

乱流変調

碎波時には μm スケールから mm スケールまでの幅広いサイズスペクトルを持つ気泡群が生成される．海中に取り込まれた気泡は浮力によって鉛直上向きに上昇する．大きな浮力を持つ大スケール気泡は水面まで比較的速く上昇する一方，小スケール気泡は碎波乱流に捕捉され移流される．これら気泡－液相間の流速の違いは，乱流変調を引き起こし (e.g. Lance and Bataille, 1991)，砂輸送や気体輸送の評価の上で重要な碎波帯内の流れ場に大きな影響を与える．

砂輸送への影響

沿岸域においてジェットの着水によって水面から混入した気泡はジェットによる鉛直下向き流速によって水中深部，底面付近まで移流された後浮上する．気泡の上昇に伴って鉛直上向き流速が発生し，砂輸送評価のうえで重要な底面から砂の巻きあげを引き起こす (灘岡ら, 1987)．

構造物への圧力応答の修正

流体中の圧力波の伝播速度 c は次式で表わされる (Newton, 1687)．

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (1.1)$$

ここで p は圧力， ρ は流体の密度である．気液混相流の場合， ρ 及び液相での伝播

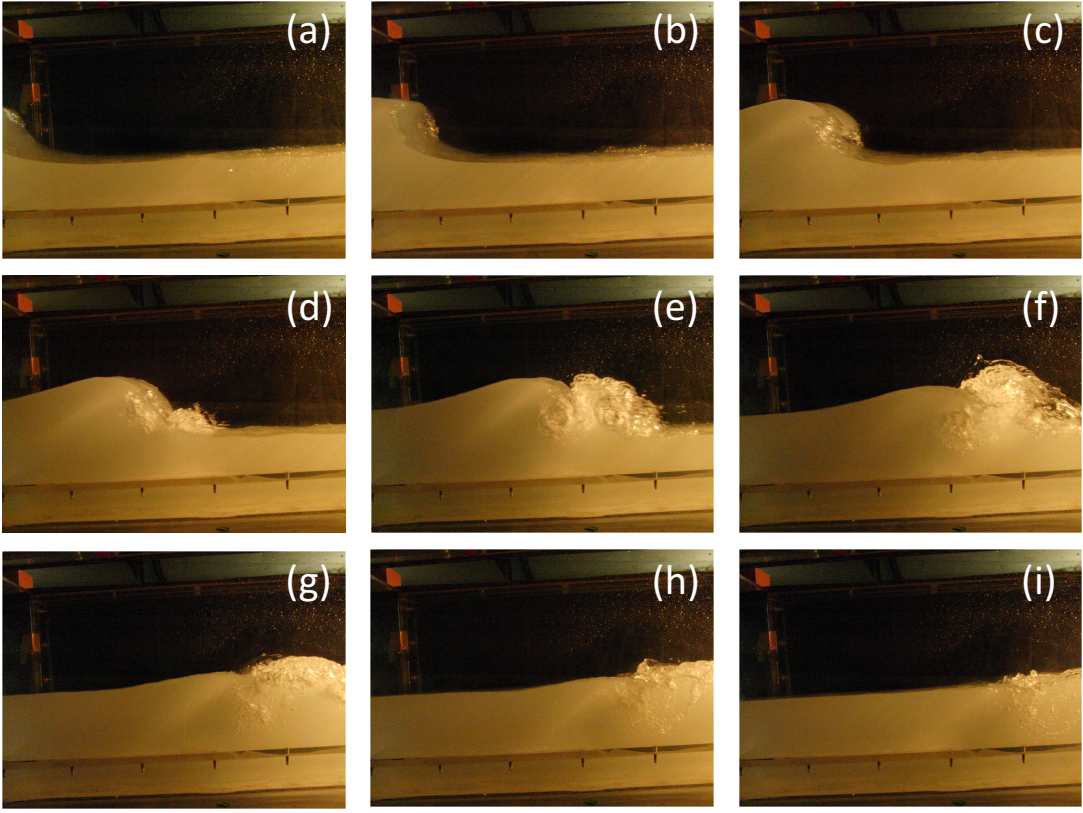


図 1.2 造波水槽によって発生させられた碎波現象の連続写真．碎波によって水中に気泡が混入している．

速度 c_f ，気相での伝播速度 c_g はそれぞれ

$$\rho = \rho_f(1 - \beta) + \rho_g\beta \quad (1.2)$$

$$c_f = \sqrt{\frac{dp}{d\rho_f}} \quad (1.3)$$

$$c_g = \sqrt{\frac{dp}{d\rho_g}} \quad (1.4)$$

となる．ここで β は気相と液相の体積比率であるボイド率， ρ_f は液相流体の密度， ρ_g は気体の密度である．式 (1.2)，式 (1.3)，式 (1.4) を式 (1.1) に代入することによって，式 (1.5) を得る．

$$c = \sqrt{\left[\frac{(1 - \beta)^2}{c_f^2} + \frac{\beta^2}{c_g^2} + \frac{\rho\beta(1 - \beta)}{p} \right]^{-1}} \quad (1.5)$$

式 (1.5) に $c_f = 1500\text{m/s}$ ， $c_g = 340\text{m/s}$ ， $\rho_f = 1000\text{kg/m}^3$ ， $p = 100000\text{Pa}$ を代入し，ボイド率と伝播速度の関係を求めると図 1.3 のようになる．図 1.3 に示す

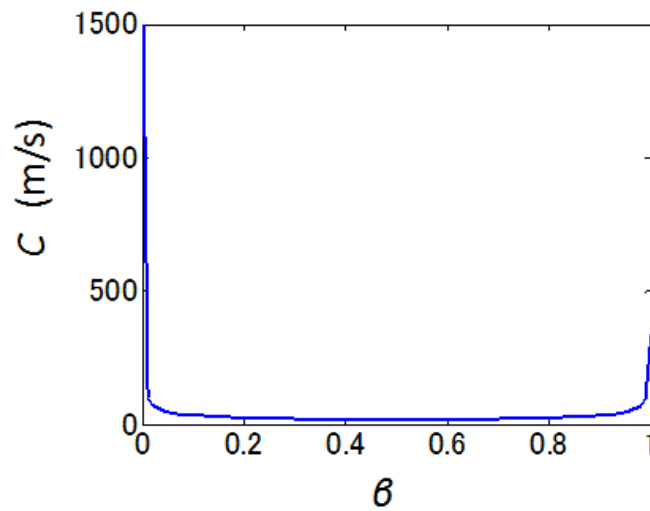


図 1.3 ボイド率 β と圧力波の伝播速度 c の関係.

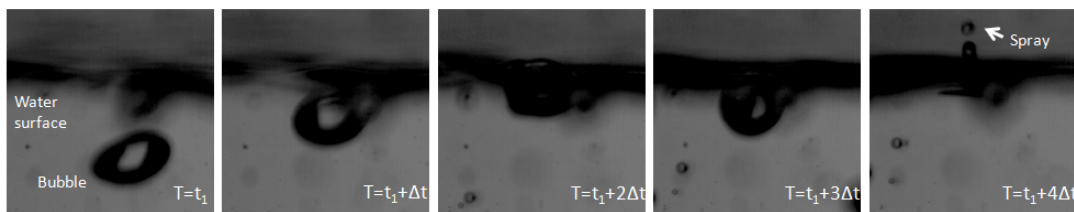


図 1.4 混入気泡の再曝気による微細飛沫生成の様子 (高速カメラで撮影, $\Delta t = 0.01\text{sec}$).

ように、気液二相流における圧力波の伝播速度は液相単相の場合はもとより、気相単相の場合と比べても著しく低下する。これは液体圧力の増加に伴って気泡は収縮するため、気相単相、液相単相の場合と比べて圧力に対する密度変化が大きくなる為である。この圧力波の伝播速度の変化は構造物に対する圧力の応答特性を変化させる。

微小飛沫・エアロゾルの生成

水面まで浮上した混入気泡は水面で破裂し、これに伴って微小飛沫・エアロゾル生成される (図 1.4 参照)。これらの微小飛沫・エアロゾルは沿岸域の局所気象、熱環境に影響を与える他、沿岸構造物の腐食や塩害など引き起こす。

大気-海洋間気体輸送

砕波時に発生する大量の混入気泡は気泡-海水間の接触界面積を著しく増加させ、大気-海洋ガス交換を急激に促進させる。また同時に生成された水面直下の砕波乱流は水面更新によりガス溶解を進行させるとともに、溶解したガス及びソースである気泡自体を移流拡散させる。

これらの諸問題のうち、砕波時の気体輸送機構の解明については、沿岸域生態系にとって重要な酸素や二酸化炭素などの海中溶存ガスの短期的・局所的変動を含む定量的予測に欠かせない。また、大気-海洋間気体輸送は現在国際政治の主要議題の一つになっている気候変動問題においても中心的役割を果たす。IPCC 第 4 次評価報告書では大気中の CO_2 の増加による海洋の酸性化とそれに伴う生態系への影響が懸念されており、また大気-海洋間気体輸送収支の見積もりが全球的な気候変動の将来予測の精度に大きく関わる事が指摘されている。現在、このような影響の評価において必要となる海洋表層でのガス溶解及び全球的な炭素循環の初期フラックスは大気から海中への CO_2 のガス輸送速度を海上風速から決定するモデルによって与えられている。これらのモデルは主に海洋での観測結果を基に構築されたものであるが、観測結果にはバラツキが多い上、台風などの高風速時の計測データはほとんど存在しない。また、沿岸域では海上風ではなく浅水変形によって恒常的に砕波が生じており (図 1 参照)、風速のみでは局所的な大気-海洋間気体輸送フラックスを考慮できない。したがって、砕波の直接的な影響を含めた気体交換モデルは気候変動の将来予測を行う上で重要な大気-海洋間気体輸送フラックスのより正確な見積もりや、その全球的な気候変動を背景として劣化が懸念される沿岸域生態系の定量的評価手法を確立する上でもその構築が強く望まれる。

次節では大気-海洋間気体輸送および砕波時の混入気泡に関する既往の研究を紹介する。

1.2 既往の研究

1.2.1 大気 - 海洋間気体輸送に関する既往の研究

大気から海中への気体輸送には 2 つの経路がある。ひとつは大気-海洋界面を通じた直接的な輸送であり、もうひとつは砕波時の混入気泡を介した気体輸送である (Woolf and Thorpe, 1991)。どちらの経路にしても、気体輸送は気-液接触界面を通じて行われる。この場合、気体輸送フラックスは境膜モデルを用いて考えられる。これは界面をはさんで液相・気相両側にそれぞれ分子拡散が卓越する濃度境界層の存在を仮定し、バルク領域との濃度差を推進力とするものである。酸素などの難溶性気体の場合、液側抵抗であり、液相側の濃度境界層での輸送が律速段階となる。Fick の第一法則より液側濃度境界層での拡散フラックス F は、気体濃度を C とすると次式のように与えられる。

$$F = D \frac{\partial C}{\partial z} \quad (1.6)$$

D は水中における気体の分子拡散係数である。式 (1.6) を次のように変形する。

$$F = \frac{D}{\delta} (C_s - C_b) = k(C_s - C_b) \quad (1.7)$$

δ は濃度境界層の厚さ, C_b はバルクの溶存気体濃度, C_s は式 (1.8) に示すヘンリーの法則で表わされる平衡状態における溶存気体濃度である.

$$C_s = \frac{\alpha}{RT_w} p \quad (1.8)$$

ここで α は Bunsen 吸収係数, R は気体定数, T_w は水温, p はトレーサーガスの分圧である. また式 (1.7) において k は気体輸送速度係数と呼ばれる速度の次元を持つ係数であり, 従来の大気-海洋間気体輸送の研究では, 主に海洋観測の結果より風速と気体輸送速度係数 k の関係を定量化することが行われてきた. 気体輸送速度係数は気体毎に異なるが Schmidt 数を通じて相互に変換できると考えられている.

Liss and Merlivat (1986) はガス輸送に関する実験や現地観測をまとめ, 次のような k のモデル式を提案した. Schmidt 数が 600 のガスについて

$$\begin{aligned} k &= 0.17U & U_{10} < 3.6\text{m/s} \\ k &= 2.85U - 9.65 & 3.6\text{m/s} < U_{10} < 13\text{m/s} \\ k &= 5.9U - 49.3 & U_{10} > 13\text{m/s} \end{aligned} \quad (1.9)$$

ここで U_{10} は海上 10m での風速である.

また Wanninkhof et al.(1993) は同じく Schmidt 数が 600 のガスについて次のようなモデル式を提案している.

$$k = 0.39U_{10}^2 \quad (1.10)$$

図 1.5 は海洋観測によって得られた気体輸送速度係数と海上風速の関係をプロットしたものである (Jähne and Haubecker, 1998). また, 図 1.5 には Wanninkhof et al. (1993) と Liss and Merlivat (1986) によって提案されたモデル式による結果も示している. 図 1.5 より, 気体輸送速度は高風速時に急激に増加していることがわかる. また観測結果にはバラツキがあり, 特に高風速時にそのバラツキは大きくなっている. この原因としては風波砕波による気泡の取り込み現象である Whitecap の影響や砕波乱流による水面更新の影響が考えられる (Kiteigorodskii, 1984). 図 1.5 より, Liss and Merlivat (1986) のモデル式は, 特に低風速時の気体輸送速度係数を実測値より低く見積もっている. 風波の発達と砕波は風速の他に吹送距離, 吹送時間に依存し, 吹送距離の短い実験室では風速に対してシャープな閾値を持つ (13m/s は典型的である) が, 海洋では吹送距離の長い波は 2–3m/s の風速で砕波 (Monahan and O’Muircheartaigh, 1986) することがある. この為, 室内実験の結果を用いて k を風速で定量化したモデルでは, 海洋観測結果の再現が難しい.

また, Farmer et al. (1993) はあらためて気泡が大気-海洋間気体輸送において大きな役割を果たすこと, 特に酸素などの難溶性気体では気泡の影響が大きいことを指摘し, 既存のどのモデルを用いても砕波時の気泡の影響を正しく評価できず気体輸送速度係数を低く見積もってしまう事を明らかにしている.

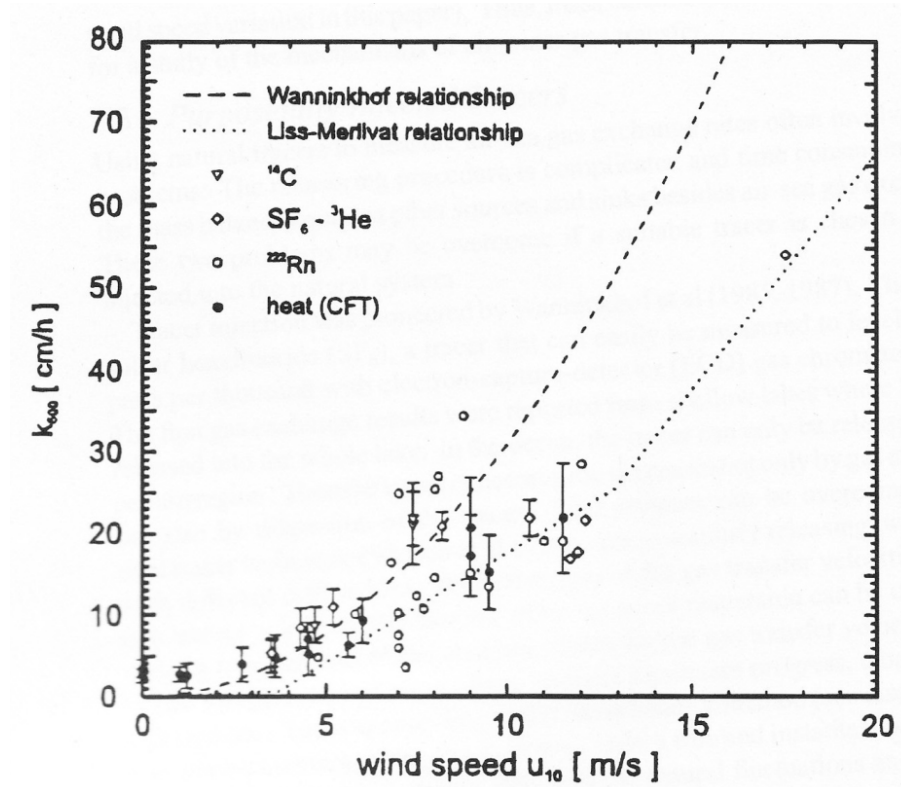


図 1.5 実海域における気体輸送速度と海上風速の関係 (Jähne and Haubecker, 1998)

Wallace and Wirick (1992) は波動運動と海中の溶存酸素濃度の関係について調べている (図 1.6). 波高の高い時点における海中の溶存酸素濃度は高いものとなっており, 明らかに波動運動と大気から海中への気体輸送は連動している. また図 1.6 より, 碎波が頻発する高波浪時には海中の溶存酸素濃度は過飽和状態になっていることがわかる.

この碎波時の溶存酸素濃度過飽和は混入気泡内の過剰な圧力による気体輸送の増大が原因である (Atkinson, 1973). 混入気泡内の各気体の分圧の和は気泡内の全圧 P と等しく, 気泡内の全圧は大気圧 P_a と静水圧と表面張力 による圧力の和によって求められる.

$$\sum p = P \quad (1.11)$$

$$P = P_a + \rho_w g z + 2\gamma/r \quad (1.12)$$

ここで, ρ_w は液相流体密度, g は重力加速度, z は水深, γ は表面張力係数, r は気泡半径である. 式 (1.12) で明らかなように, 気泡内の分圧は同じ気体の大気中の分圧より高い. 従って, 気泡からの気体輸送時には式 (1.7) 中の $C_s - C_b$ は大気-海洋界面を通じた直接的な輸送の場合よりも大きくなり, これが碎波時の気体濃度過飽和の原因となる.

以上のように, これまでの大気 - 海洋間気体輸送に関する研究は海洋観測や室内実験によるものが多く, それらの研究から, 大気 - 海洋間の気体輸送は碎波時に混入される気泡

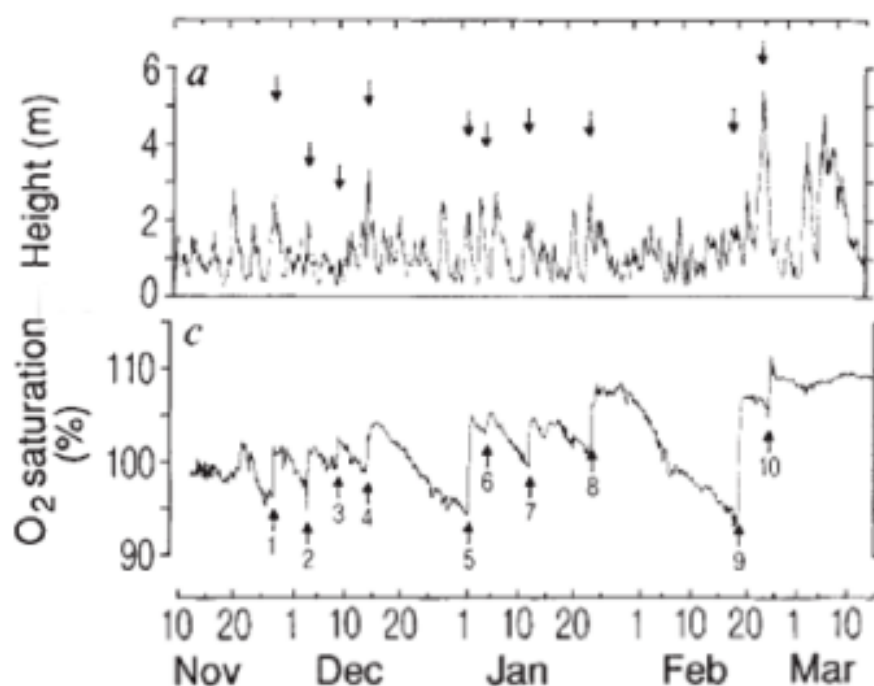


図 1.6 波動運動と海中の溶存酸素の関係 (Wallace and Wirick, 1992)

および、砕波乱流による水面更新によって支配されている事が明らかになっている。特に砕波時の混入気泡は、気液接触界面積を増加させるのみならず、気泡内の過剰な圧力によるガス輸送の増大を招く事が知られているが、大気 - 海洋間の気体輸送における気泡の影響を適切に評価することのできるモデルは存在しない。また、台風等の襲来時の高風速時のデータは不足しており、低風速時のデータの外挿でこれらの現象発生時の気体輸送速度係数を再現できるかどうかは不明である。また、沿岸域では浅水変形によって恒常的に砕波が生じており、海洋での観測結果を基にしたモデルをそのまま適用することは不可能であり、砕波時の混入気泡の直接的な影響を評価する新たな大気 - 海洋間気体輸送モデルを構築する必要がある。

1.2.2 砕波帯内の混入気泡に関する既往の研究

大気-海洋間気体輸送を支配する気液接触界面積の適切な見積もりには、砕波時の気泡混入メカニズムの解明、混入気泡サイズスペクトルのパラメータ化が必要である。また、混入気泡は海中深く直接気体を輸送するソースとなるので、砕波時における気泡の空間分布及び、気泡運動特性の把握が不可欠である。

ジェットによる気泡混入メカニズムについては、主に鉛直ジェットの水面への突入による気泡混入に関して、1970 年代以降、実験を中心とした多くの研究が行われている (Bin,

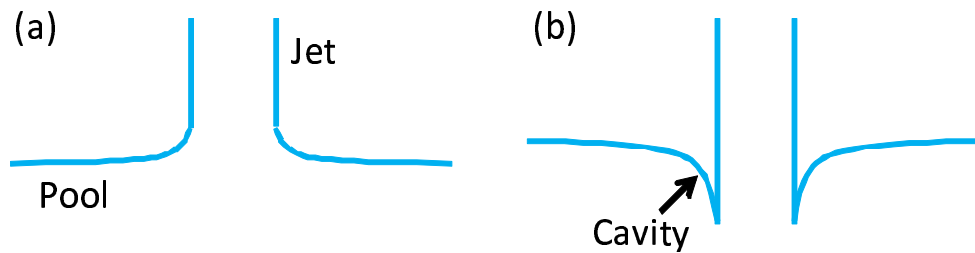


図 1.7 水面へ突入する水ジェット. (a) ジェットの Froude 数が低い場合. (b) Froude 数が高い場合.

1993). それらによると, 気泡の混入を決定づける最も重要なパラメータはジェットの流速であり, Froude 数で特徴づけられる (Bin, 1993). Froude 数が大きい場合, ジェットと水面の間にはキャビティーが形成される. このキャビティーの先端部は非常に不安定で, 隣り合う水面がランダムに結合し, その結果として水中に気泡が混入する. 一方, 低 Froude 数ではキャビティーが生成されないため, その後の水面の不安定や気泡混入が生じない (図 1.7).

液相の物性が気泡生成に及ぼす影響についても研究がおこなわれている. 海水と真水の物性の違いはわずかであるが, 同様の風速下で真水に比べて海水の方が碎波時の気泡が多い事や (Scott, 1975), white cap の存在時間に違いがあることが知られている (Monahan and Zeitlow, 1969). また Chanson et al. (2006) は鉛直水ジェットが衝突する際に混入する気泡の特性について, 淡水と海水の場合の比較を行い, 淡水よりも塩水のほうが微小な気泡が顕著に増加することを示した.

海水と真水における気泡数の違いの原因の一つとされているものが海水中での気泡の合体の抑制である. Lessard and Zieminski (1971) は気泡合体が著しく減少する限界塩分濃度の存在を発見し, 気泡合体の抑制はイオン強度に比例すること, 表面張力や粘性, 電気二重層 (図 1.8) の存在が合体を支配するメカニズムであることを示唆した. 一方, Shatkay and Ronen (1992) は塩分濃度を 2.5M を超えて上昇させたとき, 逆に気泡数が減少することを明らかにした. これは, デリャーギン・ランダウ・フェルウェー・オーバービーク理論 (DLVO 理論) で支持される高イオン濃度下での電気二重層の圧縮が引き起こす bubble flocculation の為である.

一方, Slauenwhite and Johnson (1999) は気泡の合体抑制現象とは無関係に海水中では純水中では見られない μm スケールの気泡が非常に多く生成される事を明らかにしている. また, 気泡生成はイオン強度や表面張力, 水の構造, 粘性, 密度に依存する事, 植物プランクトンの存在が気泡生成をより活発にする事を指摘している.

碎波帯内の気泡運動には碎波によって生成される組織的な乱流構造が重要な役割を果たす事が知られている. Nadaoka et al. (1989) は碎波時に波頂部背後に形成される斜降渦

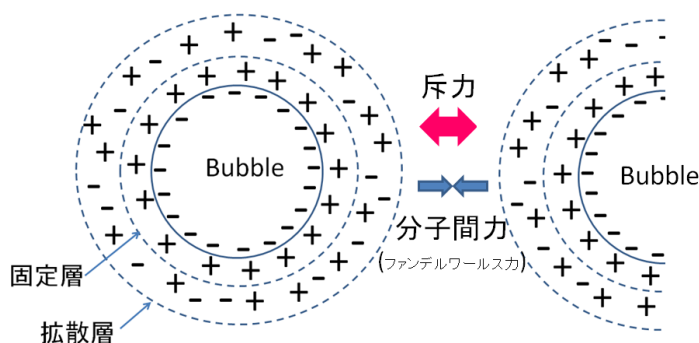


図 1.8 電気二重層概念図.

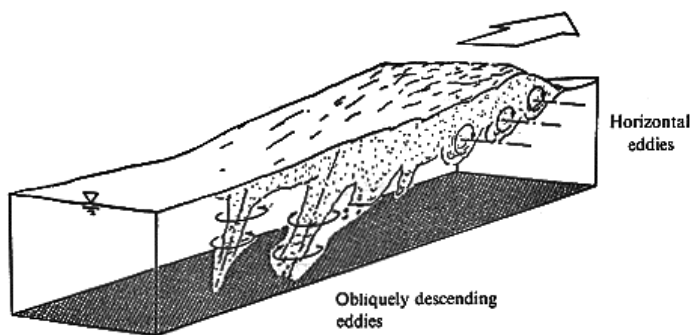


図 1.9 砕波時に波頂部背後に形成される斜降渦 (Nadaoka et al., 1989).

(obliquely descending eddies) の存在を明らかにしたが、この渦は砕波ジェットの水面上への突入によって混入した気泡をトラップし長時間海中に留める (図 1.9)。

渡部ら (2000) は沿岸砕波帯を対象とした観測を行い、砕波形式 (図 1.12) の違いによって気泡群の生成・輸送過程に大きな違いがあること、砕波ジェット着水時に発生した微細な気泡が砕波帯の渦にトラップされ、気泡群自体が組織的な構造を持つことを確認している (図 1.11)。

また Farmer et al. (1993) は海洋観測により、砕波による混入気泡群は風速とともに貫入深さを増し、波長の 25% ないし波高の 5 倍程度にまで到達する事を示している。

Dean and Stokes (2002) は砕波時の気泡について画像および音響計測を行い、砕波時には μm スケールから mm スケールまでの幅広いサイズの気泡が存在し、気泡サイズスペクトルは Hinze スケールを境に 2 つの勾配を有すること、時間とともに大きなサイズの気泡が減少していくことを明らかにした (図 1.13)。

これらの研究によって砕波時には極めて複雑な気液混相乱流場が形成されていることが明らかとなったが、気液二相流は单相流に比べてその解析が極めて困難である。その理由

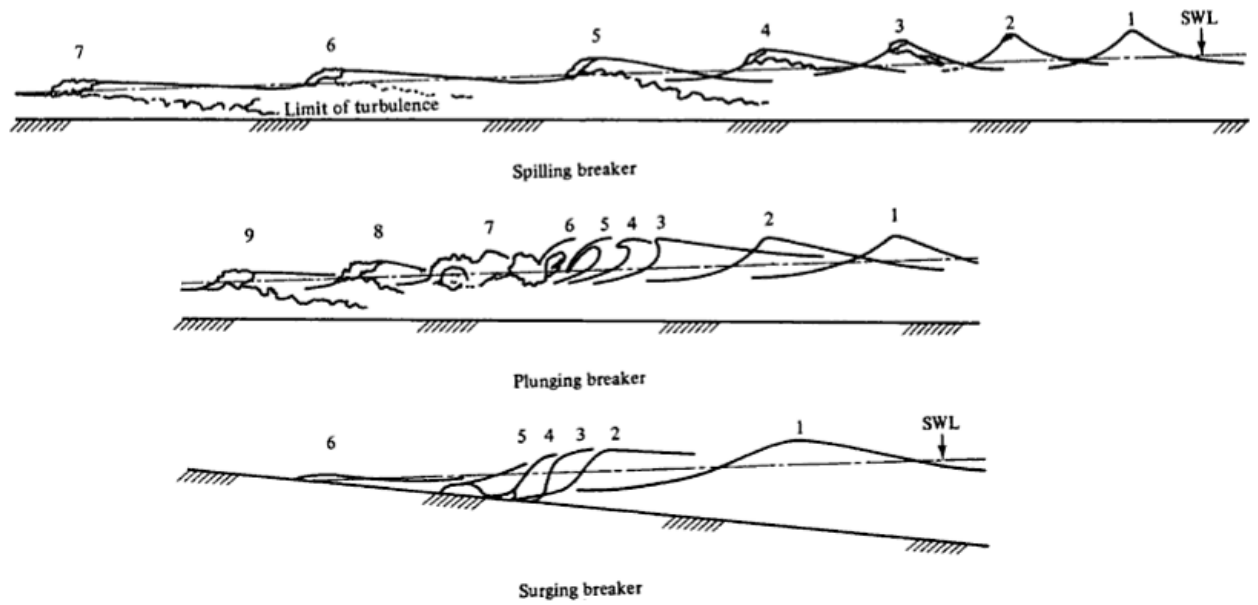


図 1.10 碎波形式の模式図 (上：崩れ波碎波，中：巻き波碎波，下：碎け寄せ波碎波，Deane and Dalrymple, 1984).

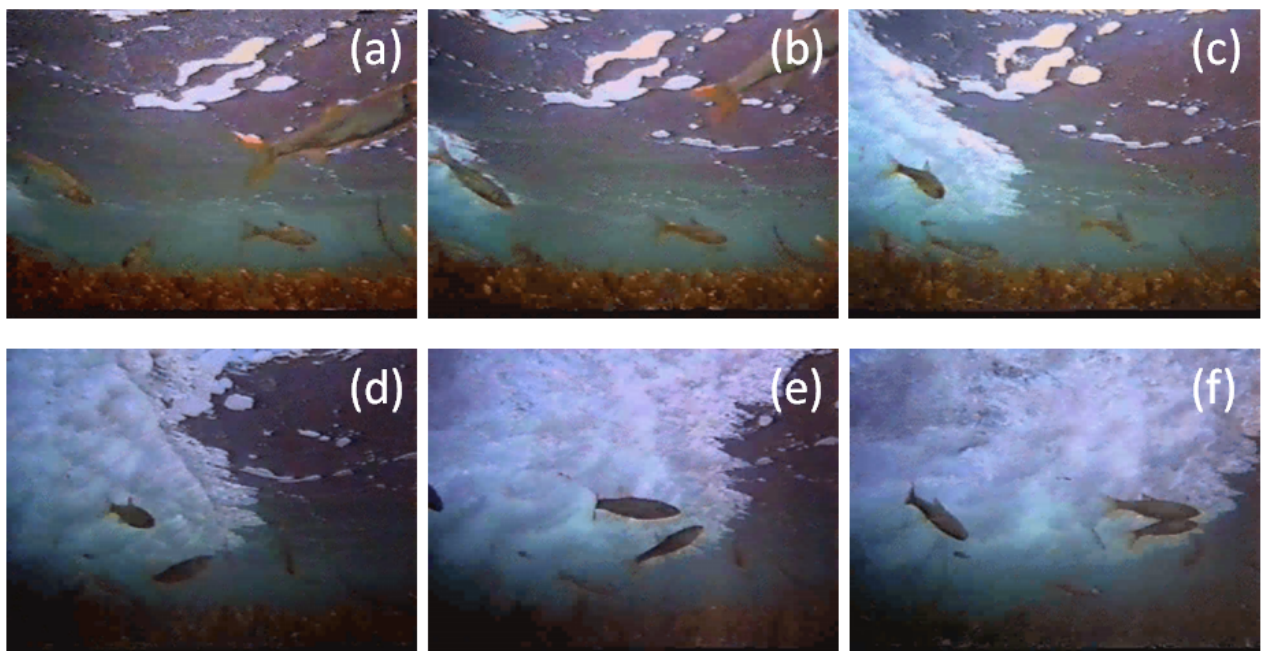


図 1.11 実海域における碎波下の気泡群 (渡部ら，2000).

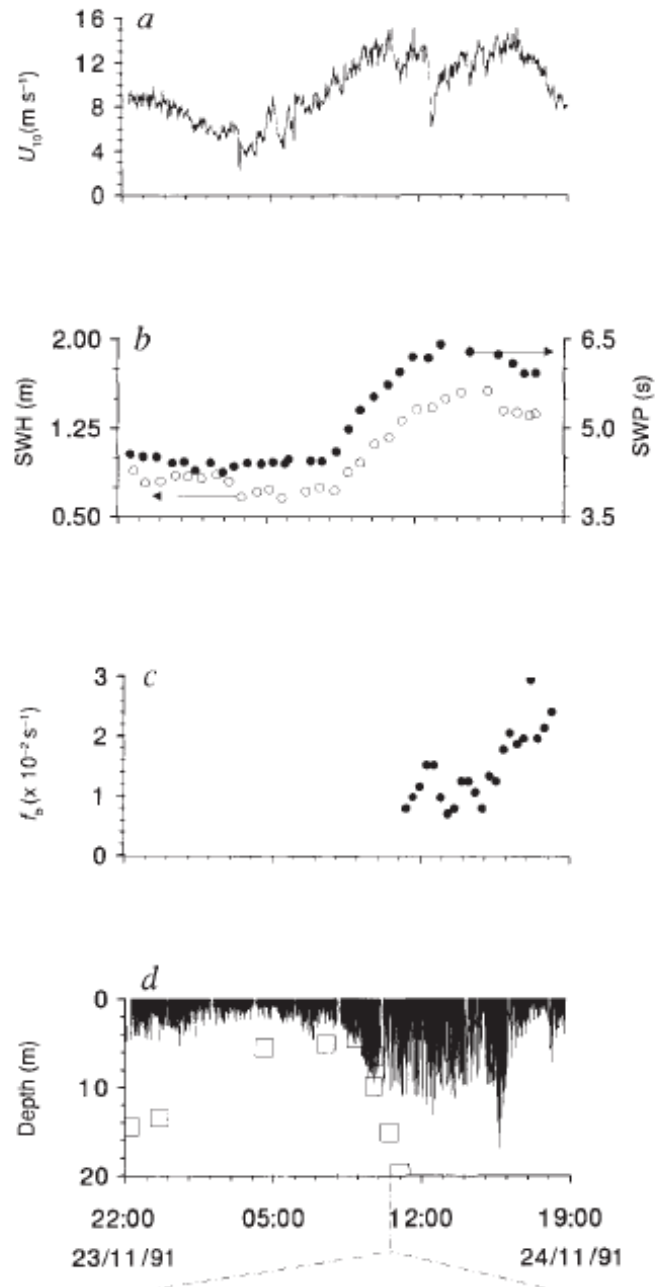


図 1.12 Farmer et al. (1993) による海洋観測結果. (a) 風速. (b) 有義波高と有義波周期. (c) 碎波頻度. (d) 気泡群の貫入深さ.

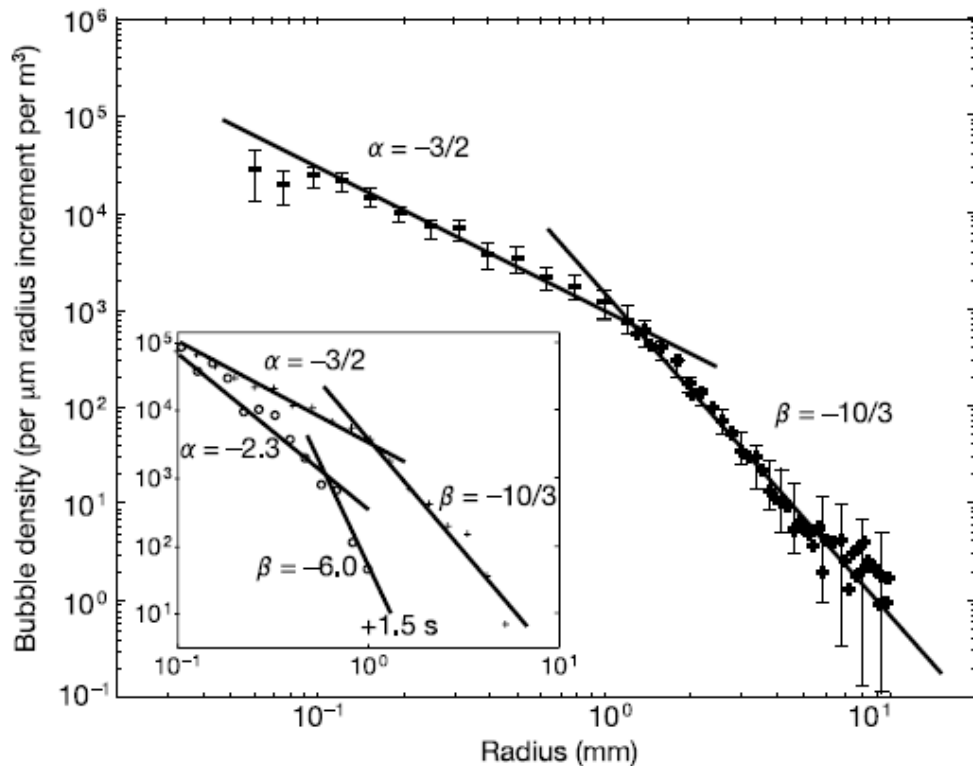


図 1.13 砕波時の気泡径分布 (Dean and Stokes, 2002).

の一つはパラメータの多さである。液相单相の場合、パラメータは液相の密度、粘度、速度、圧力、温度であるのに対して、二相流ではこれに加え、気相の密度、粘度、速度、圧力、温度さらに界面、表面張力、体積率となり考慮すべきパラメータが圧倒的に増え問題を複雑化させている。

海岸工学分野に限らず現在多くの工学分野で気液二相流の理解は重要なテーマであるが、前述のようにその挙動は複雑であるため、個々の気泡の挙動を追跡し、気泡流のマクロな運動に結びつけるよりは平均ボイド率を唯一のパラメータとして用いる研究が主体となってきた (Lance and Bataille, 1991)。

森ら (2006) は砕波帯内のボイド率と乱流エネルギーとの間に相関がみられ、ボイド率が乱流エネルギーを通じて推定できることを示唆している。

Hoque and Aoki (2005) が規則波実験において、ボイド率の空間分布を測定し、ボイド率が砕波形式によって異なること、ボイド率は静水面から底面方向に向かって指数関数的に減少していく事を明らかにしている。またボイド率の岸沖方向分布は砕波点から汀線に向かって増加していき、ピークに到達後、再び減少していくことを示している。

一方、近年の数値流体計算技術の急激な進歩を背景に、気液二相流モデルを砕波に適用する試みも行われている。

Moraga et al. (2008) は液相鉛直流速が 0.22m/s を超えるか否かを気泡混入の条件とし、混入気泡のサイズ分布を Dean and Stokes (2002) の計測結果に従って与えるモデルを提案している。しかしその計算結果は本来ジェット中心部でボイド率が高くなるなどボイド率の再現性に大きな問題を残している (図 1.14)。

Shi et al. (2010) は、気泡混入項を乱れエネルギーの関数として与えるモデルを提案している。このモデルによる計算結果も波峰前面のボイド率が低く、ジェット突入による気泡の鉛直下向きへの移流も見られない等、再現性に問題を残している。

1.3 本論文の目的と構成

以上述べてきたように、碎波に伴うエアレーションは海中の溶存酸素濃度を大きく左右するため、短期的・局所的な溶存酸素濃度変動の定量的予測のためには既存のバルクモデルを脱却し、気液碎波乱流中の力学機構に基づく気体輸送・拡散過程を記述可能な新たなモデルを構築する必要がある。しかし、現在までのところ、ジェット着水過程に依存して変化する碎波イベント時の気泡サイズ分布や気泡量のパラメータ化はなされておらず、その混入過程を物理的に矛盾無く表現したモデルは存在しない。また碎波乱流は碎波規模、碎波形態に応じて輸送形態を大きく変化させ、碎波乱流中の 3 次元的な構造を持つ渦は混入気泡をトラップし長時間海中に留める事が明らかにされているが、混入気泡と碎波乱流との相互作用に関する研究は主としてボイド率をパラメータとしたものにとどまっている。また気泡サイズ、数密度、浮上速度及び圧力と多くのパラメータに依存して変化し、酸素輸送モデルの構築に不可欠な混入気泡から海中への酸素輸送速度の定量化には至っていない。豊かな生態系を形成している沿岸碎波帯等を対象にした、より高度な環境評価モデルの構築には、碎波に伴う気泡の混入プロセス及び気泡-乱流間相互作用、個々の混入気泡からの酸素溶解ソースモデルの構築が不可欠である。

そこで本研究では、最新の流体画像計測技術と流体計算技術を用いて、気液二相流中の酸素輸送拡散の基礎的メカニズムを明らかにする。また碎波イベントを通じて発生する個々の気泡から溶解する酸素をインテグレートするマイクロスケールからのアプローチとして、複雑な碎波帯の気液混相乱流場にも適用可能な気泡流中の酸素輸送フラックスモデルの構築を行う。

第 2 章では、気泡流中の個々の混入気泡の挙動と液相乱れの間関係を調査する為、室内実験において発生させた気泡プルームに、Back - Light 法、Super resolution particle image velocimetry を適用し、その運動学的特性を調査する。また Basset Boussinesq Oseen 方程式と一般化された Langevin 方程式を用いて乱流中の気泡運動をラグランジュ的に記述したサブグリッド気泡群に対する Large Eddy Simulation への two-way フルカップリングモデルを構築する。

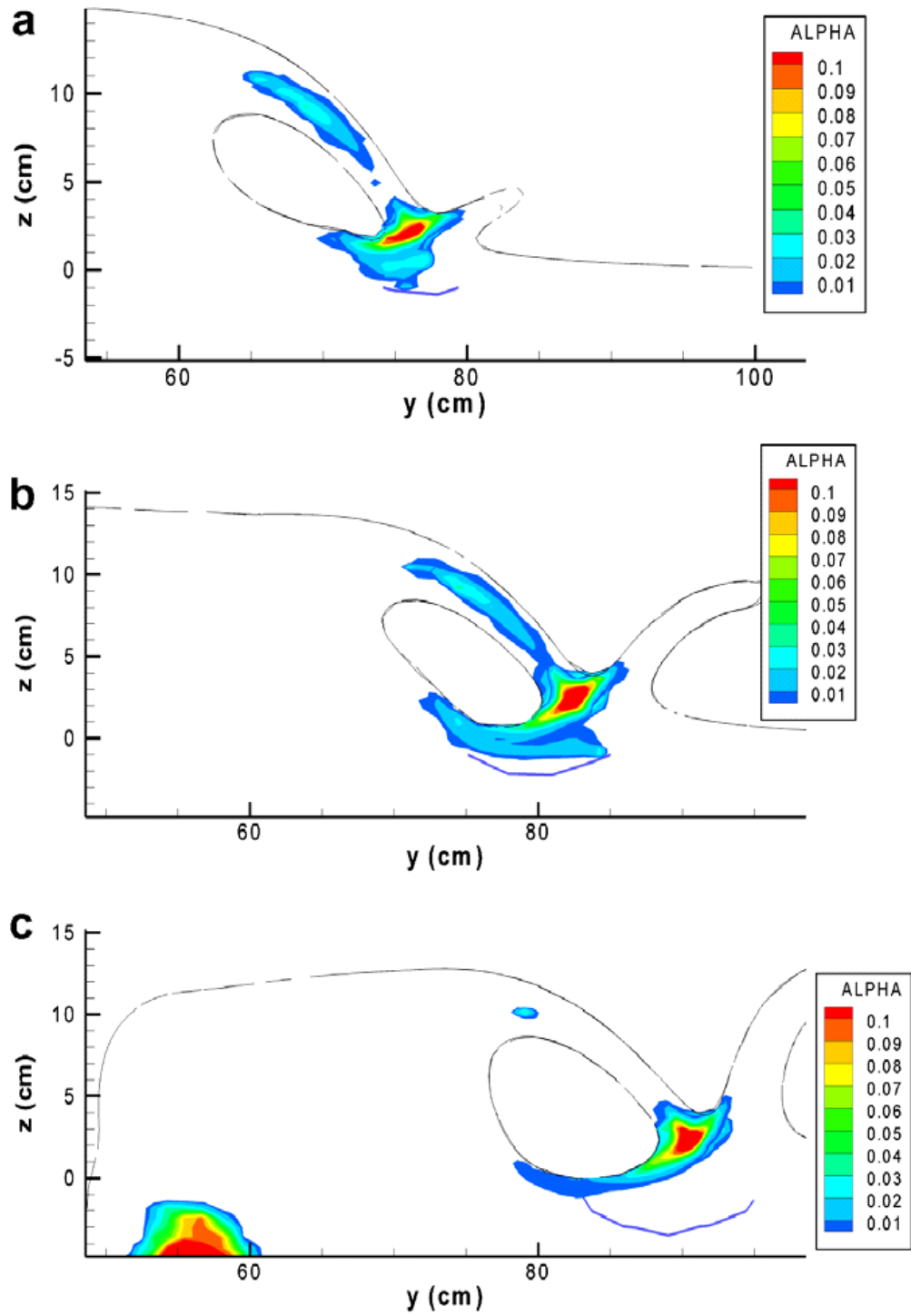


図 1.14 Moraga et al.(2008) による計算結果.

第 3 章では蛍光励起画像計測を用いた気泡周りの瞬時溶存酸素濃度分布計測法を確立し、気泡サイズに応じた時空間的な溶存酸素濃度変化の基礎特性を把握する。計測結果を基に気泡サイズスペクトルを入力値とした個々の気泡からの酸素溶解ソースモデルを構築する。

第 4 章では、砕波ジェットを模擬した鉛直ジェットによるエアレーション過程を調査する。Back-Light 法による高速画像撮影によってキャビティーから気泡の混入にいたる過程を調査するとともにジェット下に形成される気泡流中の溶存酸素濃度変化を計測する。また Longuet-Higgins (1983) が水面をポテンシャルディリクレ双曲面と近似して求めた限界水面角度を超過するかどうかによって気泡生成が行われるか否かが決定できるとして、サブグリッドスケールの気泡混入数値モデルを構築する。

第 5 章では、第 2 章で構築した two-way 気泡乱流モデル、第 3 章で構築した気泡からの酸素溶解ソースモデル、第 4 章で構築した気泡混入モデルを統合することで、ジェット下に形成される気泡流中の気泡 - 乱流間相互作用を介した酸素輸送機構を再現する。

第 6 章では、一連の研究成果をまとめ、本論文の結論とする。

参考文献

- [1] 灘岡和夫, 上野成三, 五十嵐竜行 (1973): 碎波帯内の三次元的大規模渦構造と浮遊砂の現地観測, 海岸工学論文集, 34, pp. 21–25.
- [2] 堀川清司 (1973): 海岸工学, 東京大学出版会.
- [3] 森信人, 加島寛章 (2006): 碎波連行気泡運動の画像計測, 海岸工学論文集, 53, pp. 61–65.
- [4] 森信人, 中川智史, 山田浩之, 角野昇八 (2006): 碎波帯における連行気泡特性とその推定, 海岸工学論文集, 53, pp. 66–70.
- [5] 渡部靖憲, 大塚淳一, 安原幹雄, 加藤雅也, 王毅, 佐伯浩 (2000): 実海域における碎波に伴う気泡生成及び連行特性, 海岸工学論文集, 47, pp. 131–135.
- [6] Atkinson, L. P. (1973): Effect of air bubble solution on air-sea gas exchange, J. Geophys. Res., 78, pp. 962–968.
- [7] Bin, A. K. (1993): Gas entrainment by plunging liquid jets, Chemical Engineering Science, Vol.48, No. 21, pp. 3585 – 3630.
- [8] Chanson, H., S. Aoki and A. Hoque (2004): Physical modelling and similitude of air bubble entrainment at vertical circular plunging jets, Chemical Engineering Science, 59, pp. 747–758.
- [9] Chanson, H., S. Aoki and A. Hoque (2006): Bubble entrainment and dispersion in plunging jet flows: freshwater vs. seawater, Journal of Coastal Research, 22, pp. 664–677.
- [10] Dean, R. G. and Dalrymple R. A. (1984): Water wave mechanics for engineers and scientists, Prentice Hall.
- [11] Deane G. B. and M. D. Stokes (2002): Scale dependence of bubble creation mechanisms in breaking waves, Nature, 418, pp. 840–844.
- [12] Farmer, D. M., C. L. McNeil and B. D. Johnson (1993): Evidence for the importance of bubbles in increasing air-sea gas flux, Nature, 361, pp. 620–623.
- [13] Garrett, C., M. Li, D. Farmer (2000): The connection between bubble size and

- energy dissipation rates in the upper ocean, *J. Phys. Oceanogr.*, 30 pp. 2163–2171.
- [14] Hoque, A and S. Aoki (2005): Distributions of void fraction under breaking waves in the surf zone, *Ocean Engineering*, 32, pp. 1829–1840.
- [15] Jähne, B. and H. Haubecker (1998): Air-water gas exchange, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30, pp. 443–468.
- [16] Kitaigorodskii, S. A. (1998): On the fluid dynamical theory of turbulent gas transfer across an air-sea interface in the presence of breaking wind-waves, *J. Phys. Oceanogr.*, 14, pp. 960–972.
- [17] Lamb, H. (1932): *Hydrodynamics*, Cambridge University Press.
- [18] Lance M. and J. Bataille (1991): Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 222, pp. 95–118.
- [19] Lessard, R. R., S. A. Zieminski (1971): Bubble coalescence and gas transfer in aqueous electrolytic solutions, *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 10, pp. 260–269.
- [20] Liss, P. and L. Merlivat (1986): Air-sea gas exchange : introduction and synthesis. In P. Buat-Menard (Ed), *The role of air-sea gas exchange in geochemical cycling*, pp. 113–127.
- [21] Longuet-Higgins M. S. (1983): Bubbles, breaking waves and hyperbolic jets at a free surface, *J. Fluid Mech.*, Vol. 127, pp. 103–121.
- [22] Moraga, F. J., P. M. Carrica, D. A. Drew, R. T. Lahey Jr. (2008): A sub-grid air entrainment model for breaking bow waves and naval surface ships, *Computers & Fluids*, 37, pp. 281–298.
- [23] Monahan, E. C. and I. O’Muircheartaigh (1986): Whitecaps and the passive remote sensing of the ocean surface. *Int. J. Remote Sensing*, 7, pp. 627–642.
- [24] Monahan, E. C., C. R. Zeitlow(1969): Laboratory comparisons of freshwater and salt-water whitecaps, *J. Geophys. Res.*, 74, pp. 6961–6966.
- [25] Nadaoka, K., M. Hino and Y. Koyano (1989): Structure of the turbulent flow field under breaking waves in the surf zone. *J. Fluid Mech.*, 204, pp. 359–387.
- [26] Newton, I.; Translated by A. Motte (1995): *The Principia*, Prometheus Books
- [27] Scott, J. C.(1975): The role of salt in whitecap persistence, *Deep Sea Res.*, 22, pp. 653–657.
- [28] Shatkay, M., D. Ronen(1992): Bubble populations and gas exchange in hyper-saline solutions: A preliminary study, *J. Geophys. Res.*, 97, pp. 7361–7372.
- [29] Shi, F., J. T. Kirby and G. Ma (2010): Modeling quiescent phase transport of air bubbles induced by breaking waves, *Ocean Modelling*, 35, pp. 105–117.

- [30] Slauenwhite, D. E., B. D. Johnson (1999): Bubble shattering: Differences in bubble formation in fresh water and seawater, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 104, NO. C2, pp. 3265–3275.
- [31] Wallace, D. W. R. and C. D. Wirick (1992): Large air–sea gas fluxes associated with breaking waves, *Nature*, vol. 356, pp. 694–696.
- [32] Wanninkhof, R., W. Asher, R. Weppernig, H. Chen, P. Schlosser, C. Langdon, and R. Sambrotto (1993): Gas Transfer Experiment on Georges Bank Using Two Volatile Deliberate Tracers, *J. Geophys. Res.*, 98, 20, pp. 237–20.
- [33] Woolf, D. K., S. A. Thorpe (1991): Bubbles and the air–sea exchange of gased in near–saturation conditions, *Journal of Marine research*, 49, pp. 435–466.

第2章

気泡流中の物理モデル

2.1 はじめに

大気-海洋間の気体輸送は碎波時に生じる大量の混入気泡及び碎波乱流による水面更新によって急速に促進される。気体輸送のソースとなる混入気泡は碎波乱流によって移流される一方で、その輸送拡散過程を通じ、乱流強度及び流況を変化させる。この気泡-乱流間の相互作用は mm スケール以下の微細な気泡の乱流中での挙動が大きなスケールでの流れ場に影響を与えるという複雑なものであり、その計測及び計算は現在でも困難である。従って、これまで碎波時の混入気泡に関する研究あるいは気泡と液相乱れに関する研究では個々の気泡の挙動を追跡し、気泡流のマクロな動きに結びつけるよりも、平均ボイド率を唯一のパラメータとしてその運動学的特性を記述する事が多かった。しかし一方で、気泡によって液相乱れが強化されるかあるいは減衰されるかは気泡サイズと乱れスケールに相対性に依存する事が知られており (Gore and Crowe, 1989), サイズ毎に異なる気泡の挙動が液相乱れに及ぼす影響等について基礎的な実験を通じて明らかにする必要がある。

一方、近年飛躍的に発展した数値流体力学は様々な分野において測定や理論解析が困難な流れ場の解明に寄与してきており、気泡流の解析にも様々な数値モデルが導入されている。気泡流の数値モデルは大きく二つに分けられる。一つは、連続相と分散相の二つの相をどちらも連続流体として扱うモデルであり、基礎方程式はどちらもオイラー的に記述される。もう一つは、連続相を連続流体としてオイラー的に取扱い、分散相を、粒子の運動方程式としてラグランジュ的に扱うものである。

二つの相を連続体として扱うモデルは、時間、空間の一点において気液二相流の質量、運動量、エネルギーの保存を考え、任意の長さスケール、時間スケールの流動現象を気液界面の挙動も含めて解析するものとボイド率や速度、圧力などの平均量を従属変数として定式化する平均化二相流モデルに分けられる。気泡流の計算において、液相流体および個々の気泡の質量、運動量、エネルギーそれぞれの保存方程式を気液界面の境界条件を満

たように解くことができれば、気液二相流の全ての現象を完全に解析することができる。しかしこのような計算は現存する計算機の性能では限られた範囲でしか行うことができず、多数の気泡が存在する複雑な気液混相乱流場の解析に適用するのは非現実的である。

一方、平均化二相流モデルは気泡流を一つの混合物として取り扱う混合物モデルと各相を別個に扱う二流体モデルに分類される。

混合物モデルは気液のそれぞれの相の速度差をどのように取り扱うのかによってさらに均質流モデル、スリップ流モデル、ドリフトフラックスモデルに分けられる。最も初期に考案された均質流モデルでは、気相と液相が同一速度で流れると仮定の基に基礎方程式を導いたものであるが、気液二相流の特性を決定づけている気相と液相の速度差を考慮する事ができない。そこでスリップ流モデルやドリフトフラックスモデルが考案された。しかしこれらの混合物モデルには実験相関式を必要とし、既にその特性を把握している気泡流の平均的挙動を記述しているにすぎない。

二流体モデルは気液それぞれの相において成立する基礎方程式を解くもので、混合物モデルより厳密であり、現在気液二相流計算の主力となっているモデルである。しかし、混合物モデルと同様に実験相関式を必要とし、実験によって特性を十分に把握できていない気泡流に適用することは適切ではない。

一方、分散相をラグランジュ的に記述するする手法は気泡追跡法とも呼ばれ、気泡を一つの質点とし、気泡の慣性力と流体力の釣り合いを考えた Basset Boussinesq Oseen 方程式を用いて、液相流体中の気泡の並進運動を計算するものである。気泡追跡法は液相流れをモデルとして与える one-way モデルと液相流れを解いて与える two-way モデルに分類される。気泡流の解析手法としては、二流体モデルよりも厳密であり、計算コストは界面までを解く計算法よりも少ないので気泡流の評価手法としては大変有効であると考えられる。しかし two-way モデルにおいては気泡が液相乱れに与える影響を含めて乱流場を解く必要があるが、その計算法はいまだ確立されていない。また、気泡追跡法では、その性質上、気泡位置での瞬時液相流速が必要となり、乱流場ではこの局所的な瞬時液相流速の評価は非常に困難である。例えば、乱流解析の強力なツールである Large Eddy Simulation (LES) は空間平均された流速を求めるものなので、気泡運動の計算に必要な気泡位置での瞬時液相流速を求めることはできない。一方、Pope (2000) は一般化された Langevin 方程式によって乱流中の流体粒子の運動をラグランジュ的に記述できることを示しており、このモデルを使えば気泡位置での瞬時液相速度を求めることも可能である。

本章では、気泡流中のサイズ毎に異なる個々の混入気泡の挙動と液相乱れとの関係を調査する為、室内実験において発生させた気泡プルームに、Back-Light 法による高速画像計測並びに、Level-set 法による流体エッジの検出法を適用し、気泡の形状や軌道、水平・鉛直方向速度を測定すると共に、Keane et al. (1995) によって提案された Super resolution

Particle Image Velocimetry (SRPIV) を用いて、液相流速並びに乱れエネルギーを取得し、気泡-乱流間相互作用の基礎的特性を把握する。また Basset Boussinesq Oseen 方程式と一般化された Langevin 方程式を用いて乱流中の気泡運動をラグランジュ的に記述したサブグリッド気泡群に対する Large Eddy Simulation への two-way フルカップリングモデルを構築する。

2.2 気泡流中の個々の気泡運動と乱流間の相互作用

2.2.1 実験装置と実験条件

実験は暗室内において、小型の矩形ガラス水槽 (15 cm × 17 cm × 20 cm, 水深は 17 cm, 水温 23 度) において行われた。図 2.1 に実験装置の概略図を示す。空気流量調節器によって流量をコントロールされた酸素ガスが水槽底面に設置されたニードルより放出される。本実験における計測領域は 4 × 4cm の正方形で、ノズルの鉛直線上 2.5 cm の位置を原点とする XY 座標系を設定した (図 2.2)。実験条件を表-2.1 に示す。本研究では、気泡サイズに毎に異なる気泡流の運動学的特性を調査するため、ある一定の径の気泡が連続的に放出されるようにニードルと酸素流量を選択した。酸素流量は 15 – 120 mL/min, ニードルは内径が 0.24, 0.4, 1.2 mm のものを使用した。

Back-light 法による混入気泡撮影時には 7 cm × 8 cm の赤色 LED パネルによるバックライトを水槽背後より照射した。気泡のバックライト射影は光学フィルター (ロングパスフィルター, カットオフ波長 630nm) を取り付けた高速カメラ (シャッタースピード 0.5 ms, 500 fps, 1280 × 1000 画素) によって撮影される。

SRPIV 時には水槽内に中立粒子ダイヤイオン HP20SS (直径約 63–150 μ m) を蛍光着色したもの混入し、水槽側面から YAG レーザーによるレーザーシートを照射することにより粒子を励起発光させる。粒子からの蛍光は光学フィルターによって光学的に分離し、高速カメラ (シャッタースピード 0.5 ms, 500 fps, 1280 × 1000 画素) によって取得される。

2.2.2 気泡の高速画像計測

Back-light 法によって取得した気泡画像に対しては Level – set 法を適用し、気泡のエッジを検出する。これは、画像濃度に対して形状を変化させるアクティブコンターを初期条件として画像端に設置し、コンター内外の画像濃度偏差の二乗和を最小とするよう境界線からの距離関数を逐次計算によって求める方法である。

はじめに、撮影画像について、一様な背景を得るための前処理を行う。本実験で使用するバックライト光源は砲弾型 LED ライトアレイであるため、発光面上での発光強度に分

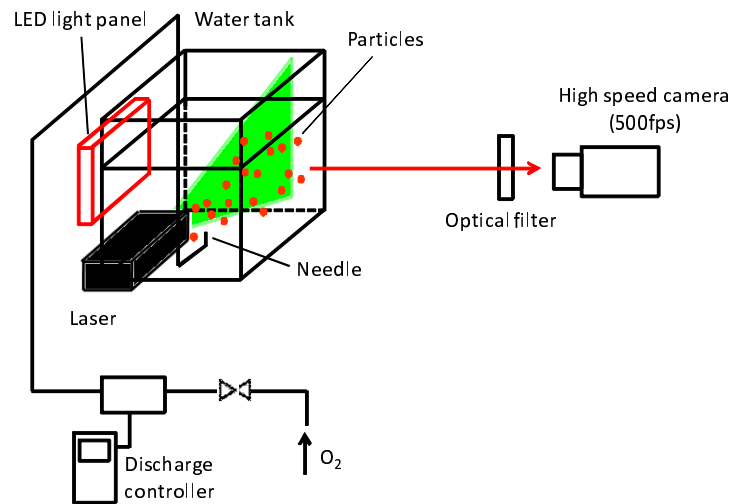


図 2.1 実験装置概略図

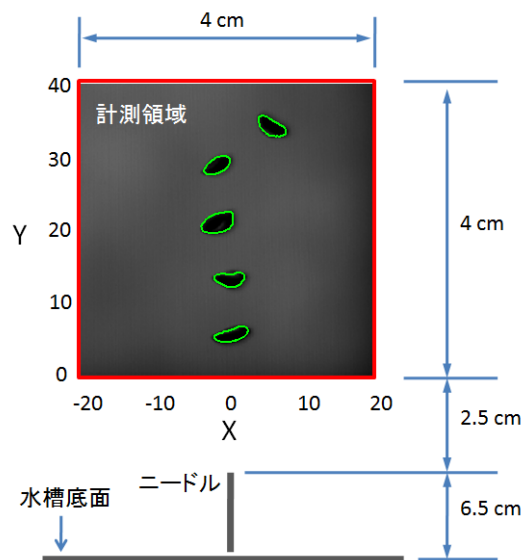


図 2.2 計測領域

表 2.1 実験条件

case	酸素流量	ニードル内径
1	15mL/min	0.24mm
2	40mL/min	0.4mm
3	50mL/min	1.2mm
4	80mL/min	1.2mm
5	120mL/min	1.2mm

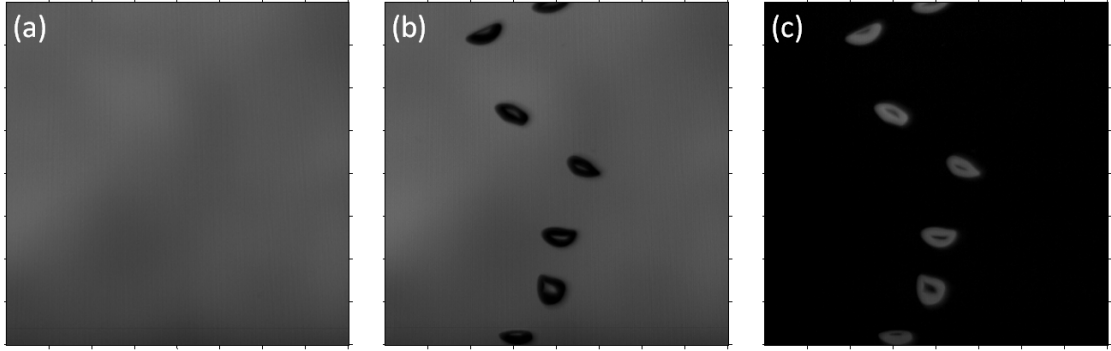


図 2.3 (a) 背景画像, (b) 気泡画像, (c) 背景を除去した気泡画像 (画像は反転してある)

布が生じる (図 2.3 (a)). その結果, 撮影した画像の濃度にも発光強度分布が反映されてしまい, 画像解析に支障をきたす (図 2.3 (b)). 前処理では, 取得した全ての画像の濃度分布に対して予め取得した背景画像の濃度分布との差をとる. これにより, 背景の画像濃度がほぼ一様で, 且つ気泡位置のみに画像濃度変化が現れる画像を取得することができる (図 2.3(c)).

Level-set 法では, 画像内の検出すべき対象の周りにアクティブコンター を設け, 対象のエッジを捉えるようにアクティブコンターの形状・大きさを変えてゆく. アクティブコンターからの距離関数として Level-set 関数 F を設定し, アクティブコンター内外の画像濃度偏差の自乗値を求めたものの和を Fitting Energy と定義すると, Fitting Energy は次式のように表現される.

$$FE = \int |g(x) - C_{in}|^2 H(F(x)) dx + \int |g(x) - C_{out}|^2 (1 - H(F(x))) dx \quad (2.1)$$

ここで g は各ピクセルの画像濃度, C_{in} , C_{out} はそれぞれアクティブコンター内外の画像濃度平均値, $H(F)$ は次式で与えられるヘビサイド関数である.

$$H(F) = \begin{cases} 0 & (F < -\epsilon) \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{F}{\epsilon} + \frac{1}{\pi} \sin(\pi F / \epsilon) \right) & (-\epsilon \leq F \leq \epsilon) \\ 1 & (\epsilon < F) \end{cases} \quad (2.2)$$

上式では境界幅 ϵ を持たせることにより, ヘビサイド 関数の平滑化を行っている.

本手法では, Fitting Energy が最小値を記録する時にアクティブコンターが判定すべき対象のエッジを捉えるという概念の下, Level-set 関数に関する逐次収束計算を行いアクティブコンターの形状を決定する. 取得画像について Fitting Energy によるエッジ検出の概念を適用するために, 次式に示すアクティブコンターの長さや包括面積に関する拘束条件を加えた Level-set 関数による一般的表現を用いて逐次収束計算を行った.

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \delta_\epsilon(F) \left(\mu p(L)^{p-1} \nabla \left(\frac{\nabla F}{|\nabla F|} \right) - \nu - \lambda_1 \int (g(x) - C_{in})^2 H(F) dx \right)$$

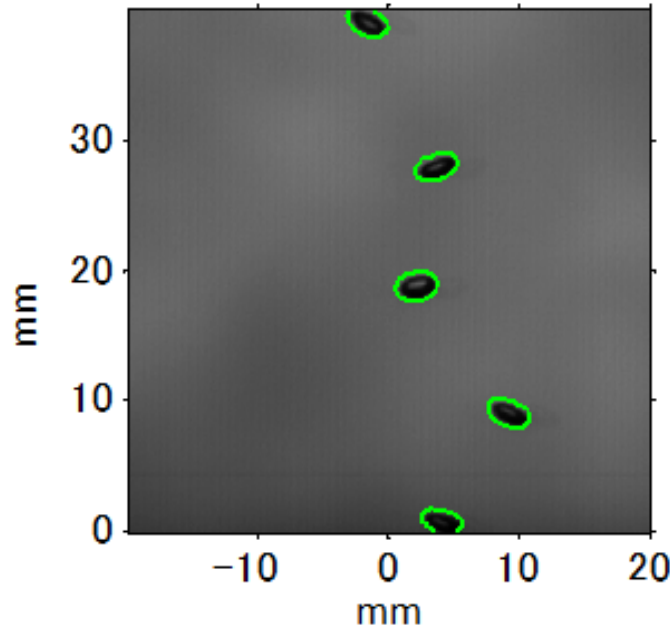


図 2.4 Level-set 法によるエッジの検出例 (緑)

$$+\delta_{\epsilon}(F) \left(\lambda_2 \int (g(x) - C_{out})^2 (1 - H(F)) dx \right) \quad (2.3)$$

ここで μ , p はアクティブコンターの周長に関する修正係数, ν はアクティブコンターの面積に関する修正係数であり, δ はデルタ関数で Level-set 関数が 0 のとき極大値をとる幅 ϵ の正規密度関数である.

図 2.4 に上記の手順で最終的に検出された気泡のエッジを示す. 本研究では, Level-set 法によって検出された気泡のエッジを基に, 気泡径等の計測を行った.

2.2.3 Super resolution particle image velocimetry

本研究では, 計測領域内の流速分布及び乱れエネルギー分布を従来の標準的な Particle Image Velocimetry (PIV) と Particle Tracking Velocimetry (PTV) のハイブリッドである Super resolution Particle Image Velocimetry (SRPIV) により計測した (Keane et al., 1995).

SR-PIV では, 次の 3 つの過程を経て流速が決定される. (1) 標準的な相互相関法 PIV によって検査領域毎にパターンマッチングベースの平均速度分布を計算する. (2) マスク相関法により画像上の個々の粒子を抽出する. (3) 個々の粒子は (1) で得られた平均速度と同程度の速度を持って移流するとの仮定に基づき決定された次探査領域を用いて粒子の速度を決定する (図 2.5). 本手法は粒子スケールの流速分布を計算でき, また PIV で

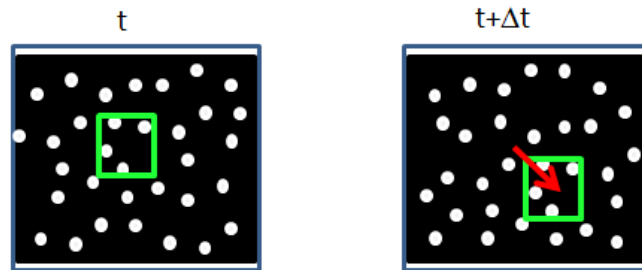
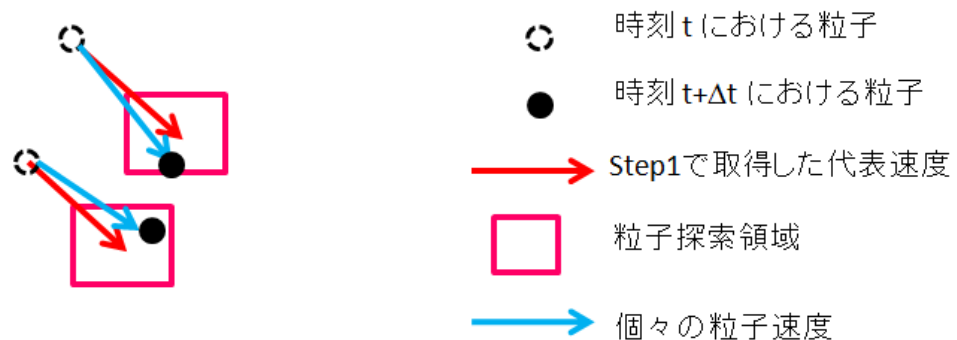
Step1 輝度値パターンの移動追跡 (PIV)**Step2** 個々の粒子の抽出**Step3** 個々の粒子の移動追跡

図 2.5 SRPIV 概念図

得られた流速を第 1 近似値として与えることため，高解像度，高精度計測が可能となる．

2.2.4 結果

図 2.6 に各 case において発生した気泡ブルームの様子を示す．図 2.6 では Level-set 法によって検出された気泡エッジも示している．検出されたエッジを基にそれぞれの case において計測領域内に発生する気泡サイズスペクトルを計測した (図 2.7)．図 2.7 より，case2 は他の case と比べ多少気泡数が多いものの，それぞれの case において，固有の径を持つ気泡が同程度の数密度で発生しているのがわかる．サイズスペクトルの中心径 d はそれぞれ 2.0, 3.1, 3.6, 4.3, 4.8mm であった．

それぞれの気泡流の平均ボイド率の空間分布を図 2.8 に示す．計測領域内の気泡数密度は同程度であるので，大きい気泡径の case での平均ボイド率は小さい気泡径の case と比

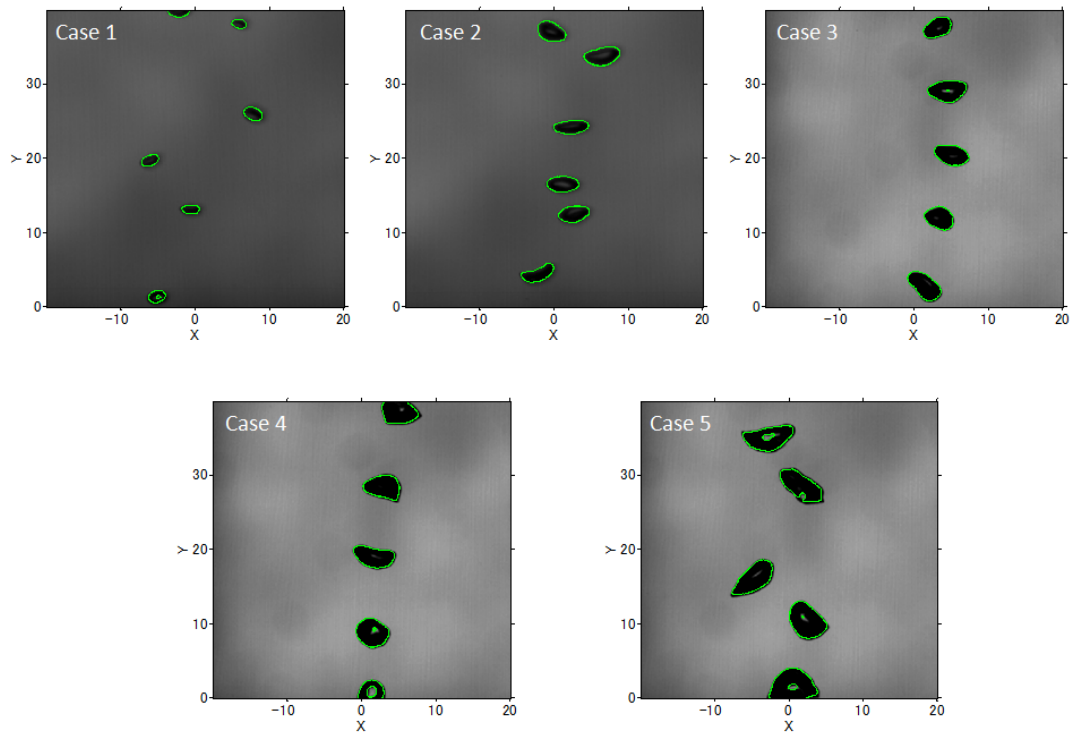


図 2.6 気泡プルーム

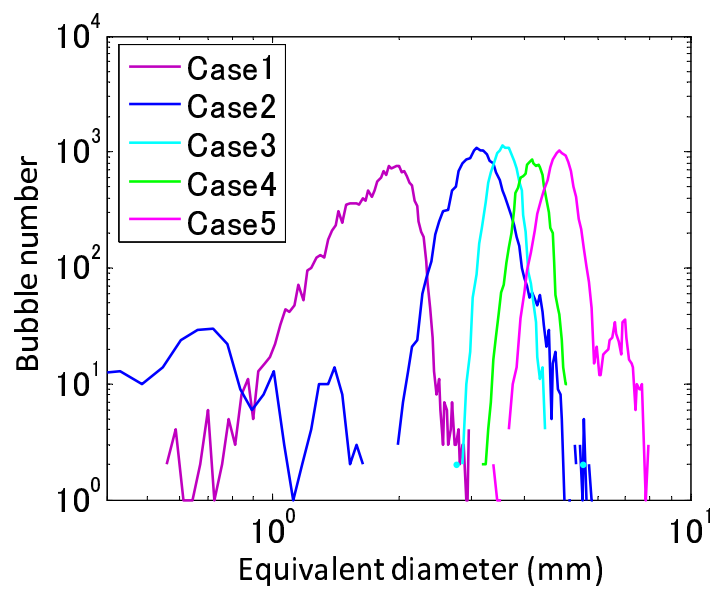


図 2.7 気泡サイズスペクトル

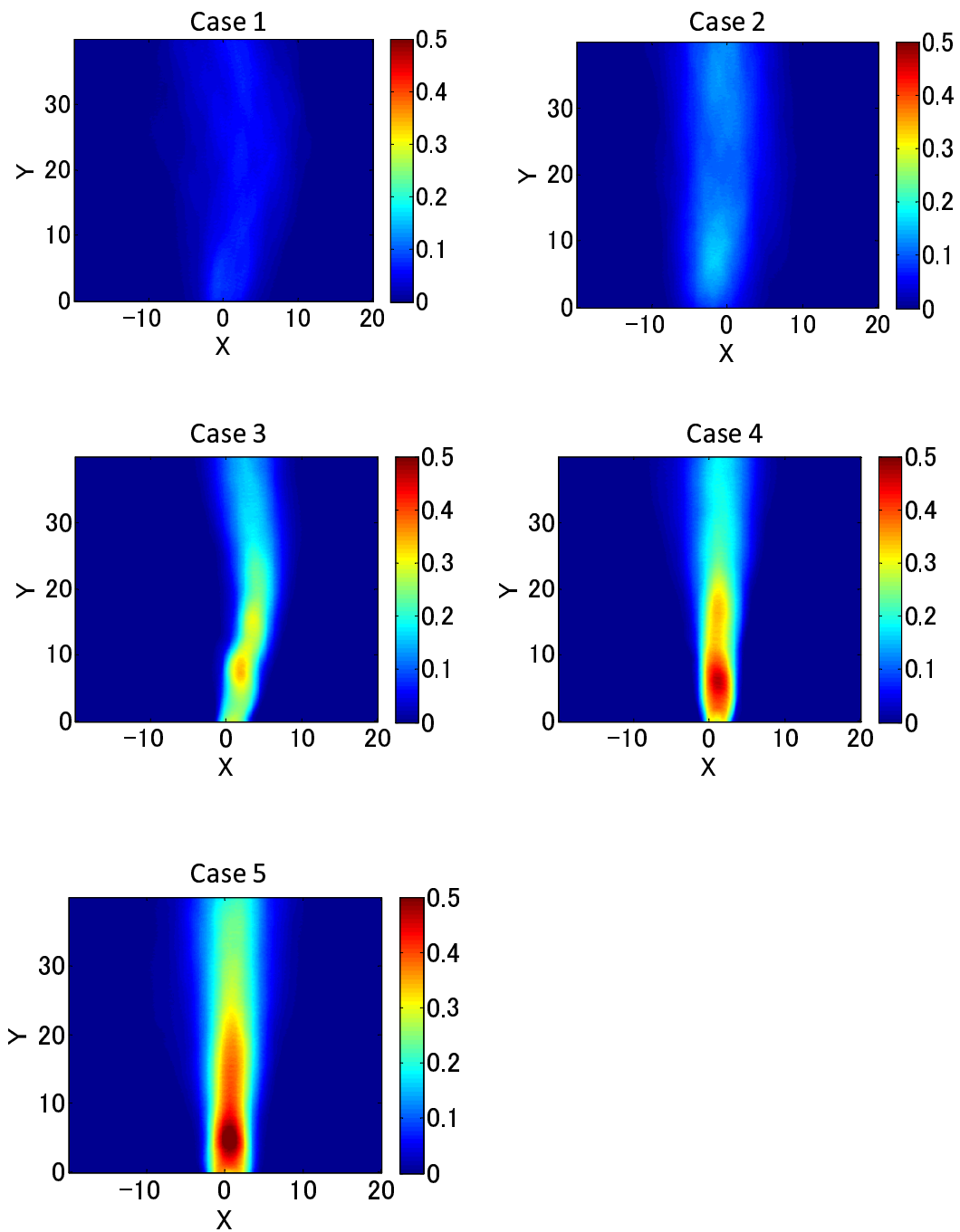


図 2.8 平均ボイド率の空間分布

べて大きい。またどの case においても $x=0$ 軸上の平均ボイド率は Y 座標の増加に伴い減少していく傾向を見せるが、これは気泡プルームが上昇とともに水平方向に拡散していく事を示している。

図 2.9 はそれぞれの case における 気泡流中の一つの気泡に着目して、その気泡が計測領域内を上昇していく様子を示したものである。case1,2,3 は典型的なジグザグ軌道を描

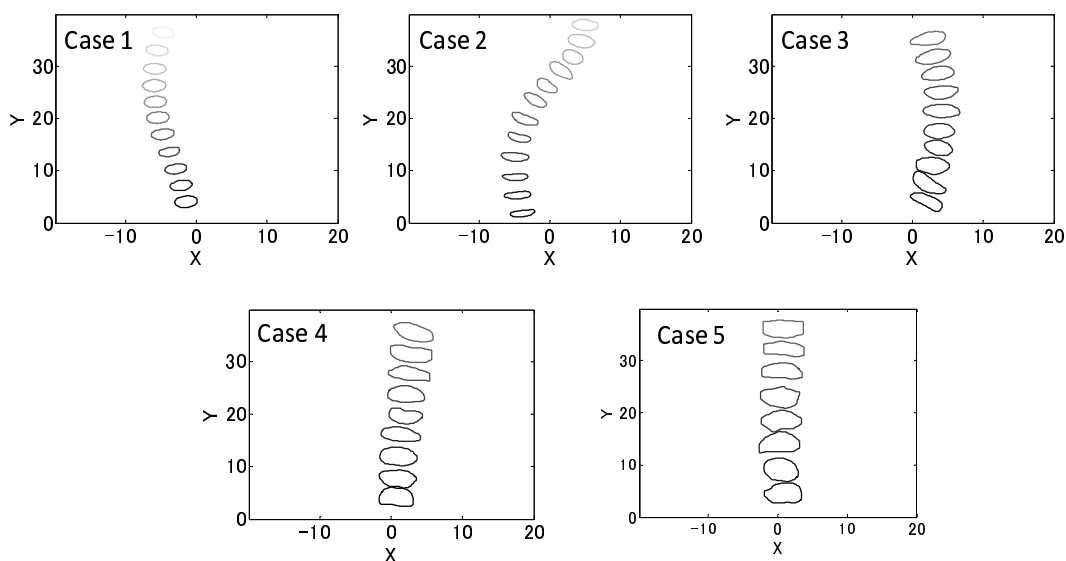


図 2.9 気泡群中の特定気泡の形状の変化. 時刻により色を変えている.

いており, また気泡形状の変化が気泡運動の方向変化に連動している事が観察できる. しかし大径気泡の case では気泡の形状は大きく変化しているにもかかわらず, 気泡軌道は直線的である (case4,5).

図 2.10 に SRPIV によって得られた計測領域内の液相流速分布を示し, 図 2.11 に平均水平方向流速分布, 図 2.12 に平均鉛直流速分布を示す. 気泡の上昇に伴う抗力によって液相流体は駆動され, 鉛直上向きに強い流速が発生している. 連続して上昇する気泡群によって水槽内には対流が形成され, 水槽中央付近に設定されている本計測領域では水平方向流速が中心に流れ込む様に分布している. 気泡流解析の主要なパラメータとして用いられてきた平均ボイド率分布 (図 2.8) とのはっきりとした相関は見られない.

図 2.13 は平均乱れエネルギーの空間分布である. 大径気泡では比較的高い乱れエネルギーが発生しているが (case 4, 5), 図 2.8 に示す平均ボイド率分布との相関は見られない. 気泡上昇に伴う上向きの鉛直方向流速は気泡プルーム周りでせん断流れを発生させ, 液相乱れを引き起こす. 小径気泡 (case1,2) は, このせん断由来の乱れを減衰させるが, 大径気泡 (case3,4,5) は逆に乱れを付加する. ボイド率は気液二相流中の液相乱れのパラメータとして用いられてきたが, 本実験結果は局所的な乱れを決定づける為にボイド率に加えて他のパラメータが必要である事を示唆するものである.

気泡によって引き起こされた液相乱れは気泡変形や気泡速度に影響を与える. 気泡の上昇速度 v_b と液相鉛直流速 v_l との差 $v_b - v_l$ を気泡の相対速度 v_r と定義し, Clift et al. (1978) による単一気泡の終速度と比較した (図 2.14). 小径気泡の case 1, 2 では, 単一気泡の終速度の値とよく一致する一方, 大きな乱れエネルギーが生じる大径気泡の case

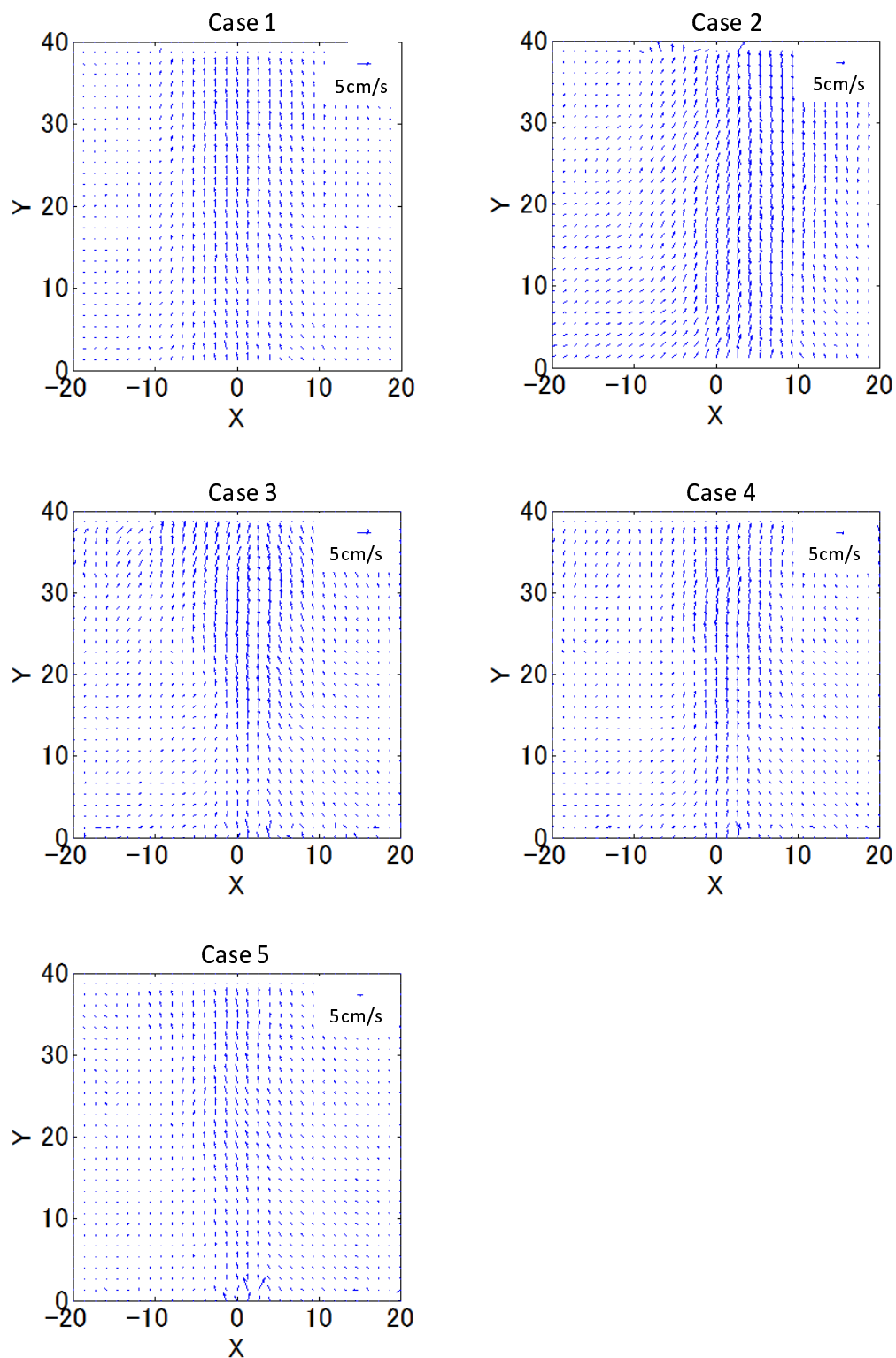


図 2.10 平均液相流速

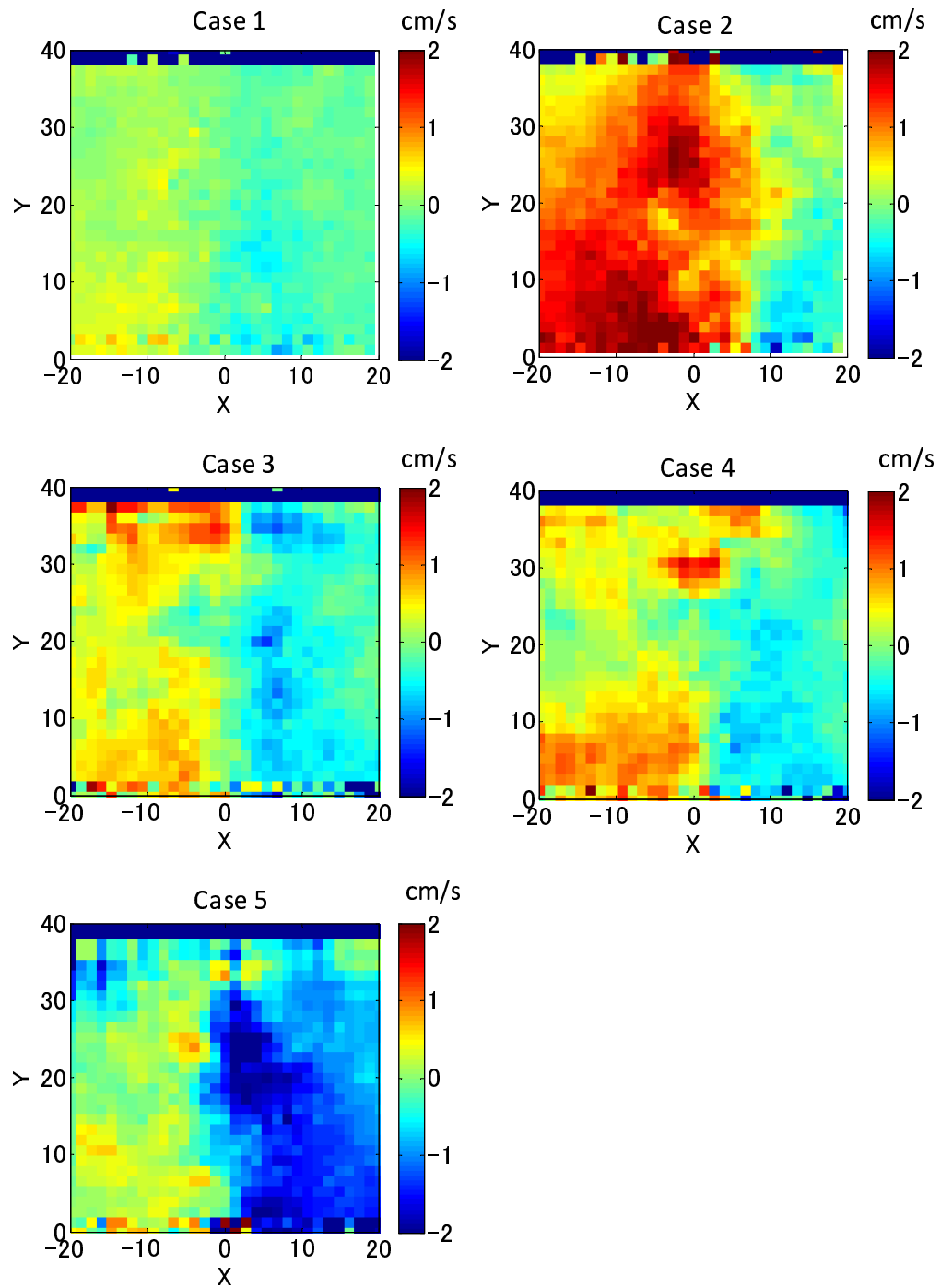


図 2.11 SRPIV による平均水平流速分布計測結果

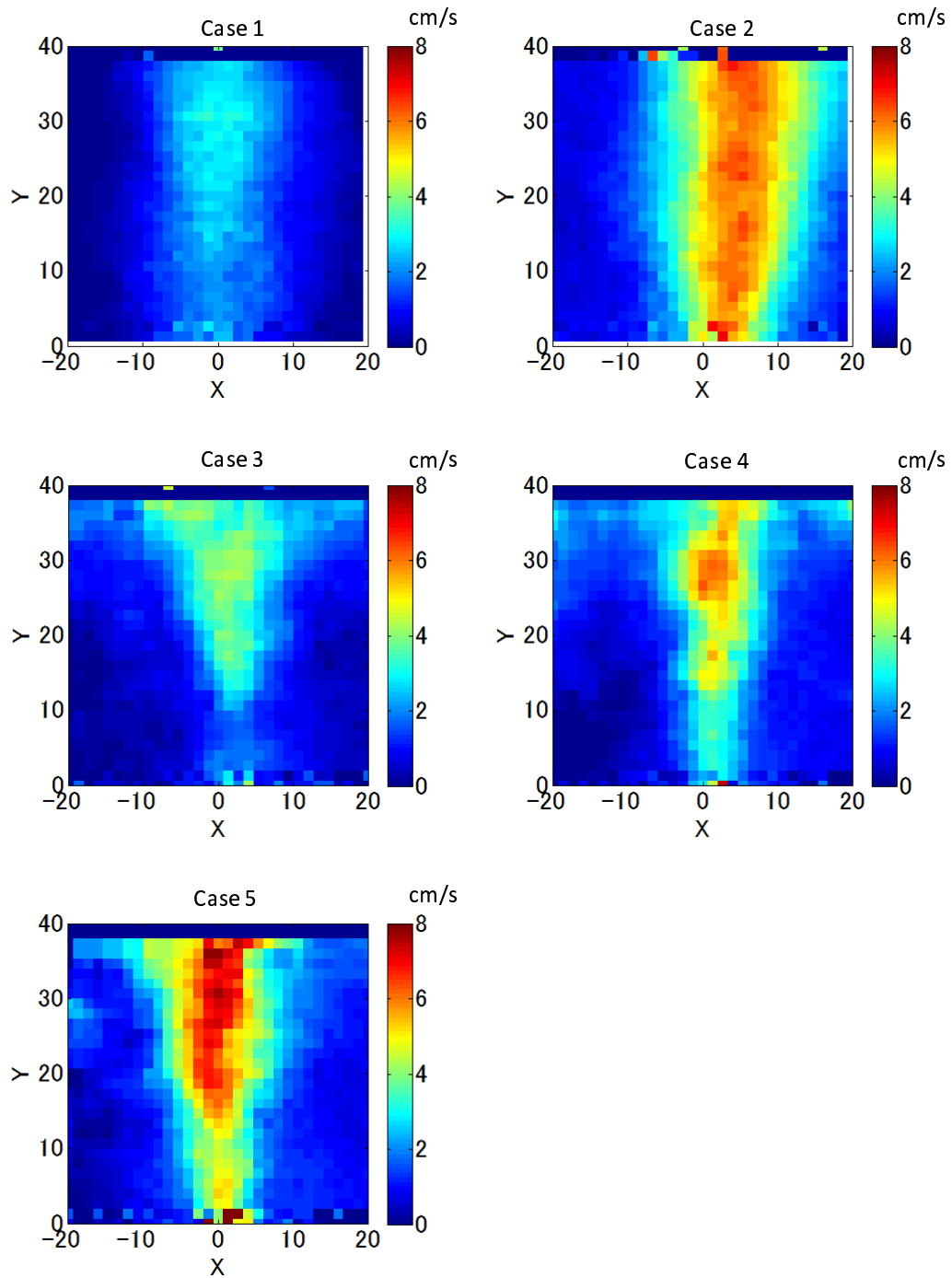


図 2.12 平均鉛直流速の空間分布

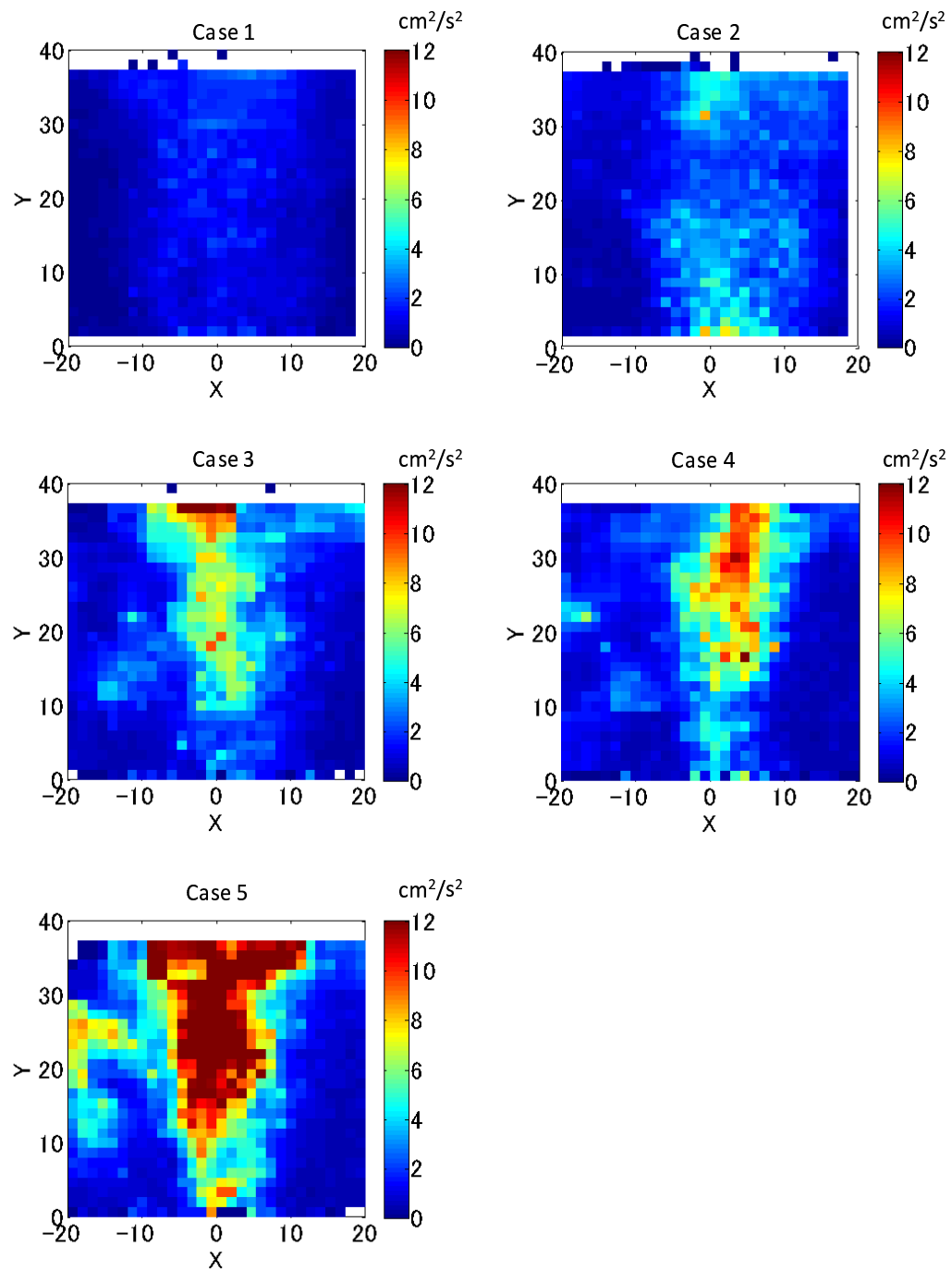


図 2.13 平均乱れエネルギーの空間分布

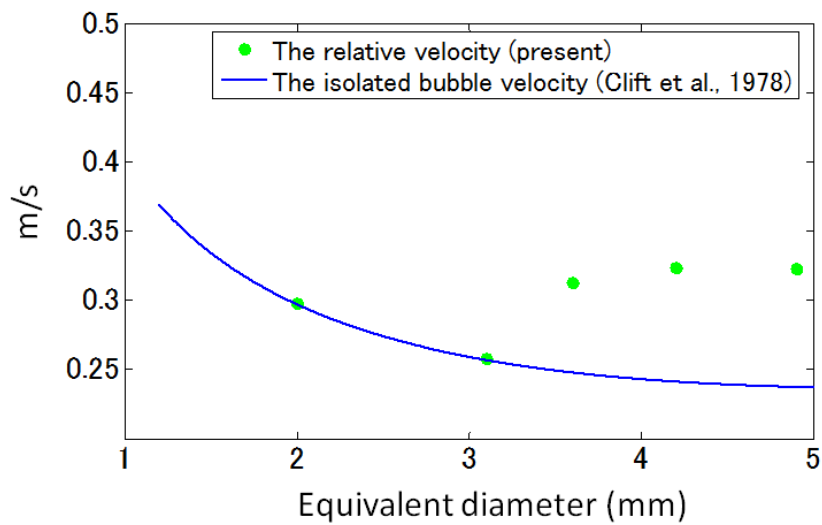


図 2.14 気泡の相対速度

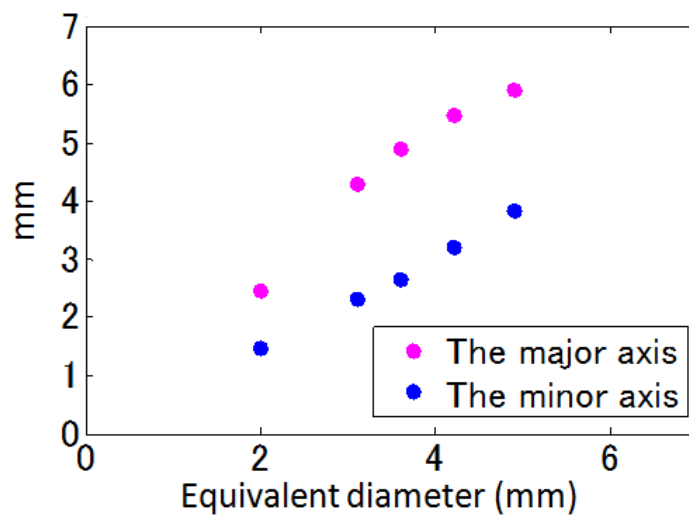


図 2.15 長軸と短軸

では、気泡の相対速度は単一気泡の終速度と大きく異なり、先行する気泡群に引き起こされた液相乱れが後続する気泡運動に影響を与えている事が示唆されている。この気泡径と乱れの関係に次に議論する。

気泡の形状を楕円体と仮定し、その長軸 a と短軸 b を計測した。図 2.15 にそれぞれの case において発生した気泡の長軸 a 、短軸 b の平均値を示す。また気泡の扁平率を $1 - b/a$ と定義し、case 1 と 5 における気泡流中の一つの気泡に着目し、その変化を調査した (図 2.16)。図 2.17 は水平方向速度、図 2.18 は鉛直方向速度の変化である。小径気泡であり乱れの小さい case 1 では気泡の扁平率の変化は小さいのに対して、大径気泡である case 5

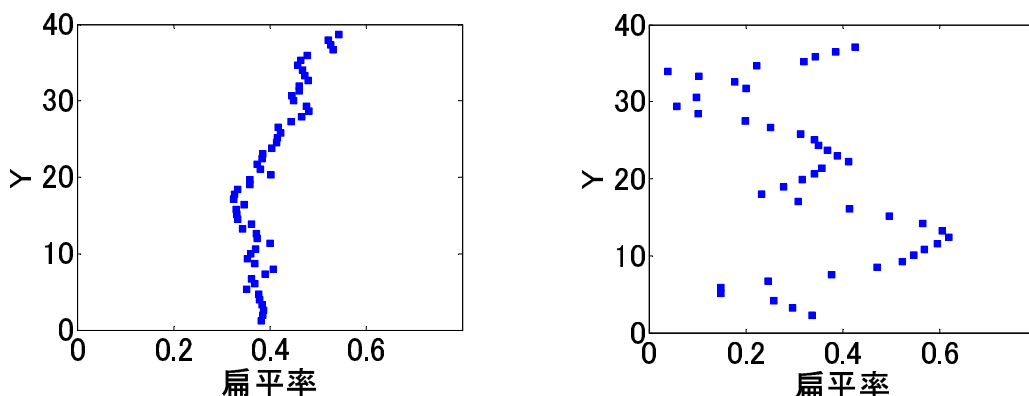


図 2.16 気泡群中の特定気泡の扁平率の変化 (左:case1, 右: case5).

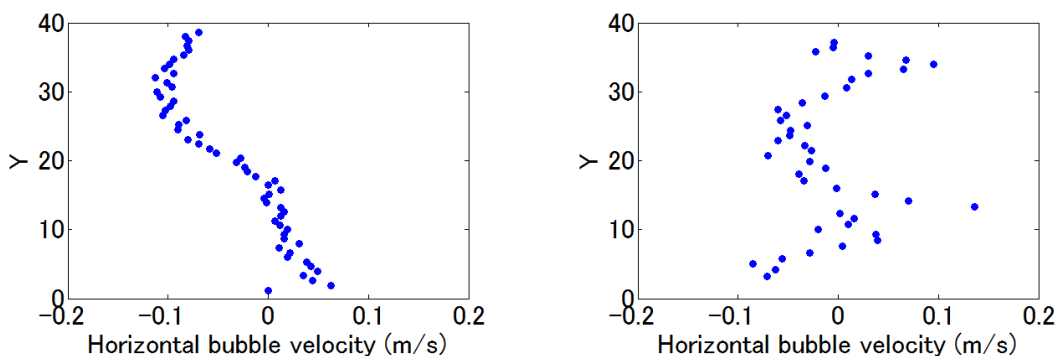


図 2.17 気泡群中の特定気泡の水平方向速度の変化 (左:case1, 右: case5).

ではその上昇過程で扁平率を短い周期で激しく変動させている．さらに case 5 ではその扁平率変動に連動するように水平方向流速，鉛直方向流速が激しく変動し，その変動の幅は共に 10 cm/s ほどにも達しており，平均液相流速と同等程度にまでになっている．この気泡速度変動による抗力の変動は新たな乱れを生成すると考えられる．

以上の結果より，液相乱流は気泡の並進運動に影響を与えるのみならず，気泡形状を変形させる．その結果引き起こされる気泡速度変動は再帰的に液相乱れを作り出す事が明らかとなった．

2.3 確率微分方程式を用いた乱流中の気泡運動追跡モデル

2.3.1 Basset-Bousinesq-Oseen 方程式

ここでは，流体中の微小球形粒子の運動方程式である Basset-Bousinesq-Oseen 方程式を導く．本研究では気泡を球形と仮定し，気泡運動を Basset-Bousinesq-Oseen 方程式に基づいて記述している．

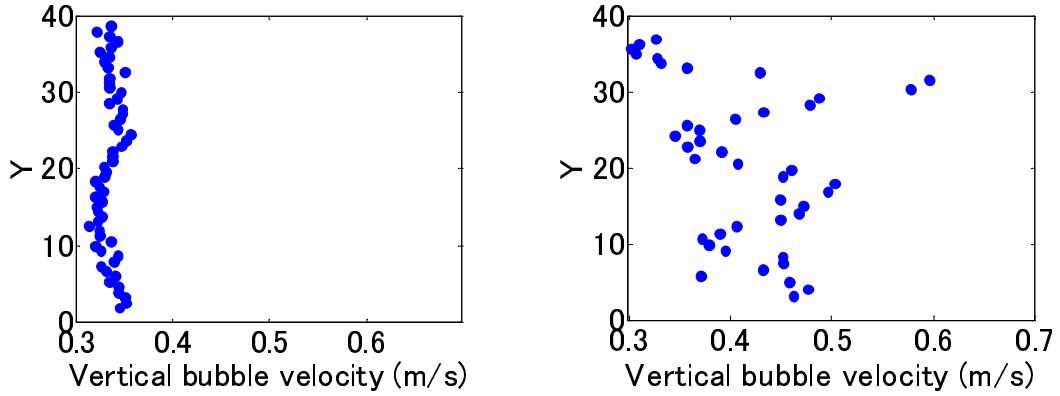


図 2.18 気泡群中の特定気泡の鉛直方向速度の変化 (左:case1, 右:case5).

非定常流中の粒子運動を考える．粒子の速度を u_i^p とし，粒子の位置を x_i^p とする．

$$\frac{dx_i^p}{dt} = u_i^p, \quad (2.4)$$

粒子の存在によって流れ場は変化する．変化する前の流れ場を u_i^s とし，粒子によって乱された新しい流れ場を V_i とする．流体中の粒子の運動方程式は次式で与えられる．

$$m_p \frac{du_i^p}{dt} = \int_{S_p} \sigma_{ij} n_j dS \quad (2.5)$$

上式では，重力は無視している．ここで m_p は粒子質量， S_p は粒子表面積， σ_{ij} は流体の応力テンソル， n_j は粒子表面の法線方向単位ベクトルである．非圧縮 Newton 流体の場合，流体応力は圧力と粘性応力の和として次式で与えられる．

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.6)$$

ここで，粒子とともに移動する座標系を考える．各変数は次のように変換される．

$$z_i = x_i - x_i^p, \quad t = t, \quad w_i = V_i - u_i^p \quad (2.7)$$

式 (2.8) は次式のように書き換えられる．

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial w_i}{\partial z_j} + \frac{\partial w_j}{\partial z_i} \right) \quad (2.8)$$

次に w_i が粒子が存在しないと仮定した場合の流れ w_i^0 と粒子の存在によって乱された流れ w_i^1 の和で与えられるとすると，

$$w_i^0 = w_i - w_i^1 = u_i^s - u_i^p \quad (2.9)$$

が成り立つ．ここで u_i^s は粒子が存在する前の流れ場であり，Navier-Stokes 式を満たす．

$$\rho_f \left(\frac{\partial u_i^s}{\partial t} + u_j^s \frac{\partial u_i^s}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i^s}{\partial x_j^2} \quad (2.10)$$

上式は次のように書き換えられる．

$$\rho_f \left(\frac{\partial w_i^0}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial t} + w_j^0 \frac{\partial w_i^0}{\partial z_j} \right) = \frac{\partial p^0}{\partial z_i} + \mu \frac{\partial^2 w_i^0}{\partial z_j^2} \quad (2.11)$$

ただし， p^0 は粒子が存在しない場合の圧力である．

粒子が流体から受ける力 F_i も同様に，粒子が存在する前の流れ場による力 F_i^0 と粒子によって乱された流れ場による力 F_i^1 の和で与えられるとする．粒子が存在する前の流れ場による力 F_i^0 は，粒子が存在する前の流体応力 σ_{ij}^0 によって次のように表わされる．

$$F_i^0 = \int_{S_p} \sigma_{ij}^0 n_j dS \quad (2.12)$$

従って，

$$F_i^0 = \int_{S_p} \left(-p^0 \sigma_{ij} + \mu \left(\frac{\partial w_i^0}{\partial z_j} + \frac{\partial w_j^0}{\partial z_i} \right) \right) n_j dS \quad (2.13)$$

となる．式 (2.13) に Gauss の発散定理を用いると，

$$F_i^0 = \int_{V_p} \left(-\frac{\partial p^0}{\partial z_i} + \mu \frac{\partial^2 w_i^0}{\partial z_j^2} \right) n_j dV \quad (2.14)$$

となる．ここで， V_p は粒子体積である．粒子の大きさスケールでは，流れ場はほとんど変化しないと考えることができるので次式を得る．

$$F_i^0 = \frac{1}{6} \pi d^3 \left(-\frac{\partial p^0}{\partial z_i} + \mu \frac{\partial^2 w_i^0}{\partial z_j^2} \right) \quad (2.15)$$

ここで d は粒子径である．式 (2.11) の関係を用いて式 (2.15) を書き換える．

$$F_i^0 = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho_f \left(\frac{\partial w_i^0}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial t} + w_j^0 \frac{\partial w_i^0}{\partial z_j} \right) \quad (2.16)$$

元の座標系に戻すと次式が得られる．

$$F_i^0 = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho_f \left(\frac{\partial u_i^s}{\partial t} + u_j^s \frac{\partial u_i^s}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho_f \frac{Du_i^s}{Dt} \quad (2.17)$$

$\frac{1}{6} \pi d^3 \rho_f$ は粒子と同体積の流体の質量である．式 (2.17) より，粒子が存在する前の流れ場から受ける力が粒子が存在する前の流れ場の実質加速度から求まることがわかる．

次に、粒子が乱した流れ場から受ける力 F_i^1 を考える．定義より、 F_i^1 は粒子が乱した流れ場の流体応力 σ_{ij}^1 を用いて次式で与えられる．

$$F_i^1 = \int_{S_p} \sigma_{ij}^1 n_j dS \quad (2.18)$$

F_i^1 は、粒子が存在する前の流れ場の影響が取り除かれているため、静止流体中で粒子が流体から受ける力と同じように考えることができる．静止流体中で粒子に作用する流体力は 3 種類の力の和として次式で与えられる．

$$F_i^1 = -3\pi\mu du_i^p - \frac{1}{2}\frac{\pi}{6}d^3\rho_f \frac{du_i^p}{dt} - \frac{3}{2}d^2\sqrt{\pi\rho_f\mu} \int_{-\infty}^t \frac{\frac{du_i^p}{dt}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (2.19)$$

式 (2.22) 右辺第 1 項は Stokes 抗力と呼ばれる．一般に流体抵抗と呼ばれるのはこの項である．右辺第 2 項は付加質量力 (仮想質量力) と呼ばれる圧力抵抗である．これは粒子が加速度運動する場合に作用する力であり、運動方程式の右辺に持ってくると粒子の質量が増加したような効果を及ぼすことからこの名前で呼ばれる．右辺第 3 項は履歴力 (Basset 力) と呼ばれる．履歴力は粘性抵抗であり、分散相の界面で生成される渦度が、液体中に拡散していく過程で働く力である．

式 (2.22) は静止流体中で粒子が流体から受ける力であるが、これを流体が非定常運動を行う場合の粒子が乱した流れ場から受ける力に適用する際には修正する必要がある．まず、流体の運動を考慮して、粒子速度 u_i^p を粒子と流体との相対速度 $u_i^p - u_i$ で置き換える．

$$F_i^1 = -3\pi\mu d(u_i^p - u_i^s) - \frac{1}{2}\frac{\pi}{6}d^3\rho_f \frac{d}{dt}(u_i^p - u_i^s) - \frac{3}{2}d^2\sqrt{\pi\rho_f\mu} \int_{-\infty}^t \frac{\frac{du_i^p}{dt} - \frac{du_i^s}{dt}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (2.20)$$

また、式 (2.20) の右辺第 2 項は次式で置き換える．

$$-\frac{1}{2}m_f \left(\frac{du_i^p}{dt} - \frac{Du_i^s}{Dt} \right) \quad (2.21)$$

したがって、粒子が乱した流れ場から受ける力 F_i^1 は次式のようにになる．

$$F_i^1 = -3\pi\mu d(u_i^p - u_i^s) - \frac{1}{2}m_f \left(\frac{du_i^p}{dt} - \frac{Du_i^s}{Dt} \right) - \frac{3}{2}d^2\sqrt{\pi\rho_f\mu} \int_{-\infty}^t \frac{\frac{du_i^p}{dt} - \frac{du_i^s}{dt}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (2.22)$$

また、重力と浮力は

$$\frac{1}{6}\pi d^3(\rho_p - \rho_f)g_i \quad (2.23)$$

で表わされる．

これらの力を考慮して粒子の運動方程式を考えると、次式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6}d^3\rho_p\frac{du_i^p}{dt} = & 3\pi\mu d(u_i^s - u_i^p) + \frac{\pi}{6}d^3\rho_f\frac{Du_i^s}{Dt} + \frac{1}{2}\frac{\pi}{6}d^3\rho_f\left(\frac{Du_i^s}{Dt} - \frac{du_i^p}{dt}\right) \\ & - \frac{3}{2}d^2\sqrt{\pi\rho_f\mu}\int_{-\infty}^t\frac{\frac{du_i^p}{dt} - \frac{du_i^s}{dt}}{\sqrt{t-\tau}}d\tau + \frac{1}{6}\pi d^3(\rho_p - \rho_f)g_i \end{aligned} \quad (2.24)$$

式 (2.24) が Basset-Boussinesq-Oseen 方程式である. 本研究ではこの式によって気泡の運動を記述した.

2.3.2 気泡の抗力係数

現在行われている二流体モデルや粒子追跡法を用いた気液二相気泡流解析のほとんどは剛体球の抗力係数を気泡の抗力係数として代用している. しかし, 液体中の気泡は変形や内部循環, 不純物の影響を受けるため, 気泡の抗力係数は単純な剛体球近似では表現できない場合が多い (Clift et al., 1978).

液体中を上昇する気泡の形状は, 気泡が容器の壁面から十分離れている場合には, エトベス数 Eu とモルトン数 M , レイノルズ数 Re によって決定される (図 2.19). ここで, Eu , M , Re はそれぞれ以下のように定義される.

$$Eu = \frac{g\Delta\rho d_e^2}{\sigma} \quad (2.25)$$

$$M = \frac{g\mu^4\Delta\rho}{\rho_L^2\sigma^3} \quad (2.26)$$

$$Re = \frac{\rho d_e^2 U}{\mu} \quad (2.27)$$

g は重力加速度, d_e は気泡の体積等価直径, $\Delta\rho$ は周囲流体の密度と気泡の密度の差, σ は表面張力係数, μ は周囲流体の粘性係数, ρ_L は周囲流体の密度, U は気泡の終速度である. 図 2.19 より, 気泡径が小さいか表面張力が大きい場合以外, 気泡の形状は球形を維持しない事がわかる. したがって気泡径が大きい場合に, 球形の抗力係数を用いる事はできない.

また気泡が球形の場合, その抗力係数は気液界面の汚れの程度によって大きく異なる.

非常に純度の高い水中では, 気泡内部に循環流が形成されるため粘性抵抗が減少する (図 2.20).

一方, 不純物を含む液体中では, 気液の界面に界面活性剤等の不純物が付着することにより, 気泡の抗力係数は上昇する. これはマランゴニ効果によって説明できる. マランゴニ効果とは 2 つの流体の界面で, 何らかの理由で表面張力に不均一が生じ, それによって

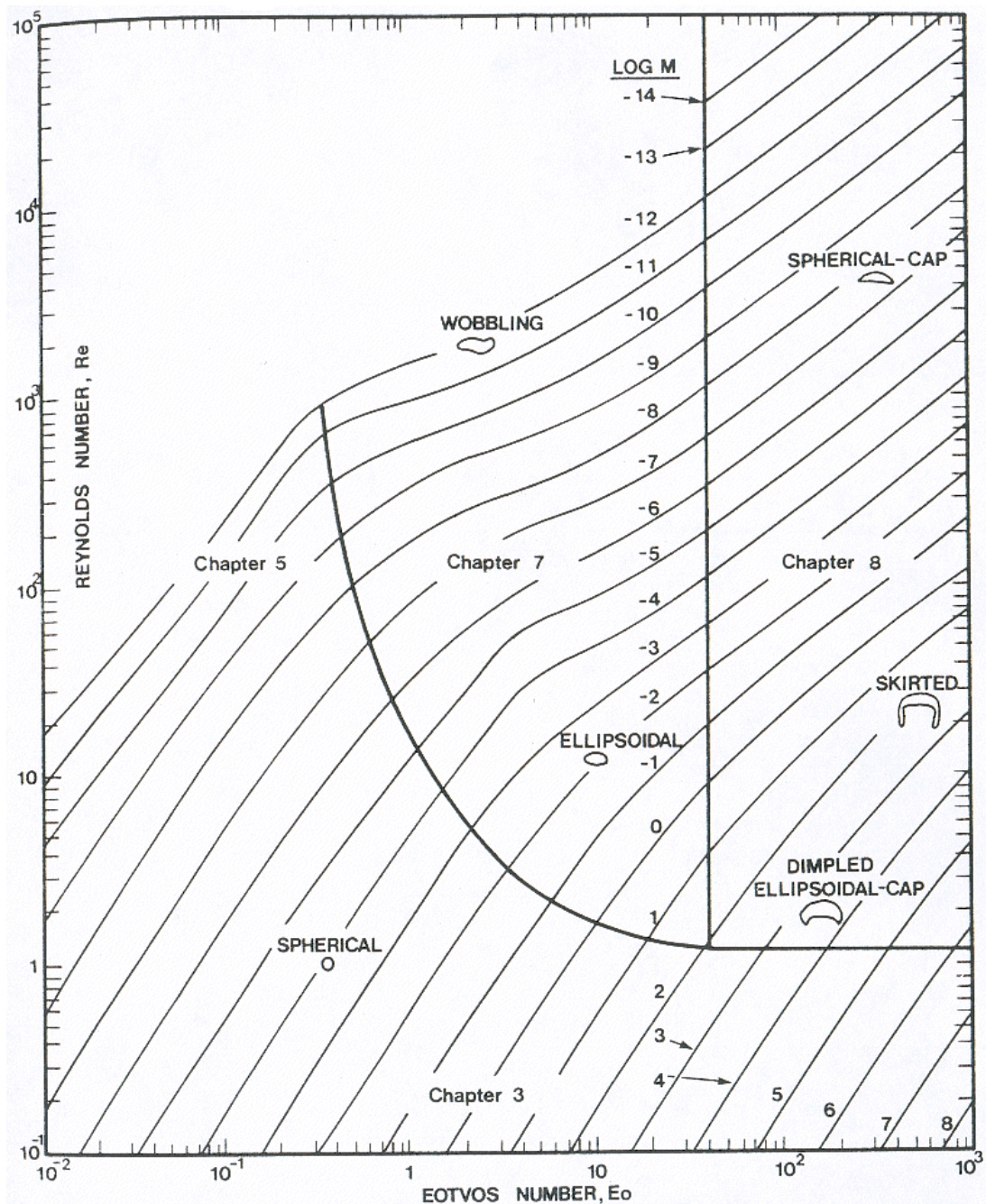


図 2.19 液体中を上昇する気泡の形状 (Clift et al., 1978).

界面に平行な流れが発生する現象である。通常、温度や濃度の不均一が表面張力の不均一を生み出す駆動力となる。不純物を含む液体中を上昇する気泡の速度は、気泡界面の不純物濃度の不均一から生じるマランゴニ効果によって、大幅に低下する (図 2.21 参照)。

図 2.22 に気泡の抗力係数を示す。上述の変形や内部循環、不純物の影響によって、気泡の抗力係数は一般的な剛体球のものとは大きく異なっている。

気泡の抗力係数は、レイノルズ数が小さい領域では次式に示す Hadamard - Rybczynski

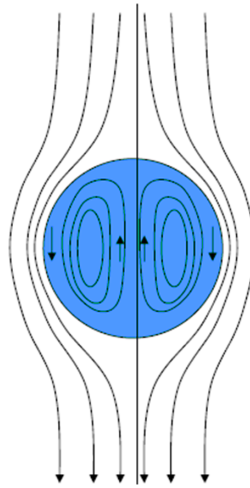


図 2.20 上昇する気泡の内部循環流 (低レイノルズ数の場合).

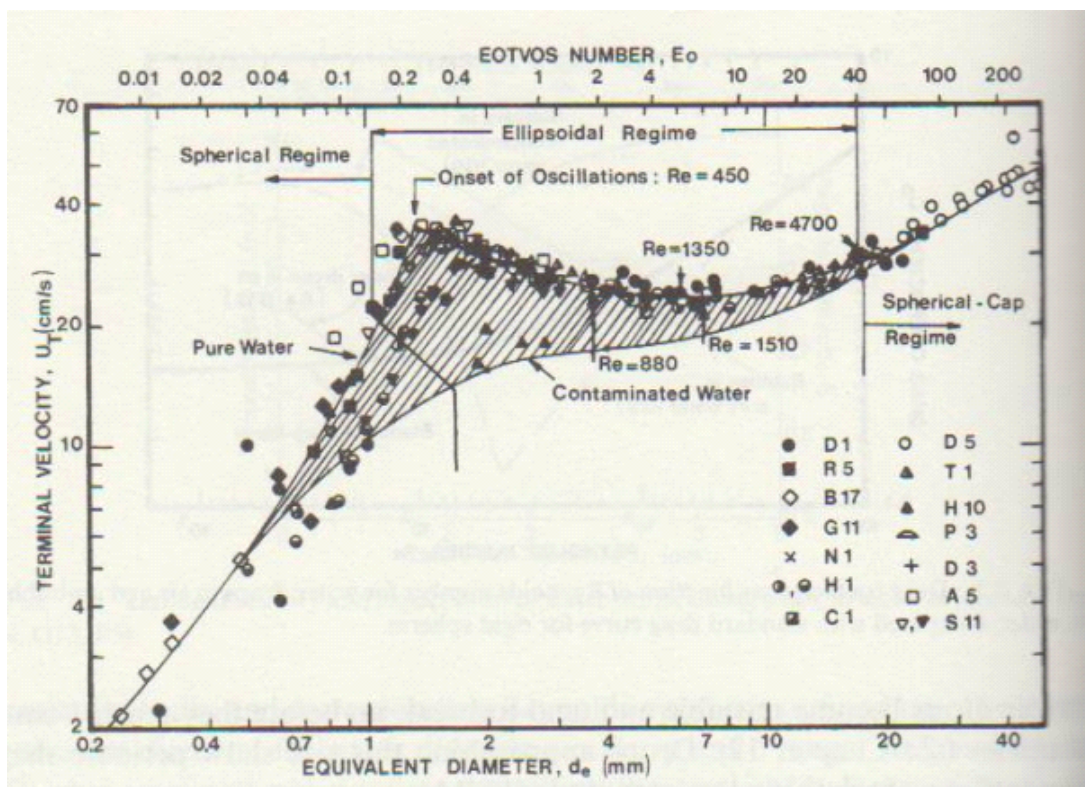


図 2.21 水中 (20 °C) を上昇する気泡の終速度 (Clift et al., 1978).

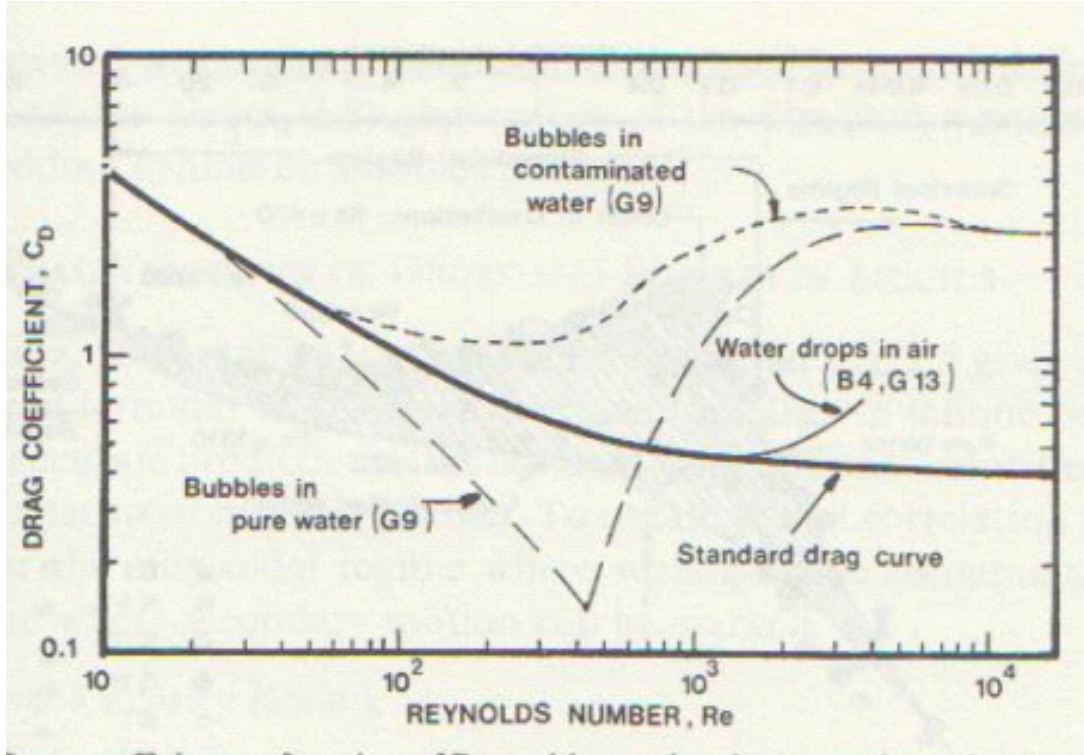


図 2.22 気泡の抗力係数と一般的な剛体球の抗力係数の比較 (Clift et al., 1978).

式で表わされる.

$$C_D = \frac{8 \left(2 + 3 \frac{\mu_{inner}}{\mu_{outer}} \right)}{Re \left(1 + \frac{\mu_{inner}}{\mu_{outer}} \right)} \quad (2.28)$$

ここで μ_{inner} は流体球内部の粘性係数, μ_{outer} は周囲流体の粘性係数である. 式 (2.28) より, 水中の気泡の場合 ($\mu_{inner} \ll \mu_{outer}$) は

$$C_D = \frac{16}{Re} \quad (2.29)$$

となる. また, Levich (1949) はレイノルズ数が高い領域で成り立つ式

$$C_D = \frac{48}{Re} \quad (2.30)$$

を導き出した. しかしながら, これらは連続相が高純度の水である場合の理論値である.

一方, Peebles and Garber (1958) は液体中の気泡の上昇速度についての過去の全ての実験をまとめ, バラバラの傾向にあった実験結果に統一的な解釈を初めて与えた (式 2.31).

$$C_D = \max \left[\max \left[\frac{24}{Re}, \frac{18.7}{Re^{0.68}} \right], \min [0.0275 M Re^4, 0.82 M^{0.25} Re] \right] \quad (2.31)$$

式 (2.31) では, $Re < 2$ なら Stokes 則に従い, $Re > 2$ なら剛体球より少し小さい抵抗を示し, 上昇速度は半径の 1.28 乗. Re が流体固有のある値より大きくなると上昇速度は粘性に支配されず半径の平方根に逆比例する. 最後に Re 数がなお大きくなると気泡径に依らない一定上昇速度になる.

また Tomiyama et al. (1998) は気泡の抗力係数が体系の汚れ具合に依存する事から高純度の系で

$$C_D = \max\left[\min\left[\frac{16}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687}), \frac{48}{Re}\right], \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4}\right] \quad (2.32)$$

通常の系で

$$C_D = \max\left[\min\left[\frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687}), \frac{72}{Re}\right], \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4}\right] \quad (2.33)$$

十分に汚れた系で

$$C_D = \max\left[\frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687}), \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4}\right] \quad (2.34)$$

となる 3 種のモデル式を提案している. 本研究では式 (2.32) を用いた.

2.3.3 Langevin 方程式

Langevin 方程式はもともと Einstein (1905) による理論をうけてブラウン運動下にある微粒子運動を求める式として提案された (Langevin, 1908). 微粒子の運動を一次元とし, 時刻 t における微粒子の速度を $v(t)$ と表すと, 媒質中の微粒子の運動を示す Langevin 方程式は

$$m \frac{d}{dt} v(t) = -6\pi\mu a v(t) + B_1 \eta(t) \quad (2.35)$$

と表わされる. 右辺において力を二つの部分に分ける. ひとつは速度に比例して微粒子運動と逆向きに働くストークス抗力である. もうひとつは右辺第二項に示すランダムな揺動力である. ここで B_1 は係数, η は White noise である. White noise は平均がゼロ, 自己相関関数がデルタ関数になるデタラメな量であり, 実際には理想的なものをつくることができない. そこで White noise の代わりに確率過程である Wiener 過程 $W(t)$ を用いて

$$dv(t) = A dt + B dW(t) \quad (2.36)$$

と書き換える. ここで A , B はそれぞれ drift 係数および diffusion 係数である. また Wiener 過程は次のような性質を持つ.

1. 初期値はゼロ
2. 独立増分を持ち, その増分は任意の $0 < t < s$ において, $\mathcal{N}(0, t-s)$ に従う
3. 連続標本経路を持つ

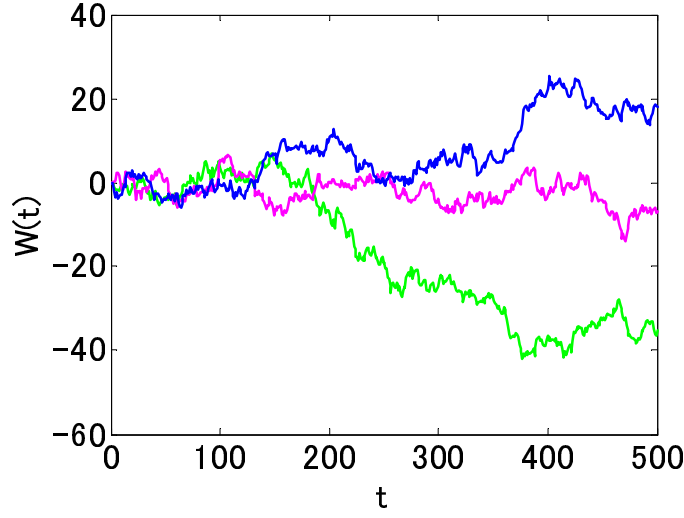


図 2.23 Wiener 過程の例

式 (2.36) のように確率過程を含む方程式を確率微分方程式という．Langevin 方程式を用いる事で，乱流中の流体粒子の速度をラグランジュ的に記述することが可能であることを以下に示す (Pope, 2000)．はじめに最も単純なケースとして一様等方性乱流を仮定すると，流速の平均値はゼロであり，流体粒子の速度の増分 dU は

$$dU(t) = -U(t) \frac{dt}{T_L} + \sqrt{\frac{2\langle u_{f,i}'^2 \rangle}{T_L}} dW(t) \quad (2.37)$$

ここで， $u_{f,i}^2$ は乱流強度であり，流体粒子速度の rms 値で表わす．また， $\langle \rangle$ は平均処理を表現している．式 (2.37) における右辺第一項は決定論的に求まるドリフト項であり，ラグランジュ積分時間スケール T_L を持ちゼロに向かって緩和する．式 (2.37) の右辺第二項は diffusion 項であり，平均ゼロ，標準偏差 $\sqrt{2\langle u_{f,i}'^2 \rangle dt/T_L}$ の正規乱数に従うランダムな速度増分を生成する．

ここでラグランジュ構造関数 $S_L(s)$ は次のようになる．

$$S_L(s) = \langle [U(t+s) - U(t)]^2 \rangle = 2\langle u_{f,i}'^2 \rangle s/T \quad (2.38)$$

一方，Kolmogorov 仮説によれば，

$$S_L(s) = C_0 \langle \epsilon \rangle s \quad (2.39)$$

である．式 (2.38) と式 (2.39) より，ラグランジュ積分時間スケールは次のようになる．

$$T_L^{-1} = \frac{C_0 \langle \epsilon \rangle}{2\langle u_{f,i}'^2 \rangle} = \frac{3}{4} C_0 \frac{\langle \epsilon \rangle}{k} \quad (2.40)$$

ここで、 k は乱れエネルギーである．従って、Langevin 方程式は次のように書き換えられる．

$$dU(t) = -\frac{3}{4}C_0\frac{\epsilon}{k}U(t)dt + (C_0\epsilon)^{\frac{1}{2}}dW(t) \quad (2.41)$$

Langevin モデルを乱流一般に適用できるように拡張する．流体粒子の位置を $X_i(t)$ とし、速度を $U_i(t)$ とすると、乱流中の流体粒子速度を求める一般化された Langevin モデルは次式で表される (Pope, 2000)．

$$\frac{dX_i(t)}{dt} = U_i(t) \quad (2.42)$$

$$dU_i = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt - \frac{U_i - \langle U_i \rangle}{T_L} dt + \sqrt{\frac{2\langle u_{f,i}^{\prime 2} \rangle}{T_L}} dW_i \quad (2.43)$$

ここで、 dU_i は流速の増分、 ρ_f は流体の密度、 p は圧力である．式 (2.43) ではドリフト項に平均圧力勾配が付与されており、右辺第二項で、流体粒子速度はオイラー的な平均流速に緩和していく．またラグランジュ積分時間スケール T_L は次の様子的に書き換えられる．

$$T_L = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}C_0} \frac{k}{\langle \epsilon \rangle} \quad (2.44)$$

Langevin モデルを用いて流体中の気泡位置あるいは粒子位置での流体粒子の運動を記述する場合は、重力場において気泡 (粒子) が流体を横切り、初期に同じ位置にあった水粒子と離れ、初期とは異なる流体粒子による作用されてしまう効果 (crossing trajectory effect, 図 2.24 参照) を考慮して式 (2.42) を変形する必要がある (Minier and Peirano, 2001)．まず drift 項は次のように書き換える．

$$-\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt + (\langle U_i^p \rangle - \langle U_i^f \rangle) \frac{\partial \langle U_i^f \rangle}{\partial x_j} dt - \frac{U_i^s - \langle U_i^s \rangle}{T_L^*} dt + g_i dt \quad (2.45)$$

ここで、 u^s は粒子 (気泡) 位置での流速、 u^p は粒子 (気泡) の速度である．第二項は流体と粒子の平均軌道の差異による補正項、第三項は crossing trajectory effect によって修正されたラグランジュ積分時間スケール (Csanady, 1963),

$$T_{L,3}^* = \frac{T_L}{\sqrt{1 + \beta^2 |u_r|^2 / (2k/3)}} \quad (2.46)$$

$$T_{L,1}^* = T_{L,2}^* = \frac{T_L}{\sqrt{1 + 4\beta^2 |u_r|^2 / (2k/3)}} \quad (2.47)$$

を持ったドリフト項である．

次に diffusion 項を書き換える．

$$\sqrt{C_0 \langle \epsilon \rangle} b_i dW_i \quad (2.48)$$

ここで、次式で定義される新たな乱れエネルギーを導入する.

$$\tilde{k} = \frac{3}{2} \frac{\sum_{i=1}^3 b_i \langle u_{f,i}^2 \rangle}{\sum_{i=1}^3 b_i} \quad (2.49)$$

これは方向に応じて重みを付けたものである. 等方性乱流の場合は

$$\langle u_{f,i}^2 \rangle = \frac{2}{3} k \quad (2.50)$$

であるので

$$\tilde{k} = k \quad (2.51)$$

である. diffusion 項は次のように書き換えられる.

$$\sqrt{C_0 \langle \epsilon \rangle b_i \frac{\tilde{k}}{k}} dW_i \quad (2.52)$$

また粘性散逸の効果を考慮すると,

$$\sqrt{C_0 \langle \epsilon \rangle b_i \frac{\tilde{k}}{k} - \frac{2}{3} \langle \epsilon \rangle} dW_i \quad (2.53)$$

従って, crossing trajectory effect を考慮した二相流の為の Langevin モデルは次のように書くことができる (Minier and Peirano, 2001).

$$\begin{aligned} dU_i^s = & -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt + (\langle U_i^p \rangle - \langle U_i^f \rangle) \frac{\partial \langle U_i^f \rangle}{\partial x_j} dt - \frac{U_i^s - \langle U_i^s \rangle}{T_L^*} dt \\ & + \sqrt{\langle \epsilon \rangle \left(C_0 b_i \tilde{k}/k + \frac{2}{3} (b_i \tilde{k}/k - 1) \right)} dW_i + g_i dt \end{aligned} \quad (2.54)$$

2.3.4 数値計算法

SRPIV によって得られた流速場, 乱れエネルギー場の情報をベースに Langevin 気泡モデルを持ちた数値実験を行う. 計算気泡サイズを表 2.2 に示す.

式 (2.4) と式 (2.24) によって気泡運動を計算する. ただし, 履歴力に関してはその計算に多くのメモリを要するため, これを無視して計算を行った. 抗力係数は式 (2.31) に従い, 液相流速 u_s は式 (2.54) 示す Langevin 方程式によって求めた. 式 (2.54) 中の平均液相流速 $\langle U^f \rangle$, 乱れエネルギー k 値は SRPIV の結果を用いた.

また, 平均 0 分散 1 の標準ガウス分布に従う疑似乱数 Z は, Fortran 等の組み込み関数で発生させた $(0, 1)$ 上の一様疑似乱数 X, Y と以下に示すボックス・ミュラーの変換式を用いて生成する.

$$Z = \sqrt{-2 \log X} \cos 2\pi Y \quad (2.55)$$

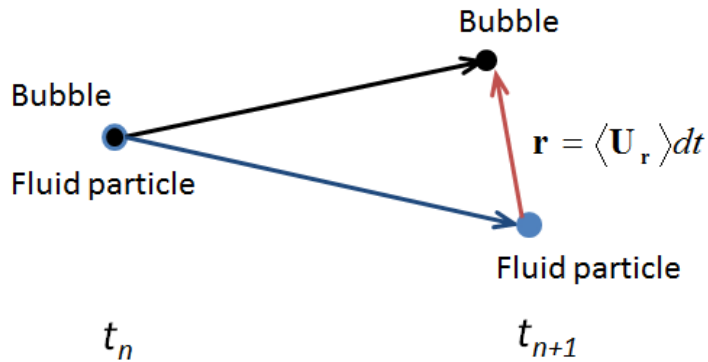


図 2.24 流体粒子と気泡の軌道

表 2.2 気泡径

case	気泡径 (mm)
1	2.0
2	3.1
3	3.6
4	4.3
5	4.8

2.3.5 結果

図 2.25 に計算された気泡軌道を示す。同一座標から気泡が放出されたにも関わらず、乱流拡散により試行毎に異なる軌道を描いている。この気泡の分散は乱れエネルギーが大きくなるほど広がっていく。

流体粒子の乱流拡散係数は Langevin モデルに基づき次のように求められる。

$$D_T = kT_L \quad (2.56)$$

図 2.26 に式 (2.56) によって求めた流体粒子の乱流拡散係数を示す。

気泡上昇速度の確率密度分布を計算し、実験結果と比較した (図 2.27)。気泡形状の変化が少ない小径気泡の case1,2 では計算結果は実験結果とよく一致しており、本モデルを用いる事によって液相乱れによる気泡の並進運動速度変動が適切に再現可能である事を示している。

図 2.28 に実験によって求めた気泡速度と計算による気泡速度の rms 値を示す。計算に

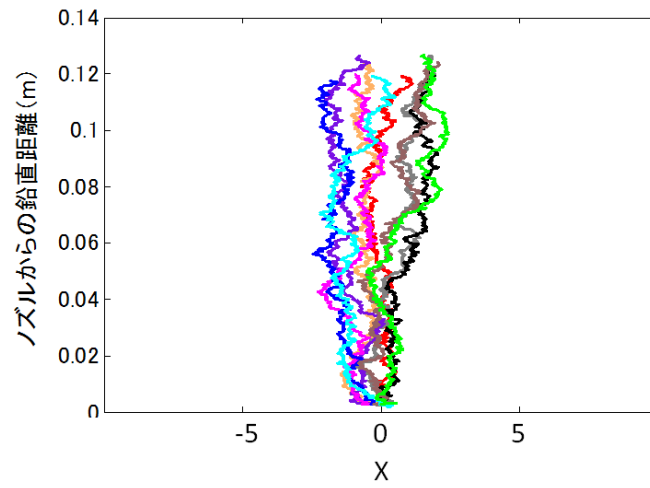


図 2.25 Langevin モデルによって計算した気泡の軌跡例 (試行毎に色を変えている).

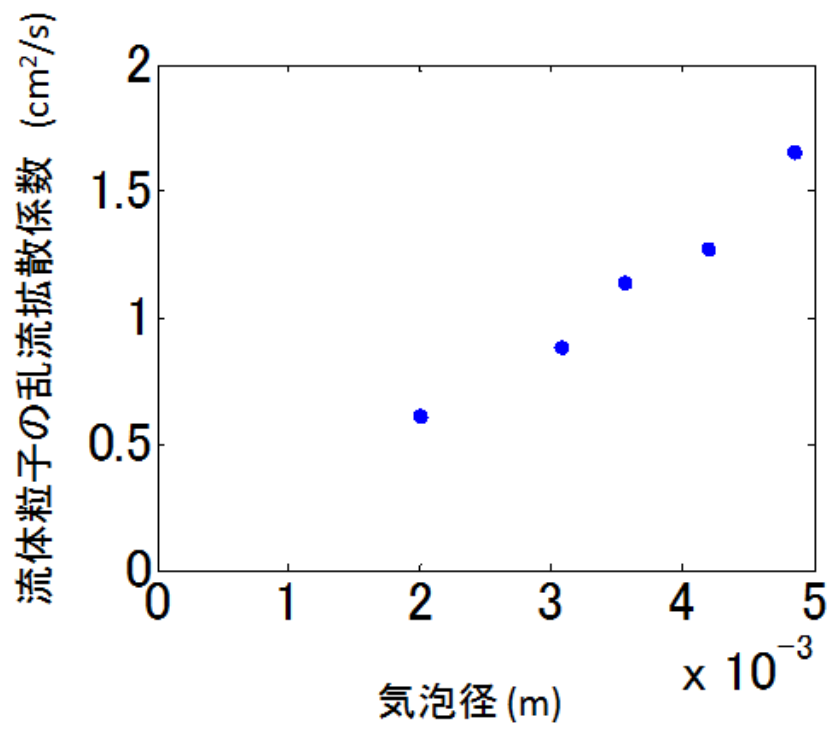


図 2.26 乱流拡散係数

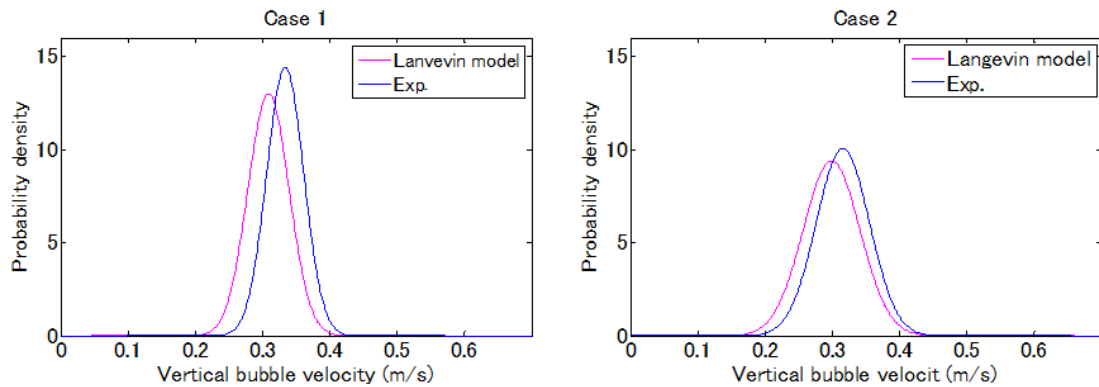


図 2.27 Langevin モデルによって計算した気泡速度の確率密度分布.

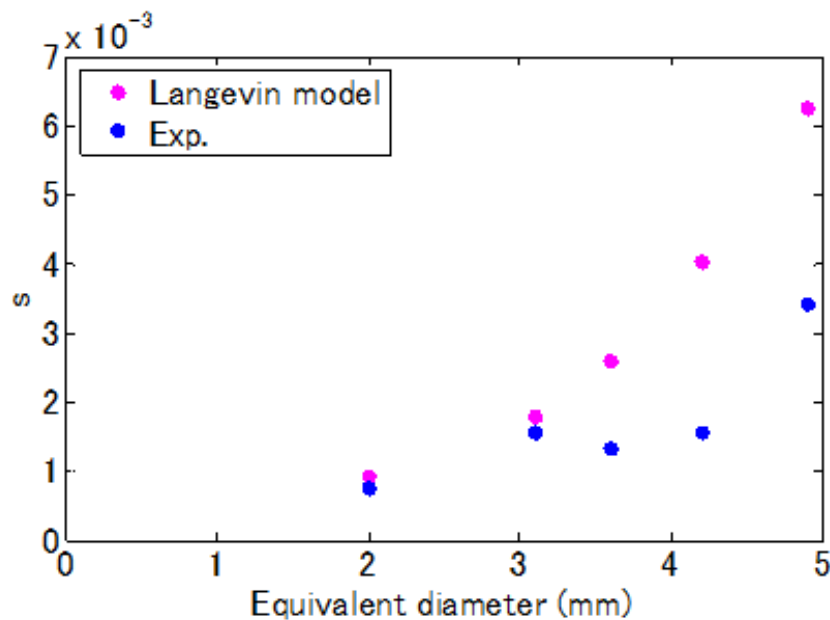


図 2.28 Langevin モデルによって計算した気泡速度の rms 値.

よる気泡速度の rms 値は乱流拡散係数と同様に気泡の等価直径の増加とともに単調増加している。これは本モデルが液相乱れと気泡速度変動の関係を適切に表わしている事を示している。しかしながら、大径気泡の気泡速度の rms 値は実験結果を大きく上回っている。これは気泡変形の影響を考慮していない為であり、気液二相流解析における液相乱れによる気泡変形並びに気泡の形状変化に伴う速度変動の重要性を示唆している。

2.4 気泡-乱流 two-way 確率モデル

2.4.1 気泡流れ場に対する運動方程式

粒子 (気泡) を含むある領域 V を考える. ある領域 V における運動量の変化はその領域に作用する力に等しいので,

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho_f \mathbf{u} dV = \int_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dS + \int_V \rho_f \mathbf{X} dV + \int_{S'_p} \boldsymbol{\sigma}^p \cdot \mathbf{n} dS'_p \quad (2.57)$$

となる. ρ_f は流体の密度, $\boldsymbol{\sigma}$ は応力, $\mathbf{n}$ は外向き単位法線ベクトル, S は V の表面, $\mathbf{X}$ は外力, S'_p は粒子の表面に最も近い流体の表面である. ここでガウスの定理より,

$$\int_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} dV \quad (2.58)$$

が成り立つ. またレイノルズの輸送定理より,

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho_f \mathbf{u} dV = \int_V \left(\frac{\partial \rho_f \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u} \right) dV \quad (2.59)$$

である. 式 (3.45) と式 (2.59) より, 式 (2.57) は,

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho_f \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u} \right) dV = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} dV + \int_V \rho_f \mathbf{X} dV + \int_{S'_p} \boldsymbol{\sigma}^p \cdot \mathbf{n} dS'_p \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial \rho_f \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho_f \mathbf{X} + \frac{1}{V} \int_{S'_p} \boldsymbol{\sigma}^p \cdot \mathbf{n} dS'_p \quad (2.61)$$

となる. ニュートン流体の場合, $\boldsymbol{\sigma}$ は

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{2}{3}\mu\Theta + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (2.62)$$

である. ここで, p は圧力, μ は粘性係数. 非圧縮条件を仮定すると,

$$\Theta = 0 \quad (2.63)$$

なので, 式 (2.61) は

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + X_i + \frac{1}{\rho_f V} \int_{S'_p} \sigma_{ij}^p n_j dS'_p \quad (2.64)$$

と書ける. ν は動粘性係数である. 式 (2.64) 右辺最終項の粒子による力を Q_i^H とおき, 外力として重力を仮定すると式 (2.64) は次式のようになる.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + g_i - \frac{1}{\rho_f} Q_i^H \quad (2.65)$$

g_i は重力加速度を表す．粒子による力 Q_i^H は，粒子内で 1，流体内で 0 を示すヘビサイド関数 $H(x_i^p)$ を用いて次の様に表して良い．

$$Q_i^H = H(x_i^p)Q_i \quad (2.66)$$

また，粒子が無い場合，式 (2.65) は

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + g_i \quad (2.67)$$

となり，この式は Navier–Stokes 方程式として知られている．

本研究では，粒子流れ場の運動方程式である式 (2.65) を用いて流体の計算を行う．

2.4.2 Large Eddy Simulation

乱流は幅広い時空間スケールを持つ非定常な現象である．しかし現状では，計算機の性能と容量の制約から乱流中の全てのスケールの変動を直接計算することはごく限られた場合を除き不可能である．ただ，工学的には，すべての乱流運動のデータが必要なことはほとんどなく，大まかな流れの状況を求めることが重要となるケースが多い．その場合，Navier–Stokes 式にある種の平均化操作を施したものを数値的に解くことになる．そして，解くべき流れとそれ以外のスケールの乱流との間の関係を与える事，乱流モデルが必要となる．

定常流れあるいはゆったりとした非定常流れだけを解こうとすれば，いわゆる乱流運動の全てがモデル化の対象となる．このとき Navier–Stokes 式にはレイノルズ平均が施され，その数値シミュレーションは RANS と呼ばれている．

一方，Large Eddy Simulation (LES) では cutoff-length を境に流れを大スケールと小スケールの 2 つの変動スケールに分離し，普遍性の期待できる小スケール変動に対して乱流統計量を基礎としたモデルを適用する．すなわち，空間フィルターを使って乱れのモデル化を行うため，瞬時の Grid Scale 流速場を取得することが可能であり，これが乱流を計算する際の重要な長所となる．特に碎波帯のような非定常かつ大規模渦や大スケール変動が顕著となる流れ場の数値解析では，瞬時流速場の取得が可能で大スケールの変動を陽的に解像する LES は強力なツールとなる．Watanabe et al. (2005) は三次元 LES によって，碎波時の組織的渦構造を再現している (図 2.29)．そこで，本研究では Watanabe et al. (2005) と同様に LES を用いて流体の計算を行う．

フィルター操作

一般的に関数のフィルター操作は次の様に定義される．

$$\overline{\psi(\mathbf{x}, t)} = \int G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}', t) d^3 \mathbf{x}' \quad (2.68)$$

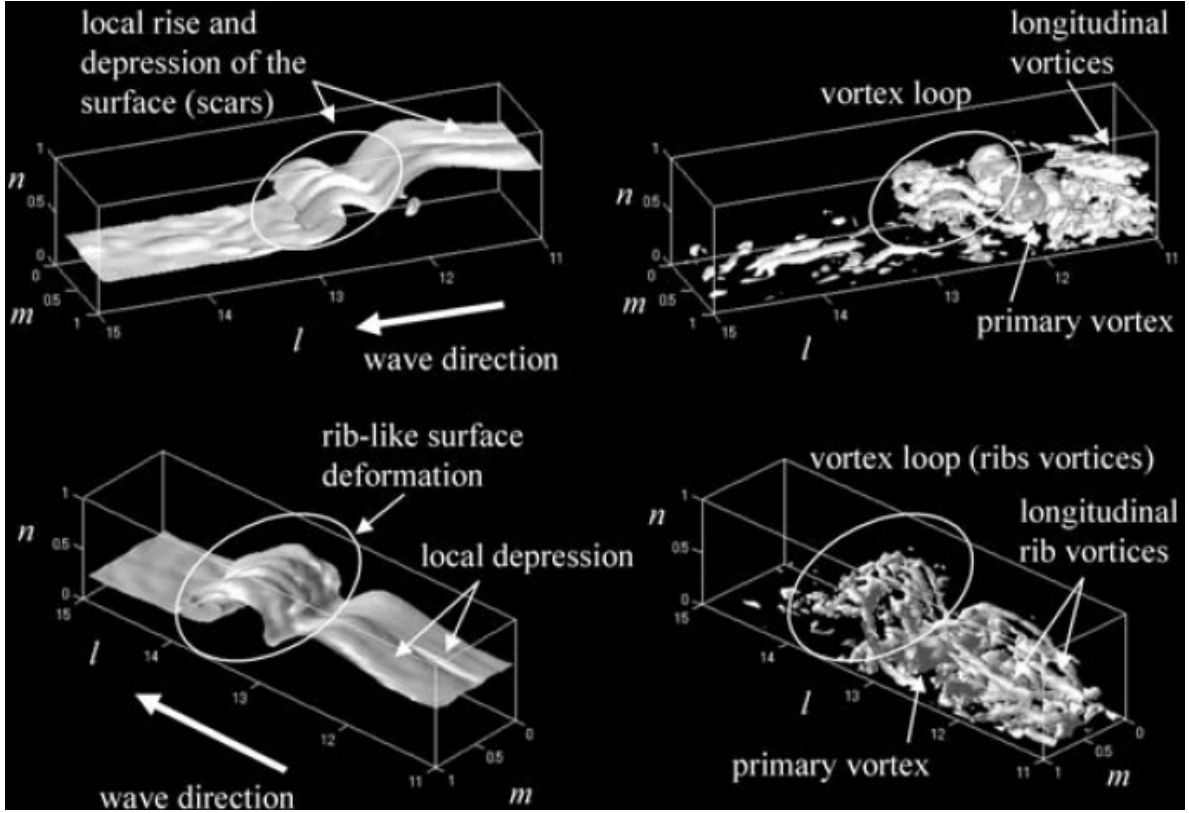


図 2.29 三次元 Large Eddy Simulation によって再現された砕波時の組織的渦構造 (Watanabe et al., 2005)

ここで ψ はフィルター操作された関数を表す．フィルター関数 G は次の条件を満足する．

$$\int G(\mathbf{x}') d^3\mathbf{x}' = 1 \quad (2.69)$$

また，LES で用いられるフィルター関数は次の特徴を持つように設計される．

1. フィルター操作後も定数は変わらない
2. 線形性が保持される
3. 微分の交換が可能

代表的な空間フィルター関数としては，トップハットフィルター，ガウシアンフィルター，シャープスペクトルフィルター等がある．トップハットフィルターは物理空間においては箱型領域の平均を表す．本研究ではトップハットフィルターをフィルター関数とした．フィルター操作により解像されない残差は次の様に表される

$$\psi'(\mathbf{x}, t) = \psi(\mathbf{x}, t) - \overline{\psi(\mathbf{x}, t)} \quad (2.70)$$

Reynolds 分解の変動量と似ているが，違いはフィルタリングされた残差がゼロにならないことである．

$$\overline{\psi'(\mathbf{x}, t)} \neq 0 \quad (2.71)$$

レオナルド分解

式 (2.65) より,

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + g_i - \frac{1}{\rho_f} Q_i^H \quad (2.72)$$

となる. 式 (2.72) をトップハットフィルターでフィルタリングすると次式が得られる.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + g_i - \frac{1}{\rho_f} \bar{Q}_i \quad (2.73)$$

式 (2.73) の左辺第二項 (非線形項) は, そのままでは解くことができない. したがって次のように Reynolds 分解と似た方法で分解する.

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i u'_j + \bar{u}_j u'_i + \overline{u'_i u'_j} \quad (2.74)$$

式 (2.74) を式 (2.73) に代入すると, 次式を得る.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + g_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i u'_j + \bar{u}_j u'_i + \overline{u'_i u'_j}) - \frac{1}{\rho_f} \bar{Q}_i \quad (2.75)$$

式 (2.75) は, 依然, 非線形項が GS 流速の積のフィルタリングされた形となっており解くことができない. そこでレオナルド応力 L_{ij} を

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (2.76)$$

のように定義して, 式 (2.75) を次のように変形する.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + g_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (L_{ij} + C_{ij} + R_{ij}) - \frac{1}{\rho_f} \bar{Q}_i \quad (2.77)$$

ここで C_{ij} , R_{ij} はそれぞれクロス項, レイノルズ応力項であり以下のように定義される.

$$C_{ij} = \bar{u}_i u'_j + \bar{u}_j u'_i \quad (2.78)$$

$$R_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad (2.79)$$

さらに, SG 応力 τ_{ij} を

$$\tau_{ij} = L_{ij} + C_{ij} + R_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (2.80)$$

のように定義することによって、式 (2.77) は次式のように書き表わすことができる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + g_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_f} \bar{Q}_i \quad (2.81)$$

LES では、SG 応力を何らかの方法でモデル化し、式 (2.81) によって GS 流速場を解いていくことになる。

1 方程式モデル

LES において最も良く使われるスマゴリンスキーモデルにおいては、渦粘性係数の導出において局所平衡仮説を用いる。それに対して、1 方程式モデルは局所平衡仮説を用いずに SGS エネルギーの支配方程式を近似し SGS 応力を決定する。

1 方程式モデルは、スマゴリンスキーモデルに比べて二つの利点を有する。一つは SGS エネルギーの輸送及び拡散の効果を取り入れる事ができるという点であり、もう一つは、スマゴリンスキーモデルでは圧力が真の圧力と SGS エネルギーの総和として算出され、両者の分離が困難であるのに対して 1 方程式では分離する事ができる点である。

式 (2.72) に u_i を乗じ、フィルタリングすると、

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_i u_j}}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \overline{u_i p}}{\partial x_i} + \frac{\nu}{2} \frac{\partial^2 \overline{u_i u_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{u_i g_i} - \frac{1}{\rho} \overline{u_i Q_i^H} \quad (2.82)$$

一方、式 (2.81) に $\bar{u}_i$ を乗じると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_i} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i} \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} - \overline{u_i} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \overline{u_i} \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\nu}{2} \frac{\partial^2 \overline{u_i} \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ &\quad - \frac{\partial \overline{u_i} \tau_{ij}}{\partial x_j} + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{u_i} \bar{g}_i - \frac{1}{\rho} \overline{u_i} \bar{Q}_i \end{aligned} \quad (2.83)$$

式 (2.82) から式 (2.83) を引くと、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{u_i u_i} - \overline{u_i} \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_i u_j} - \overline{u_i} \bar{u}_i \bar{u}_j) - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{u_i} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ = -\frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \overline{u_i p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i} \bar{p}}{\partial x_i} \right) + \frac{\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} (\overline{u_i u_i} - \overline{u_i} \bar{u}_i) \\ - \nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial \overline{u_i} \tau_{ij}}{\partial x_j} - \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ - \frac{1}{\rho} (\overline{u_i Q_i^H} - \overline{u_i} \bar{Q}_i) \end{aligned} \quad (2.84)$$

となる。ここで SGS 乱れエネルギー $q_{sgs} = \frac{1}{2} (\overline{u_i u_i} - \overline{u_i} \bar{u}_i) \equiv \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$ を定義すると、

$$\frac{\partial q_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j q_{sgs} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_i u_j} - \overline{u_i} \bar{u}_i \bar{u}_j) - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{u_i} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \overline{u_i p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i} \overline{p}}{\partial x_i} \right) + \nu \frac{\partial^2 q_{sgs}}{\partial x_j \partial x_j} - \nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) \\
&\quad + \frac{\partial \overline{u_i} \tau_{ij}}{\partial x_j} - \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \left(\overline{u_i Q_i^H} - \overline{u_i} \overline{Q_i} \right) \quad (2.85)
\end{aligned}$$

が得られる．この SGG 乱れエネルギー方程式を Yoshizawa・Horiuti (1985) と同様にモデル化する．拡散項は Kolmogorov - Prandtl relation より，

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_i u_j} - \overline{u_i u_i} \overline{u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i p} - \overline{u_i} \overline{p}) = \frac{\partial}{\partial x_j} (c_{kk} \Delta \sqrt{q_{sgs}} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial x_j}) \quad (2.86)$$

ここで， c_{kk} は定数である．また散逸項は

$$\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) = \epsilon = c_\epsilon q_{sgs}^{3/2} / \Delta \quad (2.87)$$

となり，次式に示すモデル化された粒子混在下の SGS 乱れエネルギー輸送方程式が得られる．

$$\begin{aligned}
\frac{\partial q_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial q_{sgs} \overline{u_j}}{\partial x_j} &= -\tau_{ij} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \epsilon + c_{kk} \frac{\partial}{\partial x_j} (\Delta \sqrt{q_{sgs}} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial x_j}) \\
&\quad + \nu \frac{\partial^2 q_{sgs}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho_f} (\overline{u_i Q_i^H} - \overline{u_i} \overline{Q_i}) \quad (2.88)
\end{aligned}$$

ここで， c_ϵ は定数である．

2.4.3 乱流中の気泡運動

気泡の運動は前節と同様に，一般化された Langevin 方程式 (式 2.54) を導入した Basset-Bousinesq-Oseen 方程式 (式 2.4, 式 2.24) に基づいて記述する．ただし，履歴力は無視し，式 (2.54) 中の $\langle p \rangle$ ， $\langle U^f \rangle$ は LES で計算した空間平均量を与え，乱れエネルギー k は q_{sgs} を与える

2.4.4 Level - set 法

界面を表現する手法は，界面追跡法と界面捕獲法に大別される．界面追跡法は界面を移動メッシュによって直接的に表現し，界面位置を追跡する方法であり，代表的な方法としては，ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法がある．一方の界面捕獲法は界面移動の表現は界面関数で定義し，固定メッシュ上で間接的に界面位置を捕捉する方法であり，代表的な手法として VOF(Volume of Fluid) 法，Level set 法がある．

界面追跡法は界面を直接的に表現しているため，気液界面を間接的に表現している界面捕獲法に比べて高い計算精度を得やすいが，砕波などの複雑な界面変形には対応できない．

本研究では、水面を表現する方法として近年よく用いられている Level - set 法 (Sethian and Smereka, 2003) を用いた。Level - set 法は、水面までの距離を表す Level -set 関数を各計算格子ごとに保持しておくことによって水面形状を計算する方法である。この方法は水面の曲率や法線方向ベクトル等を容易に求めることができ、Volume of Fluid (VOF) 法等と比べ、比較的詳細な水面形状を取得することができる。

Level - set 法による水面形状の表現

Level - set 方程式は以下のように書ける。

$$\frac{D\phi}{Dt} = 0 \quad (2.89)$$

ここで F は水面からの距離を表す Level - set 関数である。 F は液相内で正、液相外で負の値をとり、水面は $F = 0$ の位置に存在すると定義される。本研究では式 (2.89) を CIP 法によって更新させる。

水面の形状に関する情報の取得

Level - set 法では単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ は Level - set 関数の勾配から次のように表わされる。

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \quad (2.90)$$

また、水面の曲率 κ は式 (2.90) の発散をとって

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \quad (2.91)$$

の様に表すことができる。

Level - set 関数の再初期化

F は時間とともに距離関数としての性質を失う。そこで F について、距離関数としての性質を維持するために再初期化を行う必要がある。本研究では、Sussman and Fatemi (1999) と同様の方法により再初期化を行う。再初期化では、次式を満足する Level-set 関数を求める。

$$\frac{\partial F}{\partial \tau_r} = \text{sgn}(F_0)(1 - \nabla F) \quad (2.92)$$

ここで τ_r は再初期化過程における仮想時間であり、現象の数値計算に関する時間刻み Δt と無関係である。

2.4.5 数値計算法

無次元化

式 (2.81) を以下のように書き換える.

$$\frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla\bar{p} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_0 + \mathbf{g} - \frac{1}{\rho}\bar{\mathbf{Q}} \quad (2.93)$$

ここで,

$$\boldsymbol{\tau}_0 = 2\nu_0 \mathbf{S} \quad (2.94)$$

であり, $\mathbf{S}$ はひずみテンソルである. 流体の運動方程式はそのままの形で解かれることもあるが, 無次元化が行われてから解かれる場合が多い. 本研究でも, 代表長さ L (水深など), 流体の密度および代表速度 V (気泡の浮上速度など) ですべての変数の無次元化を行った. 式 (2.93) を次のように無次元化する.

$$\frac{D\mathbf{u}'}{Dt'} = -\nabla\bar{p}' - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}' + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_0' + \mathbf{g}' - \bar{\mathbf{Q}}' \quad (2.95)$$

($'$) は無次元化された変数を表す. 以降, ($'$) は省略する.

自由水面のジャンプ条件

自由水面における運動量保存則に対するジャンプ条件は次の法線方向と接線方向の境界条件を導く.

$$\overline{p_{sf}} + 2\nu\frac{\partial\bar{u}_n}{\partial n} = \frac{\kappa}{We} \quad (2.96)$$

$$\nu\left(\frac{\partial\bar{u}_n}{\partial r} + \frac{\partial\bar{u}_r}{\partial n}\right) = 0 \quad (2.97)$$

$$\nu\left(\frac{\partial\bar{u}_n}{\partial s} + \frac{\partial\bar{u}_s}{\partial n}\right) = 0 \quad (2.98)$$

ここで, $\overline{p_{sf}}$ は界面での圧力, κ は無次元の界面曲率, $We (= \rho U 2L / \sigma)$ はウェーバー数であり, σ は表面張力係数である. また, $\bar{u}_n$, $\bar{u}_r$, $\bar{u}_s$ はそれぞれ法線方向と2つの接線方向流速である.

自由水面に対する数値計算法

式 (2.95) を n タイムステップと $n+1$ タイムステップ, $n+\frac{1}{2}$ タイムステップにおいて離散化する.

$$\frac{\bar{\mathbf{u}}^{n+1} - \bar{\mathbf{u}}^{n+\frac{1}{2}} + \bar{\mathbf{u}}^{n+\frac{1}{2}} - \bar{\mathbf{u}}^n}{\Delta t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot (\nabla\bar{\mathbf{u}}) = -\nabla\bar{p} + \mathbf{R} \quad (2.99)$$

ここで,

$$\mathbf{R} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \nabla \cdot \overline{\boldsymbol{\tau}_0} + \mathbf{g} - \overline{\mathbf{Q}} \quad (2.100)$$

non - advection phase と advection phase とに分解する.

$$\frac{\overline{\mathbf{u}}^{n+\frac{1}{2}} - \overline{\mathbf{u}}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla \overline{p}^{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{R}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.101)$$

$$\frac{\overline{\mathbf{u}}^{n+1} - \overline{\mathbf{u}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \overline{\mathbf{u}}^{n+\frac{1}{2}} \cdot (\nabla \overline{\mathbf{u}}^{n+\frac{1}{2}}) = 0 \quad (2.102)$$

式 (2.101) の発散をとる.

$$\frac{\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}}^{n+\frac{1}{2}} - \nabla \cdot \overline{\mathbf{u}}^n}{\Delta t} = -\nabla^2 \overline{p}^{n+\frac{1}{2}} + \nabla \cdot \mathbf{R}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.103)$$

非圧縮性流体では流速の発散はゼロとなるべきである. そこで, 現在の timestep における流速の発散は, 数値誤差を含んでいるのでゼロとはならず, 次の timestep での発散がゼロになるとする. このとき, 式 (2.103) は次のようになる.

$$\nabla^2 \overline{p}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}}^n}{\Delta t} + \nabla \cdot \mathbf{R}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.104)$$

上式が圧力に関する Poisson 方程式である. 式 (2.104) と式 (2.101) を計算した後, 式 (2.102) を計算する.

式 (2.104) を式 (2.96) に示す法線方向の境界条件を満たすように離散化すると, 二次精度では以下のようになる.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \Big|_{i,j,k} = \frac{2(\Delta x^- \overline{p}^+ + \Delta x^+ \overline{p}^- - (\Delta x^+ + \Delta x^-) \overline{p}_{i,j,k})}{\Delta x^+ \Delta x^- (\Delta x^+ + \Delta x^-)} \quad (2.105)$$

ここで

$$\begin{cases} \Delta x^\pm &= \Delta x \phi_{i,j,k} / (\phi_{i,j,k} - \phi_{i\pm 1,j,k}), & \overline{p}^\pm &= \overline{p}_{sf} & (\phi_{i,j,k} > 0, \phi_{i\pm 1,j,k} < 0) \\ \Delta x^\pm &= \Delta x, & \overline{p}^\pm &= \overline{p}_{sf} & (\phi_{i,j,k} > 0, \phi_{i\pm 1,j,k} > 0) \end{cases} \quad (2.106)$$

Δx は x 方向のグリッド幅である. y 方向, z 方向についても同様に離散化を行う. 式 (2.105) を Irregular star 法ベースの Multigrid 法によって繰り返し計算する. Multigrid 法は複数階層で離散化を行う手法である.

式 (2.101) を計算する上で必要となる圧力勾配について次のように離散化する.

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{i+1/2,j,k} = a \overline{p}_{i-1,j,k} + b \overline{p}_{i,j,k} + c \overline{p}_{sf} \quad (2.107)$$

ここで

$$a = \frac{\delta x^+ - \delta x^-}{(\delta x^- - \delta x^{--})(\delta x^{--} + \delta x^+)} \quad (2.108)$$

$$b = \frac{\delta x^+ - \delta x^-}{(\delta x^- - \delta x^{--})(\delta x^{--} + \delta x^+)} \quad (2.109)$$

$$c = \frac{\delta x^+ - \delta x^-}{(\delta x^- - \delta x^{--})(\delta x^{--} + \delta x^+)} \quad (2.110)$$

であり,

$$\delta x^- = \frac{\Delta x}{2} \quad (2.111)$$

$$\delta x^{--} = \frac{3\Delta x}{2} \quad (2.112)$$

$$\begin{cases} \delta x^+ &= \Delta x \phi_{i,j,k} / (\phi_{i,j,k} - \phi_{i\pm 1,j,k}) - \Delta x/2, & (\phi_{i,j,k} > 0, \phi_{i\pm 1,j,k} < 0) \\ \delta x^+ &= \Delta x/2, & (otherwise) \end{cases} \quad (2.113)$$

である.

CIP 法

CIP 法 (Cubic Interpolated Pseudo - Particle Scheme) は Yabe ら (1991) によって開発された、双曲型微分方程式を解く高次精度差分法の一つである.

次式の 3 次元移流方程式を数値的に解く方法を考える. f は x, y, z, t の関数である.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (2.114)$$

この式を数値的に解くとは, 微小時間 Δt 後の $f(x, y, z, t + \Delta t)$ を推定することである. ここで,

$$f(x, y, z, t + \Delta t) = f(x - u\Delta t, y - v\Delta t, z - w\Delta t, t) \quad (2.115)$$

と考えることができる. したがって, 現在の値である $f(x, y, z, t + \Delta t)$ を推定することで, $f(x, y, z, t + \Delta t)$ を推定する事ができる. f は離散量として与えられているので, 補間する必要がある. f の分布を 3 次関数で表すと次のようになる.

$$\begin{aligned} f_{i,j,k}^{n+1} &= \left((a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4)\xi + a_5\eta + a_6\zeta + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial x} \right) \xi \\ &+ \left((a_7\eta + a_8\xi + a_9\zeta + a_{10})\eta + a_{11}\zeta + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial y} \right) \eta \\ &+ \left((a_{12}\zeta + a_{13}\xi + a_{14}\eta + a_{15})\zeta + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial z} \right) \zeta + a_{16}\xi\eta\zeta + f_{i,j,k}^n \end{aligned} \quad (2.116)$$

ここで

$$\xi = -u\Delta t \quad (2.117)$$

$$\eta = -v\Delta t \quad (2.118)$$

$$\zeta = -w\Delta t \quad (2.119)$$

である. $a_1 - a_{16}$ は 次のように決定される.

$$a_1 = \frac{2f_{i,j,k} - 2f_{i+1,j,k} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_{i+1,j,k}}{\partial x} \Delta x}{\Delta x^3} \quad (2.120)$$

$$a_2 = \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j+1,k} - f_{i+1,j,k} + f_{i+1,j+1,k} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f_{i,j+1,k}}{\partial x} \Delta x}{\Delta x^2 \Delta y} \quad (2.121)$$

$$a_3 = \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k+1} - f_{i+1,j,k} + f_{i+1,j,k+1} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f_{i,j,k+1}}{\partial x} \Delta x}{\Delta x^2 \Delta z} \quad (2.122)$$

$$a_4 = \frac{-3f_{i,j,k} + 3f_{i+1,j,k} - 2\frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f_{i+1,j,k}}{\partial x} \Delta x}{\Delta x^2} \quad (2.123)$$

$$a_5 = \frac{-f_{i,j,k} + f_{i,j+1,k} + f_{i+1,j,k} - f_{i+1,j+1,k}}{\Delta x \Delta y} + \frac{-\frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_{i,j+1,k}}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f_{i+1,j,k}}{\partial y} \Delta y}{\Delta x \Delta y} \quad (2.124)$$

$$a_6 = \frac{-f_{i,j,k} + f_{i,j,k+1} + f_{i+1,j,k} - f_{i+1,j,k+1}}{\Delta x \Delta z} + \frac{-\frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_{i,j,k+1}}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial f_{i+1,j,k}}{\partial z} \Delta z}{\Delta x \Delta z} \quad (2.125)$$

$$a_7 = \frac{2f_{i,j,k} - 2f_{i,j+1,k} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f_{i,j+1,k}}{\partial y} \Delta y}{\Delta y^3} \quad (2.126)$$

$$a_8 = \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j+1,k} - f_{i+1,j,k} + f_{i+1,j+1,k} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial y} \Delta y - \frac{\partial f_{i+1,j,k}}{\partial y} \Delta y}{\Delta x \Delta y^2} \quad (2.127)$$

$$a_9 = \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k+1} - f_{i,j+1,k} + f_{i,j+1,k+1} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial y} \Delta y - \frac{\partial f_{i,j,k+1}}{\partial y} \Delta y}{\Delta y^2 \Delta z} \quad (2.128)$$

$$a_{10} = \frac{-3f_{i,j,k} + 3f_{i,j+1,k} - 2\frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial y} \Delta y - \frac{\partial f_{i,j+1,k}}{\partial y} \Delta y}{\Delta y^2} \quad (2.129)$$

$$a_{11} = \frac{-f_{i,j,k} + f_{i,j,k+1} + f_{i,j+1,k} - f_{i,j+1,k+1}}{\Delta y \Delta z} + \frac{-\frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f_{i,j,k+1}}{\partial y} \Delta y - \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial f_{i,j+1,k}}{\partial z} \Delta z}{\Delta y \Delta z} \quad (2.130)$$

$$a_{12} = \frac{2f_{i,j,k} - 2f_{i,j,k+1} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial f_{i,j,k+1}}{\partial z} \Delta z}{\Delta z^3} \quad (2.131)$$

$$a_{13} = \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k+1} - f_{i+1,j,k} + f_{i+1,j,k+1} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial z} \Delta z - \frac{\partial f_{i+1,j,k}}{\partial z} \Delta z}{\Delta x \Delta z^2} \quad (2.132)$$

$$a_{14} = \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k+1} - f_{i,j+1,k} + f_{i,j+1,k+1} + \frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial z} \Delta z - \frac{\partial f_{i,j+1,k}}{\partial z} \Delta z}{\Delta y \Delta z^2} \quad (2.133)$$

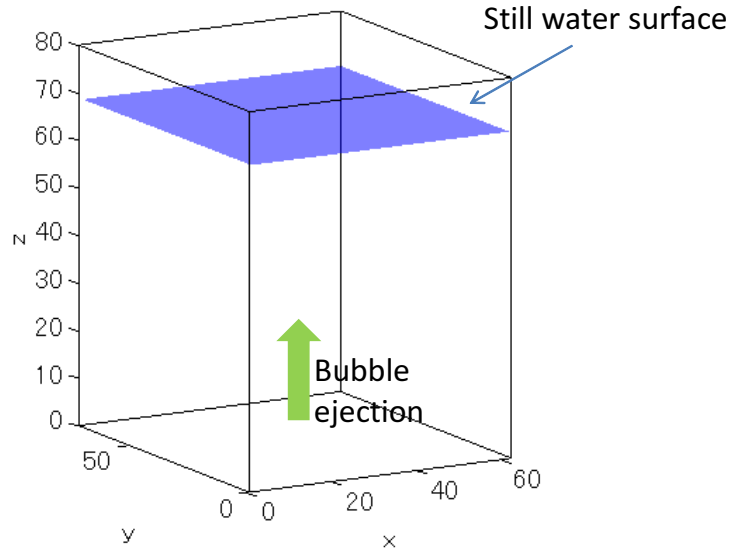


図 2.30 数値水槽

$$a_{15} = \frac{-3f_{i,j,k} + 3f_{i,j,k+1} - 2\frac{\partial f_{i,j,k}}{\partial z}\Delta z - \frac{\partial f_{i,j,k+1}}{\partial z}\Delta z}{\Delta z^2} \quad (2.134)$$

$$a_{16} = \frac{-f_{i,j,k} + f_{i,j,k+1} + f_{i,j+1,k} - f_{i,j+1,k+1}}{\Delta x\Delta y\Delta z} + \frac{-f_{i+1,j,k} - f_{i+1,j,k+1} - f_{i+1,j+1,k} + f_{i+1,j+1,k+1}}{\Delta x\Delta y\Delta z} \quad (2.135)$$

2.4.6 計算条件

図 2.33 に示すような矩形数値水槽の底面中央から気泡を注入する．計算領域は $62 \times 70 \times 80$ で，グリッド幅，計算時間間隔はそれぞれ 2.5mm ， $2.6 \times 10^{-4}\text{sec}$ である．全ての変数は水深，液相密度，重力で無次元化している．底面には non - slip 条件，側面には周期境界条件を与える．また計算格子には staggered grid を用いた．staggered grid では，格子の中心に圧力などのスカラー量，隣の圧力点との間にはその方向の速度成分が配置される．

2.4.7 数値計算結果

本モデルの妥当性を検証するため，既往の実験結果との比較検討を行った．

はじめに気泡の上昇速度の検証のため，静水状態の数値水槽底面中央から単一気泡を放出した．図 2.32 は，直径 0.45 mm の単一気泡の速度の時系列及び，対応する Martin and Chandlar (1982) の実験結果である．実験では，水槽底面に設置されたノズルから空

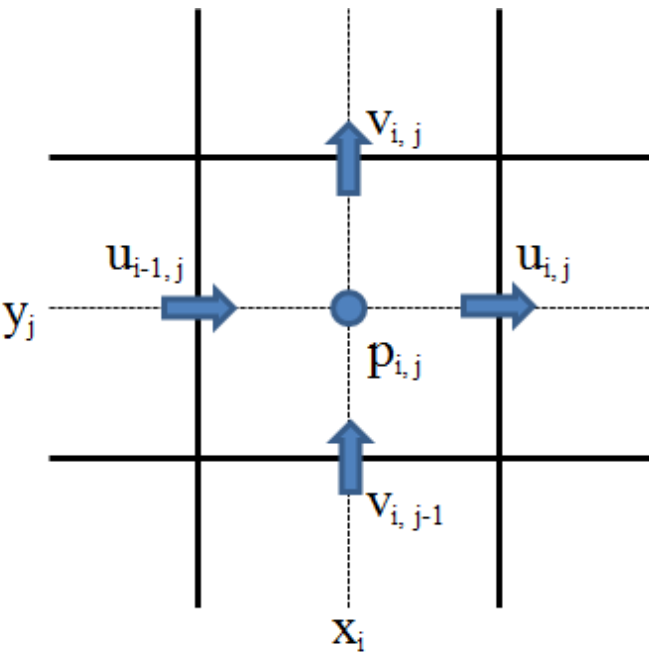


図 2.31 staggered grid

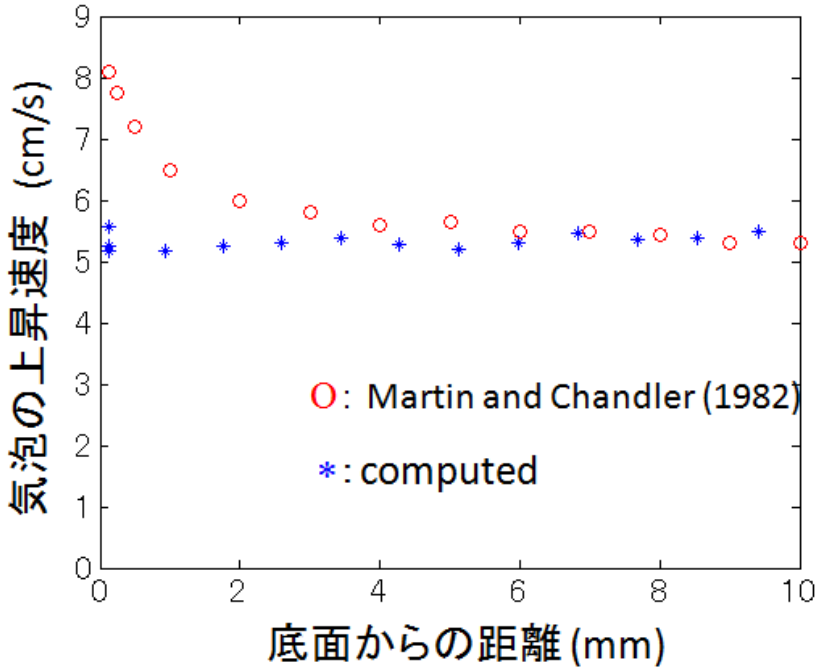


図 2.32 気泡速度の計算結果と Martin and Chandler (1982) の実験結果との比較.

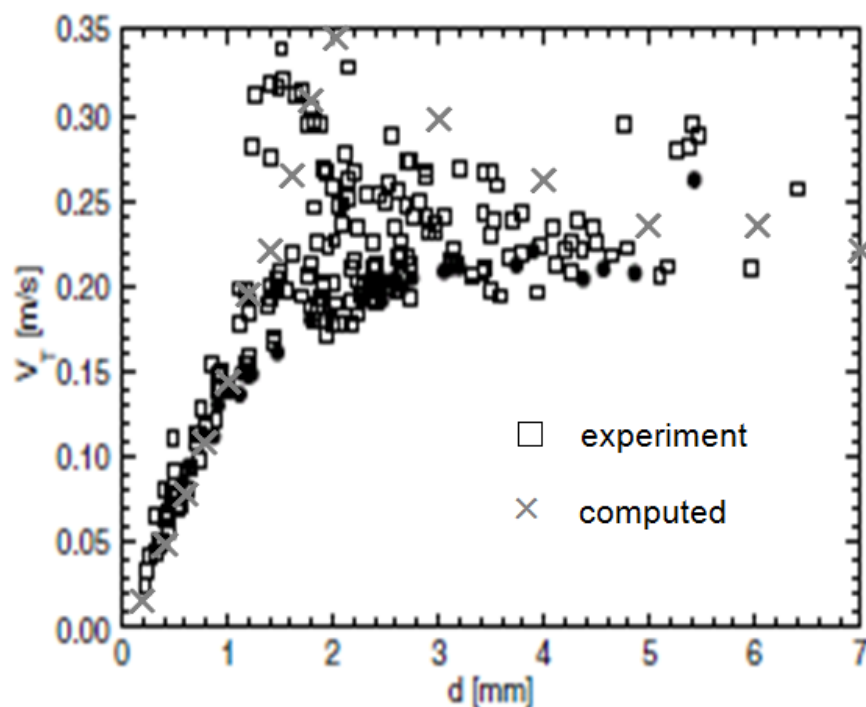


図 2.33 様々な気泡径における終速度と Celata et al. (2006) との実験結果との比較.

気を放出するため、放出された気泡は初速度を持っている．そこで、同等の初速度を与えて計算を行ったが、実験の気泡速度の比較的ゆっくりと減速するのに対し、本モデルによる計算結果では急激な減速が生じている．これは本モデルが気泡に働く履歴力を無視しているためである．しかしながら、計算気泡速度は、ノズルの影響や履歴力の影響を比較的受けやすい気泡放出初期の段階を除いて、実験結果をよく再現している．

0.2 – 7.0 mm までの様々な大きさの気泡について終速度を計算し、Celata et al. (2006) の実験結果と比較した (図 2.33)．Celata et al. (2006) の実験結果は、純水を用いたものと不純物の混入した水を使った物の両方を示している．大径気泡の実験結果については気泡変形の影響などによりバラツキが生じているが、本モデルによる計算結果は純水中において、 $d = 2$ mm 程度までの終速度の直線的な増加及び、その後の緩やかな減少等を含めその特徴を概ね再現している．

次に水槽底面より複数の気泡を放出することで気泡ブルームを形成し、その気泡上昇速度 w_p 、水平液相流速 u 、鉛直液相流速 w 、液相乱れ k について実験結果と比較し、本モデルの妥当性の検証を行った．2.2 節の case2 に対応するよう、水槽底部中央直上 6.5cm の高さより直径 $d=2.0$ mm の気泡を連続して放出した．図 2.34 は底面から 9cm–13cm の高さでの気泡上昇速度の確率密度分布を示したものである．図 2.34 では、気泡上昇速度 w_p を単一気泡上昇速度 $U_T = 0.3$ m/s (Clift et al., 1978) で無次元化している．気泡ブルーム中の気泡速度は先行する気泡が引き起こす液相流速および液相乱れによって変動す

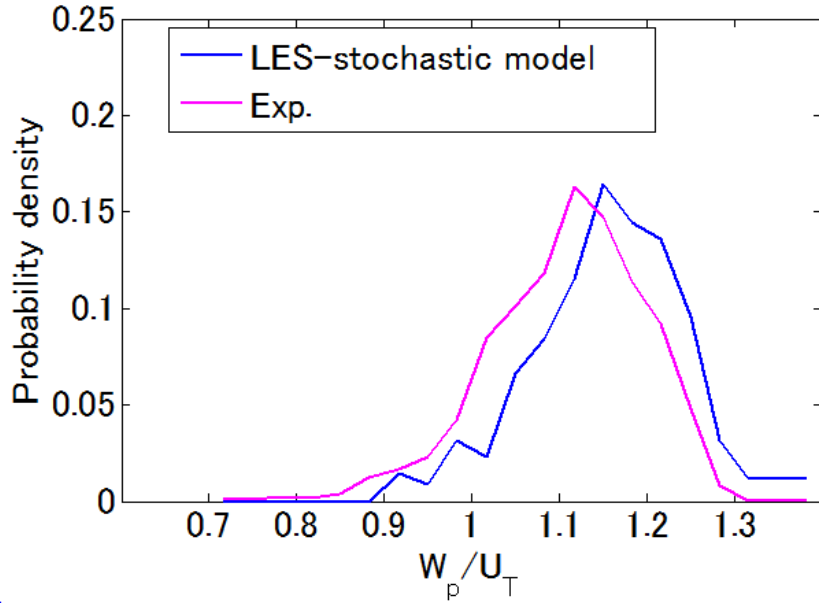


図 2.34 気泡速度の確率密度分布

る。計算ではノズルの条件や気泡の初期変形，気泡界面のアクティブな変動を考慮できないため，実験結果と厳密に一致する事はないものの，実験結果と概ね同様の分布を示している。

次に，アンサンブル平均した液相流速について SRPIV による計測結果と比較を行った。底面から 11cm の高さにおける水平方向流速と鉛直方向流速の水平 (x) 方向分布それぞれを図 2.35，図 2.36 に示す。上昇気泡群によって水槽内に対流が形成され，この高さでの水平方向流速は気泡プルームの中心に流れ込むように分布し，鉛直流速の水平方向分布は気泡上昇の中心軸上に最大値を持つ典型的なガウス分布状の分布形状を示す。水平方向流速分布，鉛直方向流速分布ともに実験結果を概ね再現している。

乱れエネルギーについて SRPIV の計測結果と比較を行った。LES でのアンサンブル平均乱れエネルギーは次式で求める事ができる (Watanabe et al., 2005)。

$$k = \frac{1}{2} \langle \overline{u_k' u_k'} \rangle + \langle q_{sgs} \rangle \quad (2.136)$$

図 2.37 は，底面から 11cm の高さにおける乱れエネルギーの水平方向分布について本計算結果と SRPIV の による計測結果を比較したものである。本モデルでは気泡界面の計算は行っていないため，界面のアクティブな変形の結果として生じる抗力変動によって引き起こされる液相乱れを考慮できないものの，計算結果と計測結果はほぼ一致しており，本モデルが個々の気泡の並進運動の変動によって引き起こされる液相乱れを正しく評価できていることがわかる。

以上の実験結果との比較より，本モデルによる計算結果は気液混相流中の気泡速度，液

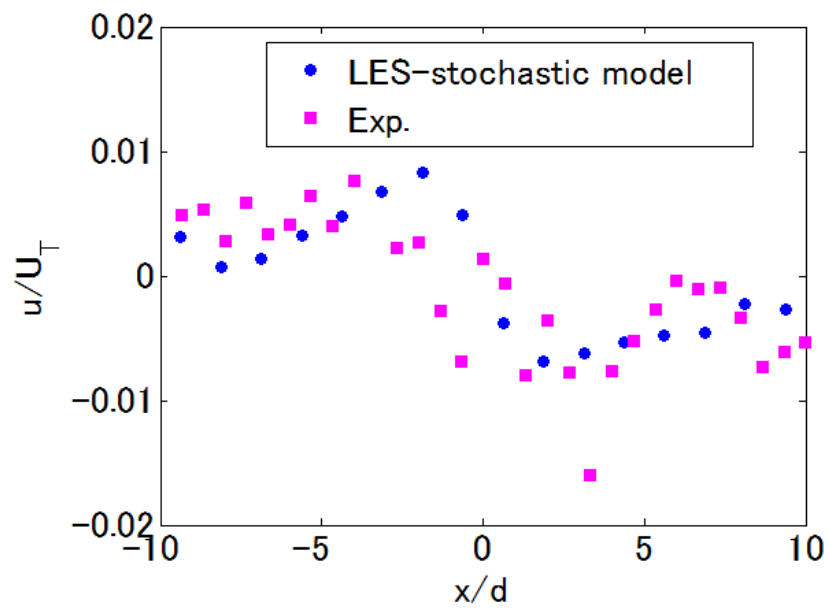


図 2.35 平均水平方向流速の水平方向分布

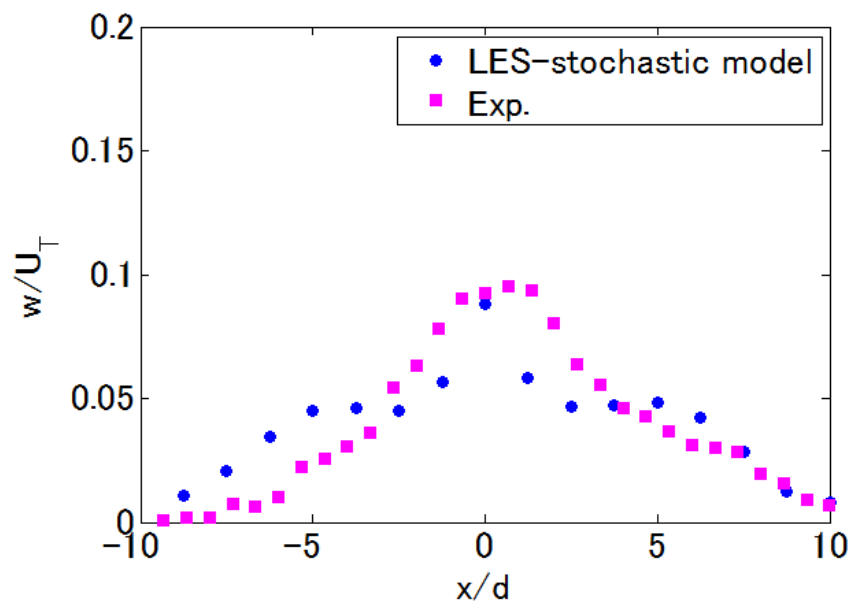


図 2.36 平均鉛直方向流速の水平方向分布

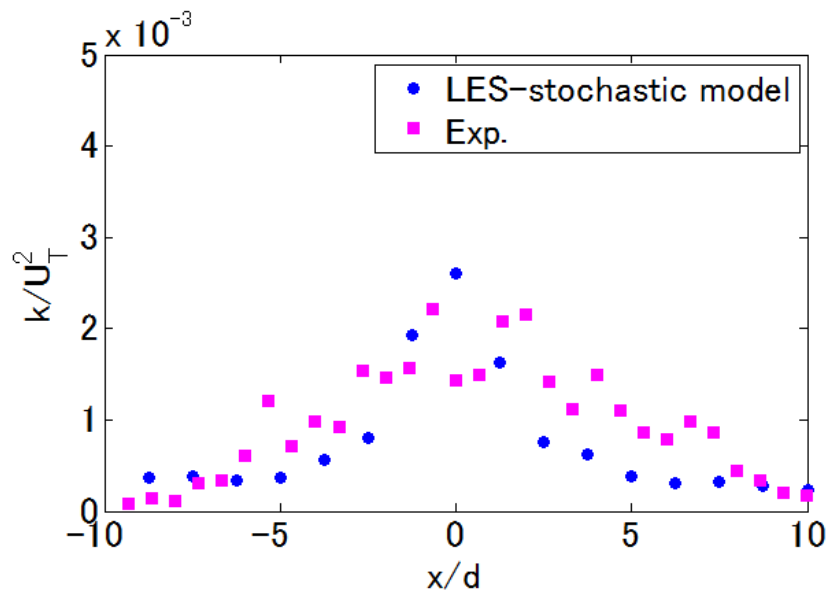


図 2.37 平均乱れエネルギー水平方向分布

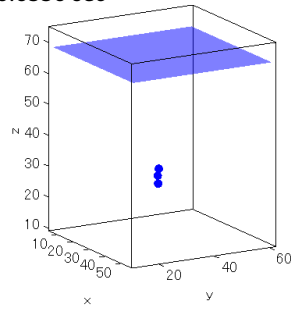
相速度，液相乱れの特徴を定量的に算出しており，気泡界面変形の影響を無視できる範囲で気泡と乱れの相互作用が再現されているものとする。

図 2.38 は，気泡放出開始から 0.055–0.44sec の気泡の空間分布の時間変化を表したものである．放出源から鉛直上向きの軸を中心に緩やかに変動しながら浮上している。

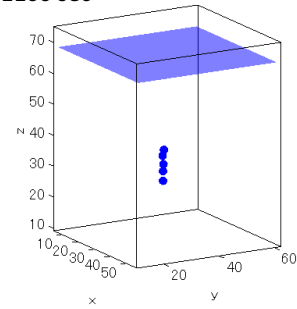
図 2.38 の気泡分布の各位相に対応した乱れエネルギーの等値面 ($q_{sgs} = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}^2$) を図 2.39 に表わす．気泡の上昇に従って，気泡近傍を中心に有意な乱れエネルギーが発達していく様子が表わされている．気泡群の浮上に伴いその近傍に乱れが発生し，その乱れによって気泡運動の変動が促進されるという気泡-乱流間の再帰的エネルギーの輸送が行われているものと考えられる．時間とともに乱れエネルギーが増加するため，気泡放出開始直後の気泡より後続する気泡の方が拡散が大きく，乱れエネルギーの増加を促し，さらなる気泡の拡散を誘発しているものと考えられる。

この様に，一見単純な気液流れの中でも気泡-乱流間には複雑な相互作用が存在し，その微視的な相互作用が全体のマクロな流れを評価する上で極めて重要となるが，提案する two-way 確率モデルを用いる事でこれが再現可能となる。

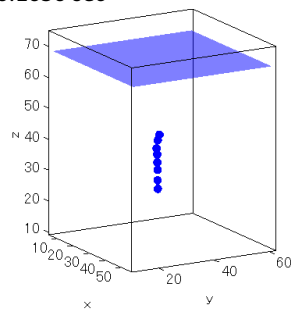
T=0.0550 sec



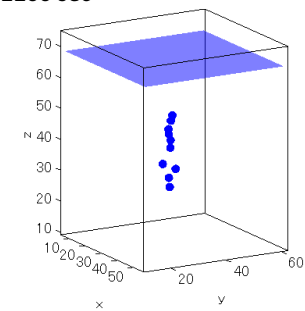
T=0.1100 sec



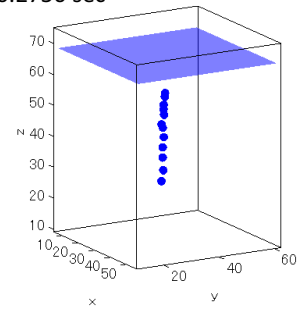
T=0.1650 sec



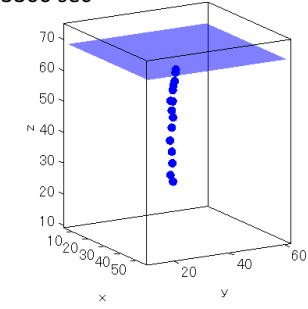
T=0.2200 sec



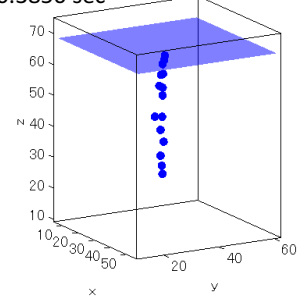
T=0.2750 sec



T=0.3300 sec



T=0.3850 sec



T=0.4400 sec

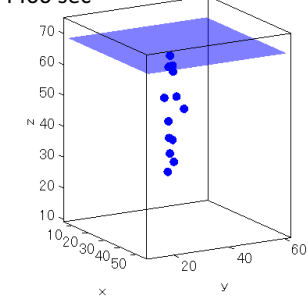


図 2.38 バブリング数値実験における気泡群の分布の時間変化

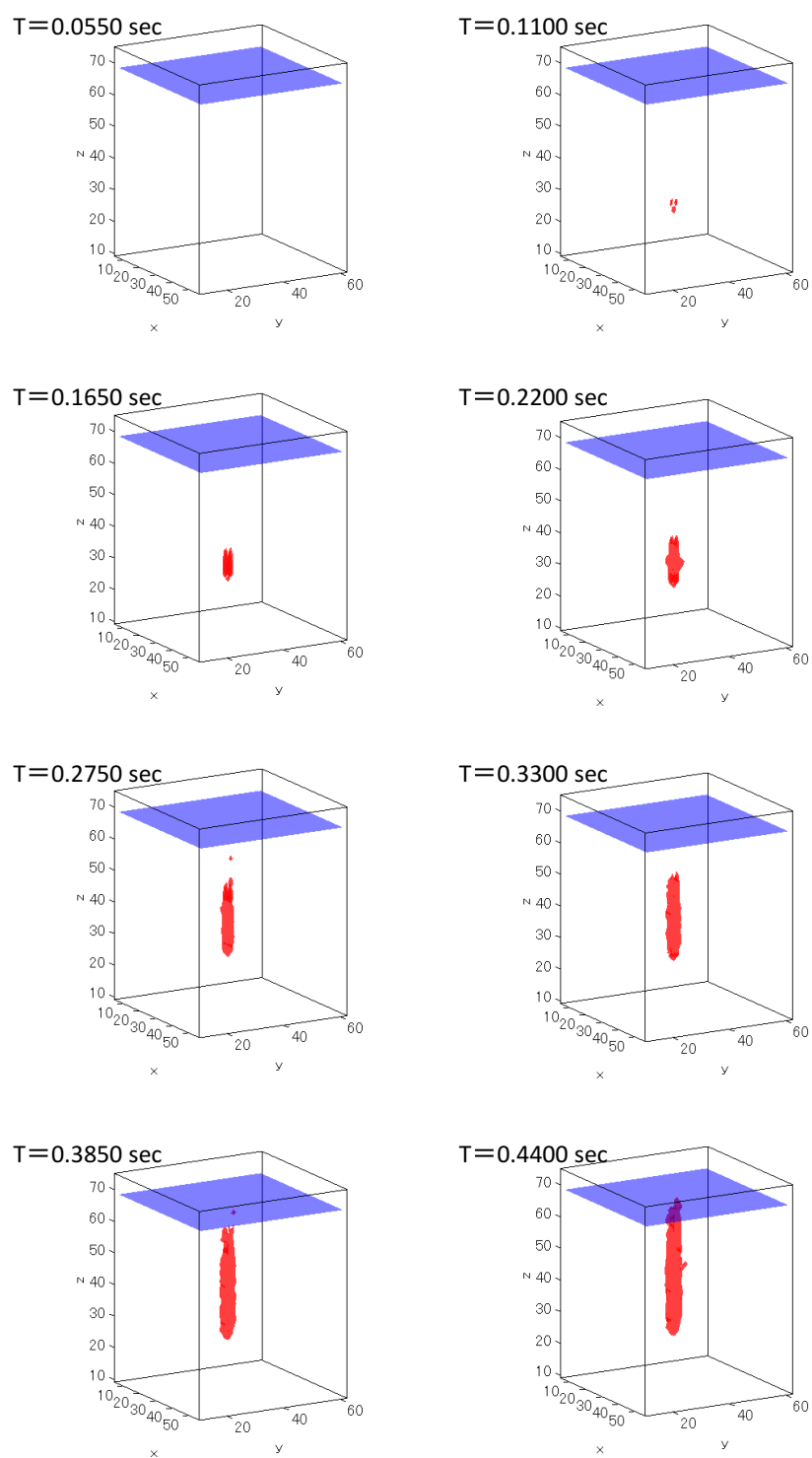


図 2.39 バブリング数値実験における SGS 乱れエネルギーの等値面の時間変化

2.5 結論

固有の径で構成される気泡ブルームに Back-light 法や SR-PIV を適用し、気泡ブルーム中の気泡-乱流間相互作用を調査した。

(1) 気泡流中の小径気泡は典型的なジグザグ軌道を描いて上昇し、また気泡形状の変化が気泡運動の方向変化に連動している事が観察された。一方、大径気泡は直線的に上昇するものの、その形状は短い周期で激しく変動する。

(2) 平均ボイド率空間分布と液相流速分布、液相乱れエネルギー空間分布の相関は必ずしも高くなく、これまで気液二相流の運動学的特性の解析に用いられてきた平均ボイド率のみでは、気泡流の運動学的特性を把握できないことが明らかになった。

(3) 気泡によって引き起こされた液相乱流は気泡の並進運動に影響を与えるのみならず、気泡形状を変形させる。その結果引き起こされる気泡速度変動は再帰的に液相乱れを作り出す事が明らかとなった。

確率モデルを導入した BBO 方程式によって乱流中の気泡運動を記述した。

(1) SRPIV によって得られた平均流れ場をインプットデータとした気泡運動のシミュレーションでは、試行毎に異なる気泡軌道を描き、乱れエネルギーに応じて分散する気泡の様子が示された。

(2) 気泡形状の変化が少ない小径気泡の計算結果は実験結果とよく一致し、また計算による気泡速度の rms 値は乱流拡散係数と同様に気泡の等価直径の増加とともに単調増加している事などから、本モデルを用いる事で液相乱れと気泡速度変動の関係を適切に再現可能であることが明らかになった。

(3) 一方で、大径気泡の気泡速度の rms 値は実験結果を大きく上回っており、気液二相流解析における液相乱れによる気泡変形並びに気泡の形状変化に伴う速度変動の重要性を示唆する結果となった。

気泡運動の確率モデルを LES に導入し、乱れ-平均流-気泡運動を相互にカップリングさせた two-way モデルを構成した。

(1) このモデルを静水中の底面ソース点から放出される気泡群をもつ流れへと適用し、気泡の速度、気泡の上昇によって引き起こされる鉛直流速、及び気泡運動に伴い誘発される乱れに着目し、その特徴を調査すると共に実験結果との照合を行った。

(2) 提案モデルによる計算結果は、気泡界面のアクティブな変動を無視できる範囲において実験結果を矛盾なく記述することができる。

(3) 本モデルによって気泡群の浮上に伴いその近傍に乱れが発生し、その乱れによっ

て気泡運動の変動が促進されるという気泡—乱流間の再帰的エネルギーの輸送が再現された.

参考文献

- [1] 今井功 (1973): 流体力学 (前編), 裳華房.
- [2] 梶島岳夫 (1999): 乱流の数値シミュレーション, 養賢堂.
- [3] 小林敏雄 (2003): 数値流体力学ハンドブック, 丸善.
- [4] 森信人, 加島寛章 (2006): 砕波連行気泡運動の画像計測, 海岸工学論文集, 53, pp. 61-65.
- [5] 森信人, 中川智史, 山田浩之, 角野昇八 (2006): 砕波帯における連行気泡特性 とその推定, 海岸工学論文集, 53, pp. 66-70.
- [6] Bini, M. and W. P. Jones (2008): Large-eddy simulation of particle laden turbulent flows, *J. Fluid. Mech.*, 614, pp. 207–252.
- [7] Celata, G. P., M. Cumo, F. D'Annibile, P. D. Marco, A. Tomiyama and C. Zovini (2006): Effect of gas injection mode and purity of liquid on bubble rising in two-component systems, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 31, pp. 37–53.
- [8] Clift, R., J. R. Grace and M. E. Weber (1978): *Bubbles, Drops, and Particles*, Dover Publications.
- [9] Csanady, G.T. (1963): Turbulent diffusion of heavy particles in the atmosphere, *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 20, Issue 3, pp. 201–208.
- [10] Deane G. B. and M. D. Stokes (2002): Scale dependence of bubble creation mechanisms in breaking waves, *Nature*, 418, pp. 840-844.
- [11] Garrett, C., M. Li, D. Farmer (2000): The connection between bubble size and energy dissipation rates in the upper ocean, *J. Phys. Oceanogr.*, 30 pp. 2163-2171.
- [12] Gore R.A. and C.T. Crowe (1989): Effect of particle size on modulating turbulent intensity, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.15, 279-285.
- [13] Hoque, A and S. Aoki (2005): Distributions of void fraction under breaking waves in the surf zone, *Ocean Engineering*, 32, pp. 1829–1840.
- [14] Keane, R. D., R. J. Adrian and Y. Zhang (1995): Super-resolution particle imag-

- ing velocimetry, *Meas. Sci. Technol.*, 6, 754-768.
- [15] Lance M. and J. Bataille (1991): Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 222, pp. 95-118.
- [16] Langevin, P. (1908): Sur la théorie du mouvement Brownien, *Comptes Rendus Acad. Sci.*, Paris, 146, pp. 530-533.
- [17] Levich, V. G. (1949): The motion of bubbles at high Reynolds numbers, *Zh. Eksperim. and Teor. Fiz.* 19, 18.
- [18] Martin, M. M and G. M. Chandler (1982): The local measurement of the size and velocity of bubbles rising in liquid, *Appl. Science Research*, 38, pp. 239-246.
- [19] Minier, J. P. and E. Peirano (2001): The pdf approach to turbulent polydispersed two-phase flows, *Physics Reports*, 352, pp.1-214
- [20] Nadaoka, K., M. Hino and Y. Koyano (1989): Structure of the turbulent flow field under breaking waves in the surf zone. *J. Fluid Mech.*, 204, pp. 359-387.
- [21] Peebles, F. N. and H.J. Garber (1953): Studies on the motion of gas bubbles in liquids, *Chem. Eng. Prog.*, 49 (2), pp 88-97.
- [22] Pope, S. B (2000): *Turbulent Flows*, Cambridge University Press.
- [23] Sethian, J. A. and P. Smereka (2003): Level set methods for fluid interfaces, *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 35, pp.341-372.
- [24] Sussman, M. and E. Fatemi (1999): An efficient interface preserving level set re-distancing algorithm and its application to interfacial incompressible fluid flow, *SIAM J. Sci. Comput.*, 20, pp.1165-1191.
- [25] Tomiyama, A. I. Kataoka, I. Zun and T. Sakaguchi (1998): Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions, *JSME international journal. Ser. B, Fluids and thermal engineering* 41(2), pp.472-479.
- [26] Watanabe, Y., H. Saeki R. J. Hosking (2005): Three-dimensional vortex structures under breaking waves, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 545, pp. 291-328.
- [27] Yabe, T. and T. Aoki (1991): A Universal Solver for Hyperbolic Equations by Cubic-Polynomial Interpolation I. One-Dimensional Solver, *Comput. Phys. Commun.*, 66, pp. 219-232.
- [28] Yoshizawa A. and K. Horiuti (1985): A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 54, pp. 2834-2839.

第3章

気泡からの酸素輸送フラックスモデル

3.1 はじめに

沿岸碎波，並びに海洋における風波碎波に伴うエアレーションは海中の溶存酸素濃度を大きく左右し，これらの物理イベントは海洋の化学的，生物的応答と直接結びついている．室内実験（角野ら，1994）及び海洋観測（Farmer et al., 1993）によってマクロな海中酸素濃度と波浪との相関が確認され，特に酸素のような難溶性の気体の空中から海中への輸送には碎波による混入気泡が大きな役割を果たしていることが知られている．

気泡からの物質輸送については Levich(1962) による理論がある．しかし Levich (1962) による理論式は定常な濃度境界層および遅い粘性流を仮定して求めたものであり，検証した実験も少ないため，第2章に示したような界面変動や速度変動を伴い，周囲流体に乱れもある実際の気液二相乱流場にどの程度適用できるのかは明らかでない．

酸素輸送速度の定量化に必要な個々の混入気泡，あるいは気泡群からの局所的酸素輸送の計測には，気泡周りの酸素濃度の面的計測が不可欠である．一方，水中の二酸化炭素濃度場の計測手法として近年広く用いられている蛍光励起画像計測（例えば，森ら，2002；Tsumori et al., 2007; Watanabe et al., 2008）は，瞬時の面的溶存ガス濃度場を取得可能である．

そこで本研究では，酸素イオン数に応じて紫外線蛍光強度が変化する蛍光試薬ピレン酞酸水溶液中に，気泡プルームを発生させ，気泡サイズに応じた時空間的な酸素濃度変化の基礎的特性を明らかにし，実験結果を基に気泡サイズスペクトルを入力値とした個々の酸素輸送フラックスを評価するモデルを開発する．

3.2 Levich (1962) の理論

Levich (1962) は、粒子と気泡の周りに形成されるている非常に薄い濃度境界層内でのフラックスを理論的に解析した。

3.2.1 移流拡散方程式

拡散によるフラックスは Fick の第一法則より次式で記述される。

$$\mathbf{j}_{diff} = -D \text{grad} c \quad (3.1)$$

一方、溶媒に流れがある場合、溶質は流れによって移流される。

$$\mathbf{j}_{conv} = c \mathbf{v} \quad (3.2)$$

従ってトータルフラックスは、

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_{diff} + \mathbf{j}_{conv} = -D \text{grad} c + c \mathbf{v} \quad (3.3)$$

となる。ここで、任意の体積 V 中の濃度変化は

$$\int \frac{\partial c}{\partial t} dV = - \oint \mathbf{j} d\mathbf{S} \quad (3.4)$$

Gauss の発散定理を用いることによって、式 (3.4) は次のように書き換えられる。

$$\int \frac{\partial c}{\partial t} dV = - \int \text{div} \mathbf{j} dV \quad (3.5)$$

式 (3.5) より

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\text{div} \mathbf{j} \quad (3.6)$$

が求まり、この式に式 (3.3) を代入する事で、

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div} (D \text{grad} c) - \text{div} c \mathbf{v} \quad (3.7)$$

を得る。 D が定数ならば、次式に示す移流拡散方程式が導ける。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + (\mathbf{v} \text{grad}) c = D \Delta c \quad (3.8)$$

3.2.2 球形粒子からの物質輸送

球形粒子は十分に小さく、粒子レイノルズ数も十分に小さいと仮定すると粒子周りの流れは Stokes 問題 (今井, 1973) として解くことができる。

Stokes 近似を用いた解では、粒子を通り過ぎた液相流速は徐々にまた滑らかに粒子表面からの距離の増加に伴って減少する。一方、Levich (1962) は濃度境界層は粒子表面近くに存在し、濃度の急激な変化が起こる層の厚さは粒子直径 a に比べて小さく、濃度境界層は実質的に平面であると仮定した。さらにこの濃度境界層を時間的に定常であると仮定すると、式 (3.8) は

$$(\mathbf{v} \text{grad})c = D\Delta c \quad (3.9)$$

となる。式 (3.9) を粒子の中心を原点とする極座標 (r, θ) で表記すると、

$$v_r \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) \quad (3.10)$$

となる。ここで流れ関数 ψ は

$$\psi = -\frac{U}{2} \sin^2 \theta \left(r^2 - \frac{3}{2} ar + \frac{1}{2} \frac{a^3}{r} \right) \quad (3.11)$$

と表わされる。新たに変数 y を次のように定義する。

$$r = a + y \quad (3.12)$$

$y \ll a$ の場合を考えているので、

$$\psi = -\frac{3}{4} U y^2 \sin^2 \theta \quad (3.13)$$

となる。式 (3.13) より v_θ は次のように求まる。

$$v_\theta = \frac{3}{2} U \frac{y}{a} \sin \theta \quad (3.14)$$

従って、移流拡散方程式は次のようになる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} = D r \sin \theta \frac{\partial}{\partial \psi} \left(r v_\theta \sin \theta \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) \quad (3.15)$$

$r \approx a$ なので、式 (3.15) は次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = D a^2 \sin^2 \theta \sqrt{3U} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sqrt{-\psi} \frac{dc}{d\psi} \right) \quad (3.16)$$

ここで、新たな変数 t を導入し、式 (3.16) を整理すると

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sqrt{-\psi} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) \quad (3.17)$$

となる。ここで、

$$\eta = \frac{-\psi}{t^{2/3}} \quad (3.18)$$

を導入し、 c を η のみの関数とすると、以下に示す c についての常微分方程式を得る。

$$-\frac{2}{3}\eta \frac{dc}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left(\sqrt{\eta} \frac{dc}{d\eta} \right) \quad (3.19)$$

積分しやすいように、次の変数を導入し、

$$z = \sqrt{\eta} \quad (3.20)$$

書き換えると、

$$\frac{d^2 c}{dz^2} + \frac{4}{3} z^2 \frac{dc}{dz} = 0 \quad (3.21)$$

となる。その解は次のようになる。

$$c(z) = C_2 \int_0^z \exp \left(-\frac{4}{9} z^3 \right) dz + C_3 \quad (3.22)$$

ここで、

$$z = \sqrt{\frac{3U}{4}} \frac{y \sin \theta}{\left(Da^2 \sqrt{\frac{3U}{4}} \left(\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right) + C_1 \right)^{1/3}} \quad (3.23)$$

境界条件より、定数 C_1 , C_2 , C_3 を決定する。 $\psi = 0$ なら、 $z = 0$ で、このとき、 $c = 0$ であるので、

$$0 = C_2 \int_0^0 dz + C_3 \quad (3.24)$$

となり、

$$C_3 = 0 \quad (3.25)$$

である。

次に C_2 を求める。 $\psi \rightarrow -\infty$ なら $z \rightarrow \infty$ で、このとき C はバルク濃度 C_0 なので、

$$C_2 = \frac{c_0}{\int_0^\infty \exp \left(-\frac{4}{9} z^3 \right) dz} \quad (3.26)$$

となる。式 (3.26) はガンマ関数 Γ を用いる事で次のようになる。

$$C_2 = \frac{c_0}{\left(\frac{9}{4} \right)^{1/3} \frac{1}{3} \Gamma \left(\frac{1}{3} \right)} = \frac{c_0}{1.15} \quad (3.27)$$

最後に C_1 を決定する。粒子に流体が流れ込む点 $\theta = 0$ 付近において

$$z \sim \sqrt{\frac{3U}{4}} \frac{y\theta}{\left(C_1 + \frac{2\theta^3}{3} \frac{Da^2}{2} \sqrt{3U}\right)^{1/3}} \quad (3.28)$$

が成り立ち、 z は正の実数である必要があるので、

$$C_1 = 0 \quad (3.29)$$

である。

よって次に示す解を得る。

$$c = \frac{Dc_0}{1.15} \int_0^z \exp\left(-\frac{4}{9}z^3\right) dz \quad (3.30)$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{3U}{4Da^2}} \frac{\sin\theta}{\left(\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right)^{1/3}} \quad (3.31)$$

従って、粒子表面からのフラックス j は

$$j = D \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{Dc_0}{1.15} \sqrt[3]{\frac{3U}{4Da^2}} \frac{\sin\theta}{\left(\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right)^{1/3}} \quad (3.32)$$

となり、粒子全体からのトータルフラックスは

$$I = \int j dS = 8c_0 D^{2/3} U^{1/3} a^{4/3} \quad (3.33)$$

となる。

3.2.3 気泡の場合

Levich (1962) は気泡についても同様の解析を行い、気泡径 1mm 以下の気泡に対しては、

$$j = \sqrt{\frac{3}{\pi}} \left(\frac{DU}{2a} \right)^{1/2} \frac{1 + \cos\theta}{\sqrt{2 + \cos\theta}} c_0 \quad (3.34)$$

$$I = 8c_0 a^2 \sqrt{\frac{\pi DU}{6a}} \quad (3.35)$$

気泡径 1mm 以上の気泡に対しては、

$$j = \sqrt{\frac{3}{\pi}} \left(\frac{3DU}{2a} \right)^{1/2} \frac{1 + \cos\theta}{\sqrt{2 + \cos\theta}} c_0 \quad (3.36)$$

$$I = 8c_0 a^2 \sqrt{\frac{\pi DU}{2a}} \quad (3.37)$$

を与えている。

3.2.4 理論の適用範囲

この解析では、拡散層の厚さは式 (3.32) より次のように求まる.

$$\delta = \frac{Dc_0}{j} = \frac{1.15 \left(\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right)^{1/3}}{\sin \theta} \sqrt[3]{\frac{4Da^2}{3U}} \quad (3.38)$$

式 (3.38) より明らかなように, δ は θ の増加に伴って増加し, $\theta = \pi$ のとき, ∞ になる. しかし実際には δ は ∞ にならないし, j はゼロにはならない.

Levich (1962) は解析の過程で, 濃度境界層の厚さ δ を粒子半径に比べて非常に小さいと仮定している. しかし, δ の式より, θ の値が π に近づくと, 粒子半径に対して十分比較可能な値を持つ事がわかる. また乱れやアクティブな界面変動のある実際の気液混相乱流場でどの程度適用できるのかは不明である.

3.3 蛍光励起画像計測による溶存気体濃度測定原理

3.3.1 溶存二酸素炭素濃度測定原理

蛍光励起画像計測による水中の溶存気体濃度場測定は, 水中に気体濃度に応じて蛍光強度が変化する蛍光試薬を混入させ, 予め取得した蛍光輝度と気体濃度の関係を基に蛍光分布画像から気体濃度分布を決定する手法である. この計測法は通常の計器を用いた計測法とは異なり, 瞬時面的な濃度場を取得できる上, 非接触で流れ場に影響を与えずに計測できる長所を持ち, 近年, 主に水中溶存二酸化炭素濃度場測定への適用が試みられている (例えば, 森ら, 2002; Tsumori et al., 2007; Watanabe et al., 2008).

蛍光励起画像計測による溶存二酸化炭素濃度測定は水中に pH 依存する蛍光試薬 Fluoresceine Sodium を混入し, 溶存二酸化炭素濃度変化に対するトレーサーとして用いる.

二酸化炭素が水中に溶解すると, 炭酸が生じる.



炭酸は水溶液中で 2 段階の解離を起こす. まず重炭酸イオンと水素イオンに電離し, 重炭酸イオンは炭酸イオンと水素イオンに電離する.



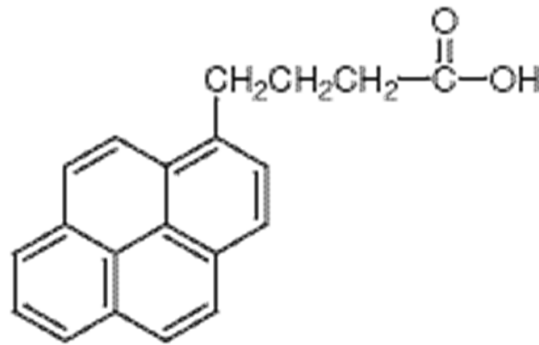


図 3.1 ピレン酪酸.

この反応によって水素イオンが増加し pH が低下する．Fluoresceine Sodium の蛍光強度は，pH=4–8 の間で水中の重炭酸オン量と比例する特性を持ち，溶存酸素濃度変化に対するトレーサーとして適している．

3.3.2 溶存酸素濃度測定原理

本研究では蛍光励起画像計測法を用いて気泡から水中への酸素輸送を計測する．Vaughan and Weber (1970) はピレン酪酸 (図 3.1 参照) が酸素濃度の指標として使用可能であることを報告している．また Woodrow and Duke (2001) はピレン酪酸を用いて静水面および波面を通じた空中から水中への酸素輸送計測を行っている．水溶液中のピレン酪酸分子は紫外線を照射されることによって励起され、蛍光を発する (図 3.2) が、溶液中に酸素が存在するとその蛍光は弱められる (酸素クエンチング)．ピレン酪酸を用いた溶存酸素の蛍光励起画像測定はこの酸素クエンチングを利用することによって溶存酸素濃度を測定する．

一般に蛍光輝度 F とクエンチャー濃度 (酸素濃度) C の関係は以下に示す Stern-Volmer 式で表わされる．

$$\frac{F_0}{F} = 1 + k_{sv} C \quad (3.42)$$

ここで， F_0 はクエンチャー (酸素) 不在時の蛍光輝度値であり， k_{sv} は蛍光物質とクエンチャーの関係に依存する定数である．本研究ではこの性質を利用して溶存酸素濃度の測定を行う．



図 3.2 紫外線を照射され蛍光を発するピレン酪酸水溶液.

3.4 実験方法

3.4.1 実験のセットアップと計測領域の光学特性

実験は暗室内において $4 \times 10^{-5} \text{M}$ ピレン酪酸溶液を注入したガラス水槽 (15cm × 17cm × 20cm, 水深は 17cm, 水温 23 度) で行われた. 図 3.3 に実験装置の概略図を示す. ピレン酪酸は水への溶解度が低いため, 実験では初めに 0.05M の温めた水酸化ナトリウム水溶液中に溶かすことで $4 \times 10^{-3} \text{M}$ のピレン酪酸水溶液を作成し, それを純水で希釈することで実験で使用する $4 \times 10^{-5} \text{M}$ ピレン酪酸溶液を作成した.

気泡の特性量と酸素輸送の関係解明のためには気泡と溶存酸素濃度を同時に計測することが可能な実験システムを構築する必要がある. そこで本実験ではピレン酪酸を励起させる紫外線ライトを水槽底面より照射し, 7 cm × 8 cm の赤色 LED パネルによるバックライトを気泡撮影のため水槽背後より照射した. 水槽からの光は水槽前面に対して 45 度に傾けられたビームスプリッター (ハーフミラー) によって 2 方向に分けられ, それぞれ高感度 12 bit カメラ (解像度 348 × 260 画素, 露光時間 10 ms) と高速カメラ (シャッタースピード 0.5 ms, 500 fps, 解像度 1280 × 1000 画素) によって撮影される. 紫外線ライトの散乱光および赤色 LED ライト光を除外するため高感度カメラには中心波長 450nm バンドパスフィルターを装着し, 励起蛍光の影響を除外するために高速カメラにはカットオフ波長 650 nm のロングパスフィルターを装着した. これにより同時刻, 同一位置における酸素濃度と気泡位置を特定可能であり, 気泡界面からの光の反射屈折を除去した正味の酸素濃度分布の統計量を取得可能である.

酸素ガスはマスフローコントローラー (HORIBA SEC-E40) によって流量を調節し,

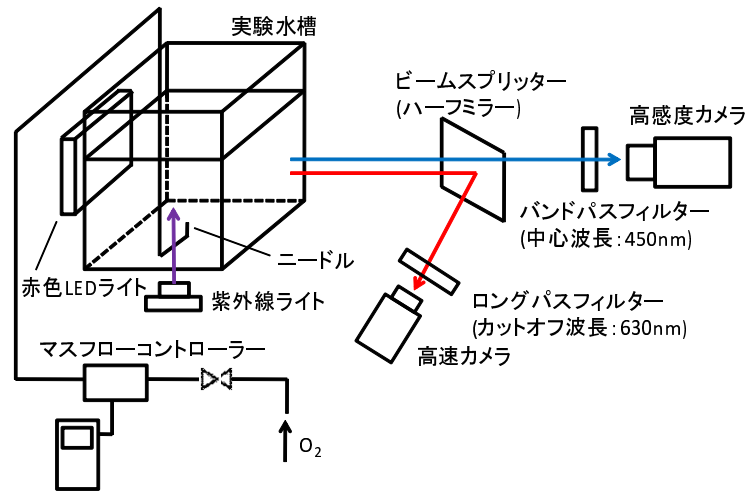


図 3.3 実験装置概略 (蛍光励起画像計測).

表 3.1 バブリング実験条件

case	酸素流量 mL/min	ニードル内径 mm	メディア
1	15	0.26	純水
2	40	0.40	純水
3	50	1.20	純水
4	80	1.20	純水
5	120	1.20	純水
6	15	0.26	海水
7	40	0.40	海水
8	50	1.20	海水
9	80	1.20	海水
10	120	1.20	海水

水槽底面中央に設置されたニードルより注入する。

本研究では、気泡サイズに対する酸素輸送速度を調査するため、ある特定の径の気泡が連続的に放出されるようにニードルと酸素流量を選択した (表 3.1)。計測領域は 4×4 cm の正方形で、ニードル直上 2.5 cm を原点とする。図 3.4 は図 3.3 に示す光学系において得られた気泡無混入静水状態時の蛍光輝度の空間分布の一例である。画像内における酸素濃度は一定であるが、蛍光輝度は紫外線光源に近い画像下端中央で最大輝度を示し、上部に行くほどその輝度値は低下している。これは画像内で励起光の減衰が起きていることを

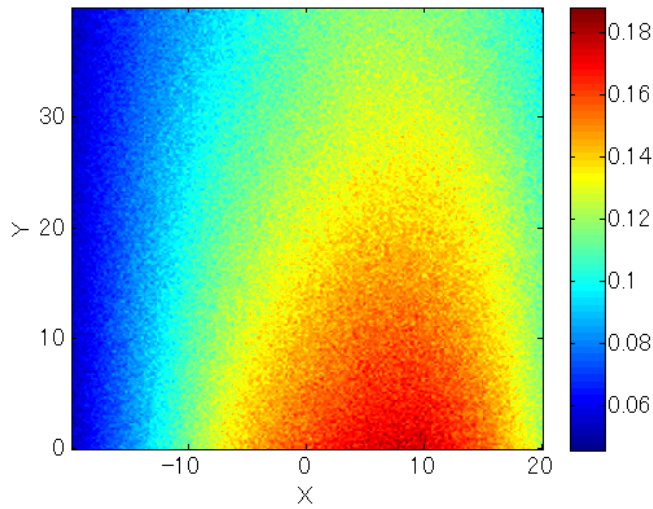


図 3.4 蛍光輝度の空間分布 (気泡無混入静水時).

示している.

一般に, 蛍光輝度は励起波の強度に依存する. また流体を進む光の強度は次式に示す Lambert-Beer の法則に従って減衰する.

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-\alpha C_{PBA} l) \quad (3.43)$$

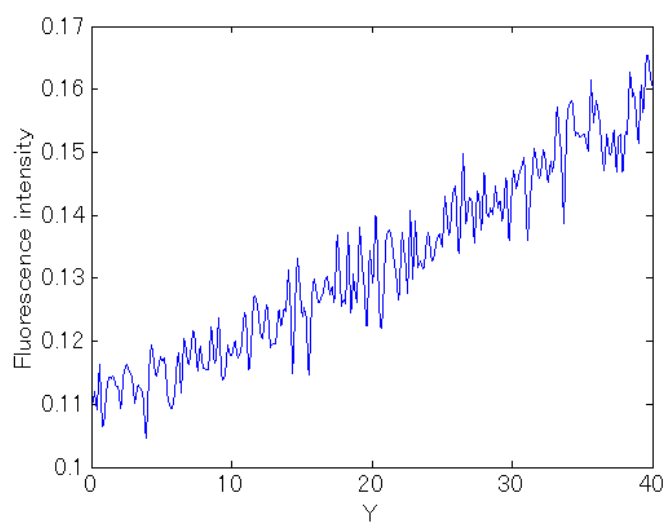
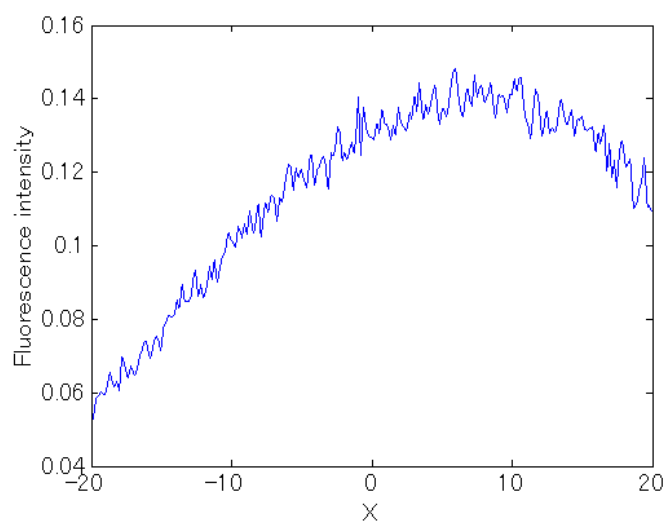
ここで I は流体内の光の強度, I_0 は光の初期強度, α は定数, C_{PBA} は溶質のモル濃度, l は距離である.

図 3.5, 図 3.6 はそれぞれ図 3.4 における $y=20$ 上の蛍光輝度分布と $x=0$ 上の蛍光輝度分布である.

図 3.5 では Lambert-Beer の法則に従って距離とともに紫外線の強度が落ちるため, 蛍光輝度も距離とともに急激に減衰する. 画像の上端部の蛍光輝度は下端部の 60 % ほどにまで落ち込んでいる. また図 3.6 では紫外光の拡散のために中心線に軸対象の緩やかな広がりを示した.

また, 図 3.4, 3.5, 3.6 に示すように, 本実験で得られる蛍光画像はノイズの影響が大きい. そこで, すべての画像についてメディアンフィルターによるノイズ処理を行った. メディアンフィルターによるノイズ処理では注目画素の周辺輝度値の大きさを順に並べ, 中央値を注目画素に置き換えることでノイズの除去を行う. 図 3.7 に図 3.4 に対応するメディアンフィルター処理後の蛍光輝度の空間分布を示し, 図 3.9 と図 3.8 にそれぞれ図 3.7 における $y=20$ 上の蛍光輝度分布と $x=0$ 上の蛍光輝度分布を示す.

本研究で用いる蛍光画像は, 光学系のセットアップに依存する蛍光輝度空間分布特性の影響を排除するため, 基準画像 (DO=1ppm の時の蛍光輝度画像の 10 枚平均) との比を

図 3.5 $x=0$ 上の蛍光輝度分布.図 3.6 $y=20$ 上の蛍光輝度分布.

とったものを使用する (図 3.10).

上述の処理を行った後でもなおノイズが存在している. 従って本研究では位相平均による統計量を取得した. ノイズの標準偏差を図 3.11 に示す. 平均前と平均後では標準偏差に 2 倍ほどの差がある.

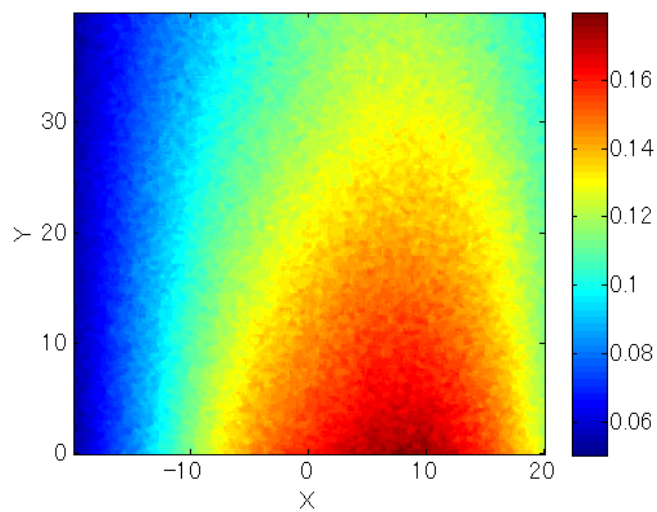


図 3.7 メディアンフィルター処理後の蛍光輝度の空間分布 (気泡無混入静水時).

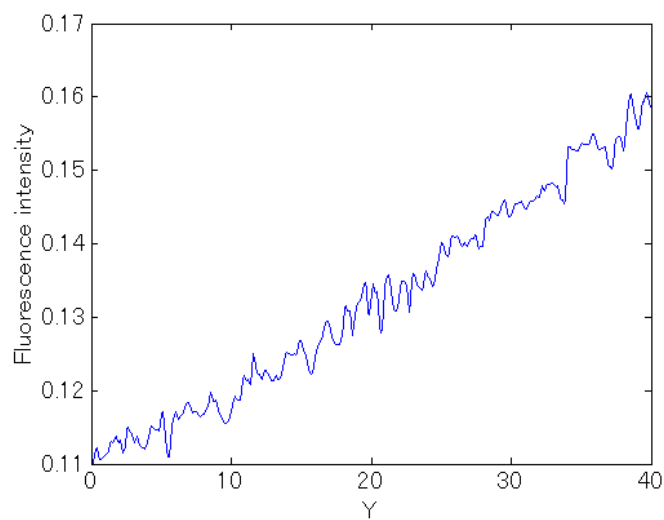


図 3.8 メディアンフィルター処理後の $x=0$ 上の蛍光輝度分布.

3.4.2 キャリブレーションカーブ

本計測法ではあらかじめ、対象実験条件下での溶存酸素濃度と蛍光輝度比の関係を把握しておく必要がある。そこで、水槽底面より酸素バブリングを行い酸素濃度と蛍光輝度比の関係を調べた。バブリングは水槽全域にわたって行い、溶存酸素濃度の局所的な分布が生じないように水槽内を攪拌したのちに画像取得および溶存酸素メータ (HORIBA OM-51) での酸素濃度計測を行った。

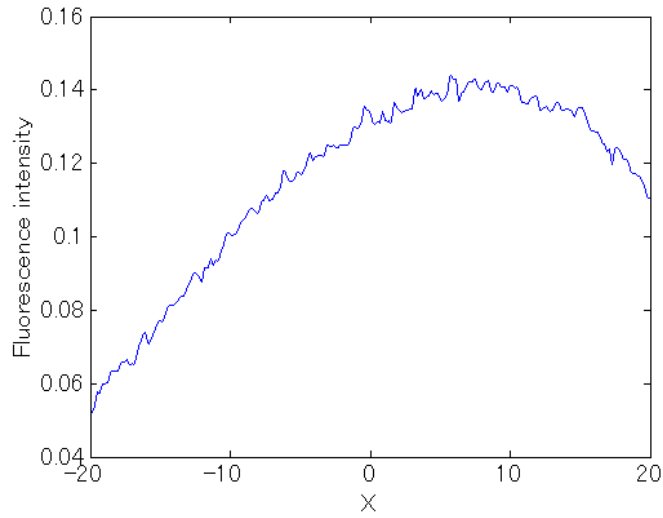


図 3.9 メディアンフィルター処理後の $y=20$ 上の蛍光輝度分布.

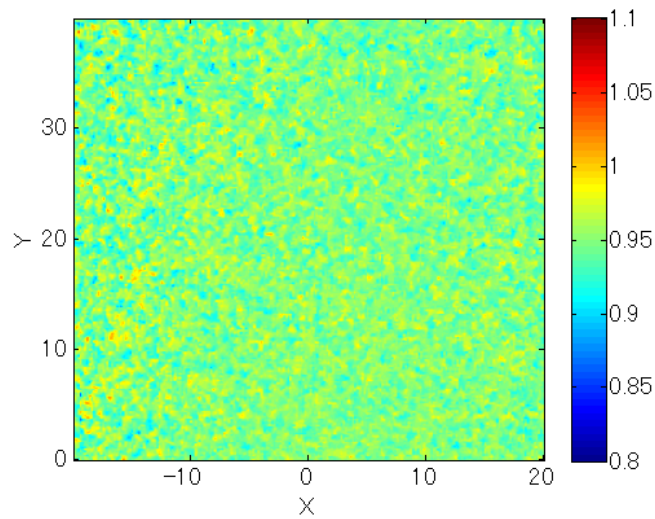


図 3.10 蛍光輝度比の空間分布 (気泡無混入静水時).

図 3.12 に本実験で得られた溶存酸素濃度と蛍光輝度比の関係の一例を示す．本研究では，画素ごとに溶存酸素濃度と蛍光輝度比の関係を把握し，キャリブレーション曲線を作成する．式 (3.42) に示す Stern-Volmer の関係式より，蛍光輝度比 F' は溶存酸素濃度に反比例すると仮定できるため，キャリブレーション曲線は次式のような形になる．

$$C = a \frac{1}{F'} + b \quad (3.44)$$

式 (3.44) 中の係数 a, b を最小自乗法により決定する．

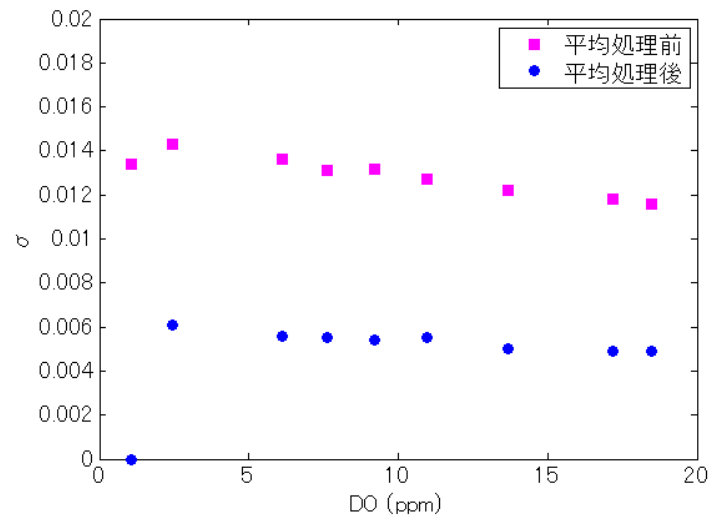


図 3.11 蛍光輝度比画像上の標準偏差.

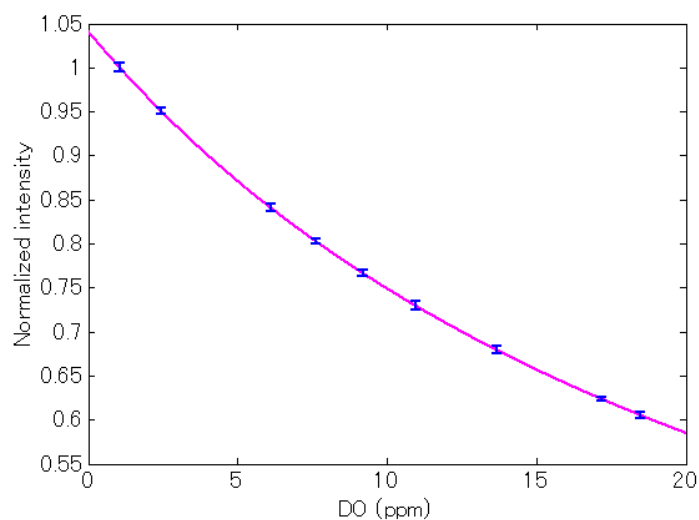


図 3.12 キャリブレーションカーブ. エラーバーは標準偏差を表す.

以上のようにして予め得られた較正值を基に蛍光分布画像から酸素濃度分布を決定する.

3.4.3 気泡位置の特定

作成したキャリブレーション曲線を基に得られる気泡周囲の溶存酸素濃度場を図 3.13(左) に示す. 図 3.13(左) では気泡界面での光の反射屈折によって気泡上昇軸上の溶存酸素濃度が正しく評価されていない. そこで同時に取得された高速カメラによる気泡画像から Level-set 法によって気泡位置, 気泡形状を把握し, 酸素濃度分布に対する同時刻,

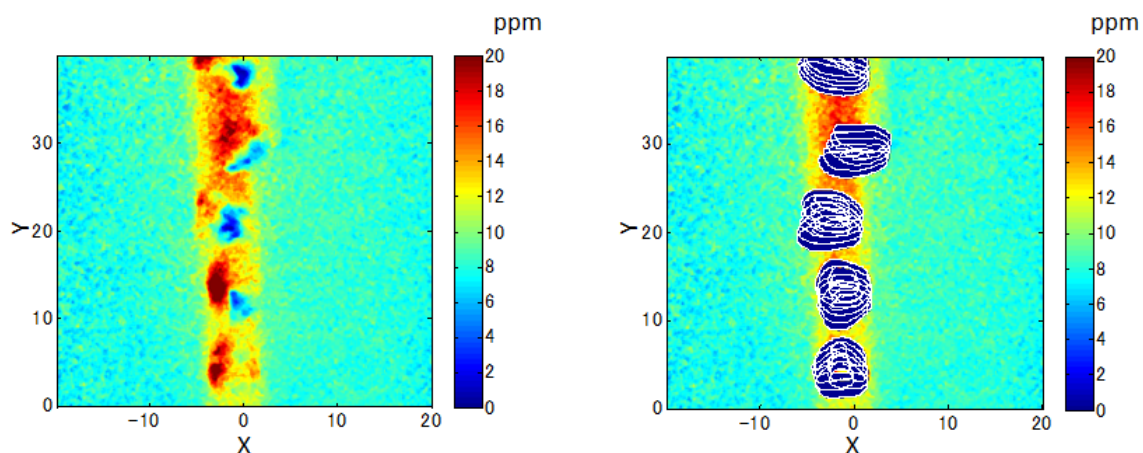


図 3.13 (左) 溶存酸素濃度分布画像. 気泡界面からの反射屈折によって正しい値が得られない. (右) 気泡位置での値を除去した画像.

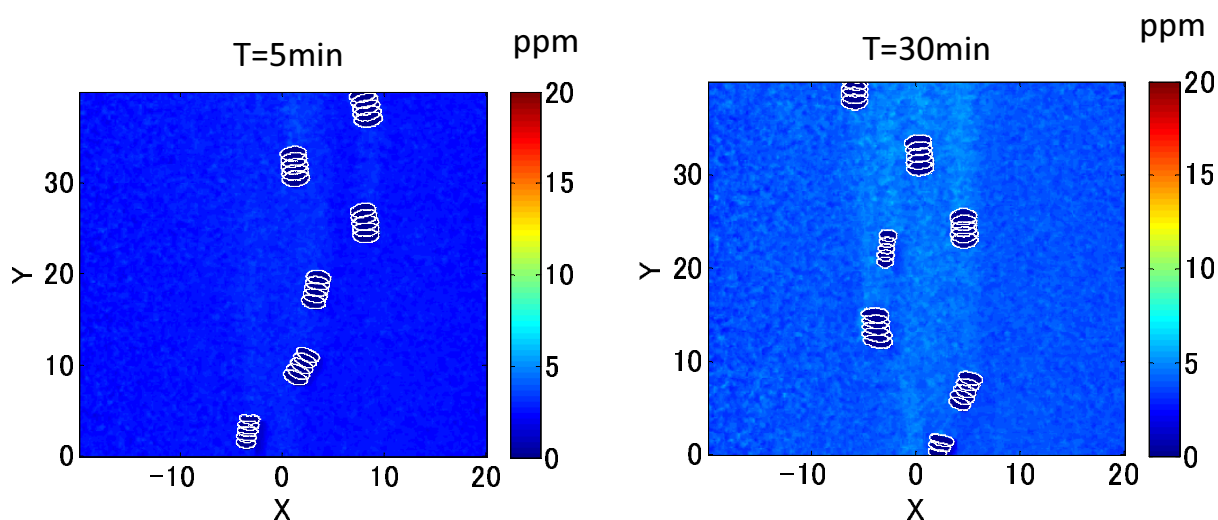


図 3.14 溶存酸素濃度分布 (case1).

同一位置における気泡位置を特定し、気泡界面からの光の反射屈折を除去することで、正味の酸素濃度分布を取得した (図 3.13 右).

3.5 実験結果

付録の図 C.1–C.10 にそれぞれの case における計測領域内の溶存酸素濃度空間分布の時間変化を掲載する. ここでは代表して、図 3.14–図 3.18 にそれぞれ case1, 3, 5, 6, 10 のバブリング開始 5 分後, 10 分後の溶存酸素濃度空間分布を示す. 気泡近傍には溶存

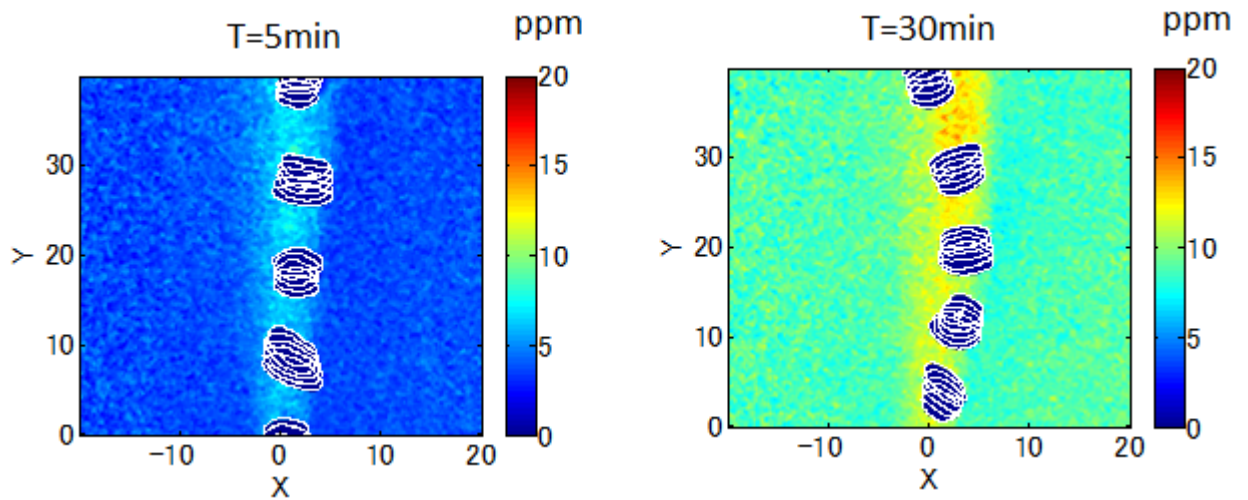


図 3.15 溶存酸素濃度分布 (case3).

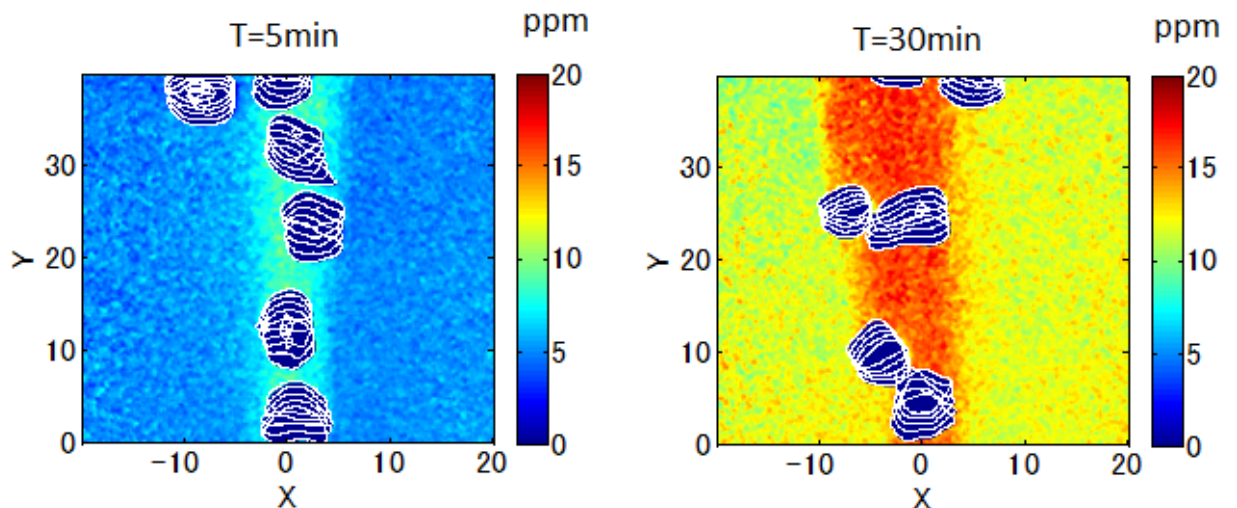


図 3.16 溶存酸素濃度分布 (case5).

酸素濃度の高濃度領域が存在しており、気泡からの酸素溶解が観察できる。時間とともに気泡近傍領域及び水槽全体の濃度が上昇し、その様相は構成気泡のサイズに大きく依存する。同一数密度ならば、大径気泡は小径気泡に比べ気泡表面積が大きく、また周囲流体の乱れへの寄与も大きくなるため酸素輸送・拡散は大きくなる。

また海水では、同一条件同一時刻の純水での実験結果に比べ、溶存酸素濃度が高くなっている。これは海水中に溶け込む様々なイオンの効果により、純水中では見られなかった微小気泡が発生した事が原因である (Slauenwhite and Johnson, 1999)。特に内径の小さなニードルを用いた時に多くの微小気泡が発生した事を確認している (図 3.19)。純水での case に比べ気液界面は増加し、さらに浮力の小さい微小気泡は水槽内で循環する流

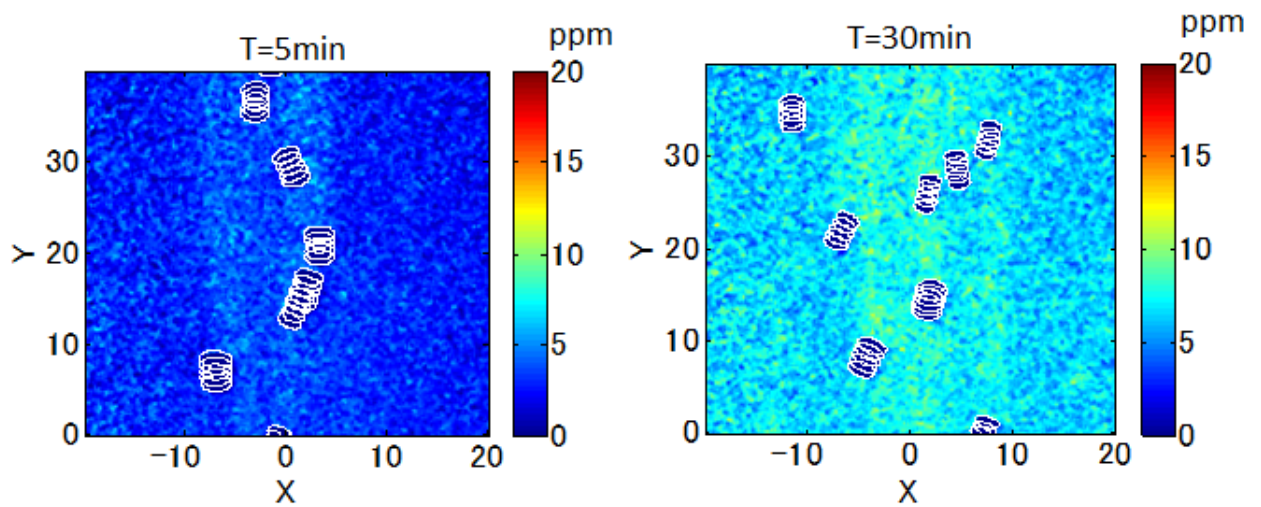


図 3.17 溶存酸素濃度分布 (case6).

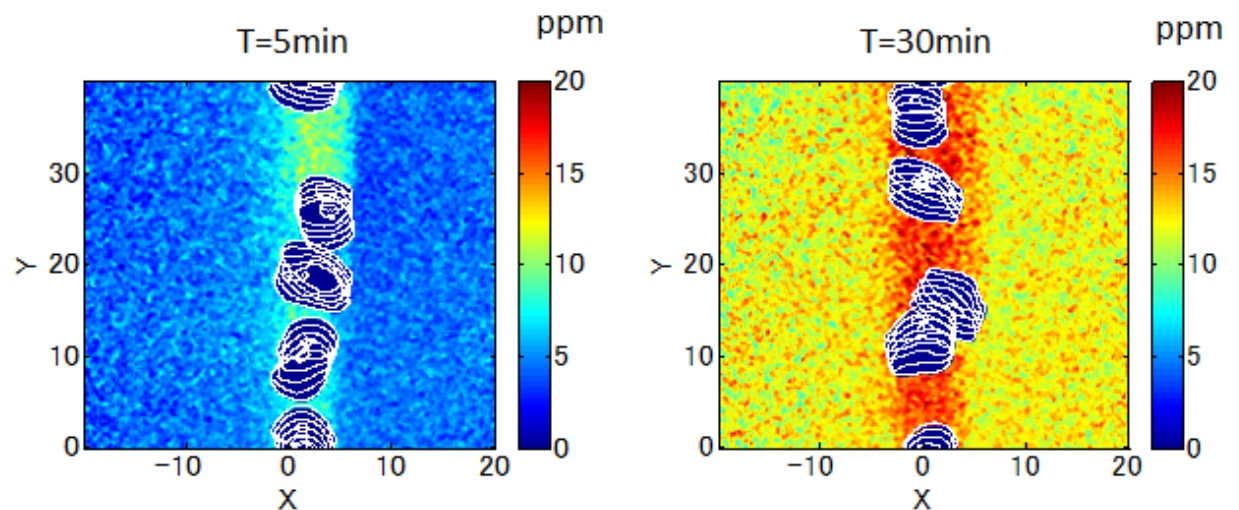


図 3.18 溶存酸素濃度分布 (case10).

れに継続的に移流される傾向が高く、僅か径 1mm 程度の差で酸素速度にオーダーが異なるほど差が生じているものと考える。直径 d をもつ球形気泡を仮定すると、一定流量下では、単位時間当たりの放出数は d^3 に反比例し、また全表面積は d に反比例する。さらに上昇速度は、小径気泡に対して Stokes 則を仮定すると d^2 に比例するので、一定の水深を浮上するのに要する時間は d^2 に反比例する。つまり、一定流量で放出される気泡が水面に到達するまでに気泡の全表面から溶解する気体は、初期段階において、およそ d^3 に比例し、小径気泡は著しく気体の輸送に寄与することになる。

図 3.20, 図 3.21 に溶存酸素濃度の水平分布を表わす。上昇軸方向平均酸素濃度は軸上に最大値をもつ典型的な噴流に現れるようなガウス分布となり、気泡の放出時間と共に軸

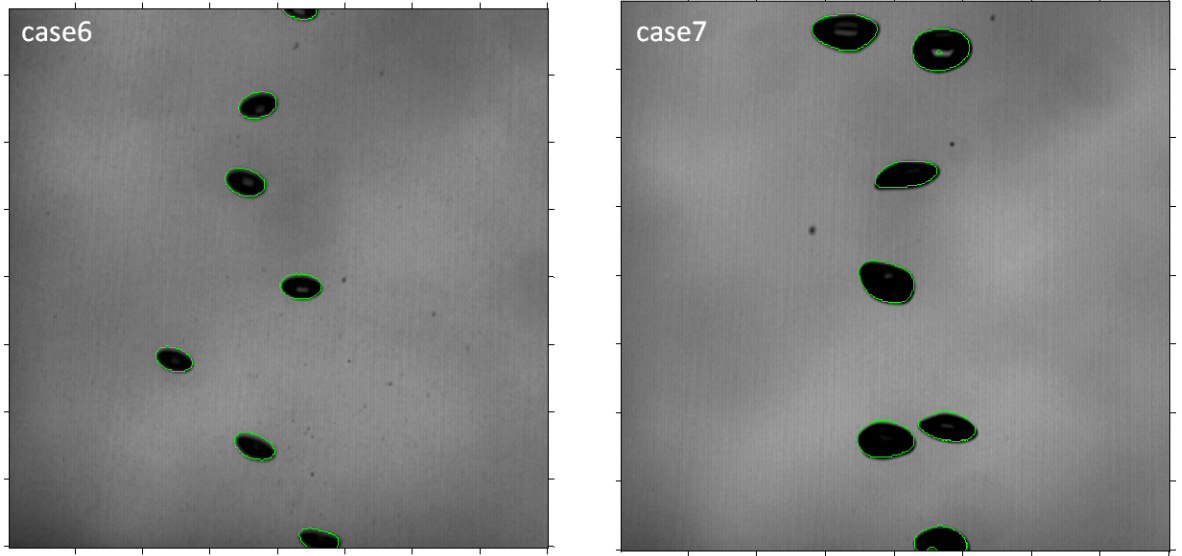


図 3.19 海水中における気泡ブルーム (case6, case7). 純水での case(図 2.6) では見られない微細な気泡が発生している.

上の最大濃度は増加し, 気泡流が引き起こす対流および乱れによって拡散輸送される. 気泡の水平方向変位が大きい小気泡から構成される case1, case6 では, 側方への拡散輸送が大きい, 大径気泡の case では, 気泡が直線的に上昇するため気泡上昇の中心軸上の酸素濃度が高い.

溶存酸素濃度の水平方向分布 (DO) を次式に示すガウス分布で近似し,

$$DO = C_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) + C_2 \quad (3.45)$$

$C_1 + C_2$ の時間変化を調査した (図 3.22).

図 3.22 における $C_1 + C_2$ の勾配を dC/dt としてその時間変化を求めた (図 3.23). 継続的な気泡の放出により, 噴流周辺の濃度が徐々に高くなるため, 酸素フラックスは時間と共に減少する (図 3.23).

3.6 酸素輸送フラックスモデル

気泡を球形と仮定するならば, 気泡一個当たりからの酸素輸送量 N は

$$N = \pi d^2 k (C_s - C) \quad (3.46)$$

で表わされる. k は酸素輸送速度係数, C は気泡周囲の溶存酸素濃度, C_s は平衡状態溶存酸素濃度であり,

$$C_s = \frac{\alpha}{RT_w} p \quad (3.47)$$

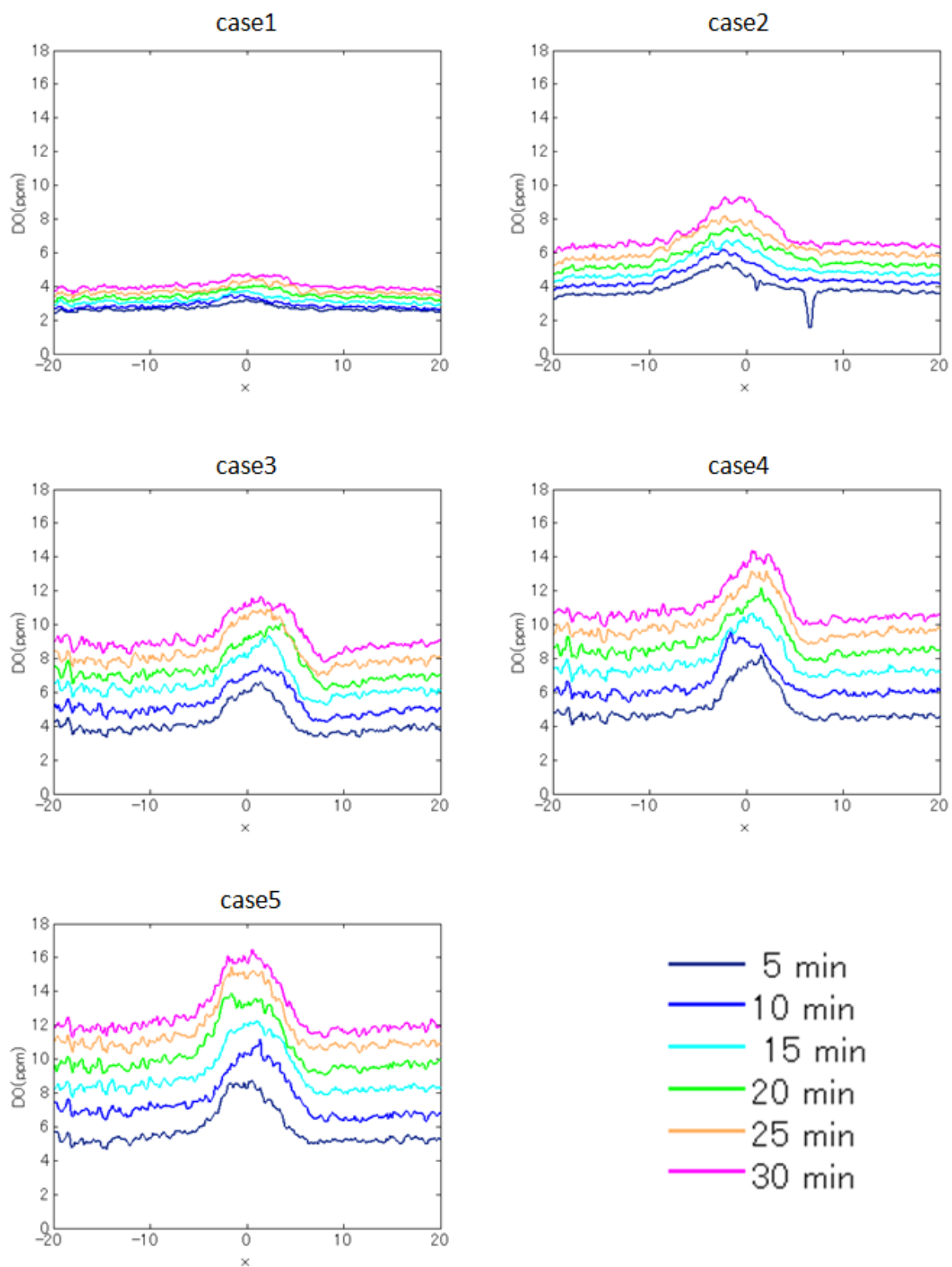


図 3.20 溶存酸素濃度水平方向分布 (case1-5).

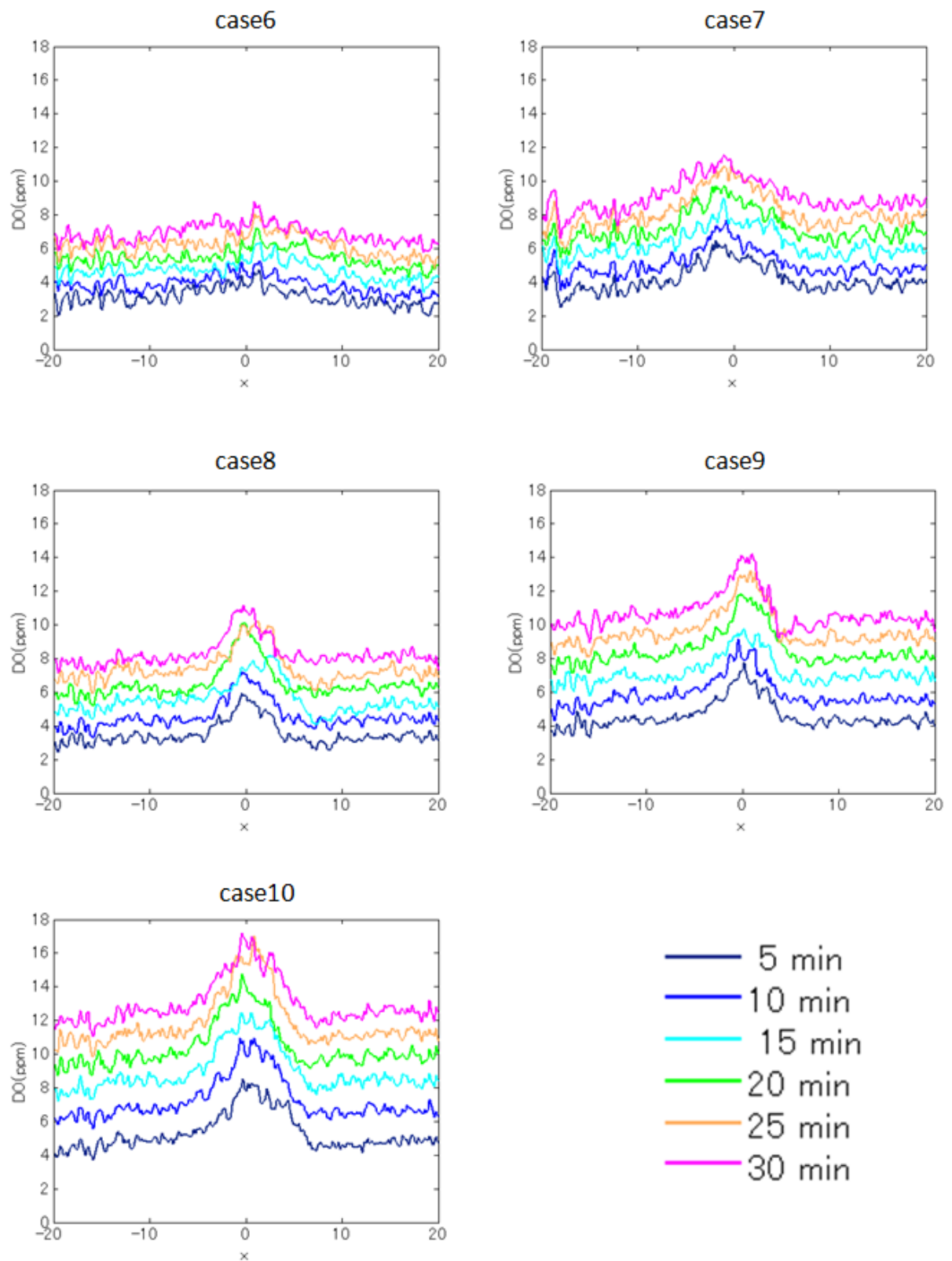


図 3.21 溶存酸素濃度水平方向分布 (case6–10).

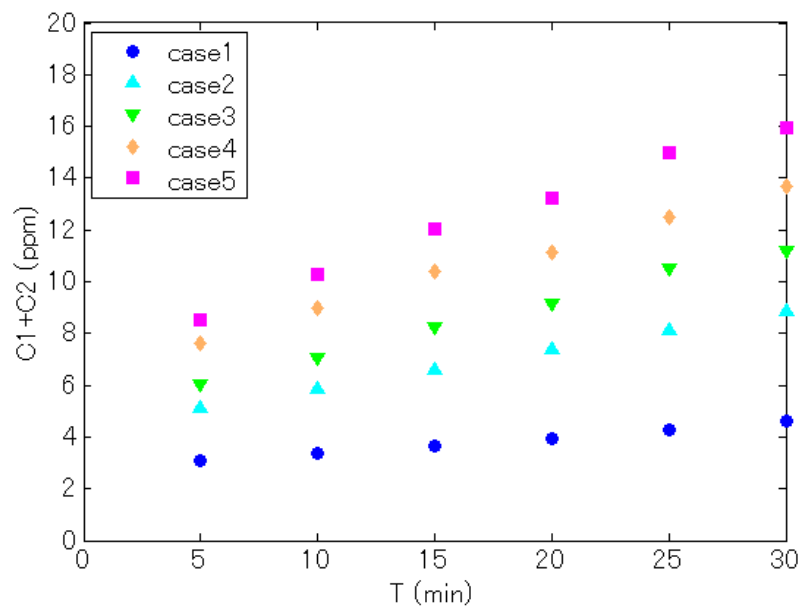
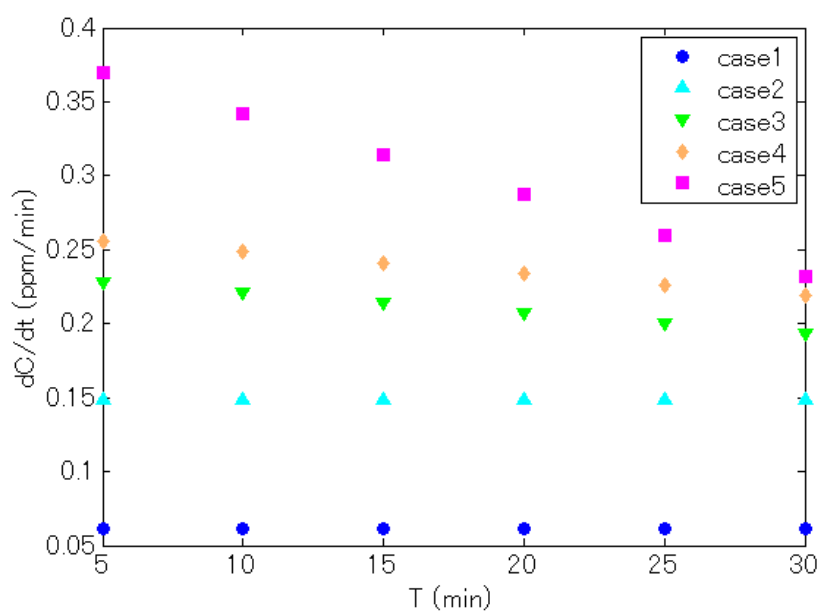
図 3.22 $C_1 + C_2$ の時間変化 (case1-5).図 3.23 dC/dt の時間変化 (case1-5).

表 3.2 Weiss(1970) の係数

Gas	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3
N_2	-59.6274	85.7661	24.3696	-0.051580	0.026329	-0.0037252
O_2	-58.3877	85.8079	23.8439	-0.034892	0.015568	-0.0019387
Ar	-55.6578	82.0262	22.5929	-0.036267	0.016241	-0.0020114

で表わされる．ここで α は Bunsen の吸収係数であり，本研究では式 (3.48) に示す Weiss (1970) の式によって求めた．

$$\ln \alpha = A_1 + A_2(100/T_w) + A_3 \ln(T_w/100) + S(B_1 + B_2(T_w/100) + B_3(T_w/100)^2) \quad (3.48)$$

式 (3.48) 中の係数は表 3.2 にしめす． R は気体定数， T_w は水温， p は酸素の分圧であり，本実験では発生させる気泡が酸素で満たされているので，酸素の分圧 p は気泡内部の圧力と等しく，次式で表わされる．

$$p = P_a + \rho gh + \frac{4\gamma}{d} \quad (3.49)$$

P_a は大気圧， ρ は液相の密度， g は重力加速度， h は気泡の貫入深さ， γ は表面張力係数である．従って，酸素輸送モデル構築は酸素輸送速度係数 k のパラメータ化に帰結する．本研究では式 (3.46) に対し， N ， C_s ， C ， d について測定結果を与える事で k を求めた．図 3.24 に本研究によって得られた d と k の関係および，次式に示す Levich (1962) の理論式によって求めた純水中での気泡からの酸素輸送速度係数の計算結果を示す．

$$k = 0.64 \sqrt{\frac{\pi D v_r}{d}} \quad (3.50)$$

海水での k は純水に比べて大きい，これは前節で述べた微小混入気泡の影響である．実験結果より求めた純水での k は，小径気泡においては理論値とよく一致するが，気泡径の増大に伴って緩やかに減少する理論値とは対照的に気泡径に比例して大きくなる．この原因は第一に理論値では考慮できない気泡界面のアクティブな変形に伴う局所的な曲率の増加が気泡内部圧力を上昇させた事にあると考えられる．また k はそもそも D と濃度境界層の厚さ δ より $k = D/\delta$ で定義され， D は物性値であることから，大径気泡近傍では液相乱れの発達や界面変形による影響で δ が相対的に薄くなった為に k が増大し，乱れや界面変形を考慮していない理論値との間に乖離が生じたものと考えられる．実験によって決定した気泡サイズと純水での k の関係に最小自乗法を適用し以下のモデル式を作成した．

$$k = 0.135d + 0.0003 \quad (3.51)$$

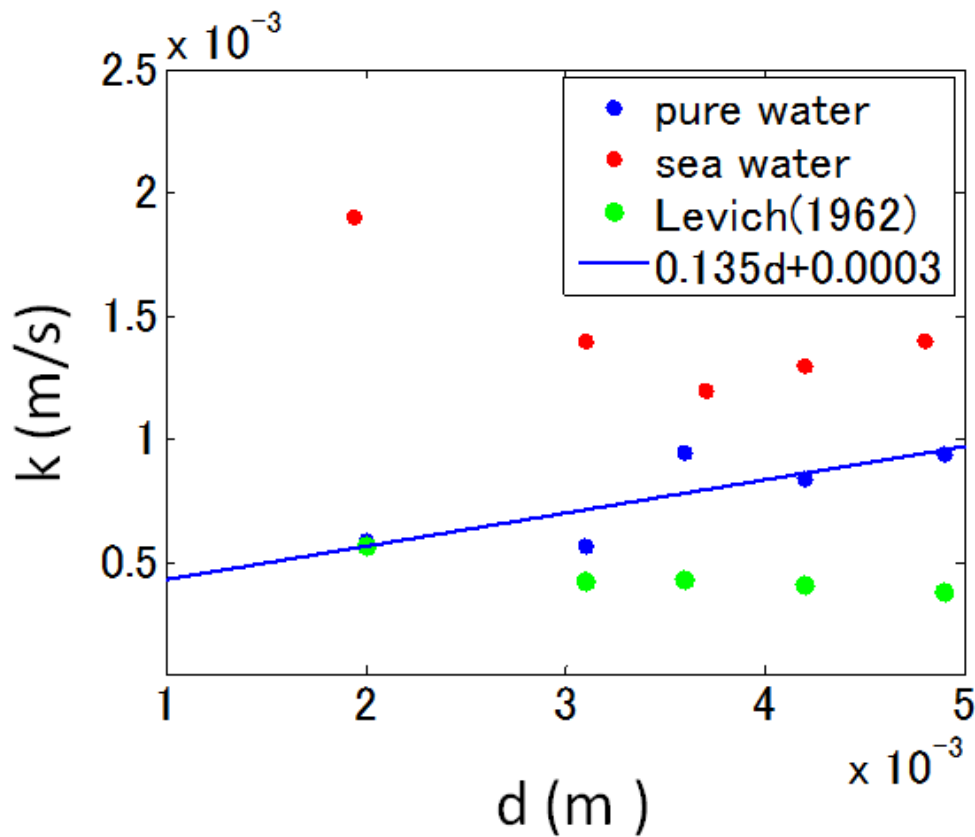


図 3.24 気泡径と酸素輸送速度係数の関係

式 (3.51) と式 (3.46) に、気泡サイズ及び初期濃度を与えることで、気泡からの酸素輸送フラックスが評価可能である。

3.7 結論

酸素イオン数に応じて紫外線蛍光強度が変化する蛍光試薬ピレン酪酸水溶液中に、気泡ブルームを発生させ、気泡サイズに応じた時空間的な酸素濃度変化の基礎的特性を調査し、実験結果を基に気泡サイズスペクトルを入力値とした個々の酸素輸送フラックスを評価するモデルを開発した。

- (1) 蛍光輝度比と溶存酸素濃度の関係を示すキャリブレーション曲線は Stern–Volmer の関係に基づいて近似できる。
- (2) 蛍光画像中の気泡陰影除去の画像処理手法を確立したことによって、気泡運動と溶存ガス濃度場の同時計測を行う事が可能となった。
- (3) 気泡ブルーム周りの溶存酸素濃度空間分布を取得したところ、気泡近傍に溶存酸素濃度の高濃度領域が存在しており、気泡からの酸素溶解が観察できた。

(4) 時間とともに気泡近傍領域及び水槽全体の濃度が上昇し、その様相は構成気泡のサイズに大きく依存する。同一数密度ならば、大径気泡は小径気泡に比べ気泡表面積が大きく、また周囲流体の乱れへの寄与も大きくなるため酸素輸送・拡散は大きくなる。

(5) 溶存酸素濃度の水平分布をは気泡上昇軸上に最大値をもつ典型的な噴流に現れるようなガウス分布となり、気泡の放出時間と共に軸上の最大濃度は増加し、気泡流が引き起こす対流および乱れによって拡散輸送される。

(6) 小気泡では、側方への拡散輸送が大きい、大径気泡の case では、気泡が直線的に上昇するため気泡上昇の中心軸上の酸素濃度が高い。

(7) 海水では、同一条件同一時刻の純水での実験結果に比べ、溶存酸素濃度が高くなっている。これは海水中に溶け込む様々なイオンの効果により、純水中では見られなかった微小気泡が発生した事が原因である。

(8) 継続的な気泡の放出により、噴流周辺の濃度が徐々に高くなるため、酸素フラックスは時間と共に減少する。

(9) 実験結果より求めた純水での k は、小径気泡においては理論値とよく一致するが、気泡径の増大に伴って緩やかに減少する理論値とは対照的に気泡径に比例して大きくなる。乱れやアクティブな界面変動を考慮していない理論値との間に乖離が生じたものと考えられる。

(10) 実験結果を基に気泡サイズ及び初期濃度を与えることで、気泡からの酸素輸送フラックスを評価可能なモデルを提案した。

参考文献

- [1] 今井功 (1973): 流体力学 (前編), 裳華房.
- [2] 角野昇八, 仲田義弘, 齊藤満, 中谷成智, 芳田利春, 小田一紀 (1994): 海岸構造物の曝気能に関する実験的再考察, 海岸工学論文集, 41, pp. 1036-1040.
- [3] 森信人, 今村正裕 (2002): 2色 LIF-PIV を用いた水表面におけるガス交換課程の計測, 海岸工学論文集, 49, pp. 96-100.
- [4] Clift, R., J. R. Grace and M. E. Weber (1978): Bubbles, Drops, and Particles, Dover Publications.
- [5] Farmer, D. M., C. L. McNeil and B. D. Johnson (1993): Evidence for the importance of bubbles in increasing air-sea gas flux, *Nature*, 361, pp. 620-623.
- [6] Levich, V. G. (1962): Physico-Chemical Hydrodynamics, Prentice Hall, NY.
- [7] Slauenwhite, D. E., B. D. Johnson (1999): Bubble shattering: Differences in bubble formation in fresh water and seawater, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 104, NO. C2, pp. 3265-3275.
- [8] Tsumori, H and Y. Sugihara (2007): Lengthscales of motions that control air-water gas transfer in grid-stirred turbulence, *Journal of Marine Systems*, 66, pp. 6-18.
- [9] Vaughan, W. M. and G. Weber (1970): Oxygen Quenching of Pyrenebutyric Acid Fluorescence in Water. A Dynamic of the Microenvironment., *Biochemistry*, 9, pp. 464-473.
- [10] Watanabe, Y., J. Otuka and A. Saruwatari (2008): Laser Induced Fluorescence Measurements of Carbon Dioxide Dissolution in Wave-Breaking Turbulence, *ICCE*, pp. 51-59.
- [11] Weiss, R. F. (1970): The solubility of nitrogen, oxygen and argon in water and seawater. *Deep-Sea Res.*, 17, pp. 721-735.
- [12] Woodrow, P. T. and S. R. Duke (2001): Laser-Induced Fluorescence Studies of Oxygen Transfer Across Unsheared Flat and Wavy Air-Water Interfaces, *Ind.*

Eng. Chem. Res., 40, pp. 1985-1995.

第4章

ジェット下のエアレーション

4.1 はじめに

第2章、第3章では、固有の気泡径を持つ気泡ブルームを対象にその運動学的特性および酸素輸送機構について実験あるいは定量化を行ってきた。

これに対して、碎波帯では碎波ジェットの水面への突入によって $\mu m-mm$ スケールの非常に幅広いサイズスペクトルを持つ気泡が発生している (Dean and Stokes, 2002)。

この碎波ジェットの水面への突入による気泡量や気泡サイズのパラメータ化はなされていないうえ、ジェット突入時の気泡の生成は極めて微視的な現象であるため、この現象を気液二相流モデルを用いて碎波とともに計算格子で解像する事は不可能である。

そこで、本章では、碎波ジェットを模擬した定常鉛直ジェットに Back-light 法による高速画像撮影や Large eddy simulation を適用し、気泡混入過程の基礎的特性を調査するとともに、ジェット下に形成される気液二相流中の溶存酸素濃度変化を計測し、第3章で構築した酸素溶解ソースモデルの碎波帯への適用可能性を検討する。また極めて微視的な現象であり、計算格子で直接解像する事が困難なジェットによる自由水面から気泡混入をソース項として与える数値モデルを提案する。

4.2 既往の研究

定常鉛直ジェットによる気泡混入に関しては実験を中心に多くの研究が行われている (Bin, 1993)。気泡混入を特徴づける主要なパラメータはジェットの直径、速度、長さ、流体の物性であり、その中で最も重要なパラメータはジェットの流速である。ジェットの流速が非常に小さい場合はジェットと水面との間にメニスカスが形成されるが、流速が大きくなると、ジェットと水面の間には楔形のキャビティーが形成される。このキャビティーの先端部は非常に不安定で、隣り合う水面がランダムに結合し、その結果として水

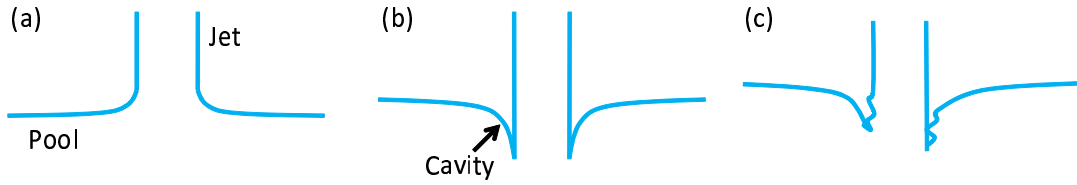


図 4.1 水面へ突入する水ジェット. (a) Froude 数が低い場合. (b) Froude 数が高い場合. (c) ジェットに乱れのある場合.

中に気泡が混入する (図 4.1).

ジェットの界面に乱れがある場合, 乱れないジェットでは混入しないジェット流速で気泡混入が起きることが知られている (図 4.1(c)). ジェット界面の乱れはジェットを放出するノズルの内径 d_0 とノズルから水面までの距離であるジェットの長さ L_j に依存し, 長いジェットでは界面の不規則さは増加する.

Bin(1993) は多くの実験結果をまとめ, 気泡混入の最小ジェット流速 V_e に対して次のような式を提案した.

$$V_e = 1.4 \left(\frac{L_j}{d_0} \right)^{0.164} \quad (4.1)$$

また気泡混入量に関しては次のバルク式を提案している.

$$Q_a = 0.04 \left(\frac{V_j^2}{gd_0} \right)^{0.28} \left(\frac{L_j}{d_0} \right)^{0.4} Q_w \quad (4.2)$$

ここで V_j はジェット速度, Q_w はジェット流量である.

一方, Chanson et al. (2004) はジェット下のボイド率分布に関して調査し, McKeogh and Ervine (1981) は水面下におけるジェット中心軸上の流速 V_m の鉛直 (z) 軸上分布について以下のモデル式を提案している.

$$\frac{V_m}{V_j} = 3.3 \left(\frac{d_j}{z} \right)^{1.1} \quad (4.3)$$

4.3 ジェット下の気泡混入過程

4.3.1 実験方法

実験では図 4.2 に示す様に定常鉛直ジェットを水面に衝突させる事により気泡を発生させる. 貯水槽よりポンプでくみ上げた水をフローコントローラで流量を調節し直径 $d_0 = 8\text{mm}$ のノズルより水面に対して垂直に流入させる. 受け側の水槽には $14 \times 14 \times 20\text{cm}$ のアクリル製水槽を用い, オーバーフローさせる事で水深を一定に保った. 水槽背

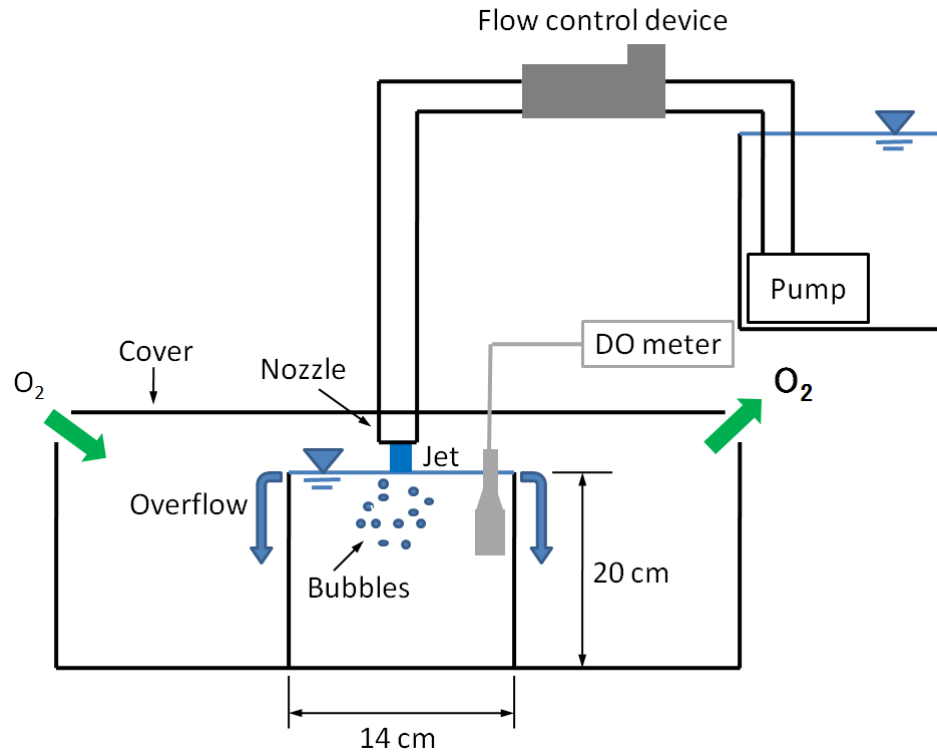


図 4.2 セットアップ

後には LED バックライトを設置し、ジェット衝突によって気泡が発生する様子を高速カメラ (シャッタースピード 0.5 ms, 500 fps, 1280 × 1000 画素) によって撮影するとともに、溶存酸素計を用いて水槽内の溶存酸素濃度変化を計測する。

実験条件を表 4.1 に示す。本実験ではジェットの流量 Q_w 及びジェットの長さ L_j を調節する事で、ジェット突入速度 V_j を変化させた。ジェット突入速度 V_j はベルヌーイの定理より次式で算出できる。

$$V_j = \left(\left(\frac{Q_0}{\pi d_0^2/4} \right)^2 + 2gL_j \right)^{1/2} \quad (4.4)$$

本実験条件下ではポンプの吸い込み口付近でのキャビテーション及び気泡発生は確認されなかった。

また本実験条件では、 $V_e = 1.74\text{m/s}$ となる。

4.3.2 結果

図 4.3 に case1 において撮影されたジェットの水面への衝突による混入気泡の生成の様子を示す。

ジェットと水面との間にはランダムに楔形のキャビティーが形成され、そのキャビ

表 4.1 実験条件

case	ジェット流量 Q_w (L/min)	ジェット長 L_j (m)	ジェット突入速度 V_j (m/s)
1	5.2	0.01	2.17
2	5.5	0.03	2.59
3	6.5	0.03	2.92

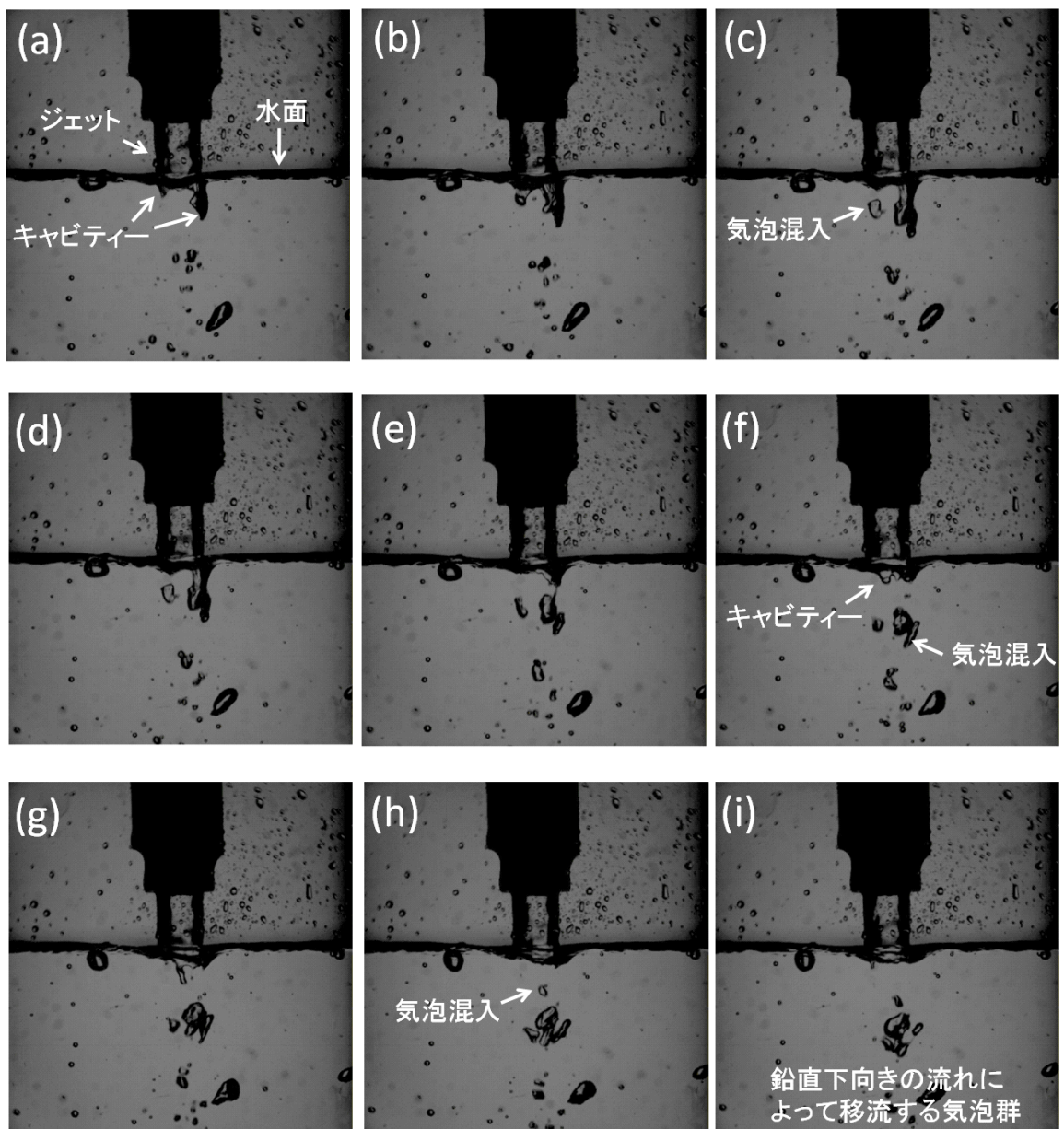


図 4.3 ジェット下の気泡混入過程 (case1, 間隔 0.002sec)

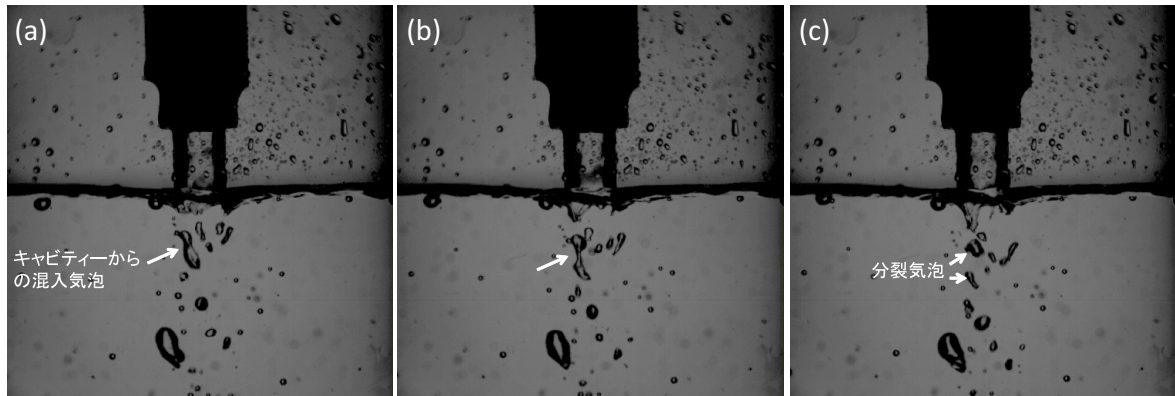


図 4.4 混入気泡の分裂 (間隔 0.002sec)

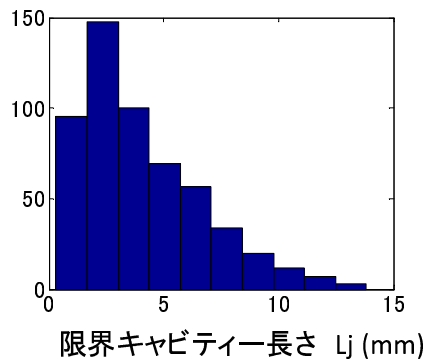


図 4.5 限界キャビティー長さのヒストグラム (case1)

ティーは時間とともに貫入深さを増して行くが、その形状は不安定で、隣り合う水面と結合し、その結果として水中に気泡が混入する。混入した気泡はジェット下の強いせん断流れの影響下で分裂過程を経ながら下向きの流れによって移流する (図 4.4)。

図 4.3 からわかるように、ジェットによる気泡生成はキャビティーがちぎれる事によって発生するので、混入気泡サイズスペクトルや混入気泡量はキャビティーの大きさに依存する。そこで、キャビティーから気泡が生成された時のキャビティー長さを限界長さとし、その計測を行った。図 4.5 に限界キャビティー長さのヒストグラムを示す。

図 4.6 に case3 において撮影されたジェットの水面への衝突による混入気泡の生成の様子を示す。ジェット流速の速い case3 では case1 と比べてキャビティーの貫入深さが深く、混入気泡の量も多い。

限界キャビティー長さの平均値とジェット流速の関係を図 4.7 に示す。図 4.7 より、ジェット流速の増加に対して限界キャビティー長さが単調増加している事がわかる。

本実験によって撮影されたジェットの水面への衝突による混入気泡のサイズスペクトル分布を示す。第 2 章で行った気泡プルームの実験と比較すると比較すると、幅広いサイズ

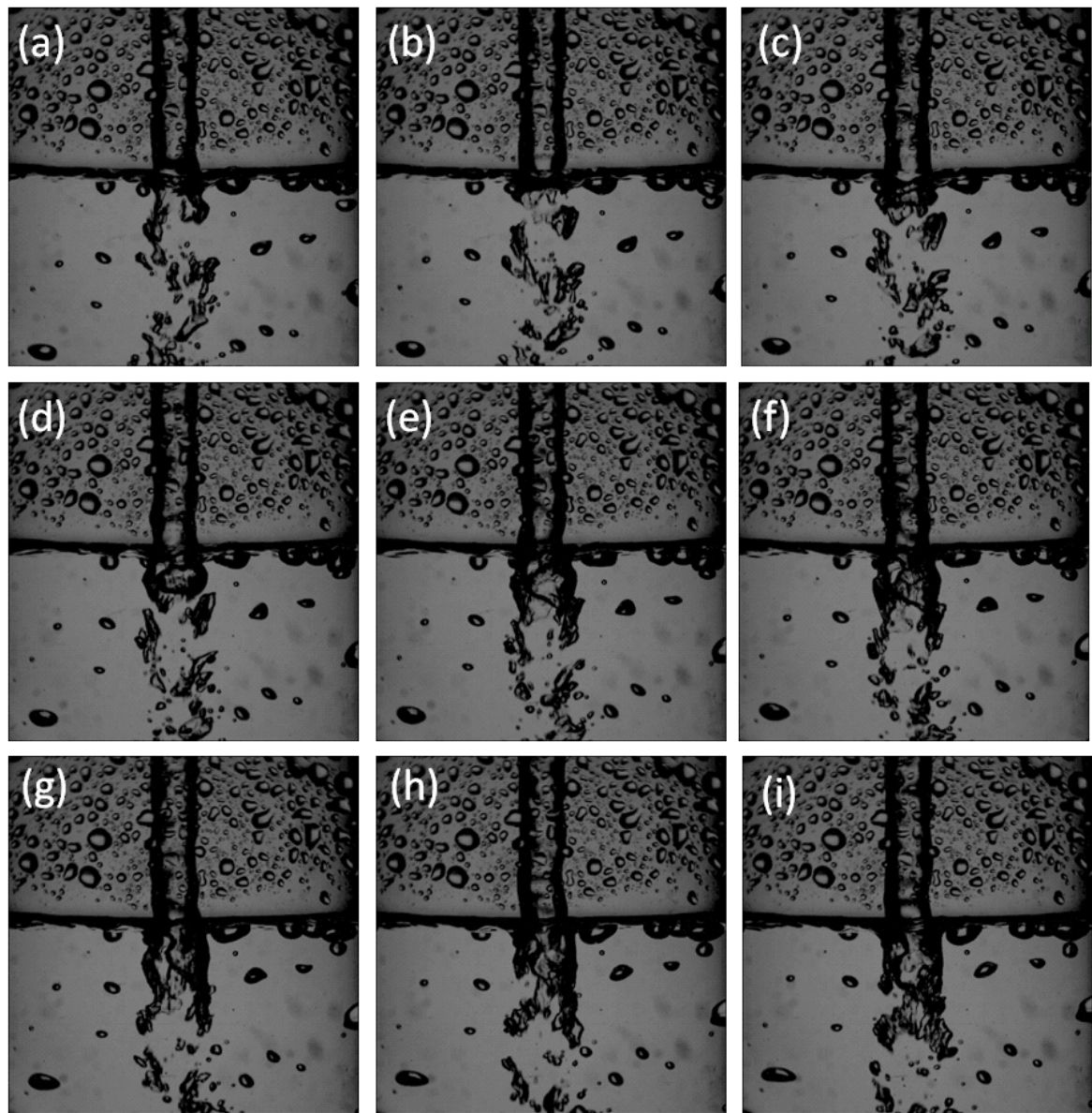


図 4.6 ジェット下の気泡混入過程 (case3, 間隔 0.002sec)

の気泡が発生しており、ピーク付近から大径側に Dean and Stokes (2002) が観察した碎波時の混入気泡径サイズスペクトルとよく似た勾配が現われる。また、ジェットの流速が速くキャビティーが大きくなるほど、小径気泡が減少し、大径気泡が増大する傾向がみられる。

ジェット下に現れる気液混相乱流中の溶存酸素濃度を計測した。ジェット突入により混入した様々な大きさの気泡から、溶存酸素が空気流量は式よりであり、バブリング実験時よりはるかに多いためオーバーフローさせているにもかかわらず初期濃度 (8.36ppm) より急速に上昇する。ただ本研究ではオーバーフローさせているため、釣り合いにより、飽

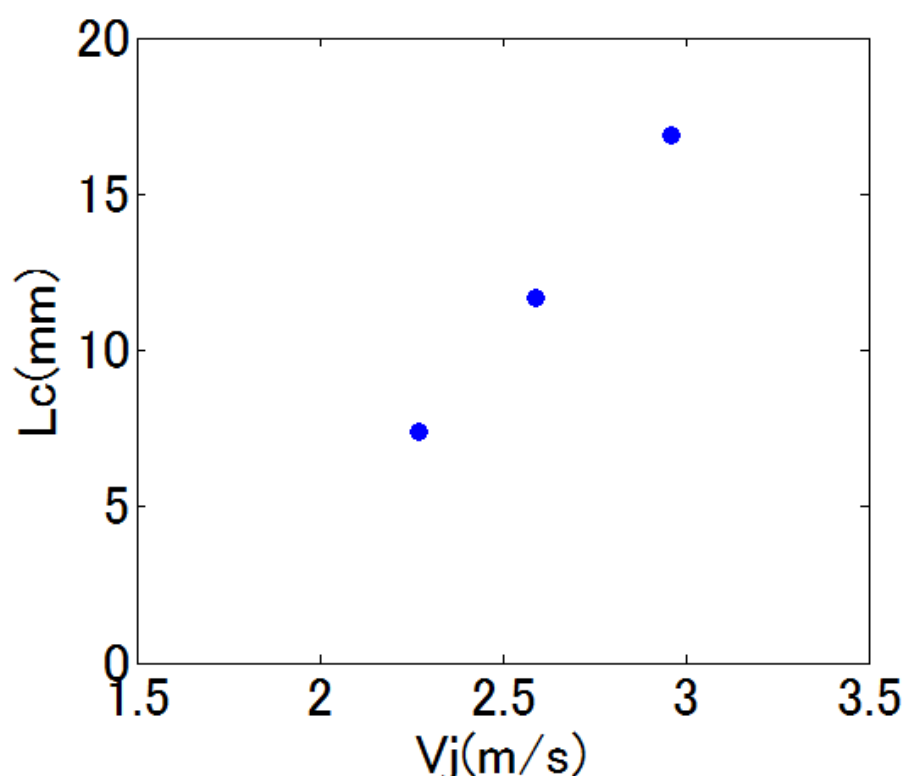


図 4.7 限界キャビティー長さとジェット流速の関係

和状態 (約 39ppm) に達する前に一定値になる。この濃度上昇は風速を唯一のパラメータとしているガス交換モデル (式 (1.9), 式 (1.10)) では計算できない。そこで第 3 章で構築した酸素溶解ソースモデルを用いて、個々の混入気泡からの酸素輸送量を足し合わせ、水槽内の溶存酸素濃度の時間変化を計算し、実測値と比較した (図 4.9)。

計算は次のような仮定のもとに行われた。

- 図 4.8 に示す case3 の混入気泡のサイズスペクトル分布にしたがって気泡が混入する。
- ジェットによって混入した気泡は式 (4.3) で計算したジェットがつくる下向きの強い流れによって移流し、そこから終速度で上昇する。
- 溶解した酸素はただちに拡散する。
- オーバーフローによって流出する水の流量はジェットによって流入する水の流量と等しい。

計算結果は計測結果を概ね再現しており、本モデルが複雑な気液流れ中の気体輸送に対して矛盾無く適用可能であることが確認された。

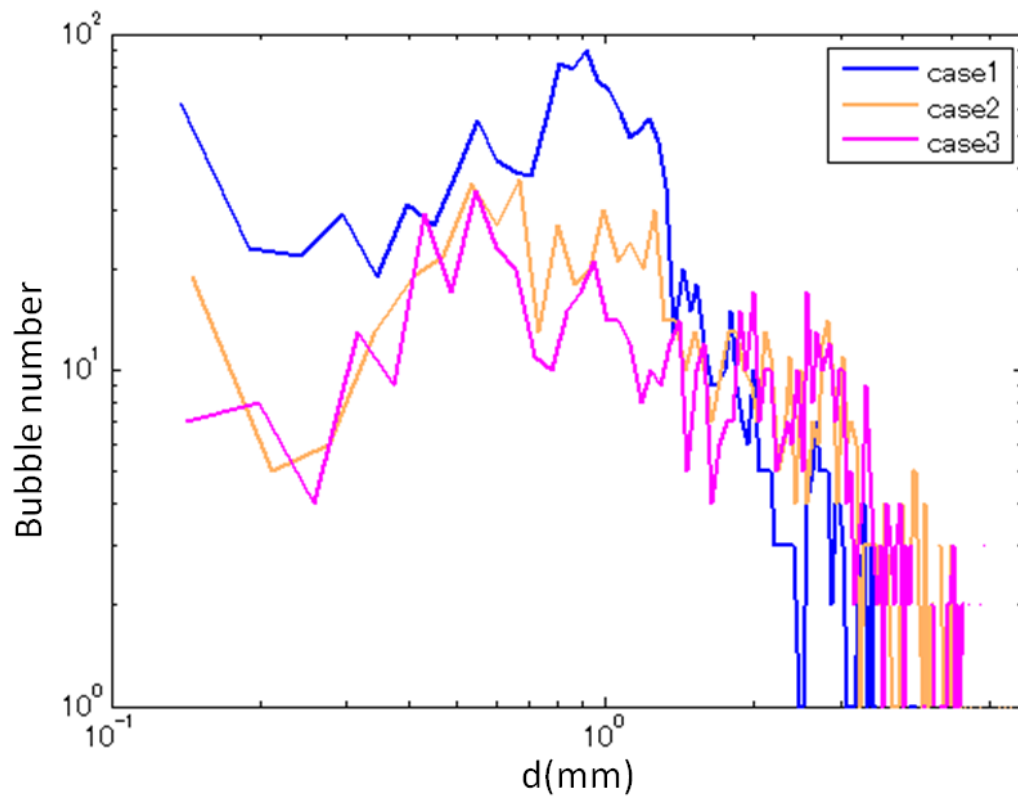


図 4.8 混入気泡のサイズスペクトル分布.

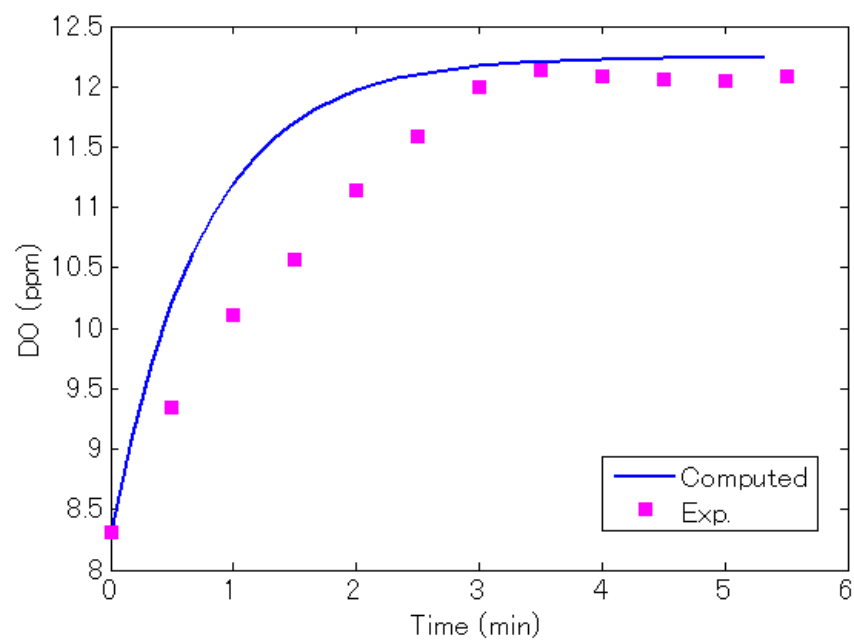


図 4.9 ジェットのエアレーションによる酸素濃度変化の計測結果及びモデルによる計算結果

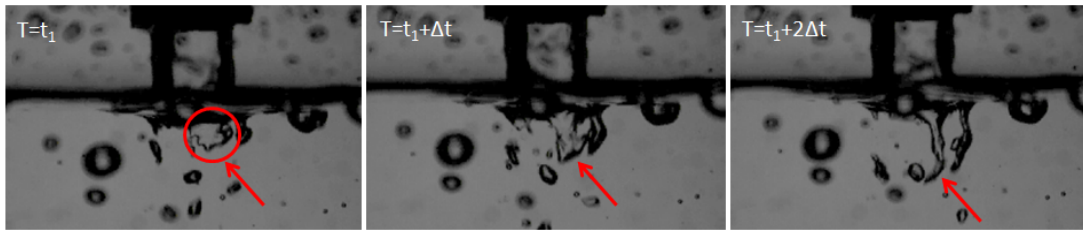


図 4.10 ジェットと水面との間にできるキャビティー形状の時間変化 (間隔 0.002sec)

4.4 ジェット下の渦

前節で行った実験では，キャビティーの鉛直下方向への急速な伸長およびキャビティー幅の急激な収縮が観察された (図 4.10)．これらはジェット下の流体運動が深く関わっていると考えられる．そこで，Large Eddy Simulation (LES) によってジェット下の流れ場を調査する．

4.4.1 計算方法

鉛直流速 2.17m/s で円柱状ジェット (直径 8mm) を矩形数値水槽内の静水に流入させ，その結果生じるエアレーション過程について LES を適用し，数値計算を行った．流体の計算スキームは第 2 章と同様である．すなわち，水面の移流は Level-set 法を導入し，運動方程式は CIP 法と予測子修正子法によって計算し，圧力方程式は Multigrid 法を適用した．自由水面には力学的境界条件を満足させるスキームを適用し，正しく局所水面形が再現されることになる．計算時間間隔，格子間隔は $3.12 \times 10^{-4}\text{sec}$ ， 1.0cm を与えた．図に計算領域を表わす．側方には周期境界条件を与え，底面には nonslip 条件を与えた．

4.4.2 計算結果

図 4.11 に xz 断面における鉛直流速分布と SGS 乱れエネルギー分布を示す．ジェット下には強い鉛直流速が発生しており，それに伴うせん断流れによって，ジェットの軸を囲むように乱れエネルギーが分布している．

図 4.12 に x 方向渦度の等値面の時間変化，図 4.13 に y 方向渦度の等値面の時間変化を示す．ジェットの中心を軸にジェットを囲むように正負の渦度が分布している．水平方向の渦度はキャビティーの形成や発達に大きな役割を果たしていると考えられる．

図 4.14 に鉛直方向渦度の等値面の時間変化，図 4.15 に λ_2 法 (Watanabe et al., 2005) によって求めた渦核の時間変化を示す．図 4.14，図 4.15 より，ジェットと水面との間に

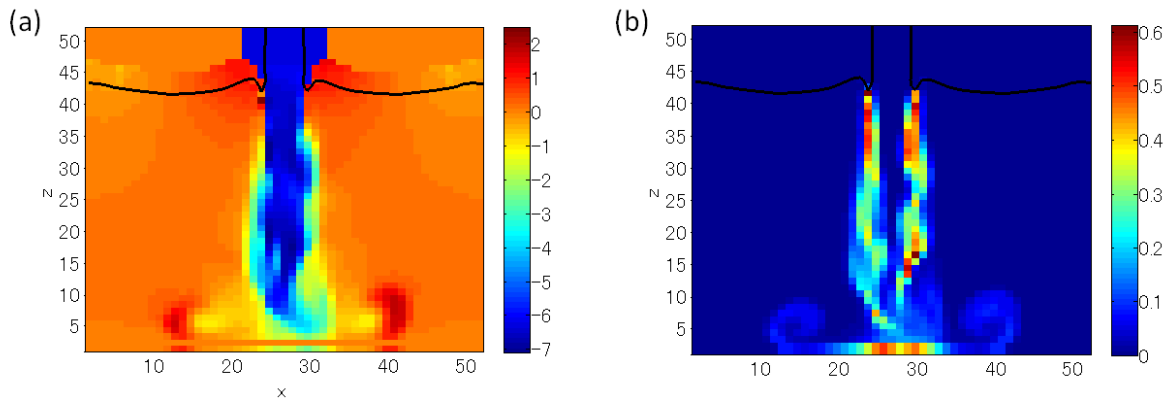


図 4.11 鉛直流速分布 (左) と SGS 乱れエネルギー分布 (右).

形成されるキャビティー付近から正負の交互交代渦が生成されていることがわかる．生成された渦は剥離し下方に移流する．ジェット下に形成される鉛直方向の渦が個々のキャビティーの発達や不安定に大きな影響を果たしている可能性がある．

4.5 ジェット下の気泡混入モデル

前節までで示したようにジェットによる気泡混入は極めて微視的な現象であり，これを碎波乱流とともに計算格子で直接解像することは非常に困難である．そこで，碎波を対象とした気液二相流モデルでは気泡混入をソース項として与える必要があるが，現在までのところ物理現象と矛盾無く気泡混入を再現したモデルは存在しない．本研究では，気泡混入のメカニズムを基にした新たな気泡生成数値モデルを提案する．

4.5.1 気泡混入条件

Longuet-Higgins (1983) は水面の限界形状をポテンシャルディリクレ双曲面について決定し，水面が不安定となる限界角を求めている．本論文において提案するモデルは，水面がこの限界角を超過するかどうかによって気泡生成が行われるか否かを決定することができるものである．ここでは，Longuet-Higgins (1983) と同様の方法で水面の限界角について求めていく．

速度ポテンシャル

流速は速度ポテンシャル ϕ を用いることによって次のように表わされる．

$$\mathbf{u} = \nabla \phi \quad (4.5)$$

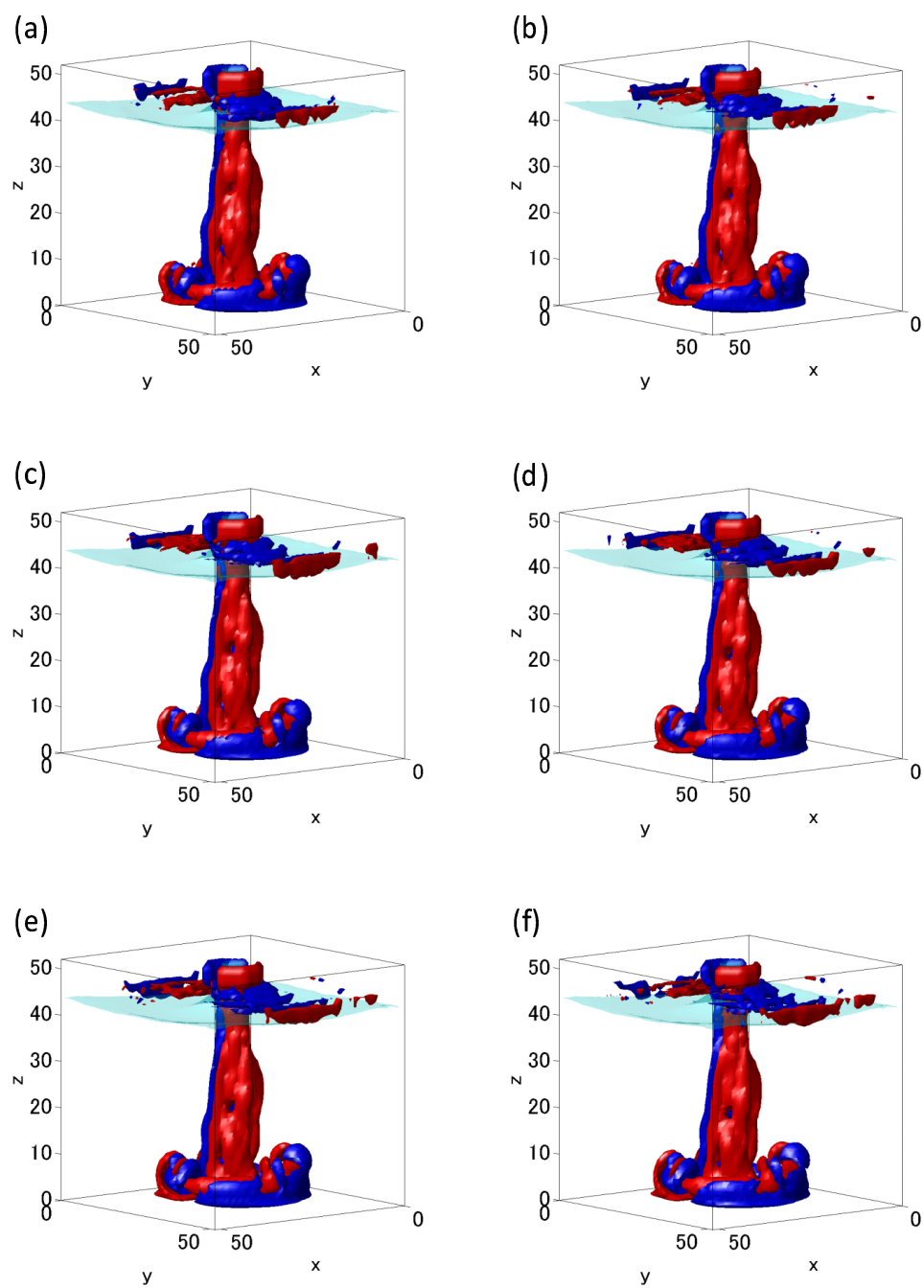


図 4.12 水平方向 (X) 渦度の等値面の時間変化 (色の違いは符号の正負を意味している).

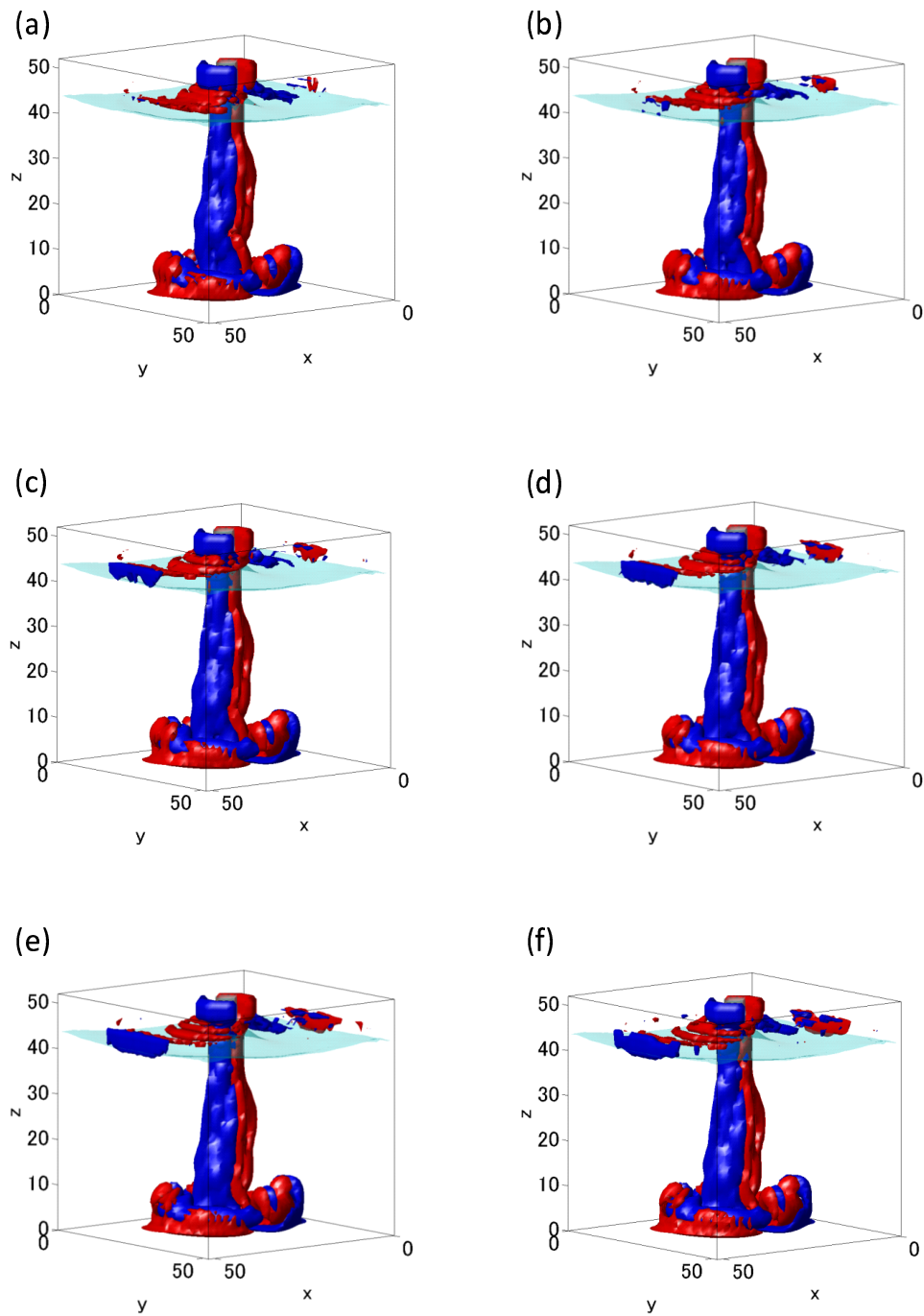


図 4.13 水平方向 (Y) 渦度の等値面の時間変化 (色の違いは符号の正負を意味している).

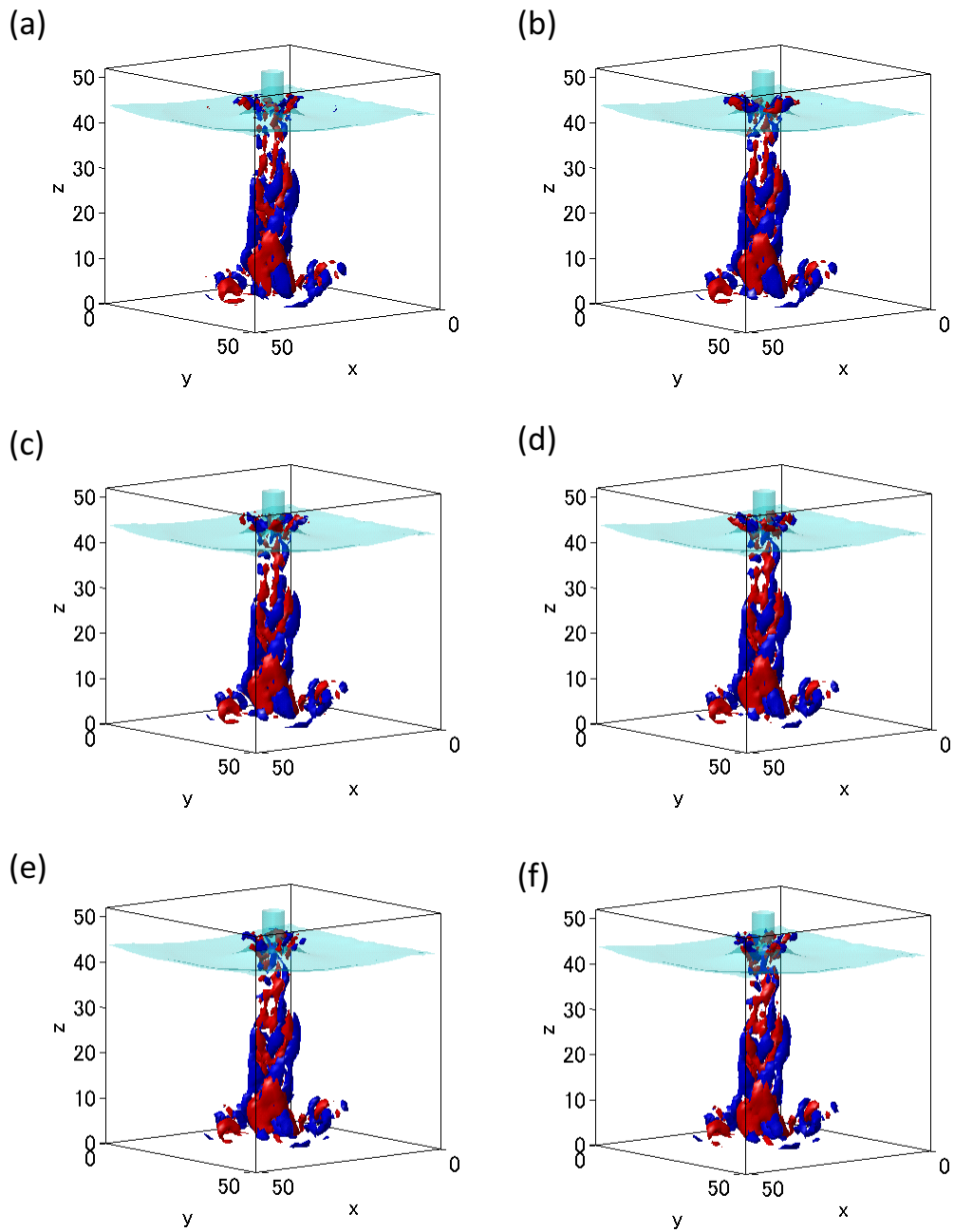


図 4.14 鉛直方向渦度の等値面の時間変化 (色の違いは符号の正負を意味している).

従って非圧縮性流体の連続式は次のように書き換えられる.

$$\Delta\phi = 0 \quad (4.6)$$

は Laplace 方程式と呼ばれ, Laplace 方程式を満足する解は一般に調和関数 (harmonic function) と呼ばれている. 非圧縮性流体の渦なし流れにおいては, 速度ポテンシャル ϕ は調和関数でなければならない. 従って, 非圧縮性流体の渦なし流れの速度場を求める問題は, 与えられた境界条件から ϕ を求める問題に帰着する.

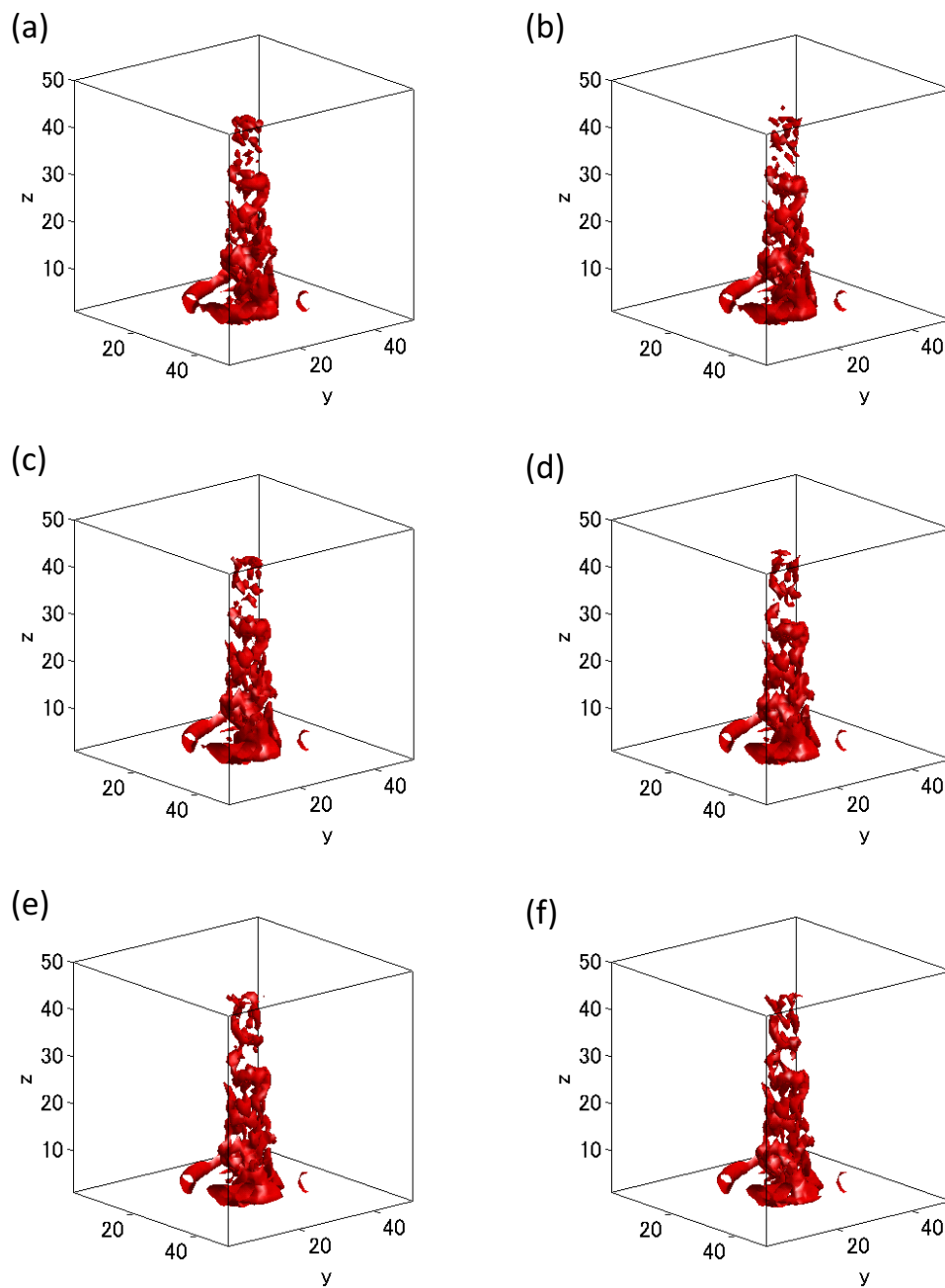


図 4.15 渦核の時間変化

Bernoulli 方程式

式 (2.67) に示す Navier - Stokes 方程式において粘性の影響を無視する (理想流体を仮定する) と, 次の Euler 方程式が導かれる.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g} \quad (4.7)$$

式 (4.7) の左辺は

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad (4.8)$$

であり，移流項は次のように変形することができる．

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{u}|^2 - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) \quad (4.9)$$

渦なし流れを仮定すると，

$$\nabla \times \mathbf{u} = 0 \quad (4.10)$$

であるから

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{u}|^2 \quad (4.11)$$

となる．一方，式 (4.9) のうち，非定常項は式 (4.5) の速度ポテンシャルを用いて次のように書き換えられる．

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial \nabla \phi}{\partial t} = \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (4.12)$$

従って，式 (4.7) に示す Euler 方程式は次のように書き表わされる．

$$\nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 + \frac{p}{\rho} + gz \right) = 0 \quad (4.13)$$

式 (4.13) を積分すると

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (4.14)$$

となる．ここで $C(t)$ は時間の関数である．式 (4.14) が非定常，非回転流れの Bernoulli 方程式である．

境界条件

境界条件について考える．流体の境界面の形が

$$F(x, y, z, t) = 0 \quad (4.15)$$

で与えられるとする．境界面上の各点において，流体の境界面に対する相対速度の法線方向成分は 0 である．なぜならば，もし流体と個体もしくは二つの流体の相対速度が異なるならば，両者の間が真空状態となるか一方が他方に食い込んでいくことになるからである．それゆえ，相対速度は境界面の接平面の方向をもつ．したがって，微小時間 Δt 内における境界面上の流体粒子の運動は境界面に沿って行われる．時刻 t での流体粒子の位置を $\mathbf{r}(x, y, z)$ ，流速を $\mathbf{u}(u, v, w)$ とすれば，時刻 $t + \Delta t$ においてその位置は $\mathbf{r} + \mathbf{u}\Delta t$ であり，境界面上にあるから，式 (4.15) より

$$F(x + u\Delta t, y + v\Delta t, z + w\Delta t, t + \Delta t) = 0 \quad (4.16)$$

と書ける．式 (4.16) から式 (4.15) を引いて Δt で割り， $\Delta t \rightarrow 0$ の極限をとると，

$$\frac{DF}{Dt} = 0 \quad (4.17)$$

が得られる．結局，式 (4.15) と式 (4.17) が同時に成立することが一般的な境界条件である．

Dirichlet 双曲面

Longuet-Higgins (1983) は界面をポテンシャルディリクレ双曲面として解析を行い，水面の限界角を得ている．双曲面（二葉双曲面，図 4.16 参照）の界面の形は，半軸を a, b, c とするなら

$$F = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0 \quad (4.18)$$

で与えられる．時間 t のみの関数であり，時間微分を $(\dot{})$ であらわすと，式 (4.17) の一般的な境界条件は，

$$\frac{DF}{Dt} = -2\frac{x^2}{a^3}\dot{a} + 2\frac{y^2}{b^3}\dot{b} + 2\frac{z^2}{c^3}\dot{c} + 2\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{x}{a^2} - 2\frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{y}{b^2} - 2\frac{\partial\phi}{\partial z}\frac{z}{c^2} = 0 \quad (4.19)$$

となり，これは

$$\phi = \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{a}}{a}x^2 + \frac{\dot{b}}{b}y^2 + \frac{\dot{c}}{c}z^2 \right) \quad (4.20)$$

によって満足される．ここで求められた速度ポテンシャルは楕円体などの場合と同一である．速度ベクトルは，

$$\nabla\phi = \left(\frac{\dot{a}}{a}x, \frac{\dot{b}}{b}y, \frac{\dot{c}}{c}z \right) \quad (4.21)$$

であり，式 (A.13) に示す非圧縮性流体の連続式から

$$\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c} = 0 \quad (4.22)$$

である．また

$$abc = 2L^3 \quad (4.23)$$

は一定である．

式 (4.14) に示す Bernoulli 方程式 より，重力を無視すると圧力 p は次のように求められる．

$$-2\frac{p}{\rho} = 2\frac{\partial\phi}{\partial t} + (\nabla\phi)^2 + C(t) = \left(\frac{\ddot{a}}{a}x^2 + \frac{\ddot{b}}{b}y^2 + \frac{\ddot{c}}{c}z^2 \right) + C(t) \quad (4.24)$$

また

$$-2\frac{1}{\rho}\frac{Dp}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \nabla\phi \cdot \nabla\right)(-2p) = \left(\frac{a\frac{d\ddot{a}}{dt} + \dot{a}\ddot{a}}{a}x^2 + \frac{b\frac{d\ddot{b}}{dt} + \dot{b}\ddot{b}}{b}y^2 + \frac{c\frac{d\ddot{c}}{dt} + \dot{c}\ddot{c}}{c^2}z^2\right) + \dot{C}(t) \quad (4.25)$$

となる. p や Dp/Dt はどちらも同一界面上でゼロとなるので, 式 (4.24) と式 (4.25) において, 対応するそれぞれの項は同じ比をとる. したがって,

$$\frac{1}{\ddot{a}}\frac{d\ddot{a}}{dt} + \frac{1}{a}\frac{da}{dt} = \frac{1}{\ddot{b}}\frac{d\ddot{b}}{dt} + \frac{1}{b}\frac{db}{dt} = \frac{1}{\ddot{c}}\frac{d\ddot{c}}{dt} + \frac{1}{c}\frac{dc}{dt} = \frac{\dot{C}(t)}{C(t)} \quad (4.26)$$

となり, 上式の積分によって

$$a\ddot{a} = K_1 C(t), \quad b\ddot{b} = K_2 C(t), \quad c\ddot{c} = K_3 C(t) \quad (4.27)$$

を得る. ここで K_i は定数である. $K_1 = -1, K_2 = K_3 = 1$ とすると, 式 (4.27) から次式を得る.

$$a\ddot{a} = -b\ddot{b} = -c\ddot{c} = -C(t) \quad (4.28)$$

また式 (4.22) で示す連続式は次のように書き換えられる.

$$\dot{a}\ddot{a} - \dot{b}\ddot{b} - \dot{c}\ddot{c} = 0 \quad (4.29)$$

式 (4.29) を積分すると次のようになる.

$$\dot{a}^2 - \dot{b}^2 - \dot{c}^2 = U \quad (4.30)$$

ここで U は定数である. 軸対象流れでは,

$$c = b \quad (4.31)$$

であり, 式 (4.23) と式 (4.30) はそれぞれ

$$ab^2 = 2L^3 \quad (4.32)$$

$$\dot{a}^2 - 2\dot{b}^2 = U^2 \quad (4.33)$$

のようになる. それゆえ

$$b = (2L^3)^{1/2}a^{-1/2} \quad (4.34)$$

となり, また

$$\dot{b} = -\left(\frac{1}{2}L^3\right)^{1/2}\dot{a}a^{-3/2} \quad (4.35)$$

である．式 (4.35) を式 (4.33) を代入すると，次式が得られる．

$$\dot{a}^2 \left(1 - \frac{L^3}{a^3}\right) = U^2 \quad (4.36)$$

よって

$$Ut = \pm \int_1^\alpha \left(1 - \frac{L^3}{a^3}\right)^{1/2} da \quad (4.37)$$

となる．この式の右辺は楕円積分の形となっている．

ここで各変数の無次元化を行う．

$$\alpha = \frac{a}{L}, \quad \beta = \frac{b}{L}, \quad \tau = \frac{Ut}{L} \quad (4.38)$$

式 (4.32) は次のようになる．

$$\alpha\beta^2 = 2 \quad (4.39)$$

また式 (4.37) は次のようになる．

$$\tau = \int_1^\alpha (1 - \alpha^{-3})^{1/2} d\alpha \quad (4.40)$$

漸近線間の角度 2γ (図 4.16 参照) は

$$\tan\gamma = \frac{b}{a} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{2^{1/2}}{\alpha^{3/2}} \quad (4.41)$$

となる．また頂点における流速 $\dot{a}$ は次のようになる．

$$\dot{a} = \frac{U}{(1 - \alpha^{-3})^{1/2}} \quad (4.42)$$

式 (4.40) において $\alpha \rightarrow 1$ のときを考える． $\alpha = 1 + \eta$, $\eta > 0$ とすると，式 (4.40) は

$$\tau = \int_0^\eta (1 - (1 + \eta)^{-3})^{1/2} d\eta \sim \frac{2}{\sqrt{3}} \eta^{3/2} \quad (4.43)$$

となる．従って，

$$\alpha \sim 1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \tau\right)^{2/3} \quad (4.44)$$

である．それゆえ，式 (4.41) は次のようになる．

$$\tan\gamma = 2^{1/2} \left(1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \tau\right)^{2/3}\right) \quad (4.45)$$

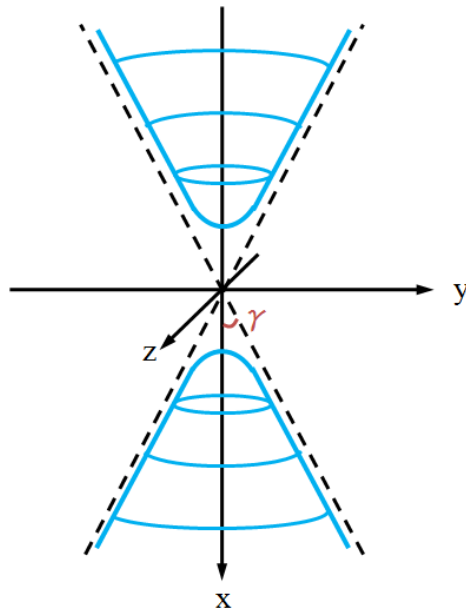


図 4.16 二葉双曲面

また, $\dot{a}$ は

$$\dot{a} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}} U \tau^{-\frac{1}{3}} \quad (4.46)$$

となる.

上式より, $t \rightarrow 0$ の時, 速度 $\dot{a}$ は無限になることがわかる. つまり式 (4.46) は, 限界角が次のようになる事を示している.

$$\lim 2\gamma = 2\arctan 2^{1/2} = 109.47^\circ \quad (4.47)$$

この限界角において水面は不安定となり, 異なるステートへと遷移する. すなわち, この限界角を超過するかどうかによって気泡生成が行われるか否かが決定できるとすると, これを表す水面形状関数は次のように考えられる.

$$S = H(\theta \geq 109.47^\circ) \quad (4.48)$$

ここで, H はヘビサイド関数である.

4.5.2 混入気泡の径

ここでは混入気泡の径をモデル化する. Kolmogorov (1949) や Hinze (1955) によると, 高レイノルズ領域における気泡および液滴は界面に働く力が表面張力を上回るによって分裂する.

いま、ボイド率が低く、気泡群が流体運動に与える影響が十分小さいものと仮定する。また流速場は Kolmogorov の慣性小領域で記述できるものとする。この時、気泡径 d は次式で定義される Weber 数

$$We = (\rho/\gamma)u^2d \quad (4.49)$$

に慣性小領域の速度スケール

$$u^2 = 2\epsilon^{2/3}d^{2/3} \quad (4.50)$$

を代入することによって次のように求まる (Garret et al, 2000).

$$d = 2^{-3/5}\epsilon^{-2/5}\left(\frac{\gamma}{\rho}We\right)^{3/5} \quad (4.51)$$

つまりエネルギー散逸 ϵ が与えられれば乱れに対応した気泡径が与えられることになる。

ジェット流体の流入は水面下において典型的なせん断流となり、強い乱れが生成される。この乱れは不安定水面を変動させ、直接的に気泡を生成する支配パラメータとなる (3.2 節参照)。Deane and Stokes (2002) と同様に、小スケールの乱れが水面を分断し気泡を形成すると仮定すると、3.4 節で示したように次式によって形成される気泡径を決定できる。

$$d = 2^{-3/5}\epsilon^{-2/5}\left(\frac{\gamma}{\rho}We_{cr}\right)^{3/5} \quad (4.52)$$

4.5.3 混入気泡数

ここでは、混入気泡の数を決定するパラメータについて決定する。気泡数は水面の振動周波数に依存して定められる。つまり、楔点のパルセーションにより先端が放出され新たな楔形状が形成される。水面振動は乱れが支配するため、周波数と乱れの関係が必要である。また、この周波数は水面の振動の結果、周波数固有の径の気泡を生成するものと考えられる。

Rayleigh - Plesset 方程式

気泡の収縮・膨張運動についての理論的な研究は Rayleigh (1917) などによって古くから行われている。Rayleigh (1917) の解析は、Plesset and Prosperetti (1977) によって、非圧縮性流体の仮定の下で拡張された。

以下に導出する Rayleigh - Plesset 方程式は非圧縮流体中の単一球形気泡の収縮・膨張運動を支配する方程式である。

気泡中心に原点をとる 3 次元極座標系を考える (図 4.17 参照)。また気泡の運動は球対称、運動する方向は半径方向のみを考える。そのため運動を支配する物理量は気泡中心からの距離 r , 時刻 t のみの関数であり、非回転流れ、つまりポテンシャル流れとなる。

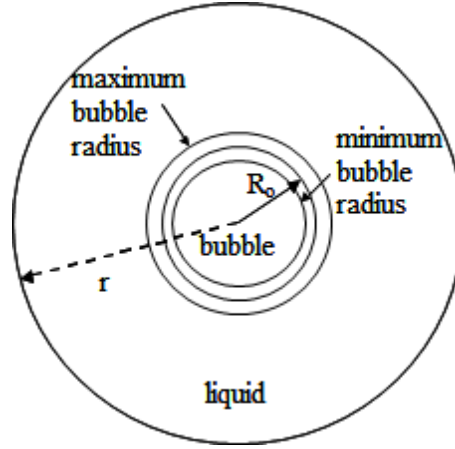


図 4.17 流体内で振動する気泡

半径方向の液相流速 u_l は速度ポテンシャル ϕ を用いると次のように表わされる.

$$u_l = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (4.53)$$

重力を無視し, 式 (4.14) に示す Bernoulli 式を, 任意の距離 r と ∞ において適用する. 気泡中心からの距離が ∞ においては

$$\phi_\infty = 0 \quad (4.54)$$

$$u_l = \frac{\partial \phi_\infty}{\partial r} = 0 \quad (4.55)$$

なので次式を得ることができる.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{\rho} (P - P_\infty) = 0 \quad (4.56)$$

ここで,

$$r^2 u_l = \text{const} \quad (4.57)$$

であり, 気泡界面 $r = R$ での流速は

$$u_l(R, t) = \frac{dR}{dt} \quad (4.58)$$

であることから,

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{R^2}{r^2} \frac{dR}{dt} \quad (4.59)$$

である. 上式を r について積分した後で, t について微分すると, 次式を得る.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = - \left(\frac{2R}{r} \left(\frac{\partial R}{\partial t} \right)^2 + \frac{R^2}{r} \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} \right) \quad (4.60)$$

式 (4.59) と式 (4.60) を式 (4.56) に代入する．気泡界面を考えているので $r = R$ となり，結局

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho} (P - P_\infty) \quad (4.61)$$

となる．上式が Rayleigh - Plesset 方程式である．ここで界面での圧力 P は半径方向の応力および表面張力の釣り合いから次のように求まる．

$$P = P_g - \frac{2\sigma}{R} - 4 \frac{\mu_l}{R} \frac{dR}{dt} \quad (4.62)$$

P_g は気泡内の圧力である．気体がポリトロピック流体であると仮定すると，

$$P_g V^\kappa = P_{g0} V_0^\kappa \quad (4.63)$$

が成り立つ．ここで， κ は比熱比， V は気泡の体積， P_{g0} ， V_0 はそれぞれ気泡の半径が R_0 の時の気泡内の圧力と体積である．したがって

$$P_g = P_{g0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\kappa} \quad (4.64)$$

となる．

気泡の固有振動数

気泡の半径 R は次のように表現できる．

$$R(t) = R_0(1 + x(t)) \quad (4.65)$$

表面張力の影響を無視し，単純な圧縮・膨張過程を仮定するならば，式 (4.61) より，角固有振動数 ω は次のように求められる．

$$\omega_0 = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3\kappa P_{g0}}{\rho}} \quad (4.66)$$

したがって，気泡の固有振動数 f は

$$f = \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3\kappa P_{g0}}{\rho}} \quad (4.67)$$

となる．最後に，気泡数を決定するパラメータをモデル化する．気泡数は水面の振動周波数に応じて与えられる．つまり，gasfilm 先端部のパルセーションにより隣り合う水面が結合，分離を繰り返し，この周波数に応じて気泡が放出されるので，この周波数はその径

に応じた振動系として与えられる固有周波数と等価であると考えられる．気泡の固有周波数は，単純膨張圧縮過程を仮定すると次のように与えられる．

$$\sigma = \frac{1}{\pi d} \sqrt{\frac{3\kappa p_0}{\rho}} \quad (4.68)$$

ここで， p_0 は気圧である．式 (4.52) を代入すると，

$$\sigma = \frac{1}{\pi} 2^{3/5} \epsilon^{2/5} \left(\frac{\gamma}{\rho} We_{cr} \right)^{-3/5} \left(\frac{3\kappa p_0}{\rho} \right)^{1/2} \quad (4.69)$$

よって，微小時間 Δt 間に生成される気泡数 $N(d)$ は，

$$N(d) = \sigma(\epsilon) S n \Delta t \quad (4.70)$$

と与えられる．ここで， n は単位時間内に1つの計算格子内で発生する気泡の総数である．

計算グリッド内の気泡混入数は $S = 1$ となる水面の高曲率線分 L を使って，単純に次のように与える．

$$n = \frac{L}{d} = C \frac{\Delta}{d} \quad (4.71)$$

ここで， C は定数であり，本計算では単純に $C = 1$ とした．

4.5.4 数値計算法

本章で提案する気泡混入モデルの妥当性を検証するため，鉛直流速 2.52m/s で円柱状ジェット (直径 0.1m) を矩形数値水槽内の静水に流入させ，その結果生じるエアレーション過程について数値計算を行った．気泡混入モデルによって発生した気泡は第2章で提案したモデルによって追跡し，乱れとの相互作用を含む気液二相流を計算する．流体の計算スキームは第2章と同様である．すなわち，水面の移流は Level-set 法を導入し，運動方程式は CIP 法と予測子修正子法によって計算し，圧力方程式は Multigrid 法を適用した．自由水面には力学的境界条件を満足させるスキームを適用し，正しく局所水面形が再現されることになる．計算時間間隔，格子間隔は $3.12 \times 10^{-4} \text{sec}$ ， 1.0cm を与えた．図 4.18 に計算領域を表わす．初期水深は 0.3m である．側方には周期境界条件を与え，底面には nonslip 条件を与えた．なお，これ以降，次元が記されていない全ての変数は無次元化されている．

4.5.5 数値計算結果

定常ジェットの静水中への流入に伴う混入気泡について，本章で提案する気泡混入モデル及び第1章で提案した気液 two-way 確率モデルを適用し，その特徴と碎波のエアレーション問題への適用の可能性を調査した．ジェットの極近傍では水位が局所的に低下し高

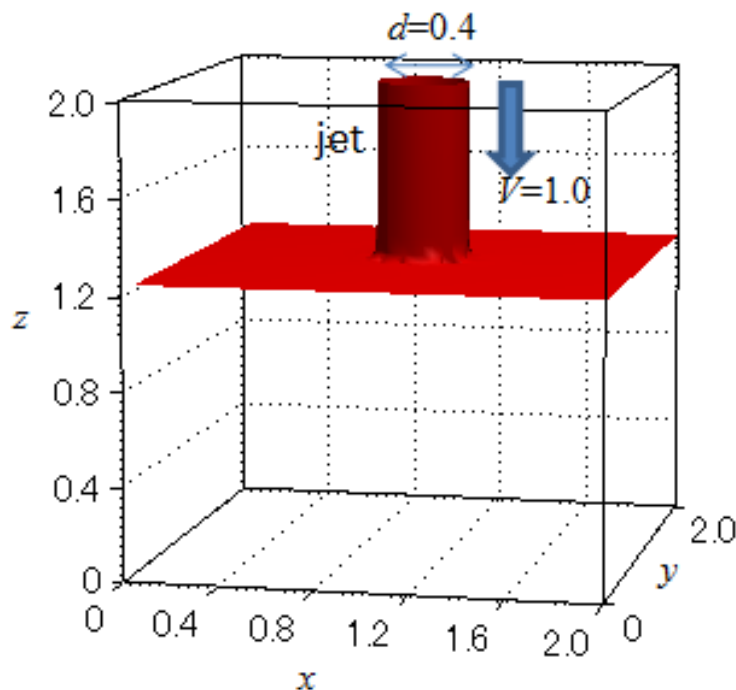


図 4.18 計算領域

曲率キャビティーが形成される．本モデルによって，気泡はそのキャビティーの高曲率部においてジェット水のせん断面近傍の高強度乱れが発生する位置を中心に混入し，ジェット軸を囲むように下方へ移流される (図 4.19)．

抗力と浮力相対性から小径気泡は急速に輸送され，逆に，特にジェット軸の外縁の大径気泡は浮上し水面近傍で流れ及び自由水面の変動に影響を与える．静水面に近いほど気泡数が多く，キャビティーに近いほどボイド率が高い傾向がある (図 4.20)．

気泡の混入開始から 1.0 s 後に流体中に存在する全気泡のサイズスペクトルを計算した (図 4.21)．直径約 1mm 程度に最大スペクトルピークが現れ，それより大径側に $-3/2$ 乗勾配が現れた．混入モデルの妥当性は実験結果との比較の下に検証されるべきであり，現在それができていない段階で物理的な解釈をすべきではないかもしれないが，この勾配は Deane and Stokes (2002) が明らかにした碎波下に混入される気泡サイズスペクトルの Hinze スケール以下の勾配と同一である (図 1.13 参照)．ジェットによる気泡混入と浮上とのバランスの中で，一意に決まるこの勾配の物理的解釈を今後調査すべきと考えている．

図 4.22 は，気泡の混入開始から 1.0 s 後の流体の流速及び SGS 乱れエネルギーに対して，気泡モデルを導入せずに無気泡の流れ場のそれらとの差を表したものである．特に

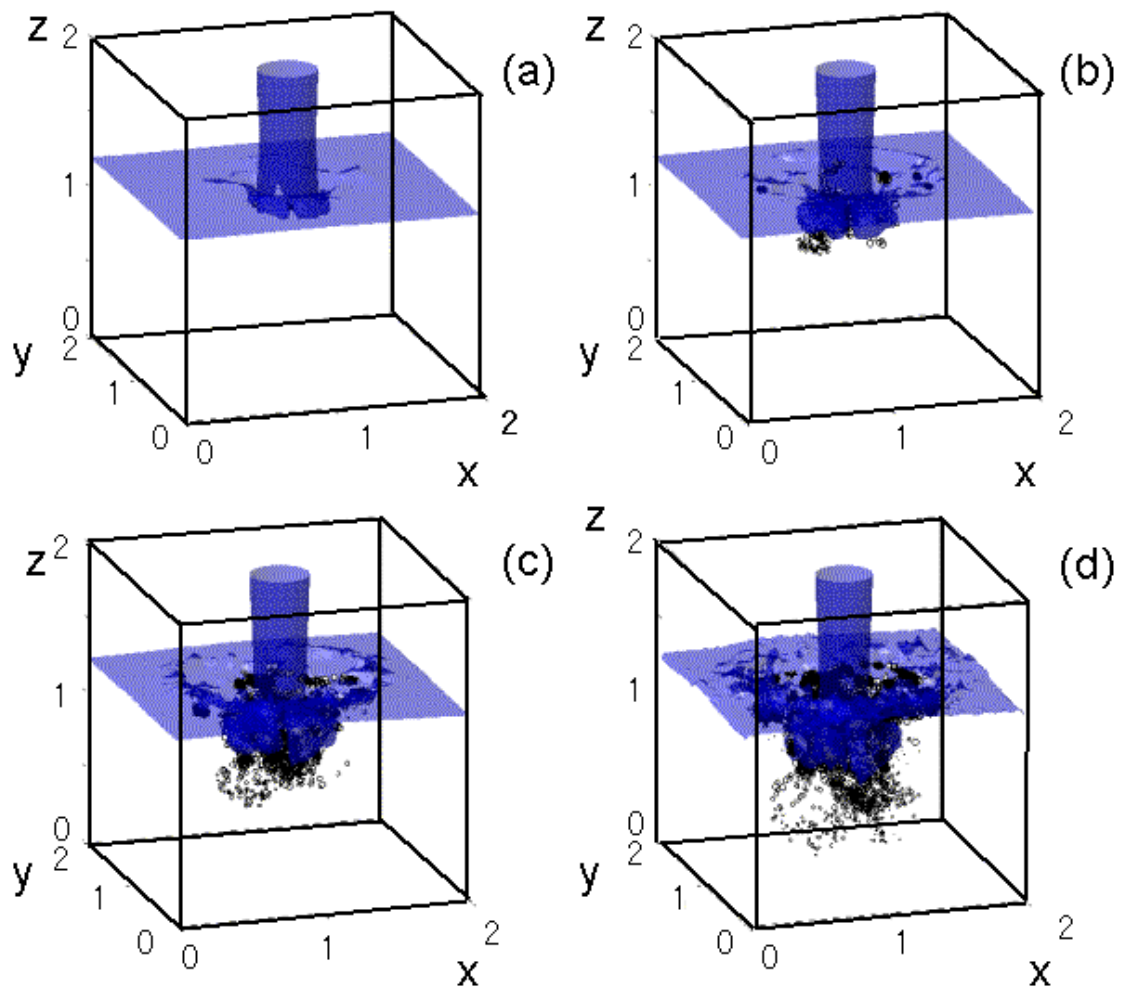


図 4.19 ジェットのキャビティーから水中へ混入する気泡群の様子. 時間間隔:0.04s.

キャビティー近傍のボイド率の高い領域では，流入ジェットの流れに匹敵する流速差が広域にわたって現われており，混入気泡が流体の平均流速場及び水面の変動に非常に大きな影響を与えているものとする．同様に同一の領域において，気泡混入時には，乱れエネルギーが顕著に強化されているのがわかる．キャビティー近傍における，この気泡混入に伴う乱れエネルギーの強化は，界面での気泡の更なる生成に寄与するため，相乗的に気泡生成と乱れ生成が促進されているものとする．

4.6 結論

ジェット下の気泡混入プロセスを調査した

- (1) 気泡が生成される限界キャビティー長さはジェットの流速に対して単調増加した．
- (2) ジェット下の混入気泡のサイズスペクトルは幅広く，ジェットの流速が速くキャビ

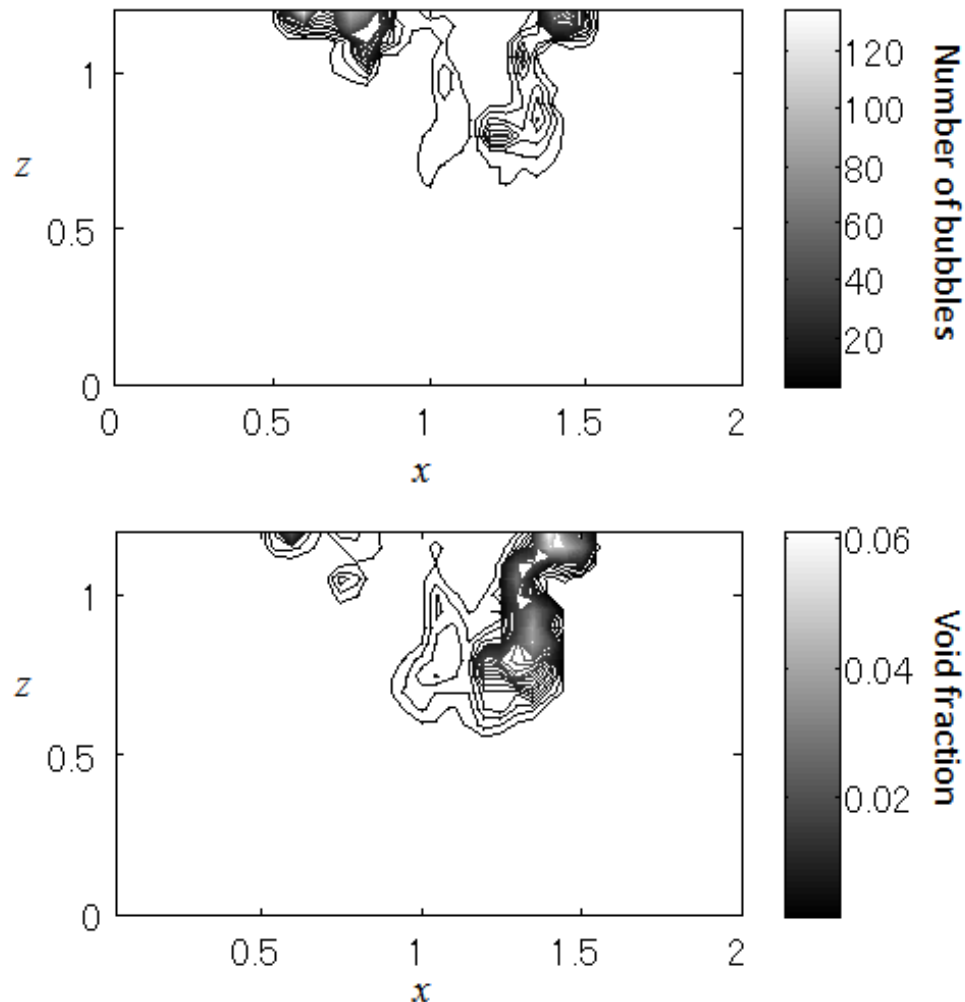


図 4.20 混入気泡数 (上) とボイド率 (下) の中央断面上の分布.

ティーが大きくなるほど、小径気泡が減少し、大径気泡が増大する傾向がみられる。また Dean and Stokes (2002) が示した勾配が現われた。

(3) ジェット下の溶存酸素濃度変化を計測した。ジェットによって発生する小径気泡は酸素輸送に大きな役割を果たす。

(4) 第3章で構築した酸素溶解ソースモデルをジェットによって発生した気泡サイズスペクトルに適用し、水槽内の溶存酸素濃度の時間変化を計算したところ、モデルによる計算結果は計測結果を概ね再現しており、本モデルが複雑な気液流れ中の気体輸送に対して矛盾無く適用可能であることが確認された。

(5) 高速撮影画像より、キャビティーの鉛直下方向への急速な伸長およびキャビティー

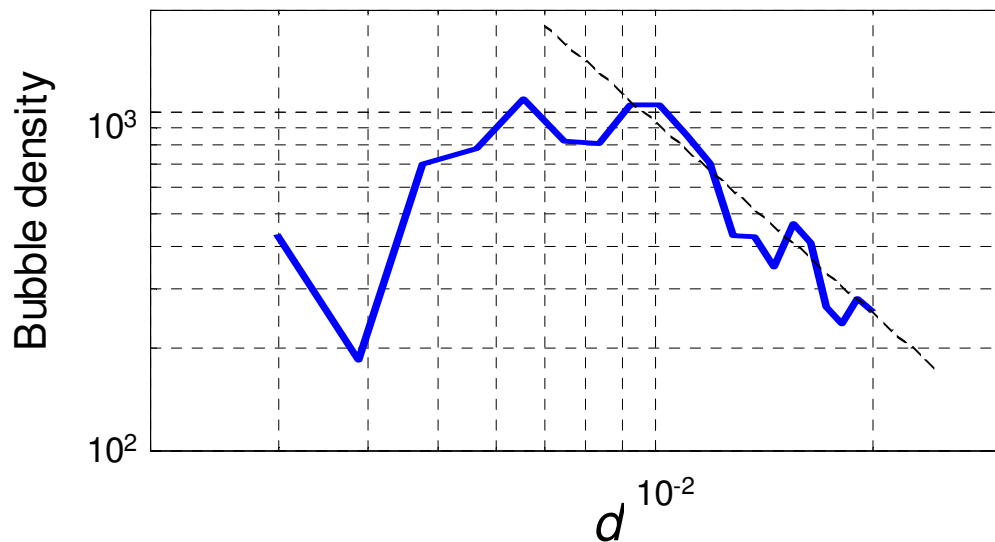


図 4.21 水中に存在する全気泡のサイズスペクトル.

幅の急激な収縮が観察された．LES による計算結果では，ジェットを囲むように鉛直方向に交互交代渦が形成されており，渦核もジェットと受け側水面の間より鉛直下向きに伸びていた．これらの結果はジェット下に形成される鉛直方向の渦がキャビティの発達に大きな役割を果たしている事を示唆している．

自由水面から気泡を生成放出する気泡混入モデルを提案した

(1) このモデルにより円柱ジェットの静水への着水に伴う気泡混入の特徴を考察したところ，ジェットの静水への流入着水点において高曲率のキャビティを形成し，安定限界を超えた高曲率部から気泡が放出され，混入気泡数及びボイド率はジェット軸の周辺で最も高くなる典型的な分布が再現された．

(2) 気泡の混入はキャビティ近傍の流速及び乱れエネルギーを大きく強化するため，さらに水面を不安定にして気泡の生成を促進するという相乗的なエネルギー輸送があるものと考えられる．

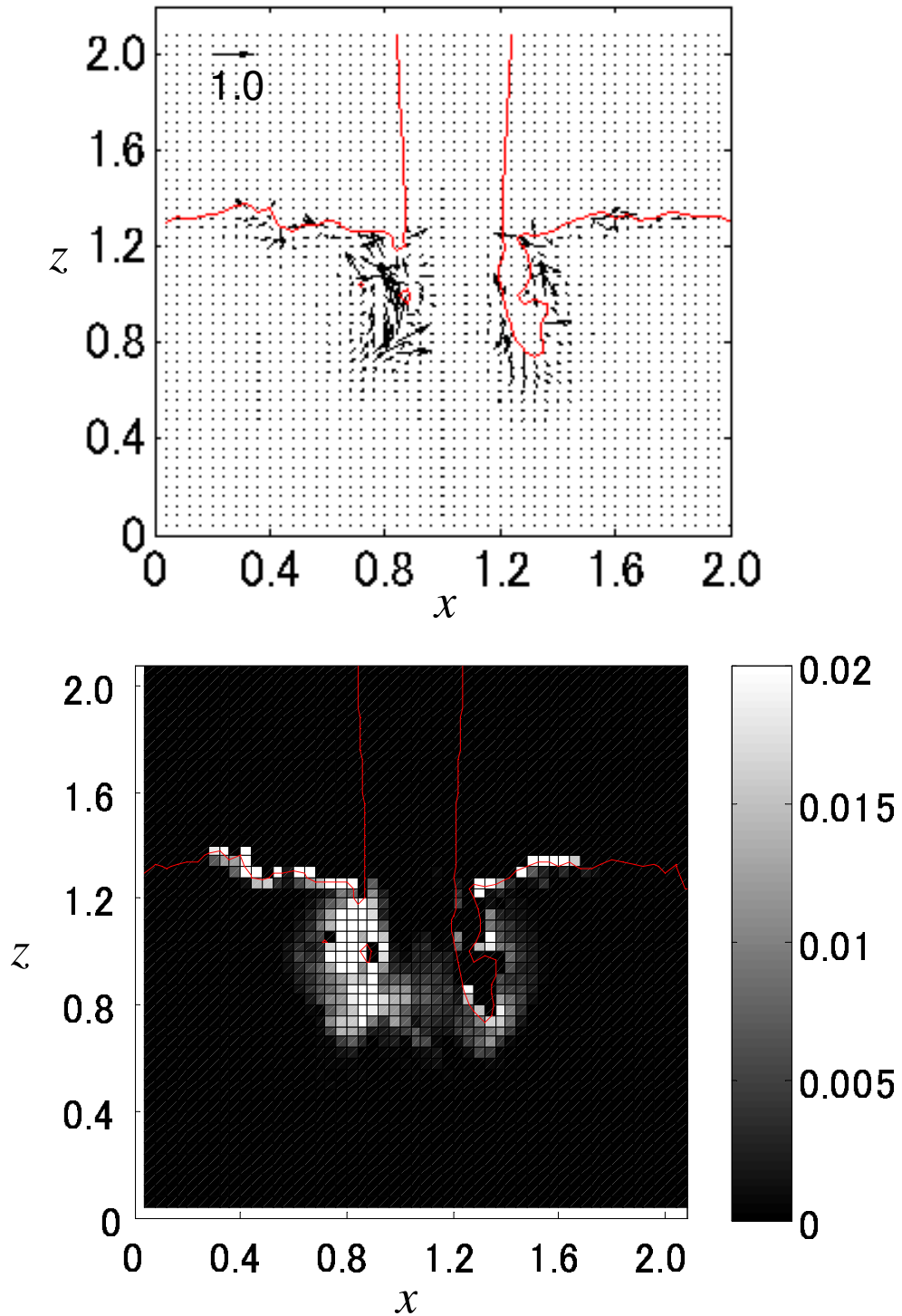


図 4.22 流体の流速 (上) 及び SGS 乱れエネルギー (下) に対する気泡モデルを導入した結果と無気泡流れ場の結果との差の分布.

参考文献

- [1] 今井功 (1973): 流体力学 (前編), 裳華房.
- [2] Bin, A. K. (1993): Gas entrainment by plunging liquid jets, *Chemical Engineering Science*, Vol.48, No. 21, pp. 3585 – 3630.
- [3] Chanson, H., S. Aoki and A. Hoque (2004): Physical modelling and similitude of air bubble entrainment at vertical circular plunging jets, *Chemical Engineering Science*, 59, pp. 747–758.
- [4] Deane G. B. and M. D. Stokes (2002): Scale dependence of bubble creation mechanisms in breaking waves, *Nature*, 418, pp. 840-844.
- [5] Hinze, J. O., (1955): Fundamentals of the Hydrodynamics mechanism of splitting in dispersion processes, *Amer. Inst.Chem. Eng. J.*, 1, pp. 289–295.
- [6] Garrett, C., M. Li, D. Farmer (2000): The connection between bubble size and energy dissipation rates in the upper ocean, *J. Phys. Oceanogr.*, 30 pp. 2163-2171.
- [7] Kolmogorov, A. N. (1949): O droblenii kapel'v turbulentnom potoke, *Dokl. Akad. Nauk USSR*, 66(15), pp. 825–828.
- [8] Lamb, H. (1932): *Hydrodynamics*, Cambridge University Press.
- [9] Longuet-Higgins M. S. (1983): Bubbles, breaking waves and hyperbolic jets at a free surface, *J. Fluid Mech.*, Vol. 127, pp. 103-121.
- [10] McKeogh, E. J. and D. A. Ervine (1981): Air entrainment rate and diffusion pattern of plunging liquid jets, *Chemical Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1161–1172.
- [11] Plesset M. S. and A. Prosperetti (1977): Bubble dynamics and cavitation, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 9, pp. 145-185.
- [12] Rayleigh, Lord (1917): On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity, *Philos. Mag.*, 34, No. 200, pp. 94-98.

第 5 章

気泡流中の力学機構に基づく酸素輸送フラックスモデル

5.1 はじめに

沿岸環境評価の主要な指標の一つである海中溶存酸素濃度は、砕波に伴うエアレーションに大きく左右される (Farmer et al., 1993). 外洋では主として風速をパラメータとするマクロな気体輸送モデル (Wanninkhof et al., 1993) によって海中溶存酸素濃度の予測が行われているが、沿岸域では気体輸送を支配する混入気泡量や気泡サイズ分布が砕波ジェットの着水過程に依存する他、溶解した酸素を拡散し、ソースである気泡自体をも移流させる砕波乱流は砕波規模、砕波形態に応じて輸送形態を大きく変化させる。既存のバルクモデルではこれらのプロセスを記述できず、海中溶存酸素濃度の定量的予測は不可能である。

そこで本章では砕波イベントを通じて発生する個々の気泡から溶解する酸素をインテグレートするマイクロスケールからのアプローチとして、本論文 2 章で構築した気泡-乱流 two-way モデルと、第 3 章で構築した気泡からの酸素溶解ソースモデル、第 4 章で構築した気泡混入モデルを統合する事で、ジェット下に形成される気泡流中の気泡 - 乱流間相互作用を経由した酸素輸送拡散モデルを構築する。

5.2 基礎方程式

第 2 章で構築した気泡-乱流 two-way モデルは、気泡の抗力項を含むフィルター操作した Navier-Stokes 式 (式 (2.81)), 気泡-乱れ作用項を含む SGS 乱れエネルギー輸送方程式 (式 (2.88)), 一般化された Langevin 方程式に基づく気泡の確率方程式 (式 (2.4), 式 (2.24), 式 (2.54)) をそれぞれ相互に連成する方程式系により構成されている。

第3章で述べたように個々の気泡からの酸素フラックスは

$$I = \pi d^2 k (C_S - C) \quad (5.1)$$

$$k = 0.135d + 0.0003 \quad (5.2)$$

$$C_S = \frac{\alpha}{RT} \left(P_a + P_w + \frac{4\gamma}{d} \right) \quad (5.3)$$

で表わされ、気泡サイズ及び初期濃度を与える事で酸素輸送フラックスを評価可能である。気泡から溶解した酸素の分布は以下に示す移流拡散方程式によって決定される。

領域内にソースが存在する場合、単位時間あたりに dV 中に現れる物質を $S_0 dV$ とする。任意の体積 V において

$$\int \frac{\partial C}{\partial t} dV = \oint \mathbf{j} d\mathbf{S} + \int S_0 dV \quad (5.4)$$

となり、式 (5.4) より次式が導ける。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v} \text{grad})C = \nabla \cdot (D \nabla C) + S_0 \quad (5.5)$$

デカルト座標系において式 (5.5) は

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{1}{Sc} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_T \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) \right) + Q_0 \quad (5.6)$$

ここでソース項 Q_0 は次のように表わされる。

$$Q_0 = \frac{1}{\Delta^3} \sum_n^N I \quad (5.7)$$

また

$$D = \frac{\mu_T}{Sc} \quad (5.8)$$

であり、 Sc はシュミット数、 μ_T は渦動粘性係数

$$\mu_T = C_\mu q_{sgs}^{1/2} \Delta \quad (5.9)$$

である。

5.3 計算条件

自由水面を持つ流れに対して第4章と同一のスキームで計算を行った。すなわち、水面の移流は Level-set 法を導入し、運動方程式は CIP 法と予測子修正子法によって計算し、

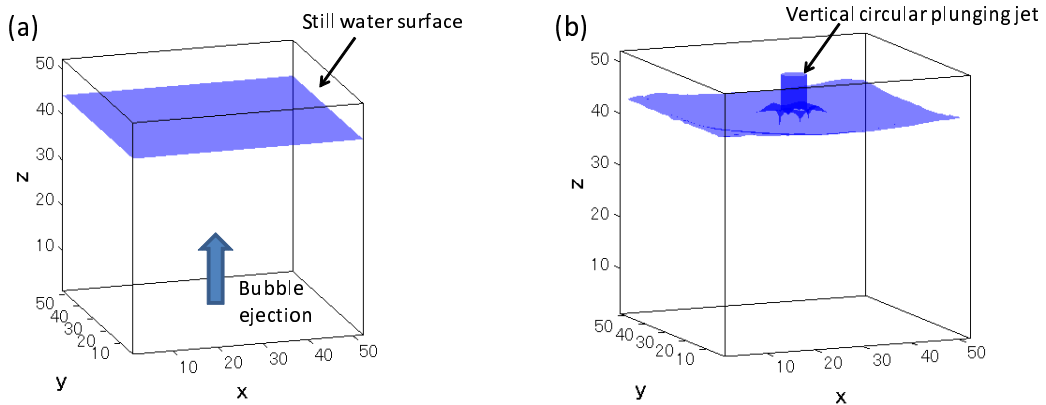


図 5.1 数値水槽.

圧力方程式は Multigrid 法を適用した．自由水面には力学的境界条件を満足させるスキームを適用した．SGS 乱れエネルギー輸送方程式，移流拡散方程式に対しても運動方程式と同一の方法を適用した．

本研究では2つのエアレーション過程の数値計算を行った．一つは，図 5.1(a) に示す静水状態の矩形水槽底部から固定気泡径 ($d = 2\text{mm}$) のバブリングを行うものであり，一つは図 5.1(b) に示すように鉛直流速 2.17m/s で円柱状ジェット (直径 8.0mm) を矩形水槽内の静水に流入させ，第 6 章のモデルを導入して発生した気泡を追跡し，乱れとの相互作用を含む気液二相流内の酸素輸送を計算したものである．前者の計算時間間隔，格子間隔はそれぞれ， $1.06 \times 10^{-4}\text{sec}$ ， 2.5 mm ，後者は $1.68 \times 10^{-6}\text{ sec}$ ， 1.0mm を与えた．両計算に対する計算領域を図-2 に表わす．両水槽とも側方に周期境界条件を与え，底面には nonslip 条件を与えた．また $Sc = 400$ である．全ての変数は水深，流体の密度，重力加速度で無次元化されている．

5.4 計算結果

図 5.2 は本モデルによって計算された気泡プルーム中の溶存酸素濃度の時間変化 (バブリング開始より 0.1059sec – 0.5723sec) を示している．バブリング開始直後では気泡の極近傍あるいは気泡軌道の背後のみに溶存酸素が分布しており，気泡から酸素が溶解し，気泡が引き起こす液相乱れによって拡散している様子が表わされている．また，同一ポイントから連続して気泡をリリースしたため，バブリング開始直後では溶存酸素は底面近傍の気泡の気泡が共通して通る領域で高濃度となる．やがてソースである気泡の上昇，拡散とともに溶存酸素の溶解領域も広がっていくとともに，気泡が引き起こす鉛直上向き流速によって酸素高濃度領域も上方に移流される．

図 5.3, 図 5.4, 図 5.5, 図 5.6 に，それぞれジェット下でのボイド率の等値面，流速，

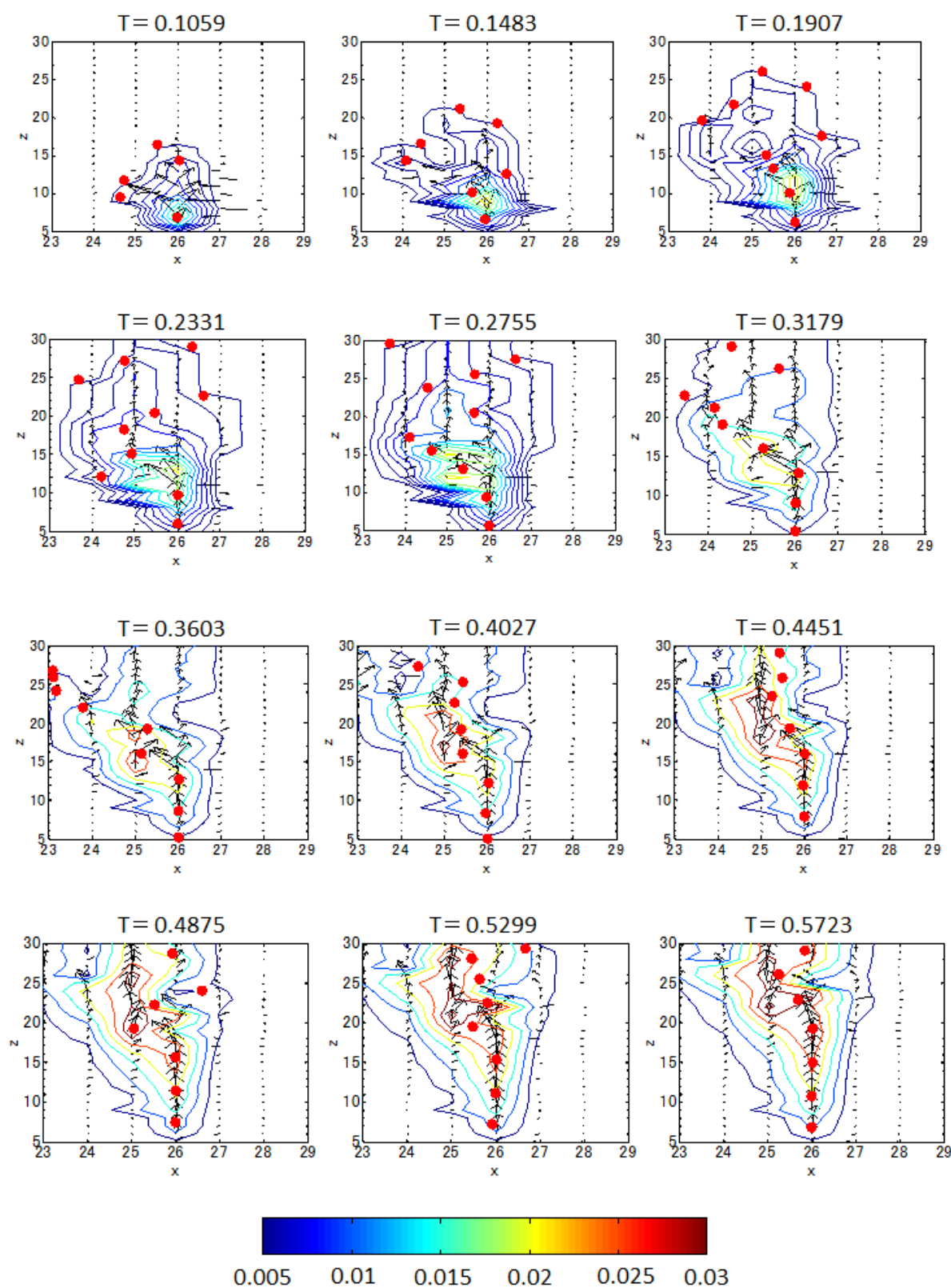


図 5.2 気泡プルーム中の溶存酸素濃度変化 (赤プロット：気泡位置，矢印：流速ベクトル，等高線：溶存酸素濃度)。

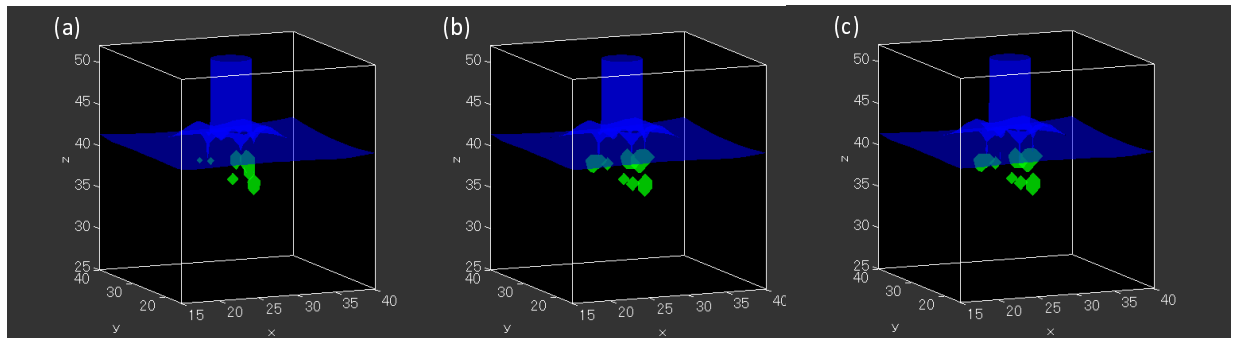


図 5.3 ジェット下のボイド率の等値面の時間変化.

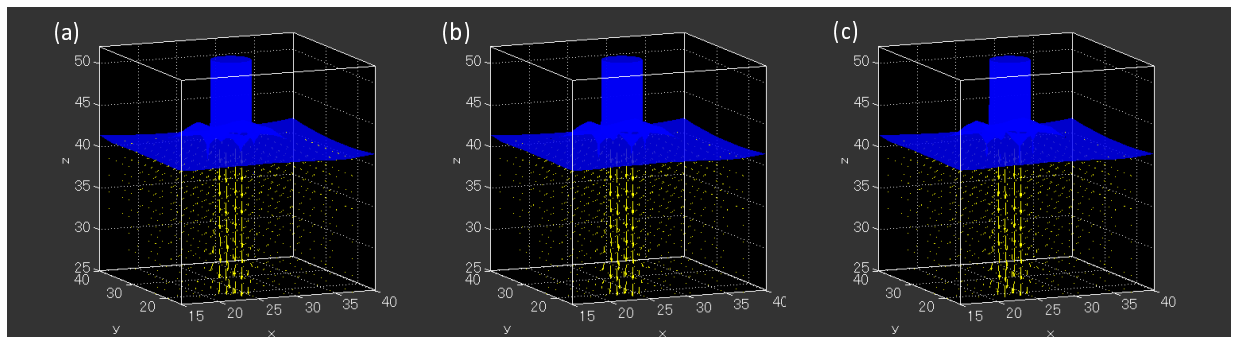


図 5.4 ジェット下の流速分布の時間変化.

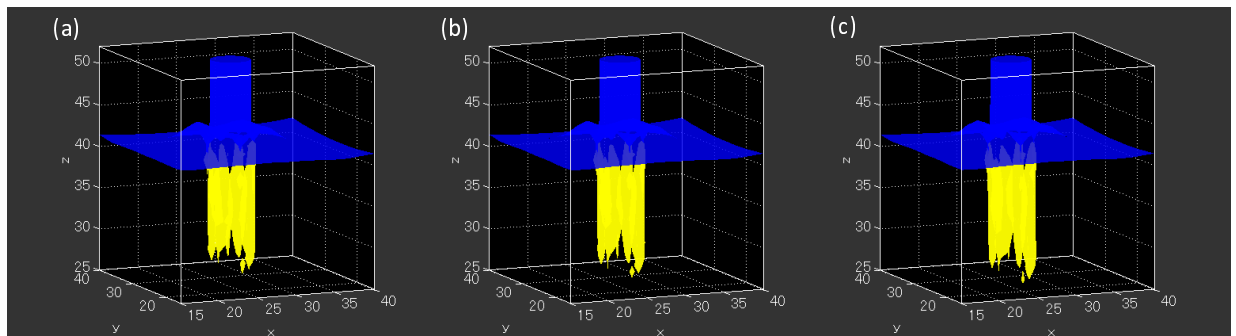


図 5.5 ジェット下の SGS 乱れエネルギーの等値面の時間変化.

SGS エネルギーの等値面，溶存酸素濃度の等値面の時間変化を示す．キャビティーから混入した気泡から溶解した酸素はせん断流れと混入気泡の影響を受けてキャビティー近傍で発達した乱れの影響で拡散し，またジェット下に形成される強い鉛直下向きの流速によって移流されていく．

本モデルによる計算結果は気泡からの酸素溶解，気泡並びに溶解した酸素の乱流中での移流拡散を再現しているものとする．

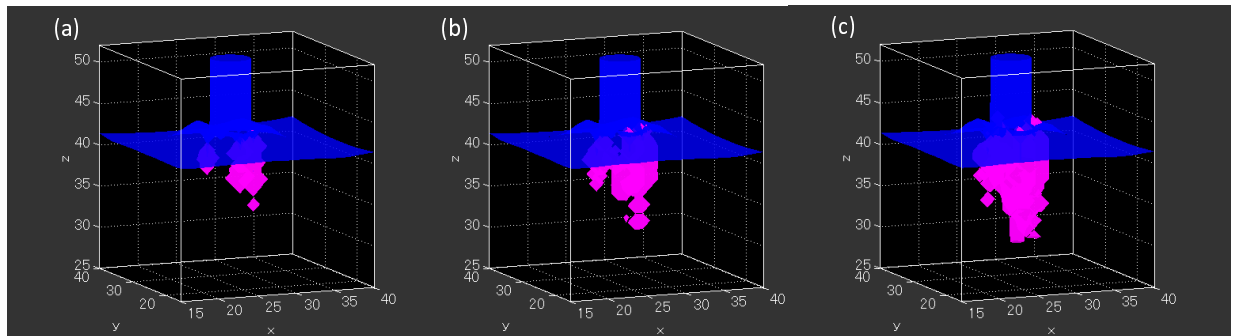


図 5.6 ジェット下の溶存酸素濃度の等値面の時間変化.

5.5 結論

個々の混入気泡から溶解する酸素をインテグレートする，気液混相乱流中の力学機構に基づく酸素輸送フラックスモデルを構築した．

(1) モデルを用いて気泡プルーム中の溶存酸素濃度変化を計算したところ，上昇する気泡の背後で高い溶存酸素濃度が現われ，気泡の軌道が集中する領域で酸素濃度が高くなる．気泡から溶解した酸素は上昇気泡群が作り出す上向きの流れ及び，液相乱れによって移流拡散される．

(2) モデルを用いてジェット下に形成される気液混相乱流場の溶存酸素濃度変化を計算した．はじめ気泡が混入するキャビティー近傍で溶解した酸素はジェット下の液相乱れによって拡散し，またジェットによる強い鉛直下向きの流れによって移流される．

(3) 本モデルは既存のバルクモデルでは不可能な気泡流中の局所的，瞬間的な水中溶存酸素濃度変化を捉えることが可能である．

参考文献

- [1] Farmer, D. M., C. L. McNeil and B. D. Johnson (1993): Evidence for the importance of bubbles in increasing air-sea gas flux, *Nature*, 361, pp. 620-623.
- [2] Jähne, B. and H. Haubecker (1998): Air-water gas exchange, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30, pp. 443-468.
- [3] Liss, P. and L. Merlivat (1986): Air-sea gas exchange : introduction and synthesis. In P. Buat-Menard (Ed), *The role of air-sea gas exchange in geochemical cycling*, pp. 113-127.
- [4] Wanninkhof, R., W. Asher, R. Weppernig, H. Chen, P. Schlosser, C. Langdon, and R. Sambrotto (1993): Gas Transfer Experiment on Georges Bank Using Two Volatile Deliberate Tracers, *J. Geophys. Res.*, 98, 20, pp. 237-20.

第 6 章

結論

本論文では、気液碎波乱流中の力学機構に基づく酸素輸送機構の解明に向けて、最新の流体画像計測技術と流体計算技術を用いて、気液二相流中の酸素輸送拡散の基礎的メカニズムを明らかにすると共に、複雑な碎波帯の気液混相乱流場にも適用可能な気泡流中の酸素輸送フラックスモデルの構築を行った。

以下に、本論文で得られた研究成果を総括し、本論文の結論とする。

固有の径で構成される気泡ブルームに Back-light 法や SR-PIV を適用し、気泡ブルーム中の気泡-乱流間相互作用を調査した。

(1) 気泡流中の小径気泡は典型的なジグザグ軌道を描いて上昇し、また気泡形状の変化が気泡運動の方向変化に連動している事が観察された。一方、大径気泡は直線的に上昇するものの、その形状は短い周期で激しく変動する。

(2) 平均ボイド率空間分布と液相流速分布、液相乱れエネルギー空間分布の相関は必ずしも高くなく、これまで気液二相流の運動学的特性の解析に用いられてきた平均ボイド率のみでは、気泡流の運動学的特性を把握できないことが明らかになった。

(3) 気泡によって引き起こされた液相乱流は気泡の並進運動に影響を与えるのみならず、気泡形状を変形させる。その結果引き起こされる気泡速度変動は再帰的に液相乱れを作り出す事が明らかとなった。

確率モデルを導入した BBO 方程式によって乱流中の気泡運動を記述した。

(1) SRPIV によって得られた平均流れ場をインプットデータとした気泡運動のシミュレーションでは、試行毎に異なる気泡軌道を描き、乱れエネルギーに応じて分散する気泡の様子が示された。

(2) 気泡形状の変化が少ない小径気泡の計算結果は実験結果とよく一致し、また計算による気泡速度の rms 値は乱流拡散係数と同様に気泡の等価直径の増加とともに単調増加

している事などから、本モデルを用いる事で液相乱れと気泡速度変動の関係を適切に再現可能であることが明らかになった。

(3) 一方で、大径気泡の気泡速度の rms 値は実験結果を大きく上回っており、気液二相流解析における液相乱れによる気泡変形並びに気泡の形状変化に伴う速度変動の重要性を示唆する結果となった。

気泡運動の確率モデルを LES に導入し、乱れ－平均流－気泡運動を相互にカップリングさせた two-way モデルを構成した。

(1) このモデルを静水中の底面ソース点から放出される気泡群をもつ流れへと適用し、気泡の速度、気泡の上昇によって引き起こされる鉛直流速、及び気泡運動に伴い誘発される乱れに着目し、その特徴を調査すると共に実験結果との照合を行った。

(2) 提案モデルによる計算結果は、既往の実験結果を安定した気泡運動が達成される領域において矛盾なく記述することができる。

(3) 本モデルによって気泡群の浮上に伴いその近傍に乱れが発生し、その乱れによって気泡運動の変動が促進されるという気泡－乱流間の再帰的エネルギーの輸送が再現された。

酸素イオン数に応じて紫外線蛍光強度が変化する蛍光試薬ピレン酪酸水溶液中に、気泡ブルームを発生させ、気泡サイズに応じた時空間的な酸素濃度変化の基礎的特性を調査し、実験結果を基に気泡サイズスペクトルを入力値とした個々の酸素輸送フラックスを評価するモデルを開発した。

(1) 蛍光輝度比と溶存酸素濃度の関係を示すキャリブレーション曲線は Stern-Volmer の関係に基づいて近似できる。

(2) 蛍光画像中の気泡陰影除去の画像処理手法を確立したことによって、気泡運動と溶存ガス濃度場の同時計測を行う事が可能となった。

(3) 気泡ブルーム周りの溶存酸素濃度空間分布を取得したところ、気泡近傍に溶存酸素濃度の高濃度領域が存在しており、気泡からの酸素溶解が観察できた。

(4) 時間とともに気泡近傍領域及び水槽全体の濃度が上昇し、その様相は構成気泡のサイズに大きく依存する。同一数密度ならば、大径気泡は小径気泡に比べ気泡表面積が大きく、また周囲流体の乱れへの寄与も大きくなるため酸素輸送・拡散は大きくなる。

(5) 溶存酸素濃度の水平分布をは気泡上昇軸上に最大値をもつ典型的な噴流に現れるようなガウス分布となり、気泡の放出時間と共に軸上の最大濃度は増加し、気泡流が引き起こす対流および乱れによって拡散輸送される。

(6) 小気泡では、側方への拡散輸送が大きい、大径気泡の case では、気泡が直線的に上昇するため気泡上昇の中心軸上の酸素濃度が高い。

(7) 海水では、同一条件同一時刻の純水での実験結果に比べ、溶存酸素濃度が高くなっている。これは海水中に溶け込む様々なイオンの効果により、純水中では見られなかった微小気泡が発生した事が原因である。

(8) 継続的な気泡の放出により、気泡1個当たりの酸素輸送への寄与は噴流周辺の濃度が徐々に高くなるため、時間と共に指数関数的に減少する。

(9) 実験結果より求めた純水での k は、小径気泡においては理論値とよく一致するが、気泡径の増大に伴って緩やかに減少する理論値とは対照的に気泡径に比例して大きくなる。界面のアクティブな変形による気泡内圧力の増加や液相の乱れを考慮していない理論値との間に乖離が生じたものと考えられる。

(10) 実験結果を基に気泡サイズ及び初期濃度を与えることで、気泡からの酸素輸送フラックスを評価可能なモデルを提案した。

ジェット下の気泡混入プロセスを調査した

(1) 気泡が生成される限界キャビティー長さはジェットの流速に対して単調増加した。

(2) ジェット下の混入気泡のサイズスペクトルは幅広く、ジェットの流速が速くキャビティーが大きくなるほど、小径気泡が減少し、大径気泡が増大する傾向がみられる。また Dean and Stokes (2002) が示した勾配が現われた。

(3) ジェット下の溶存酸素濃度変化を計測した。ジェットによって発生する小径気泡は酸素輸送に大きな役割を果たす。

(4) 第3章で構築した酸素溶解ソースモデルをジェットによって発生した気泡サイズスペクトルに適用し、水槽内の溶存酸素濃度の時間変化を計算したところ、モデルによる計算結果は計測結果を概ね再現しており、本モデルが複雑な気液流れ中の気体輸送に対して矛盾無く適用可能であることが確認された。

(5) 高速撮影画像より、キャビティーの鉛直下方向への急速な伸長およびキャビティー幅の急激な収縮が観察された。LES による計算結果では、ジェットを囲むように鉛直方向に交互交代渦が形成されており、渦核もジェットと受け側水面の間より鉛直下向きに伸びていた。これらの結果はジェット下に形成される鉛直方向の渦がキャビティーの発達に大きな役割を果たしている事を示唆している。

自由水面から気泡を生成放出する気泡混入モデルを提案した

(1) このモデルにより円柱ジェットの静水への着水に伴う気泡混入の特徴を考察したところ、ジェットの静水への流入着水点において高曲率のキャビティーを形成し、安定限界を超えた高曲率部から気泡が放出され、混入気泡数及びボイド率はジェット軸の周辺で最も高くなる典型的な分布が再現された。

(2) 気泡の混入はキャビティー近傍の流速及び乱れエネルギーを大きく強化するため、

さらに水面を不安定にして気泡の生成を促進するという相乗的なエネルギー輸送があるものと考えられる。

個々の混入気泡から溶解する酸素をインテグレートする，気液混相乱流中の力学機構に基づく酸素輸送フラックスモデルを構築した．

(1) モデルを用いて気泡プルーム中の溶存酸素濃度変化を計算したところ，上昇する気泡の背後で高い溶存酸素濃度が現われ，気泡の軌道が集中する領域で酸素濃度が高くなる．気泡から溶解した酸素は上昇気泡群が作り出す上向きの流れ及び，液相乱れによって移流拡散される．

(2) モデルを用いてジェット下に形成される気液混相乱流場の溶存酸素濃度変化を計算した．はじめ気泡が混入するキャビティー近傍で溶解した酸素はジェット下の液相乱れによって拡散し，またジェットによる強い鉛直下向きの流れによって移流される．

(3) 本モデルは既存のバルクモデルでは不可能な気泡流中の局所的，瞬間的な水中溶存酸素濃度変化を捉えることが可能である．

これを要するに本研究は，ジェット下の気泡混入プロセスを通じた気泡-乱流間相互作用，気泡流中の酸素輸送機構について実験またはパラメータ化を行い，碎波帯にも適用可能な気泡流中の力学機構に基づく酸素輸送フラックスモデルを構築するものであり，本研究成果は，近海域を対象とした定量的環境評価モデルの確立に多大な貢献をするものである．

付録 A

基礎方程式

A.1 連続式

本研究で構築した LES-stochastic 気泡-乱流モデルでは，その適用範囲を気泡数密度の低い流れ場と仮定している．流体内に存在する微小立方体 (図 A.1 参照) を考える．デカルト座標を考え，立方体の中心の座標を (x, y, z) とし，立方体のサイズは $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ とする．また流体の密度を ρ_f とし， x, y, z 方向の流速をそれぞれ u, v, w とすると，面 AECG に流入する質量流量は次のように表わされる．

$$\rho_f \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z \right) u \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z \right) \Delta y \Delta z \quad (\text{A.1})$$

式 (A.1) を Taylor 展開すると

$$\rho_f \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z \right) u \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, z \right) \Delta y \Delta z = \left(\rho_f(x, y, z) u(x, y, z) - \frac{\partial \rho_f u}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} + \dots \right) \Delta y \Delta z \quad (\text{A.2})$$

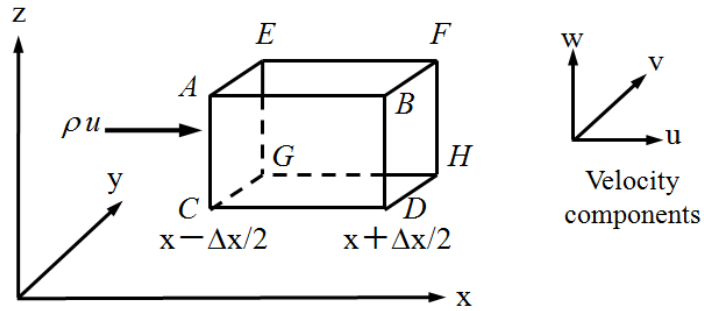


図 A.1 流体中の微小立方体

となる．一方，面 BDFH から流出する質量流量についても Taylor 展開を用いることによって次のように表わされる．

$$\left(\rho_f(x, y, z)u(x, y, z) + \frac{\partial \rho_f u}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} + \cdots \right) \Delta y \Delta z \quad (\text{A.3})$$

流入する質量流量から流出する質量流量を減じることによって立方体内の質量の増加率を求めることができる．式 (A.2) と式 (A.3) より，立方体微小要素の質量増加率に対する x 方向の寄与は

$$-\frac{\partial \rho_f u}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + O(\Delta x)^4 \quad (\text{A.4})$$

となる．式 (A.4) ではテイラー展開の高次項は無視している． y , z 方向についても同様に質量増加率に対する寄与を求めることによって立方体微小要素における質量の増加率を次のように表すことができる．

$$-\left(\frac{\partial \rho_f u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_f v}{\partial y} + \frac{\partial \rho_f w}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z + O(\Delta x)^4 \quad (\text{A.5})$$

ここで，微小時間 Δt 間における質量の増加は，

$$(\rho_f(t + \Delta t) - \rho_f(t)) \Delta x \Delta y \Delta z = \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t)^2 \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{A.6})$$

と表現することができる．この増加は Δt 間における微小要素外からの質量の流入に等しいので

$$\left(\frac{\partial \rho_f}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t)^2 \right) \Delta x \Delta y \Delta z = - \left(\frac{\partial \rho_f u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_f v}{\partial y} + \frac{\partial \rho_f w}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t + O(\Delta x)^4 \Delta t \quad (\text{A.7})$$

となる．式 (A.7) の両辺を $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$ で割り，微小要素の大きさおよび Δt を無限にゼロに近づける事によって次式を導くことができる．

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho_f u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_f v}{\partial y} + \frac{\partial \rho_f w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.8})$$

式 (A.8) は連続式として知られている．式 (A.8) は次のように変形することができる．

$$\frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + u \frac{\partial \rho_f}{\partial x} + v \frac{\partial \rho_f}{\partial y} + w \frac{\partial \rho_f}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{d\rho_f}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.10})$$

ここで，体積弾性係数 E は，

$$E \equiv \rho_f \frac{dp}{d\rho_f} \quad (\text{A.11})$$

であるから，式 (A.10) は次のようになる．

$$\frac{1}{E} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.12})$$

水では、 E は $2.07 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ と非常に大きいため，非圧縮性を仮定することができる．式 (A.12) から，非圧縮性流体における質量保存の式は次のように表わされる．

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.13})$$

付録 B

座標変換

圧力に関する Poisson 方程式の解法

本研究では、圧力に関する Poisson 方程式を Irregular star 法ベースの Multigrid 法によって計算する。Multigrid 法は複数階層で離散化を行う手法である。座標系を傾ける場合、圧力に関する Poisson 方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \xi^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \xi^2}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \eta^2}{\partial z^2} \right) \\
 & + \frac{\partial^2 p}{\partial \zeta^2} \left(\frac{\partial \zeta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \zeta^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \zeta^2}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial^2 p}{\partial \xi \partial \eta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) \\
 & + 2 \frac{\partial^2 p}{\partial \xi \partial \zeta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \\
 & + 2 \frac{\partial^2 p}{\partial \eta \partial \zeta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) = \rho \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{\Delta t}
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

式 (B.1) を離散化する。

$$\begin{aligned}
 & \frac{p_{i+1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}}{\Delta \xi^2} \left(\frac{\partial \xi^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \xi^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \xi^2}{\partial z^2} \right) \\
 & + \frac{p_{i,j+1,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i,j-1,k}}{\Delta \eta^2} \left(\frac{\partial \eta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \eta^2}{\partial z^2} \right) \\
 & + \frac{p_{i,j,k+1} - 2p_{i,j,k} + p_{i,j,k-1}}{\Delta \zeta^2} \left(\frac{\partial \zeta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \zeta^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \zeta^2}{\partial z^2} \right) \\
 & + 2 \frac{p_{i+1,j+1,k} - p_{i-1,j+1,k} - p_{i+1,j-1,k} + p_{i-1,j-1,k}}{\Delta \xi \Delta \eta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) \\
 & + 2 \frac{p_{i+1,j,k+1} - p_{i-1,j,k+1} - p_{i+1,j,k-1} + p_{i-1,j,k-1}}{\Delta \xi \Delta \zeta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \\
 & + 2 \frac{p_{i,j+1,k+1} - p_{i,j-1,k+1} - p_{i,j+1,k-1} + p_{i,j-1,k-1}}{\Delta \eta \Delta \zeta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)
 \end{aligned}$$

$$= \rho \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{\Delta t} \quad (\text{B.2})$$

上式を以下のように整理する.

$$\begin{aligned} & a(p_{i+1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}) + b(p_{i,j+1,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i,j-1,k}) \\ & + c(p_{i,j,k+1} - 2p_{i,j,k} + p_{i,j,k-1}) + d(p_{i+1,j+1,k} - p_{i-1,j+1,k} - p_{i+1,j-1,k} + p_{i-1,j-1,k}) \\ & + e(p_{i+1,j,k+1} - p_{i-1,j,k+1} - p_{i+1,j,k-1} + p_{i-1,j,k-1}) \\ & + f(p_{i,j+1,k+1} - p_{i,j-1,k+1} - p_{i,j+1,k-1} + p_{i,j-1,k-1}) = \rho \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

ここで

$$a = \frac{1}{\Delta \xi^2} \left(\frac{\partial \xi^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \xi^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \xi^2}{\partial z^2} \right) \quad (\text{B.4})$$

$$b = \frac{1}{\Delta \eta^2} \left(\frac{\partial \eta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \eta^2}{\partial z^2} \right) \quad (\text{B.5})$$

$$c = \frac{1}{\Delta \zeta^2} \left(\frac{\partial \zeta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \zeta^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \zeta^2}{\partial z^2} \right) \quad (\text{B.6})$$

$$d = \frac{1}{\Delta \xi \Delta \eta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) \quad (\text{B.7})$$

$$e = \frac{1}{\Delta \xi \Delta \zeta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \quad (\text{B.8})$$

$$f = \frac{1}{\Delta \eta \Delta \zeta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \quad (\text{B.9})$$

である. 式 (B.3) より

$$\begin{aligned} p_{i,j,k} = & \frac{a(p_{i+1,j,k} + p_{i-1,j,k}) + b(p_{i,j+1,k} + p_{i,j-1,k}) + c(p_{i,j,k+1} + p_{i,j,k-1})}{2(a+b+c)} \\ & + \frac{d(p_{i+1,j+1,k} - p_{i-1,j+1,k} - p_{i+1,j-1,k} + p_{i-1,j-1,k})}{2(a+b+c)} \\ & + \frac{e(p_{i+1,j,k+1} - p_{i-1,j,k+1} - p_{i+1,j,k-1} + p_{i-1,j,k-1})}{2(a+b+c)} \\ & + \frac{f(p_{i,j+1,k+1} - p_{i,j-1,k+1} - p_{i,j+1,k-1} + p_{i,j-1,k-1}) + \rho \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{\Delta t}}{2(a+b+c)} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

となる. 式 (B.10) を N 回繰り返し計算して求めた圧力を近似圧力 p'^n とすると, Poisson 方程式の残差 res_{ijk} は以下のように定義される.

$$\begin{aligned} & a(p'_{i+1,j,k} - 2p'_{i,j,k} + p'_{i-1,j,k}) + b(p'_{i,j+1,k} - 2p'_{i,j,k} + p'_{i,j-1,k}) \\ & + c(p'_{i,j,k+1} - 2p'_{i,j,k} + p'_{i,j,k-1}) + d(p'_{i+1,j+1,k} - p'_{i-1,j+1,k} - p'_{i+1,j-1,k} + p'_{i-1,j-1,k}) \\ & + e(p'_{i+1,j,k+1} - p'_{i-1,j,k+1} - p'_{i+1,j,k-1} + p'_{i-1,j,k-1}) \\ & + f(p'_{i,j+1,k+1} - p'_{i,j-1,k+1} - p'_{i,j+1,k-1} + p'_{i,j-1,k-1}) = \rho \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{\Delta t} - res_{ijk} \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

式 (B.11) と式 (B.3) の差を取ることで、圧力の残差に関する方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
& a(\lambda_{i+1,j,k}^n - 2\lambda_{i,j,k}^n + \lambda_{i-1,j,k}^n) + b(\lambda_{i,j+1,k}^n - 2\lambda_{i,j,k}^n + \lambda_{i,j-1,k}^n) \\
& + c(\lambda_{i,j,k+1}^n - 2\lambda_{i,j,k}^n + \lambda_{i,j,k-1}^n) + d(\lambda_{i+1,j+1,k}^n - \lambda_{i-1,j+1,k}^n - \lambda_{i+1,j-1,k}^n + \lambda_{i-1,j-1,k}^n) \\
& + e(\lambda_{i+1,j,k+1}^n - \lambda_{i-1,j,k+1}^n - \lambda_{i+1,j,k-1}^n + \lambda_{i-1,j,k-1}^n) \\
& + f(\lambda_{i,j+1,k+1}^n - \lambda_{i,j-1,k+1}^n - \lambda_{i,j+1,k-1}^n + \lambda_{i,j-1,k-1}^n) = res_{ijk} \quad (B.12)
\end{aligned}$$

式 (B.12) の誤差が許容値以下となるまで coarse grid 上で繰り返し計算を行い、近似圧力の残差を求める。その後線形補間により fine grid 上のすべての圧力残差を求め、次式により、近似圧力を補正する。

$$p'^{n+1} = p'^n + \lambda \quad (B.13)$$

誤差が十分小さくなるまで上記の手順を繰り返すことにより圧力を更新する。

付録 C

気泡流からの酸素輸送測定

C.1 溶存酸素濃度空間分布

ここでは第 3 章で計測した溶存酸素濃度空間分布の時間変化を示す。

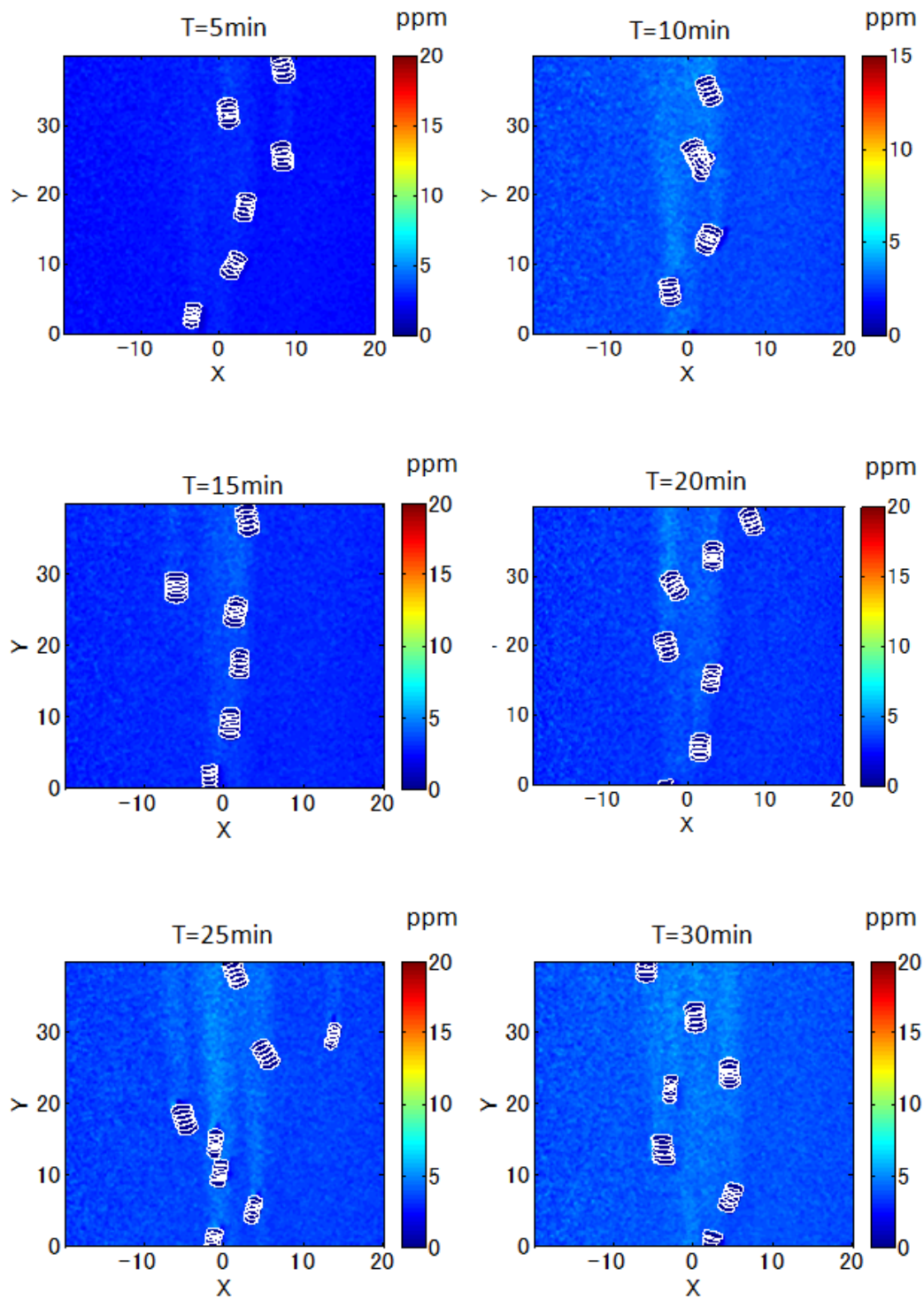


図 C.1 溶存酸素濃度分布 (case1).

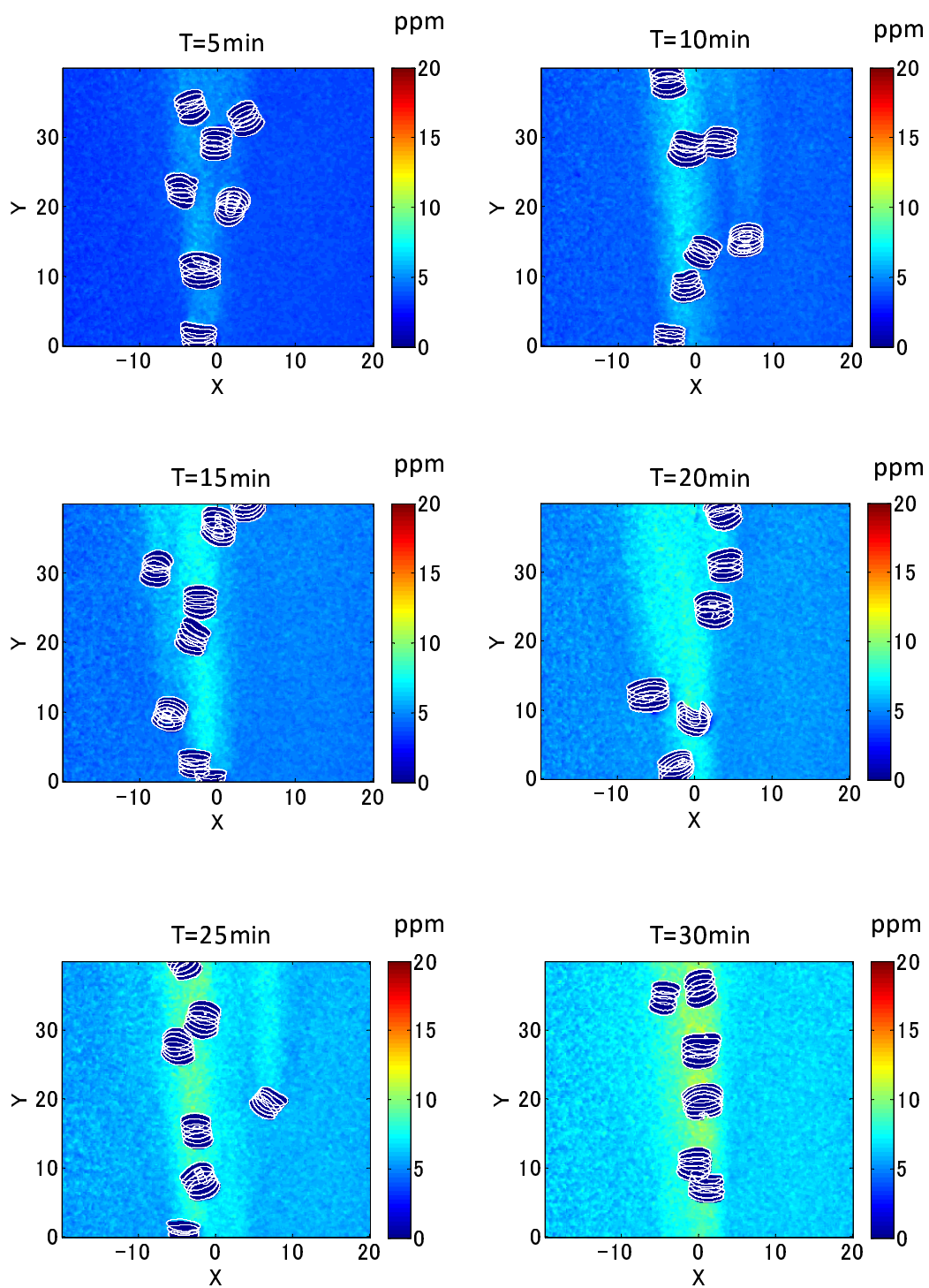


图 C.2 溶存酸素濃度分布 (case2).

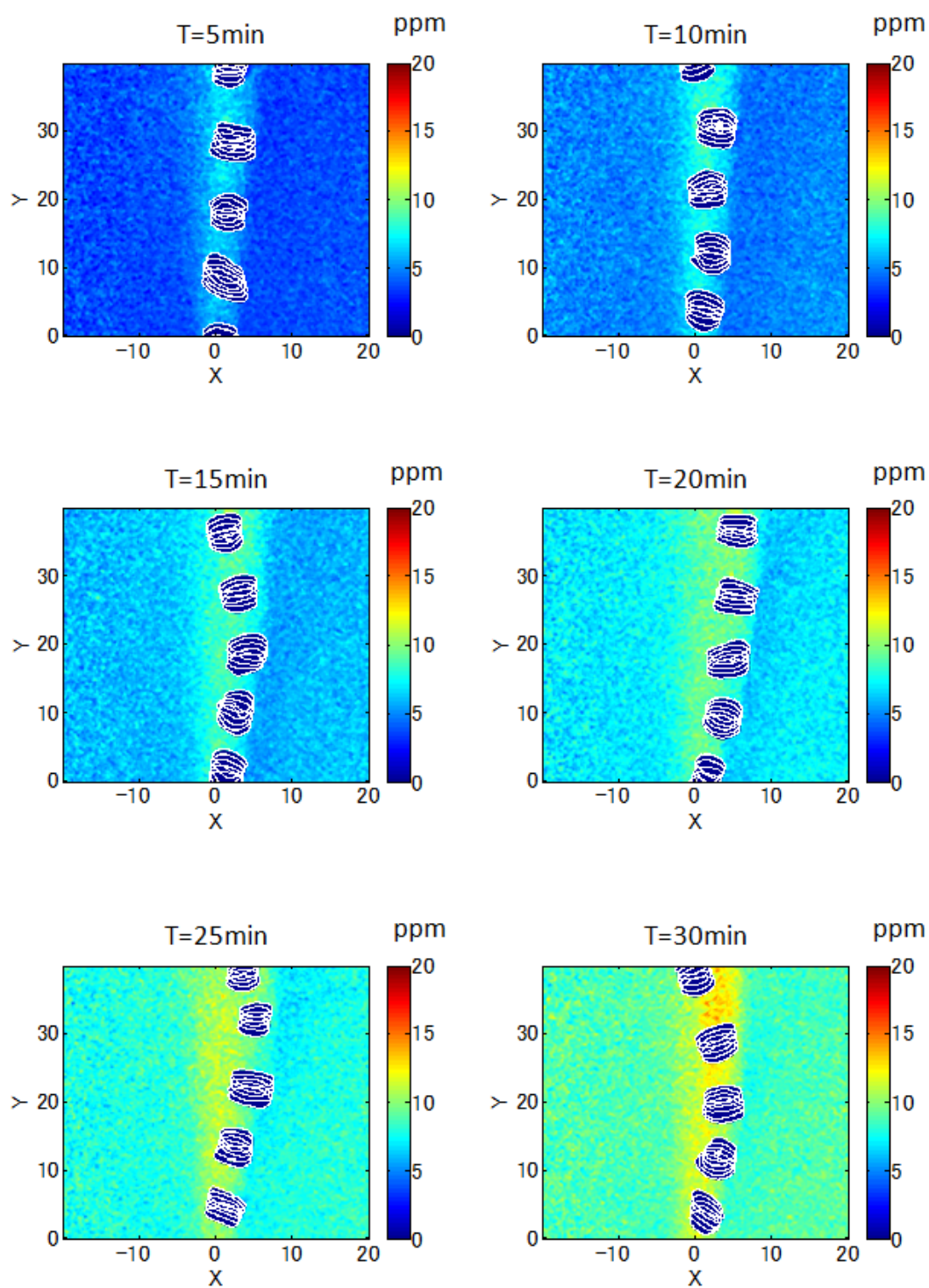


図 C.3 溶存酸素濃度分布 (case3).

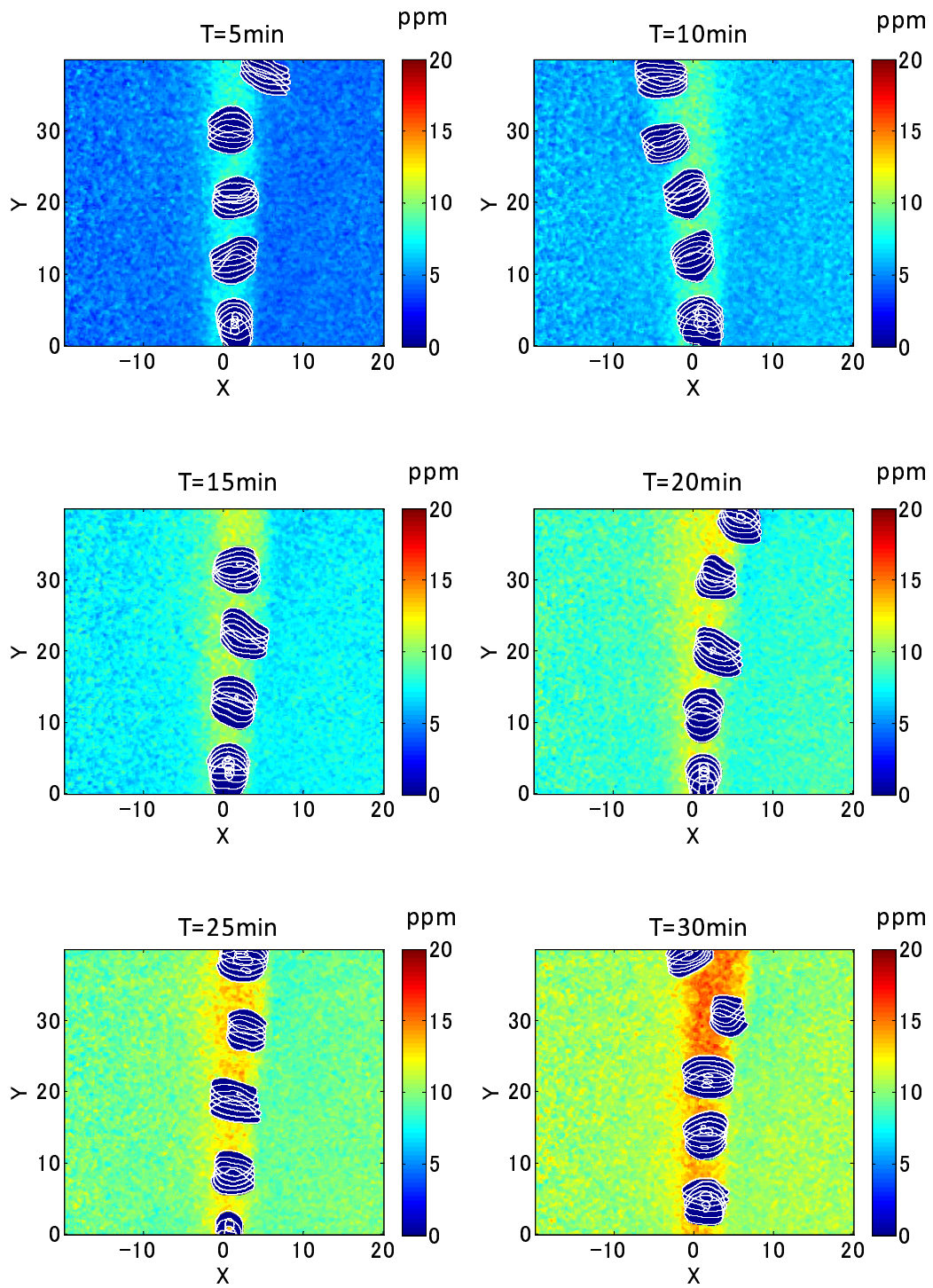


图 C.4 溶存酸素濃度分布 (case4).

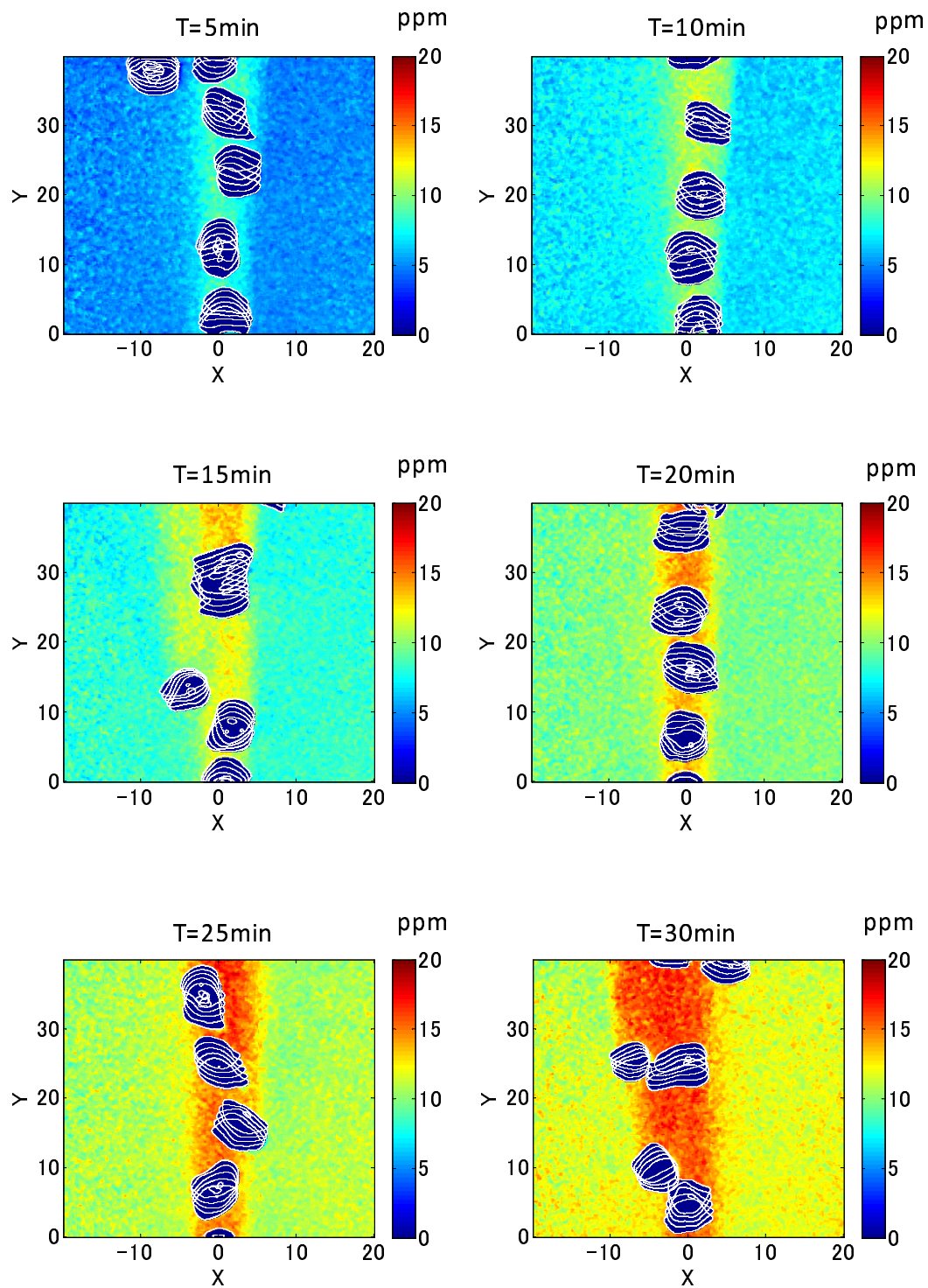


図 C.5 溶存酸素濃度分布 (case5).

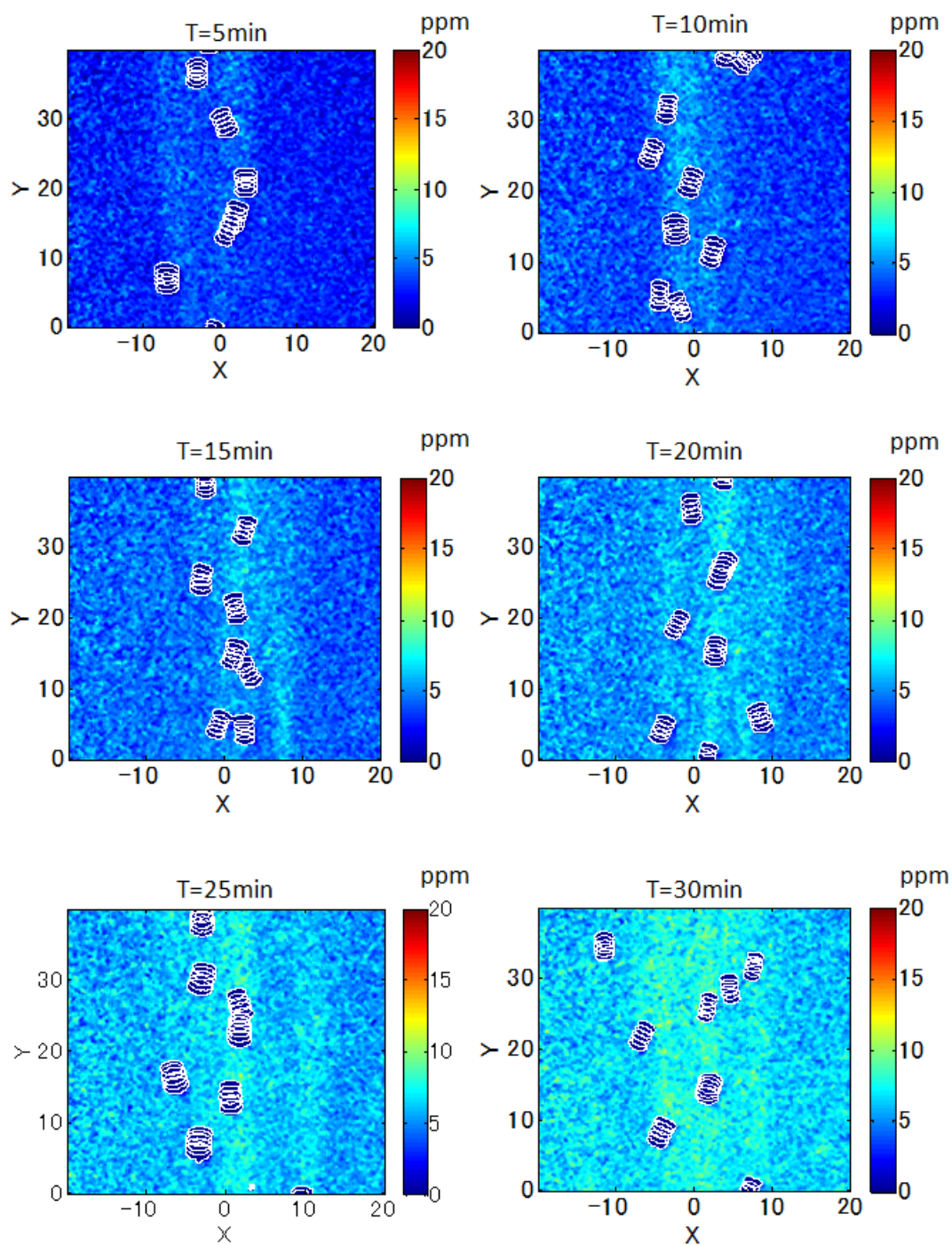


図 C.6 溶存酸素濃度分布 (case6).

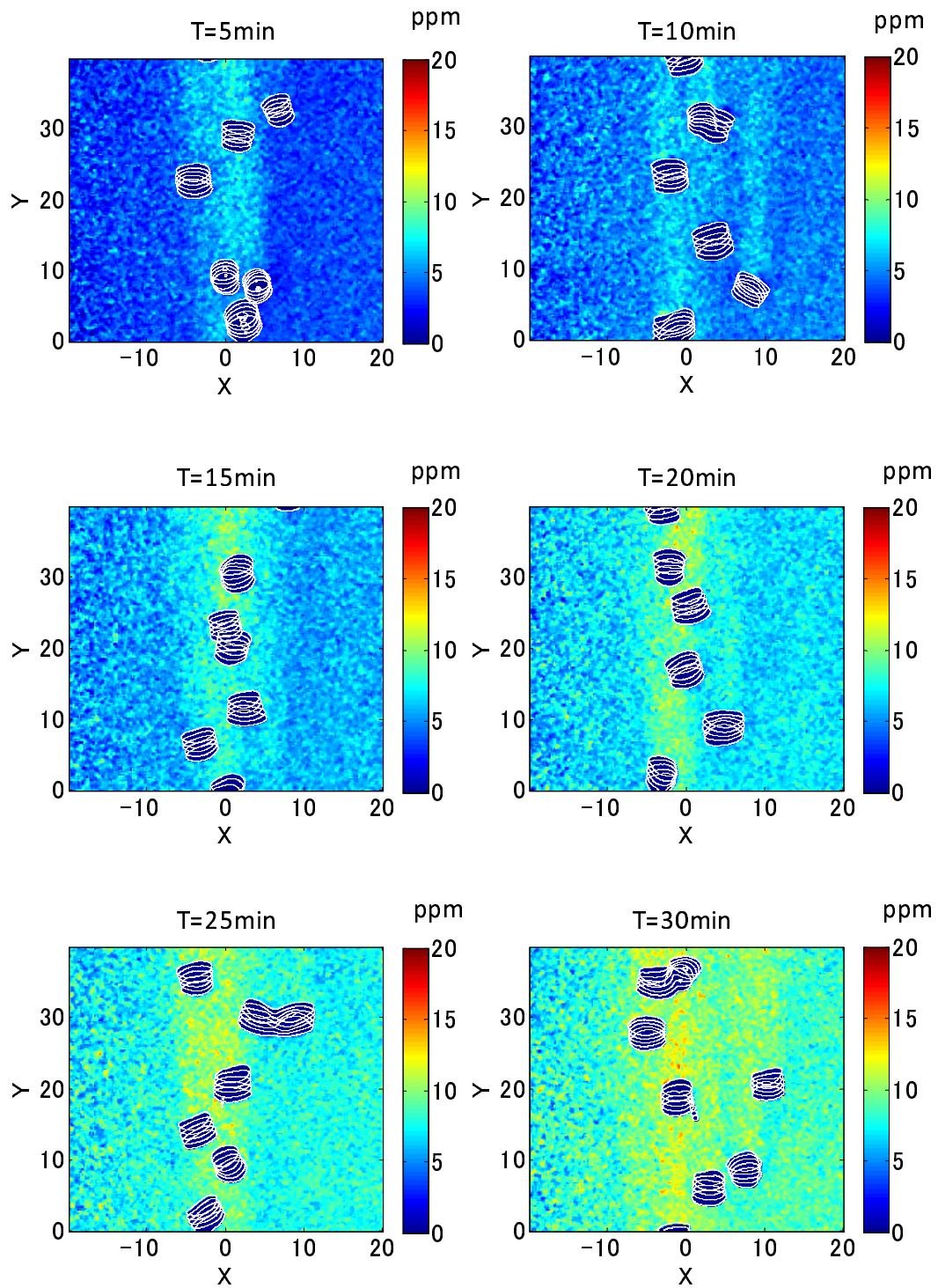


図 C.7 溶存酸素濃度分布 (case7).

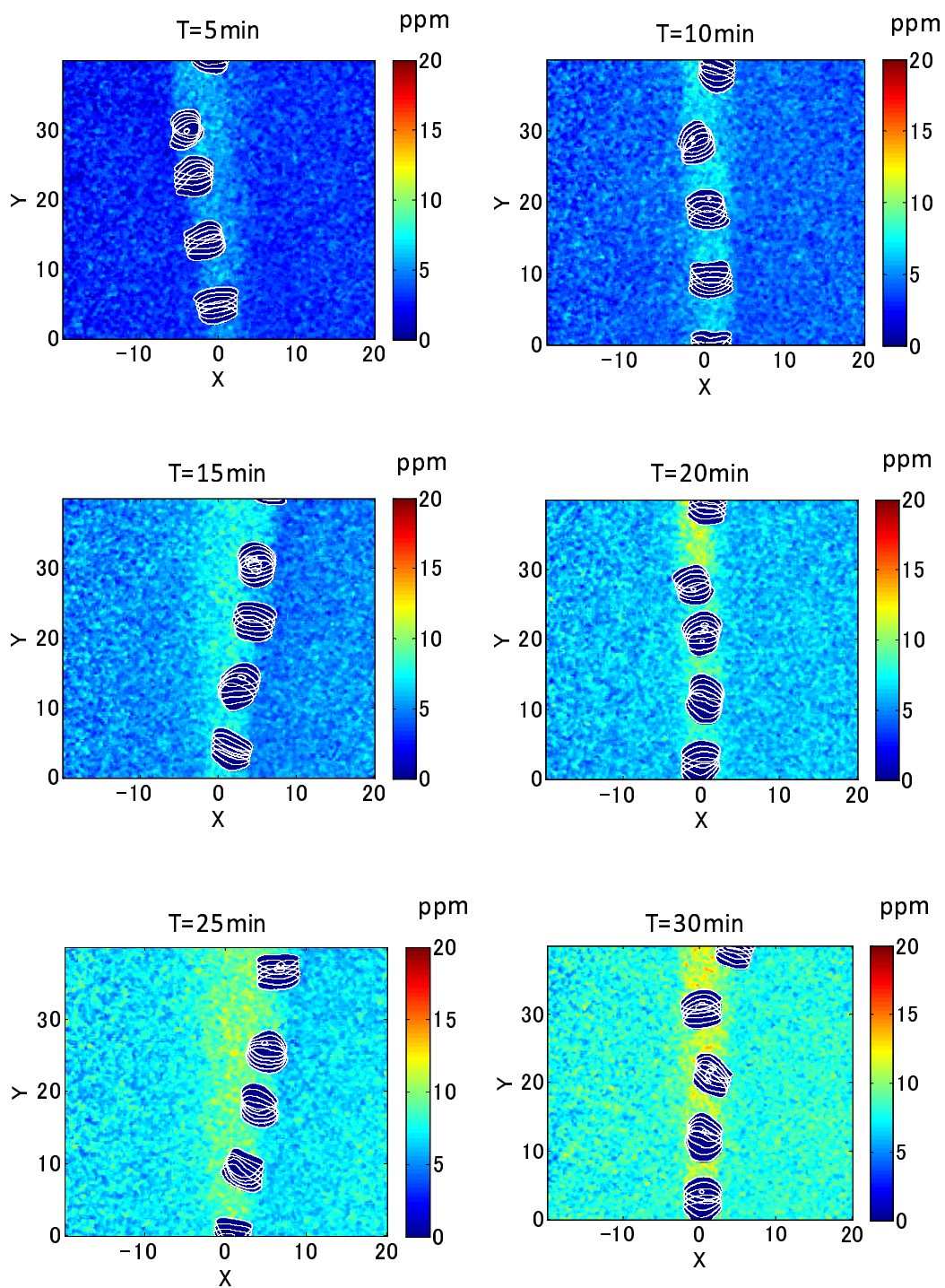


図 C.8 溶存酸素濃度分布 (case8).

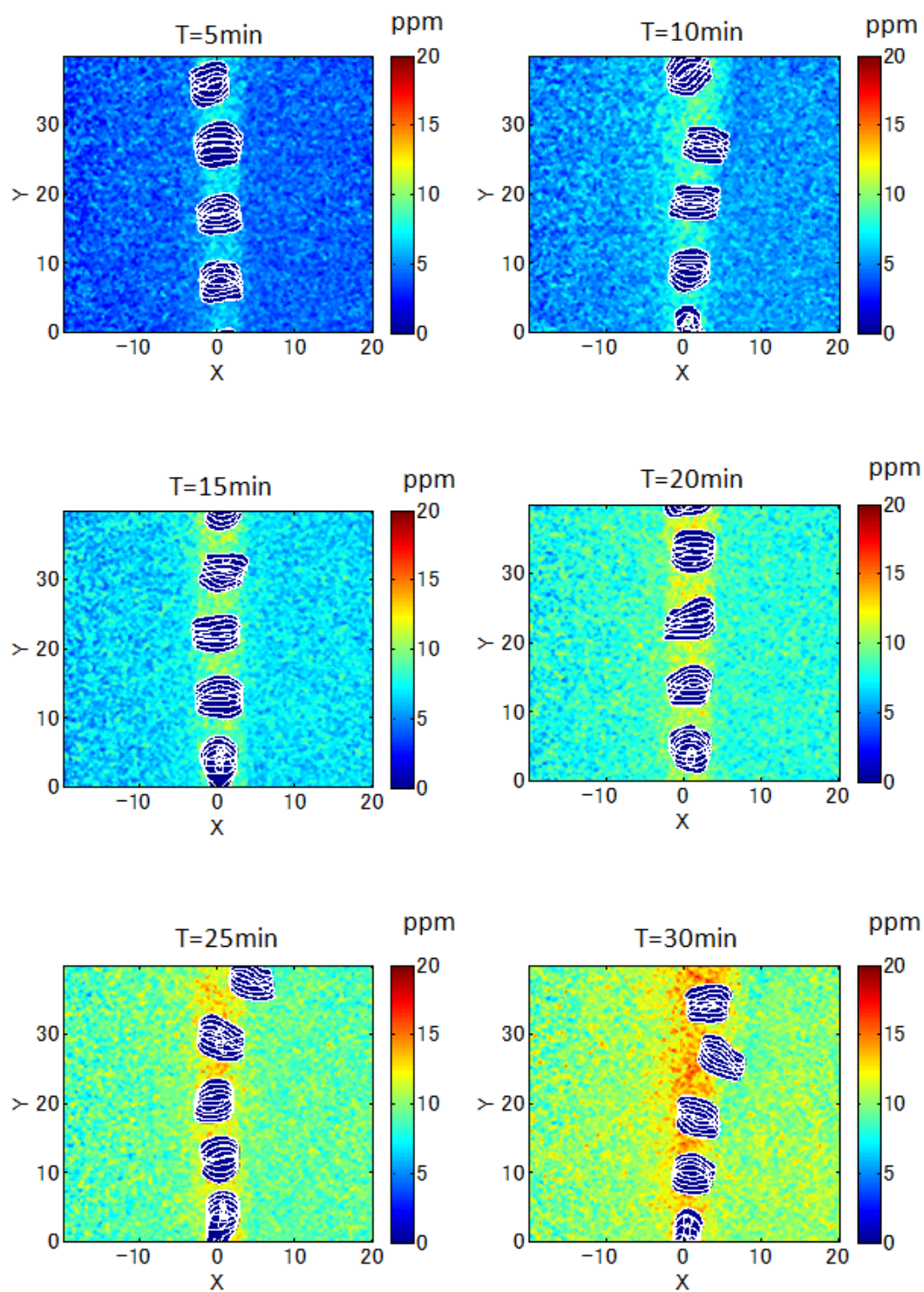


図 C.9 溶存酸素濃度分布 (case9).

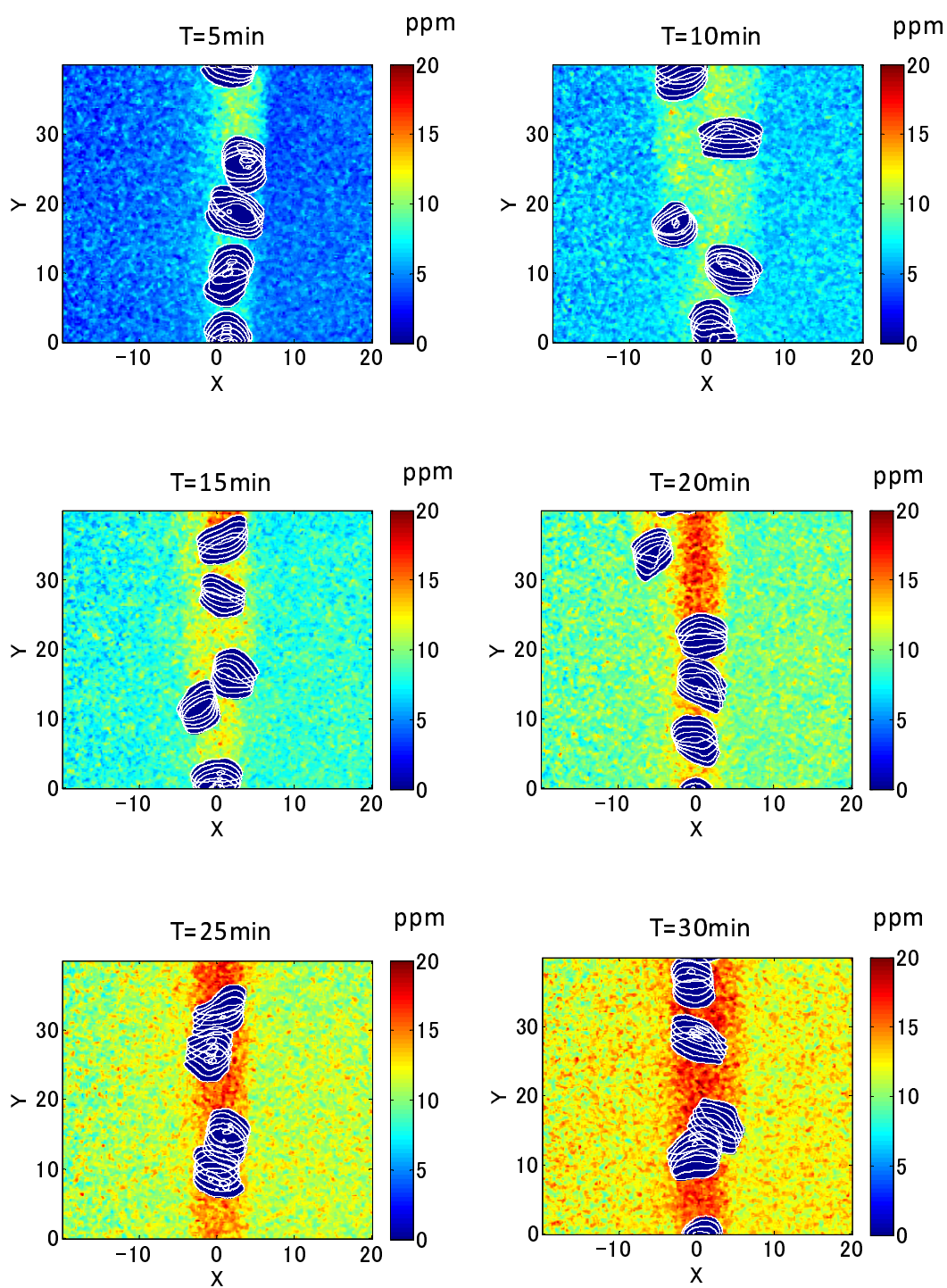


图 C.10 溶存酸素濃度分布 (case10).

付録 D

気泡流からの酸素輸送測定

D.1 実験条件

表 4.1 に実験条件を示す。水槽底面に径の異なるニードルを設置し酸素が放出される。酸素流量はフローコントローラで制御され、10, 100, 200 mL/min の流量で実験を行った。case 1 – 3 では、一様なサイズの気泡を放出させるために 10 mL/min の低流量で酸素を放出させた。case 4 – 6 では、高流量で酸素を放出させ、流量及びニードル径に依存して変化する気泡径分布からなる気泡群と酸素輸送の関係を調査した。全ての実験において、水温は 18 °C とした。

表 D.1 実験条件

case	酸素流量	ニードル内径
1	10mL/min	1.2mm
2	10mL/min	0.8mm
3	10mL/min	0.4mm
4	100mL/min	0.4mm
5	200mL/min	0.4mm
6	100mL/min	1.2mm
7	200mL/min	1.2mm

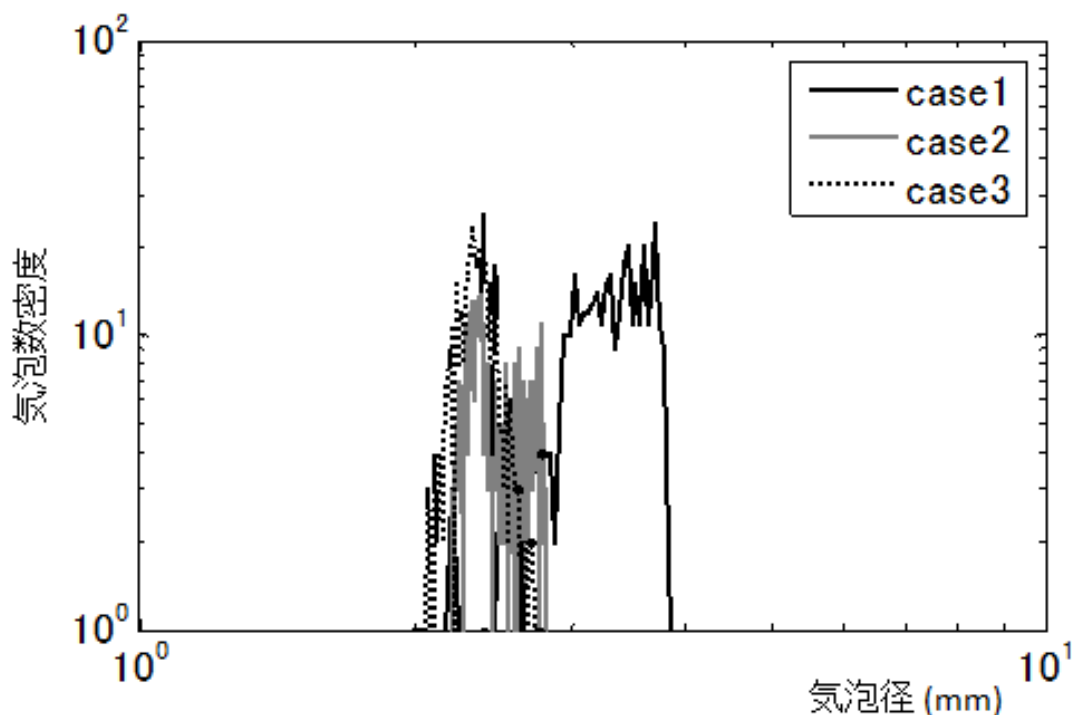


図 D.1 低流量各 case における気泡サイズスペクトル分布.

D.2 結果と考察

D.2.1 一様な気泡サイズをもつ気泡群からの酸素輸送

気泡から溶解する酸素の基本的特徴を把握するために、低流量において発生する一様な気泡サイズをもつ周期的な気泡放出に対する酸素濃度変化を調査した。図 D.1 は、case 1-3 に対する気泡サイズスペクトルを表わす。なお、サイズスペクトルは、気泡径ヒストグラムの $100\mu\text{m}$ 毎のビン中の増分として定義される。同一流量に対して、case 1 は 3-4mm 程度の大径気泡、case 2 は 2.3-2.7mm 程度、case 3 は 2.0-2.4mm の小径気泡が生成されたことを表している。

図 D.2 にそれぞれの case に対する鉛直方向に平均された酸素濃度の水平分布を表わす。上昇軸方向平均酸素濃度は軸上に最大値をもつ典型的な噴流に現れるようなガウス分布となり、気泡の放出時間と共に軸上の最大濃度は増加し、特に、小気泡から構成される case 3 では、側方に大きく拡散輸送され広い範囲への酸素濃度の増加が確認できる。一方、大径気泡からなる case 1 は上昇軸上においても酸素濃度の上昇は、他と比べて非常に小さいことがわかる。直径 d をもつ球形気泡を仮定すると、一定流量下では、単位時間当たりの放出数は d^3 に反比例し、また全表面積は d に反比例する。さらに上昇速度

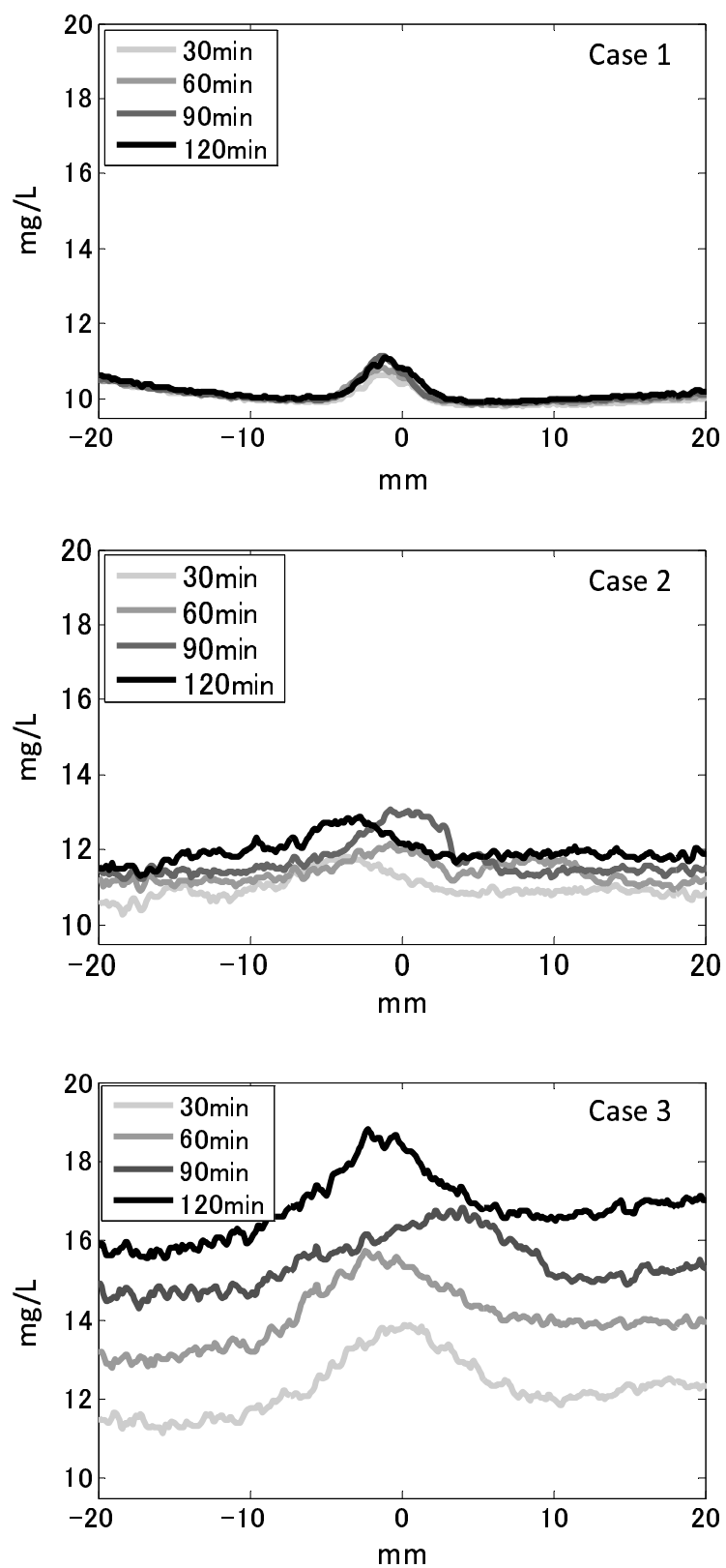


図 D.2 溶存酸素濃度の鉛直方向平均の水平方向分布 (上: case1, 中: case2, 下: case3).

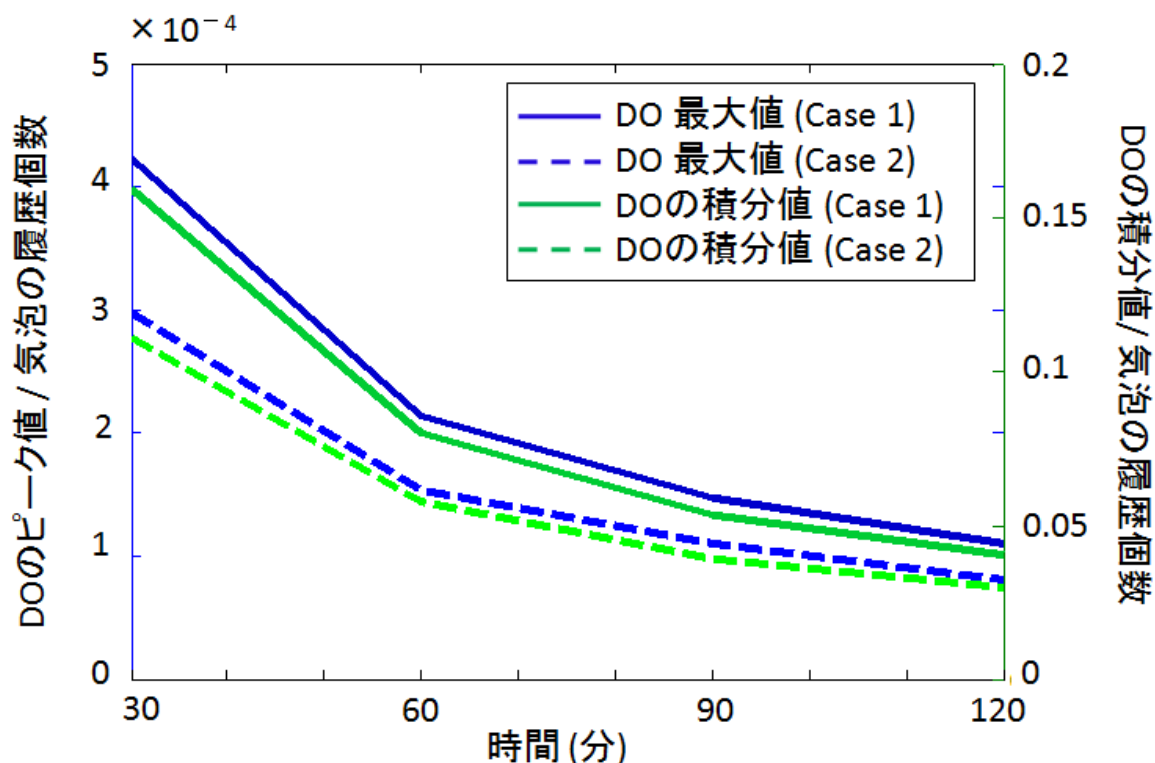


図 D.3 溶存酸素濃度への気泡一つ当たりの寄与の時間変化.

は、小径気泡に対して Stokes 則を仮定すると d^2 に比例するので、一定の水深を浮上するのに要する時間は d^2 に反比例する。つまり、一定流量で放出される気泡が水面に到達するまでに気泡の全表面から溶解する気体は、初期段階において、おおよそ d^3 に比例し、小径気泡は著しく気体の輸送に寄与することになる。さらに浮力の小さい小径気泡は水槽内で循環する流れに継続的に移流される傾向が高く、僅か径 1mm 程度の差で酸素速度にオーダーが異なるほど差が生じているものと考ええる。一方、継続的な気泡の放出により、気泡 1 個当たりの酸素輸送への寄与は噴流周辺の濃度が徐々に高くなるため、時間と共に指数関数的に減少する (図 D.3 参照)。

D.2.2 高流量下での気泡群からの酸素輸送

流量及びニードル径に依存して変化する気泡径分布からなる気泡群と酸素輸送の関係を調査した。mm 以下から 6 mm までの高帯域に渡る気泡径をもつ case 4 と 5, 4–7 mm の大径側に集中した狭域分布となる case 6, 5 mm 以上の大径気泡とその分裂気泡 (2 mm 以下) からなる case 7 に対して溶存酸素濃度分布の特徴の比較を行った (図 D.4 参照)。なお、図 D.1 の小流量の条件では、ノズル径と空気圧にバランスした気泡が分裂することなく放出される一方、図 D.4 に示す高压で放出される大流量の条件では多量の分

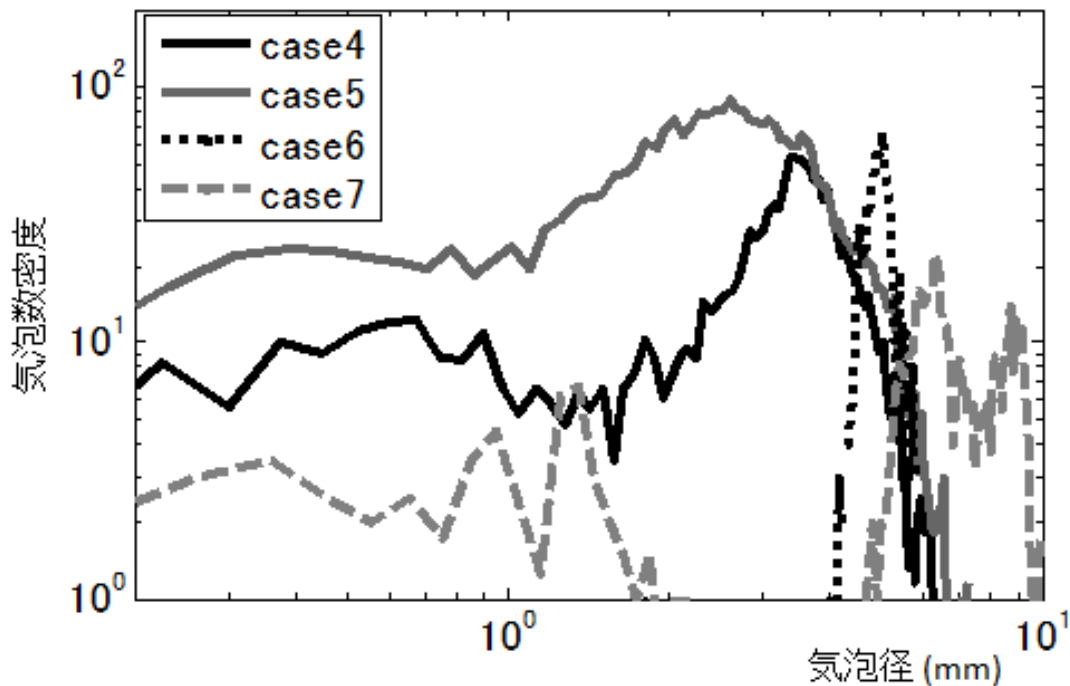


図 D.4 気泡サイズスペクトル分布.

裂気泡が発生するため小径レンジのスペクトルが増加する.

図 D.5 は、それぞれのケースに対するボイド率の分布を表わしたものである. 相対的に小径の気泡は、スパイラル状に上昇する傾向があり、小径気泡密度が高いケースは相対的に側方に広く気泡が分布し、大径の狭域分布となる case 6 は高い浮力から上昇速度が速く上昇軸上に集中したボイド率分布となる.

図 D.6, D.7, D.8 は、それぞれ case 4, case 5, case 7 に対する溶存酸素分布の時間変化を示したものである.

小径気泡が卓越する case 4, 5 は、効率良く広域に渡る領域に対して酸素の溶解が進行している一方、case 7 は、上昇軸に集中した濃度分布となる (図 D.9 参照). この小径気泡が、エアレーション領域の広域化と酸素輸送の促進の両者に大きく寄与する特徴は、ボイド率と溶存酸素濃度の相似性を示唆している. 図 D.10 は、気泡のボイド率と酸素濃度の分布の相関をとったものである. 小径気泡を含む case 4, 5, 7 は、0.85–0.9 程度の高い相関を示す. 浮上速度の速い大径気泡からなる case 6 は酸素高濃度域を気泡領域が占有し、適切な空間相関を得ることができなかったため、他の case と比べ相関が低下したものと考えられ、物理的な考察は困難である. さらに詳細な酸素輸送の気泡レンジの依存性の特定が必要であるが、ボイド率分布は溶存酸素濃度を決定するためのソースとして重要なパラメータとなるものとする.

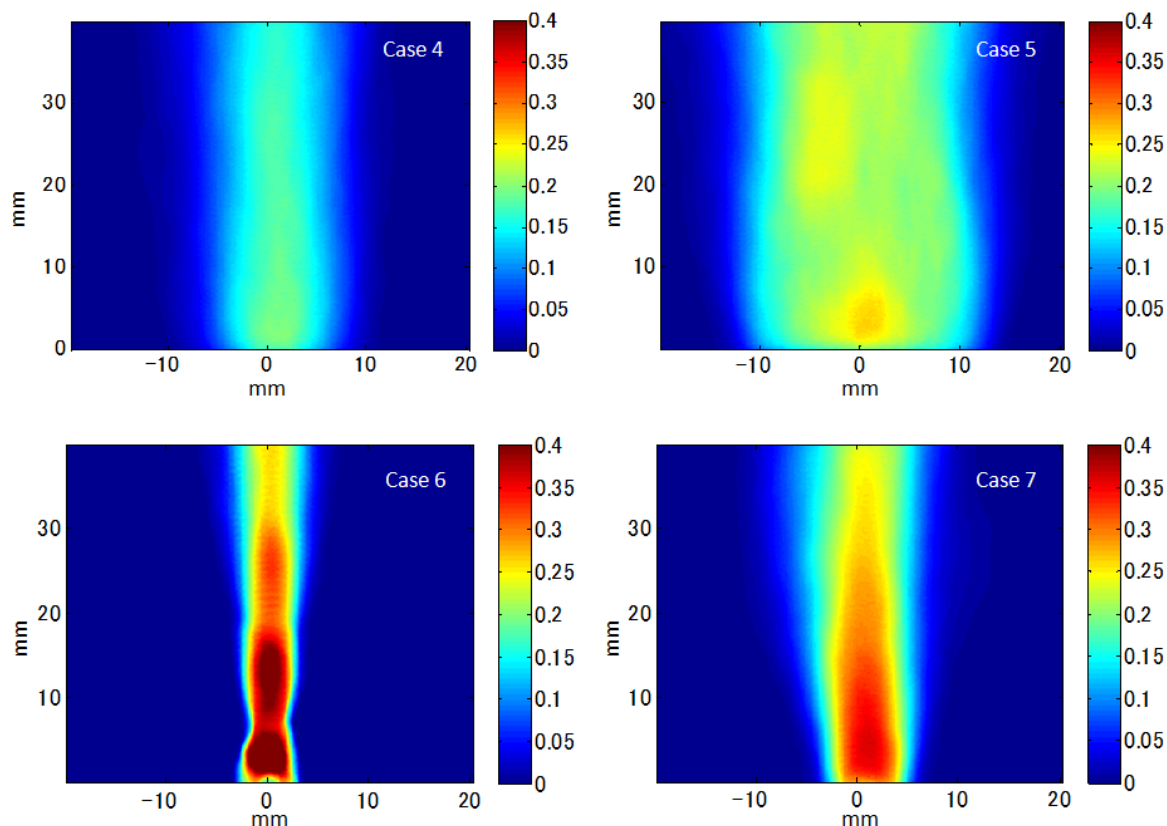


図 D.5 ボイド率分布.

水槽内の循環流を介して広がる間接的な濃度拡散を極力除去し、エアレーションによる直接的な酸素の溶解量の変化を調べるため、それぞれのケースにおいてボイド率の最大値の 5 以上の領域をエアレーション領域と定義し、この内部の平均酸素濃度の時間変化を調べた (図 D.11 参照). 平均酸素濃度は、ニードルから放出する流量に直接比例するとは限らず、発生する小径気泡数が重要となることがわかる. 前述のように特に 3mm 以上の気泡はエアレーション初期を除いて酸素輸送に大きな寄与を与えないため (図 D.2 参照), case 7 が case 4 の倍の流量を与えているにもかかわらず, case 4 とほぼ同等の平均濃度変化となる特徴が現れる.

図 D.12 に図 D.11 に対する溶存酸素変化率の時間変化を示す. 一般に酸素輸送速度は、空間的溶存酸素濃度勾配の低下に伴い遅くなるため、全てのケースにおいて、エアレーション継続時間に対して単調減少するのがわかる. 溶存酸素濃度勾配が高いにも係らず濃度変化率も低い case 6 は、酸素輸送のソースとなる大径気泡群からの溶解量自体が低いものと考えられる.

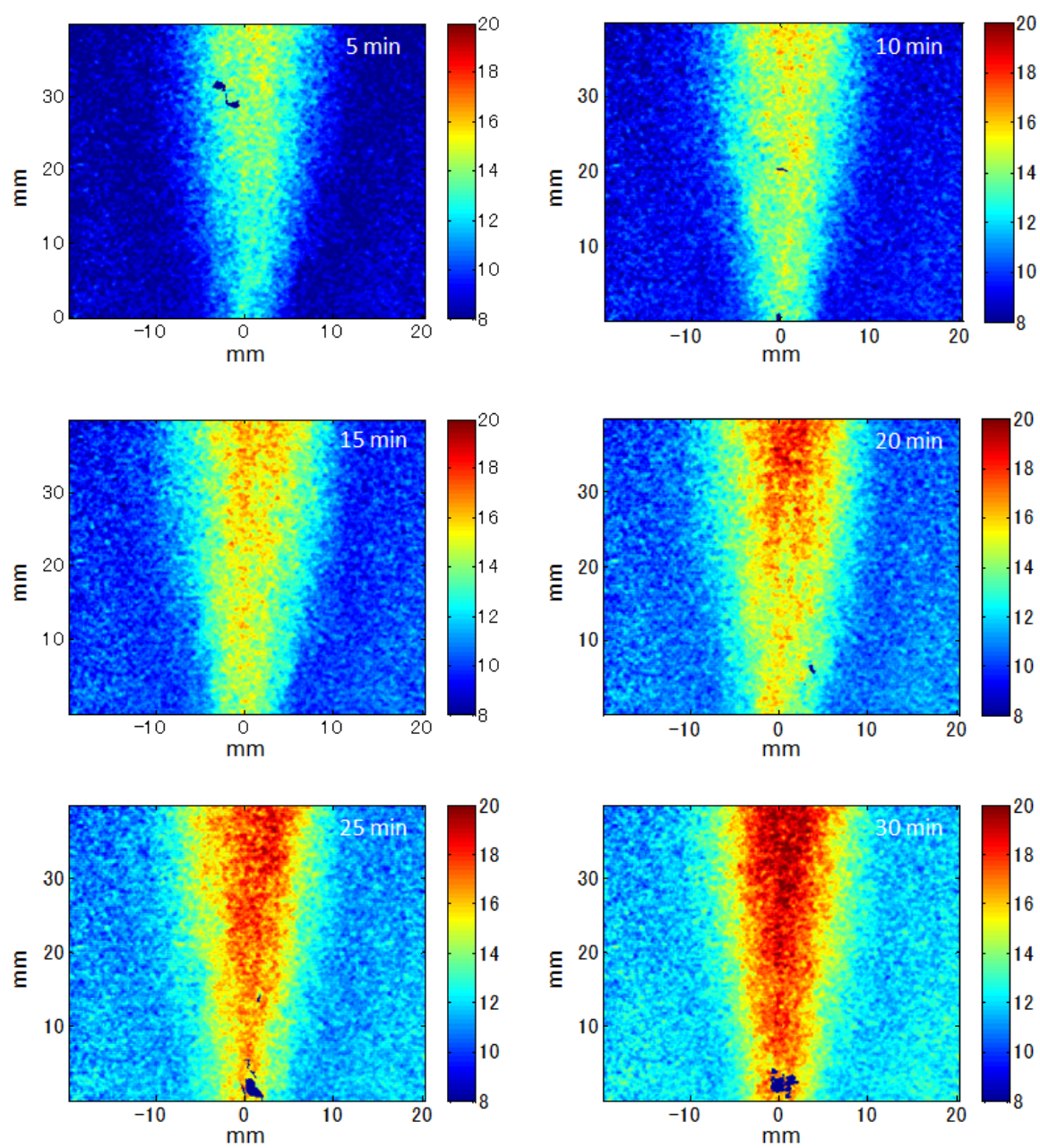


図 D.6 溶存酸素の空間分布の時間変化 (case 4).

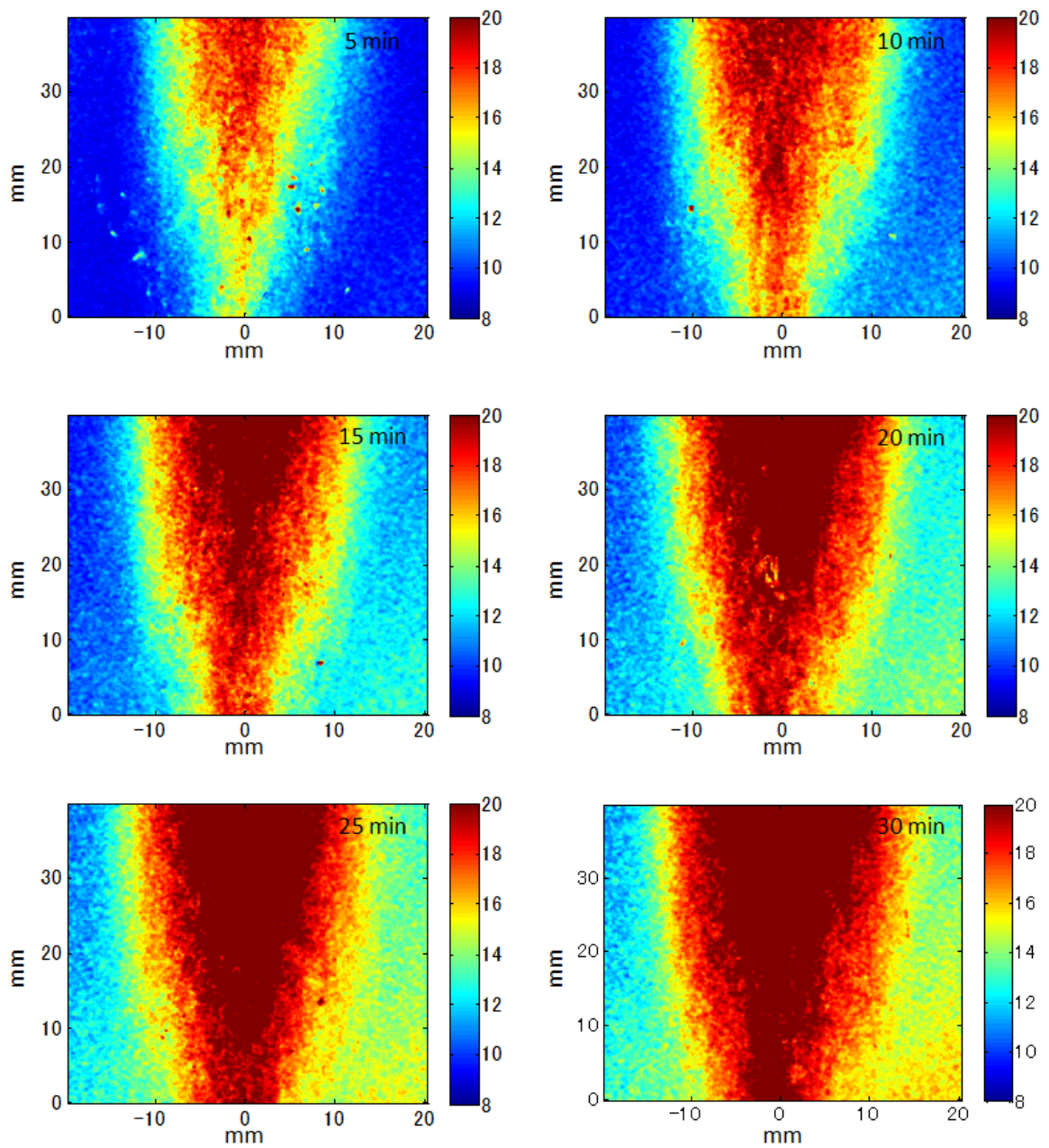


図 D.7 溶存酸素の空間分布の時間変化 (case 5).

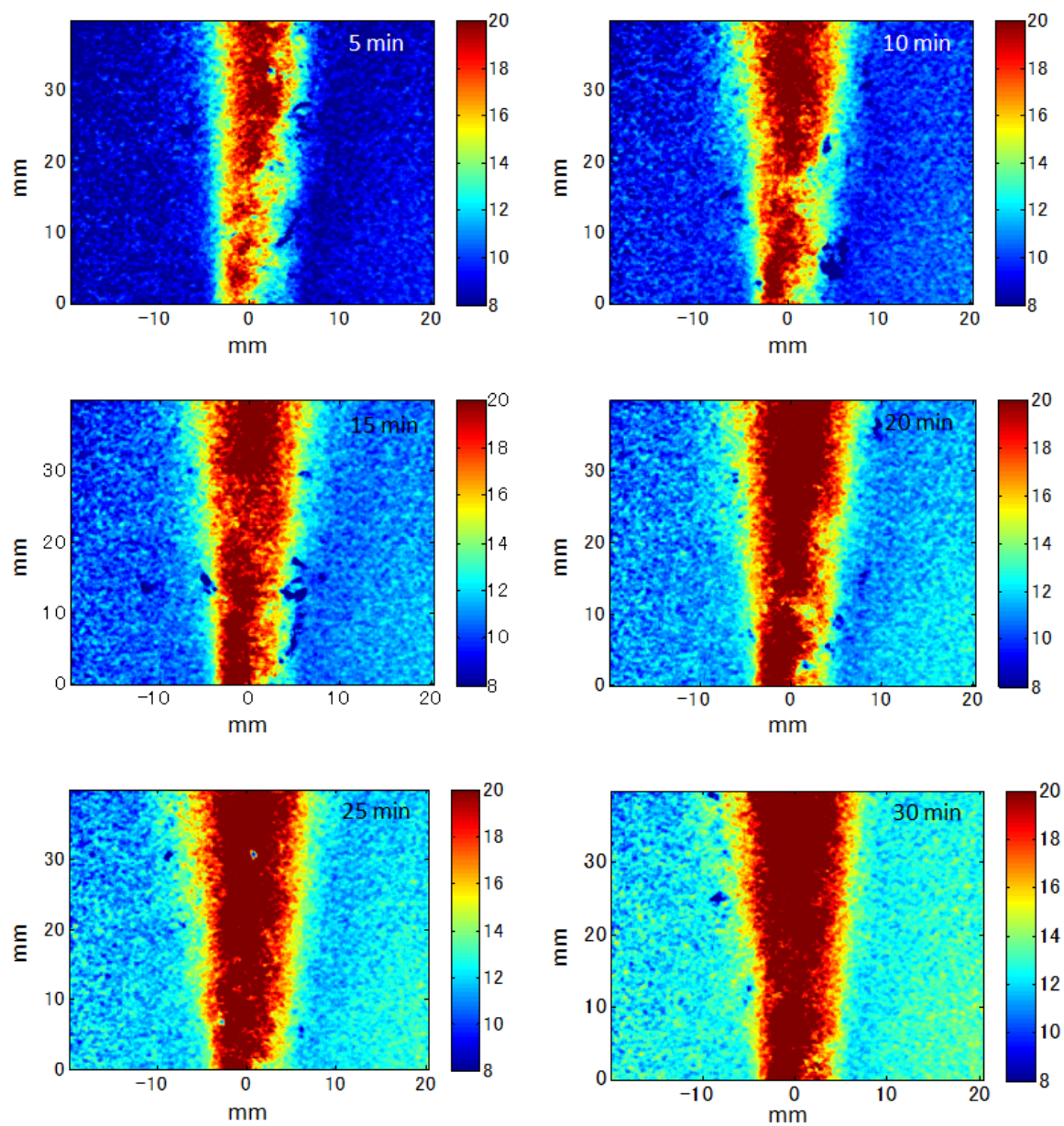


図 D.8 溶存酸素の空間分布の時間変化 (case 7).

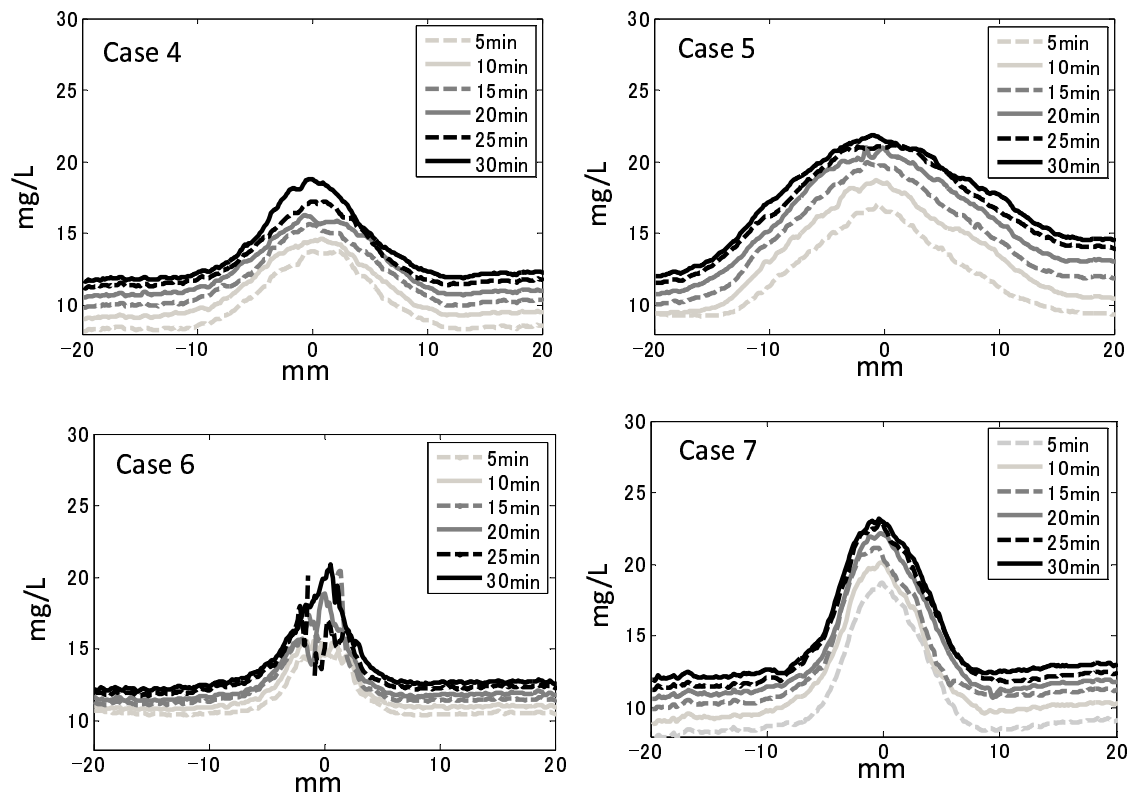


図 D.9 溶存酸素濃度の鉛直方向平均の水平方向分布.

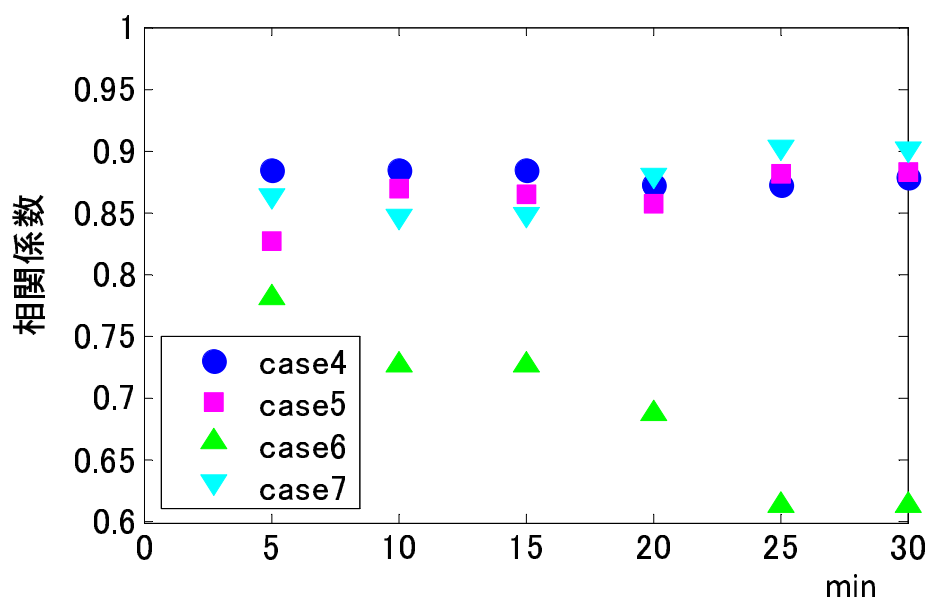


図 D.10 ボイド率分布と溶存酸素分布との相関係数の時系列.

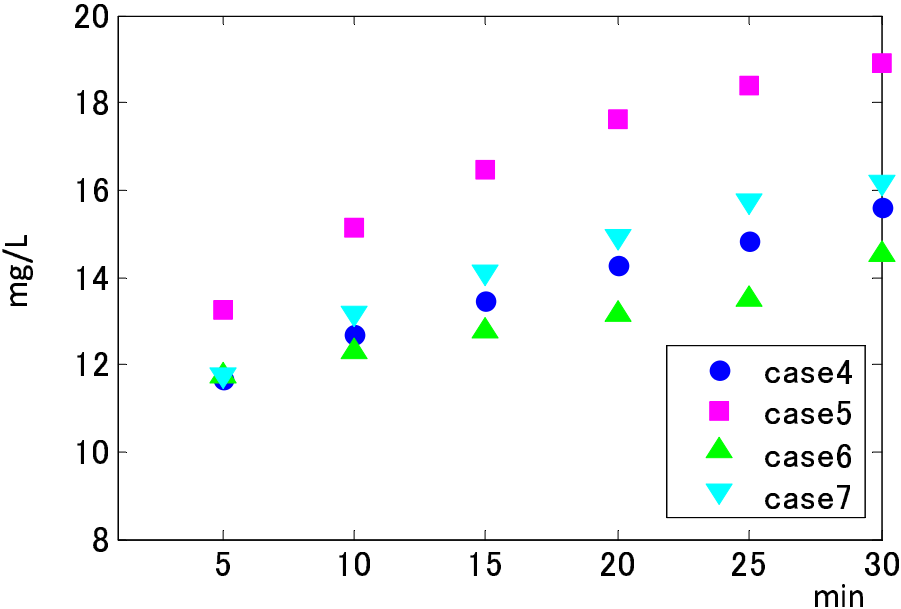


図 D.11 エアレーション領域における溶存酸素濃度の時系列.

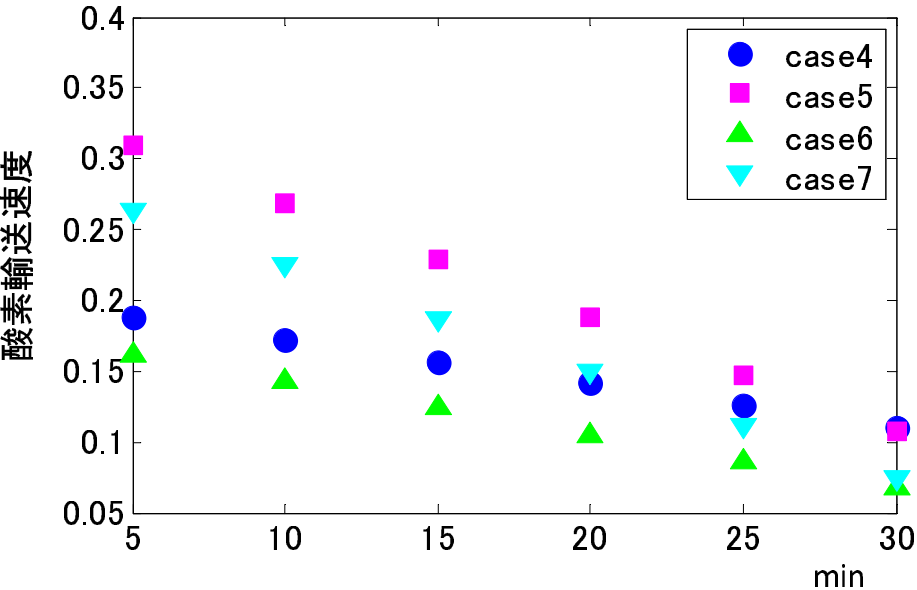


図 D.12 溶存酸素変化率の時系列.

付録 E

ダムブレイクによる気泡混入過程

碎波ジェットを模擬したダムブレイク時の水ジェットによる気泡混入過程を Back-light 法を用いて撮影する．図 E.1 に実験装置，表 E.1 に実験条件，図 E.2 に撮影画像を示す．

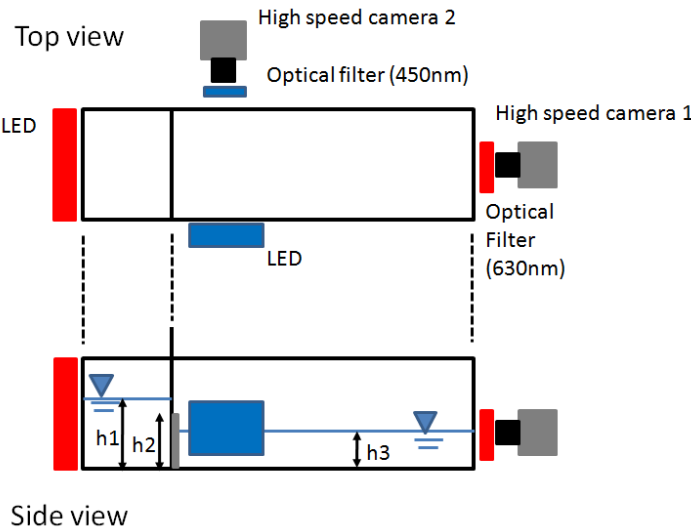


図 E.1 ダムブレイク実験装置.

表 E.1 実験条件

case	h_1 (cm)	h_2 (cm)	h_3 (cm)
1	16	14	12
2	18	14	12
3	20	14	12

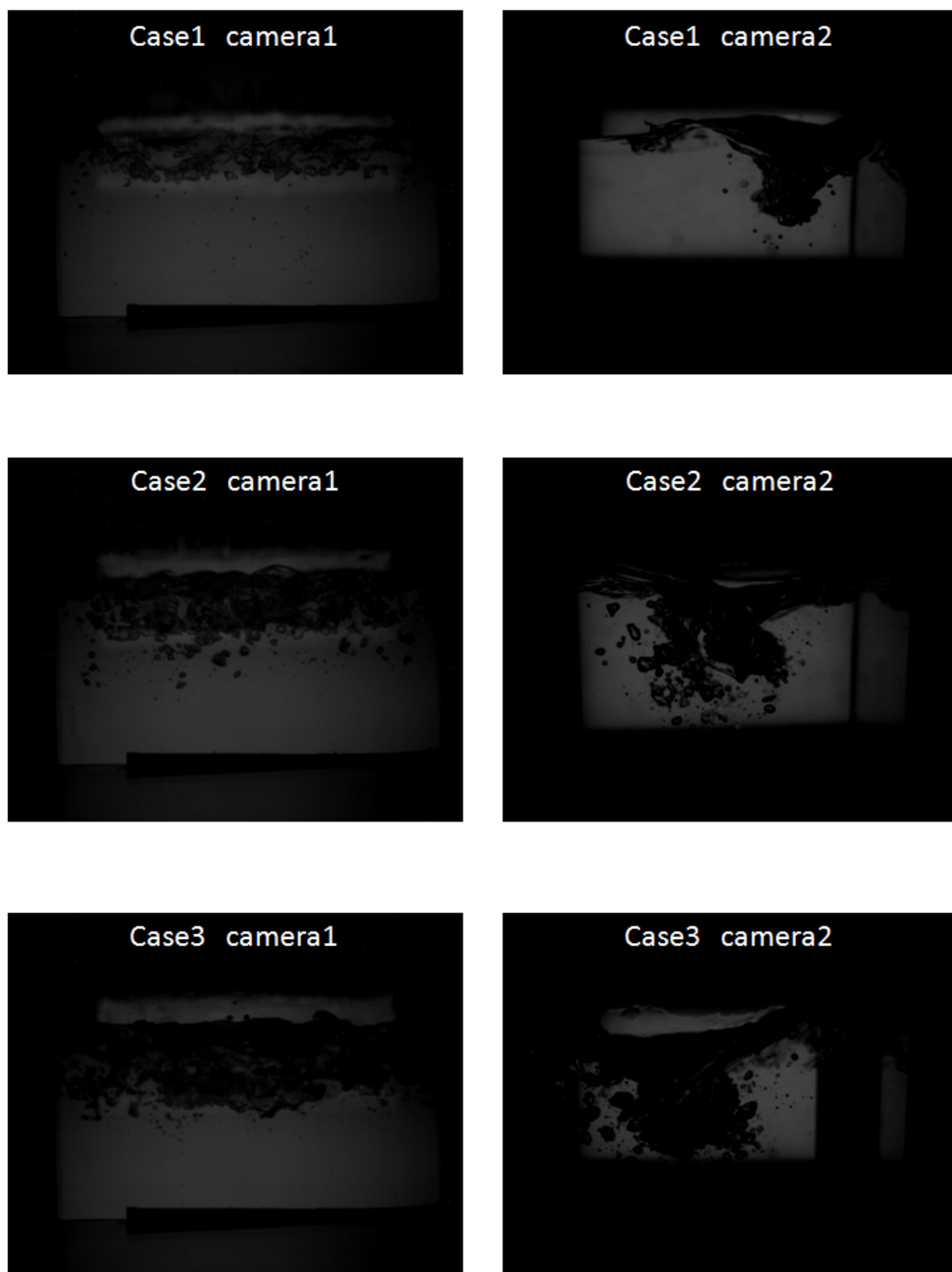


図 E.2 ダムブレイクによって形成されたキャビティー

謝辞

本論文の作成にあたり，指導教員として熱心に指導してくださった北海道大学渡部靖憲先生に深く感謝いたします。先生のご指導なしにこの論文の完成はなく，先生には多くのことを学ばせていただきました。重ねて感謝申し上げます。

また山下俊彦教授，猿渡亜由未助教をはじめとする北海道大学沿岸海洋工学研究室の皆様には大変お世話になりました。

最後に様々な面で研究生生活を支えてくれた両親に感謝いたします。